NTI Gymnasiet - Nacka Strand Teknik<br/>programmet-Teknikvetenskap Gymnasie<br/>arbete 100p HT 2023 - VT 2024



# En ny potentiell automatiskt kortleksblandare

Proof of Concept av en kortblandare

Namn: Eduards Abisevs

 $\hbox{E-post: eduards.abisevs@elev.ga.ntig.se}$ 

Namn: Leo Altebro

 $\hbox{E-post: leo.altebro@elev.ga.ntig.se}$ 

Handledare: Elias

# Innehåll

1	Inledning		<b>2</b>				
	1.1 Introd	uktion till ämnet	2				
	1.2 Syfte		2				
<b>2</b>	Teori	Teori					
	2.1 Beräkı	ningsteori	2				
	2.2 Slump	mässighet	2				
	2.3 Bakgr	und av blandings metoder	2				
	2.3.1	Pile shuffle	3				
	2.3.2	Riffle shuffle	3				
	2.3.3	Spinny thingie shuffle	3				
	2.4 Klassis	skt poker test	3				
	2.4.1	Chi-två-test	4				
		ean-testet	4				
		oslumptalsgenerator (PRNG)	4				
	2.7 Progra	ammerings verktyg	4				
3	Metod		5				
	3.1 Testm	iljö	5				
	3.2 Simula	ation för kortblandningar och implementation	5				
	3.2.1	Val av datatyp & rådatalagring	6				
	3.3 Kortb	landings algoritmernas implemenation	6				
	3.3.1	Implemenation av Riffle shuffle	6				
	3.3.2	Implementation av Pile shuffle	6				
	3.4 Statist	iiska tester	6				
	3.4.1	Implemention av Klassiskt poker test	7				
	3.4.2	Implemention av StdMean testet	7				
4	Resulat		8				
5	Diskussion	1	8				
			_				
Bi	ilagor		9				
A	Github		9				
В	Template	att bifoga ett inline kod	9				
$\mathbf{C}$	Template	att bigoga källkod ifrån git repo	9				

## 1 Inledning

#### 1.1 Introduktion till ämnet

Spelbranschen är en industri som omsätter miljardbelopp och precis som alla industrier utvecklas den med resten av världen. Industrier över hela världen har som mål att hitta nya sätt att effektivisera och sänka kostnad på det arbete som utförs för att bedriva vinst, och spelbranschen har följt denna långvariga trend med till exempel online casinon. Inom spelbranschen är kortspel vanligt förekommande, att försöka automatisera dem är därför ett logiskt steg att ta, men för en stor industri vill man vara extra säker på att allt utförs på bästa sätt. Alla sätt att blanda kort är nämligen inte lika bra, vilken sorteringsmetod som används kan ha påverkan på resultatet. Teknologins inflytande inom spelbranschen ökar kraftigt, de största delarna av branschen bedrivs mer och mer av maskiner och algoritmer som får stor potentiellt inflytande på spelresultat, därför är det bäst att börja tänka på möjliga problem så snart som möjligt. Redan nu finns det blandningsmaskiner för kortlekar som vi inte vet någonting om; varken hur de funkar eller hur bra de är. Allt som vi vet är de är certifierade av tredjepartsföretag. Faktumet att de kan kosta upp till 100 000 kr betyder att inte vem som helst kan ha tillgång till en kortblandningsmaskin.

