

**SOLUCIONES****Parte I: PREGUNTAS TIPO TEST. 30%.**

- | | | | | |
|-------|-------|-------|--------|--------------------------|
| 1. b) | 4. a) | 7. c) | 10. c) | 13. a) |
| 2. a) | 5. c) | 8. a) | 11. b) | 14. a) y c) ¹ |
| 3. c) | 6. c) | 9. b) | 12. c) | 15. c) |

Parte II: PREGUNTAS CORTAS. 10%.**Apartado 1.**

Se puede demostrar que existe una gramática regular equivalente de dos formas:

1. Obteniendo una gramática equivalente que use reglas de la forma $A \rightarrow Ba \mid a$ en donde $a \in V_T^*$ y $A, B \in V_N$.
2. Obteniendo expresiones regulares que reconozcan las cadenas del lenguaje generado por la gramática.

Usando la primera aproximación podemos obtener la siguiente gramática regular equivalente:

$$\begin{aligned} baseNum &\rightarrow num\ octal \mid num\ decimal \\ num &\rightarrow num\ 0 \mid num\ 1 \mid \dots \mid num\ 9 \mid 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9 \end{aligned}$$

en donde se han eliminado los no terminales *basechar* y *dig*, sustituyéndolos por sus lados derechos.

Empleando la segunda alternativa, podemos plantear las siguientes expresiones regulares:

$$\begin{aligned} baseNum &\equiv num\ basechar \\ basechar &\equiv octal \mid decimal \\ num &\equiv (0 \mid 1 \mid \dots \mid 9)^+ \end{aligned}$$
Apartado 2.

Los tokens de la gramática son los 10 dígitos, junto con *octal* y *decimal*.

Apartado 3.

Lo más recomendable sería que el analizador léxico se encargase del reconocimiento de los números y de la base. Para ello se podrían usar las siguientes expresiones regulares:

$$\begin{aligned} octal &\equiv "octal" \\ decimal &\equiv "decimal" \\ num &\equiv (0 \mid 1 \mid \dots \mid 9)^+ \end{aligned}$$

de modo que la gramática quedaría así:

$$\begin{aligned} baseNum &\rightarrow num\ basechar \\ basechar &\rightarrow octal \mid decimal \end{aligned}$$

¹La pregunta está mal planteada. La respuesta a) es válida, y se puede ver un ejemplo parcial de DDS con atributos heredados para la gramática de la pregunta en los apuntes del tema 4 (ejemplo 4.4). No obstante, siempre se puede crear una DDS sólo con atributos sintetizados, luego la c) es también válida.

Parte III: PROBLEMA. 60%

Apartado 1.

La gramática no es LL(1) porque tiene recursividad por la izquierda en el no terminal L . Si aplicamos el algoritmo de eliminación de la recursividad izquierda a las reglas de dicho no terminal, obtenemos la siguiente gramática con un nuevo símbolo no terminal L' :

$$\begin{aligned} P &\rightarrow [L] (num) \\ L &\rightarrow E \mid E L' \\ L' &\rightarrow , E \mid , E L' \\ E &\rightarrow num \\ E &\rightarrow P \end{aligned}$$

En la gramática obtenida aparecen factores comunes en las reglas de L y de L' . Aplicamos el algoritmo de eliminación de los factores comunes y obtenemos una gramática con un nuevo símbolo no terminal L'' :

$$\begin{aligned} P &\rightarrow [L] (num) \\ L &\rightarrow E L'' \\ L' &\rightarrow , E L'' \\ L'' &\rightarrow \lambda \mid L' \\ E &\rightarrow num \\ E &\rightarrow P \end{aligned}$$

Esta gramática se puede simplificar un poco², sustituyendo la parte derecha del símbolo L' en el único lugar donde aparece, y renombrando L'' por L' :

$$\begin{aligned} (1) \quad &P \rightarrow [L] (num) \\ (2) \quad &L \rightarrow E L' \\ (3) \quad &L' \rightarrow \lambda \\ (4) \quad &L' \rightarrow , E L' \\ (5) \quad &E \rightarrow num \\ (6) \quad &E \rightarrow P \end{aligned}$$

Los conjuntos PRIMERO y SIGUIENTE de la gramática se muestran a continuación (la coma en los conjuntos representa al terminal de la gramática):

$$\begin{aligned} \text{PRIMERO}(P) &= \{ [\} & \text{PRIMERO}(L') &= \{ \lambda , \} & \text{SIGUIENTE}(P) &= \{ \$,] \} & \text{SIGUIENTE}(L') &= \{] \} \\ \text{PRIMERO}(L) &= \{ num [\} & \text{PRIMERO}(E) &= \{ num [\} & \text{SIGUIENTE}(L) &= \{] \} & \text{SIGUIENTE}(E) &= \{ ,] \} \end{aligned}$$

Los conjuntos *Predict* de cada regla de la gramática transformada son:

$$\begin{aligned} \text{PREDICT}(1) &= \{ [\} & \text{PREDICT}(3) &= \{] \} & \text{PREDICT}(5) &= \{ num \} \\ \text{PREDICT}(2) &= \{ num [\} & \text{PREDICT}(4) &= \{ , \} & \text{PREDICT}(6) &= \{ [\} \end{aligned}$$

La tabla de análisis LL(1) es la siguiente (en las casillas se indican los números de las reglas):

No TERMINAL	SÍMBOLO DE ENTRADA					
	[]	()	num	,	\$	
P	1					
L	2		2			
L'		3		4		
E	6		5			

No hay conflictos en la tabla y, por tanto, la gramática es LL(1).

