BE - 102

B.E. I & II Semester

Examination, December 2012

Engineering Mathematics-I

(Grading System)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note : 1. *Attempt all questions.*
2. *All questions carry equal marks.*
3. *Internal choices are also given.*

Unit - I

1. a) Expand $\sin x$ in powers of $(x-\pi/2)$. Hence. Find the value of $\sin 91°$ correct to 4 decimal places.

b) Prove that if the perimeter of a triangle is constant its area is maximum when the triangle is equilateral.

OR

2. a) If $u = x\phi(y/x)+\psi(y/x)$, prove that

$$x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+2xy\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$$

b) Show that the radius of curvature at any point on the cardioid.

$r = a(1-\cos\theta)$ is $\frac{2}{3}\sqrt{2ar}$

Unit - II

3. a) Evaluate $\lim_{n\to\infty}\left\{\frac{n!}{n^n}\right\}^{1/n}$

b) Find the whole area of astroid $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$

OR

4. a) Find. by triple integration, the volume of the sphere $x^2+y^2+z^2=a^2$.

b) Prove that $\beta(m,n)=\frac{\Gamma m\,\Gamma n}{\Gamma(m+n)}$

Unit - III

5. a) Solve the differential equation.

$$\frac{d^3y}{dx^3}-3\frac{d^2y}{dx^2}+4\frac{dy}{dx}-2y=e^x-\cos x$$

b) Solve the following differential equation by method of variation of parameters $(D^2+a^2)y=\sec ax$.

OR

6. a) Solve the differential equation.

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}+2x\frac{dy}{dx}-12y=x^3\log x$$

b) Solve

$$\frac{dx}{dt}-7x+y=0$$

$$\frac{dy}{dt}-2x-5y=0,$$

Unit - IV

7. a) Find the normal form of the matrix A and hence find its rank, where

$$A=\begin{bmatrix}2&3&-1&-1\\1&-1&-2&-4\\3&1&3&-2\\6&3&0&-7\end{bmatrix}$$

b) For the matrix $A=\begin{bmatrix}1&1&2\\1&2&3\\0&-1&-1\end{bmatrix}$. Find non-singular matrices P and Q such that PAQ is in the normal form. Also find rank of A.

OR

8. a) Determine the eigen values and the corresponding eigen vectors of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

b) Test the consistency of the following system of equations and solve using matrix methods.

$5x + 3y + 7z = 4$

$3x + 26y + 2z = 9$

$7x + 2y + 10z = 5$

Unit - V

9. a) Prove that the proposition

$P \to (q \to r) \leftrightarrow (p \wedge q) \to r$ is a fautology.

b) Define a tree and prove that a tree T with n vertices has exactly $(n-1)$ edges.

OR

10. a) Let $(B, +, \cdot, ')$ be a Boolean algebra and a, b be any two elements of B. Then prove that

i) $(a+b)' = a' \cdot b'$

ii) $(a \cdot b)' = a' + b'$

b) Define the following terms:

i) Support of a fuzzy set.

ii) Complement of a fuzzy set.

iii) Union of two fuzzy set.

iv) Intersection of two fuzzy set.

Roll No ....

BE - 102

B.E. I & II Semester Examination, December 2014

Engineering Mathematics-I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Answer five questions. In each question part A, B, C is compulsory and D part has internal choice.

ii) All parts of each questions are to be attempted at one place.

iii) All questions carry equal marks, out of which part A and B (Max.50 words) carry 2 marks, part C (Max.100 words) carry 3 marks, part D (Max.400 words) carry 7 marks.

iv) Except numericals, Derivation, Design and Drawing etc.

1. a) Define curvature of a curve at a point and find the radius of curvature at any point (s,ψ) of the curve $s=4a\sin\psi$.

   b) If $u=f\left(\frac{y}{x}\right)$, then show that $x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial y}=0$.

   c) Discuss the maxima and minima of the function x^3+y^3-3axy.

   d) Compute the approximate value of $\sqrt{11}$ to four decimal place by taking the first five terms of an approximate Taylor's expansion.

   Or

   If $x^x\,y^y\,z^z=c$, then show that $\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y}=-\left[x\log(ex)\right]^{-1}$.

2. a) Using Gamma function, evaluate $\int_0^\infty \sqrt{x}\,e^{-3\sqrt{x}}\,dx$.

   b) Evaluate $\int_0^2\int_0^1\left(x^2+y^2\right)dx\,dy$

   c) Evaluate $\int_{-1}^1\int_0^z\int_{x-z}^{x+z}(x+y+z)\,dx\,dy\,dz$

   d) Evaluate $\lim_{n\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{n^2}\right)\left(1+\frac{2^2}{n^2}\right)\left(1+\frac{3^2}{n^2}\right)\ldots\left(1+\frac{n^2}{n^2}\right)\right]$

   Or

   Prove the Legendre's duplication formula $\Gamma(m)\Gamma\left(m+\frac{1}{2}\right)=\frac{\sqrt{\pi}}{2^{2m-1}}\Gamma(2m)$

3. a) State whether the differential equation $\left(e^y+1\right)\cos x\,dx+e^y\sin x\,dy=0$ is exact differential equation or not.

   b) Solve the differential equation $p=\sin(y-xp)$

c) Solve the differential equation $\frac{dy}{dx}-\frac{dx}{dy}=\frac{x}{y}-\frac{y}{x}$

d) Solve $x^2\frac{dy}{dx}-3x\frac{dy}{dx}+4y=(1+x)^2$

Or

Solve the simultaneous equations: $\frac{dx}{dt}+5x+y=e^t$;

$$\frac{dy}{dt}-x+3y=e^{2t}$$

4. a) Find one non zero minor of highest order of the matrix $A=\begin{pmatrix}-1 & -2 & 3\\ -2 & 4 & -1\\ -1 & 2 & 7\end{pmatrix}$ and hence find the rank of the matrix A.

b) Find the sum and product of eigen values of the matrix A = $\begin{pmatrix}6 & -2 & 2\\ -2 & 3 & 1\\ 2 & -1 & 3\end{pmatrix}$ without actually computing them.

c) Find the characteristic equation of the matrix $A=\begin{pmatrix}2 & 2 & 1\\ 1 & 3 & 1\\ 1 & 2 & 2\end{pmatrix}$.

d) Find the normal form of the matrix $A=\begin{pmatrix}2 & 3 & -1 & -1\\ 1 & -1 & -2 & -4\\ 3 & 1 & 3 & -2\\ 6 & 3 & 0 & -7\end{pmatrix}$ and hence find its rank.

Or

For what values of λ, the equations

$x+y+z=1,\ x+2y+4z=\lambda,\ x+4y+10z=\lambda^2$

have a solution and solve completely in each case.

5. a) Let p ≡ *Raju is tall, q* ≡ *Raju is handsome and r* ≡ *People like Raju* then write the following statements in language.

i) $(p\Rightarrow q)\vee(p\Rightarrow r)$ ii) $p\Rightarrow(q\vee r)$ iii) $\sim p\vee\sim q$ iv) $\sim(\sim p\vee\sim q)$

b) In a Boolean algebra B, prove that $a+b=b\Rightarrow a.b=a, \forall a,b\in B$.

c) Draw the switching circuit for the following function and replace it by simpler one:

$F(x,y,z)=x.y.z+(x+y).(x+z)$

d) Prove that a tree with n vertices has $(n–1)$ edges.

Or

If p, q, r are three statements then show that $(p\Leftrightarrow q)\wedge(q\Leftrightarrow r)\Rightarrow(p\Leftrightarrow r)$ is a tautology.

******

OR

Verify Cayley - Hamilton theorem for the matrix.

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$ Hence compute A^{-1}.

Unit - V

5\. a) Define the following with examples :

i) Union of two fuzzy set

ii) Intersection of two fuzzy set

b) Define the following:

i) Simple graph   ii) Multigraph

iii) Degree of vertex   iv) Isolated vertex

c) Prove that the number of vertices of odd degree in a graph is always even.

d) If (B, +, •, ') be a Boolean algebra and a, b be any two elements of B. Then show that $(a+b)' = a'.b' \ \forall \ a, b \in B$.

OR

Write the function $f(x, y, z) = x.y' + x.z + x.y$ into conjunctive normal form in three variables.

******

Roll No ....

BE - 102

B.E. I & II Semester

Examination, December 2015

Engineering Mathematics-I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Answer five questions. In each question part A, B, C is compulsory and D part has internal choice.

ii) All parts of each questions are to be attempted at one place.

iii) All questions carry equal marks, out of which part A and B (Max.50 words) carry 2 marks, part C (Max.100 words) carry 3 marks, part D (Max.400 words) carry 7 marks.

iv) Except numericals, Derivation, Design and Drawing etc.

Unit - I

1\. a) Find the percentage error in the area of an ellipse if 1% error is made in measuring the major and minor axes.

b) Discuss the maxima and minima of the function x^3+y^3-3axy

c) Find the radius of curvature at any point of the curve $x = a \cos t, y = b \sin t$

d) Use Taylor's theorem to prove that

$$\tan^{-1}(x+h)=\tan^{-1}x+(h\sin\theta).\frac{\sin\theta}{1}-(h\sin\theta)^2\frac{\sin 2\theta}{2}$$

$$+(h\sin\theta)^3\frac{\sin 3\theta}{3}-........+(-1)^{n-1}(\text{h}\sin\theta)^{\text{n}}\frac{\sin n\theta}{n}+....$$

Where $\theta=\cot^{-1}x$.

OR

Expand $e^{x\cos x}$ by Maclaurin's theorem. **rgpvonline.com**

Unit - II

2. a) Find the limit when $n\to\infty$ of the series $\sum_{r=1}^{n}\frac{n^2}{(n^2+r^2)^{3/2}}$.

b) Evaluate $\int_0^1\left(\log\frac{1}{y}\right)^{n-1}dy$.

c) Change the order of integration in $\int_0^a\int_y^a\frac{x\,dx\,dy}{x^2+y^2}$ and hence evaluate the same.

d) Prove that $\beta(m,n)=\frac{\overline{|m}\,\overline{|n}}{\overline{|(m+n)}},m>0,n>0$.

OR

Find the volume bounded by the paraboloid $x^2+4y^2+z=4$ and the xy-plane. Also sketch the curve.

Unit - III

3. a) Solve $(y\cos x+\sin y+y)dx+(\sin x+x\cos y+x)dy=0$

b) Solve $p^2+2py\cot x-y^2=0$.

c) Solve $(D^2+2D+1)y=x\cos x$.

d) Solve $x^2\frac{d^2y}{dx^2}+5x\frac{dy}{dx}+4y=x\log x$.

OR

Solve by the method of variation of parameters $\frac{d^2y}{dx^2}+y=\operatorname{cosec}x$. **rgpvonline.com**

Unit - IV

4. a) Find the rank of the matrix A, where $A=\begin{pmatrix}2&1&-1\\0&3&-2\\2&4&-3\end{pmatrix}$. If λ be an eigen value of a non singular matrix A.

b) Show that λ^{-1} is an eigen value of A^{-1}.

c) Solve the equations:

$x_1+3x_2+2x_3=0,\ 2x_1-x_2+3x_3=0,\ 3x_1-5x_2+4x_3=0,\ x_1+17x_2+4x_3=0$.

d) Find the eigen values and eigen vectors of the matrix.

$$A=\begin{pmatrix}-2&2&-3\\2&1&-6\\-1&-2&0\end{pmatrix}$$

rgpvonline.com

Total No. of Questions : 8] [Total No. of Printed Pages : 2

Roll No ....

BE-102

B.E. I & II Semester

Examination, December 2016

Engineering Mathematics-I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: Attempt any five questions out of eight questions. All questions carry equal marks.

1. a) Find the Maclaurin's expansion of $f(x)=\log(1+x)$.

   b) Find maxima and minima of the function $x^3-4xy+2y^2$.

