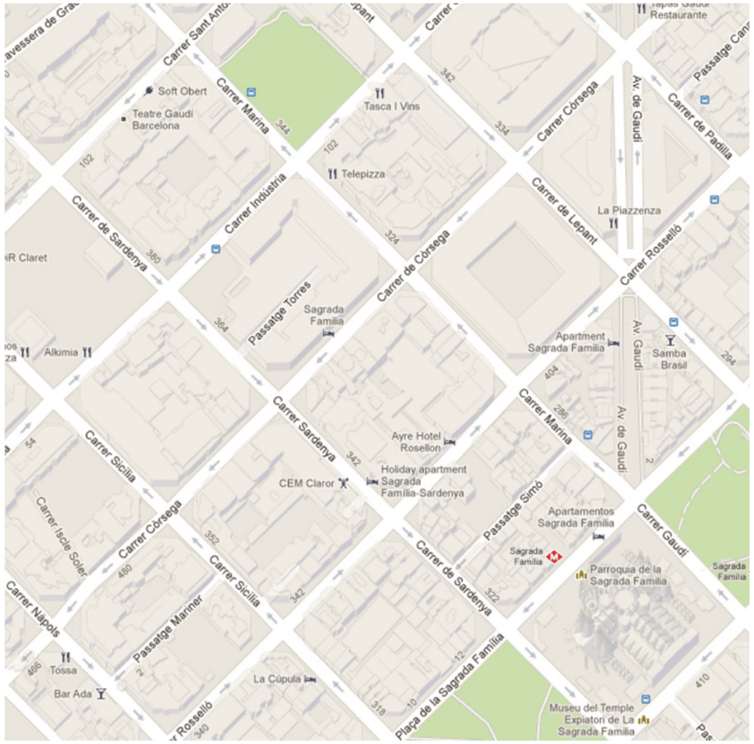
6.4 Algoritmo de Hierholzer

Alberto Conejero y Cristina Jordán

Depto. Matemática Aplicada
E.T.S. Ingeniería Informática
Universitat Politècnica de València

Recorridos en la ciudad

Consideramos un barrio y pensamos en dos tipos de problemas



http://maps.google.com

Si queremos asfaltar las calles de un barrio, ¿qué camino óptimo seguirá una máquina asfaltadora?

¿Qué recorrido debe seguir un camión de basuras en su ronda por un barrio?

¿Existen recorridos que pasen una única vez por todas las calles?

Grafos eulerianos

Cuestiones sobre grafos eulerianos:

• **Saber si un grafo es euleriano** (contiene un ciclo euleriano) o no, y si no lo es si contiene al menos una cadena euleriana no cerrada.

Para ello utilizamos las caracterización de grafos eulerianos a partir de los grados de sus vértices

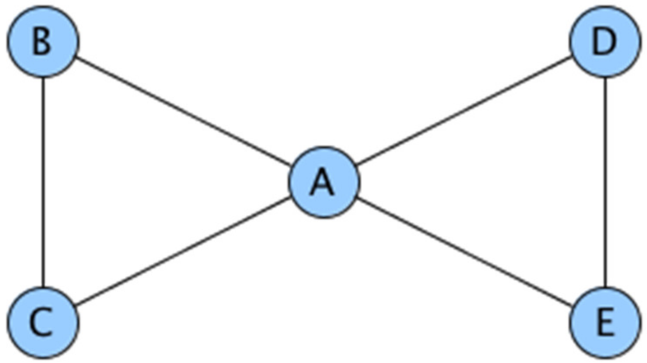
• Una vez que sabemos que existe,

¿cómo se calcula un ciclo o una cadena no cerrada euleriana?

