

A simplified summary of Differentiation and Integration (with basic rules and examples)



Prepared by: Mahmoud Ayman
Faculty of Artificial Intelligence – Robotics and
Artificial Intelligence Major
Kafr El-Sheikh University



CONTENTS

Basics

1.1 Core or Concepts Overview

Linear Algebra

2.1 Fundamentals of Linear Algebra

Trigonometry

3.1 Essential Trigonometric Identities

Limits & Continuity

4.1 Key Limit Laws

4.2 Continuity & Differentiability

Differentiation

5.1 Differentiation Rules

5.2 Geometric Applications

Integration

6.1 Essential Calculus Formulas



﴿وَقُلْ رَبِّ زِدْنِي عِلْمًا﴾

" Calculus for Machine Learning "

- Gradient

- Differentiation

- Derivative

ثلاث علامات

معناها تفاضل

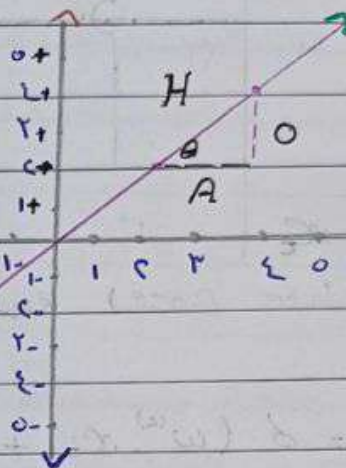
أي بقا هو القانون العام

Rise over Run

يتحرك على محور الأفقي Δx مقدار التغيير في Δy

$$\therefore \text{Gradient} = \Delta y / \Delta x$$

$$m = \tan \theta$$
 ميل الخط المستقيم



في المثلث القائم الزاوية التي تستخدم النسب المثلثية

$$\sin \theta = \text{opp} / \text{hyp}$$

$$\cos \theta = \text{adj} / \text{hyp}$$

$$\tan \theta = \text{opp} / \text{adj}$$

$$\cot \theta = 1 / \tan \theta$$

$$\sec \theta = 1 / \cos \theta$$

$$\csc \theta = 1 / \sin \theta$$

عادة للشارة إلى المقابل والمجاور والوتر

المقابل (oppoSite) يرمز لها O أو opp

المجاور (Adjacent) يرمز لها A أو adj

الوتر (HYPotenuse) يرمز لها H أو hyp

العلاقات بين النسب المثلثية:

$$\tan \theta = \sin \theta / \cos \theta$$

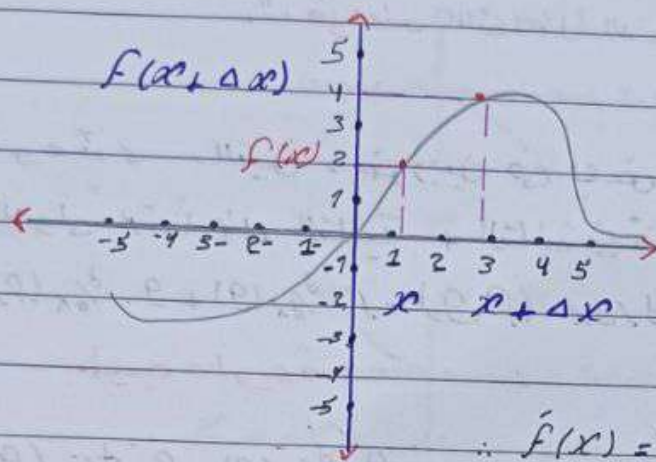
$$\cot \theta = \cos \theta / \sin \theta$$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

علاقات المشتقات من قبلنا وراث

$$\sec^2 \theta = \tan^2 \theta + 1$$

$$\csc^2 \theta = \cot^2 \theta + 1$$



قانون العا

$$f(x + \Delta x) - f(x)$$

Gradient:

$$x + \Delta x - x$$

الحد الذي يقترب منه المقادير مع بعض ثابته

الميل أو الميل

$$\therefore f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{(\Delta x)}$$

