

Numerical Analysis Homework 1

Margaret Dorsey

September 6, 2016

Problem 4

a.) $10.5d = 1010.1b = 01000000001001010 \dots 0$

$$10d = 1010d, .5d * 2d = 1.0d = 1.0b = .1b * 2b. \text{ So } (10 + .5)d = (1010 + .1)b.$$

$$1010.1 = 1.0101x2^3 = 1.0101 \times 2^{1026-1023}$$

b.) $\frac{1}{3}d = \overline{01}b = 001111111101010101 \dots 01$

$$\frac{1}{3} * 2 = \frac{2}{3}, \frac{2}{3} * 2 = 1 + \frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{3} * 2 = \dots = \overline{01}b$$

$$\overline{01} = 1.\overline{01}x2^{-2} = 1.\overline{01} \times 2^{1021-1023}$$

c.) $\frac{22}{7}d = 11.\overline{001}b = 010000000000100100100 \dots 001$

$$\frac{22}{7} = 3 + \frac{1}{7} \rightarrow \frac{1}{7} * 2 = \frac{2}{7} \rightarrow \frac{4}{7} \rightarrow 1 + \frac{3}{7} \rightarrow 1 + 17 \dots = (11.\overline{001})b$$

$$11.\overline{001} = 1.1\overline{001} \times 2 = 1001001 \dots 001$$

Problem 5

Bisection

Raw Output

```
i: 0 a: 1.000000 b: 2.000000 value: -1.000000000
i: 1 a: 1.000000 b: 1.500000 value: 1.375000000
i: 2 a: 1.250000 b: 1.500000 value: -0.046875000
i: 3 a: 1.250000 b: 1.375000 value: 0.599609375
i: 4 a: 1.250000 b: 1.312500 value: 0.260986328
i: 5 a: 1.250000 b: 1.281250 value: 0.103302002
i: 6 a: 1.250000 b: 1.265625 value: 0.027286530
i: 7 a: 1.257812 b: 1.265625 value: -0.010024548
i: 8 a: 1.257812 b: 1.261719 value: 0.008573234
i: 9 a: 1.259766 b: 1.261719 value: -0.000740074
i: 10 a: 1.259766 b: 1.260742 value: 0.003912973
i: 11 a: 1.259766 b: 1.260254 value: 0.001585548
```

```

i: 12 a: 1.259766 b: 1.260010 value: 0.000422512
i: 13 a: 1.259888 b: 1.260010 value: -0.000158837
i: 14 a: 1.259888 b: 1.259949 value: 0.000131823
i: 15 a: 1.259918 b: 1.259949 value: -0.000013510
i: 16 a: 1.259918 b: 1.259933 value: 0.000059156
i: 17 a: 1.259918 b: 1.259926 value: 0.000022822
i: 18 a: 1.259918 b: 1.259922 value: 0.000004656
i: 19 a: 1.259920 b: 1.259922 value: -0.000004427
i: 20 a: 1.259920 b: 1.259921 value: 0.000000114
i: 21 a: 1.259921 b: 1.259921 value: -0.000002156
i: 22 a: 1.259921 b: 1.259921 value: -0.000001021
i: 23 a: 1.259921 b: 1.259921 value: -0.000000453
i: 24 a: 1.259921 b: 1.259921 value: -0.000000169
i: 25 a: 1.259921 b: 1.259921 value: -0.000000028
i: 26 a: 1.259921 b: 1.259921 value: 0.000000043
i: 27 a: 1.259921 b: 1.259921 value: 0.000000008
i: 28 a: 1.259921 b: 1.259921 value: -0.000000010
i: 29 a: 1.259921 b: 1.259921 value: -0.000000001

```

Analysis

The bisection method took 29 iterations to successfully find the root within an acceptable tolerance.

Secant

Raw Output

```

i: 0 a: 2.000000 b: 0.500000 value: -1.875000000
i: 1 a: 0.500000 b: 0.857143 value: -1.370262391
i: 2 a: 0.857143 b: 1.826715 value: 4.095540811
i: 3 a: 1.826715 b: 1.100212 value: -0.668230377
i: 4 a: 1.100212 b: 1.202121 value: -0.262821088
i: 5 a: 1.202121 b: 1.268187 value: 0.039623768
i: 6 a: 1.268187 b: 1.259532 value: -0.001853412
i: 7 a: 1.259532 b: 1.259919 value: -0.000012113
i: 8 a: 1.259919 b: 1.259921 value: 0.000000004
i: 9 a: 1.259921 b: 1.259921 value: -0.000000000

```

False Position

Raw Output

```

i: 0 a: 0.500000 b: 2.000000 value: -1.875000000
i: 1 a: 0.857143 b: 2.000000 value: -1.370262391