Idea

Vamos a ver uno de los algoritmos para calcular ciclos y caminos eulerianos (**Algoritmo de Hierholzer**)

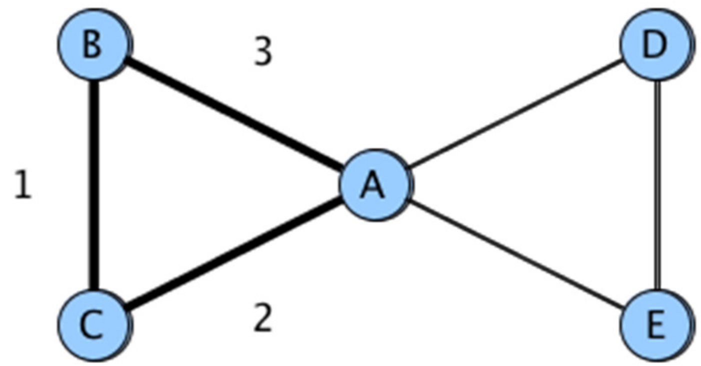
IDEA El siguiente grafo es euleriano pues todos sus vértices tienen grado par, 2 ó 4.



Idea

Vamos a ver uno de los algoritmos para calcular ciclos y caminos eulerianos (**Algoritmo de Hierholzer**)

IDEA El siguiente grafo es euleriano pues todos sus vértices tienen grado par, 2 ó 4.

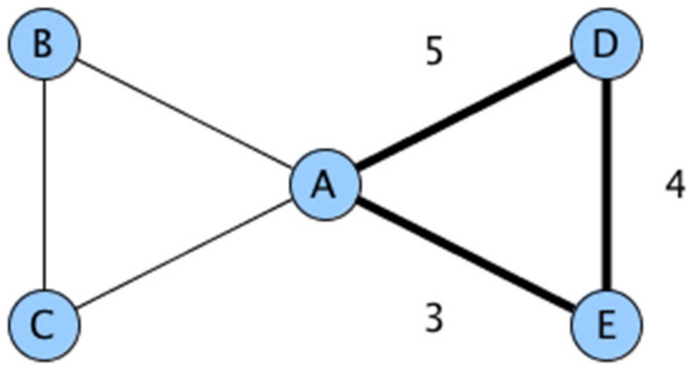


B, C, A, B

Idea

Vamos a ver uno de los algoritmos para calcular ciclos y caminos eulerianos (**Algoritmo de Hierholzer**)

IDEA El siguiente grafo es euleriano pues todos sus vértices tienen grado par, 2 ó 4.

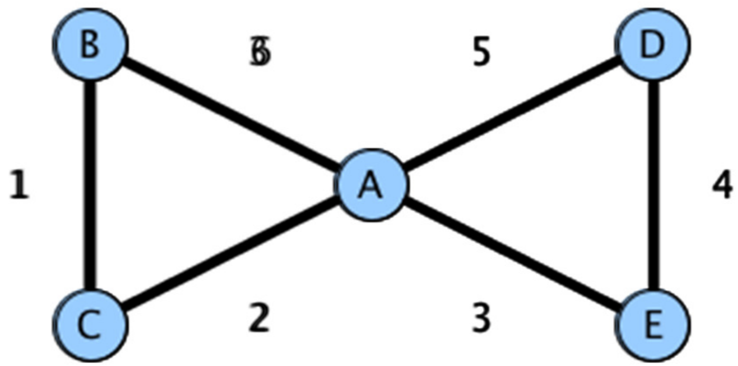


B, C, A, B **A, E, D, A**

Idea

Vamos a ver uno de los algoritmos para calcular ciclos y caminos eulerianos (**Algoritmo de Hierholzer**)

IDEA El siguiente grafo es euleriano pues todos sus vértices tienen grado par, 2 ó 4.

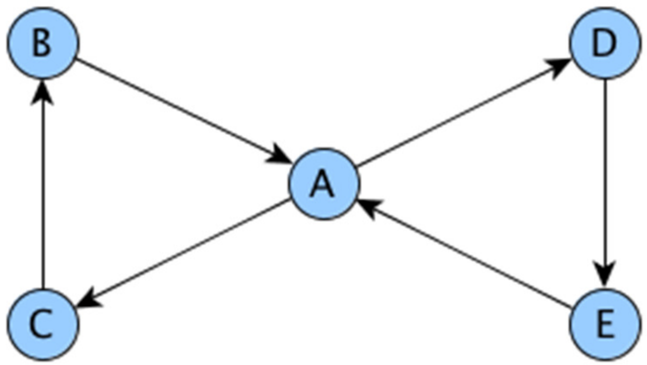


B, C, A, B + A, E, D, A = B, C, A, E, D, A, B

Idea

La misma idea sirve para grafos dirigidos.

