



Eng. Mecatronica, Mecanica e computação

Método de kirchoff: Análise de malhas

Prof. Msc. Alexsandro M. Carneiro

www.ucdb.br/docentes/alexsandro

Eng. Mecatronica, Mecanica e Computação

2010



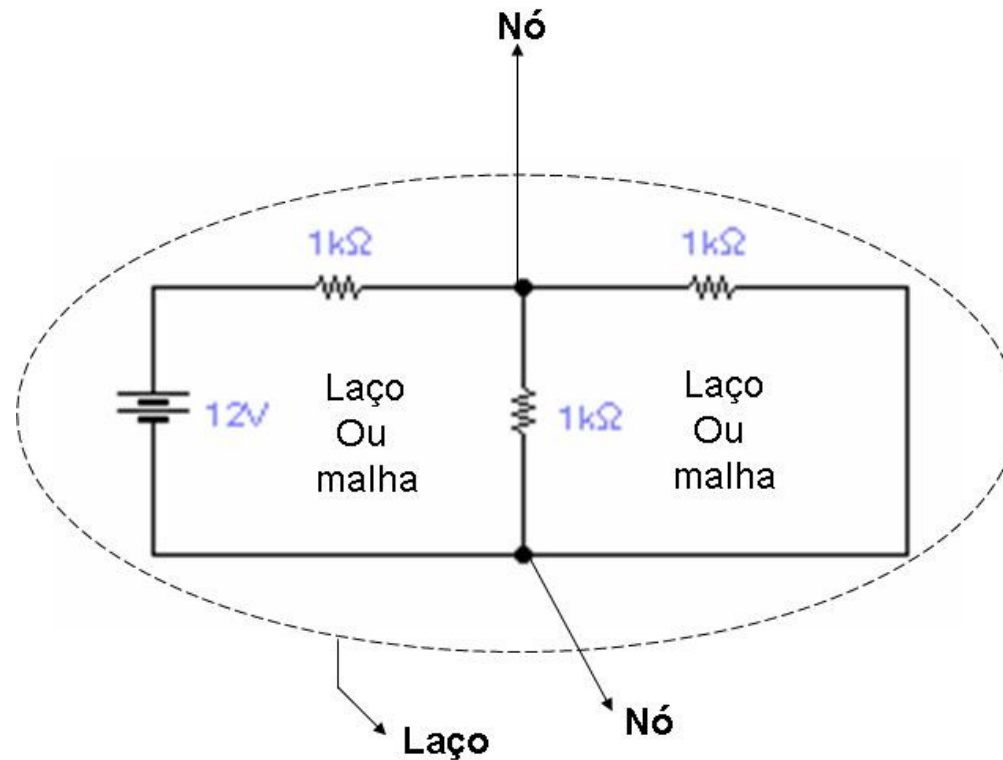
Tópicos Abordados

1. Definições: **malhas, ramos e nós.**
 2. Revisão da Lei de kirchoff
 - 1ª Lei(nós)
 - 2ª lei(malhas)
 3. Equacionando malhas de circuitos elétricos
 4. Método de Maxwell (Corrente Fictícias)
-



Definições

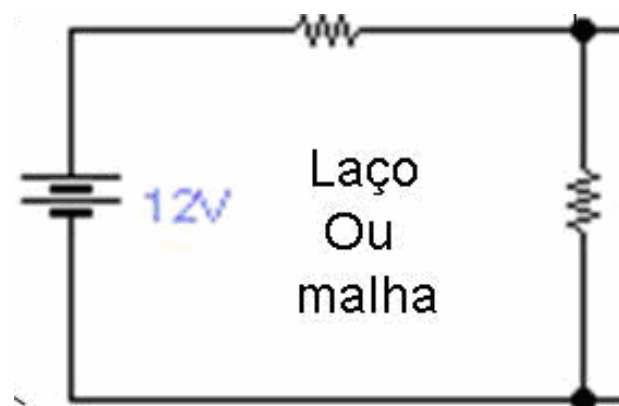
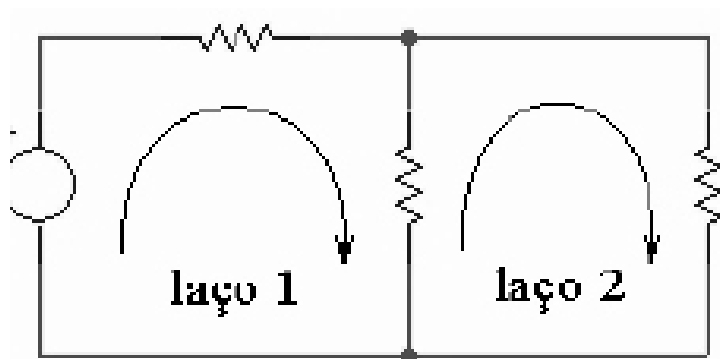
- **Nó:** ponto de conexão de dois ou mais componentes em um circuito.





Definições

- **Malha ou Laço:** caminho fechado em um circuito elétrico.