## 1.2 Syfte

Syftet med denna undersökning är att ta fram den hypotetiskt bästa kortblandaren utifrån två faktorer: 1) hur slumpmässigt den algoritm som den byggs efter kan blanda kort; 2) till vilken grad den potentiella maskinen byggd efter algoritmen skulle fungera i verkligheten. Med resultaten förväntas variationen i slumpmässighet för olika blandningsmetoder kunna visas upp samt kunna använda de resultaten för att komma fram till den hypotetiskt definitiva maskinen, något som är viktigt då spelbranschen handlar mycket om chans. Det är därför viktigt att se till att allt funkar på bästa sätt. I den här vetenskapliga rapporten kommer en jämförelse av hur effektivt framtagna blandningsmetoder kan fungera i en hypotetisk blandningsmaskin att utföras. Samtidigt som man kan utforska hur en dator kan göra slumpmässiga sekvenser på ett effektivt sätt med tanken att den ska tillämpas till en potentiell kortblandare. Detta är viktigt för att spelbranschen är en stor industri som handlar mycket om tur, att se till att de slumpmässiga resultaten är framtagna på bästa möjliga sätt är en essentiell del. Vi söker med hjälp av data svaret på frågan:

Utifrån slumpmässighet och effektivitet, vilken kortblandningsmetod är bäst för en potentiell spelkortsblandare som uppfyller följande:

- Fysiskt tillämpning: Hur pass väl den kan framställas i verkligheten
- Effektivitet: Utifrån mjukvaras och hårdvaras perspektiv
- Kortblandnings slumpmässighet

## 2 Teori

#### 2.1 Beräkningsteori

Beräkningsteori är en del av matematik vars syfte är grundat i hur och om problem kan bli lösta på olika beräkningssätt. Beräkningsteori har flera olika grenar. En gren handlar om vad som går att bevisa inom matematik angående om nummer och funktioner är beräkneliga eller inte. Med beräknelig menas något som kan beräknas, det vill säga värderas, uppfattas eller förutses, när det kommer till matematik syftar det på att bestämma något via matematiska modeller/processer, alltså att kalkylera.

## 2.2 Slumpmässighet

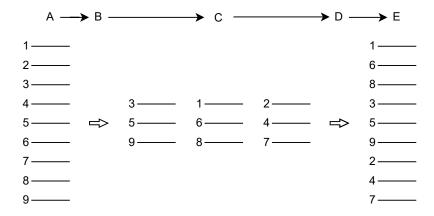
Slumpmässighet är en egenskap som anger att något sker utan klart mönster. När något är helt slumpmässigt är det i princip omöjligt att förutse. Slumpmässighet inom matematik är byggd beräkningsteori och den delas upp i två beroende på om det gäller slumpmässighet av en bestämd mängd eller en oändlig mängd av objekt (Terwijn2016).

## 2.3 Bakgrund av blandings metoder

Theoretical Whats, Whys and Hows angående algorithmer.

#### 2.3.1 Pile shuffle

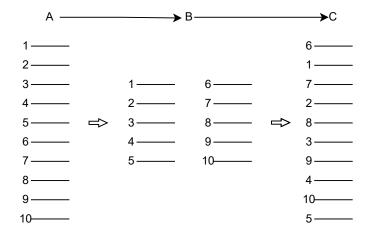
Pile shuffle är en kortleksblandingsmetod som genomförs med fysiska kort. Processen utgår från att ett kort från kortleken läggs i en av flera olika högar. Processen försätter tills alla kort från kortleken har flyttats till en av högarna. Sedan läggs alla högar ihop i en ny kortlek.



Figur 1: Steg i processen för Pile Shuffle. Illustrationen visar de iterativa stegen från den ursprungliga högen (A), genom uppdelning i högar (B), temporara högar (C), omarrangering av temporara högar (D), och tillbaka till en enda hög (E). Pilar indikerar riktningen för blandningsprocessen.

## 2.3.2 Riffle shuffle

Det finns många olika metoder att blanda kort med riffle shuffle. Undersökningar har genomförts och dem har kommit fram till att



Figur 2: Steg i processen för Riffle Shuffle. Illustrationen visar de iterativa stegen från den ursprungliga högen (A), uppdelning i två högar (B), infoga dem två högarna med varandra för att bilda en ny hög. Pilar indikerar riktningen för blandningsprocessen.