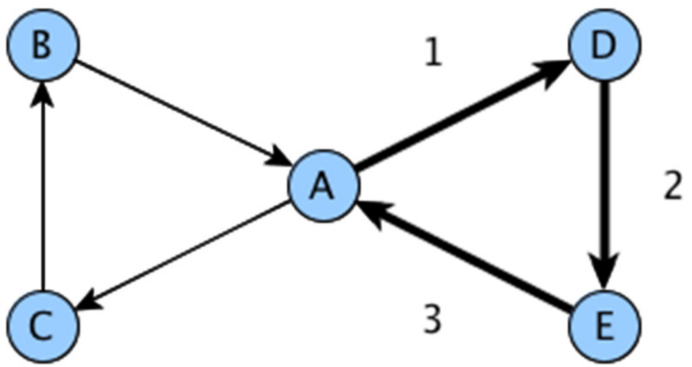
IDEA El siguiente grafo es euleriano pues en todos los vértices el grado de entrada coincide con el grado de salida.



Idea

La misma idea sirve para grafos dirigidos.

IDEA El siguiente grafo es euleriano pues en todos los vértices el grado de entrada coincide con el grado de salida.

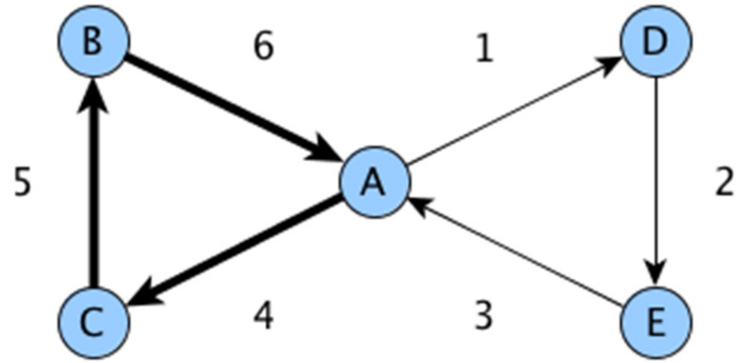


A, D, E, A

Idea

La misma idea sirve para grafos dirigidos.

IDEA El siguiente grafo es euleriano pues en todos los vértices el grado de entrada coincide con el grado de salida.

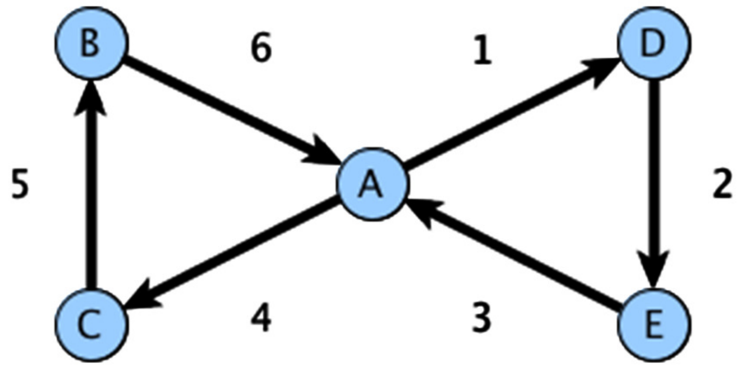


A, D, E, A **A, C, B, A**

Idea

La misma idea sirve para grafos dirigidos.

IDEA El siguiente grafo es euleriano pues en todos los vértices el grado de entrada coincide con el grado de salida.



A, D, E, A **+** **A, C, B, A** **=** **A, D, E, A, C, B, A**

Algoritmo de Hierholzer

Algoritmo de Hierholzer (1873)

Válido tanto para grafos dirigidos como no dirigidos

1. Se fija un vértice **v** y se busca un ciclo en el que esté contenido. Para ello se construye una cadena a partir de **v** añadiendo aristas/arcos hasta que volvamos a **v** otra vez. (Ninguna arista/arco se puede añadir más de una vez). Si no quedan más aristas/arcos hemos terminado.