Leis de Kirchhoff

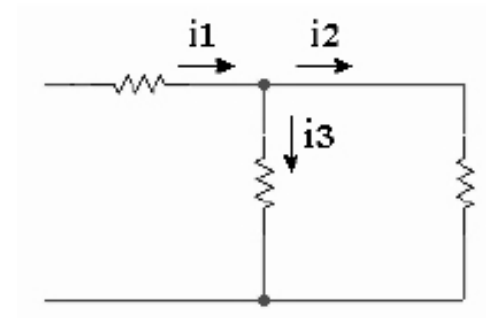
- Definição:
 - Definidas pelo físico alemão Gustav Kirchhoff
 - Servem para ditar o comportamento das grandezas em um circuito elétrico composto por diferentes laços e nós.
 - Interessante de se usar em circuitos com muitas:
 - Malhas
 - Fontes
 - Nós
 - LEIS:
 1. Lei dos Nós
 2. Lei das malhas
-



1ª Lei(nós)

- Definição:
 - A soma algébrica das correntes presentes em cada nó é igual a zero.

$$\sum_{j=1}^N I_j = 0$$

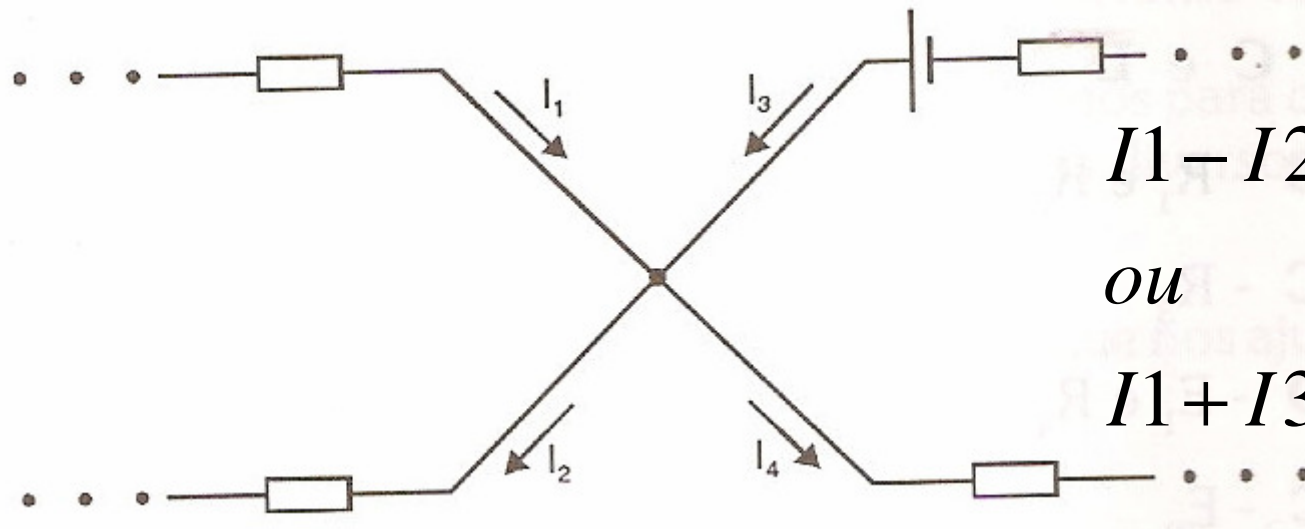


- onde i_j representa a corrente em cada um dos N ramos de um dado nó
-



1ª Lei(nós)

- Ponto de vista
 - I(+): cargas positivas
 - (-): cargas negativas



$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = 0$$

ou

$$I_1 + I_3 = I_2 + I_4$$



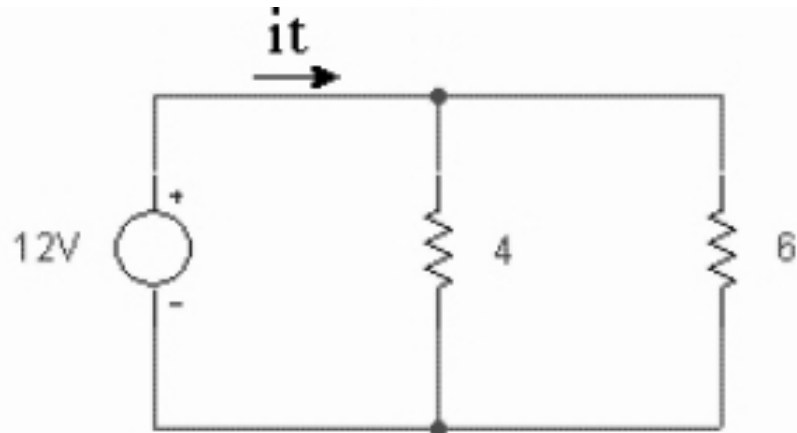
1ª Lei(nós)

- Conclusão:
 - A soma das correntes que entram em um nó é igual a soma das corrente que saem.