Apartado 2.

Volviendo a la gramática inicial, los conjuntos de ítems de la colección LR(1) son los siguientes:

²Este paso es opcional.

$$I_0 = \{ [P' \rightarrow \cdot P , \$] \\ [P \rightarrow \cdot [L] (num) , \$] \}$$

$$I_1 = \text{GOTO}(I_0, P) = \{ [P' \rightarrow P \cdot , \$] \}$$

$$I_2 = \text{GOTO}(I_0, []) = \{ [P \rightarrow [\cdot L] (num) , \$] \\ [L \rightarrow \cdot E ,]/,] \\ [L \rightarrow \cdot L , E ,]/,] \\ [E \rightarrow \cdot num ,]/,] \\ [E \rightarrow \cdot P ,]/,] \\ [P \rightarrow \cdot [L] (num) ,]/,] \}$$

$$I_3 = \text{GOTO}(I_2, L) = \{ [P \rightarrow [L \cdot] (num) , \$] \\ [L \rightarrow L \cdot , E ,]/,] \}$$

$$I_4 = \text{GOTO}(I_2, E) = \{ [L \rightarrow E \cdot ,]/,] \}$$

$$I_5 = \text{GOTO}(I_2, num) = \{ [E \rightarrow num \cdot ,]/,] \}$$

$$I_6 = \text{GOTO}(I_2, P) = \{ [E \rightarrow P \cdot ,]/,] \}$$

$$I_7 = \text{GOTO}(I_2, []) = \{ [P \rightarrow [\cdot L] (num) ,]/,] \\ [L \rightarrow \cdot E ,]/,] \\ [L \rightarrow \cdot L , E ,]/,] \\ [E \rightarrow \cdot num ,]/,] \\ [E \rightarrow \cdot P ,]/,] \\ [P \rightarrow \cdot [L] (num) ,]/,] \}$$

$$I_8 = \text{GOTO}(I_3, []) = \{ [P \rightarrow [L] \cdot (num) , \$] \}$$

$$I_9 = \text{GOTO}(I_3, ,) = \{ [L \rightarrow L , \cdot E ,]/,] \\ [E \rightarrow \cdot num ,]/,] \\ [E \rightarrow \cdot P ,]/,] \\ [P \rightarrow \cdot [L] (num) ,]/,] \}$$

$$I_{10} = \text{GOTO}(I_7, L) = \{ [P \rightarrow [L \cdot] (num) ,]/,] \\ [L \rightarrow L \cdot , E ,]/,] \}$$

$$\text{GOTO}(I_7, E) = I_4$$

$$\text{GOTO}(I_7, num) = I_5$$

$$\text{GOTO}(I_7, P) = I_6$$

$$\text{GOTO}(I_7, []) = I_7$$

$$I_{11} = \text{GOTO}(I_8, ()) = \{ [P \rightarrow [L] (\cdot num) , \$] \}$$

$$I_{12} = \text{GOTO}(I_9, E) = \{ L \rightarrow L , E \cdot ,]/,] \}$$

$$\text{GOTO}(I_9, num) = I_5$$

$$\text{GOTO}(I_9, P) = I_6$$

$$\text{GOTO}(I_9, []) = I_7$$

$$I_{13} = \text{GOTO}(I_{10}, []) = \{ [P \rightarrow [L] \cdot (num) ,]/,] \}$$

$$\text{GOTO}(I_{10}, ,) = I_9$$

$$I_{14} = \text{GOTO}(I_{11}, num) = \{ [P \rightarrow [L] (num \cdot) , \$] \}$$

$$I_{15} = \text{GOTO}(I_{13}, ()) = \{ [P \rightarrow [L] (\cdot num) ,]/,] \}$$

$$I_{16} = \text{GOTO}(I_{14},) = \{ [P \rightarrow [L] (num) \cdot , \$] \}$$

$$I_{17} = \text{GOTO}(I_{15}, num) = \{ [P \rightarrow [L] (num \cdot) ,]/,] \}$$

$$I_{18} = \text{GOTO}(I_{17},) = \{ [P \rightarrow [L] (num) \cdot ,]/,] \}$$

La tabla de análisis LR(1) es la siguiente:

ESTADO	ACCIÓN				IR-A		
	()	,	[]	num \$	E	L	P
0			d2				1
1				acc			
2			d7	d5	4	3	6
3		d9	d8				
4		r2	r2				
5		r4	r4				
6		r5	r5				
7			d7	d5	4	10	6
8	d11						
9			d7	d5	12		6
10		d9	d13				
11				d14			
12		r3	r3				
13	d15						
14		d16					
15				d17			
16							r1
17		d18					
18		r1	r1				

La gramática es LR(1), ya que la tabla no contiene ningún conflicto.

