

Complément de formation 1

Optique Géométrique

Pr : Rachid ABDIA

Au XI^e siècle, le scientifique persan Ibn al-Haytham dit Alhazen propose que la vue soit comme les autres sens le résultat de l'action d'un agent extérieur sur un organe sensoriel. Des expériences le conduisent à considérer que l'œil perçoit un rayon lumineux provenant de chaque point d'un objet.

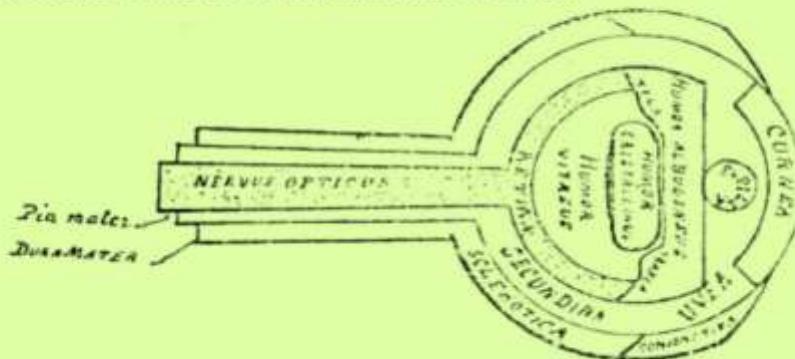
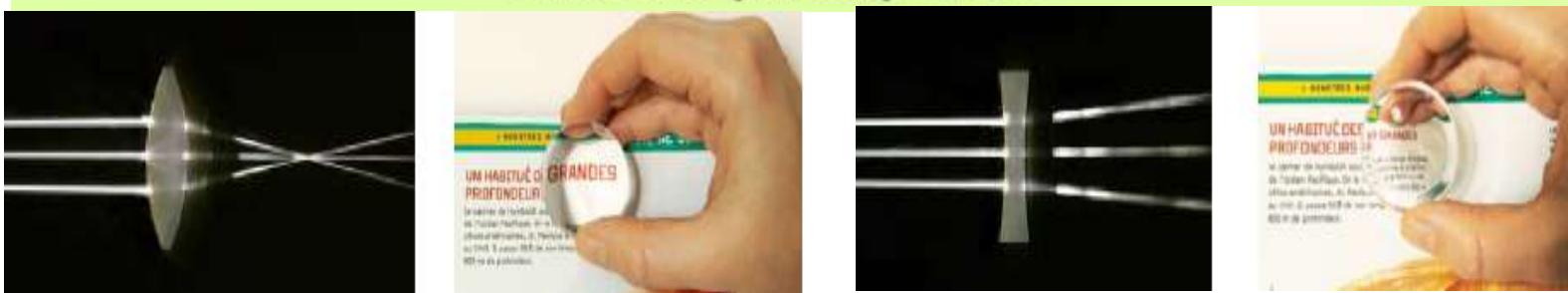


Planche anatomique de l'œil par Alhazen



Sommaire

I. PRINCIPES FONDAMENTAUX ; LOIS DE SNELL-DESCARTES	4
A. Généralité	4
B. Propagation rectiligne : rayons et faisceaux lumineux	4
1. Principe de Fermat.....	4
2. Chemin optique.....	4
3. Conséquence du principe de Fermat.....	6
a) Propagation rectiligne	6
b) Loi du retour inverse	7
c) Lois de Snell-Descartes	7
(1) Notion de dioptre	7
(2) Réflexion.....	8
(3) Réfraction	9
C. Étude du prisme	12
1. Définition	12
2. Marche d'un rayon; Formules générales.....	13
3. Conditions d'émergence	14
4. Étude de la déviation	14
D. Dispersion de la lumière.....	16
1. Expériences de Newton	16
2. Interprétation des résultats	17
3. Etude de la réfraction sur le dioptre Air / Verre : Expérience	17
E. Différents domaines de longueurs d'onde.....	19
1. Domaine du visible.....	19
2. Autres radiations.....	19
3. Propriétés.....	19
a) Propriété 1.....	19
b) Propriété 2	20
II. STIGMATISME – OBJETS – IMAGES	21
A. Définition	21
1. Système optique	21
2. Système centré	21
3. Système dioptrique.....	21
4. Système catadioptrique	21
5. Système catoptrique	21

B. Objet et image	21
1. Deux points conjugués.....	21
2. Le faisceau émergent est convergent.....	22
3. Le faisceau émergent est divergent.....	22
4. Différents espaces.....	22
a) Système dioptrique	22
b) Système catoptrique	23
C. Notion de stigmatisme et applanétisme	23
1. Stigmatisme rigoureux.....	23
2. Astigmatisme	24
3. Stigmatisme approché	24
4. Conditions de Gauss.....	24
D. Etude de quelques systèmes optiques.....	24
1. Miroir plan	24
a) Construction géométrique	24
b) Relation de conjugaison	25
2. Dioptre plan	26
a) Construction géométrique	26
b) Relation de conjugaison	27
3. Miroir sphérique dans les conditions de Gauss	29
a) Miroir concave.....	29
b) Miroir convexe.....	29
c) Relation de conjugaison	30
d) Propriété du centre C du miroir	31
e) Propriété du sommet S du miroir.....	31
f) Distance focale et point focal.....	31
(1) Foyer principal image F	31
(2) Foyer principal objet F.....	32
(3) Plan focal	32
g) Construction de l'image d'un objet	33
(1) Pour un miroir concave	34
(2) Pour un miroir convexe	35
4. Dioptre sphérique dans les conditions de Gauss	36
a) Relation de conjugaison	37
b) Distance focale et point focal	38

(1)	Foyer principal image F'	38
(2)	Foyer principal objet F	39
(3)	Construction de l'image d'un objet	40
III.	LENTILLES MINCES.....	41
A.	Généralités	41
1.	Définitions.....	41
2.	Relation de conjugaison.....	42
3.	Foyer et vergence d'une lentille	43
a)	Foyer objet	43
b)	Foyer image	43
c)	Vergence.....	44
B.	Construction de l'image d'un objet.....	44
1.	Construction des rayons lumineux	44
2.	L'image d'un objet réel	45
a)	Pour une lentille convergente	45
b)	Pour une lentille divergente	46
3.	L'image d'un objet virtuel.....	46
a)	Pour une lentille convergente	46
b)	Pour une lentille divergente	47
C.	Associations de lentilles	47

I. PRINCIPES FONDAMENTAUX ; LOIS DE SNELL-DESCARTES

A. Généralité

- ✓ L'optique est la partie de la physique qui étudie la lumière et les phénomènes qu'elle engendre.
- ✓ Les phénomènes de diffraction et les interférences montrent que la lumière est une onde électromagnétique de longueur d'onde λ se propage dans le vide à la vitesse $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$
- ✓ Source lumineuse : tout corps qui émet de la lumière, on l'appelle aussi objet.
- ✓ Milieu transparent : laisse passer la lumière.
- ✓ Milieu opaque : ne laisse pas passer la lumière.
- ✓ Milieu homogène : si toutes les propriétés physiques (masse volumique, indice de réfraction...) sont les mêmes quels que soit le point M du milieu.
- ✓ Milieu isotrope : si les propriétés physiques ne dépendent pas de la direction (possède au moins localement une symétrie sphérique).
- ✓ Radiation monochromatique: lumière correspondant à une fréquence bien déterminée. A chaque fréquence correspond pour l'œil normal une couleur bien déterminée.
- ✓ Radiation polychromatique (complexe): lumière formée de la superposition de diverses radiations monochromatiques.
- ✓ L'optique géométrique s'intéresse à la formation de l'image par les instruments optiques. Dans cette partie on ignore le caractère ondulatoire et on s'appuie sur certains principes fondamentaux qui font appel à la notion de rayons lumineux.

Nous ne considérons ici que le cas où la lumière émise par une source ponctuelle se propage dans un milieu homogène, transparent et isotrope.

B. Propagation rectiligne : rayons et faisceaux lumineux

1. Principe de Fermat

Le trajet suivi par la lumière pour aller d'un point A à un point B fixe est le plus court possible (de longueur minimal : temps de parcours est le plus court).

2. Chemin optique

Notion d'indice de réfraction

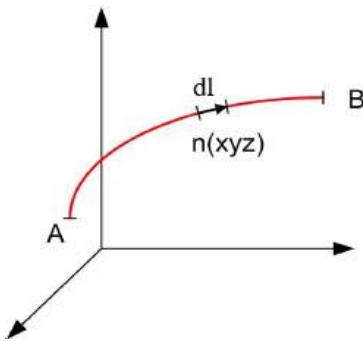
La lumière se propage dans le vide à la vitesse $c \approx 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$. Dans un milieu transparent, elle se propage à une vitesse v inférieure à c . On définit l'indice de réfraction du milieu par la relation :

$$n = \frac{c}{v}$$

Dans tout milieu transparent l'indice est toujours plus grand que 1.

L'indice de réfraction de l'air est très légèrement supérieur à 1 ($n \approx 1,000027$).

On considère un trajet effectivement suivi par la lumière entre deux points A et B de l'espace.



$n(xyz)$: C'est-à-dire l'indice de réfraction intégré le long du trajet lumineux est défini en tout point de l'espace.

dl est l'élément de trajectoire de longueur infinitésimal.

Par définition, le chemin optique d'un rayon lumineux partant de A et arrivant en B est la quantité :

$$L_{AB} = \int_A^B n(xyz) dl$$

Le temps de parcours est lié au chemin optique. En effet, Pour un élément de trajectoire de longueur dl , le temps de propagation dT est :

$$dT = \frac{dl}{v} = \frac{n \cdot dl}{c}$$

Le temps total de propagation est donc : $T_{AB} = c \cdot L_{AB}$

Un milieu homogène isotrope est un milieu où l'indice de réfraction est identique en tout point. Le chemin optique devient :

$$L_{AB} = n \int_A^B dl$$

La ligne droite étant le plus court chemin de A à B, la propagation est rectiligne. Donc :

$$L_{AB} = (AB) = n \cdot AB$$

Pour deux milieux : (n_1, n_2) ,

$$L_{AB} = (AB) = (AI) + (IB) = n_1 \cdot AI + n_2 \cdot IB$$

Figure

3. Conséquence du principe de Fermat

a) *Propagation rectiligne*

Dans un milieu transparent homogène, la lumière se propage en ligne droite.

Remarque :

- Rayon lumineux : une droite ou portion de droite suivi par la lumière (caractérisée par une direction de propagation et une vitesse de propagation).

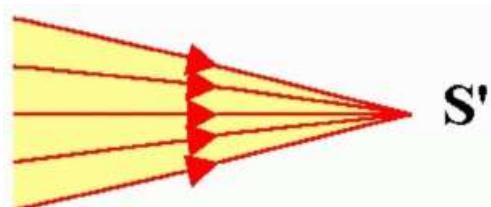


Rayon lumineux est purement théorique, il est impossible d'isoler un seul rayon lumineux.

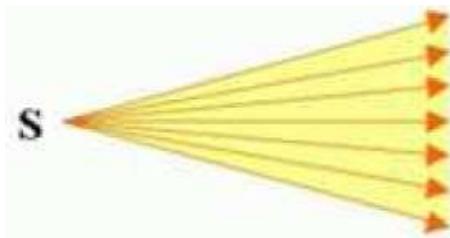
- Faisceau lumineux : l'ensemble des rayons émis initialement par une même source.

Un faisceau lumineux est dit :

- convergent si les rayons se dirigent vers un même point :



- divergent si les rayons partent d'un même point :

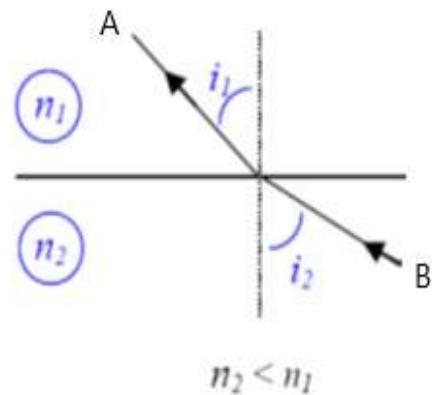
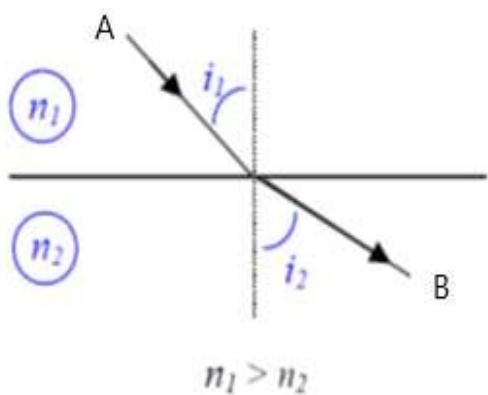


- parallèle (cylindrique) si les rayons se rencontrent à l'infini :



b) Loi du retour inverse

Entre deux points A et B le trajet de la lumière ne dépend pas du sens de son parcours $(AB) = (BA)$ avec : $(AB) = (AI) + (IB)$ et $(BA) = (BI) + (IA)$



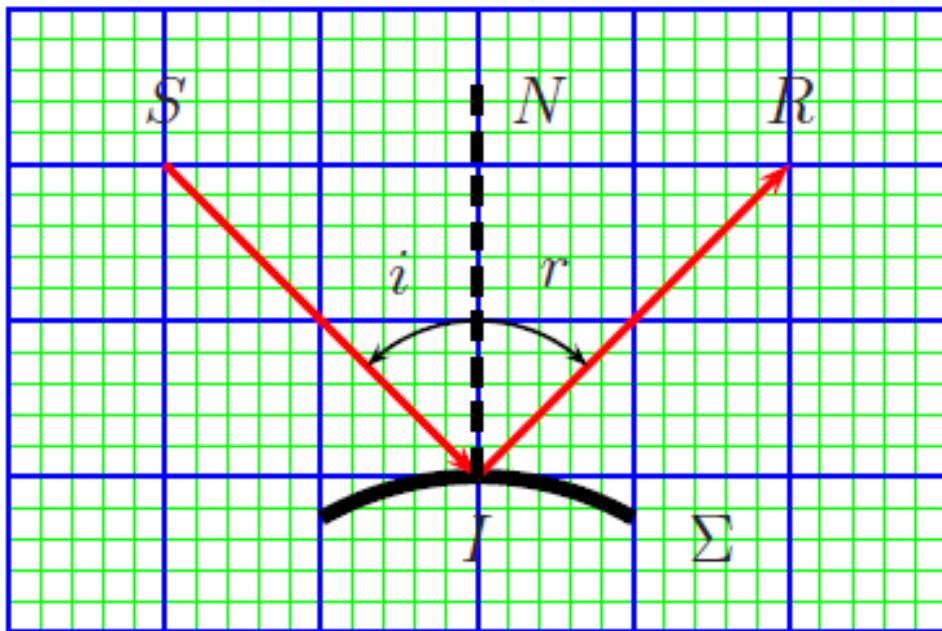
c) Lois de Snell-Descartes

(1) Notion de dioptre

Un diopstre est une surface qui sépare deux milieux transparents d'indice de réfraction différents.

