

# Estruturas de Dados II

## Árvores AVL - Implementação

**Prof<sup>a</sup>. Juliana de Santi**

**Prof. Rodrigo Minetto**

Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Material compilado de: Cormen, Notas de aula IC-UNICAMP e  
IME-USP

# Sumário

- 1 **Árvore AVL - TAD**
- 2 Rotação simples à esquerda
- 3 Rotação simples à direita
- 4 Rotação dupla à esquerda
- 5 Rotação dupla à direita
- 6 Atualização de fator de balanceamento à esquerda
- 7 Atualização de fator de balanceamento à direita
- 8 Atualização de fator de balanceamento (funções auxiliares)
- 9 Inserção

## Árvore AVL - TAD

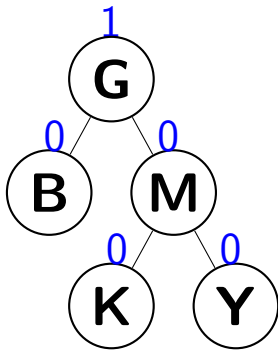
Uma árvore **AVL** de caracteres pode ser definida pela seguinte **estrutura**:

```
typedef struct node {  
    char chave;  
    int altura;  
    struct node* esq;  
    struct node* dir;  
} No, Arvore;
```

# Sumário

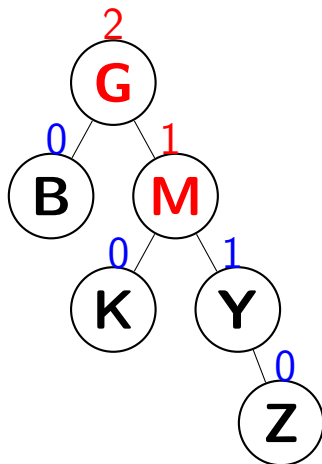
- 1 Árvore AVL - TAD
- 2 Rotação simples à esquerda
- 3 Rotação simples à direita
- 4 Rotação dupla à esquerda
- 5 Rotação dupla à direita
- 6 Atualização de fator de balanceamento à esquerda
- 7 Atualização de fator de balanceamento à direita
- 8 Atualização de fator de balanceamento (funções auxiliares)
- 9 Inserção

## Insertão do nó Z



## Árvore AVL - Rotação simples à esquerda

### Insertão do nó Z



## Árvore AVL - Rotação simples à esquerda

Arvore\* **Rotacao\_simples\_esq** (Arvore \*a) {

    No \*t = a→dir;

    a→dir = t→esq;

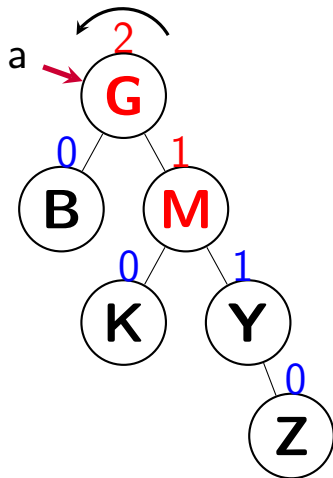
    t→esq = a;

    a→altura = Atualizar(a);

    t→altura = Atualizar(t);

    return t;

}



## Árvore AVL - Rotação simples à esquerda

Arvore\* **Rotacao\_simples\_esq** (Arvore \*a) {

**No** \*t = a→dir;

a→dir = t→esq;

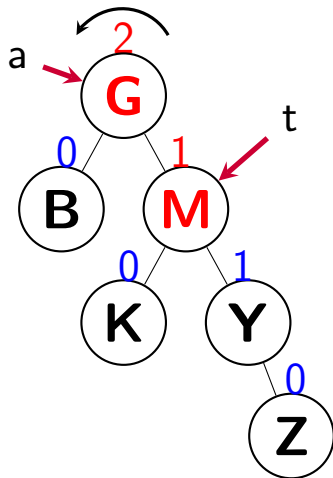
t→esq = a;

a→altura = Atualizar(a);

t→altura = Atualizar(t);

return t;