## 2.3.3 Spinny thingie shuffle

## 2.4 Klassiskt poker test

Ett klassiskt poker test används att avgöra slumpmässighet i numeriska sekvenser, oftast för att testa slumptalsgeneratorer. Testet utförs genom att 3 till 5 nummer väljs ut ur en sekvens och placeras i en av sju kategorier beroende på mönstret som talen har. Mönstren är baserade på händer i poker vilket är varför testet kallas poker test (**Abdel2014**). De olika mönster som letas efter i talen visas i tabell 1.

Tabell 1: Vanliga kategorier till poker test

Pokerhand	Mönster
Femtal	AAAAA
Fyrtal	AAAAB
Kåk	AAABB
Tretal	AAABC
Tvåpar	AABBC
Par	AABCD
Högt kort	ABCDE

Antalet mönster i varje kategori räknas för att få en distribution, som då jämförs med en distribution som stämmer överens med sannolikheten att få de olika mönstren. Om det total antalet mönster är n och sanolikheten för en pokerhand i är  $p_i$ , därför borde antalet mönster i den kategori vara

$$e_i = p_i * n$$

Där  $o_i$  är antalet mönster som borde matcha pokerhand i. För att bestäma om resultaten kan komma från en rättvis kortlek jämnförs de resultat som fåtts av att plocka ut nummer mot de resultat som fås av sannolikheten via ett chi-två-test.

#### 2.4.1 Chi-två-test

Inom statistik används ett goodness-of-fit test för att mäta hur pass väl fördelningen för den data som observerats stämmer överens med fördelningen som data förväntas ha utifrån en model. Karl Pearsons chi-två-test kan användas som goodness-of-fit test. Det använder chitvåfördeling. I testet jämnförs ett värde  $\chi^2$  med ett kritiskt värde för att bestäma om den observerade följer den förväntade fördelningen.  $\chi^2$  beräknas enligt formeln

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Där  $O_i$  är observerade frekvensen för en kategori av data i och  $E_i$  är förväntade frekvensen för kategorin i (**nist**). Det kritiska värdet fås av antalet frihetsgrader(kategorier - parametrar) och signifikansnivån som bestämts för testet.

Ett aspekt i chi-två-test är att data mängderna som testas inte kan vara för små. Det rekommenderas att  $O_i$  inte är mindre en 5.

## 2.5 StdMean-testet

Förklara logiken till stanardavvikelse och medelvärdet i logiken med avgörande av normal distribitution och hur den ger ett mått/bild på randomness

## 2.6 Pseudoslumptalsgenerator (PRNG)

Här berätta om ChaCha20 (**chacha**) den som är biobliotekes rand (**rand'crate**) default PRNG och mersenne twister som egentligen var första hands val (**mersenne'twister**) men som vi sedan bytte till ChaCha för att i rust är det relativt svårt att implementera och använda mersenne twister. Berätta om dem skillnaderna som finns.

En väldigt känd och testad algoritm är Mersenne Twister (MT 19937) som har en väldigt långt period innan siffrorna börjar att upprepa sig, mer exakt  $2^{19937}$  (mersenne twister).

Alltså nämn att för att det här är som et proof of concept, borde vid senare tillfälle användas en hårdvara PRNG och icke software PRNG. Men på grund av detta undersökning handlar mesta dels om stora mängder av data simulationer så måste vi använda och Sacrifice" verkliga till att lättare skapa simulationer!

## 2.7 Programmerings verktyg

Python är en objektorienterad, dynamiskt typad programmerings språk med fokus på läsbarhet med en enkelt syntax som tillför att det finns stora mängder av biblioteker (samling av färdig kod). Python används ofta i statiskt och numeriskt analys på grund av dens läsbarhet och lätt använding. På grund av Python är skriven i

programmeringspråket C finns det också tilgännliga C API's med andra betecknat CPython. Dem gör det möjligt att skapa program som är snabba och effektiva i stora datamängd analys. Dessa egenskaper har medföljt början av skapande av tiotals avancerade numeriska och bibliotek som är snabba i utförande och minskar antal radar av kod som behövs att skrivas i färdigt program. Dem bibliotek som är speciellt intressenta i detta undersökning är NumPy, Matplotlib, SciPy och Numba. NumPy som är snabbt i vektoriserad aritmetik och SciPy som har många inbygga statistiska tester som  $\chi^2$ -testet (numpy; scipy).