Exercício 01

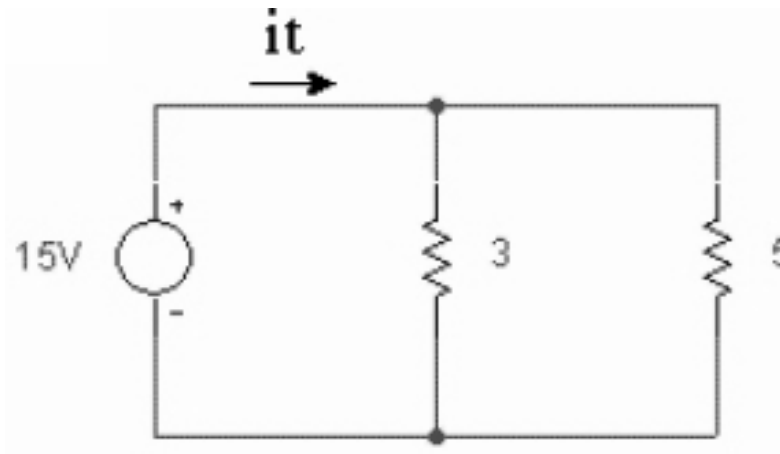
- Qual o valor de $I(t)$, I_4 e I_6 ?





Exercício 02

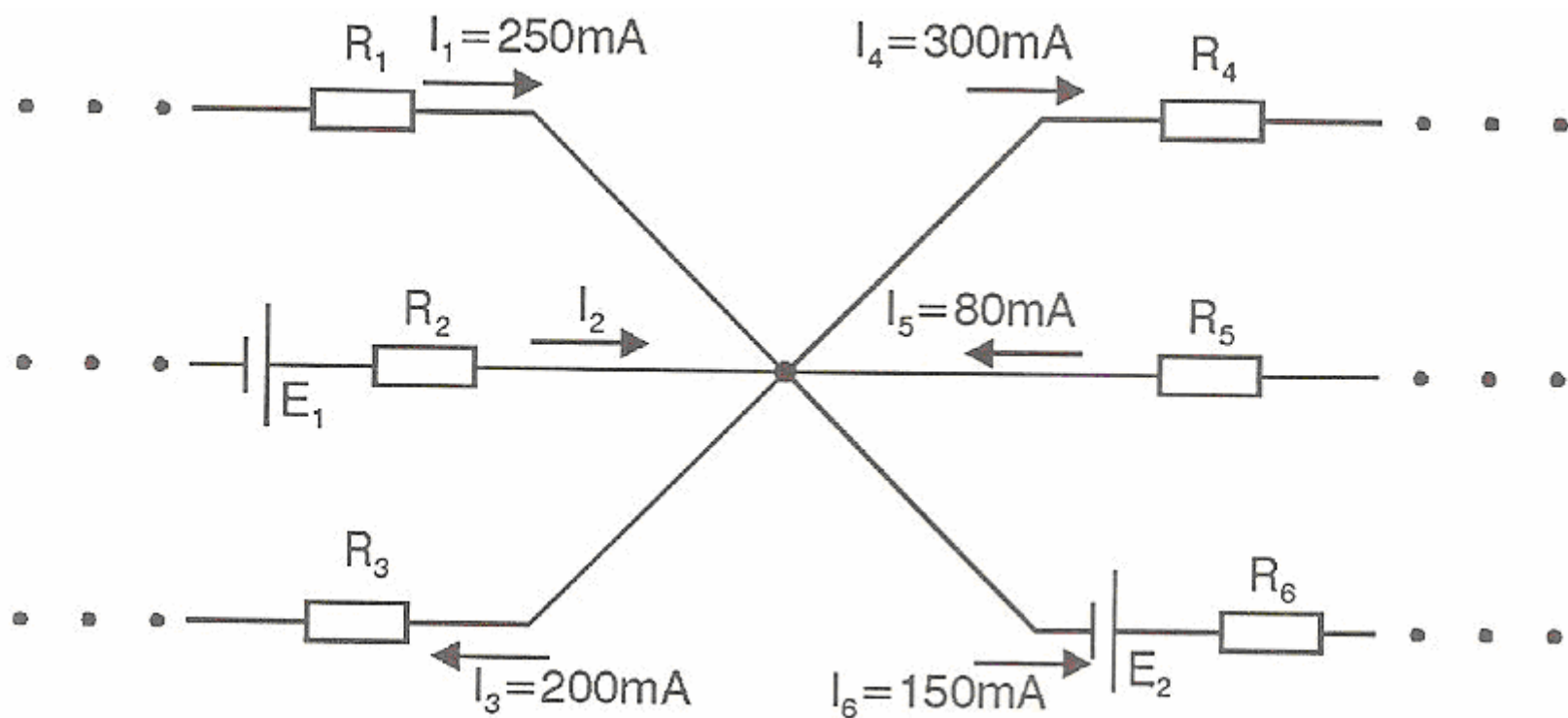
- Qual o valor de $i(t)$ e i_3 e i_5 ?