(2) Réflexion

Soit Σ une surface réfléchissante et SI un rayon lumineux arrive en un point I de Σ .



SI : rayon incident

IR : rayon réfléchi (renvoyé dans le même milieu suivant une direction bien définie)

i : angle d'incidence (angle entre le rayon incident et la normale)

r : angle de réflexion (angle entre le rayon réfléchi et la normale)

I : point d'incidence

IN : la normale à la surface Σ .

SIN : plan d'incidence

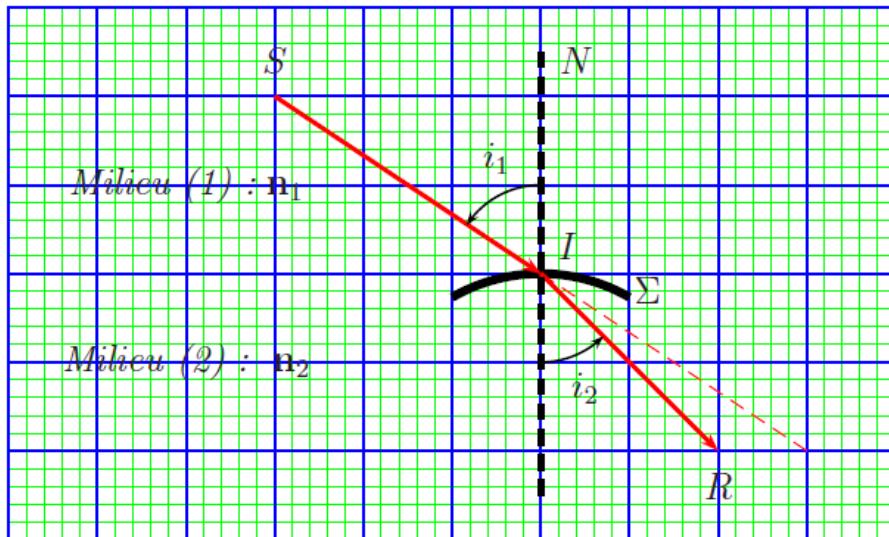
Les lois de Snell-Descartes pour la réflexion :

- ⊕ Le rayon réfléchi appartient au plan d'incidence.
- ⊕ L'angle d'incidence et l'angle de réflexion sont égaux en valeur absolue : $i = -r$

Remarque : Lorsqu'on tourne le miroir d'un angle α , le rayon réfléchi tourne d'un angle de 2α .

(3) Réfraction

Considérons deux milieux transparents (1) et (2), l'un (1) d'indice de réfraction n_1 et l'autre (2) d'indice de réfraction n_2 séparés par une surface Σ .



SI : rayon incident

IR : rayon réfracté (rayon pénètre dans le milieu (2) suivant une direction bien définie)

i_1 : angle d'incidence

i_2 : angle de réfraction (angle entre le rayon réfracté et la normale)

Les lois de Snell-Descartes pour la réfraction :

- ✚ le rayon réfracté appartient au plan d'incidence.
- ✚ la relation liant les indices de réfraction n_1 et n_2 et les angles i_1 et i_2 , appelée relation de Snell-Descartes, s'écrit : $n_1 \cdot \sin i_1 = n_2 \cdot \sin i_2$

Remarque : Si i_1 et i_2 sont faibles alors la loi de Snell-Descartes devient $n_1 i_1 = n_2 i_2$; c'est la loi de Kepler.

Etude de la réfraction

La relation de Snell-Descartes donne : $\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1$

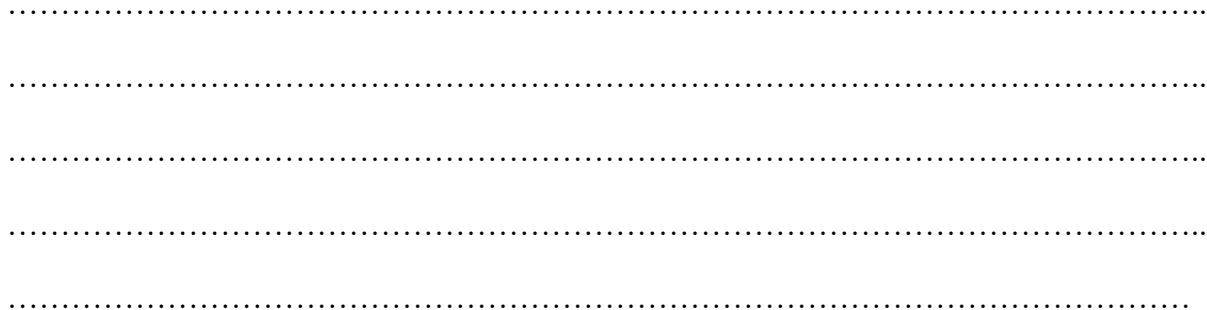
On voit alors qu'il faut distinguer deux cas :

Cas $n_1 < n_2$: on dit que la réfraction s'effectue d'un milieu moins réfringent sur un milieu plus réfringent.

Puisque $\frac{n_1}{n_2} < 1$ alors $\sin i_2 < \sin i_1 \Rightarrow i_2 < i_1$

→ Le rayon réfracté se rapproche de la normale

Figure



* lorsque l'angle d'incidence i_1 varie de 0 à $\frac{\pi}{2}$, l'angle de réfraction i_2 varie de 0 à i_{2l} .

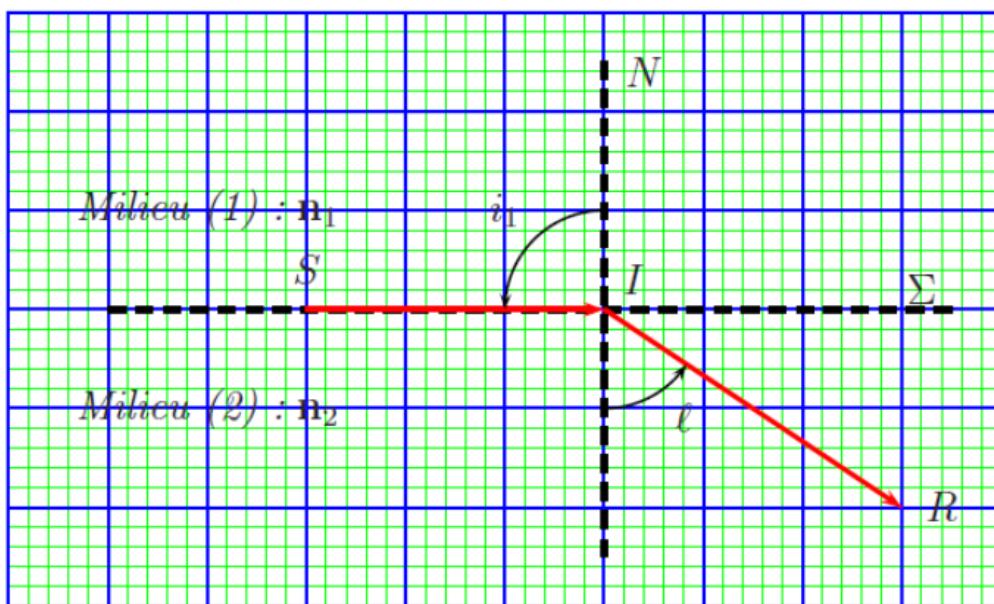
i_{2l} angle limite de réfraction tel que :

$$\sin i_{2l} = \frac{n_1}{n_2} \sin(\pi/2) \Rightarrow i_{2l} = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right)$$

Il y'a toujours un rayon réfracté dans le milieu d'indice n_2 .

Donc : si * $i_1 = 0 \Rightarrow i_2 = 0$: le rayon garde la même direction.

* $i_1 = \pi/2 \Rightarrow i_2 = i_{2l} = \arcsin(n_1/n_2)$: On parle de l'incidence rasante.



Cas $n_1 > n_2$: il s'agit alors d'une réfraction d'un milieu plus réfringent sur un milieu moins réfringent.

Puisque $\frac{n_1}{n_2} > 1$ alors $\sin i_2 > \sin i_1 \Rightarrow i_2 > i_1$

→ Le rayon réfracté s'éloigne de la normale

Figure

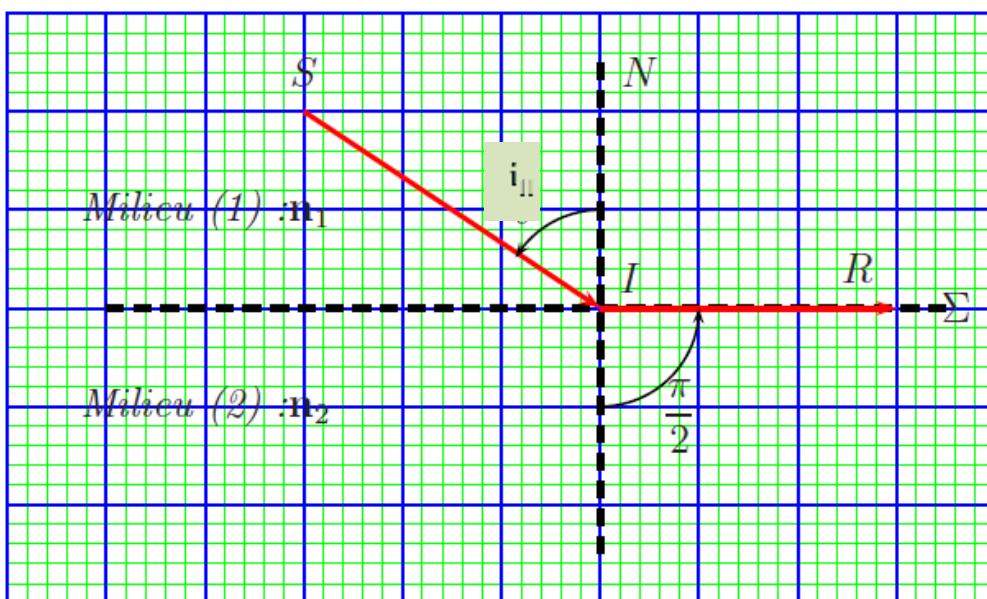
.....
.....
.....
.....
.....

* lorsque l'angle de réfraction i_2 varie de 0 à $\frac{\pi}{2}$, l'angle d'incidence i_1 varie de 0 à i_{ll} .

i_{ll} angle limite d'incidence avec :

$$\sin i_{ll} = \frac{n_2}{n_1} \sin(\pi/2) \Rightarrow i_{ll} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

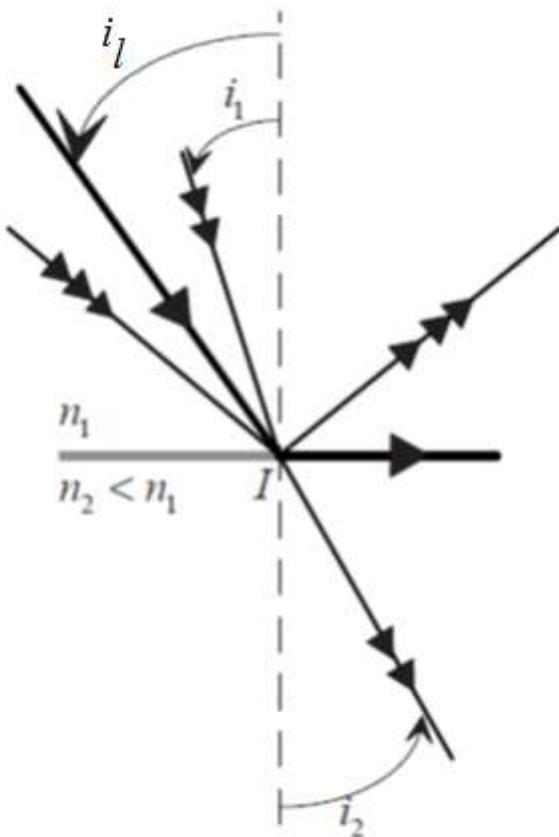
Lorsque $i_2 = \pi/2$, on parle de réfraction rasante.



Remarque : Lorsque i_1 devient plus grand que i_{ll} , la loi de Descartes donne :

$$\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_l > \frac{n_1}{n_2} \sin i_{ll} = \frac{n_1}{n_2} \frac{n_2}{n_1} = 1 \Rightarrow \sin i_2 > 1 : \text{ce qui est } \textcolor{red}{impossible}.$$

Dans ce cas, l'expérience montre que le rayon incident se réfléchi totalement : c'est la **réflexion totale**. (le dioptre se comporte comme un miroir)



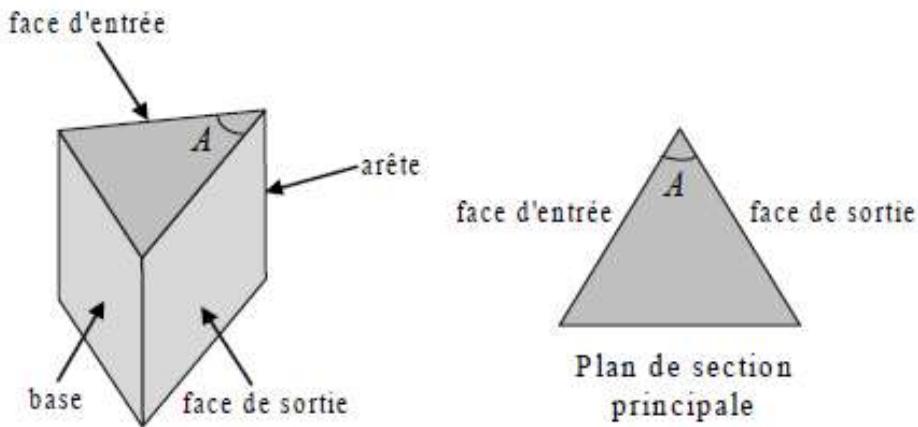
C. Étude du prisme

1. Définition

On appelle prisme, en optique, un milieu transparent d'indice n limité par deux faces planes non parallèles. Leur intersection est l'arête du prisme.

La base du prisme est la face opposée à l'arête.

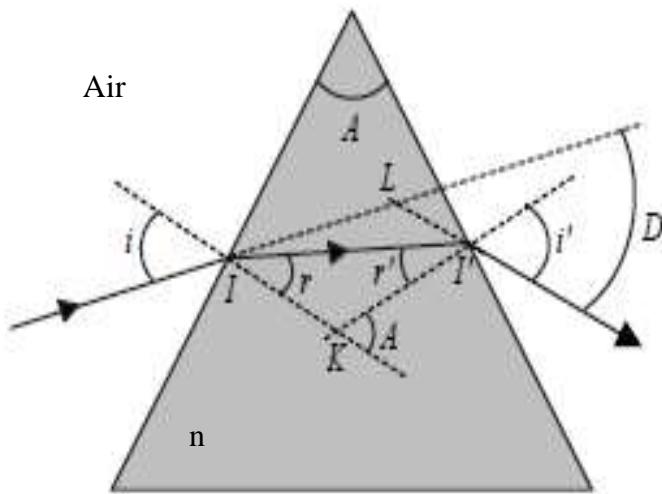
Un plan de coupe perpendiculaire à l'arête du prisme est appelé plan de section principale.