Rust är ett programmeringsspråk som fokuserar på minnessäkerhet, parallellism och minneseffektivitet. Rust är känt för sina avancerade funktioner som ägarskapssystemet (ownership), vilket hjälper till att förhindra minnesläckor och tillåter säker minneshantering utan en skräpsamlare (garbage collector) ( $\mathbf{rust}$ ). Detta har ökad populäritet i användning av Rust i inbyggda system som ett motkandidat till  $\mathbf{c/c++}$ .

## 3 Metod

Metoden kan indelas i tre huvudområden: (1) framtagande av algoritmerna. (2) simulation av kortlkesblandningar. (3) statistiska tester på rådata. Simulationen omfatar ett kvantitativ undersökning för att minimera naturligt slumpmässighet med statiska metoder som Klassikt poker test med resultat som chi-två-fördelning och ett närmare undersökning av hur mycket varierar kort i olika positioner i kortleken. Detta metod valdes för att utföra ett kvantitiv undersökning med hjälp av simulation och statistiska tester. Simulation valdes till för att generera stora mängder av kortlkesblandningar med målet att simulationen (processmässight) skulle vara snarlik ett fysiskt kortleksblandare under sin livscykel.

## 3.1 Testmiljö

I valet av testmiljö prioriterades operativsystemets kompatabilitet av de utvecklingsverktyg som användes. Linux valdes på grund av dess robusta stöd för programmeringsmiljöer och breda stöd för mjukvaruutvecklingsverktyg. Dessutom erbjuder Linux bättre kontroll över systemsresurer, vilket är avgörande för att uppnå följdriktiga och tillförlitliga testresulat. Därför kördes undersökningen på en dator med Linux som operativsystem med specifikationerna listade i Tabell 2.

Тур	Specification
Processor	AMD Ryzen 5 3600
	6 cores / 12 threads
	3.6 GHz
RAM	15.93 GB
Hårddisk	KINGSTON SA400S3, 447 GB
Operativsystem	Arch Linux x86_64,
	Linux kernel 6.6.9-arch1-1

Tabell 2: Linux Dator

## 3.2 Simulation för kortblandningar och implementation

Simulations- och blandningsalgoritmerna implementerades i programmerings språk Rust version 1.73.0. Simulationen avspeglar hur ett fysiskt kortleksblandare skulle fungera. För att göra att alla simulationer har ett och samma utgångspunkt valdes det att börja med ett fabriksordning för en standard 52-kortlek. Där korten är ordnade efter sitt färg i sekvensiell ordning två till ess (utan jokrarna). Matematiskt kan en sådan kortlek beskrivas som mängden  $\{x \in \mathbb{N}, 0 \leq x \leq 51\}$ , där x representerar en enskild kort.

Simulation utgår från att man genererar tvådimmensionella array, detta kan matematikst beskrivas som matris med bestämd mängd av kortlekar. Vart varje kort, låt kalla dem till x som följer följande mängden  $\{x \in \mathbb{N}, 0 \le x \le 51\}$  Resulterande datamängden är en matris D med 52 kolumner och m antal rader, vart m värde visar hur många kortlekar det finns i datamängden.

$$D = \begin{bmatrix} x_{0,0} & x_{0,1} & x_{0,2} & \cdots & x_{0,51} \\ x_{1,0} & x_{1,1} & x_{1,2} & \cdots & x_{1,51} \\ x_{2,0} & x_{2,1} & x_{2,2} & \cdots & x_{2,51} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{m,0} & x_{m,1} & x_{m,2} & \cdots & x_{m,51} \end{bmatrix}$$