الدالة الخطية هي الدرجة الأولى الناتج تباعاً ثابتة

E.g. $f(x) = 3x + 2$

$$\therefore f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$\therefore f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{3(x + \Delta x) + 2 - 3x - 2}{\Delta x}$$

$$\therefore f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{3x + 3\Delta x + 2 - 3x - 2}{\Delta x}$$

$$\therefore f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{3\Delta x}{\Delta x} = 3$$

$$\therefore \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 3 = 3$$

مستقر

الدالة الغير خطية

E.g. $f(x) = 5x^2$

$$\therefore f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$\therefore f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{5(x + \Delta x)^2 - 5x^2}{\Delta x}$$

$$\therefore f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{5(x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2) - 5x^2}{\Delta x}$$

$$\therefore f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{5x^2 + 10x\Delta x + 5(\Delta x)^2 - 5x^2}{\Delta x}$$

$$\therefore 5\Delta x + 10x\Delta x$$

$$\therefore \Delta x (5 + 10x)$$

عوض عن Δx بـ zeroالناتج سيكون $10x$

$$\therefore 5\Delta x + 10x\Delta x = 10x\Delta x$$

"قواعد التفاضل الأساسية"

$$d/dx (C) = 0$$

$$d/dx (x) = 1$$

$$d/dx (5x) = 5$$

$$d/dx (x^n) = n x^{n-1}$$

$$d/dx (x^5) = 5x^4$$

$$d/dx (\sqrt{x}) = \frac{1}{2}\sqrt{x}$$

$$d/dx (e^x) = e^x$$

$$d/dx (\ln x) = \frac{1}{x}$$

لوعندى دالتين مخروبين في بعض

الاولى x تفاضل الثانية + الثانية في تفاضل الاولى

$$\rightarrow d/dx (f \cdot g) = f \cdot \frac{d}{dx}(g) + g \cdot \frac{d}{dx}(f)$$

طبيب لومسدة

$$\therefore \frac{d}{dx} \left(\frac{f}{g} \right) = \frac{g \cdot \frac{d}{dx}(f) - f \cdot \frac{d}{dx}(g)}{g^2}$$

المقام x مشتقه البسط - البسط في مشتقه المقام

$$\left(\frac{f}{g} \right)^2$$

(الدوال المثلثية)

$$d/dx (\sin x) = \cos x$$

$$d/dx (\sec x) = \sec x \tan x$$

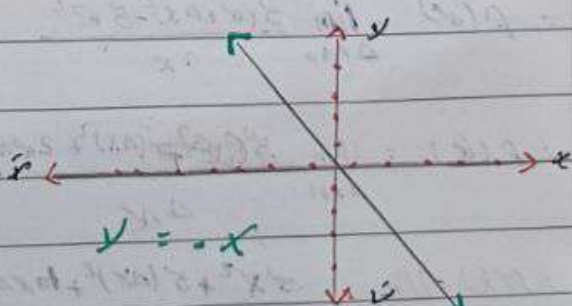
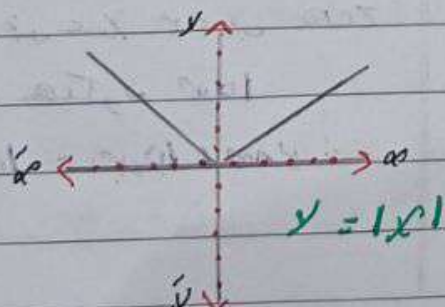
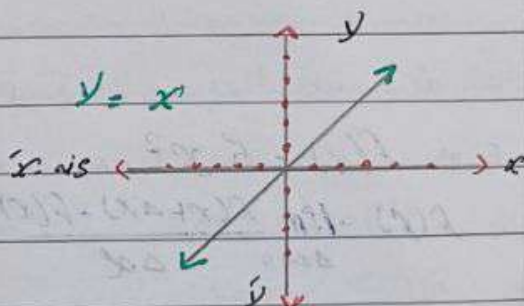
$$d/dx (\cos x) = -\sin x$$