2. a) Find the curvature at the point 't' on the curve $x=a\cos t$, $y=a\sin t$.

   b) If $u(x,y)=\tan^{-1}\left(\dfrac{x^3+y^3}{x-y}\right)$, then prove that

   $$x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial y}=\sin 2u.$$

3. a) Define integral as limit of sum and use the definition to evaluate the integral $\int_a^b x\,dx$.

   b) Evaluate $\int_2^4\int_2^1\left(x^2+y^2\right)dx\,dy$

4. a) Express the integral $\int_0^1 x^4(1-x)^3\,dx$ in terms of gamma function and evaluate it.

   b) Evaluate the triple integral $\int_0^1\int_1^2\int_2^3 xyz\,dxdydz$.

5. a) Solve $\left(D^2-3D+2\right)y=e^{2x}$.

   b) Solve the Cauchy's homogeneous differential equation :

   $$x^2\frac{d^2y}{dx^2}-x\frac{dy}{dx}+y=2\log x$$

6. a) Find the rank of the matrix $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\1&4&2\\2&6&5\end{pmatrix}$.

   b) Find Eigen values and Eigen vectors of the matrix

   $$A=\begin{pmatrix}6&-2&2\\-2&3&-1\\2&-1&3\end{pmatrix}.$$

7. a) Make the truth table of $(\sim p)\wedge(\sim q)$. Find whether it is a tautology or not.

   b) Write a short note on the followings :
      i) Graph,
      ii) Connected graph,
      iii) Circuit,
      iv) Complete graph,
      v) Spanning tree.

8. a) Draw the switching circuit for the function $F(x,y)=(x\cdot y)+(x\cdot y')+(x'\cdot y')$ and replace it by simpler one.

   b) Show that the total number of edges in a complete graphs with n-vertices is $\dfrac{n(n-1)}{2}$

******

TOTAL NO. OF QUESTIONS: 5] [TOTAL NO. OF PRINTED PAGES: 4

BE-102(GS)

B. E. (First/Second Semester) EXAMINATION, June, 2012

(Grading System) (Common for all Branches)

ENGINEERING MATHEMATICS-I [BE – 102(GS)]

Time: Three Hours Maximum Marks: 70 Minimum Pass Marks: 22 (D Grade)

Note: Attempt all questions. All questions carry equal marks.

1. (a) Prove that:

$$\tan^{-1}(x+h) = \tan^{-1}x + h\sin z\frac{\sin z}{1}$$
$$-\frac{(h\sin z)^2}{2}\sin 2z + \dots$$

where $z = \cot^{-1}x$.

(b) If $u = x\varphi(y/x) + \psi(y/x)$, then prove that:

$$x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

Or

(a) What error in the common logarithm of a number will be produced by an error of 1% in the number?

(b) Find the maxima and minima of the following function:

$$\sin x + \sin y + \sin(x+y) \text{ in } \left[0 \le x \le \frac{\pi}{2}, 0 \le y \le \frac{\pi}{2}\right].$$

2. (a) Find ab-initio the value of the integral:

$$\int_0^{\pi/2} \sin x \, dx$$

(b) Evaluate:

$$\int_0^{\infty} \frac{8(1-x^6)}{(1+x^2)^4}\, dx$$

Or

(a) Evaluate:

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1^n}{n^n}\right)^{1/n}$$

(b) Change the order of integration:

$$\int_0^4 \int_{x/4}^{x} dx\, dy$$

Hence evaluate it.

3. (a) Solve:

$$y(xy + 2x^2y^2)\,dx + x(xy - x^2y^2)\,dy = 0$$

(b) Solve:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = e^x + \sin 2x$$

Or

(a) Solve:

$$p(p\,y) = x(x + y)$$

where $p = \frac{dy}{dx}$.

(b) Solve:

$$\frac{dx}{dt} + y = \sin t$$
$$\frac{dy}{dt} + x = \cos t$$

Given that $x = 2$ and $y = 2$, when $t = 0$.

4. (a) Find the rank of the matrix:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 & 6 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{5\times5}$$

by defining it in Echelon form.

(b) Find the eigen values and eigen vectors of the matrix:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 1 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Or

(a) Find the values of k such that the system of equations:

$$x + ky + 3z = 0$$

$$4x + 3y + kz = 0$$

$$2x + y + 2z = 0$$

has non-trivial solution.

(b) Verify the Cayley-Hamilton theorem for the matrix:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

[4]

5. (a) Define the following terms for a graph:

(i) Subgraph

(ii) Degree of a vertex

(iii) Composition and De-composition

(iv) Rooted tree

(b) Define fuzzy logic and its applications in science and engineering.

Or

(a) "Prepare a truth table to get the negation of the statement: "Sita is dull and careless.""

(b) Prove that:

$$a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a = (a + b) \cdot (b + c) \cdot (c + a) \forall a, b, c, \in B$$

Roll No ....

BE - 102

B.E. I & II Semester

Examination, June 2013

Engineering Mathematics-I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note : 1. *Attempt five questions.*
2. *Select one question from each unit.*
3. *All questions carry equal marks.*

Unit - I

1. a) Prove that

$$\left(\sin^{-1} x\right)^2 = \frac{2}{2!}x^2 + \frac{2.2^2}{4!}x^4 + \frac{2.2^2.4^2}{6!}x^6 + ...$$

and hence deduce

$$\theta^2 = 2\frac{\sin^2\theta}{2!} + 2^2\frac{2\sin^4\theta}{4!} + 2^2.4^2\frac{2\sin^6\theta}{6!} + ...$$

b) If $u(x, y, z) = \log(\tan x + \tan y + \tan z)$, prove that

$$\sin 2x\frac{\partial u}{\partial x} + \sin 2y\frac{\partial u}{\partial y} + \sin 2z\frac{\partial u}{\partial z} = 2\ .$$

OR

2. a) Prove that if the perimeter of a triangle is constant, its area is maximum when the triangle is equilateral.

b) Determine the curvature of the parabola $y^2 = 2px$ at

(i) an arbitrary point (x, y).

(ii) the point $\left(\frac{p}{2}, p\right)$ and

(iii) the point (0,0).

Unit - II

3. a) Evaluate by expressing the limit of a sum in the form of a definite integral:

$$\lim_{x\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{n^2}\right)\left(1+\frac{2^2}{n^2}\right)\left(1+\frac{3^2}{n^2}\right)....\left(1+\frac{n^2}{n^2}\right)\right]^{1/n}$$

b) Define $B(m,n)$. Prove that

$$B(m,n)=B(m+1,n)+B(m,n+1)m,n>0.$$

OR

4. a) Evaluate the following integral by changing the order of integration:

$$\int_0^1\int_x^{\sqrt{2-x^2}}\frac{xdydx}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

b) Find the volume cut from the sphere $x^2+y^2+z^2=a^2$ by the cylinder $x^2+y^2=ax$.

Unit - III

5. a) Solve $(3x^2y^4+2xy)dx+(2x^3y^3-x^2)dy=0$.

b) Solve $y-x=x\dfrac{dy}{dx}+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2$.

OR

6. a) Solve $\dfrac{d^2y}{dx^2}-6\dfrac{dy}{dx}+13y=8e^{3x}\sin 4x+2^x$.

b) Solve $\dfrac{dx}{dt}+4x+3y=t$

$$\frac{dy}{dt}+2x+5y=e^t$$

Unit - IV

7. a) Define rank of a matrix. Find the rank of matrix A, where

$$A=\begin{bmatrix}1^2 & 2^2 & 3^2 & 4^2\\ 2^2 & 3^2 & 4^2 & 5^2\\ 3^2 & 4^2 & 5^2 & 6^2\\ 4^2 & 5^2 & 6^2 & 7^2\end{bmatrix}$$

b) Solve completely the system of equations $2w+3x-y-z=0, 4w-6x-2y+2z=0,$ $-6w+12x+3y-4z=0$.

OR

8. a) Determine the eigen values and eigen vectors of the matrix

$$A=\begin{bmatrix}-2 & 2 & -3\\ 2 & 1 & -6\\ -1 & -2 & 0\end{bmatrix}$$

b) Show that Caley-Hamilton theorem is satisfied by the matrix A.

where $A=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\ 3 & 1 & 0\\ -2 & 1 & 4\end{bmatrix}$.

Hence find A^{-1}.

Unit - V

9. a) Write the following function into disjunctive normal form of 3 variables x,y,z:
i) $x' + y'$ ii) $xy' + x'y$.

b) In a Boolean algebra B. Prove that the identity elements $0,1 \in B$ are unique and prove $0' = 1, 1' = 0$.

OR

10. a) Define the following terms giving examples:
i) Support of fuzzy set.
ii) Complement of a fuzzy set.
iii) Union of two fuzzy sets.
iv) Intersection of two fuzzy sets.

b) Prove that the number of vertices of odd degree in a graph is always even.

******

OR

Find the eigen values of A and using Cayley - Hamilton theorem, find A^n (n is a positive integer); given that

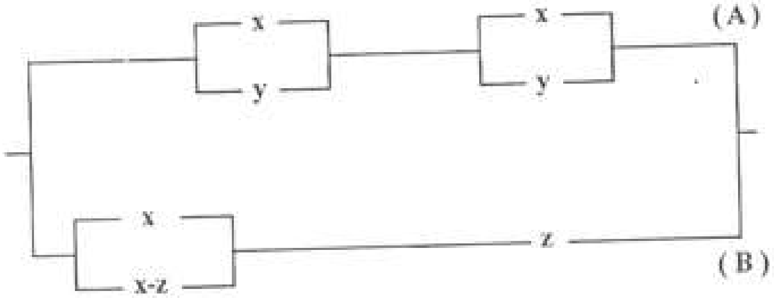
$A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 4 & 3\end{bmatrix}$. 7

Unit - V

5. a) What do you mean by logical equivalence and prove that the statement $(p\vee q)\wedge(\sim p\wedge\sim q)$ is a contradiction. 2

b) For a simple graph of n vertices, the number of edges is $\frac{1}{2}n(n-1)$. 2

c) Simplify the following circuit 3



d) A simple graph with n vertices and k components can have at most $\frac{(n-k)(n-K+1)}{2}$ edges. 7

OR

Express the following functions into disjunctive normal form $f(x,y,z)=x.y'+x.z+x.y$. 7

******

Total No. of Questions : 5] [Total No. of Printed Pages :4

Roll No ....

BE - 102

B.E. I & II Semester

Examination, June 2014

Engineering Mathematics-I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note : i) Answer five questions. In each question part A, B, C is compulsory and D part has internal choice.

ii) All parts of each question are to be attempted at one place.

iii) All questions carry equal marks, out of which part A and B (Max. 50 words) carry 2 marks, part C (Max. 100 words) carry 3 marks, part D (Max. 400 words) carry 7 marks.

iv) Except numericals, Derivation, Design and Drawing etc.