För att bestämma värdet för m följdes ett kriterium ifrån klassiskt poker test (mer i detalj beskriven i underrubriken 2.4.1). Till hjälps användes NIST internätkälla i denna nämns det att det är viktigt för chi-square

approximationens trovärdighet att minsta kategorin ska inte vara mindre än fem teoretiska framkommande i den kategorin (**nist**). Därför är det viktigt att hitta den minsta kategorin som kan förekomma. I poker är den mest sällsynta pokerhanden den kungliga färgstegen (Royal Flush) som kan räknas ut på följande sätt antal av alla kortkombinationer med fem kort.  $\binom{52}{5} = 2598\,960$  Kungliga färgstege finns det fyra kombinationer av i kortleken som kan räknas ut på följande sätt totala antal kombinationer av kungliga färgstege delat med totala antal femkorts kombinationer från standardkortlek.

$$P(\text{Kunglig färgstege}) = \frac{\binom{4}{1}}{\binom{52}{5}} = \frac{4}{2598960} \approx \frac{1}{649740}$$

$$m = P(\text{Kunglig färgstege}) \times 5 = 3248700$$

detta blir den minimala datamängden i simulationen .

#### 3.2.1 Val av datatyp & rådatalagring

Efter teoretiska beräkningar av datamängden är det viktigt att välja en lämplig datatyp att representera data i. Högsta talet som behövs är 51 definerad tidigare och betecknat med x. Detta betyder att den minsta datatypen som får användas är 8 bit eller 1 byte långa som kan innehålla följande värden

$$\{b \in \mathbb{N}, 0 \le b \le 255\}$$

som övernsstämmer med datamängdens högsta talet x. Detta ger möjligheten att använda den fundermantala datatypen som används i minnesadressen. Fördelen med detta är det simplifierar lagring och inmatning av datamängder i t.ex Python med NumPy.

Andra aspekten till varför datatypen är viktigt är att spara minnen för att det kommer att simuleras och sparas tiotals rådata filer varje fil kommer att väga 161MB, detta kan räknas ut på följande sätt

$$\frac{\text{totala bytes}}{\text{megabyte (MB)}} = \frac{52 \times m}{1024 \times 1024} = \frac{52 \times 3\,248\,700}{1024 \times 1024} = \frac{168\,932\,400}{1\,048\,576} \approx 161 MB$$

som det är enkelt att spara data i binärt format för att 8 bits eller 1 byte är ett fundamentalt och uniformt mått i minnesadressen. Med det sagt, ingen bearbetning av data behövs och det är enkelt att ladda in denna i till exempel Python med numpy till statistiska testerna av rådata

Därför att sista teoretiska delen att bestämma är hur många iterationer per algoritm ska genomföras. Med iterationer menas hur många gånger kortleken blandas följande på varandra.

## 3.3 Kortblandings algoritmernas implemenation

Då tanken var att algoritmerna skulle potentiellt användas i ett fysiskt inbäddat system fanns det vissa kriterier som algoritmerna skulle följa: det skulle gå att bygga en maskin, den skulle vara slumpmässig, dvs. simulation

#### 3.3.1 Implemenation av Riffle shuffle

Mekaniskt och mjukvarumässigt enklaste versionen av riffle shuffle är perfekt riffle shuffle

## 3.3.2 Implementation av Pile shuffle

Inspiration att undersöka pile shuffle kom ifrån

3DprintedLife2021, där pile shuffle implementerades i en 3d printat kortleksblandare.

#### 3.4 Statistiska tester

Detta sektion handlar om hur statistiska metoder som Poker test och StdMean-testet implementerades för att analyser slumpmässighet av valda och simulerade algoritmerna.

