

Roll No

BT-401

(AD/AG/AN/AT/CI/CS/CT/CO/EE/EX/FT/IT/MI/MM/SD) (GS)

B.Tech., IV Semester

Examination, December 2024

Grading System (GS)

Mathematics - III

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Using Newton-Raphson method find the real root of the equation $3x = \cos x + 1$ correct to five decimal places.

न्यूटन-राफसन विधि का उपयोग करके समीकरण $3x = \cos x + 1$ का वास्तविक मूल पाँच दशमलव स्थानों तक ज्ञात करें।

- b) Find $f(g)$ from the following table

निम्नलिखित तालिका से $f(g)$ ज्ञात कीजिए।

x	0	1	4	5	7
$f(x)$	8	11	68	123	163

[2]

2. a) Apply the Simpson's $\frac{3}{8}$ rule to evaluate the following

integral for six digit $\int_{1.0}^{1.30} \sqrt{x} \cdot dx$.

छः अंकीय $\int_{1.0}^{1.30} \sqrt{x} \cdot dx$ के लिए निम्नलिखित समाकल का मूल्यांकन

करने के लिए सिम्पसन के $\frac{3}{8}$ नियम को लागू करें।

- b) Solve the following system of equation using Gauss-Seidel method.

गॉस-साइडेल विधि का उपयोग करके निम्नलिखित समीकरण प्रणाली को हल करें।

$$27x + 6y - z = 85$$

$$6x + 15y + 2z = 72$$

$$x + y + 54z = 110$$

3. a) Using Runge-Kutta method of fourth order solve

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - x^2}{y^2 + x^2}, y(0) = 1 \text{ at } x = 0.4 \text{ in step of } 0.2$$

चौथे क्रम की रनगे-कुट्टा विधि का उपयोग करके $x = 0.4$ पर

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - x^2}{y^2 + x^2}, y(0) = 1 \text{ को } 0.2 \text{ के चरण में हल करें।}$$

- b) Find $y(2.2)$ using Euler's method for $\frac{dy}{dx} = -xy^2$ where $y(2) = 1$.

$\frac{dy}{dx} = -xy^2$ के लिए यूलर विधि का उपयोग करके $y(2.2)$ ज्ञात करें जहाँ $y(2) = 1$ है।

4. a) Find the Inverse Laplace transform of $\frac{1}{p^3(p^2 + a^2)}$.

$\frac{1}{p^3(p^2 + a^2)}$ का व्युत्क्रम लाप्लास रूपांतरण ज्ञात कीजिए।

- b) Using Laplace transform solve the differential equation

$$\frac{d^3 y}{dt^3} + 2 \frac{d^2 y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} - 2y = 0$$

Where $y = 1, \frac{dy}{dt} = 2, \frac{d^2 y}{dt^2} = 2$ at $t = 0$.

लाप्लास रूपांतरण का उपयोग करके अंतर समीकरण

$$\frac{d^3 y}{dt^3} + 2 \frac{d^2 y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} - 2y = 0$$

हल करें जहाँ $y = 1, \frac{dy}{dt} = 2, \frac{d^2 y}{dt^2} = 2$ पर $t = 0$

5. a) Fit a Poisson distribution to the following.

निम्नलिखित में पॉइसन वितरण फिट करें।

$x :$	0	1	2	3	4
$f(x):$	46	38	22	9	1

- b) Calculate the mean and standard deviation of Binomial Distribution.

द्विपद वितरण के माध्य और मानक विचलन की गणना करें।

6. a) Find $\frac{dy}{dx}$ at $x = 1.5$ from the following table

निम्न तालिका से $x = 1.5$ पर $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात करें।

x	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
$f(x)$	3.375	7.0	13.625	24.0	38.87	59.0

- b) Evaluate $\int_0^\infty \frac{e^{-t} \cdot \sin t}{t} dt$

मूल्यांकन करें $\int_0^\infty \frac{e^{-t} \cdot \sin t}{t} dt$

7. a) Show that Newton Raphson method is quadratic convergent.

दर्शाइये कि न्यूटन-राफसन विधि द्विघाती अभिसारी है।

- b) Drive Newton forward interpolation formula and use it to estimate the value of $f(1.25)$ from the following table
न्यूटन फॉरवर्ड इंटरपोलेशन फॉर्मूला का उपयोग करें और निम्न तालिका से $f(1.25)$ के मान का अनुमान लगाने के लिए इसका उपयोग करें।

x	1.0	1.5	2.0	2.5
$f(x)$	4.00	18.25	44.00	84.25

8. a) Solve the system of equations

$$3x + y - z = 3$$

$$2x - 8y + z = -5$$

$$x - 2y + 9z = 8$$

Using Gauss elimination method.

समीकरणों की प्रणाली को हल करें।

$$3x + y - z = 3$$

$$2x - 8y + z = -5$$

$$x - 2y + 9z = 8$$

गॉस उन्मूलन विधि का उपयोग करें।

- b) Find Fourier sine transform of $\frac{1}{x}$.

$\frac{1}{x}$ का फूरियर साइन रूपांतरण ज्ञात करें।