}





## Árvore AVL - Rotação simples à esquerda

Arvore\* **Rotacao\_simples\_esq** (Arvore \*a) {

No \*t = a→dir;

a→dir = t→esq;

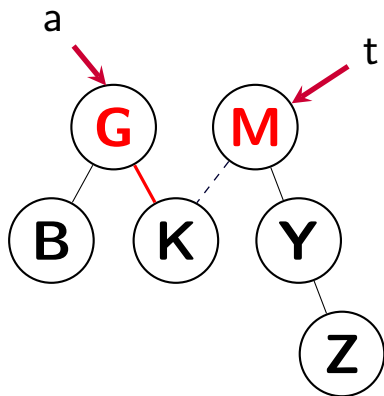
t→esq = a;

a→altura = Atualizar(a);

t→altura = Atualizar(t);

return t;

}



## Árvore AVL - Rotação simples à esquerda

Arvore\* **Rotacao\_simples\_esq** (Arvore \*a) {

    No \*t = a→dir;

    a→dir = t→esq;

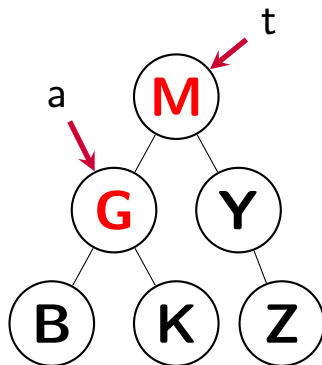
    t→esq = a;

    a→altura = Atualizar(a);

    t→altura = Atualizar(t);

    return t;

}



## Árvore AVL - Rotação simples à esquerda

Arvore\* **Rotacao\_simples\_esq** (Arvore \*a) {

No \***t** = a→dir;

a→dir = **t**→esq;

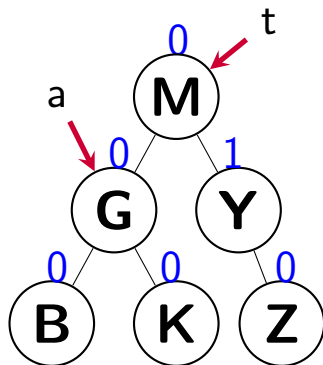
**t**→esq = a;

a→**altura** = Atualizar(a);

**t**→**altura** = Atualizar(**t**);

return **t**;

}



int **Atualizar** (Arvore \*a) {

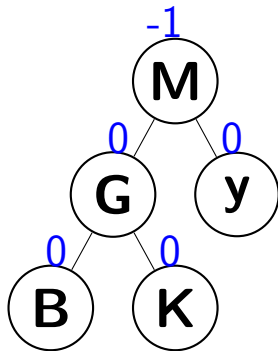
return (maior(**Altura**(a→esq), **Altura**(a→dir)) + 1);

}

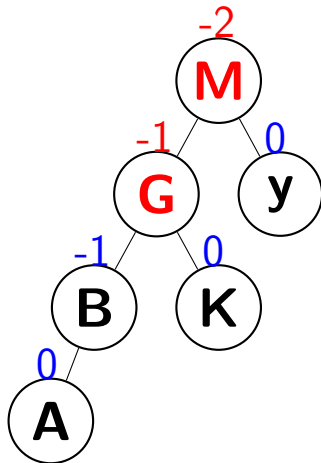
# Sumário

- 1 Árvore AVL - TAD
- 2 Rotação simples à esquerda
- 3 Rotação simples à direita**
- 4 Rotação dupla à esquerda
- 5 Rotação dupla à direita
- 6 Atualização de fator de balanceamento à esquerda
- 7 Atualização de fator de balanceamento à direita
- 8 Atualização de fator de balanceamento (funções auxiliares)
- 9 Inserção

## Inserção do nó A



## Inserção do nó A



## Árvore AVL - Rotação simples à direita

Arvore\* **Rotacao\_simples\_dir** (Arvore \*a) {

No \*t = a→esq;

a→esq = t→dir;