Exercício 3

- Qual o valor de I_2 ?



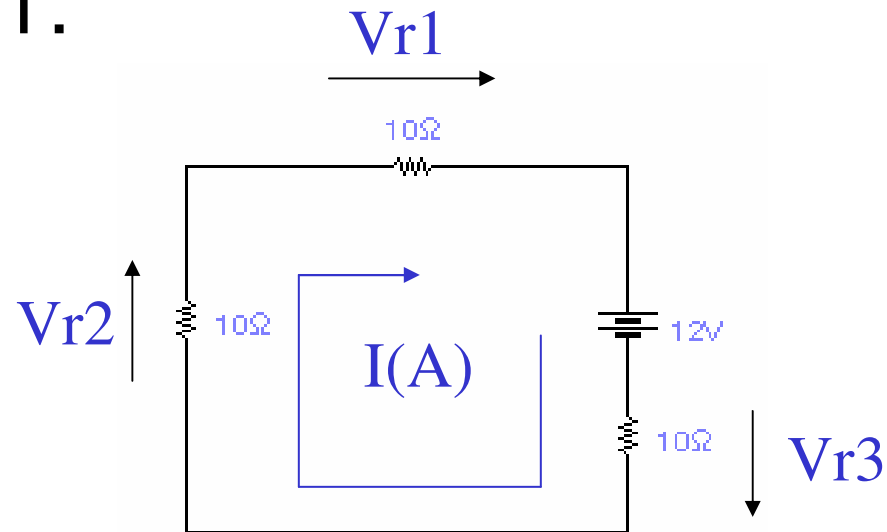


2ª Lei (malhas)

- Definição:
 - A soma algébrica das tensões em uma malha é “ZERO”
 - Ou a soma das tensões orientadas no sentido horário é igual à soma das tensões no sentido anti-horário.
 - $V_{\text{Gerada}} = \sum V_{\text{Dissipada}}$
-

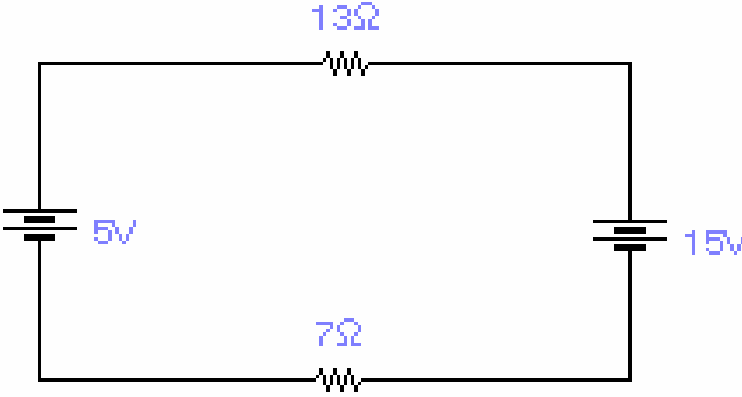
2ª Lei (malhas)

- Exemplo 1:



– Quais os valores de V_r ?

2ª Lei (malhas)

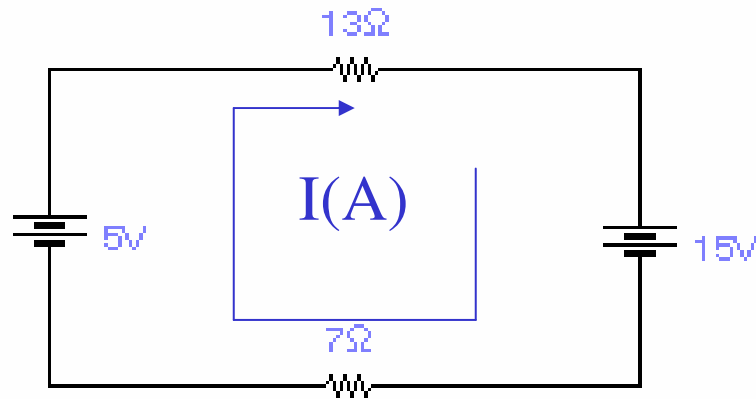
- Exemplo 2:
 - Dado o circuito abaixo como determinar o sentido e a intensidade da corrente que percorre o mesmo?
- 

- Adotar um sentido arbitrário para $I(A)$ (sent. Horário)
 - Equacionar o sistema
 - Pelo resultado (+ ou -) analisar se a corrente segue o sentido adotado ou não.
-



2ª Lei (malhas)