Unit - I

a) Expand $\log\frac{1+x}{1-x}$ in powers of x using Maclaurin's theorem. 2

b) Define homogeneous functions and composite function and establish the Euler's theorem on homogeneous function. 2

c) Find the extreme values of the function x^3+y^3-3axy. 3

d) If the sides and angles of a triangle ABC vary in such a way that its circum radius remains constant, prove that

$\frac{da}{\cos A}+\frac{db}{\cos B}+\frac{dc}{\cos C}=0$. 7

OR

Prove that the radius of curvature for the catenary $Y = c\cosh\left(x/c\right)$ is equal to the portion of the normal intercepted between the curve and the x-axis and that it varies as the square of the ordinate. 7

Unit - II

2. a) Define Gamma function and Beta function and also establish the symmetry of Beta function. 2

b) Evaluate the following integral by changing the order of integration $\int_0 \int \frac{dydx}{\log y}$ 2

c) Evaluate by definition of definite integral as the limit of a sum $\int \sin x\,dx$. 3

d) Find the volume bounded by the cylinder $x^2+y^2=4$ and the plans $y+z=4$ and $z=0$. 7

OR

Prove that 7

$$\lim_{n\to\infty}\left[\left(1+1^2/n^2\right)\left(1+2^2/n^2\right)\left(1+3^2/n^2\right)\ldots\left(1+n^2/n^2\right)\right]^{1/4}=2e^{\left(\frac{\pi-4}{2}\right)}$$

Unit - III

3. a) Define the order and degree of a differential equation with one example also explain that the elimination of n arbitary constants from an equation leads us to which order derivative and hence a differential equation of which order. 2

b) Solve $-ydx+xdy=\sqrt{x^2+y^2}\,dx$. 2

c) A bacterial population β is known to have a rate of growth α to β itself. If between noon and 2 pm the population triples, at what time, no controls being exerted should β become 100 times what it was at noon. 3

d) Solve $x^3\frac{d^3y}{dx^3}+3x^2\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}+y=x+\log x$. 7

OR

Solve the following differential equation by using the method of variation of parameters

$$\frac{d^2y}{dx^2}-2\frac{dy}{dx}+2y=e^x\tan x$$ 7

Unit - IV

4. a) Determine the rank of the following matrix

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 8 & 4 & 6 \\ -2 & -1 & -1.5 \end{bmatrix}.$$ 2

b) Solve the system of equations using matrix method. 2

$$x+3y-2z=0$$
$$2x-y+4z=0$$
$$x-11y+14z=0$$

c) If A is a non-singular matrix, prove that the eigen values of A^{-1} are the reciprocals of the eigen values of A. 3

d) Find the eigen values and eigen vectors of the matrix

$$A=\begin{bmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -6 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$ 7

OR

Find for what value of λ and μ, the equations

$x + y + z = 6$

$x + 2y + 3z = 10$

$x + 2y + \lambda z = \mu$

have

i) No solution

ii) A unique solution

iii) Infinite many solutions

Unit - V

5. a) Define each of the following and give examples :

i) Graph ii) Digraph

iii) Pseudo graph iv) Order of a graph

b) Construct the truth table for the proposition :

i) $\sim p \wedge q$ ii) $p \wedge (p \vee q)$

c) For any Boolean algebra (B,+, $\cdot$, $'$), prove that

i) Additive identity is unique

ii) Multiplicative identity is unique

iii) For each $a \in$ B, complement a' is unique.

d) Prove that a simple graph with n vertices and k components can have at most $\frac{1}{2}(n-k)(n-k+1)$ edges.

OR

Prove that every non-trivial tree has atleast 2-vertices of degree 1.

******

Roll No ....

BE - 102

B.E. I & II Semester

Examination, June 2015

Engineering Mathematics-I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Answer five questions. In each question part A, B, C is compulsory and D part has internal choice.

ii) All parts of each questions are to be attempted at one place.

iii) All questions carry equal marks, out of which part A and B (Max.50 words) carry 2 marks, part C (Max.100 words) carry 3 marks, part D (Max.400 words) carry 7 marks.

iv) Except numericals, Derivation, Design and Drawing etc.

Unit - I

1. a) Apply Maclaurin's theorem to prove that

$$\log \sec x = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{45}x^6 + \ldots\ldots\ldots.$$

b) Show that $\log(x+h) = \log h + \frac{x}{h} - \frac{x^2}{2h^2} + \frac{x^3}{3h^3} + \ldots\ldots\ldots.$

c) Discuss the maximum and minimum of $x^3 + y^3 - 3xy$.

d) If $u = \tan^{-1}\left(\frac{x^3+y^3}{x-y}\right)$, then show that

$$x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 2\cos 3u . \sin u$$

OR

If ρ_1 and ρ_2 be the radii of curvature at the extremities of two conjugate diameters of an ellipse, prove that

$$\left\{(\rho_1)^{2/3}+(\rho_2)^{2/3}\right\}(ab)^{2/3}=a^2+b^2.$$

Unit - II

2. a) Prove that $\int_0^1 \frac{\log(1+x)}{1+x^2}dx=\frac{\pi}{8}\log 2$.

b) Evaluate $\int_a^b \cos x\,dx$ as limit of sums.

c) Show that $\int_0^1 y^{q-1}\left(\log\frac{1}{y}\right)^{p-1}dy=\frac{\overline{|(p)}}{q^p}$, where p,q > 0.

d) Change the order of integration of $\int_0^a\int_{a-\sqrt{a^2-y^2}}^{a+\sqrt{a^2-y^2}} dxdy$ and hence evaluate it.

OR

Express the area between the curves $x^2+y^2=a^2$, and $x+y=a$ as double integral and evaluate it.

Unit - III

3. a) Solve $\left(1+e^{x/y}\right)dx+e^{x/y}\left(1-\frac{x}{y}\right)dy=0$

b) Solve $y^2\log y=xyp+p^2$.

c) Solve $(D^3+3D^2+2D)y=x^2$.

d) Solve $x^2\frac{d^2y}{dx^2}-2x\frac{dy}{dx}-4y=x^2+2\log x$.

OR

Solve by method of variation of parameters

$$\frac{d^2y}{dx^2}+4y=4\tan 2x.$$

Unit - IV

4. a) Find the rank and nullity of the following matrix

$$A=\begin{bmatrix}1 & a & b & 0\\ 0 & c & d & 1\\ 1 & a & b & 0\\ 0 & c & d & 1\end{bmatrix}.$$

b) Show that the following system of equation is inconsistent:

$x-2y+z-w=-1$

$3x-2z+3w=-4$

$5x-4y+w=-3$

c) Find Eigen values and Eigen vectors of : $A=\begin{bmatrix}2 & 2 & 1\\ 1 & 3 & 1\\ 1 & 2 & 2\end{bmatrix}$.

d) Verify Cayley-Hamilton theorem for the matrix :

$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 4 & 5\\ 3 & 5 & 6\end{bmatrix}$. Hence find A^{-1}.

Total No. of Questions :5] [Total No. of Printed Pages :4

Roll No ....

BE-102

B.E. I & II Semester

Examination, June 2016

Engineering Mathematics - I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Answer five questions. In each question part A, B, C is compulsory and D part has internal choice.

ii) All parts of each question are to be attempted at one place.

iii) All questions carry equal marks, out of which part A and B (Max. 50 words) carry 2 marks, part C (Max. 100 words) carry 3 marks, part D (Max. 400 words) carry 7 marks.

iv) Except numericals, Derivation, Design and Drawing etc.

1. a) Define radius of curvature and centre of curvature.

b) If $u = x^3 + y^3 + 3xy$, then find $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y}$.

c) Find the first three terms in the expansion of $\log(1+\tan x)$ by Maclaurin's theorem.

d) Discuss the maxima or minima value of $u = f(x) = x^3 - y^2 - 7x^2 + 4y + 15x - 13$.

OR

If $u = \sec^{-1}\left(\frac{x^2+y^2}{x-y}\right)$. Find the value of

$$x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}.$$

2. a) Define Gamma and Beta function.

b) Evaluate $\int_1^2 x\,dx$, as the limit of a sum.

c) Evaluate the integral $\iiint xyz\,dz\,dy\,dx$,

Over the volume enclosed by three co-ordinates planes and the plane $x+y+z=1$.

d) Prove that $\Gamma(m)\Gamma\left(m+\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2m-1}}\Gamma(2m)$.

OR

Change the order of integration

$$\int_0^4 \int_{x^2/4}^{2\sqrt{x}} dy\,dx.$$

3. a) Define linear and non-linear ordinary differential equation.

b) Solve $(x^3 + 3xy^2)dx + (3x^2y + y^3)dy = 0$.

c) Solve $y = 2px + y^2p^3$.

d) Solve $\frac{d^2y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} + 6y = e^{-2x}\sin 2x$.

OR

Solve $\frac{dx}{dt} + y = \sin t$

and $\frac{dy}{dt} + x = \cos t$.

4. a) Define rank of a matrix.

b) Find the rank of a matrix $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3 & 2\\ 2 & 3 & 5 & 1\\ 1 & 3 & 4 & 5\end{bmatrix}$

c) Examine for consistency, the following equations:

$$5x+3y+14z=4,$$
$$y+2z=1,$$
$$x-y+2z=0,$$
$$2x+y+6z=2$$

d) Find Eigen values and Eigen vectors of the following matrix $A=\begin{bmatrix}2 & 2 & 1\\ 1 & 3 & 1\\ 1 & 2 & 2\end{bmatrix}$

OR

Verify Cayley-Hamilton theorem for the following matrix $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 4 & 5\\ 3 & 5 & 6\end{bmatrix}$. Also find A^{-1}.

5. a) Define simple graph and tree.

b) Explain elementary concept of fuzzy logic.

c) For a Boolean algebra B, prove that $(x \cdot y' + y \cdot z) \cdot (x \cdot z + y \cdot z') = x \cdot z$

d) Draw the switching circuit of the following Boolean function and simplified it.

$f(x,y,z)=x \cdot y \cdot z + x \cdot y' \cdot z + x' \cdot y' \cdot z$

Or

For Boolean algebra B, prove that

i) $(a+b)' = a' \cdot b'$, $\forall\, a,b \in B$

ii) $(a \cdot b)' = a' + b'$, $\forall\, a,b \in B$

******

Total No. of Questions : 8] *[Total No. of Printed Pages : 2*

Roll No ....

BE-102 (GS)

B.E. I & II Semester Examination, June 2020

Grading System (GS)

Engineering Mathematics - I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any Five questions out of eight.

ii) All questions carry equal marks.

1\. a) Find the Maclaurin expansion of $f(x) = \sin x$.

b) Discuss maxima and minima of the function $f(x, y) = x^3 - 4xy + 2y^2$

2\. If $u = \sec^{-1}\left(\dfrac{x^2 + y^2}{x - y}\right)$. Find the value of $x^2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}$.

3\. a) Give the statement of Maclaurin's theorem and Taylor's theorem.

b) Expand e^x by Maclaurin's theorem.

4\. a) Explain the order and degree of a ordinary differential equation with example.

b) Solve the differential equation

$$(1 - x^2)(1 - y)\,dx = xy(1 + y)dy$$

5\. a) Evaluate $\int_0^2 \int_0^1 \left(x^2 + y^2\right) dx\, dy$.

b) Prove that $\left|\overline{\tfrac{1}{2}}\right. = \sqrt{\pi}$.

6\. a) Define radius of curvature and centre of curvature.

b) Find the percentage error in the area of an ellipse if 1% error is made in measuring the major and minor axes.

7. a) Find the rank of the matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 6 & 5 \end{pmatrix}$.

b) Find Eigen values and Eigen vectors of the matrix $A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

OR

a) Find rank of the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 6 & 5 \end{bmatrix}$.

b) Test the consistency and solve
$5x + 3y + 7z = 4$
$3x + 26y + 2z = 9$
$7x + 2y + 10z = 5$

8. a) Explain Clairaut's equation with example.

b) Prove that $(p \vee q) \wedge (\sim p) \wedge (\sim q)$ is a contradiction.

OR

Find the normal form of the matrix and hence find its rank.

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 3 & 6 \\ 0 & 3 & 2 & 2 \\ -8 & -1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$$

******

Roll No ....