$$d/dx (\csc x) = -\csc x \cot x$$

$$d/dx (\tan x) = \sec^2 x$$

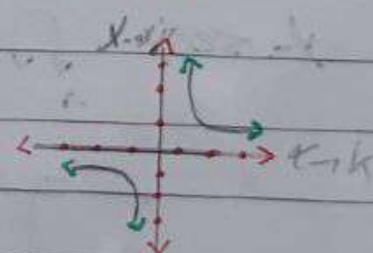
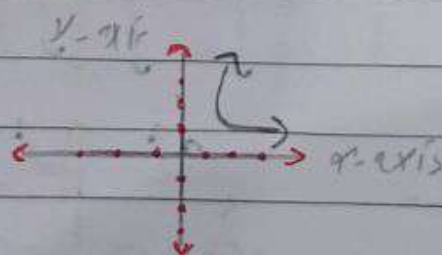
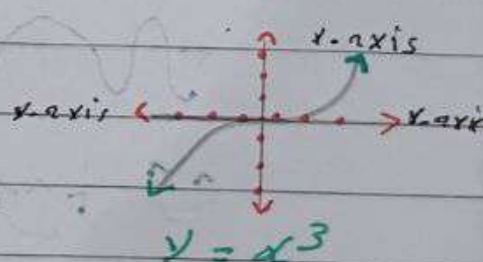
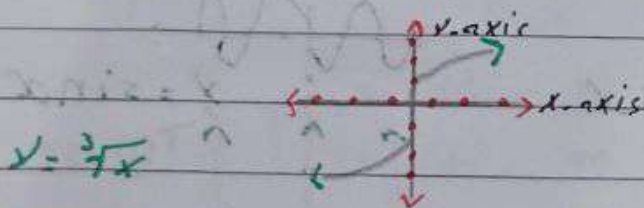
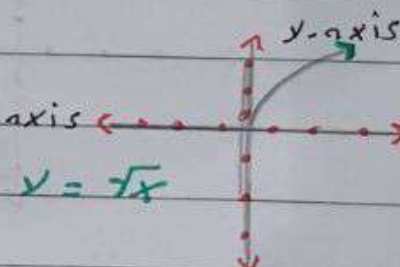
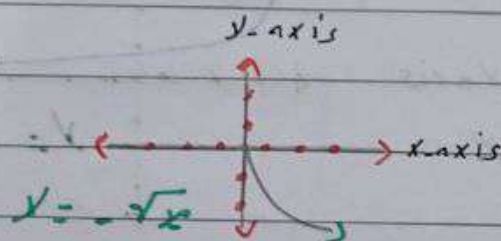
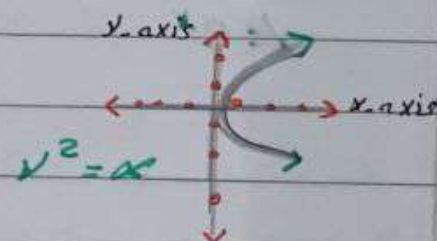
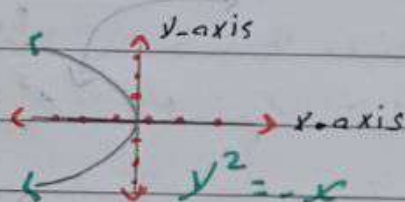
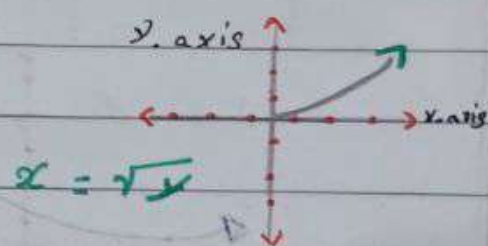
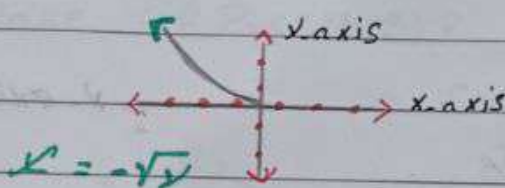
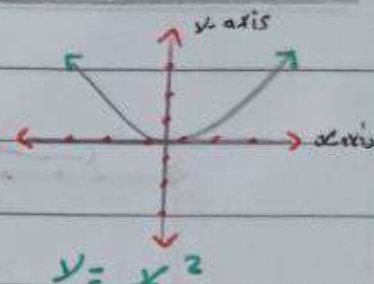
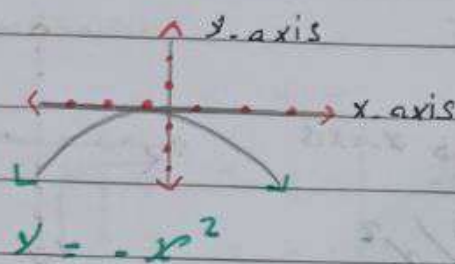
$$d/dx (\cot x) = -\csc^2 x$$