- Exemplo 2:



$$5 - 13 * I - 7 * I - 15 = 0$$

$$5 - 20 * I - 15 = 0$$

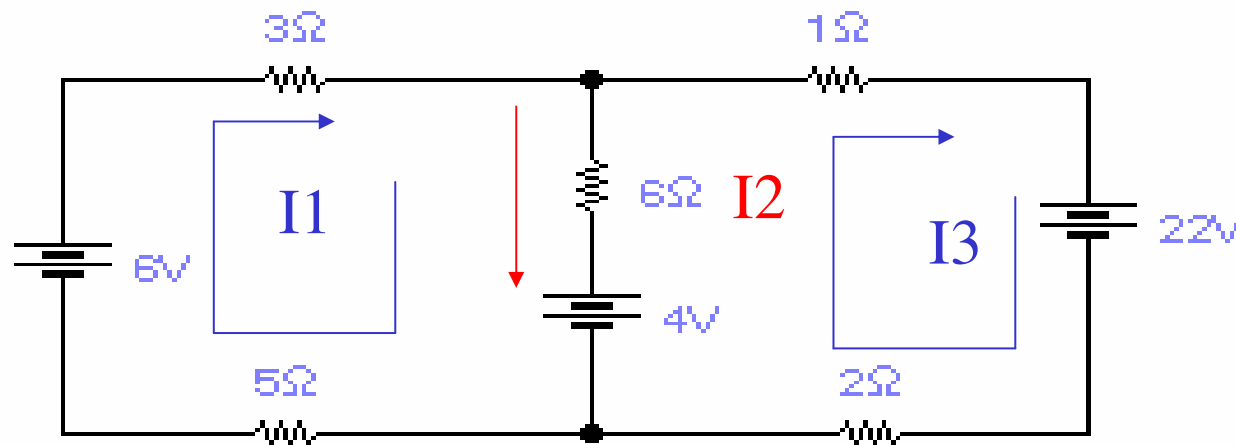
$$-20 * I = -10$$

$$I = -0,5A$$

- Como $I(A) = -0,5A$, o sentido adotado é o errado!
 - Nem sempre é possível prever o sentido correto.
-

2ª Lei (malhas)

- Exemplo 3:
 - Neste exemplo existem 03 correntes.
 - Quais o valor de cada $I(A)$?





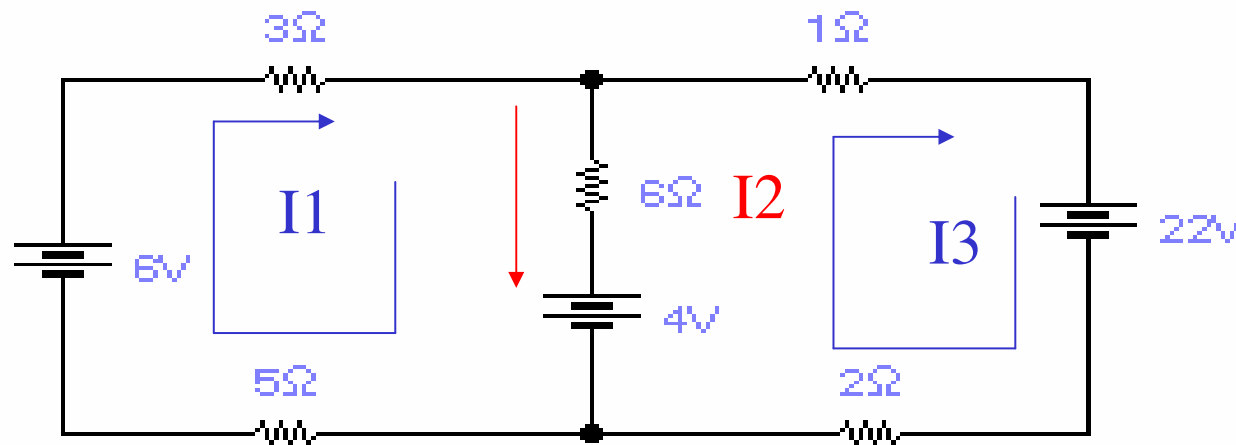
2ª Lei (malhas)



- Regras de Cálculo:
 1. Estabelecer um sentido convencional de $I(A)$ para todas as malhas;
 2. Polaridade de $V(v)$ para cada $R(\Omega)$ de acordo com sentido de $I(A)$;
 3. Aplicar 1ª Lei(nós). Fique de olho nas $R(\Omega)$ em comum a várias malhas;
 4. Calcular $I(A)$, resolva por sistemas;
 5. Calcule $V(v)$ após conhecer a $I(A)$ das malhas,nós e ramos;
 6. Verificar solução percorrendo toda malha do circuito inteiro.
-

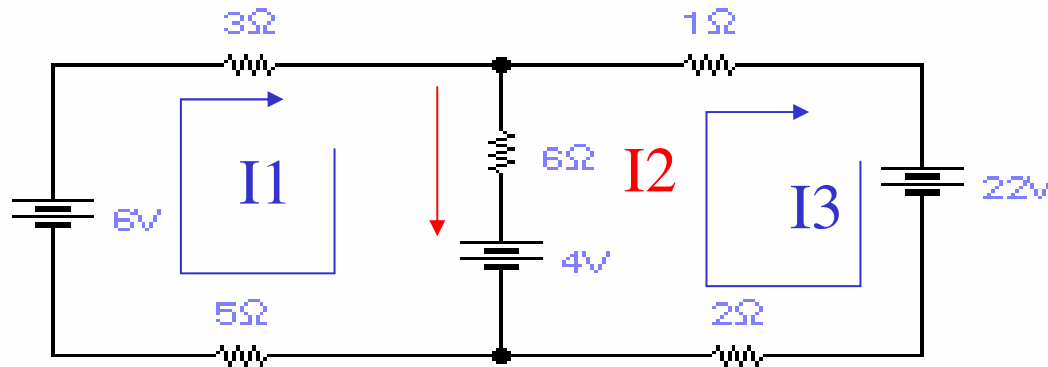
2ª Lei (malhas)

- Exemplo 3:
 - Adotar sentido horário e equacionar as malhas I_1 e I_3 .