BT-102

B.Tech., I & II Semester

Examination, December 2020

Mathematics-I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.
किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.
सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.
किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Find the first four terms in the Expansion of $\log(1+\sin x)$ by Maclaurin's theorem. 7
मैक्लारिन प्रमेय द्वारा $\log(1+\sin x)$ का प्रथम चार पदों तक प्रसार कीजिये।

b) Find the Maxima and Minima of the following function.

$$\sin x+\sin y+\sin(x+y) \text{ in } \begin{cases} 0\le x\le \pi/2 \\ 0\le y\le \pi/2 \end{cases}$$ 7

फलन $\sin x+\sin y+\sin(x+y)$ का उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ ज्ञात कीजिये अंतराल $\begin{cases} 0\le x\le \pi/2 \\ 0\le y\le \pi/2 \end{cases}$ पर

2. a) Evaluate 7

ज्ञात कीजिये

$$\lim_{n\to\infty}\left\{\frac{n!}{n^n}\right\}^{1/n}$$

b) Evaluate 7

ज्ञात कीजिए

$$\int_0^1\int_0^{\sqrt{1+x^2}}\frac{dxdy}{1+x^2+y^2}$$

3. a) Test for Convergence the series. 7

श्रेणी के अभिसरण का परीक्षण कीजिये

$$\frac{1}{1.2.3}+\frac{3}{2.3.4}+\frac{5}{3.4.5}+\ldots\infty$$

b) Obtain the Fourier series for $f(x)=e^{-x}$ in the Interval $0<x<2\pi.$ 7

फलन $f(x)=e^{-x}$ का फूरियर श्रेणी में प्रसार कीजिये अंतराल $0<x<2\pi$ में।

4. a) If W_1 and W_2 be two subspace of V(F) then show that $W_1 \cap W_2$ also subspace of V(F). 7

यदि W_1 और W_2 सदिश समष्टि V(F) के कोई दो उप–समष्टियाँ है। दर्शाइये $W_1 \cap W_2$ भी V(F) की उप–समष्टि है।

b) Show that transformation $f : V_2(R) \to V_3(R)$. Which is defined as $f(a, b)=(a+b,\ a-b,\ b)\ \forall a,b \in R$ is a Linear transformation. Find Range of T, Rank, null space and nullity. 7

दर्शाइये कि रूपान्तरण $f : V_2(R) \to V_3(R)$ जो निम्न प्रकार से परिभाषित है $f(a, b)=(a+b,\ a-b,\ b)\ \forall a,b \in R$ एक रैखिक रूपान्तरण है। ज्ञात कीजिये T का परिसर जाति, शून्य समष्टि एवं शून्यता।

5. a) Find the Eigen value and Eigen Vector's of the matrix

$$\begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 1 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$ 7

निम्न आव्यूह $\begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 1 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ के आइगन मान एवं आइगन सदिश ज्ञात कीजिये।

b) Test for Consistency and solve. 7

संगतता का परीक्षण कीजिये एवं हल करें।

$5x + 3y + 7z = 4$

$3x + 26y + 2z = 9$

$7x + 2y + 10z = 5$

6. a) Expand $\log_e x$ in power of $(x - 1)$ and hence evaluate $\log_e 1.1$ correct to four decimal places. 7

फलन $\log_e x$ का $(x - 1)$ की घातों में प्रसार कीजिये एवं $\log_e 1.1$ का मान ज्ञात कीजिये दशमलव के चार अंको तक।

b) If $u = Sin^{-1}\left(\dfrac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right)$ prove that

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2}\tan u.$$ 7

यदि $u = Sin^{-1}\left(\dfrac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right)$ सिद्ध कीजिये

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2}\tan u$$

7. a) Prove that $B(m,n)=\dfrac{\Gamma m\,\Gamma n}{\Gamma(m+n)}$. 7

सिद्ध कीजिये $B(m,n)=\dfrac{\Gamma m\,\Gamma n}{\Gamma(m+n)}$

b) Find the area lying between the parabola $y=4x-x^2$ and the line $y=x$. 7

परवलय $y=4x-x^2$ एवं रेखा $y=x$ के बीच का क्षेत्र ज्ञात कीजिये।

8. a) Verify Caley-Hamilton theorem for the matrix $\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ 0 & 1 & -1\\ 3 & -1 & 1\end{bmatrix}$ and find the Inverse. 7

निम्न दी हुयी आव्यूह के लिये कैले–हैमिल्टन प्रमेय का सत्यापन कीजिये एवं प्रतिलोम ज्ञात कीजिये। $\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ 0 & 1 & -1\\ 3 & -1 & 1\end{bmatrix}$

b) Define rank of the matrix. Determine the rank of the following matrix. 7

आव्यूह की जाति को परिभाषित कीजिये, निम्न आव्यूह की जाति ज्ञात कीजिये।

$$\begin{bmatrix}0 & 1 & -3 & -1\\ 1 & 0 & 1 & 1\\ 3 & 1 & 0 & 2\\ 1 & 1 & -2 & 0\end{bmatrix}$$

******

Total No. of Questions : 8] [Total No. of Printed Pages : 4

Roll No ....

BT-102 (GS)

B.Tech., I & II Semester

Examination, December 2023

Grading System (GS)

Mathematics-I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.
किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.
सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.
किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) State Lagrange's theorem hence verify for $f(x) = x^2 + 2x$ defined in the interval $[-2, 0]$.
लैग्रेंज की प्रमेय बताइए इसलिए अंतराल $[-2, 0]$ में परिभाषित $f(x) = x^2 + 2x$ के लिए सत्यापित करें।

b) Find the first six terms of the expansions of the function $e^x \cos y$ in a Taylor series in the neighbourhood of the point $(0, 0)$.
बिंदु $(0, 0)$ के पड़ोस में एक टेलर श्रृंखला में फलन $e^x \cos y$ के विस्तार के पहले छह पद खोजें।

2. a) Estimate the extreme values of the function $x^3 + y^3 - 63(x + y) + 12xy$.
फलन $x^3 + y^3 - 63(x + y) + 12xy$ के चरम मूल्यों का अनुमान लगाइए।

b) If $u = u\left(\frac{y-x}{xy}, \frac{z-x}{xz}\right)$ find the value of $x^2 u_x + y^2 u_y + z^2 u_z$.

यदि $u = u\left(\frac{y-x}{xy}, \frac{z-x}{xz}\right)$ है तो $x^2 u_x + y^2 u_y + z^2 u_z$ का मान ज्ञात कीजिए।

3. a) Show that the rectangular solid of maximum volume that can be inscribed in a given sphere is a cube.
दिखाइए कि अधिकतम आयतन का आयताकार ठोस जिसे किसी दिए गए गोले में अंकित किया ज़ा सकता है, एक घन है।

b) Find $\frac{du}{dt}$ if $u = x^2 + y^2, x = a\cos t, y = b\sin t$.

यदि $u = x^2 + y^2, x = a\cos t, y = b\sin t$ है तो $\frac{du}{dt}$ ज्ञात कीजिए।

4. a) Change the order of integration in $\int_0^1 \int_{x^2}^{2-x} xy\,dy\,dx$ and hence evaluate.

$\int_0^1 \int_{x^2}^{2-x} xy\,dy\,dx$ में एकीकरण के क्रम को बदलें और इसलिए मूल्यांकन करें।

b) i) Find the value of $\overline{\left| -\frac{3}{2} \right.}$.

$\overline{\left| -\frac{3}{2} \right.}$ का मान ज्ञात कीजिए।

ii) Evaluate $\int_0^1 x^3 (1-x)^5\, dx$.

$\int_0^1 x^3 (1-x)^5\, dx$ का मूल्यांकन करें।

Contd...

5. a) Test the series $1+\frac{x}{2}+\frac{x^2}{5}+\frac{x^3}{10}+\ldots+\frac{x^n}{n+1}+\ldots$

$1+\frac{x}{2}+\frac{x^2}{5}+\frac{x^3}{10}+\ldots+\frac{x^n}{n+1}+\ldots$ श्रृंखला का परीक्षण करें।

b) Expand $f(x) = x \sin x,\ 0 < x < 2\pi$ as a Fourier series.
फूरियर श्रृंखला के रूप में $f(x) = x \sin x,\ 0 < x < 2\pi$ का विस्तार करें।

6. a) Show that
सिद्ध कीजिए

$$\beta(l,m) = \frac{\lceil l \lceil m}{\lceil l+m}$$

b) Expand as a half range $f(x) = x$ sine series and cosine series for the interval $0 < x < 2$.
अंतराल $0 < x < 2$ के लिए $f(x) = x$ ज्या श्रृंखला और कोज्या श्रृंखला के रूप में विस्तार करें।

7. a) Transform the following matrix into normal form and hence find its rank $\begin{bmatrix} 5 & 3 & 14 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$.

निम्नलिखित आव्यूह को सामान्य रूप में परिवर्तित करें और इस प्रकार इसकी रैंक ज्ञात करें।

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 & 14 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

b) Find the inverse of $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ by using elementary row transformations.

प्रारंभिक पंक्ति परिवर्तनों का उपयोग $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम ज्ञात करें।

8. a) Find the eigen values and eigen vectors of matrix $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$.

आव्यूह $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ के आइगेन मान और आइगेन सदिश ज्ञात कीजिए।

b) Test the consistency and hence, solve the following set of equations
$x+2y-z=3,\ 3x-y+2z=1,\ 2x-2y+3z=2,\ x-y+z=-1$
निरंतरता का परीक्षण करें और इसलिए, समीकरणों के निम्नलिखित निकाय को हल करें।
$x+2y-z=3,\ 3x-y+2z=1,\ 2x-2y+3z=2,\ x-y+z=-1$

******

Total No. of Questions : 8] [Total No. of Printed Pages : 4

Roll No ....

BT-102 (GS)

B.Tech., I & II Semester

Examination, December 2024

Grading System (GS)

Mathematics-I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.
किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.
सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.
किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Find the points where the function x^3+y^3-3axy has maximum or minimum value.
उन बिंदुओं को ज्ञात कीजिए जहाँ फलन x^3+y^3-3axy का अधिकतम या न्यूनतम मान है।

b) Find the Taylor's expansion of $y = \sin x$ about point $x = \pi/2$.
बिंदु $x=\pi/2$ के परितः $y=\sin x$ का टेलर का विस्तार ज्ञात कीजिए।

2. a) The part of the parabola $y^2=4ax$ cut off by the latus rectum revolves about the tangent at the vertex. Find the volume of the reel thus generated.
परवलय $y^2=4ax$ का भाग, जो नाभिजीवा द्वारा काटा जाता है, शीर्ष पर स्पर्शरिखा के चारों ओर घूमता है। इस प्रकार उत्पन्न रील का आयतन ज्ञात कीजिए।

b) Prove that:
सिद्ध कीजिए।

$$\int_0^1 \sqrt{(1-x^4)}\,dx = \frac{\{\Gamma(1/4)\}^2}{6\sqrt{(2\pi)}}$$

3. a) Show that the following series is Convergent.
दिखाएँ कि निम्नलिखित श्रृंखला अभिसारी है।

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\cdots+\frac{1}{4^n}+\cdots$$

b) Obtain Half Range Sine Series for $f(x)=e^x$ in $0<x<1$.
$0<x<1$ में $f(x)=e^x$ के लिए अर्ध-श्रेणी फूरियर Sine श्रृंखला ज्ञात कीजिए।

4. a) Show that the set $w=\{(a,b,0): a,b\in R\}$ is subspace of R^3.
दिखाएँ कि समुच्चय $w=\{(a,b,0): a,b\in R\}$ R^3 का उपसमष्टि है।

b) Are the following vectors LD? If so express one of these as a LC of other two.
$X_1=(1,3,4,2)$ $X_2=(3,-5,2,2)$ $X_3=(2,-1,3,2)$
क्या निम्नलिखित सदिश LD है? यदि ऐसा है तो इनमें से एक को अन्य दो के LC के रूप में व्यक्त करें।
$X_1=(1,3,4,2)$ $X_2=(3,-5,2,2)$ $X_3=(2,-1,3,2)$

5. a) Find a similarity transformation that diagonalise the matrix.
एक समानता परिवर्तन जो मैट्रिक्स को विकर्णित करता है।

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -6 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

b) Find the Eigen value and Corresponding Eigen Vectors of the following Matrix.
निम्नलिखित मैट्रिक्स के Eigen मान और संगत Eigen वेक्टर खोजें।

$$\begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

6. a) Define Beta and Gamma Function and show that relation

$$B(m,n) = \frac{\overline{|m}\,\overline{|n}}{\overline{|m+n}}$$

बीटा और गामा फंक्शन को परिभाषित करें और उस संबंध को दिखाइए।

$$B(m,n) = \frac{\overline{|m}\,\overline{|n}}{\overline{|m+n}}$$

b) Evaluate:
ज्ञात कीजिए।

i) $\int_0^1 x^2 (1-x)^3 \, dx$

ii) $\int_0^1 \sqrt{\left(\frac{1-x}{x}\right)} dx$

PTO

7. a) Prove that the surface area of the solid generated by the revolution of the ellipse $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ about the major axis is :

$$2(\pi ab).\left\{\sqrt{(1-e^2)} + \frac{\sin^{-1} e}{e}\right\}$$

सिद्ध कीजिये कि दीर्घवृत्त $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ की दीर्घ अक्ष की परिक्रमण से उत्पन्न ठोस का सतह क्षेत्र है :

$$2(\pi ab).\left\{\sqrt{(1-e^2)} + \frac{\sin^{-1} e}{e}\right\}$$

b) Show that the sequence $\langle n^{1/n} \rangle$ converge to 1.