2. Marche d'un rayon; Formules générales

On assimile la valeur de l'indice de l'air à 1.

On notera que dans ce cas particulier, les valeurs des six angles A, i, i', r, r' et D sont toutes comprises entre 0 et $\pi/2$ rad.



Un rayon lumineux entre par la face 1 sous l'incidence i et sort par la face 2 sous l'angle i' . L'angle D est la déviation totale du rayon provoquée par le prisme : c'est l'angle entre le rayon lumineux incident et le rayon lumineux sortant (rayon émergent).

La loi de réfraction aux points :

$$I: \sin i = n \sin r$$

$$I': n \sin r' = \sin i'$$

Relation entre les angles A, r et r' :

$$A = r + r'$$

La relation entre les angles D, i, i' et A : $D = i + i' - A$

3. Conditions d'émergence

L'indice n du verre composant le prisme étant supérieur à 1 dans le domaine visible, l'angle de réfraction r est toujours défini. Le rayon pénètre dans le prisme quel que soit son angle d'incidence.

Pour qu'un rayon émerge du prisme en I', il faut que : $r' \leq r'_l$

où r'_l est l'angle limite d'incidence défini par $r'_l = \arcsin(1/n)$.

D'autre part, nous savons que $r \leq r_l$, avec r_l est l'angle limite de réfraction (au point I) tel que : $r_l = \arcsin(1/n)$.

De la relation $A = r + r'$ on en déduit que : $A \leq 2\arcsin(1/n)$

Condition imposée au prisme: pour qu'un rayon émerge du prisme, il faut que $A \leq 2\arcsin(1/n)$. Dans le cas contraire, il y a réflexion totale sur la face de sortie du prisme.

En outre, on a :

- Réfraction en I : $r \leq r_l$
- Réfraction en I' : $r' \leq r'_l \Rightarrow A - r \leq r'_l \Rightarrow A - r'_l \leq r$

alors : $A - r'_l \leq r \leq r_l \Rightarrow n \sin(A - r'_l) \leq n \sin r \leq n \sin r_l$

Condition imposée à l'angle d'incidence: on en déduit qu'il n'y aura émergence que si :

$$i_0 \leq i \leq \pi/2$$

avec i_0 défini par : $\sin i_0 = n \sin(A - \arcsin(1/n))$

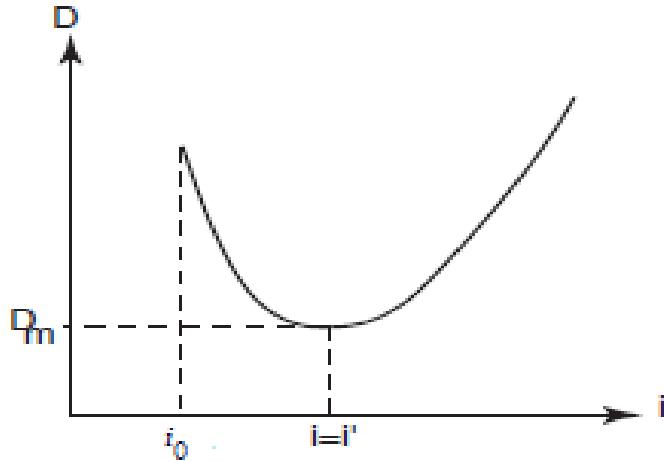
Pour résumer, lorsque $A \leq 2\arcsin(1/n)$, le rayon incident émerge du prisme si

$$i_0 \leq i \leq \pi/2.$$

4. Étude de la déviation

Nous considérons que ces deux conditions sont satisfaites et que par conséquent le rayon émergent existe toujours.

Si l'on trace l'évolution de D en fonction de i, on obtient la courbe suivante :



On constate que lorsque i varie de i_0 à $\pi/2$, D décroît, passe par un minimum D_m puis augmente. Ce minimum se produit quand :

$$i = i' = i_m = \frac{D_m + A}{2}$$

$$r = r' = r_m = \frac{A}{2}$$

$$n = \frac{\sin\left(\frac{A+D_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

En effet :

* Montrons que : $\frac{dD}{di} = 1 - \frac{\cos i \cos r'}{\cos i' \cos r}$

On a :

$$D = i + i' - A \Rightarrow \frac{dD}{di} = 1 + \frac{di'}{di} - \frac{dA}{di}$$

$$\text{Or } \frac{di'}{di} = \frac{di'}{dr'} \frac{dr'}{dr} \frac{dr}{di} \text{ et } \frac{dr}{di} = \frac{\cos i}{n \cos r}; \frac{dA}{di} = 0 \Rightarrow \frac{dr}{di} = -\frac{dr'}{di}; \frac{di'}{dr'} = \frac{n \cos r'}{\cos i'}$$

$$\text{Donc, le résultat : } \frac{dD}{di} = 1 - \frac{\cos i \cos r'}{\cos i' \cos r}$$

$$\text{La déviation est minimale si : } \frac{dD}{di} = 0$$

$$\Rightarrow (n^2 - 1)(\sin^2 i - \sin^2 i') = 0$$

Comme les angles sont tous positifs et $n > 0$ alors : $\sin^2 i - \sin^2 i' = 0$

Donc :

$$i = i' = i_m = \frac{D_m + A}{2}$$

$$r = r' = r_m = \frac{A}{2}$$

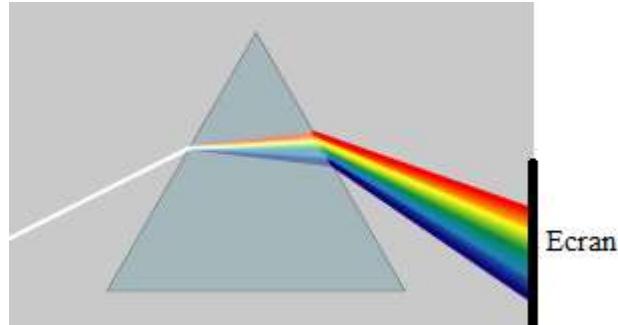
$$n = \frac{\sin\left(\frac{A+D_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

D. Dispersion de la lumière

1. Expériences de Newton

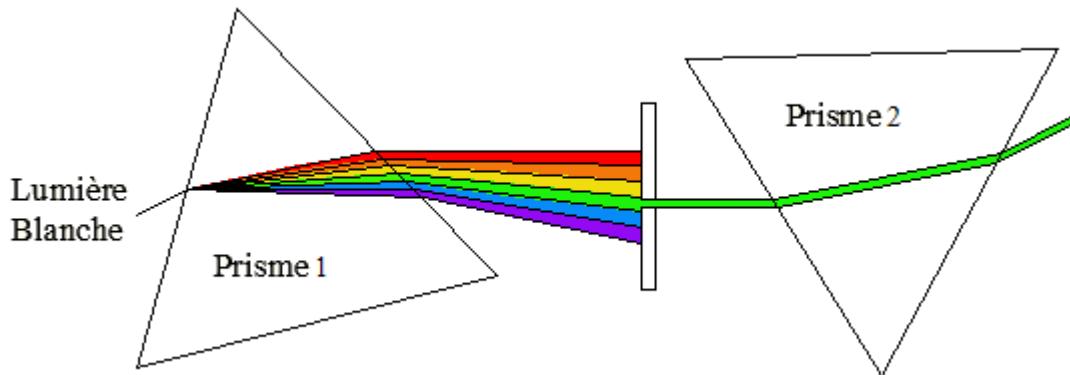
1ère Expérience

Dispersion de la lumière blanche



On fait passer un faisceau de lumière blanche à travers un prisme en verre et on place un écran en face des rayons réfractés. On peut observer un étalage de couleur semblable à celle de l'arc en ciel. Ce phénomène s'appelle la dispersion de la lumière par un prisme.

2ème Expérience



On réalise la même expérience que là n°1 et on capte à travers un écran troué juste un rayon d'une des longueurs d'onde, que l'on fait traverser à travers un deuxième prisme. On peut observer que ce faisceau de longueur d'onde subit juste une double réfraction, en effet ce rayon ne subit pas le phénomène de dispersion car il n'est **composé que d'une seule longueur d'onde**, contrairement à la lumière blanche qui est composée d'une infinité de longueur d'onde.

2. Interprétation des résultats

Newton interprète ces résultats de la façon suivante: la lumière blanche est constituée de rayons associés à des **couleurs différentes**, et correspondants aussi à **des indices de réfraction différents**. Les couleurs sont donc, selon ce point de vue, une propriété physique de la lumière. Le fait que l'indice de réfraction soit différent pour des lumières différentes est aujourd'hui appelé "**dispersion**".

La découverte du phénomène de dispersion permit à Newton de fournir la première explication scientifique au phénomène d'arc-en-ciel, il s'agit du même phénomène que dans l'expérience précédente, le prisme étant remplacé par des gouttes d'eau.

Une grandeur physique pour caractériser une radiation colorée : La longueur d'onde

Une lumière monochromatique est appelée radiation chromatique.

A toute radiation monochromatique est associée une longueur d'onde dans le vide notée λ . Elle s'exprime en mettre, ou plus généralement en nanomètre (nm) ou micromètre (μm).

Pourquoi le prisme décompose-t-il la lumière blanche ?

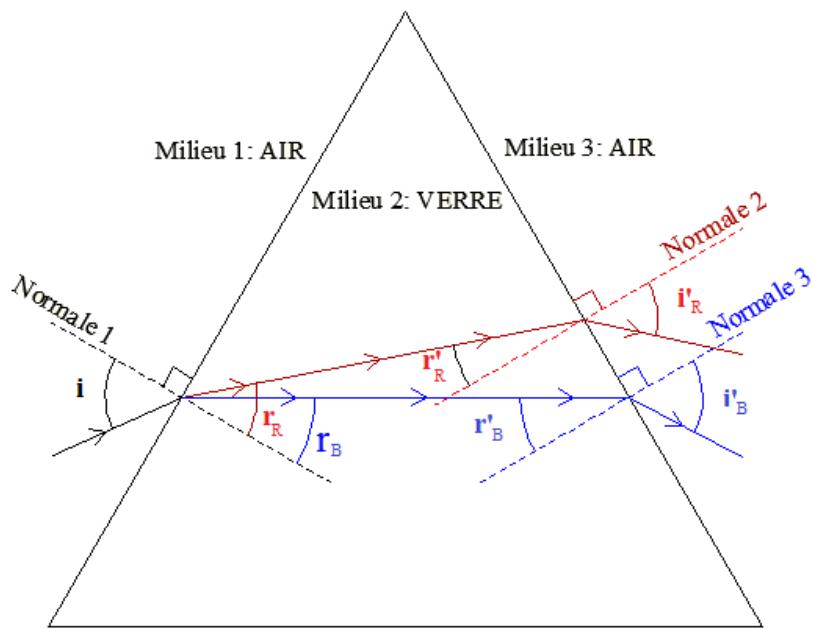
On a vu que les différentes radiations qui composent la lumière blanche ne sont pas déviées de la même façon (le bleu est plus dévié que le rouge).

3. Etude de la réfraction sur le dioptre Air / Verre : Expérience

Un faisceau de lumière blanche (qui n'est donc pas un laser) traverse un prisme en verre.

Milieu 1 : $n_{air} = 1$

Milieu 2 : $n_{verre} = n$



i : angle d'incidence

r_R : angle de réfraction du faisceau rouge (du dioptre AIR / VERRE)

r_B : angle de réfraction du faisceau bleu (du dioptre AIR / VERRE)

r'_R : angle d'incidence du faisceau rouge

r'_B : angle d'incidence du faisceau bleu

i'_R : angle de réfraction du faisceau rouge (du dioptre VERRE / AIR)

i'_B : angle de réfraction du faisceau bleu (du dioptre VERRE / AIR)

D'après la loi de Snell-Descartes, pour la réfraction :

- pour la radiation rouge, on peut dire que : $\sin i = n \sin r_R$
- pour la radiation bleue : $\sin i = n \sin r_B$

On retrouve donc : $n \sin r_R = n \sin r_B$

Donc : $r_R = r_B$!!!!!?

L'expérience montre que $r_R \neq r_B$ pour le même angle d'incidence i . Alors, l'indice de réfraction du verre est donc **différent** pour ces deux radiations.

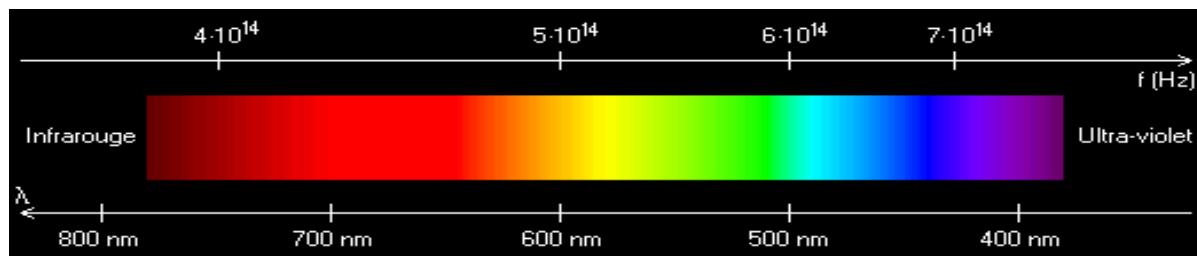
On notera donc :

$$n_R \sin r_R = n_B \sin r_B$$

E. Différents domaines de longueurs d'onde

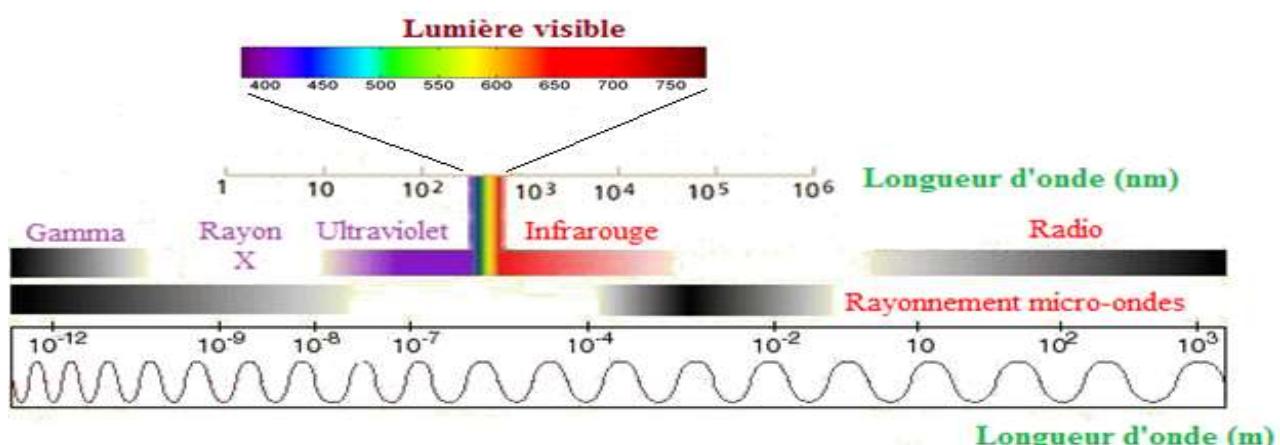
1. Domaine du visible

Le spectre de la lumière blanche contient toutes les radiations auxquelles l'œil humain est sensible, c'est-à-dire les radiations dont la longueur d'onde λ est comprise entre 380 et 780 nm. (la sensibilité de l'œil varie selon les individus)



2. Autres radiations

Le spectre de la lumière se prolonge au-delà du rouge et du violet. En effet, la lumière blanche contient des radiations invisibles à l'œil humain.