2ª Lei (malhas)



Malha I1:

$$6 = 3I_1 + 6I_2 + 4 + 5I_1$$

$$8I_1 + 6I_2 = 6 - 4$$

$$8I_1 + 6I_2 = 2$$

Malha I2:

$$6I_2 + 4 = I_3 + 22 + 2I_3$$

$$6I_2 + 4 = 3I_3 + 22$$

$$6I_2 - 3I_3 = 22 - 4$$

$$6I_2 - 3I_3 = 18$$

Sistema :

$$8I_1 + 6I_2 = 2 \quad (1)$$

$$6I_2 - 3I_3 = 18 \quad (2)$$

$$I_1 = I_2 + I_3$$

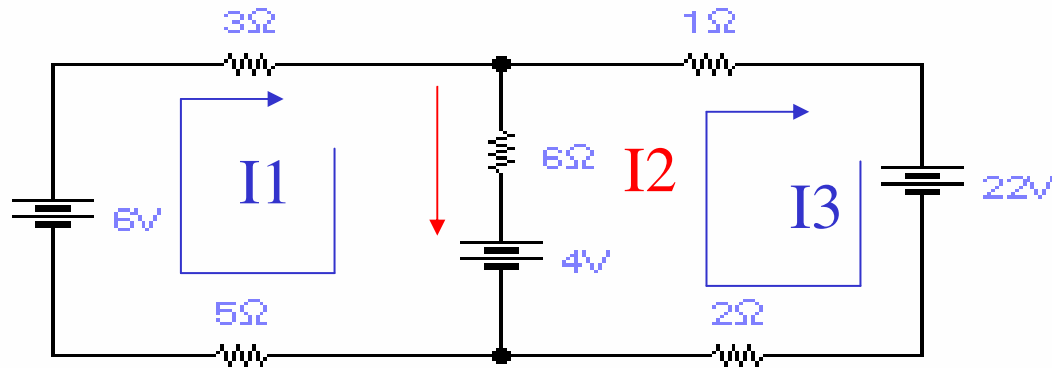
Substituir I1 em (1):

$$\begin{cases} 14I_2 + 8I_3 = 2 \\ 6I_2 - 3I_3 = 18 \end{cases}$$

→ Achar valores de I_1 , I_2 e I_3 .



2ª Lei (malhas)



$$14I_2 + 8I_3 = 2 \cdot (3)$$

$$6I_2 - 3I_3 = 18 \cdot (8)$$

$$42I_2 + 24I_3 = 6$$

$$48I_2 - 24I_3 = 144$$

$$90I_2 = 150$$

$$I_2 = 1,66666 \text{ A}$$

Substituindo para achar I_3 :

$$6I_2 - 3I_3 = 18$$

$$-3I_3 = 18 - 6 \cdot (1,66666)$$

$$-3I_3 = 18 - 10$$

$$I_3 = -2,66666 \text{ A}$$

Substituindo para achar I_1 :

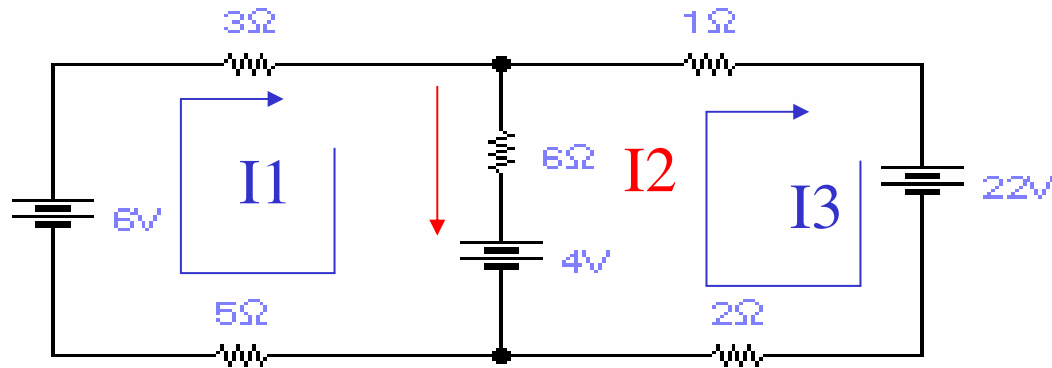
$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$I_1 = 1,6666 - 2,66666$$

$$I_1 = -1 \text{ A}$$



2ª Lei (malhas)