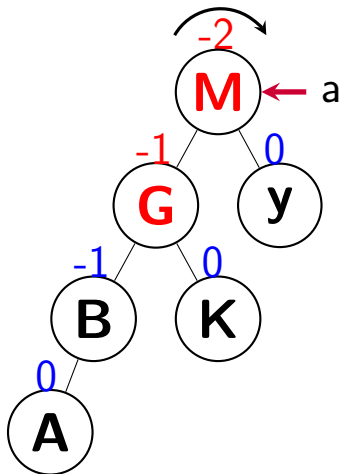
t→dir = a;

a→altura = Atualizar(a);

t→altura = Atualizar(t);

return t;

}



## Árvore AVL - Rotação simples à direita

Arvore\* **Rotacao\_simples\_dir** (Arvore \*a) {

**No** \*t = a→esq;

a→esq = t→dir;

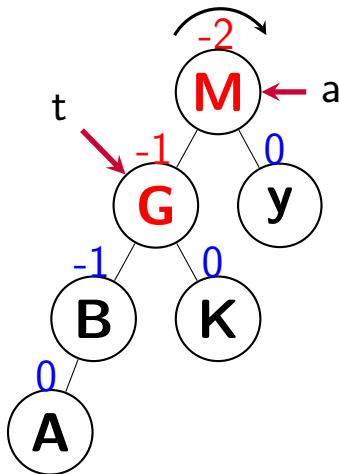
t→dir = a;

a→altura = Atualizar(a);

t→altura = Atualizar(t);

return t;

}





## Árvore AVL - Rotação simples à direita

Arvore\* **Rotacao\_simples\_dir** (Arvore \*a) {

No \*t = a→esq;

a→esq = t→dir;

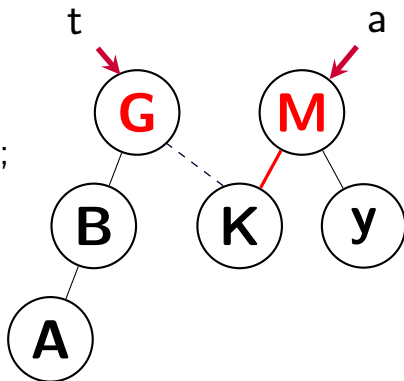
t→dir = a;

a→altura = Atualizar(a);

t→altura = Atualizar(t);

return t;

}



## Árvore AVL - Rotação simples à direita

Arvore\* **Rotacao\_simples\_dir** (Arvore \*a) {

No \*t = a→esq;

a→esq = t→dir;

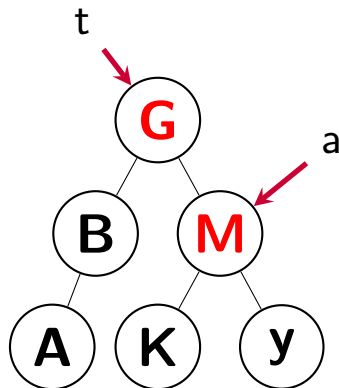
t→dir = a;

a→altura = Atualizar(a);

t→altura = Atualizar(t);

return t;

}



## Árvore AVL - Rotação simples à direita

Arvore\* **Rotacao\_simples\_dir** (Arvore \*a) {

No \*t = a→esq;

a→esq = t→dir;

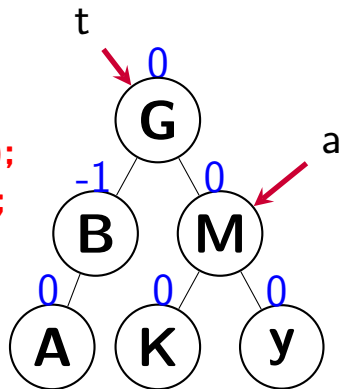
t→dir = a;

a→**altura** = Atualizar(a);

t→**altura** = Atualizar(t);

return t;