3. Propriétés

a) Propriété 1

L'indice de réfraction d'un milieu transparent dépend de la longueur d'onde de la radiation qui se propage. En effet, l'indice diminue lorsque la longueur d'onde augmente.

Ces valeurs sont des valeurs moyennes car l'indice d'un milieu varie avec la longueur d'onde λ de la lumière selon la formule approchée de **Cauchy** :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

où A et B sont des constantes caractéristiques du milieu considéré.

La loi de Cauchy est une relation empirique, c'est une approximation valable pour les milieux transparents dans le visible et dans l'ultraviolet.

Exemple

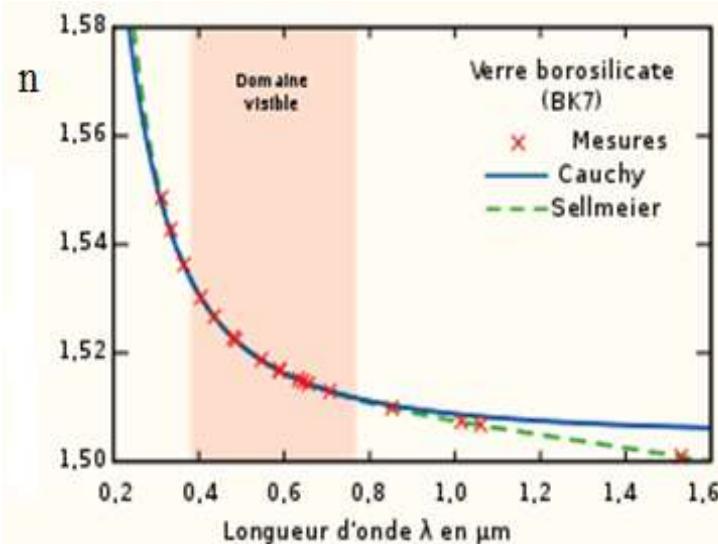


Illustration de la loi de Cauchy sur l'exemple d'un verre borosilicate. Les points indiquent les valeurs expérimentales, la ligne bleue indique la loi de Cauchy qui permet de reproduire convenablement les données expérimentales dans le visible. L'équation de Sellmeier, en pointillés verts, fournit une bonne description jusque dans l'infrarouge.

b) Propriété 2

On appelle milieu dispersif, un milieu transparent dont l'indice de réfraction dépend de la longueur d'onde.

Remarque

Il faut remarquer qu'à l'exception du vide, les *indices sont légèrement plus élevés* pour de la lumière bleue que pour de la lumière rouge. Tous les milieux sont donc plus réfringents pour de la lumière bleue que pour de la lumière rouge.

II. STIGMATISME – OBJETS – IMAGES

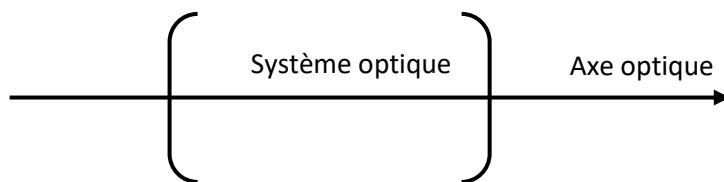
A. Définition

1. Système optique

Ensemble de milieux transparents, homogènes et isotropes disposés les uns à la suite des autres et séparés par des surfaces.

2. Système centré

Système optique constitué par des milieux séparés des surfaces ayant la symétrie de révolution autour du même axe (axe de révolution ou axe optique).



3. Système dioptrique

Si tous les milieux sont transparents, il y a réfraction à chaque surface de séparation.

4. Système catadioptrique

Si le système comporte à la fois des surfaces réfractantes et des surfaces réfléchissantes.

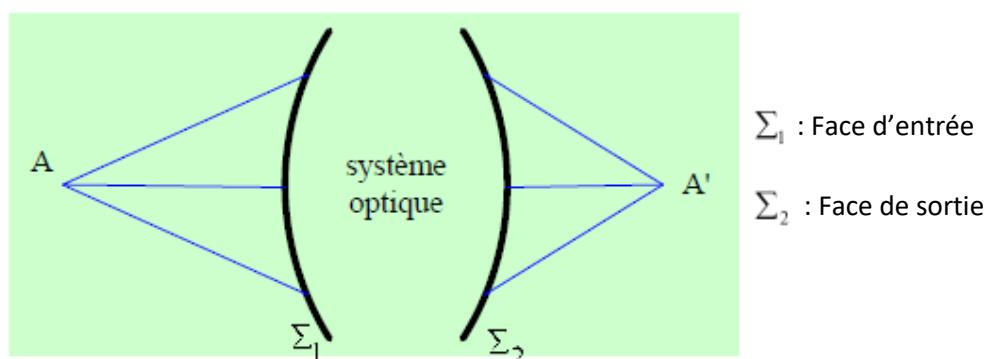
5. Système catoptrique

Le système comporte seulement des surfaces réfléchissantes.

B. Objet et image

1. Deux points conjugués

Un système optique donne d'un point objet A un point image A'



La forme du faisceau émergent dépend de la nature du système et de la position du point A.

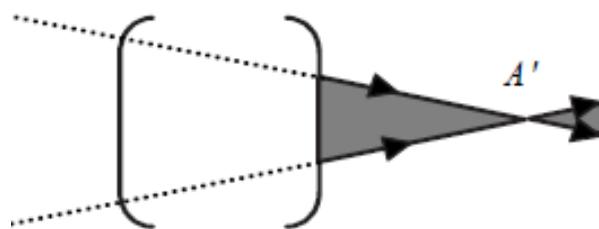
Si le faisceau émergent est un faisceau conique passant par un point A', on dit que le système optique est **stigmatique** : on dit encore que les points A et A' sont **conjugués**.

Deux cas sont à distinguer :

2. Le faisceau émergent est convergent

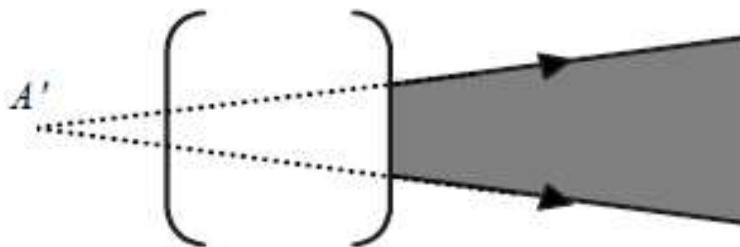
Les rayons que le constituent passent par A' qui est situé après la face de sortie du système.

On dit que l'image est **réelle** et on peut la recueillir sur un écran.



3. Le faisceau émergent est divergent

Le point A' est alors situé sur le prolongement des rayons émergents avant la face de sortie du système. On ne peut pas recueillir cette image sur un écran. On dit qu'elle est **virtuelle**.



4. Différents espaces

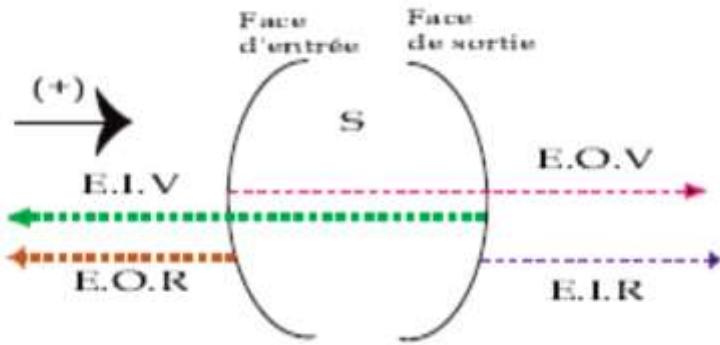
a) Système dioptrique

Pour un système dioptrique la face d'entrée sépare l'espace en deux parties :

- l'**espace objet réel** situé avant la face d'entrée.
- l'**espace objet virtuel** situé après la face d'entrée.

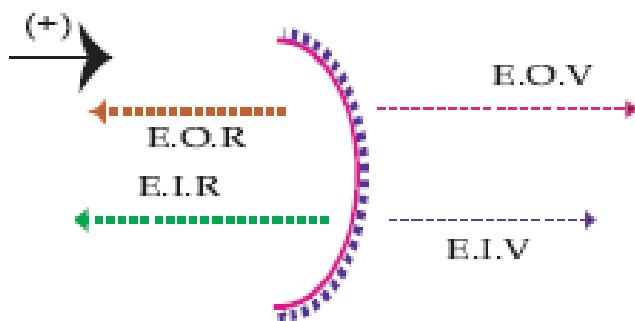
De même, la face de sortie sépare l'espace en deux parties :

- l'**espace image virtuelle** situé avant la face de sortie.
- l'**espace image réelle** situé après la face de sortie



b) Système catoptrique

- L'espace **objet réel** situé **avant** la surface réfléchissante.
- L'espace **objet virtuel** situé **après** la surface réfléchissante.
- L'espace **image réelle** situé **avant** la surface réfléchissante.
- L'espace **image virtuelle** situé **après** la surface réfléchissante.



C. Notion de stigmatisme et aplanétisme

On rappelle qu'un système optique est stigmatique pour deux points A et A' si tout rayon lumineux passant par A passe par A' après avoir traversé le système optique.

On distingue:

1. Stigmatisme rigoureux

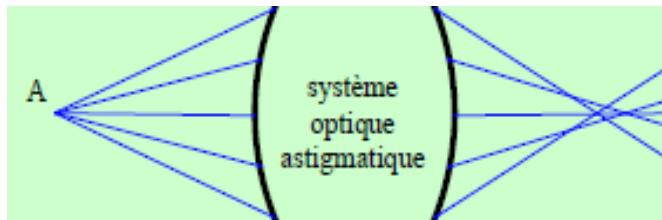
Tous les rayons incidents de A passent par A' (image d'un point est un point)



Exemple : Miroir plan

2. Astigmatisme

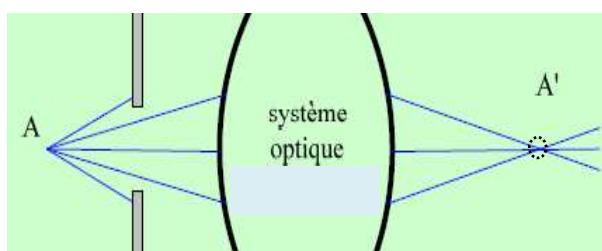
Il y a un ensemble d'images : l'image est floue.



Pour corriger ce défaut, il faut se placer dans les conditions de Gauss.

3. Stigmatisme approché

Tous les rayons incidents de A passent au voisinage de A' (image d'un point est une tache centré en A')



4. Conditions de Gauss

- *Les objets sont de faible étendu, situés au voisinage de l'axe optique.*
- *Les rayons lumineux incidents font des angles faibles avec l'axe optique (rayons paraxiaux).*

Dans ces conditions, l'image d'un objet plan perpendiculaire à l'axe optique est plane et perpendiculaire à l'axe optique (aplanétisme).

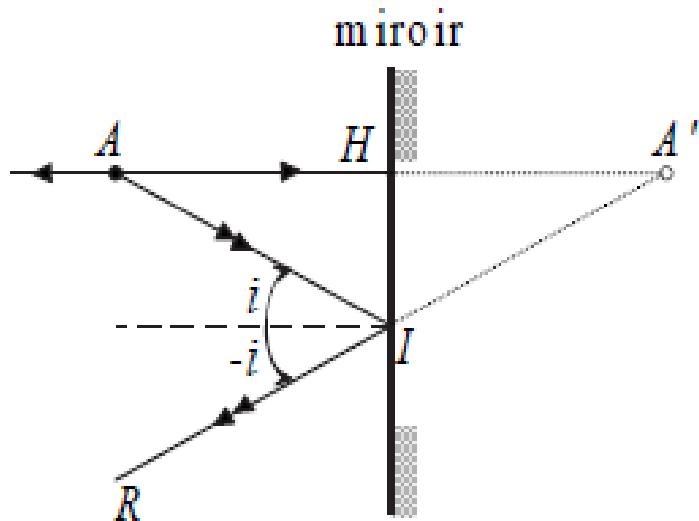
On dit que le système optique est aplanétique.

D. Etude de quelques systèmes optiques

1. Miroir plan

a) Construction géométrique

Un miroir plan est une surface plane parfaitement réfléchissante.

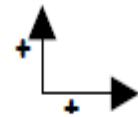


- Le rayon AH émis sous incidence normale est réfléchi par le miroir et repart avec un angle de réflexion nul en repassant par A .
- Le rayon AI faisant un angle i quelconque avec la normale est réfléchi avec un angle $-i$.
- Les deux rayons réfléchis semblent provenir d'un point A' (image de A) situé au point d'intersection de leurs prolongements.

Remarque

- ✚ A' : image virtuelle car elle est construite par le prolongement des rayons réfléchis. (on ne peut pas l'observer directement sur un écran)
- ✚ En optique géométrique, la mesure des distances est algébrisée. Le long de l'axe optique, on choisit comme sens positif le sens de propagation de la lumière (en général de la gauche vers la droite). Perpendiculairement à l'axe, les distances sont comptées positivement dans le sens de la verticale ascendante.

Sens (+) : Sens de propagation de la lumière.