- **Conclusão:**
 - Como I_1 e I_3 são negativo, o sentido real das correntes é o contrário do sentido adotado na resolução.
-



Resumo Geral

- Método de Kirchhoff
 - Usado para analisar circuitos complexos
 - Usar as regras para achar $I(A)$:
 1. Estabelecer um sentido convencional de $I(A)$ para todas as malhas;
 2. Polaridade de $V(v)$ para cada $R(\Omega)$ de acordo com sentido de $I(A)$;
 3. Aplicar 1ª Lei(nós). Fique de olho nas $R(\Omega)$ em comum a várias malhas;
 4. Calcular $I(A)$, resolva por sistemas;
 5. Calcule $V(v)$ após conhecer a $I(A)$ das malhas, nós e ramos;
 6. Verificar solução percorrendo toda malha do circuito inteiro.
-

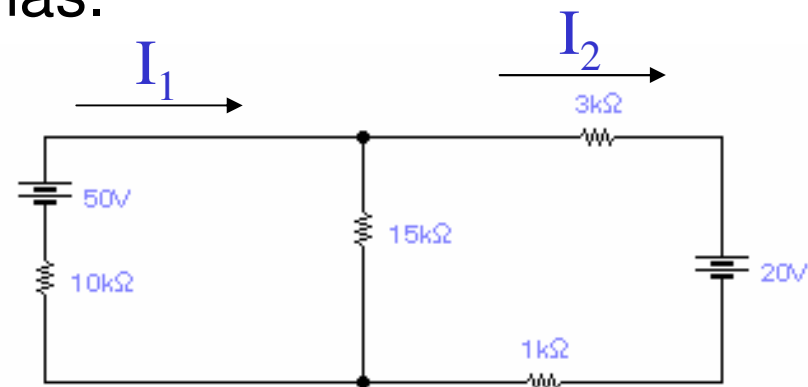


Método de Maxwell



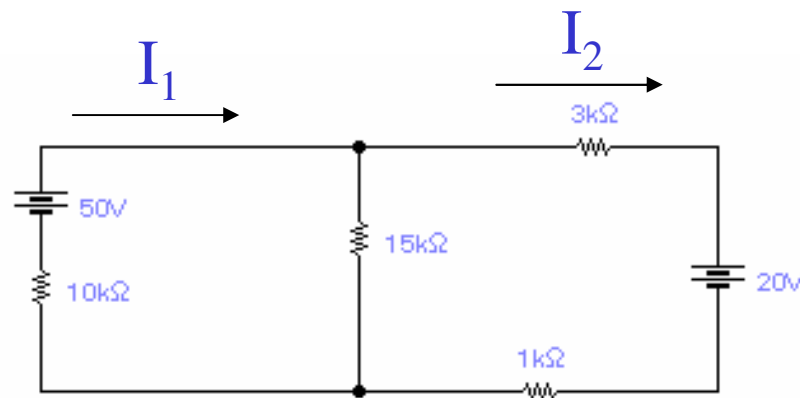
Met. de Maxwell

- Definição
 - Semelhante a Kirchhoff;
 - Porém usa $I(A)$ fictícias:
 - NO exemplo abaixo não existe uma $I_n(A)$ para o resistor $15K\Omega$. O que existe é a diferença ou soma de $I(A)$ entre as malhas.



Met. de Maxwell

- Definição:
 - Desta forma é possível equacionar considerando o sentido das $I(A)$ e achando o valor fictício para o nó central.





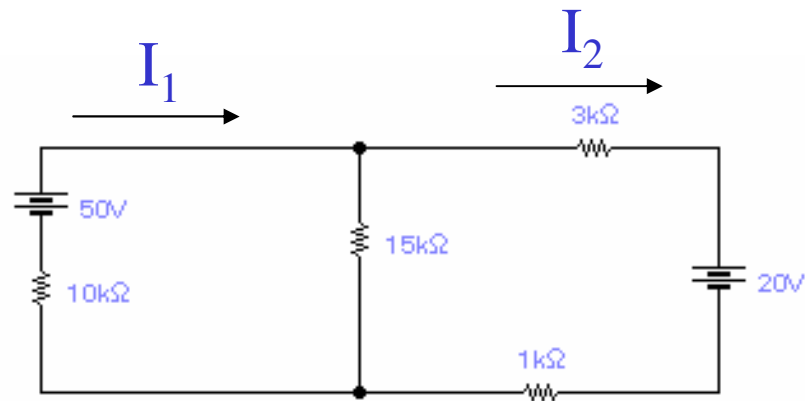
Met. de Maxwell

- **Regras:** semelhante a kirchoff, apenas descarta $I(A)$ do nó central.
 1. Estabelecer um sentido convencional de $I(A)$ para todas as malhas;
 2. Polaridade de $V(v)$ para cada $R(\Omega)$ de acordo com sentido de $I(A)$;
 3. Aplicar 1ª Lei(nós). Fique de olho nas $R(\Omega)$ em comum a várias malhas;
 4. Calcular $I(A)$, resolva por sistemas;
 5. Calcule $V(v)$ após conhecer a $I(A)$ das malhas,nós e ramos;
 6. Verificar solução percorrendo toda malha do circuito inteiro.
-