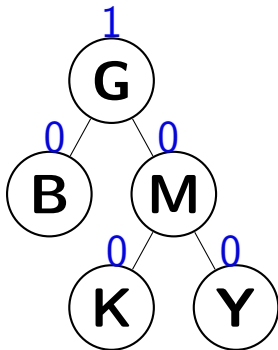
}



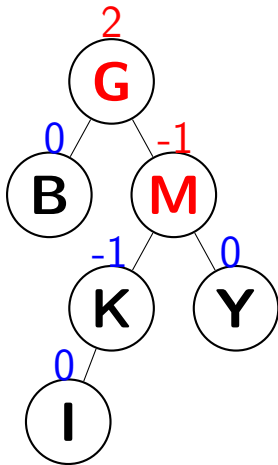
# Sumário

- 1 Árvore AVL - TAD
- 2 Rotação simples à esquerda
- 3 Rotação simples à direita
- 4 Rotação dupla à esquerda**
- 5 Rotação dupla à direita
- 6 Atualização de fator de balanceamento à esquerda
- 7 Atualização de fator de balanceamento à direita
- 8 Atualização de fator de balanceamento (funções auxiliares)
- 9 Inserção

## Inserção do nó I

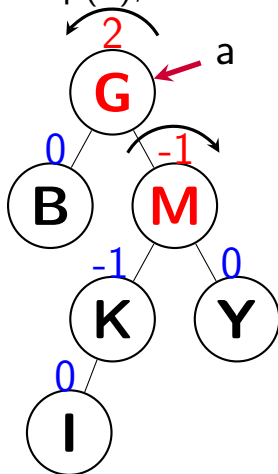


## Inserção do nó I



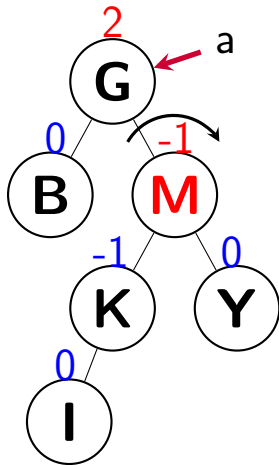
## Árvore AVL - Rotação dupla à esquerda

```
Arvore* Rotacao_dupla_esq (Arvore *a) {  
    a → dir = Rotacao_simples_dir (a → dir);  
    return Rotacao_simples_esq (a);  
}
```



## Árvore AVL - Rotação dupla à esquerda

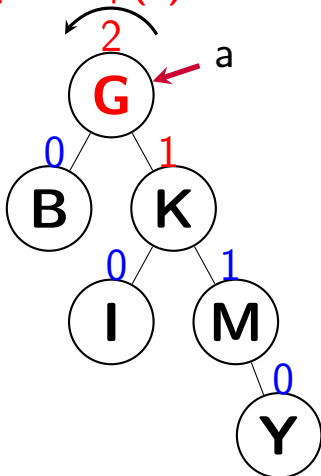
```
Arvore* Rotacao_dupla_esq (Arvore *a) {  
    a→dir = Rotacao_simples_dir (a→dir);  
    return Rotacao_simples_esq (a);  
}
```





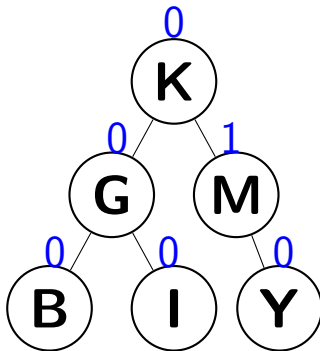
## Árvore AVL - Rotação dupla à esquerda

```
Arvore* Rotacao_dupla_esq (Arvore *a) {  
    a → dir = Rotacao_simples_dir (a → dir);  
    return Rotacao_simples_esq (a);  
}
```



## Árvore AVL - Rotação dupla à esquerda

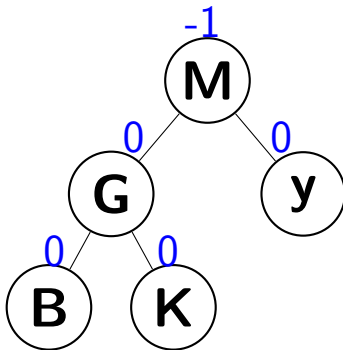
```
Arvore* Rotacao_dupla_esq (Arvore *a) {  
    a → dir = Rotacao_simples_dir (a → dir);  
    return Rotacao_simples_esq (a);  
}
```