Sens (+) pour les angles : sens trigonométrique



b) Relation de conjugaison

*Il existe une relation entre les positions d'un objet A et de son image A' appelée **relation de conjugaison**.*

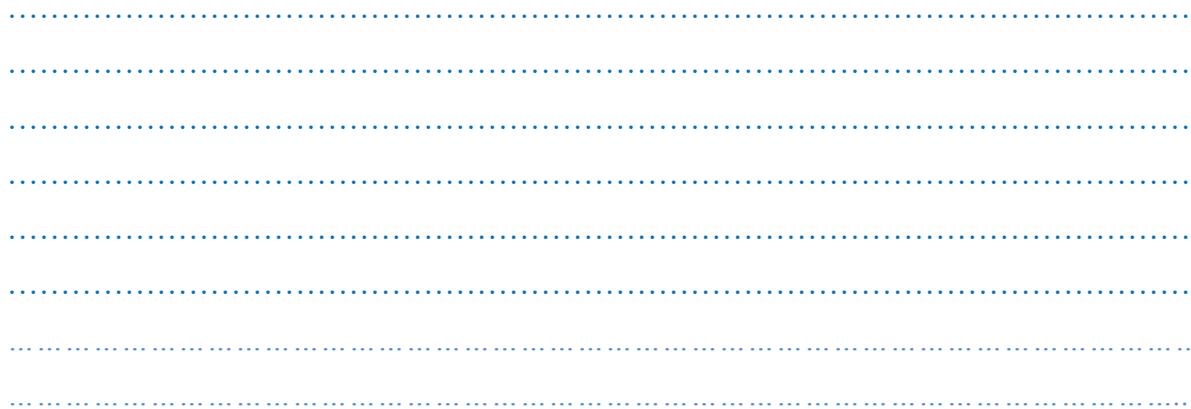
Les triangles AHI et $A'HI$ sont identiques, donc :

$$\overline{AH} = \overline{H\bar{A}}$$

C'est la relation de conjugaison d'un miroir plan.

Cas d'un objet AB

Figure



AB : Objet réel

$A'B'$: Image virtuelle

AB a pour image $A'B'$, le grandissement (transversal) γ est le rapport **algébrique** de la taille de l'image à celle de l'objet.

Pour un miroir plan : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 1$

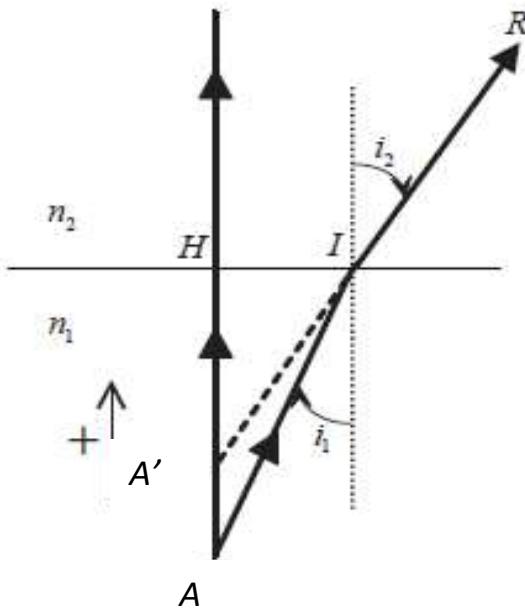
Remarque

- Un miroir plan est rigoureusement stigmatique.
- Dans un miroir plan, l'image et l'objet sont toujours de nature opposée : l'un est réel, l'autre est virtuel.
- L'image et l'objet sont symétriques par rapport au plan du miroir.

2. Dioptre plan

On appelle dioptre plan toute surface plane séparant deux milieux transparents d'indices différents.

a) Construction géométrique



A : objet réel situé dans le milieu 1.

A' : l'image de A se trouve à l'intersection de deux rayons réfractés quelconques.

Un rayon normal au dioptre n'est pas dévié, A' est donc sur la normale AH au dioptre, il est aussi sur le prolongement (partie virtuelle) du rayon réfracté IR.

b) Relation de conjugaison

Dans les triangles rectangles AHI et A'HI, on peut écrire :

$$\tan i_1 = \frac{\overline{HI}}{\overline{HA}} \Rightarrow \overline{HI} = \overline{HA} \cdot \tan i_1$$

$$\tan i_2 = \frac{\overline{HI}}{\overline{HA'}} \Rightarrow \overline{HI} = \overline{HA'} \cdot \tan i_2$$

Donc :

$$\overline{HA} \cdot \tan i_1 = \overline{HA'} \cdot \tan i_2$$

$$\Rightarrow \frac{\overline{HA}}{\cos i_1} \cdot \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{\overline{HA'}}{\cos i_2}$$

Dans l'approximation de Gauss, les angles i_1 et i_2 sont très petits, on a alors :

$$\cos i_1 \approx \cos i_2 \approx 1$$

$$\text{D'où : } \overline{HA} \cdot \sin i_1 = \overline{HA'} \cdot \sin i_2$$

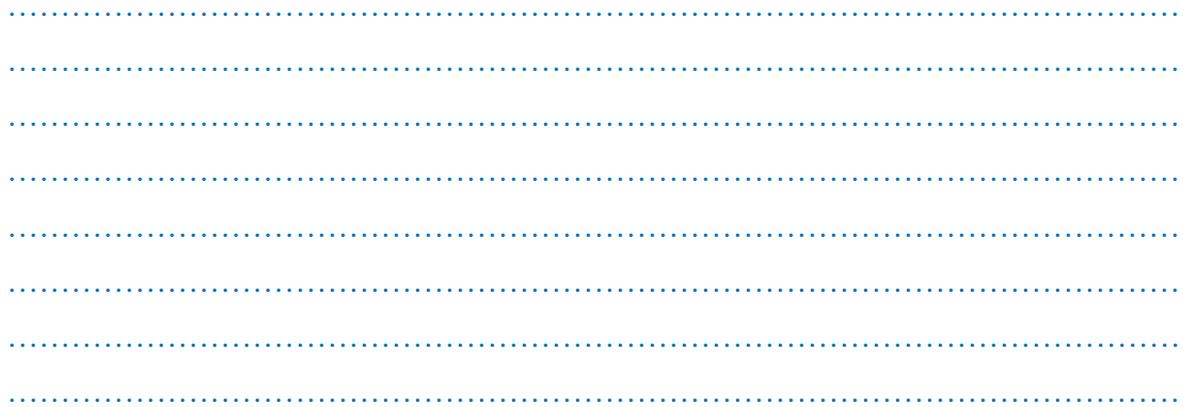
La relation de Descartes donne :

$$\frac{\overline{HA'}}{\overline{HA}} = \frac{n_2}{n_1}$$

C'est la relation de conjugaison pour un dioptre plan dans les conditions de Gauss.

Cas d'un objet AB

Figure



AB : Objet réel.

A'B' : Image virtuelle.

$$\text{Le grossissement : } \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

De la figure :

* l'objet et l'image ont la même taille.

* $\overline{AB} > 0$ et $\overline{A'B'} > 0$.

$$\text{Donc : } \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 1$$

En effet :

$$\begin{aligned} \tan i &= \frac{\overline{AB}}{\overline{HA}} \text{ et } \tan r = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{HA'}} \\ \Rightarrow \gamma &= \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{HA'} \tan r}{\overline{HA} \tan i} = \frac{\overline{HA'} \sin r}{\overline{HA} \sin i} \end{aligned}$$

$$\text{et on a : } \frac{\overline{HA'}}{\overline{HA}} = \frac{n_2}{n_1}$$

et la loi de Descartes : $\frac{\sin r}{\sin i} = \frac{n_1}{n_2}$

$$\text{Donc : } \gamma = \frac{n_2}{n_1} \frac{n_1}{n_2} = 1 \Rightarrow \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 1$$

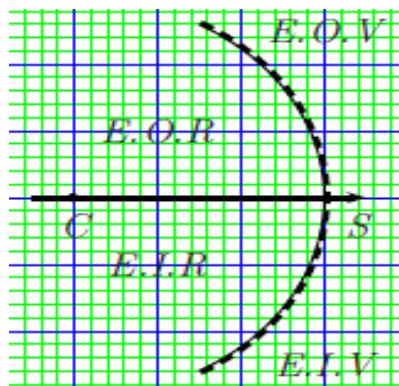
On voit donc que le dioptre plan donne d'un objet réel une image virtuelle, et d'un objet virtuel une image réelle (principe du retour inverse).

3. Miroir sphérique dans les conditions de Gauss

Un miroir sphérique est une portion de sphère parfaitement réfléchissante sur l'une de ces faces, il est défini par son centre et son rayon. On distingue :

a) Miroir concave

La surface réfléchissante est tournée vers l'intérieur.



Miroir concave : $\overline{CS} > 0$

C : le centre

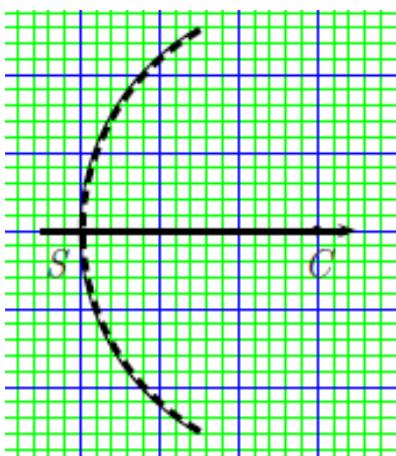
R=SC : le rayon

S : le sommet du miroir

Propagation de C vers S.

b) Miroir convexe

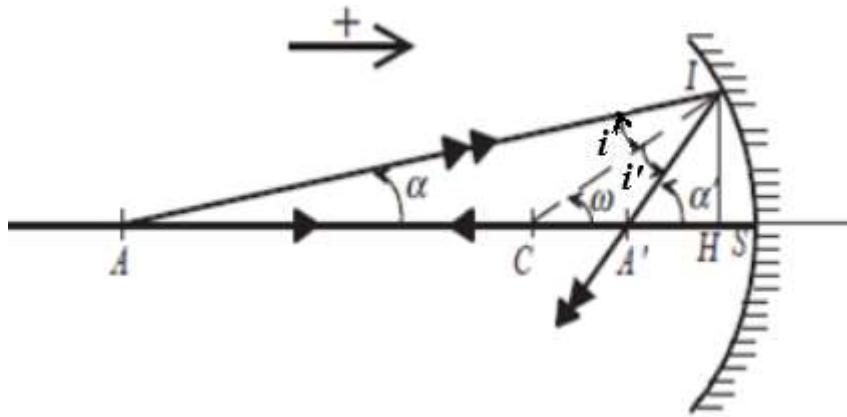
La surface réfléchissante est tournée vers l'extérieur.



Miroir convexe : $\overline{CS} < 0$

Propagation de S vers C.

c) Relation de conjugaison



A : objet sur l'axe optique.

A' : l'image de A.

* Le rayon confondu avec l'axe optique se réfléchit sur lui-même.

* Le rayon incident AI sous un angle d'incidence i , se réfléchit avec un angle de réflexion $i' = -i$.

* A' se trouve au point d'intersection du rayon réfléchi et de l'axe.

Dans les conditions de Gauss, les points H et S sont pratiquement confondus ($H \equiv S$), et les angles α , α' et ω sont petits.

$$\tan \alpha = \alpha = \frac{\overline{IH}}{\overline{HA}}; \tan \alpha' = \alpha' = \frac{\overline{IH}}{\overline{HA}}; \tan \omega = \omega = \frac{\overline{IH}}{\overline{HC}}$$

et on a $H \equiv S$, donc :

$$\alpha = \frac{\overline{IS}}{\overline{SA}}; \quad \alpha' = \frac{\overline{IS}}{\overline{SA'}}; \quad \omega = \frac{\overline{IS}}{\overline{SC}} \quad (1)$$

De plus, dans les triangles AIC et $A'IC$ la somme des angles intérieurs doit être égale à π , soit :

$$*AIC : \alpha + (-i) + (\pi - \omega) = \pi \Rightarrow i = \alpha - \omega$$

$$*A'IC : \omega + i' + (\pi - \alpha') = \pi \Rightarrow i' = \alpha' - \omega$$

$$\text{et } i = -i' \Rightarrow \alpha - \omega = -\alpha' + \omega \Rightarrow \alpha + \alpha' = 2\omega \quad (2)$$

En combinant les relations (1) et (2), on obtient la relation de [conjugaison du miroir sphérique avec origine au sommet S](#) :

$$\frac{\overline{IS}}{\overline{SA}} + \frac{\overline{IS}}{\overline{SA'}} = 2 \frac{\overline{IS}}{\overline{SC}} \Rightarrow \frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

Remarque

Relation de conjugaison du miroir sphérique avec origine au centre C :

$$\frac{1}{CA} + \frac{1}{CA'} = \frac{2}{CS}$$

Noté Bien :

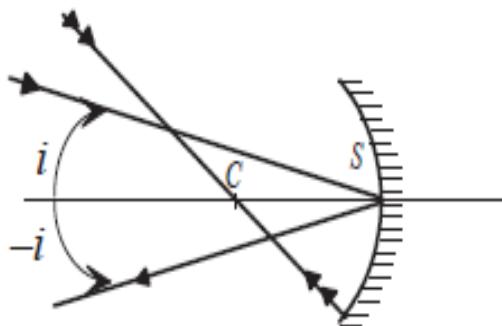
Les deux relations sont valables pour les miroirs concaves et convexes, quelle que soit la nature de l'objet et de l'image.

d) Propriété du centre C du miroir

Tout rayon incident passant par le centre optique C d'un miroir sphérique revient sur lui-même après réflexion.

e) Propriété du sommet S du miroir

Tout rayon incident en S sur le miroir est réfléchi symétriquement par rapport à l'axe optique.



Propriétés du centre et du sommet d'un miroir sphérique

f) Distance focale et point focal

(1) Foyer principal image F'

Le foyer principal image F' est le point de l'axe principal où se forme l'image d'un point objet situé à l'infini sur l'axe principal.

$$A(\text{objet à } \infty) \rightarrow A' \equiv F'(\text{image})$$

$$\Rightarrow \overline{SA} \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{1}{\overline{SA}} \rightarrow 0 \text{ et } \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{1}{\overline{SF'}}$$

$$\text{donc : } 0 + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}} \Rightarrow \overline{SF}' = \frac{\overline{SC}}{2} = f'$$

où f' est la distance focale image

(2) Foyer principal objet F

Le foyer principal objet F est le point de l'axe optique dont l'image est à l'infini sur l'axe.

$$A'(\text{image}) \rightarrow \infty \Rightarrow A(\text{objet}) \equiv F$$

$$\frac{1}{\overline{SA}'} \rightarrow 0 \quad \text{et} \quad \overline{SA} = \overline{SF}$$

$$\frac{1}{\overline{SF}} + 0 = \frac{2}{\overline{SC}} \Rightarrow \overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2} = f$$

où f est la distance focale objet

Pour un miroir sphérique : $\overline{SF} = \overline{SF}' = \frac{\overline{SC}}{2} = f = f'$ foyer objet et image sont confondus

au point F milieu de \overline{SC} .

$$\text{Donc : } \frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA}'} = \frac{2}{\overline{SC}} = \frac{1}{f} = \frac{1}{f},$$

Les propriétés du foyer sont les suivantes :

- Tout rayon incident parallèle à l'axe optique d'un miroir sphérique est réfléchi en passant par le foyer.
- Tout rayon incident passant par le foyer se réfléchit parallèlement à l'axe optique du miroir.