Para comprobar si es también LALR, primero hay que intentar unir estados con las mismas producciones punteadas pero distintos símbolos de anticipación. Efectivamente, se pueden unir los estados siguientes:

$$\begin{aligned}
I_2 \cup I_7 &= \{ [P \rightarrow [\cdot L] (num) , \$ / / ,] \\
&\quad [L \rightarrow \cdot E ,] / ,] \\
&\quad [L \rightarrow \cdot L , E ,] / ,] \\
&\quad [E \rightarrow \cdot num ,] / ,] \\
&\quad [E \rightarrow \cdot P ,] / ,] \\
&\quad [P \rightarrow \cdot [L] (num) ,] / ,] \} \\
I_3 \cup I_{10} &= \{ [P \rightarrow [L \cdot] (num) , \$ / / ,] \\
&\quad [L \rightarrow L \cdot , E ,] / ,] \} \\
I_8 \cup I_{13} &= \{ [P \rightarrow [L] \cdot (num) , \$ / / ,] \} \\
I_{11} \cup I_{15} &= \{ [P \rightarrow [L] (\cdot num) , \$ / / ,] \} \\
I_{14} \cup I_{17} &= \{ [P \rightarrow [L] (num \cdot) , \$ / / ,] \} \\
I_{16} \cup I_{18} &= \{ [P \rightarrow [L] (num) \cdot , \$ / / ,] \}
\end{aligned}$$

Los estados resultantes no presentan ningún conflicto reduce-reduce (la única reducción está en $I_{16} \cup I_{18}$, que tiene un único ítem) y, por tanto, la gramática es también LALR.

Para comprobar si es SLR, es necesario analizar los ítems de la colección LALR que representan reducciones (con el punto en el extremo derecho), y comprobar si los símbolos de anticipación coinciden con los conjuntos SIGUIENTE de los no terminales del lado izquierdo de los ítems. Los conjuntos PRIMERO y SIGUIENTE de la gramática son:

$$\begin{aligned}
\text{PRIMERO}(P) &= \{ [\} & \text{SIGUIENTE}(P) &= \{ \$,] \} \\
\text{PRIMERO}(L) &= \{ num [\} & \text{SIGUIENTE}(L) &= \{] , \} \\
\text{PRIMERO}(E) &= \{ num [\} & \text{SIGUIENTE}(E) &= \{] , \}
\end{aligned}$$

Los estados que presentan reducciones en la colección LALR son:

- I_4 . Se reduce $L \rightarrow E$ y los símbolos de anticipación coinciden con $\text{SIGUIENTE}(L)$.
- I_5 . Se reduce $E \rightarrow num$ y los símbolos de anticipación coinciden con $\text{SIGUIENTE}(E)$.
- I_6 . Se reduce $E \rightarrow P$ y los símbolos de anticipación coinciden con $\text{SIGUIENTE}(E)$.
- I_{12} . Se reduce $L \rightarrow L, E$ y los símbolos de anticipación coinciden con $\text{SIGUIENTE}(L)$.
- $I_{16} \cup I_{18}$. Se reduce $P \rightarrow [L](num)$ y los símbolos de anticipación coinciden con $\text{SIGUIENTE}(P)$.

Luego la gramática también es SLR.

Apartado 3.

Para la resolución de este apartado emplearemos los siguientes atributos de los símbolos de la gramática:

Símbolo	Atributo	Tipo	Comentario
P	val	float	Valor que toma el polinomio al evaluarlo.
L	val	float	Valor que toma la parte del polinomio representada por L .
L	x	float	Valor por el que se sustituye el parámetro x .
E	val	float	Valor que toma la expresión al evaluarla.
num	val	float	Valor numérico del lexema asociado al token.

La definición dirigida por la sintaxis (DDS) para evaluar polinomios se puede definir de la siguiente forma:

Regla de producción	Acción
$P \rightarrow [L](num)$	$L.x = num.val;$ $P.val = L.val$
$L \rightarrow E$	$L.val = E.val;$
$L \rightarrow L_1, E$	$L_1.x = L.x;$ $L.val = L_1.val \times L_1.x + E.val;$
$E \rightarrow num$	$E.val = num.val;$
$E \rightarrow P$	$E.val = P.val;$

En la DDS tiene atributos sintetizados (los atributos **val** de P , L y E), y un atributo heredado (**x** de L). Además, este atributo es heredado por la derecha en la acción asociada a la regla de producción $P \rightarrow [L](num)$, de modo que la gramática no es L-atribuida, ni tampoco S-atribuida.

Para la entrada $[1, 3, [2, 1] (2)] (1)$, el árbol anotado es el siguiente:

