

# A simplified summary of Differentiation and Integration (with basic rules and examples)



Prepared by: Mahmoud Ayman  
Faculty of Artificial Intelligence – Robotics and  
Artificial Intelligence Major  
Kafr El-Sheikh University



# CONTENTS

## Basics

1.1 Core or Concepts Overview

## Linear Algebra

2.1 Fundamentals of Linear Algebra

## Trigonometry

3.1 Essential Trigonometric Identities

## Limits & Continuity

4.1 Key Limit Laws

4.2 Continuity & Differentiability

## Differentiation

5.1 Differentiation Rules

5.2 Geometric Applications

## Integration

6.1 Essential Calculus Formulas



﴿وَقُلْ رَبِّ زِدْنِي عِلْمًا﴾



العلاقات الأساسية بين الدوال المثلثية :  
لاى أى زاوية قياسها  $(\theta)$  فإنه

$$1) \cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$$

$$2) 1 + \tan^2(\theta) = \sec^2(\theta)$$

$$3) 1 + \cot^2(\theta) = \csc^2(\theta)$$

$$4) \tan \theta = \sin \theta / \cos \theta$$

$$5) \cot \theta = \cos \theta / \sin \theta$$

$$6) \sin \theta \cdot \csc \theta = 1$$

$$7) \cos \theta \cdot \sec \theta = 1$$

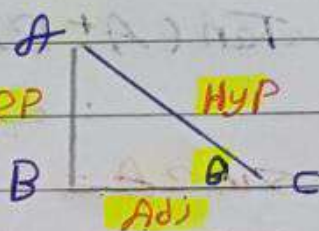
$$8) \tan \theta \cdot \cot \theta = 1$$

تذكر العلاقات الآتية :

$$1) \sin \theta = \text{Opp} / \text{Hyp} = AB / AC$$

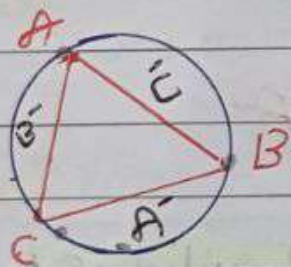
$$2) \cos \theta = \text{Adj} / \text{Hyp} = BC / AC$$

$$3) \tan \theta = \text{Opp} / \text{Adj} = AB / BC$$



قاعدة الجيب

فى أى مثلثه  $(ABC)$  يكونه



$$\text{نسبة} = \frac{\hat{C}}{\sin C} = \frac{\hat{B}}{\sin B} = \frac{\hat{A}}{\sin A}$$

$\hat{A} \rightarrow$  Angle زاوية

$S \rightarrow$  Side ضلع

حيثه  $\hat{C}$  طول نصف قطر الدائرة

المادة برؤس  $(\triangle ABC)$

قاعدة جيب التمام

$$\hat{A}^2 = \hat{B}^2 + \hat{C}^2 - 2\hat{B}\hat{C}\cos A$$

$$\hat{B}^2 = \hat{A}^2 + \hat{C}^2 - 2\hat{A}\hat{C}\cos B$$

$$\hat{C}^2 = \hat{A}^2 + \hat{B}^2 - 2\hat{A}\hat{B}\cos C$$

تستخدم هذه القاعدة إذا

علم  $(SSA)$

Side side and angle

تستخدم هذه القاعدة إذا علمته

$$\cos A = \frac{\hat{B}^2 + \hat{C}^2 - \hat{A}^2}{2\hat{B}\hat{C}}$$

الموال اضلاع المثلثه الثلاثه  $(SSS) \Rightarrow$



Area of The triangle  $\Delta ABC = \frac{1}{2} \bar{A} \bar{B} \sin C$

ببساطة =  $\frac{1}{2}$  حاصل ضرب طول أي ضلعين  $\times$  جيب الزاوية المحصورة بينهما.

$$\frac{1}{2} (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}) / 2 \therefore \text{Area } \Delta ABC$$

$$= \frac{1}{2} (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}) (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$$

الدوال المثلثية للمجموع وفروق زواياها:

$$\textcircled{1} \cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$

$$\textcircled{2} \sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$$

$$\textcircled{3} \tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}$$

الدوال المثلثية لمضاعفة قياس الزاوية:

$$\textcircled{1} \sin 2A = 2 \sin A \cos A$$

$$\textcircled{2} \cos 2A = 2 \cos^2 A - \sin^2 A = 2 \cos^2 A - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 A$$

$$\textcircled{3} \tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$$

### أهم قوانين النهايات

$$f(x) \quad \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \quad \text{when } x \rightarrow x_0$$