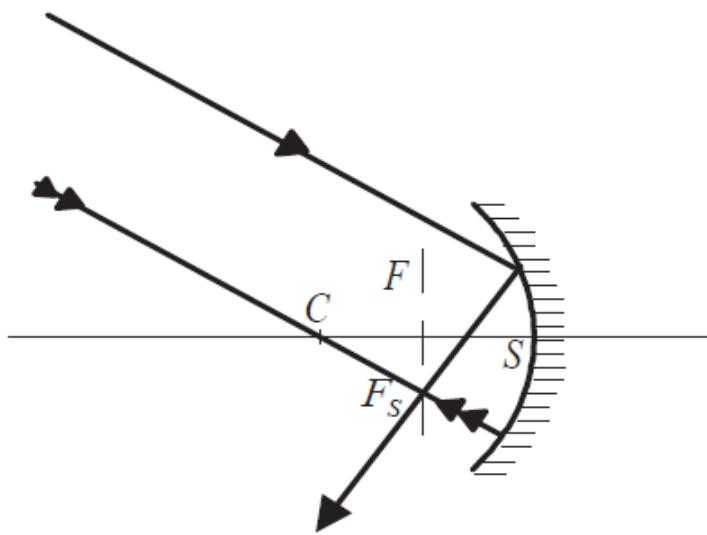
(3) Plan focal

Le plan focal d'un miroir sphérique est le plan passant par F et perpendiculaire à l'axe optique.

Propriété :

Tout point F_S du plan focal est l'image d'un point situé à l'infini dans la direction $F_S C$. Et réciproquement, tout point F_S du plan focal a son image rejetée à l'infini dans la direction $F_S C$.

F_S est appelé foyer secondaire. Pour un faisceau de rayon incident donné, il est obtenu par intersection du plan focal et du rayon passant par C et parallèle au rayon incident



Construction d'un rayon réfléchi : foyer secondaire.

g) Construction de l'image d'un objet

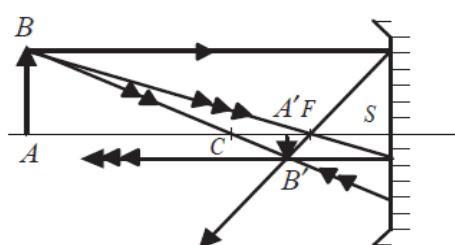
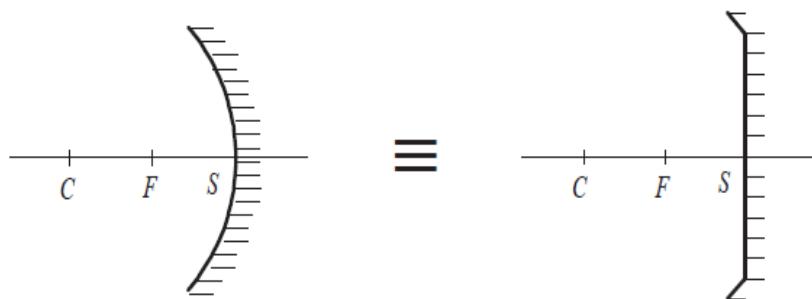
Pour construire l'image d'un objet AB plan et perpendiculaire à l'axe, il suffit de construire l'image B' du point B hors de l'axe. Le miroir sphérique étant aplanétique dans les conditions de Gauss, le point A' est obtenu par projection orthogonale de B' sur l'axe optique.

Pour construire B' , deux rayons suffisent. En effet, le miroir étant stigmatique, deux rayons issus de B se coupent après réflexion en B' . En pratique, on choisit ces deux rayons parmi les rayons particuliers suivants :

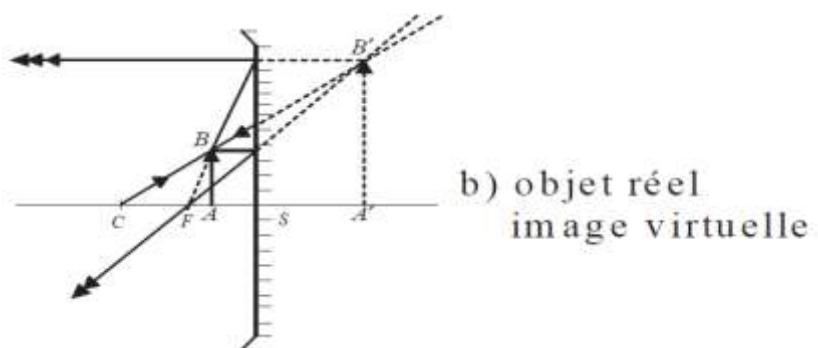
- Un rayon passant par C et se réfléchissant sur lui-même.
- Un rayon parallèle à l'axe optique et se réfléchissant en passant par F' (F).
- Un rayon passant par F et se réfléchissant parallèle à l'axe.

Dans les conditions de Gauss

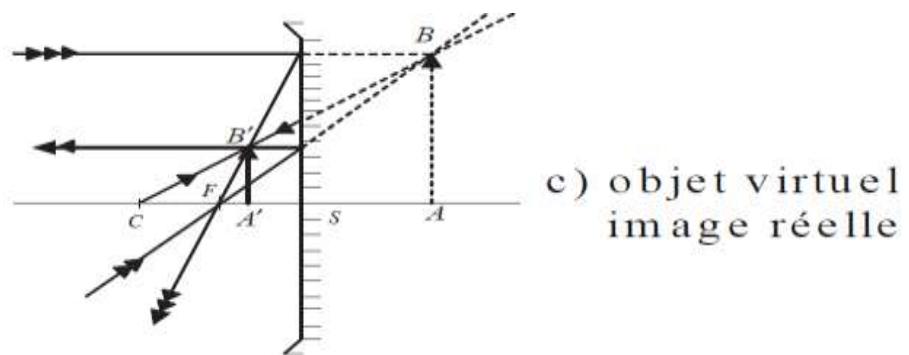
(1) Pour un miroir concave



a) objet réel
image réelle



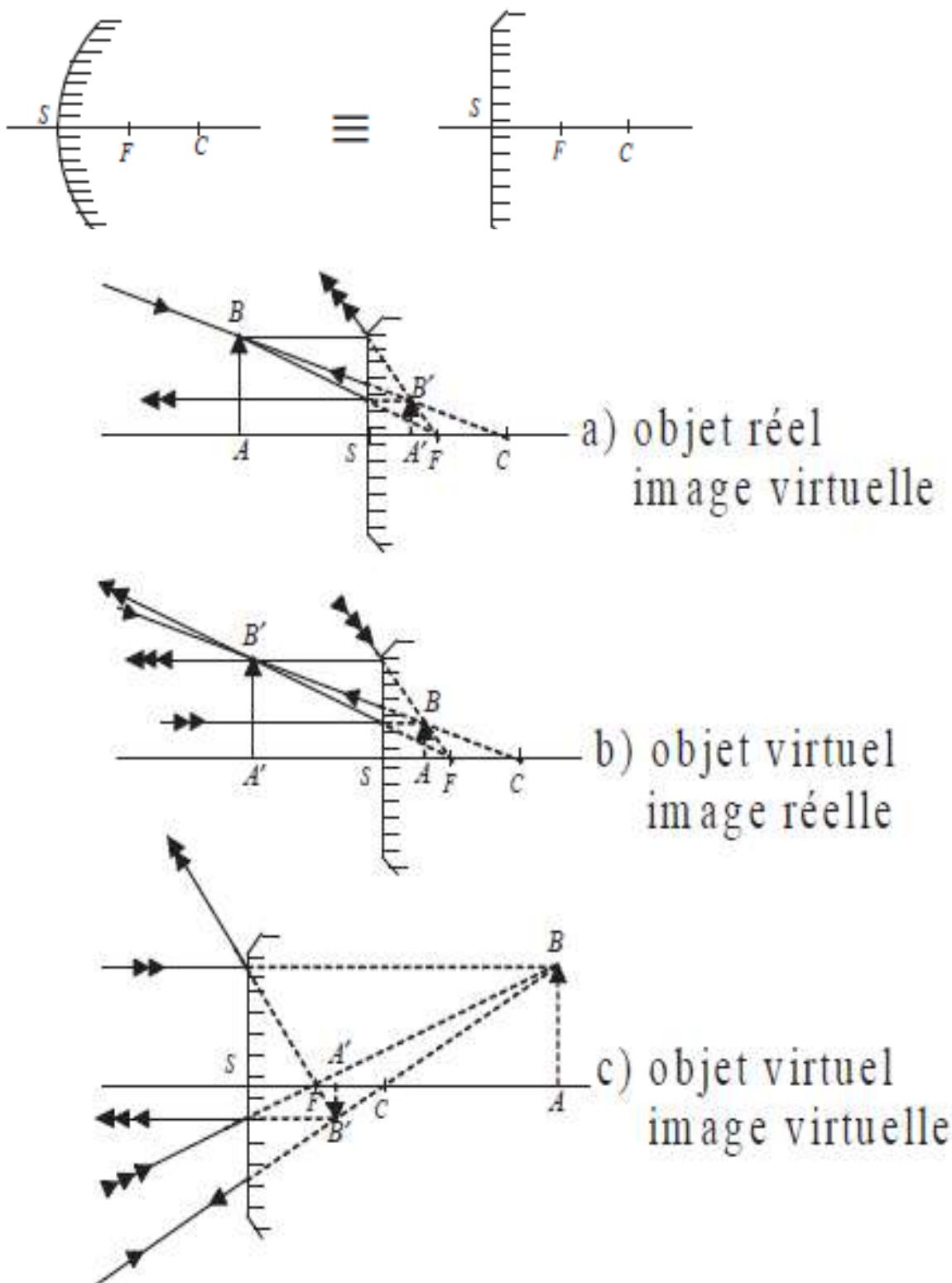
b) objet réel
image virtuelle



c) objet virtuel
image réelle

Construction d'images pour un miroir concave

(2) Pour un miroir convexe



Construction d'images pour un miroir convexe

Grandissement transversal : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$

Origine au sommet : $\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$

Origine au centre : $\gamma = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$

Si $\gamma > 0$, l'image est de même sens que l'objet (image droite)

Si $\gamma < 0$, l'image est renversée.

Si $|\gamma| < 1$, l'image est plus petite que l'objet.

Si $|\gamma| > 1$, l'image est plus grande que l'objet.

Remarque

* Relation de conjugaison avec origine au foyer dite formule de Newton :

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = f^2$$

* Grandissement avec origine au foyer :

$$\gamma = -\frac{f}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{FA'}}{f}$$

* la vergence d'un miroir sphérique est donnée par :

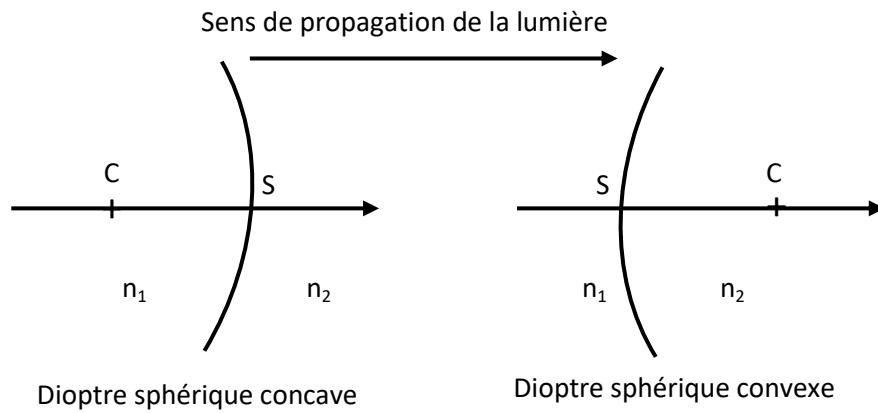
$$v = \frac{1}{f} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

f s'exprime en m, et V en dioptries (δ) avec $1\delta = 1m^{-1}$

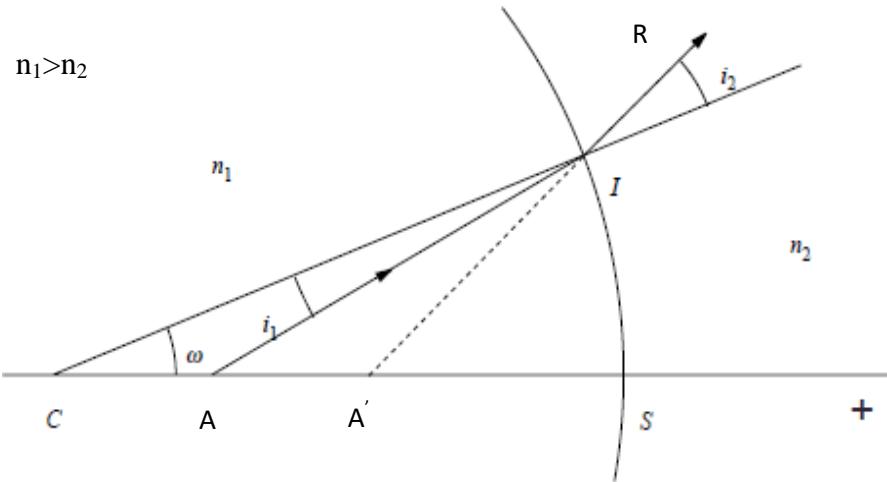
* Un miroir est dit convergent (respectivement divergent) si sa distance focale (et donc sa vergence) est négative (respectivement positive). Un miroir concave est donc convergent ($\overline{SC} < 0$) et un miroir convexe divergent ($\overline{SC} > 0$).

4. Dioptre sphérique dans les conditions de Gauss

Ensemble de deux milieux transparents homogènes, isotropes, d'indices de réfraction différents séparés par une calotte sphérique de centre C et de sommet S, l'axe principal du dioptre passant par les points C et S.



a) Relation de conjugaison



Le rayon réfracté IR coupe l'axe principal en A'.

A objet réel et A' image virtuelle.