Met. de Maxwell

- Exemplo 1:

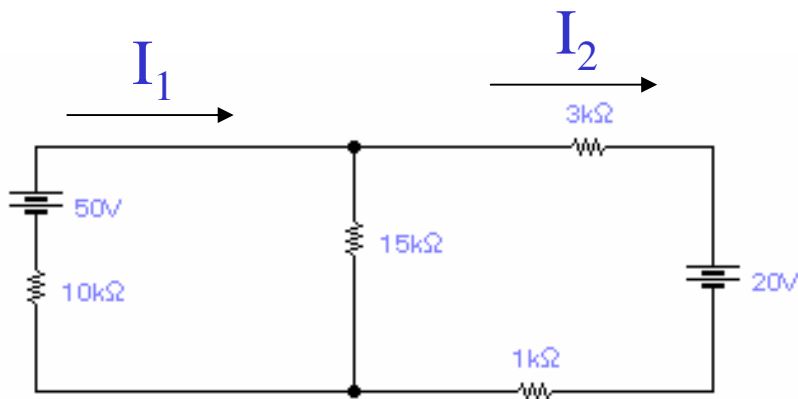


COMO EQUACIONAR POR MAXWELL ?



Met. de Maxwell

- Exemplo 1:



malha 1:

$$50 - 15000(I_1 - I_2) - 10000I_1 = 0$$

$$50 - 15000I_1 + 15000I_2 - 10000I_1 = 0$$

$$-25000I_1 + 15000I_2 = -50$$

malha 2:

$$-20 - 1000I_2 - 15000(I_2 - I_1) - 3000I_2 = 0$$

$$-20 - 1000I_2 - 15000I_2 + 15000I_1 - 3000I_2 = 0$$

$$15000I_1 - 19000I_2 = 20$$

Sistema

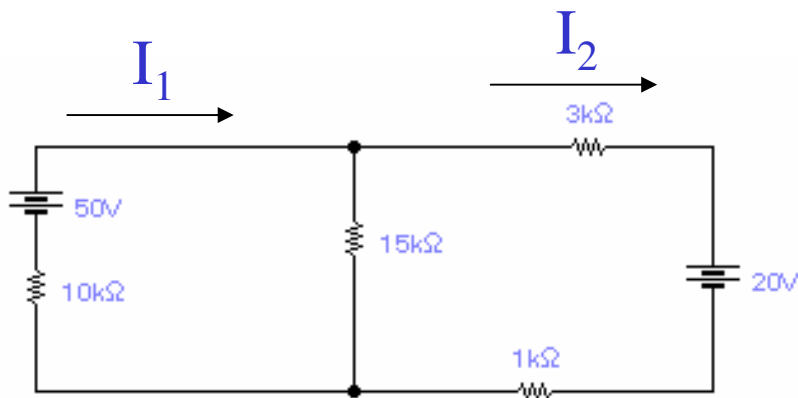
$$-25000I_1 + 15000I_2 = -50$$

$$15000I_1 - 19000I_2 = 20$$

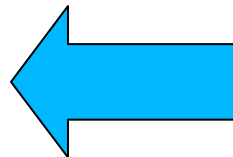


Met. de Maxwell

• Exemplo 1:



- Sentidos corretos
- $I(15_{k\Omega}) = I_1 - I_2 = 0,0016A$



Sistema

$$-25000I_1 + 15000I_2 = -50 \quad (\div 5)$$

$$15000I_1 - 19000I_2 = 20 \quad (\div 3)$$

~~$$-5000I_1 + 5000I_2 = -10$$~~

~~$$5000I_1 - 6333,333I_2 = 6,3333$$~~

$$-3333,333I_2 = 3,3333$$

$$I_2 = 0,001A$$

Logo:

$$-25000I_1 + 15000(0,001) = -50$$

$$-25000I_1 = -50 - 15$$

$$I_1 = 0,0026 A$$



Conclusão

- Métodos de kirchoff e Maxwell:
 - Ambos permitem analisar circuitos complexos:
 - Sentido da $I(A)$
 - Queda de tensão
 - Potencia
 - Kirchoff:
 - Mais variáveis(incógnitas): I_1 , I_2 e I_3 .
 - Maxwell:
 - Correntes fictícias presente nos ramos
 - Acha $I(A)$ malha A e B, depois pelo sinal resultante acha a última corrente
-



Ref. Bibliográfica

- CHOUERI Jr, C.A; LOURENÇO, A.C. e CRUZ, E.C.A. *Circuitos em Corrente Contínua*. São Paulo. Érica, 1996.*
- GUSSOW, Milton. *Eletricidade Básica*. São Paulo: Schaun/McGraw-Hill, 1985.