$0/0$

Number / zero

Number

كمية فرعية

كمية غير معرفة

عدد فيكون هو نهاية

توجد نهاية

لا توجد نهاية لهية

الدالة = هذا العدد

النهاية الدالة ولكن

الدالة

يتم تعيين العامل صفري

وعند هنا نستطيع ان نجد الدالة



تذكر معاً أهم قوانين التحليل:

$$1) x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$$

$$2) x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$$

الفرق بين مربعين

$$3) x^2 - 3 = (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$$

$$4) x^3 - 27 = (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$$

الفرق بين مكعبين

(ملاحظاته مهمة)

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \sin x / x = 1$$

$$x \rightarrow 0$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \tan x / x = 1$$

$$x \rightarrow 0$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right) / \left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) = 0$$

$$x \rightarrow 0$$

$$x \rightarrow 0$$

$$4) \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a} = n a^{n-1}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x^m - a^m} = \frac{n}{m} (a)^{n-m}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \sin\left(\frac{1}{x}\right) / \left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{1/x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right) / \frac{1}{x} = 1$$

$$x \rightarrow \infty$$

$$1/x \rightarrow 0$$

Example:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{x^2 - 9}{x - 3} \right)$$

$$x \rightarrow 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)} \right) = \lim_{x \rightarrow 3} (x+3)$$

$$= 9$$



$$\lim_{x \rightarrow -3} \left( \frac{x^3 + 27}{x + 3} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \left( \frac{(x+3)(x^2 - 3x + 9)}{(x+3)} \right)$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -3} x^2 - 3x + 9 = 9 - 9 + 9 = 9$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left[ \frac{x^3 - a^3}{x^5 - a^5} \right] = \frac{n}{m} (a)^{n-m} = \frac{3}{5} (a)^{3-5}$$

$$\frac{3}{5} (a)^{-2} = \frac{3}{5a^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{x} \left[ \frac{1}{x+5} - \frac{1}{5-x} \right]$$

توحيد المقامات

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{x} \frac{5-x-(x+5)}{(x+5)(5-x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{x} \frac{5-x-x-5}{(x+5)(5-x)}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{x} \frac{-2x}{(x+5)(5-x)} = \frac{-6}{(x+5)(5-x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-6}{25} = -0.24$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} (\sqrt{x} - 2 / x - 4)$$

بالتمليل

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{(\sqrt{x}+2)} = \frac{1}{2+2} = \frac{1}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{x^2+12} - \sqrt{12}}$$

الضرب في المرافقة بسط ومقام

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{x^2+12} - \sqrt{12}} \times \frac{\sqrt{x^2+12} + \sqrt{12}}{\sqrt{x^2+12} + \sqrt{12}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sqrt{x^2+12} + \sqrt{12}}{x^2 + 12 - 12}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+12} + \sqrt{12}}{1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} = \sqrt{12} + \sqrt{12} = 2\sqrt{12}$$



$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin 2(x-1)}{x^2 - 7x + 6}$$

$$\lim_{3x \rightarrow 0} \frac{3 \tan 3x}{3x} = 3.1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin 2(x-1)}{(x-1)(x-6)}$$

$$= 3 \quad (\text{قاعدة})$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} = \frac{2 \sin 2(x-1)}{2(x-1)} \cdot \lim_{x \rightarrow 6} \frac{1}{x-6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} = 2.1 \cdot \frac{1}{-5} = -\frac{2}{5}$$

تذكراته:

$$1 - \tilde{u} \quad \tilde{u} = \tilde{p} - \tilde{u} \quad \tilde{p} \leftarrow \tilde{u}$$

$$\tilde{p} - \tilde{u} \quad \tilde{u} = \tilde{p} - \tilde{u} \quad \tilde{p} \leftarrow \tilde{u}$$

$$(1 - \tilde{u}) \quad \tilde{u} = \tilde{p} - \tilde{u} \quad \tilde{p} \leftarrow \tilde{u}$$

$$\tilde{p} = \tilde{p} \quad \tilde{u} = \tilde{p} \quad \tilde{p} \leftarrow \tilde{u}$$

حيث به يقاس دائري

$$\tilde{p} = \tilde{p} \quad \tilde{u} = \tilde{p} \quad \tilde{p} \leftarrow \tilde{u}$$