La relation des sinus permet d'écrire :

Dans le triangle AIC : $\frac{CA}{\sin i} = \frac{IA}{\sin w}$

Dans le triangle A'IC :

$$\frac{CA'}{\sin i_2} = \frac{IA'}{\sin w}$$

$$\text{d'où la relation : } \frac{1}{\sin w} = \frac{CA}{IA \sin i_1} = \frac{CA'}{IA' \sin i_2}$$

$$\Rightarrow \frac{n_1}{n_1} \frac{CA}{IA \sin i_1} = \frac{n_2}{n_2} \frac{CA'}{IA' \sin i_2}$$

avec $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

soit finalement : $n_1 \frac{CA}{IA} = n_2 \frac{CA'}{IA'}$

Dans l'approximation de Gauss, le point I est toujours voisin de S, on peut donc admettre que $IA=SA$ et $IA'=SA'$. Donc :

$$n_1 \frac{CA}{SA} = n_2 \frac{CA'}{SA'}$$

Les points A , A' , S et C sont maintenant alignés, sur l'axe principal du dioptrre que nous avons orienté. On peut alors se convaincre que la relation $n_1 \frac{CA}{SA} = n_2 \frac{CA'}{SA'}$ est aussi vraie pour les valeurs algébriques \overline{CA} , $\overline{CA'}$, \overline{SA} et $\overline{SA'}$ mesurées sur l'axe principal orienté. Soit :

$$n_1 \frac{\overline{CA}}{\overline{SA}} = n_2 \frac{\overline{CA'}}{\overline{SA'}}$$

en posant :

$$\overline{CA} = \overline{CS} + \overline{SA} \quad \text{et} \quad \overline{CA'} = \overline{CS} + \overline{SA'}$$

On obtient finalement la relation de conjugaison des dioptres sphériques avec origine au sommet :

$$\frac{n_2}{SA} - \frac{n_1}{SA} = \frac{n_1 - n_2}{CS} \rightarrow \frac{n_2}{SA'} - \frac{n_1}{SA} = \frac{n_2 - n_1}{SC}$$

Remarque: relation de conjugaison du dioptrre sphérique avec origine au centre C :

$$\frac{n_1}{CA'} - \frac{n_2}{CA} = \frac{n_1 - n_2}{CS}$$

b) Distance focale et point focal

(1) Foyer principal image F'

$$A(\text{objet}) \rightarrow \infty \Rightarrow A'(\text{image}) \equiv F'$$

donc : $\overline{SA} \rightarrow \infty$ et $\overline{SA'} = \overline{SF'} = f'$

la relation $\frac{n_2}{\overline{SA}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$ devient :

$$\frac{n_2}{\overline{SA}} - 0 = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} = \frac{n_2}{\overline{SF}}$$

la distance focale image est donnée par :

$$f' = \overline{SF} = \frac{n_2}{n_2 - n_1} \overline{SC}$$

(2) Foyer principal objet F

$$A'(image) \rightarrow \infty \Rightarrow A(objet) \equiv F$$

donc : $\overline{SA}' \rightarrow \infty$ et $\overline{SA} = \overline{SF} = f$

$$\text{soit : } 0 - \frac{n_1}{\overline{SF}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$$

la distance focale image est donnée par :

$$f = \overline{SF} = \frac{n_1}{n_1 - n_2} \overline{SC}$$

Remarque

$$\text{On a : } f' = \overline{SF} = \frac{n_2}{n_2 - n_1} \overline{SC} \text{ et } f = \overline{SF} = \frac{n_1}{n_1 - n_2} \overline{SC}$$

$$\Rightarrow \frac{f'}{f} = -\frac{n_1}{n_2} : \text{les foyers sont de signes contraires.}$$

$$\text{Grandissement transversal : } \gamma = \frac{\overline{AB}'}{\overline{AB}}$$

$$\text{Origine au sommet : } \gamma = \frac{n_1}{n_2} \frac{\overline{SA}'}{\overline{SA}}$$

$$\text{Origine au centre : } \gamma = \frac{\overline{CA}'}{\overline{CA}}$$

Remarque

* Relation de conjugaison avec origine au foyer (formule de Newton) :

$$\frac{1}{FA} \cdot \frac{1}{F'A'} = f \cdot f' = \frac{1}{FS} \cdot \frac{1}{F'S'} = \frac{n_2}{SF} \cdot \frac{n_1}{SF'}$$

* Grandissement avec origine au foyer :

$$\gamma = -\frac{f'}{FA} = -\frac{F'A'}{f}$$

* la vergence d'un dioptre sphérique est donnée par :

$$v = \frac{n_2}{SF'} = -\frac{n_1}{SF}$$

$$* v = \frac{n_2 - n_1}{SC} \Rightarrow \frac{n_2}{SA'} - \frac{n_1}{SA} = v$$

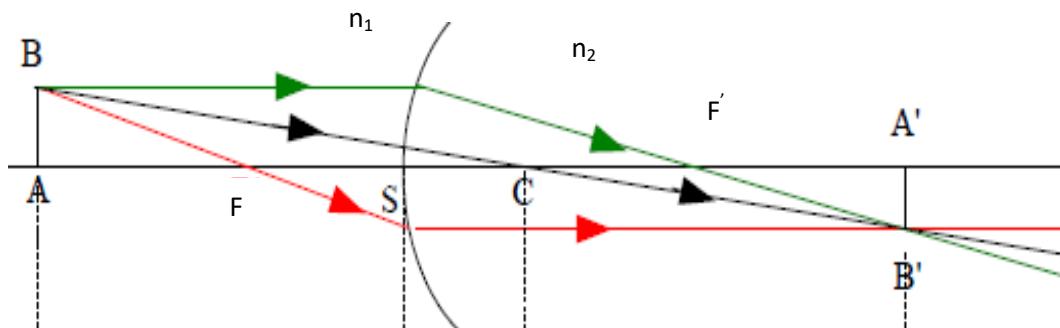
* si $v > 0 \Rightarrow f' > 0$ et $f < 0 \Rightarrow$ Dioptre convergent

Si $v < 0 \Rightarrow f' < 0$ et $f > 0 \Rightarrow$ Dioptre divergent

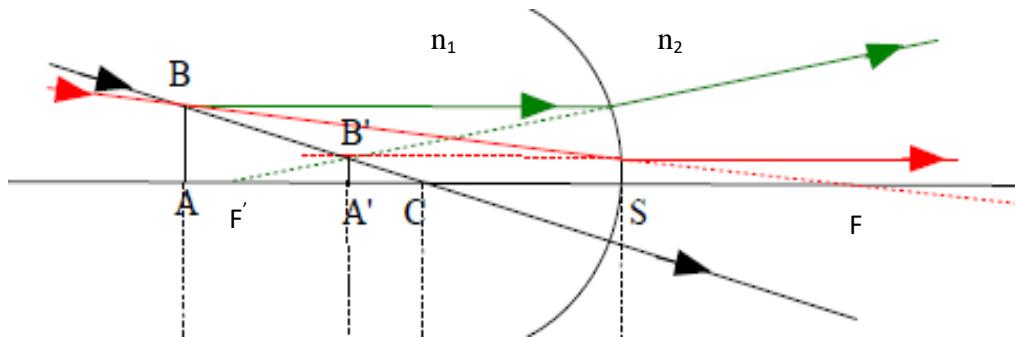
(3) Construction de l'image d'un objet

- le rayon qui passe par C traverse le dioptre sans subir de déviation.
- un rayon parallèle à l'axe optique passe par F' après la réfraction.
- le rayon qui passe par F se propage parallèlement à l'axe optique.

Exemple 1 : dioptre convexe



Exemple 2 : dioptre concave



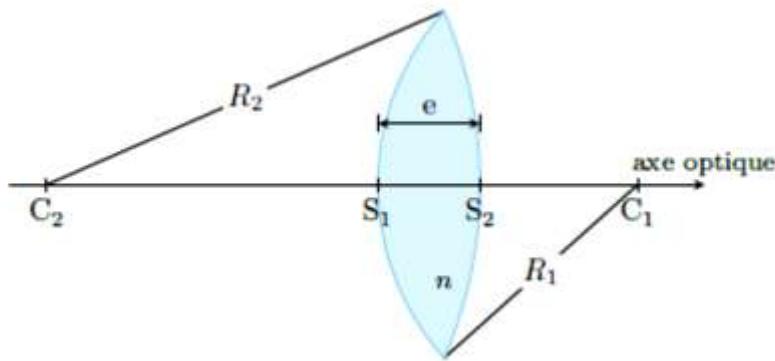
III. LENTILLES MINCES

A. Généralités

1. Définitions

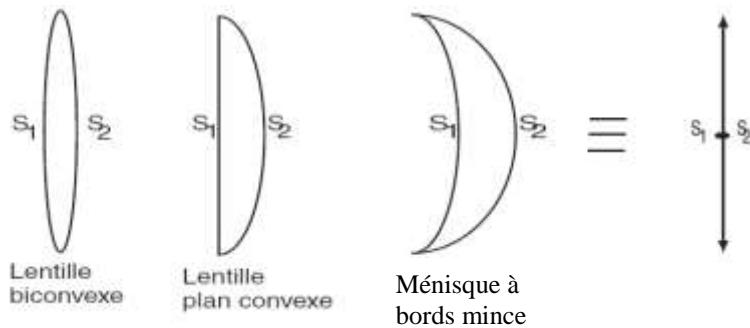
Une lentille est un système centré formé de deux dioptres dont l'un au moins est sphérique. Elles sont très utilisées en appareils photos, microscope, lunettes astronomiques, jumelles,....

Exemple d'une lentille

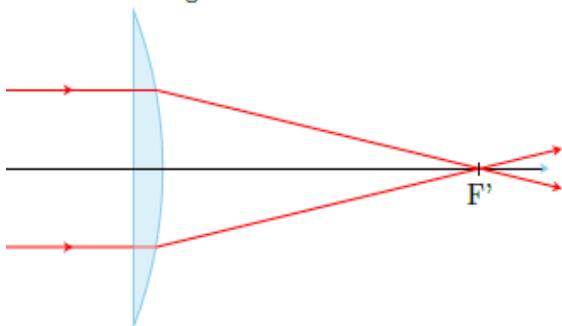


On distingue deux familles de lentilles :

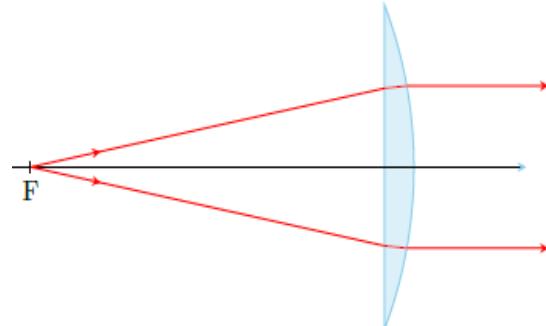
- ✓ Lentilles à bords minces : Lentilles Convergentes



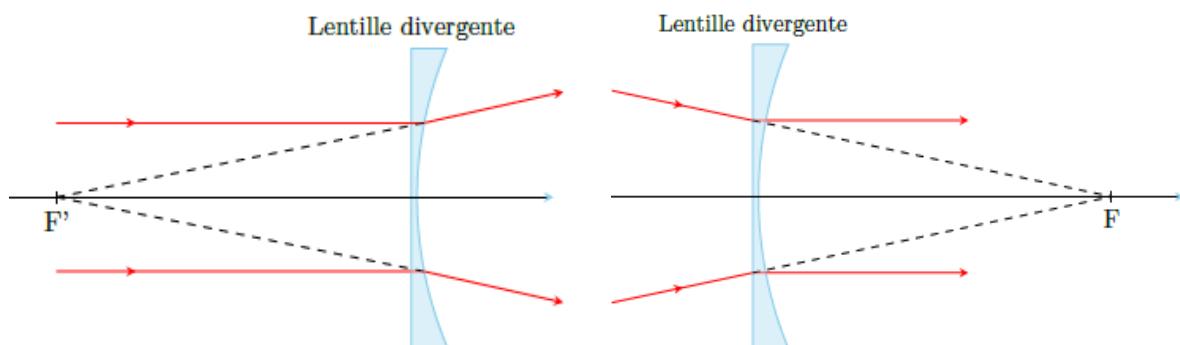
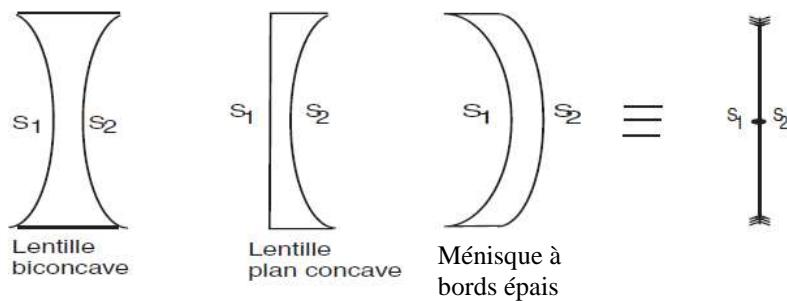
Lentille convergente



Lentille convergente



- ✓ Lentilles à bords épais : Lentilles divergentes



L'axe principal du système est la droite qui joint les centres des deux dioptres. Il est orienté dans le sens de la propagation de la lumière. Les rayons de courbure de la lentille sont les rayons des deux surfaces sphériques. Ils sont comptés algébriquement et définis à partir du sommet de chaque dioptre. Ils sont notés :

$$\overline{S_1C_1} = \overline{R_1} \quad \text{et} \quad \overline{S_2C_2} = \overline{R_2}$$

L'épaisseur de la lentille est définie par : $e = \overline{S_1S_2}$

On dit que la lentille est une **lentille mince** si e est négligeable devant $\overline{R_1}, \overline{R_2}$ et $|\overline{R_1} - \overline{R_2}|$.

Dans ces conditions les deux sommets S_1 et S_2 sont confondus en un point O appelé **centre optique**. Le plan passant par O et perpendiculaire à l'axe optique est le plan de la lentille.

Nous n'étudierons ici que les lentilles minces et nous supposerons qu'elles sont constituées d'un milieu transparent d'indice de réfraction n limité par deux surfaces sphériques et plongé dans l'air d'indice de réfraction égal à 1.

2. Relation de conjugaison

Soit AB un objet plan peu étendu, perpendiculaire à l'axe optique de la lentille et tel que le point A soit sur l'axe. Le premier dioptre de sommet S_1 donne une image A_iB_i .

Dans les conditions de Gauss : $\frac{n}{S_1 A_i} - \frac{1}{S_1 A} = \frac{n-1}{S_1 C_1}$

et $\frac{\overline{A_i B_i}}{\overline{AB}} = \frac{1}{n} \frac{\overline{S_1 A_i}}{\overline{S_1 A}}$

Le seconde dioptre de sommet S_2 donne de $A_i B_i$ considéré comme un objet plongé dans le milieu d'indice n , une image $A' B'$ déterminée par les relations : $\frac{1}{S_2 A'} - \frac{n}{S_2 A_i} = \frac{1-n}{S_2 C_2}$

et $\frac{\overline{A' B'}}{\overline{A_i B_i}} = \frac{n}{1} \frac{\overline{S_2 A'}}{\overline{S_2 A_i}}$

Ajoutons membre à membre les deux relations de conjugaison :

$$\frac{n}{S_1 A_i} - \frac{1}{S_1 A} + \frac{1}{S_2 A'} - \frac{n}{S_2 A_i} = (n-1) \left(\frac{1}{S_1 C_1} - \frac{1}{S_2 C_2} \right)$$

La lentille est une lentille mince ce qui signifie que $S_1 \cong S_2 \cong O$. Dans ces conditions, la relation de conjugaison s'écrit :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = (n-1) \left(\frac{1}{\overline{OC_1}} - \frac{1}{\overline{OC_2}} \right)$$

Le grandissement de la lentille s'écrit alors :

$$\frac{\overline{A' B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A' B'}}{\overline{A_i B_i}} \frac{\overline{A_i B_i}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

3. Foyer et vergence d'une lentille

a) *Foyer objet*

$$A'(image) \rightarrow \infty \Rightarrow A(objet) \equiv F \Rightarrow \frac{1}{\overline{OF}} = -(n-1) \left(\frac{1}{\overline{OC_1}} - \frac{1}{\overline{OC_2}} \right) = \frac{1}{f}$$

F : foyer objet et $\overline{OF} = f$ distance focale objet.

b) *Foyer image*

$$A(objet \text{ à } \infty) \rightarrow A' \equiv F'(image) \Rightarrow \frac{1}{\overline{OF'}} = (n-1) \left(\frac{1}{\overline{OC_1}} - \frac{1}{\overline{OC_2}} \right) = \frac{1}{f'}$$

F' : foyer image et $\overline{OF}' = f'$ distance focale image.