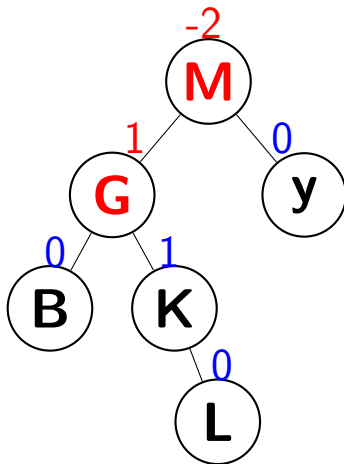
# Sumário

- 1 Árvore AVL - TAD
- 2 Rotação simples à esquerda
- 3 Rotação simples à direita
- 4 Rotação dupla à esquerda
- 5 Rotação dupla à direita**
- 6 Atualização de fator de balanceamento à esquerda
- 7 Atualização de fator de balanceamento à direita
- 8 Atualização de fator de balanceamento (funções auxiliares)
- 9 Inserção

## Inserção do nó L

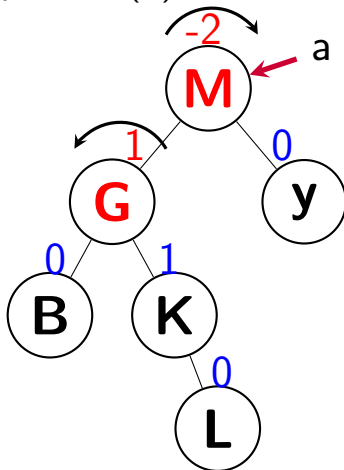


## Inserção do nó L



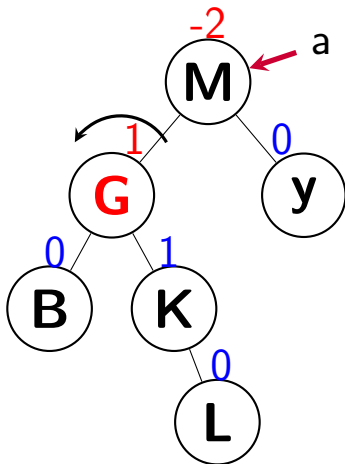
## Árvore AVL - Rotação dupla à direita

```
Arvore* Rotacao_dupla_dir (Arvore *a) {  
    a→esq = Rotacao_simples_esq (a→esq);  
    return Rotacao_simples_dir (a);  
}
```



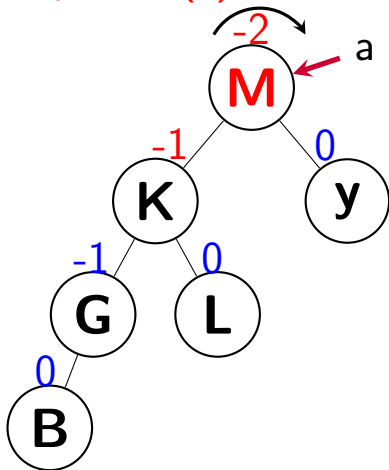
## Árvore AVL - Rotação dupla à direita

```
Arvore* Rotacao_dupla_dir (Arvore *a) {  
    a→esq = Rotacao_simples_esq (a→esq);  
    return Rotacao_simples_dir (a);  
}
```



## Árvore AVL - Rotação dupla à direita

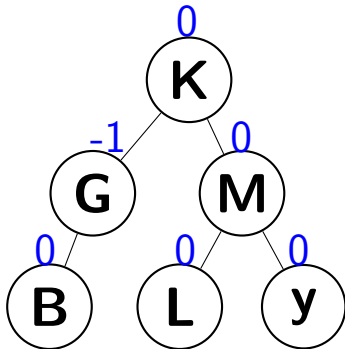
```
Arvore* Rotacao_dupla_dir (Arvore *a) {  
    a→esq = Rotacao_simples_esq (a→esq);  
    return Rotacao_simples_dir (a);  
}
```





