

Práctica 7 - Integrales iteradas. Integrales dobles sobre rectángulos.

En los ejercicios siguientes, evaluar la integral iterada:

1. $\int_0^1 \int_0^2 (x + y) dy dx.$

11. $\int_0^{\ln 4} \int_0^{\ln 3} e^{x+y} dy dx.$

2. $\int_0^2 \int_0^4 (x^2 - 2y^2) dx dy.$

12. $\int_{-4}^4 \int_0^{x^2} \sqrt{64 - x^3} dy dx.$

3. $\int_0^{\pi/2} \int_0^1 y \cos x dy dx.$

13. $\int_{-1}^5 \int_0^{3y} (3 + x^2 + \frac{1}{4}y^2) dx dy.$

4. $\int_0^\pi \int_0^{\sin x} (1 + \cos x) dy dx.$

14. $\int_0^2 \int_y^{2y} (10 + 2x^2 + 2y^2) dx dy.$

5. $\int_1^4 \int_1^{\sqrt{x}} 2ye^{-x} dy dx.$

15. $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} (x + y) dx dy.$

6. $\int_0^1 \int_0^x \sqrt{1-x^2} dy dx.$

16. $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} \frac{2}{\sqrt{4-y^2}} dx dy.$

7. $\int_0^5 \int_{-1}^{3y} (3 + x^2 + \frac{1}{4}y^2) dx dy.$

17. $\int_0^{\pi/2} \int_0^{2 \cos \theta} r dr d\theta.$

8. $\int_0^2 \int_y^{2y} (10 + 2x^2 + 2y^2) dx dy.$

18. $\int_0^{\pi/2} \int_0^{\sin \theta} \theta r dr d\theta.$

9. $\int_{-1}^1 \int_{-2}^2 (x^2 - y^2) dy dx.$

19. $\int_0^{\pi/4} \int_0^{\cos \theta} 3r^2 \sin \theta dr d\theta.$

10. $\int_{-1}^2 \int_1^3 (x + y^2) dx dy.$

20. $\int_0^{\pi/4} \int_{\sqrt{3}}^{\cos \theta} r dr d\theta$

Utilizar una integral iterada para hallar el área de la región.

- Calcule el área de la región rectangular $R = [0, 2] \times [1, 3]$ evaluando la integral doble:

$$A = \int_0^2 \int_1^3 1 dy dx.$$

- Determine el área del rectángulo delimitado por $1 \leq x \leq 4$ y $-2 \leq y \leq 2$:

$$A = \int_1^4 \int_{-2}^2 1 dy dx.$$

- Encuentre el área del rectángulo $R = [0, 5] \times [0, 4]$ mediante la integral doble:

$$A = \int_0^5 \int_0^4 1 dy dx.$$

4. Verifique el área de la región rectangular definida por $2 \leq x \leq 6$ y $-1 \leq y \leq 3$:

$$A = \int_2^6 \int_{-1}^3 1 \, dy \, dx.$$

5. Halle el área del rectángulo $R = [a, b] \times [c, d]$ de forma general utilizando una integral iterada:

$$A = \int_a^b \int_c^d 1 \, dy \, dx = (b - a)(d - c).$$

Resolver los siguientes problemas aplicados en ingeniería:

1. En el diseño de una presa, se desea calcular el área transversal del canal de desagüe, cuya forma está delimitada por las curvas

$$y = \sqrt{x} \quad y = 0, \quad \text{para } 0 \leq x \leq 4.$$

2. Calcule el área de la sección transversal del canal utilizando una integral doble. Un componente metálico tiene una superficie perforada cuya forma está delimitada por las rectas

$$y = 0, \quad y = 2x, \quad x = 0, \quad y = x = 1.$$

Si se desea calcular el área del orificio para estimar la pérdida de material, determine dicha área mediante integrales iteradas.