Statistiska tester utfördes med Python version 3.11. Python valdes på grund av dens rika utbud av bibliotek, speciellt inom vetenskaplig databehandling och dataanalys. Därför valdes det att utföra statistika tester som Poker test och StdMean-testet i Python. En till perspektiv till varför Python valdes är att analys och avgörande av slumpmässighet är fundementalt komplex process icke räknebart, men det som underlättar framtagande av resulat är visuella grafer och tabeller. I denna studie saknas det erfaranhet och kunskaper inom högre grads områden inom matematiken som statistikt analys. Detta betyder att rent matematiska modeller till avgörande av slumpmässighet som entropi eller ApEn var för komplexa att förstå (ApEn). Därför valdes dem bort på grund av bristande kunksper. Men för att avgörande av slumpmässighet är domän specifikt och rent matematiskt

komplex då krävs det högre förstålse i matematatikens området inom statistik. Istället valdes det att fokuser på normal distrabition av kortlekar och kort. Dessutom implementerades det metoder som är visuellt representativa.

Med detta sagt Pythons Matplotlib bibliotek underlättar processen av graf ritanade tillsammans i en symbious relation med NumPy som har styrka i datamängd represention och vektoriserad databearbetning. Utfördes det mindre matematisk komplicerade tester med fokus på storleken av datamägderna som ger en god överblick av slumpmässighet av dem olika blandnings algoritmerna som simulerades. På avseende på ett teoretiskt perfekt blandnings resulat för samtliga metoder.

Rådata som sparades efter simulationen är laddat in som en dimensionell array med hjälp av Numpy efter det är rådata återställt tillbaka till tvådimensionell matris för vidare analys. Statiska tester delar datamängden.

#### 3.4.1 Implemention av Klassiskt poker test

Poker Test utgår ifrån att man karaktäriserar typer av mönster till pokerhänder och kalkylerar den absolutvärdet  $\chi^2$  i detalj beskrevs teorin bakom  $\chi^2$  testet i sektion 2.4.

## Kategorisering

I standardkortlek finns det 52 kort med fyra olika färger (Spader, Hjärter, Ruter och klöver) och 13 valörer (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, Knekt, Dam, Kung, Ess). Av skall att testerna utförs med standard kortleken,

Pokerhand	Example på mönster	Antal kombinationer
Royal flush	$A \spadesuit K \spadesuit Q \spadesuit J \spadesuit 10 \spadesuit$	4
Färgstege	$K \spadesuit Q \spadesuit J \spadesuit 10 \spadesuit 9 \spadesuit$	36
Fyrtal	$A \spadesuit A \heartsuit A \diamondsuit A \clubsuit K \spadesuit$	624
Kåk	$A \spadesuit A \heartsuit A \diamondsuit K \clubsuit K \spadesuit$	3 744
Färg	$K \spadesuit Q \spadesuit J \spadesuit, 10 \spadesuit 8 \spadesuit$	5 108
Stege	$K \spadesuit Q \heartsuit J \diamondsuit 10 \clubsuit 9 \spadesuit$	10 200
Triss	$A \spadesuit A \heartsuit A \diamondsuit K \clubsuit Q \spadesuit$	54 912
Två par	$A \spadesuit A \heartsuit K \diamondsuit K \clubsuit Q \spadesuit$	123 552
Ett par	$A \spadesuit A \heartsuit, K \diamondsuit Q \clubsuit J \spadesuit$	1 098 240
Högt kort	$A \spadesuit Q \heartsuit J \diamondsuit 5 \clubsuit 4 \spadesuit$	1302540
	Summan:	2 598 960

Tabell 3: Alla pokerhänders namn, relativt mönster och antal av kombinationer

valdes det att anpassa  $\chi^2$  testet att använda alla poker händer. Matematiken speciellt kombinatoriken att räkna ut sannolikheter och frekvensen av alla poker händer är relativt svårt uppdrag därför addopterdes det **Drew2006** uträkningar se tabell 3. Detta medföljde med mer komplex karakterisering av pokerhänder än när man använder  $\chi^2$  testet att till example testa slumptalsgeneratorer. Valet log med att datamängderna innehåller kortlekar till att göra simulationer mer realistiska och anpassade till hur ett riktigt kortleksblandare skulle fungera i drift. Därför valet att anpassa statistiska tester till slutmål användnings sätt verkade vara ett logiskt steg att ta.