## Árvore AVL - Rotação dupla à direita

```
Arvore* Rotacao_dupla_dir (Arvore *a) {  
    a→esq = Rotacao_simples_esq (a→esq);  
    return Rotacao_simples_dir (a);  
}
```



# Sumário

- 1 Árvore AVL - TAD
- 2 Rotação simples à esquerda
- 3 Rotação simples à direita
- 4 Rotação dupla à esquerda
- 5 Rotação dupla à direita
- 6 Atualização de fator de balanceamento à esquerda**
- 7 Atualização de fator de balanceamento à direita
- 8 Atualização de fator de balanceamento (funções auxiliares)
- 9 Inserção

## Árvore AVL - Atualizar fator de balanceamento à esquerda

```
Arvore* Atualizar_fb_esq (Arvore *a) {  
    a→altura = Atualizar(a);  
    if (Balanceamento(a) == -2) {  
        if (Balanceamento(a→esq) ≤ 0) {  
            a = Rotacao_simples_dir (a);  
        }  
        else {  
            a = Rotacao_dupla_dir (a);  
        }  
    }  
    return a;  
}
```

# Sumário

- 1 Árvore AVL - TAD
- 2 Rotação simples à esquerda
- 3 Rotação simples à direita
- 4 Rotação dupla à esquerda
- 5 Rotação dupla à direita
- 6 Atualização de fator de balanceamento à esquerda
- 7 Atualização de fator de balanceamento à direita**
- 8 Atualização de fator de balanceamento (funções auxiliares)
- 9 Inserção

## Árvore AVL - Atualizar fator de balanceamento à direita

```
Arvore* Atualizar_fb_dir (Arvore *a) {  
    a→altura = Atualizar(a);  
    if (Balanceamento(a) == +2) {  
        if (Balanceamento(a→dir) ≥ 0) {  
            a = Rotacao_simples_esq (a);  
        }  
        else {  
            a = Rotacao_dupla_esq (a);  
        }  
    }  
    return a;  
}
```

# Sumário

- 1 Árvore AVL - TAD
- 2 Rotação simples à esquerda
- 3 Rotação simples à direita
- 4 Rotação dupla à esquerda
- 5 Rotação dupla à direita
- 6 Atualização de fator de balanceamento à esquerda
- 7 Atualização de fator de balanceamento à direita
- 8 Atualização de fator de balanceamento (funções auxiliares)
- 9 Inserção

## Árvore AVL - Fator de balanceamento (funções auxiliares)

```
int Altura (Arvore *a) {  
    return (a == NULL ? -1 : a→altura);  
}
```

```
int Balanceamento (Arvore *a) {  
    return (Altura(a→dir) - Altura(a→esq));  
}
```

```
int Atualizar (Arvore *a) {  
    return (maior(Altura(a→esq), Altura(a→dir)) + 1);  
}
```

# Sumário

- 1 Árvore AVL - TAD
- 2 Rotação simples à esquerda
- 3 Rotação simples à direita
- 4 Rotação dupla à esquerda
- 5 Rotação dupla à direita
- 6 Atualização de fator de balanceamento à esquerda
- 7 Atualização de fator de balanceamento à direita
- 8 Atualização de fator de balanceamento (funções auxiliares)
- 9 Inserção



## Árvore AVL - Inserção

```
Arvore* Inserir (Arvore *a, char chave) {  
    if (a == NULL)  
        a = (No*)malloc(sizeof(No));  
        a→chave = chave;  
        a→altura = 0;  
        a→esq = a→dir = NULL;  
    else if (chave < a→chave)  
        a→esq = Inserir (a→esq, chave);  
        a = Atualizar_fb_esq (a);  
    else  
        a→dir = Inserir (a→dir, chave);  
        a = Atualizar_fb_dir (a);  
    return a;  
}
```