दिखाएँ कि अनुक्रम $\langle n^{1/n} \rangle$, 1 में अभिसरित होता है।

8. a) Prove that a rectangular solid of maximum volume within a sphere is a cube.
सिद्ध कीजिए कि एक गोले के भीतर अधिकतम आयतन वाला आयताकार ठोस एक घन है।

b) Verify Rolle's Theorem for the function $y = x^2 + 2$, $a = -2$ and $b = 2$.
फलन $y = x^2 + 2$, $a = -2$ और $b = 2$ के लिए रोले के प्रमेय को सत्यापित करें।

https://www.rgpvonline.com

Total No. of Questions : 8] [Total No. of Printed Pages : 6

Roll No ....

BT-102 (GS)

B.Tech., I & II Semester

Examination, June 2023

Grading System (GS)

Mathematics-I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) State Rolle's theorem hence verify for $f(x) = x^2 + 2x$ defined in the interval $[-2, 0]$.

रोल के प्रमेय का विवरण दें इसलिए अंतराल $[-2, 0]$ में परिभाषित $f(x) = x^2 + 2x$ के लिए सत्यापित करें।

b) Find the first six terms of the expansions of the function $e^x \log(1+y)$ in a Taylor series in the neighbourhood of the point $(0, 0)$.

बिंदु $(0, 0)$ के पडोस में टेलर श्रृंखला में फलन $e^x \log(1+y)$ के विस्तार के पहले छह पद खोजें।

2. a) The temperature $u(x, y, z)$ at any point in space is $u = 400xyz^2$ find the highest temperature on surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

अंतरिक्ष में किसी भी बिंदु पर तापमान $u(x, y, z)$ है $u = 400xyz^2$ क्षेत्र $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ की सतह पर उच्चतम तापमान पाएं।

b) If $u = x^2 \tan^{-1}\frac{y}{x} - y^2 \tan^{-1}\frac{x}{y}$, find the value of $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$.

यदि $u = x^2 \tan^{-1}\frac{y}{x} - y^2 \tan^{-1}\frac{x}{y}$ तो $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ का मान ज्ञात कीजिए।

3. a) Find shortest distance from the origin to the curve $x^2 + 4xy + 6y^2 = 140$

मूल से वक्र $x^2 + 4xy + 6y^2 = 140$ तक की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

b) Find $\frac{du}{dt}$ if $u = x^2 + y^2,\ x = a\cos t,\ y = b\sin t$.

$\frac{du}{dt}$ खोजें अगर $u = x^2 + y^2,\ x = a\cos t,\ y = b\sin t$

4. a) Change the order of integration in $\int_0^1 \int_{x^2}^{2-x} xy\ dy\ dx$ and hence evaluate.

$\int_0^1 \int_{x^2}^{2-x} xy\ dy\ dx$ में एकीकरण के क्रम को बदलें और इसलिए मूल्यांकन करें।

b) Evaluate $\iint e^{2x+3y} dxdy$ over the triangle bounded by $x = 0, y = 0$ and $x + y = 1$.

$x = 0, y = 0$ और $x + y = 1$ से घिरे त्रिकोण पर $\iint e^{2x+3y} dxdy$ का मूल्यांकन करें।

5. a) Test the convergence of the series

$$1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{5} + \frac{x^3}{10} + \cdots + \frac{x^n}{n+1} + \cdots$$

श्रृंखला के अभिसरण का परीक्षण करें।

$$1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{5} + \frac{x^3}{10} + \cdots + \frac{x^n}{n+1} + \cdots$$

b) Expand as a half range $f(x) = x$ sine series and cosine series for the interval $0 < x < 2$.

अंतराल $0 < x < 2$ के लिए $f(x) = x$ ज्या श्रृंखला और कोज्या श्रृंखला के रूप में विस्तृत करें।

6. a) Expand $f(x) = x\sin x,\ 0 < x < 2\pi$ as a Fourier series.

फूरियर श्रृंखला के रूप में $f(x) = x\sin x,\ 0 < x < 2\pi$ का विस्तार करें।

b) Find the a_0 and a_n if the function $f(x) = x + x^2$ is expanded in Fourier series defined in $(-1, 1)$.

a_0 और a_n खोजें यदि फलन $f(x) = x + x^2$ को $(-1, 1)$ में परिभाषित फूरियर श्रृंखला में विस्तारित किया गया है।

7. a) i) If A is a skew symmetric matrix then show that A^2 is a symmetric matrix.

यदि A एक विषम सममित आव्यूह है, तो दिखाइए कि A^2 एक सममित आव्यूह है।

ii) Find eigen values of the matrix $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$.

आव्यूह $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ के आइगेन मान ज्ञात कीजिए।

b) Find the inverse of $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ by using elementary row transformations.

प्रारंभिक पंक्ति परिवर्तनों का उपयोग करके $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम ज्ञात करें।

8. a) Verify Cayley Hamilton theorem for the matrix A and hence find A^{-1} for $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$.

आव्यूह A के लिए केली हैमिल्टन प्रमेय को सत्यापित करें और इसलिए $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ के लिए A^{-1} खोजें।

b) Test the consistency and hence, solve the following set of equations.

$$x+2y-z=3$$
$$3x-y+2z=1$$
$$2x-2y+3z=2$$
$$x-y+z=-1$$

निरंतरता का परीक्षण करें और इसलिए, समीकरणों के निम्नलिखित निकाय को हल करें।

$$x+2y-z=3$$
$$3x-y+2z=1$$
$$2x-2y+3z=2$$
$$x-y+z=-1$$

******

Total No. of Questions : 8] *[Total No. of Printed Pages : 4*

Roll No ....

BT-102 (CBGS)

B.Tech., I & II Semester

Examination, May 2019

Choice Based Grading System (CBGS)

Mathematics-I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.
किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.
सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.
किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Discuss the maximum and minimum value of $u = x^3 y^2 (1-x-y)$.
$u = x^3 y^2 (1-x-y)$ के उच्चतम व निम्नतम मानों की विवेचना कीजिए।

b) Expand $\log_e x$ in powers of (xy) and hence evaluate $\log_e(1.1)$ correct to 4 decimal places.
$\log_e x$ का (xy) की घातों में प्रसार कीजिए तथा $\log_e(1.1)$ का मान दशमलव के चार अंकों तक शुद्धतापूर्वक ज्ञात कीजिए।

2. a) Verify Lagrange's mean value theorem for the function $f(x) = 2x^2 - 7x + 10$ in the interval [2, 5].
अन्तराल [2, 5] में फलन $f(x) = 2x^2 - 7x + 10$ के लिए लैग्रांज के मध्यमान प्रमेय को सत्यापित कीजिए।

b) If $u = f(y-z, z-x, x-y)$, prove that $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0$.
यदि $u = f(y-z, z-x, x-y)$ हो तो सिद्ध करो कि
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

3. a) Evaluate $\int_a^b x^2 dx$ on limit of sums.
$\int_a^b x^2 dx$ का मान ज्ञात योग की सीमा के रूप में कीजिए।

b) Prove that $\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$
सिद्ध कीजिए कि $\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$

4. a) Evaluate $\int_0^2 \int_0^1 (x^2 + y^2)\, dx\, dy$.
$\int_0^2 \int_0^1 (x^2 + y^2)\, dx\, dy$ का मान ज्ञात कीजिए।

b) Evaluate $\int_0^a \int_0^x \int_0^{x+y} e^{x+y+z} dz\, dy\, dx$
$\int_0^a \int_0^x \int_0^{x+y} e^{x+y+z} dz\, dy\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

5\. a) Test for convergence of the following series.
निम्न श्रेणी की अभिसारिता का परीक्षण कीजिए।

$$\sum u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \ldots$$

b) Express $f(x) = x$ as half range cosine series in $0 < x < 2$.
फलन $f(x) = x$ के लिए अन्तराल $0 < x < 2$ में अर्द्ध अन्तराल कोज्या फुरियर श्रेणी ज्ञात कीजिये।

6\. a) Show that the map $T : R^2 \to R^3$ given by
$T(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, x_1 - x_2, x_2)$ is linear
दिखाइए कि प्रतिचित्रण $T : R^2 \to R^3$ जिसे निम्न प्रकार परिभाषित किया जाता है।
$T(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, x_1 - x_2, x_2)$
एक रैखिक प्रतिचित्रण है।

b) Show that the set S of vectors (1, 0, 0), (1, 1, 0) and (1, 1, 1) is linearly independent.
दिखाइए कि सदिशों (1, 0, 0), (1, 1, 0) तथा (1, 1, 1) का समुच्चय S रैखिकत: स्वतंत्र है।

7\. a) Find rank of the matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

आव्यूह $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ की जाति ज्ञात कीजिए।

b) Solve the system of equations
$3x + 3y + 2z = 1; x + 2y = 4; 10y + 3z = -2$ and $2x - 3y - z = 5$
समीकरण $3x + 3y + 2z = 1; x + 2y = 4; 10y + 3z = -2$ तथा $2x - 3y - z = 5$ को हल कीजिए।

8\. a) Find Eigen values of the matrix $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

आव्यूह $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ के आइगेन मानों को ज्ञात कीजिए।

b) Verify Cayley-Hamilton's theorem for the matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

आव्यूह $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ के लिए कैले–हैमिल्टन प्रमेय को सत्यापित कीजिए।

******

Total No. of Questions : 8] [Total No. of Printed Pages : 4

Roll No ....

BT-102 (CBGS)

B.Tech., I Semester

Examination, November 2018

Choice Based Grading System (CBGS)

Mathematics-I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions out of eight.
आठ प्रश्नों में से किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.
सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.
किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Verify Rolle's theorem for the function
$f(x) = x^2$ in $[-1,1]$
फलन $f(x) = x^2$ के लिए अंतराल $[-1,1]$ में रोले के प्रमेय को सत्यापित कीजिये।

b) Using Taylor series find value of $\log_e(1.1)$ correct up to three decimal place.
टेलर श्रेणी का उपयोग कर $\log_e(1.1)$ का मान दशमलव के तीन अंकों तक ज्ञात कीजिये।

2. a) If $u = \sin^{-1}\left(\dfrac{x^2+y^2}{x+y}\right)$, then show that $x\dfrac{\partial u}{\partial x} + y\dfrac{\partial u}{\partial y} = \tan u$

यदि $u = \sin^{-1}\left(\dfrac{x^2+y^2}{x+y}\right)$ हो तो सिद्ध कीजिये कि

$x\dfrac{\partial u}{\partial x} + y\dfrac{\partial u}{\partial y} = \tan u$.

b) Discuss the maxima and minima of the function $x^3 + y^3 - 3axy$.
फलन $x^3 + y^3 - 3axy$ के महत्तम व न्यूनतम मान की विवेचना कीजिये।

3. a) Evaluate $\lim\limits_{n\to\infty}\left\{\dfrac{1}{n+1} + \dfrac{1}{n+2} + \text{-----} + \dfrac{1}{2n}\right\}$.

