

Roll No .....

**CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302****B.Tech./B.Tech. (Working Professional) III Semester**

Examination, December 2024

**Grading System (GS) / Working Professional****Discrete Structure**

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

**Note:** i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Define various types of functions. How many symmetric and reflexive relations are possible from a set A containing 'n' elements?

विभिन्न प्रकार के कार्यों को परिभाषित करें। 'n' तत्वों वाले समुच्चय A से कितने सममित और प्रतिवर्ती संबंध संभव हैं?

- b) Let Z be the group of integers with binary operation \* defined by  $a * b = a + b - 2$ , for all  $a, b \in Z$ . Find the identity element of the group  $\langle Z, * \rangle$ .

मान लीजिए कि Z सभी  $a, b \in Z$  के लिए बाइनरी ऑपरेशन \* द्वारा परिभाषित पूर्णाकों का समूह है, जो  $a * b = a + b - 2$  द्वारा परिभाषित है। समूह  $\langle Z, * \rangle$  का पहचान तत्व खोजें।

2. a) Show that every Cyclic group is Abelian. Prove that a lattice with 5 elements is not a Boolean algebra.

दिखाएँ कि प्रत्येक चक्रीय समूह एबेलियन है। सिद्ध करें कि 5 तत्वों वाली जाली बूलियन बीजगणित नहीं है।

- b) Define Pigeon hole Principle. Write the contra positive of the implication: "if it is Sunday then it is a holiday."

कबूतर छेद सिद्धांत को परिभाषित करें। निहितार्थ का विपरीत सकारात्मक लिखें "यदि यह रविवार है तो यह छुट्टी है।"

3. a) Show that there does not exist a graph with 5 vertices with degrees 1, 3, 4, 2, 3 respectively.

दिखाएँ कि क्रमशः 1, 3, 4, 2, 3 डिग्री वाले 5 शीर्षों वाला कोई ग्राफ मौजूद नहीं है।

- b) Obtain the generating function for the sequence 4, 4, 4, 4, 4, 4. Explain complete digraph.

अनुक्रम 4, 4, 4, 4, 4, 4 के लिए जनरेटिंग फंक्शन प्राप्त करें। पूर्ण डायग्राफ की व्याख्या करें।

4. a) Define planar graph. Prove that for any connected planar graph,  $v - e + r = 2$  Where  $v, e, r$  is the number of vertices, edges, and regions of the graph respectively.

समतलीय ग्राफ को परिभाषित करें। साबित करें कि किसी भी जुड़े हुए समतल ग्राफ के लिए,  $v - e + r = 2$  जहाँ  $v, e, r$  क्रमशः ग्राफ के शीर्षों, किनारों और क्षेत्रों की संख्या है।

- b) Find the numbers between 1 to 500 that are not divisible by any of the integers 2 or 3 or 5 or 7.

1 से 500 के बीच की वे संख्याएँ ज्ञात कीजिए जो किसी भी पूर्णांक से 2 या 3 या 5 या 7 से विभाज्य नहीं हैं।

5. a) A collection of 10 electric bulbs contain 3 defective ones  
(i) In how many ways can a sample of four bulbs be selected? (ii) In how many ways can a sample of 4 bulbs be selected which contain 2 good bulbs and 2 defective ones? (iii) In how many ways can a sample of 4 bulbs be selected so that either the sample contains 3 good ones and 1 defective ones or 1 good and 3 defective ones?

10 विद्युत बल्बों के संग्रह में 3 दोषपूर्ण बल्ब हैं। (i) चार बल्बों का एक नमूना कितने तरीकों से चुना जा सकता है? (ii) 4 बल्बों का एक नमूना कितने तरीकों से चुना जा सकता है जिसमें 2 अच्छे बल्ब और 2 खराब हो। (iii) 4 बल्बों का एक नमूना कितने तरीकों से चुना जा सकता है ताकि या तो नमूने में 3 अच्छे और 1 खराब बल्ब हो या 1 अच्छा और 3 खराब बल्ब हो।

- b) Discuss about Complete digraph and Euler Graph with the help of suitable examples.

उपयुक्त उदाहरणों की सहायता से पूर्ण डिग्राफ और यूलर ग्राफ के बारे में चर्चा करें।

6. a) Solve the following recurrence equation using generating function.

$$G(K) - 7G(K-1) + 10G(K-2) = 8K + 6.$$

जनरेटिंग फंक्शन का उपयोग करके निम्नलिखित पुनरावृत्ति समीकरण को हल करें।

$$G(K) - 7G(K-1) + 10G(K-2) = 8K + 6.$$

- b) Prove the validity of the following argument "if the races are fixed so the casinos are crooked, then the tourist trade will decline. If the tourist trade decreases, then the police will be happy. The police force is never happy. Therefore, the races are not fixed."

निम्नलिखित तर्क की वैधता साबित करें "यदि दौड़ तय की जाती है तो कैसीनो टेढ़े हो जाते हैं, तो पर्यटक व्यापार में गिरावट आएगी। पर्यटन व्यापार घटेगा तो पुलिस खुश होगी। पुलिस बल कभी खुश नहीं रहता इसलिए, दौड़ें निश्चित नहीं हैं।

7. a) Let  $(L, \vee, \wedge, \leq)$  be a distributive lattice and  $a, b, c \in L$ . if  $a \wedge b = a \wedge c$  and  $a \vee b = a \vee c$  then show that  $b = c$ .

मान लीजिए  $(L, \vee, \wedge, \leq)$  एक वितरणात्मक जालक और  $a, b, c \in L$  है यदि  $a \wedge b = a \wedge c$  और  $a \vee b = a \vee c$  है तो दिखाइए कि  $b = c$  है।

- b) Explain various Rules of Inference for Propositional Logic.

प्रस्तावात्मक तर्क के लिए अनुमान के विभिन्न नियमों की व्याख्या करें।

8. a) What is Ring? Define elementary properties of Ring with example.

रिंग क्या है? रिंग के प्राथमिक गुणों को उदाहरण सहित परिभाषित करें।

- b) Prove or disprove that intersection of two normal subgroups of a group  $G$  is again a normal subgroup of  $G$ .

सिद्ध या असिद्ध करें कि समूह  $G$  के दो सामान्य उपसमूहों का प्रतिच्छेदन फिर से  $G$  का एक सामान्य उपसमूह है।

\*\*\*\*\*