Poker Test kan anpassas till vilken som helst sekvens av nummer 3-5 stora mängder. Men för att vår simulation använder vi samma nummer som pokerkort därför kan vi anpassa klassiska poker test var man använder alla möjliga pokerhänder av sekvens av 5 kort. Resultatet från karakterisering av händer använder man i en chi-square testet. För att göra testet rätt följde jag Engineering Statistics handbok (NIST 2012). Dvs för att avgöra hur många händer uppkom med avseende till teoretiska värdena EXPECTED vs OBSERVED värdena. sen jämför man chi-square resultatet till en CRITICAL värde om den värden som vi fick är mindre kan vi med säkerhet säga att algoritmen är slumpmässigt och vice versa.

Testet utgår i två generella steg kategorisera fem kort och seden

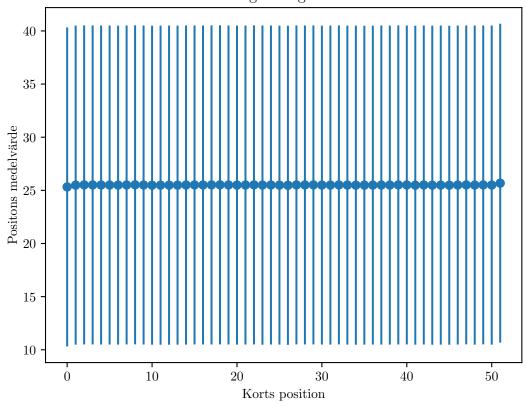
## 3.4.2 Implemention av StdMean testet

Datamängden är utformat på sätt att kort värde är alltså dess position i kortleken. Första kort är 0 dvs position 0 i kortleken. Kalkylerar varje columns korts medelvärde och standaravvikelse ska man förustpå att medelvärde borde ligga nära 51/2 = 25.5 detta betyder att i position 0 har alla kort varit i, och om standaravviklse i figuren är höga torn har position 0 stort variation av vilka kort som var där. Detta är då en indikator på en uniform distribution som betyder en slumpmässigt algoritm.

## 4 Resulat

Totalt 75 simulationer av olika kortblandnings algoritmer utfördes. Dem viktigaste av simulationerna plockades ut och deras resultat presenteras här. Resultat av poker test samt medelvärde för algoritmers ledtid presenteras i tabeller. Resultaten för medelvärde av dem positioner ett kort har varit på och standardavvikelsen presenteras via punktdiagram. Vilket kort som en punkt i diagrammet representerar ges av punktes position på x-axeln, medelvärde är avläst från punktens position på y-axeln och standardavvikelse är givet av linjen som går genom punkten.

Algortim: V1 bin shuffle iterationer: 4 Datamängds längd: 3248700



Figur 3: Ett test resultat från StdMean testet

Och tabeller över resultat ifrån  $\chi^2$  testet.

Tabell 4: Test table resultat från v1 bin shuffle algoritmen

Pokerhand	Observerad frekvens	Förväntad frekvens	$\chi^2$
Total	3248700	3 248 700	8.85

## 5 Diskussion

Och sista sektionen här, men den är relativt straightforward.

# Bilagor

# A Github

Länk till Github repository vart Rust och Python källkod till simulationen respektive statistikst anlys är samlad, samt källkod till latex med vilken detta rapport hade skrivits länk: https://github.com/Abishevs/gymarbete

## B Template att bifoga ett inline kod

Listing 1: Python example

```
# Your source code here
print("Hello, World!")
```

# C Template att bigoga källkod ifrån git repo