$\lim\limits_{n\to\infty}\left\{\dfrac{1}{n+1} + \dfrac{1}{n+2} + \text{-----} + \dfrac{1}{2n}\right\}$
का मान ज्ञात कीजिये।

b) Prove that
सिद्ध कीजिये कि

$$\beta(m,n) = \frac{\overline{|m}\,\overline{|n}}{\overline{|m+n}}$$

4. a) Evaluate double integral $\iint_R xy\,dx\,dy$ over the region R bounded by $x=0$, $y=0$ and $x+y=1$.
द्विक समाकलन $\iint_R xy\,dx\,dy$ का मान ज्ञात कीजिये जहाँ R, $x=0$, $y=0$ तथा $x+y=1$ से परिबद्धता क्षेत्र है।

b) Evaluate triple integral $\int_{y=0}^{1}\int_{x=y^2}^{1}\int_{z=0}^{1-x} x\,dz\,dy\,dx$.

त्रिक समाकलन $\int_{y=0}^{1}\int_{x=y^2}^{1}\int_{z=0}^{1-x} x\,dz\,dy\,dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

5. a) Discuss the convergence of the geometric series $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$.

गुणोत्तर श्रेणी $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$ की अभिसारिता का परीक्षण कीजिए:

b) If $p>1$, prove that the p-Series

$$\sum \frac{1}{n^p} = \frac{1}{1^p}+\frac{1}{2^p}+\cdots+\frac{1}{n^p}+\cdots$$

converges.

यदि $p>1$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि p-श्रेणी

$$\sum \frac{1}{n^p} = \frac{1}{1^p}+\frac{1}{2^p}+\cdots+\frac{1}{n^p}+\cdots$$ अभिसरित होती है।

6. a) Show that the vectors (2,1,4), (1,–1,2) and (3,1,–2) form a basis for R^3.

दिखाइए कि सदिश (2,1,4), (1,–1,2) व (3,1,–2) R^3 के लिए एक आधार बनाते हैं।

b) Show that the set $w=\{(a,b,0)/a,b\in R\}$ is a subspace of R^3

दिखाइए कि समुच्चय $w=\{(a,b,0)/a,b\in R\}$, R^3 का एक सदिश उप समष्टि है।

https://www.rgpvonline.com

7. a) Find rank of the matrix $\begin{bmatrix}1&3&4&3\\3&9&12&9\\1&3&4&1\end{bmatrix}$

आव्यूह $\begin{bmatrix}1&3&4&3\\3&9&12&9\\1&3&4&1\end{bmatrix}$ की जाती ज्ञात कीजिए।

b) Show that the following system of equation is in consistent.
$5x+3y+14z=4;\ y+2z=1;\ x-y+2z=0;\ 2x+y+6z=2$

दिखाइए कि निम्न समीकरण निकाय असंगत है।
$5x+3y+14z=4;\ y+2z=1;\ x-y+2z=0;\ 2x+y+6z=2$

8. a) Find Eigen values of the matrix $\begin{bmatrix}2&1&1\\1&2&1\\0&0&1\end{bmatrix}$.

आव्यूह $\begin{bmatrix}2&1&1\\1&2&1\\0&0&1\end{bmatrix}$ के आइगेन मानों को ज्ञात कीजिए।

b) Find the characteristic equation of the matrix

$$A=\begin{bmatrix}2&-1&1\\-1&2&-1\\1&-1&2\end{bmatrix}$$

आव्यूह $A=\begin{bmatrix}2&-1&1\\-1&2&-1\\1&-1&2\end{bmatrix}$ के अभिलाक्षणिक समीकरण को ज्ञात कीजिए।

******

https://www.rgpvonline.com
https://www.rgpvonline.com
https://www.rgpvonline.com
https://www.rgpvonline.com

Total No. of Questions : 8] [Total No. of Printed Pages : 4

Roll No

BT-102 (GS)

B.Tech., I & II Semester

Examination, November 2022

Grading System (GS)

Mathematics-I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.
किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.
सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.
किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Prove that $\frac{\pi}{3}-\frac{1}{5\sqrt{3}} > \cos^{-1}\frac{3}{5} > \frac{\pi}{3}-\frac{1}{8}$ using Lagrange's mean value theorem.

Lagrange's के माध्य मान प्रमेय का उपयोग कर $\frac{\pi}{3}-\frac{1}{5\sqrt{3}} > \cos^{-1}\frac{3}{5} > \frac{\pi}{3}-\frac{1}{8}$ साबित करें।

b) Find the minimum and maximum value of

$f(x,y) = x^3+3xy^2-3x^2-3y^2+4$.

$f(x,y) = x^3+3xy^2-3x^2-3y^2+4$ का न्यूनतम और अधिकतम मान ज्ञात कीजिये।

2. a) Find C of Cauchy's Mean value theorem on $[a, b]$ for the function $f(x)=e^x$ and $g(x)=e^{-x}, (a,b>0)$.

$f(x)=e^x$ और $g(x)=e^{-x}, (a,b>0)$ के फलन के लिए $[a, b]$ पर Cauchy के माध्य मान प्रमेय का C ज्ञात कीजिये।

b) Prove that $\Gamma(n)\Gamma(1-n)=\frac{\pi}{\sin n\pi}$

साबित करें कि $\Gamma(n)\Gamma(1-n)=\frac{\pi}{\sin n\pi}$

3. a) By Changing the order of integration, evaluate

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} y^2\,dy\,dx$$

एकीकरण के क्रम को बदलकर, $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} y^2\,dy\,dx$ का मूल्यांकन करें।

b) Find the area of a plane in the form of a quadrant of the ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ के चतुर्भुज के रूप में एक समतल का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

4. Let W be a subspace of a finite dimensional vector space V(F). Then dim(V/W) = dim V − dim W.
मान लीजिए कि W एक परिमित आयामी वेक्टर स्पेस V(F) का एक सब स्पेस है। फिर dim(V/W) = dim V − dim W ।

5. Obtain the Fourier series to represent $f(x) = x \sin x, 0 < x < 2\pi$.
$f(x) = x \sin x, 0 < x < 2\pi$ का प्रतिनिधित्व करने के लिए फूरियर श्रृंखला प्राप्त करें।

6. a) Show that $T : V_2(R) \rightarrow V_3(R)$ is defined as $T(a, b) = (a - b, b - a, -a)$ is linear transformation.
दिखाएँ कि $T : V_2(R) \rightarrow V_3(R)$ को $T(a, b) = (a - b, b - a, -a)$ के रूप में परिभाषित किया गया है, रैखिक रूपांतरण है।

b) Test the convergence of the series
$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}\right)$
श्रृंखला के अभिसरण का परीक्षण करें
$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}\right)$

7. a) Verify Cayley-Hamilton theorem for the matrix
$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$. Hence find A^{-1}.
सत्यापित करें Cayley-Hamilton के लिए हैमिल्टन प्रमेय
$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ । अतः A^{-1} ज्ञात कीजिये।

b) Examine the consistency of the system of the following equations. If consistent, solve the equation's.
निम्नलिखित समीकरणों के सिस्टम की स्थिरता की जांच करें। यदि सुसंगत हैं, तो समीकरण को हल करें।
$x + y + z = 3$
$x + 2y + 3z = 4$
$x + 4y + 9z = 6$

8. Diagonalize the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$.

मैट्रिक्स $A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ को विकर्णीकृत करें।

******

Total No. of Questions : 8] [Total No. of Printed Pages : 4

Roll No ....

BT-102 (GS)

B.Tech., I & II Semester

Examination, June 2022

Grading System (GS)

Mathematics-I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Verify Rolle's theorem for the function $f(x)=\dfrac{\sin x}{e^x}$.

फंक्शन $f(x)=\dfrac{\sin x}{e^x}$ के लिए रोले के प्रमेय की जाँच करें।

b) Find the minimum value of x^2yz^3, subject to the condition $2x+y+3z=a$.

x^2yz^3 का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिये, शर्त $2x+y+3z=a$ के अध्यधीन।

2. a) Verify Cauchy's Mean value theorem for the function *sinx* and *cosx* in $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$.

$\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ में फ़ंक्शन *sinx* और *cosx* के लिए Cauchy के माध्य मान प्रमेय को सत्यापित करें।

b) State and prove relationship between Beta and Gamma function.

बीटा और गामा फ़ंक्शन के बीच संबंधों को स्पष्ट करके साबित करें।

3. a) Change the order of integration and evaluate $\int_0^{4a}\int_{\frac{x^2}{4a}}^{2\sqrt{ax}} dy\,dx$

एकीकरण के क्रम को बदलें और $\int_0^{4a}\int_{\frac{x^2}{4a}}^{2\sqrt{ax}} dy\,dx$ का मूल्यांकन करें।

b) Using Double integration, find the volume of the tetrahedron bounded by the coordinate planes and the plane $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

दोहरे एकीकरण का उपयोग करते हुए, निर्देशांक विमानों और समतल $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$ से घिरे चतुष्फलक का आयतन ज्ञात कीजिये।

4. Let W_1 and W_2 be two subspace of a finite dimensional vector space V(F).
Then $\dim(W_1+W_2)=\dim W_1+\dim W_2-\dim(W_1\cap W_2)$.
माना कि W_1 और W_2 एक परिमित आयामी वेक्टर स्पेस V(F) के दो सबस्पेस हैं। फिर $\dim(W_1+W_2)=\dim W_1+\dim W_2-\dim(W_1\cap W_2)$।

5. Obtain the Fourier series to represent

$$f(x)=\frac{1}{4}\left(\pi-x^2\right) \text{ in } 0<x<2\pi.$$

$f(x)=\frac{1}{4}\left(\pi-x^2\right)$ in $0<x<2\pi$ का प्रतिनिधित्व करने के लिए फूरियर श्रृंखला प्राप्त करें।

6. a) Show that T : V_3 (R) $\rightarrow V_2$(R) is defined as T$(a_1, a_2, a_3)=(a_1-a_2, a_1-a_3)$ is linear transformation.

दिखाएँ कि T : V_3 (R) $\rightarrow V_2$(R) को T$(a_1, a_2, a_3)=(a_1-a_2, a_1-a_3)$ के रूप में परिभाषित किया गया है, रैखिक रूपांतरण है।

b) Test the convergence of the series

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n^4+1}-\sqrt{n^4-1}\right).$$

श्रृंखला के अभिसरण का परीक्षण करें $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n^4+1}-\sqrt{n^4-1}\right)$।

7. a) Verify Cayley-Hamilton theorem for the matrix

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 4 & 5\\ 3 & 5 & 6\end{bmatrix}$$

सत्यापित करें Cayley-Hamilton के लिए हैमिल्टन प्रमेय

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 4 & 5\\ 3 & 5 & 6\end{bmatrix}$$

b) Examine the consistency of the system and if consistent, solve the equation's

$4x-2y+6z=8,\ x-y-3z=-1,\ 15x-3y+9z=21.$

सिस्टम की स्थिरता की जांच करें और यदि सुसंगत हैं, तो समीकरण के $4x-2y+6z=8,\ x-y-3z=-1,\ 15x-3y+9z=21$ को हल करें।

8. Diagonalize the matrix $A=\begin{bmatrix}8 & -8 & -2\\ 4 & -3 & -2\\ 3 & -4 & 1\end{bmatrix}$.

मैट्रिक्स $A=\begin{bmatrix}8 & -8 & -2\\ 4 & -3 & -2\\ 3 & -4 & 1\end{bmatrix}$ को विकर्णीकृत करें।

******

Total No. of Questions : 8] *[Total No. of Printed Pages : 4*

Roll No ....