Les distances focales ont la même valeur absolue (valeurs algébriques opposées : $f = -f'$).

Les foyers objet et image sont donc tous les deux réels ou tous les deux virtuels.

$$\text{La relation de conjugaison avec origine au centre : } \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}$$

Remarque

Relation de Newton : $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = f \cdot f' = -f'^2$

Grandissement : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{f}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}$

c) Vergence

On considérera que les lentilles sont plongées dans l'air d'indice $n' \approx 1$. On définit la vergence V d'une lentille par :

$$V = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{OC_1} - \frac{1}{OC_2}\right)$$

Il s'agit donc d'une quantité algébrique qui a la dimension de l'inverse d'une longueur. Dans le SI, on l'exprime en dioptrie (δ) : $1 \delta = 1 \text{ m}^{-1}$. Plus V est grand plus la lentille est convergente.

B. Construction de l'image d'un objet

1. Construction des rayons lumineux

Pour construire l'image d'un objet étendu on obéira à ces quelques principes :

- ⊕ On se placera dans l'approximation de Gauss : il y a donc stigmatisme approché et aplanétisme approché. Pour trouver l'image d'un point il suffit de considérer deux rayons issus de ce point; tous les autres issus du même point passeront par le point image. De plus, l'image d'un point sur l'axe optique étant sur l'axe optique, pour trouver l'image d'un objet droit vertical AB (A est sur l'axe optique et B est l'extrémité de l'objet) il suffit de trouver B' l'image de B; on sait alors que l'image est A'B' avec A' situé sur l'axe optique tel que A'B' est perpendiculaire à l'axe optique.
- ⊕ Avant toute chose il faut placer l'objet. Si l'objet AB est réel, il est forcément à gauche de la lentille et les rayons sont issus de chaque point de l'objet. Si l'objet est virtuel, il

se situe à droite de la lentille et les rayons "objets" se dirigent vers l'objet mais sont réfractés avant d'atteindre l'objet.

- Pour trouver l'image d'un point il faut choisir des rayons dont on connaît le comportement, Il existe trois rayons remarquables :

Rayon 1: Tout rayon incident passant par le centre optique O n'est pas dévié.

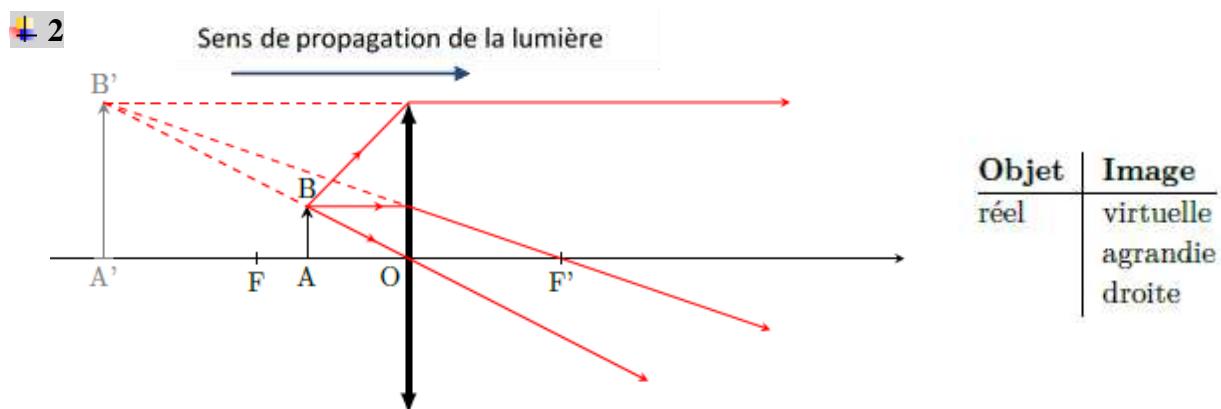
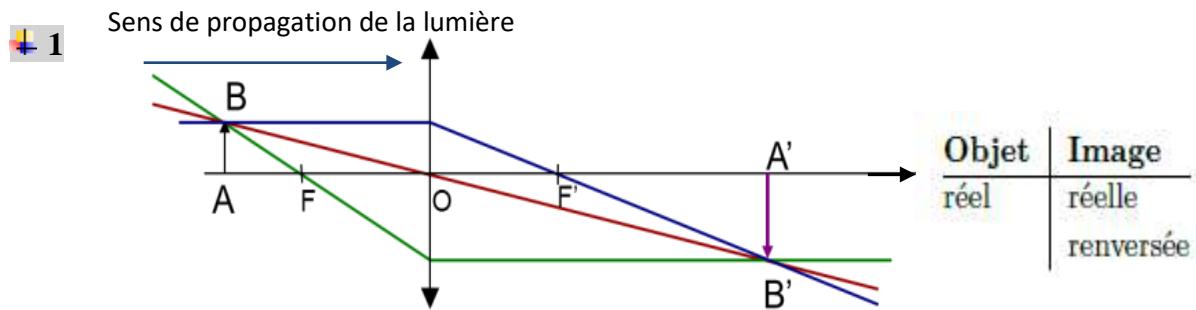
Rayon 2 : Tout rayon incident parallèle à l'axe optique est dévié par la lentille en passant par le foyer image F' .

Rayon 3 : Tout rayon incident passant par le foyer objet F est dévié par la lentille en émergeant parallèle à l'axe optique.

- Une fois les rayons tracés on détermine si l'image est réelle ou virtuelle. Si les rayons issus de B se coupent effectivement en B' , alors B' est une image réelle. On peut la capturer sur un écran. Si les rayons issus de B divergent après réfraction en semblant provenir de B' , alors B' est une image virtuelle visible à l'œil nu mais que l'on ne peut pas capturer directement sur un écran.

2. L'image d'un objet réel

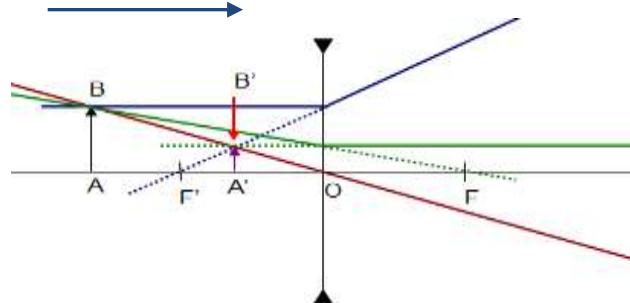
a) Pour une lentille convergente



b) Pour une lentille divergente

1

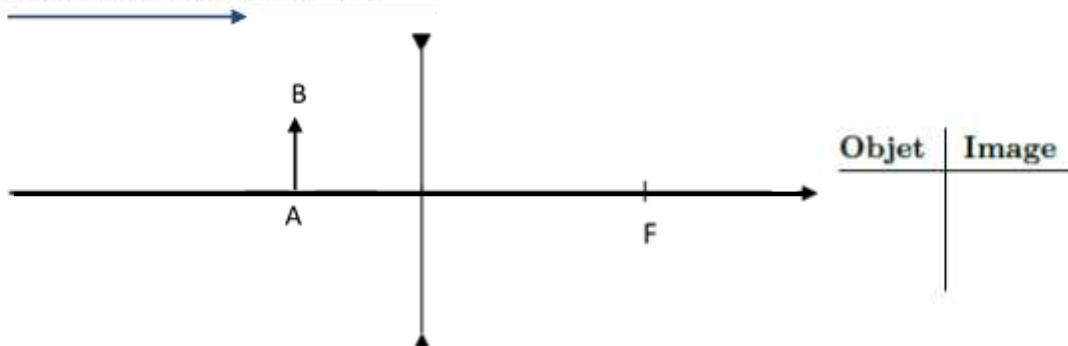
Sens de propagation de la



Objet	Image
réel	virtuelle rétrécie droite

2

Sens de propagation de la lumière



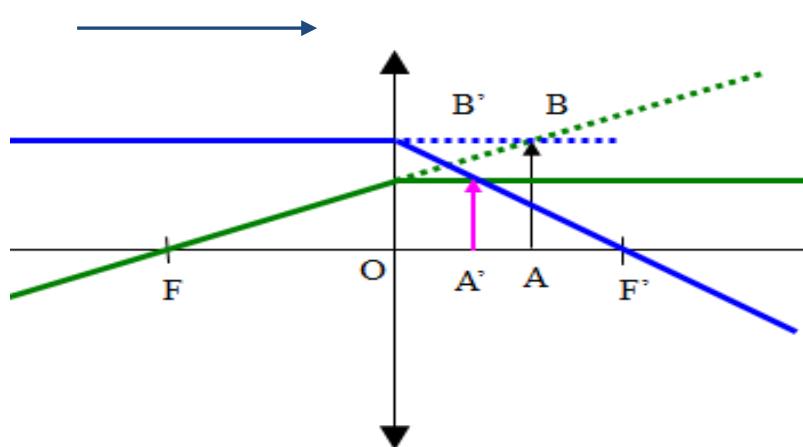
Objet	Image

3. L'image d'un objet virtuel

a) Pour une lentille convergente

1

Sens de propagation de la lumière

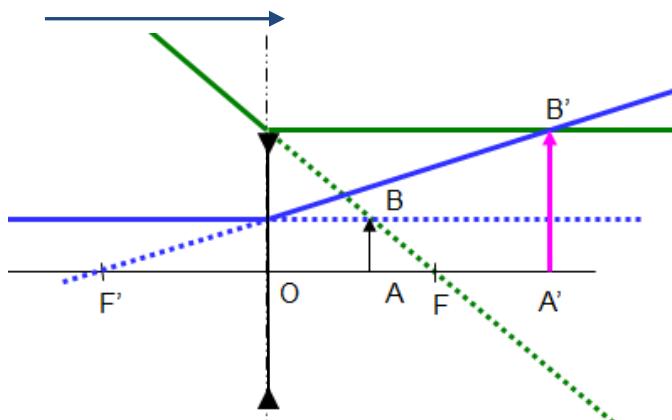


Objet	Image
virtuel	réelle rétrécie droite

b) Pour une lentille divergente

1

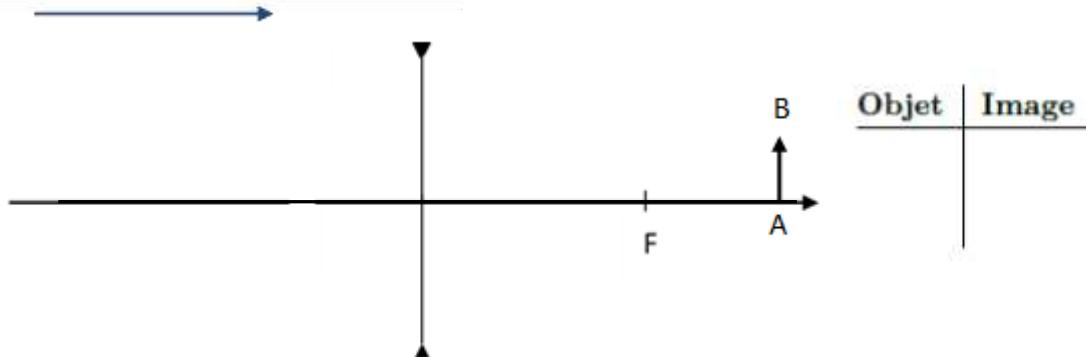
Sens de propagation de la lumière



Objet	Image
virtuel	réelle droite agrandie

2

Sens de propagation de la lumière



Remarque

Pour une lentille convergente, $f < 0$ et $f' > 0$.

Pour une lentille divergente, $f > 0$ et $f' < 0$.

C. Associations de lentilles

Les lentilles ne forment pas des images parfaites : l'image d'un point n'est généralement pas rigoureusement un point, mais une tache (stigmatisme approchée). Ces aberrations affectent la qualité des images. Mais, pour améliorer la qualité des images données par une lentille, on est le plus souvent conduit à l'associer à une ou plusieurs lentilles. Deux lentilles minces L_1 et L_2 non accolées constituent un doublet.

On considère deux lentilles L_1 et L_2 .

Comment déterminer l'image d'un objet AB par le système?

$$AB \xrightarrow{\text{système optique}} A'B'$$

$$A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A'$$

1^{ère} étape

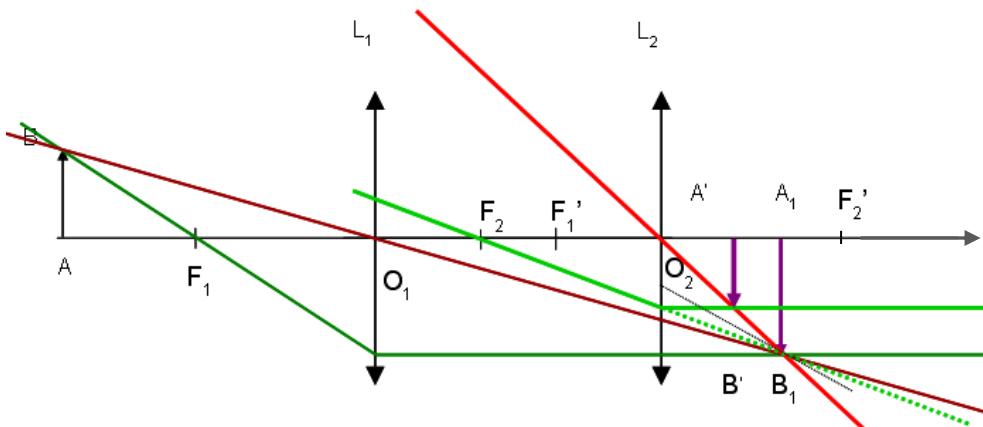
$$A \xrightarrow{L_1} A_1$$

$$\frac{1}{O_1A_1} - \frac{1}{O_1A} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow \overline{O_1A_1} = \frac{\overline{O_1A} \cdot f_1'}{\overline{O_1A} + f_1}$$

2^{ème} étape

$$A_1 \xrightarrow{L_2} A'$$

$$\frac{1}{\overline{O_2A}} \cdot \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow \overline{O_2A} = \frac{\overline{O_2A_1} \cdot f_2}{\overline{O_2A_1} + f_2}$$



$$\text{Le Grandissement : } \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{AB} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} \cdot \frac{\overline{A_1B_1}}{AB} = \gamma_1 \cdot \gamma_2$$

Le grandissement du système des deux lentilles minces est égal au *produit* des grandissements de chacune des lentilles minces.

La Vergence : $v = v_1 + v_2 - e \cdot v_1 \cdot v_2$? ($e = \overline{O_1 O_2}$)