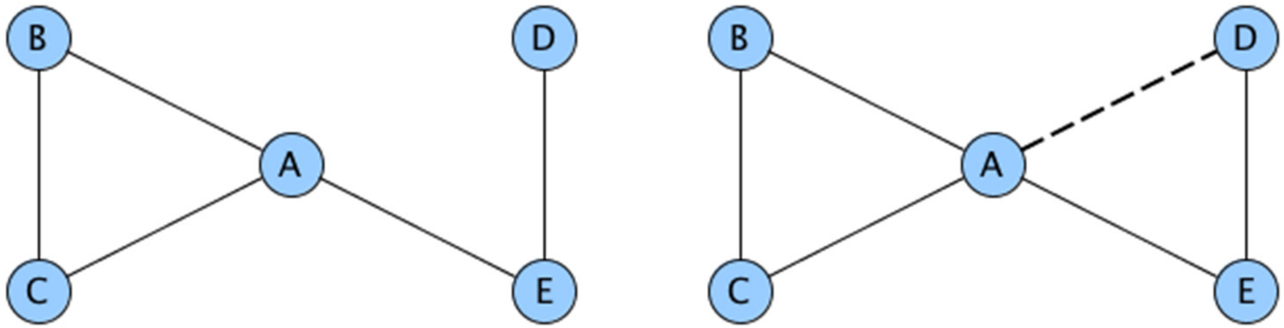
2. Si quedan más, tomamos un vértice del ciclo existente adyacente a aristas/Arcos no considerados, por ejemplo **w**, y seguimos añadiendo aristas/arcos como antes hasta que lleguemos nuevamente a **w**.

3. Las aristas/arcos del ciclo hallado a partir de **w** se intercalan en el ciclo anterior en la posición que ocupaba **w**. Si no quedan más aristasarcos por añadir hemos terminado; si no es así, entonces volvemos nuevamente al paso 2.

Grafos no eulerianos con cadena euleriana

Supongamos que es **no dirigido**. Si el grafo no es euleriano pero tiene un camino euleriano también se puede utilizar este algoritmo

En este caso **todos los vértices son de grado par excepto dos que son de grado impar**.



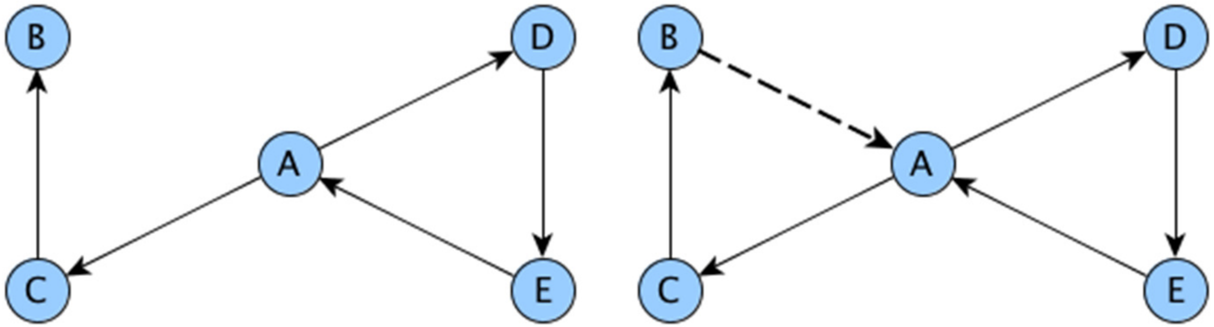
IDEA Añadimos una arista ficticia entre los dos vértices de grado impar.

Hallamos un ciclo euleriano y luego eliminamos dicha arista del ciclo para obtener la cadena euleriana no cerrada

Grafos no eulerianos con cadena euleriana

Supongamos que es **dirigido**. Si el grafo no es euleriano pero tiene un camino euleriano también se puede utilizar este algoritmo

En este caso todos los vértices tiene igual grado de entrada y de salida, con excepción de dos de ellos en los que uno tiene al grado de salida mayor en una unidad y el otro tiene el grado de entrada mayor en una unidad.



IDEA Añadimos una arco ficticio del que tiene grado de salida menor que su grado de entrada al que tiene el grado de entrada menor que el de salida (así los equilibramos).

Hallamos un ciclo euleriano y luego eliminamos dicha arista del ciclo para obtener la cadena euleriana no cerrada