BT-1002-CBGS

B.Tech., I & II Semester

Examination, June 2020

Choice Based Grading System (CBGS)

Mathematics - I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.
किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.
किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. Differentiate followings.
निम्नलिखित का अवकलन कीजिये।
   a) $e^{-2x} \sin 5x$
   b) $\dfrac{\log e^x}{x^2}$

2. a) Expand $f(x) = e^x$ in Maclaurin series.
फलन $f(x) = e^x$ का मैक्लारिन श्रेणी में प्रसार कीजिए।
   b) Evaluate the following.
   निम्न का मान ज्ञात कीजिये।
      i) $D^n (e^{an})$
      ii) $D^n (x^n)$

3. a) Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = x^3 - 12x$ in the interval $\left[0, 2\sqrt{3}\right]$.

अन्तराल $\left[0, 2\sqrt{3}\right]$ में रोले की प्रमेय को फलन $f(x) = x^3 - 12x$ के लिए सत्यापित कीजिए।

b) Find the equation of tangent and normal at the point 't' on the curve $x = a\cos^3 t$; $y = a\sin^3 t$

वक्र $x = a\cos^3 t$; $y = a\sin^3 t$ के बिंदु 't' पर स्पर्श रेखा व अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए।

4. a) Evaluate $\int_0^2 \int_0^x \int_0^{x+y} e^x (y + 2z) dx\, dy\, dz$.

$\int_0^2 \int_0^x \int_0^{x+y} e^x (y + 2z) dx\, dy\, dz$ का मान ज्ञात कीजिए।

b) Evaluate $\iint_R e^{2x+3y} dx\, dy$ where R is the region bounded by $x = 0, y = 0$ and $x + y = 1$.

समाकलन $\iint_R e^{2x+3y} dx\, dy$ का मान ज्ञात कीजिए जहाँ R, $x = 0, y = 0$ तथा $x + y = 1$ से परिबद्ध एक क्षेत्र है।

5. a) Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = x^2 + 2x - 8$, in the interval $(-4, 2)$.

अन्तराल $(-4, 2)$ में फलन $f(x) = x^2 + 2x - 8$ के लिए रोले प्रमेय को सत्यापित कीजिए।

b) Find the slope and equation of the tangent to the curve $y = x^3 - x$ at $x = 2$.

वक्र $y = x^3 - x$ के बिंदु $x = 2$ पर स्पर्श रेखा की प्रवणता व समीकरण ज्ञात कीजिए।

6. a) Evaluate the triple integral $\int_{y=0}^{1} \int_{x=y^2}^{1} \int_{z=0}^{1-x} x\,dz\,dx\,dy$.

त्रिक समाकलन $\int_{y=0}^{1} \int_{x=y^2}^{1} \int_{z=0}^{1-x} x\,dz\,dx\,dy$ का मान ज्ञात कीजिए।

b) Find by triple integration, the volume of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

त्रिक समाकलन का प्रयोग कर गोले $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ का आयतन कीजिए।

7. a) Evaluate $\int \frac{(3x^2 + 2x)}{(x^3 + x^2 + 1)} dx$

ज्ञात कीजिये $\int \frac{(3x^2 + 2x)}{(x^3 + x^2 + 1)} dx$

b) Prove that $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx = \frac{\pi}{4}$

सिद्ध कीजिये $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx = \frac{\pi}{4}$

8. a) The radius of a sphere is found to be 20 cm. with a possible error of 0.02 cm. Find the relative error in calculating the volume.

किसी गोले की त्रिज्या 20cm प्राप्त की गई इस गणना में संभावित त्रुटि 0.02cm है। तब गोले के आयतन में होने वाली रिलेटिव त्रुटि की गणना कीजिए।

b) If $x^y + y^x = c$, then find $\frac{dy}{dx}$.

यदि $x^y + y^x = c$, हो तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

******

Total No. of Questions : 8] [Total No. of Printed Pages : 4

Roll No ....

BT-1002 (CBGS) (2017 Batch)

B.Tech., I & II Semester

Examination, June 2022

Choice Based Grading System (CBGS)

Mathematics - I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.
किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.
किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Find the tangent at a point 't' on the curve $x = a\cosh t$, $y = b\sinh t$.
वक्र $x = a\cosh t$, $y = b\sinh t$ के बिंदु 't' पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिये।

b) Verify Rolle's theorem for the function
$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$
फलन $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ के लिए रोले के प्रमेय का सत्यापन करिए।

2. a) Evaluate the following:
निम्न का मान ज्ञात कीजिए।

i) $\int \frac{x^3}{1+x^8}\,dx$ ii) $\int x\sin^{-1}x\,dx$

b) Evaluate the following.
निम्न का मान ज्ञात कीजिये।

i) $D^n(e^{an})$ ii) $D^n(x^n)$

3. a) Expand the function $f(x) = e^x$ by Maclaurin's theorem.
फलन $f(x) = e^x$ का मेक्लॉरिन प्रमेय द्वारा प्रसार कीजिये।

b) Find the maximum or minimum value of the function
$$f = xy + a^3\left\{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right\}$$
फलन $f = xy + a^3\left\{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right\}$ की उच्चतम या न्यूनतम मान ज्ञात कीजिये।

4. a) Find the maximum and minimum value of the function $x^3 + y^3 - 3axy$.
फलन $x^3 + y^3 - 3axy$ का महत्तम व न्यूनत्तम मान ज्ञात कीजिए।

b) If $x^x y^y z^z = c$, then show that at $x = y = z$
$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(x\log ex)^{-1}$$
यदि $x^x y^y z^z = c$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $x = y = z$ पर
$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(x\log ex)^{-1}$$

5. a) The radius of a sphere is found to be 20 cm. with a possible error of 0.02 cm. Find the relative error in calculating the volume.

किसी गोले की त्रिज्या 20 cm प्राप्त की गई इस गणना में संभावित त्रुटि 0.02 cm है। तब गोले के आयतन में होने वाली रिलेटिव त्रुटि की गणना कीजिए।

b) If $x^y + y^x = c$, then find $\frac{dy}{dx}$.

यदि $x^y + y^x = c$, हो तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

6. a) If $x^x y^y z^z = c$ then show that

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(x \log ex)^{-1} \text{ for } x = y = z.$$

यदि $x^x y^y z^z = c$ हो तो $x = y = z$ के लिए सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(x \log ex)^{-1}$$

b) Evaluate

$$\lim_{n\to\infty}\left\{\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+.....+\frac{1}{2n}\right\}$$

$\lim_{n\to\infty}\left\{\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+.....+\frac{1}{2n}\right\}$ का मान ज्ञात कीजिए।

7. a) Evaluate $\int_1^2 \int_1^x \frac{dx\,dy}{xy}$.

ज्ञात कीजिये $\int_1^2 \int_1^x \frac{dx\,dy}{xy}$

b) Evaluate $\iint_R y\,dx\,dy$, where R is the region bounded by the parabola $y^2 = 4ax$ and $x^2 = 4ay$.

ज्ञात कीजिये $\iint_R y\,dx\,dy$, जहाँ पर R, पेराबोलास $y^2 = 4ax$ एवं $x^2 = 4ay$ से घिरा हुआ क्षेत्र है।

8. a) Evaluate $\int_0^1 \int_0^{x^2} e^{y/x}\,dydx$.

$\int_0^1 \int_0^{x^2} e^{y/x}\,dydx$ का मान ज्ञात कीजिए।

b) Evaluate $\int_0^2 \int_0^x \int_0^{x+y} e^x\,(y+2z)\,dx\,dy\,dz$.

$\int_0^2 \int_0^x \int_0^{x+y} e^x\,(y+2z)\,dx\,dy\,dz$ का मान ज्ञात कीजिए।

******

Total No. of Questions : 8] [Total No. of Printed Pages : 4

Roll No ....

BT-1002 (CBGS)

B.Tech., I & II Semester

Examination, May 2018

Choice Based Grading System (CBGS)

Mathematics - I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions out of eight.

आठ में से किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = x^2 + 2x - 8$, in the interval $(-4, 2)$.

अन्तराल $(-4, 2)$ में फलन $f(x) = x^2 + 2x - 8$ के लिए रोले प्रमेय को सत्यापित कीजिए।

b) Find the slope and equation of the tangent to the curve $y = x^3 - x$ at $x = 2$.

वक्र $y = x^3 - x$ के बिंदु $x = 2$ पर स्पर्श रेखा की प्रवणता व समीकरण ज्ञात कीजिए।

2. a) Evaluate $\int e^x \sin x \, dx$ using integration by parts.

खण्डशः समाकलन की रीति से $\int e^x \sin x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

b) Find equations of the tangent and normal to the curve $y = x^2$ at the point $(0, 0)$.

वक्र $y = x^2$ के बिंदु $(0, 0)$ पर स्पर्श रेखा व अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

3. a) Expand the function $f(x) = \cos x$ in Maclaurin series and hence find approximate value of $\cos 18°$.

फलन $f(x) = \cos x$ का मैक्लारिन श्रेणी में प्रसार कीजिये और $\cos 18°$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिये।

b) Verify Euler's theorem for the function

$$u = \sin^{-1}\left(\frac{x^2 + y^2}{x + y}\right)$$

फलन $u = \sin^{-1}\left(\frac{x^2 + y^2}{x + y}\right)$ के लिए यूलर की प्रमेय का सत्यापन कीजिए।

4. a) Find the maximum and minimum value of the function $x^3 + y^3 - 3axy$.

फालन $x^3 + y^3 - 3axy$ का महत्तम व न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

b) If $x^x y^y z^z = c$, then show that at $x = y = z$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(x \log ex)^{-1}$$

यदि $x^x y^y z^z = c$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $x = y = z$ पर

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(x \log ex)^{-1}$$

5. a) Evaluate the limit $\underset{n\to\infty}{Lt}\left\{\frac{n^1}{n^n}\right\}^{1/n}$.

सीमा $\underset{n\to\infty}{Lt}\left\{\frac{n^1}{n^n}\right\}^{1/n}$ का मूल्यांकन कीजिए

b) Prove that $\lceil(n+1) = n\lceil(n)$.

सिद्ध कीजिए कि $\lceil(n+1) = n\lceil(n)$

6. a) Prove that $2\int_0^{\pi/2} \sin^{2m-1}\theta \cos^{2n-1}\theta \, d\theta = B(m,n)$.

सिद्ध कीजिए कि $2\int_0^{\pi/2} \sin^{2m-1}\theta \cos^{2n-1}\theta \, d\theta = B(m,n)$

b) Evaluate $\int_0^2 \int_0^1 (x^2 + y^2)\, dx\, dy$.

$\int_0^2 \int_0^1 (x^2 + y^2)\, dx\, dy$ का मान ज्ञात कीजिए।

7. a) Evaluate the triple integral $\int_{y=0}^{1}\int_{x=y^2}^{1}\int_{z=0}^{1-x} x\, dz\, dx\, dy$.

त्रिक समाकलन $\int_{y=0}^{1}\int_{x=y^2}^{1}\int_{z=0}^{1-x} x\, dz\, dx\, dy$ का मान ज्ञात कीजिए।

b) Find by triple integration, the volume of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

त्रिक समाकलन का प्रयोग कर गोले $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ का आयतन कीजिए।

8. a) Find radius of curvature at a point 't' of the curve $x = a\cos t, y = b\sin t$.

वक्र $x = a\cos t, y = b\sin t$ के बिंदु 't' पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए

b) If $u = x\log xy$ where $x^3 + y^3 + 3xy = 1$, then find $\frac{du}{dx}$.

यदि $u = x\log xy$ हो तो $\frac{du}{dx}$ ज्ञात कीजिए जहाँ $x^3 + y^3 + 3xy = 1$

******

Total No. of Questions : 8] *[Total No. of Printed Pages : 4*

Roll No ....