```

```

i: 2 a: 1.069620 b: 2.000000 value: -0.776260854
i: 3 a: 1.176201 b: 2.000000 value: -0.372787106
i: 4 a: 1.224390 b: 2.000000 value: -0.164477725
i: 5 a: 1.245085 b: 2.000000 value: -0.069824644
i: 6 a: 1.253769 b: 2.000000 value: -0.029154523
i: 7 a: 1.257377 b: 2.000000 value: -0.012088652
i: 8 a: 1.258871 b: 2.000000 value: -0.004997956
i: 9 a: 1.259488 b: 2.000000 value: -0.002063890
i: 10 a: 1.259742 b: 2.000000 value: -0.000851855
i: 11 a: 1.259847 b: 2.000000 value: -0.000351525
i: 12 a: 1.259891 b: 2.000000 value: -0.000145047
i: 13 a: 1.259908 b: 2.000000 value: -0.000059848
i: 14 a: 1.259916 b: 2.000000 value: -0.000024693
i: 15 a: 1.259919 b: 2.000000 value: -0.000010189
i: 16 a: 1.259920 b: 2.000000 value: -0.000004204
i: 17 a: 1.259921 b: 2.000000 value: -0.000001734
i: 18 a: 1.259921 b: 2.000000 value: -0.000000716
i: 19 a: 1.259921 b: 2.000000 value: -0.000000295
i: 20 a: 1.259921 b: 2.000000 value: -0.000000122
i: 21 a: 1.259921 b: 2.000000 value: -0.000000050
i: 22 a: 1.259921 b: 2.000000 value: -0.000000021
i: 23 a: 1.259921 b: 2.000000 value: -0.000000009
i: 24 a: 1.259921 b: 2.000000 value: -0.000000004
i: 25 a: 1.259921 b: 2.000000 value: -0.000000001
i: 26 a: 1.259921 b: 2.000000 value: -0.000000001

```

FPI

1. $g(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{x^2}$

Raw Output

```

i: 0 x: 1.000000 value: 1.500000000
i: 1 x: 1.500000 value: 1.194444444
i: 2 x: 1.194444 value: 1.298141638
i: 3 x: 1.298142 value: 1.242482157
i: 4 x: 1.242482 value: 1.269009360
i: 5 x: 1.269009 value: 1.255474294
i: 6 x: 1.255474 value: 1.262168081
i: 7 x: 1.262168 value: 1.258803531
i: 8 x: 1.258804 value: 1.260481298
i: 9 x: 1.260481 value: 1.259641299
i: 10 x: 1.259641 value: 1.260061018

```

```

i: 11 x: 1.260061 value: 1.259851089
i: 12 x: 1.259851 value: 1.259956036
i: 13 x: 1.259956 value: 1.259903558
i: 14 x: 1.259904 value: 1.259929796
i: 15 x: 1.259930 value: 1.259916677
i: 16 x: 1.259917 value: 1.259923236
i: 17 x: 1.259923 value: 1.259919957
i: 18 x: 1.259920 value: 1.259921597
i: 19 x: 1.259922 value: 1.259920777
i: 20 x: 1.259921 value: 1.259921187
i: 21 x: 1.259921 value: 1.259920982
i: 22 x: 1.259921 value: 1.259921084
i: 23 x: 1.259921 value: 1.259921033
i: 24 x: 1.259921 value: 1.259921058
i: 25 x: 1.259921 value: 1.259921046
i: 26 x: 1.259921 value: 1.259921052
i: 27 x: 1.259921 value: 1.259921049
i: 28 x: 1.259921 value: 1.259921050

```

2. $g(x) = \frac{2x}{3} + \frac{2}{3x^2}$

Raw Output

```

i: 0 x: 1.000000 value: 1.333333333
i: 1 x: 1.333333 value: 1.263888889
i: 2 x: 1.263889 value: 1.259933493
i: 3 x: 1.259933 value: 1.259921050

```

3. $g(x) = x - \alpha(x^3 - 2)$

Raw Output

```

i: 0 x: 1.000000 value: 1.250000000
i: 1 x: 1.250000 value: 1.261718750
i: 2 x: 1.261719 value: 1.259575441
i: 3 x: 1.259575 value: 1.259986793
i: 4 x: 1.259987 value: 1.259908518
i: 5 x: 1.259909 value: 1.259923438
i: 6 x: 1.259923 value: 1.259920595
i: 7 x: 1.259921 value: 1.259921137
i: 8 x: 1.259921 value: 1.259921033
i: 9 x: 1.259921 value: 1.259921053
i: 10 x: 1.259921 value: 1.259921049

```

Problem 6

Root 1: $x \approx -1.9343$

Root 2: $x \approx -0.12549$

Root 3: $x \approx 2.0598$

Problem 7

Problem 8

Problem 9

Problem 10

i.)

ii.)

iii.)

iv.)

v.)