BT-1002 (CBGS)

B.Tech., I & II Semester

Examination, May 2019

Choice Based Grading System (CBGS)

Mathematics - I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.
किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.
किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Differentiate followings.
निम्नलिखित का अवकलन कीजिये।

i) $e^{-2x}\sin 5x$

ii) $\dfrac{\log e^x}{x^2}$

b) Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = 10x - x^2$ in the interval [0, 10].
फलन $f(x) = 10x - x^2$ को अंतराल [0, 10] के रोले प्रमेय के लिये सत्यापित कीजिये।

2. a) Evaluate $\int \dfrac{(3x^2+2x)}{(x^3+x^2+1)}dx$

ज्ञात कीजिये $\int \dfrac{(3x^2+2x)}{(x^3+x^2+1)}dx$

b) Prove that $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}dx = \dfrac{\pi}{4}$

सिद्ध कीजिये $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}dx = \dfrac{\pi}{4}$

3. a) Expand the function $f(x) = e^x$ by Maclaurin's theorem.
फलन $f(x) = e^x$ का मेक्लॉरिन प्रमेय द्वारा प्रसार कीजिये।

b) Find the maximum or minimum value of the function

$$f = xy + a^3\left\{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right\}$$

फलन $f = xy + a^3\left\{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right\}$ की उच्चतम या न्यूनतम मान ज्ञात कीजिये।

4. a) If $u = ax^2 + 2hxy + by^2$, find $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$ and $\dfrac{\partial^2 u}{\partial y\partial x}$.

यदि $u = ax^2 + 2hxy + by^2$, तो $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$ एवं $\dfrac{\partial^2 u}{\partial y\partial x}$ को ज्ञात कीजिये।

b) If $u = \tan^{-1}\left(\frac{x^3+y^3}{x-y}\right)$, then show that

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \sin 24$$

यदि $u = \tan^{-1}\left(\frac{x^3+y^3}{x-y}\right)$ है तो सिद्ध कीजिये

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \sin 24$$

5. a) Evaluate the integral $\int_a^b x\,dx$, from the definite integral as the limit of a sum.

समाकलन $\int_a^b x\,dx$ का मान डेफिनेट इंट्रीगल एजद लिमिट ऑफ ए सम के लिये ज्ञात कीजिये।

b) Evaluate $\lim_{n\to\infty}\left\{\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{3n}\right\}$

ज्ञात कीजिये $\lim_{n\to\infty}\left\{\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{3n}\right\}$

6. a) Prove that $\left|\frac{1}{2}\right. = \sqrt{\pi}$

सिद्ध कीजिये $\left|\frac{1}{2}\right. = \sqrt{\pi}$

b) Prove that $\beta(m,n) = \beta(m+1,n) + \beta(m,n+1), m,n > 0$

सिद्ध कीजिये $\beta(m,n) = \beta(m+1,n) + \beta(m,n+1), m,n > 0$

7. a) Evaluate $\int_1^2 \int_1^x \frac{dx\,dy}{xy}$.

ज्ञात कीजिये $\int_1^2 \int_1^x \frac{dx\,dy}{xy}$

b) Evaluate $\iint_R y\,dx\,dy$, where R is the region bounded by the parabola $y^2 = 4ax$ and $x^2 = 4ay$.

ज्ञात कीजिये $\iint_R y\,dx\,dy$, जहाँ पर R, पेराबोलास $y^2 = 4ax$ एवं $x^2 = 4ay$ से घिरा हुआ क्षेत्र है।

8. a) Find the radius of curvature for the function $y^2 = 4ax$ at the point (1, 1). http://www.rgpvonline.com

फलन $y^2 = 4ax$ की बिंदू (1, 1) पर करवेचर की त्रिज्या ज्ञात कीजिये।

b) If $x^x + y^x = a^x$, then find $\frac{dy}{dx}$.

यदि $x^x + y^x = a^x$ तब $\frac{dy}{dx}$ को ज्ञात कीजिये।

******

Total No. of Questions : 8] *[Total No. of Printed Pages : 4*

Roll No ....

BT-1002 (CBGS)

B.Tech., I & II Semester

Examination, November 2018

Choice Based Grading System (CBGS)

Mathematics - I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions out of eight.
आठ में से किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.
सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.
किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Verify Rolle's theorem for the function $f(x)=x^3-12x$ in the interval $\left[0,2\sqrt{3}\right]$.

अन्तराल $\left[0,2\sqrt{3}\right]$ में रोले की प्रमेय को फलन $f(x)=x^3-12x$ के लिए सत्यापित कीजिए।

b) Find the equation of tangent and normal at the point 't' on the curve $x=a\cos^3 t$; $y=a\sin^3 t$

वक्र $x=a\cos^3 t$; $y=a\sin^3 t$ के बिंदु 't' पर स्पर्श रेखा व अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए।

2. a) Evaluate the following:
निम्न का मान ज्ञात कीजिए।

i) $\int \frac{x^3}{1+x^8}dx$

ii) $\int x\sin^{-1}x\, dx$

b) Evaluate the following.
निम्न का मान ज्ञात कीजिये।

i) $D^n\,(e^{an})$

ii) $D^n\,(x^n)$

3. a) Expand $f(x)=e^x$ in Maclaurin series.

फलन $f(x)=e^x$ का मैक्लारिन श्रेणी में प्रसार कीजिए।

b) Discuss the maxima and minima of the function $u=x^3y^2(1-x-y)$.

फलन $u=x^3y^2(1-x-y)$ के उच्चतम व निम्नतम मानों की विवेचना कीजिए।

4. a) Find radius of curvature for the curve $x^2+y^2=a^2$.

वक्र $x^2+y^2=a^2$ की वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

b) If $u=\log\left(\frac{x^4+y^4}{x+y}\right)$, show that $x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial y}=3$

यदि $u=\log\left(\frac{x^4+y^4}{x+y}\right)$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial y}=3$

5. a) If $x^x y^y z^z = c$ then show that

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(x \log ex)^{-1} \text{ for } x = y = z.$$

यदि $x^x y^y z^z = c$ हो तो $x = y = z$ के लिए सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(x \log ex)^{-1}$$

b) Evaluate

$$\lim_{n \to \infty} \left\{ \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \ldots.. + \frac{1}{2n} \right\}$$

$\lim_{n \to \infty} \left\{ \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \ldots.. + \frac{1}{2n} \right\}$ का मान ज्ञात कीजिए।

6. a) Prove that $n\overline{|n} = \overline{|(n+1)}$, $n > 0$.

सिद्ध कीजिए कि $n\overline{|n} = \overline{|(n+1)}$, $n > 0$

b) Prove that $B(m,n) = \dfrac{\overline{|m}\,\overline{|n}}{\overline{|m+n}}, (m,n > 0)$

सिद्ध कीजिए कि $B(m,n) = \dfrac{\overline{|m}\,\overline{|n}}{\overline{|m+n}}, (m,n > 0)$

7. a) Express the integral $\int_0^1 x^m \left(1 - x^n\right)^p dx$ in terms of Gamma function.

समाकलन $\int_0^1 x^m \left(1 - x^n\right)^p dx$ को गामा फलन के पदों में व्यक्त कीजिए।

b) Evaluate $\int_0^2 \int_0^1 (x^2 + y^2) dx\, dy$.

$\int_0^2 \int_0^1 (x^2 + y^2) dx\, dy$ का मान ज्ञात कीजिए।

8. a) Evaluate $\int_0^2 \int_0^x \int_0^{x+y} e^x (y + 2z) dx\, dy\, dz$.

$\int_0^2 \int_0^x \int_0^{x+y} e^x (y + 2z) dx\, dy\, dz$ का मान ज्ञात कीजिए।

b) Evaluate $\iint_R e^{2x+3y} dx\, dy$ where R is the region bounded by $x = 0, y = 0$ and $x + y = 1$.

समाकलन $\iint_R e^{2x+3y} dx\, dy$ का मान ज्ञात कीजिए जहाँ R, $x = 0, y = 0$ तथा $x + y = 1$ से परिबद्ध एक क्षेत्र है।

******

61

Total No. of Questions : 8] *[Total No. of Printed Pages : 4*

Roll No ....

BT-1002 (CBGS)

B.Tech., I & II Semester

Examination, November 2019

Choice Based Grading System (CBGS)

Mathematics - I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.
किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.
किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Find the tangent at a point 't' on the curve
$x = a\cos \text{ht}, y = b\sin \text{ht}$
वक्र $x = a\cosh t, y = b\sinh t$ के बिंदु 't' पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिये।

b) Verify Rolle's theorem for the function
$f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$
फलन $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ के लिए रोले के प्रमेय का सत्यापन करिए।

33

2. a) Find equation of normal at point (x, y) for the curve $y^2 = 4ax$.
वक्र $y^2 = 4ax$ के बिंदु (x, y) पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिये।

b) Evaluate $\int xe^x dx$.
समाकलन $\int xe^x dx$. का मान ज्ञात कीजिए।

3. a) Find the Maclaurin's expansion of $\log(1 + e^x)$.
$\log(1 + e^x)$ का मैक्लारिन प्रसार ज्ञात कीजिए।

b) Find radius of curvature for the curve $x = a\cos t, y = a\sin t$
वक्र $x = a\cos t, y = a\sin t$ की वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिये।

4. a) Find Taylor's expansion of $y = \sin x$ about point $x = \pi/2$.
बिंदु $x = \pi/2$ के परित फलन $y = \sin x$ का टेलर प्रसार ज्ञात कीजिए।

b) Discuss the maxima and minima of the function
$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 12y + 20$
फलन $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 12y + 20$ के महत्तम व न्यूनतम मानों की विवेचना कीजिए।

5. a) If $u = \log\left(\dfrac{x^4 + y^4}{x + y}\right)$, show that $x\dfrac{\partial u}{\partial x} + y\dfrac{\partial u}{\partial y} = 3$.

यदि $u = \log\left(\dfrac{x^4 + y^4}{x + y}\right)$, हो तो सिद्ध कीजिये कि $x\dfrac{\partial u}{\partial x} + y\dfrac{\partial u}{\partial y} = 3$

34

b) If $u = f(y|x)$, show that $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = 0$.

यदि $u = f(y|x)$, हो तो सिद्ध कीजिए कि $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = 0$.

6. a) The radius of a sphere is found to be 20 cm. with a possible error of 0.02 cm. Find the relative error in calculating the volume.

किसी गोले की त्रिज्या 20cm प्राप्त की गई इस गणना में संभावित त्रुटि 0.02cm है। तब गोले के आयतन में होने वाली रिलेटिव त्रुटि की गणना कीजिए।

b) If $x^y + y^x = c$, then find $\frac{dy}{dx}$.

यदि $x^y + y^x = c$, हो तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

7. a) Evaluate $\int_a^b x\,dx$ directly from the definition as the limit of sum.

योग की सीमा की परिभाषा से समाकलन $\int_a^b x\,dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

b) Prove that $B(m,n) = 2\int_0^{\pi/2} \sin^{2m-1}\theta \cos^{2n-1}\theta d\theta$

सिद्ध कीजिए कि $B(m,n) = 2\int_0^{\pi/2} \sin^{2m-1}\theta \cos^{2n-1}\theta d\theta$

35

8. a) Evaluate $\int_0^1 \int_0^{x^2} e^{y/x}\,dydx$.

$\int_0^1 \int_0^{x^2} e^{y/x}\,dydx$ का मान ज्ञात कीजिए।

b) Evaluate $\int_0^2 \int_0^x \int_0^{x+y} e^x (y+2z)\,dx\,dy\,dz$.

$\int_0^2 \int_0^x \int_0^{x+y} e^x (y+2z)\,dx\,dy\,dz$ का मान ज्ञात कीजिए।

******

36

http://www.rgpvonline.com
http://www.rgpvonline.com
http://www.rgpvonline.com