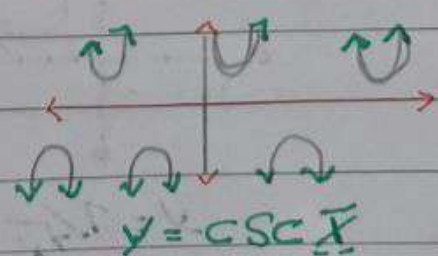
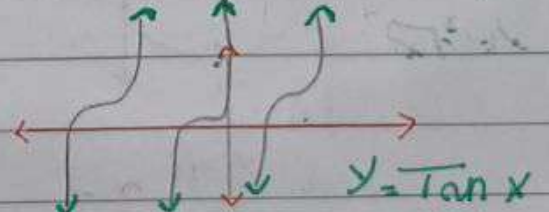
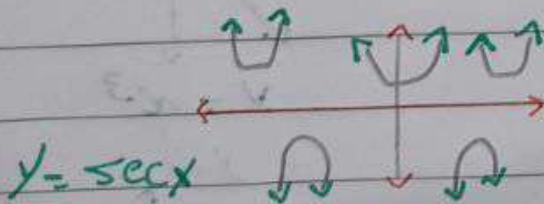
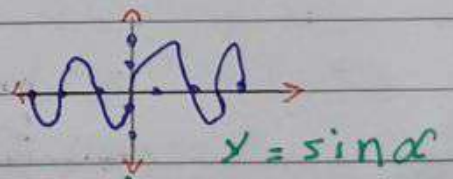
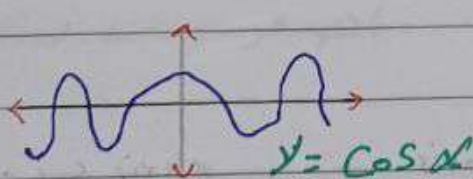
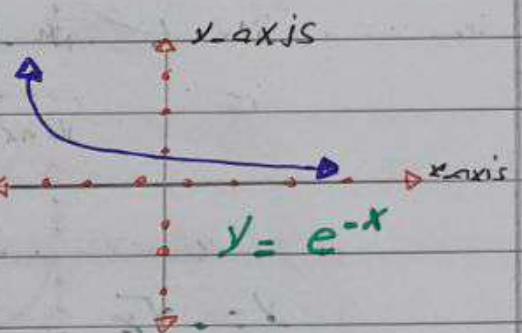
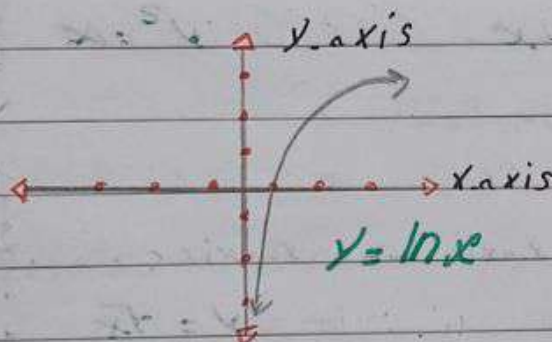
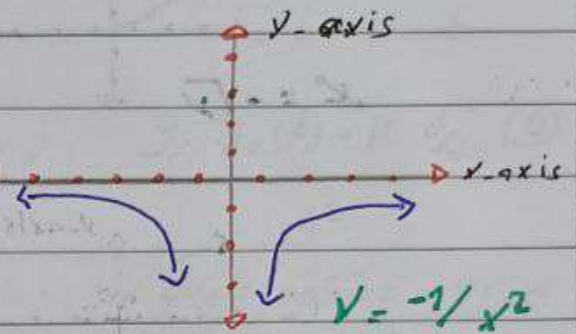
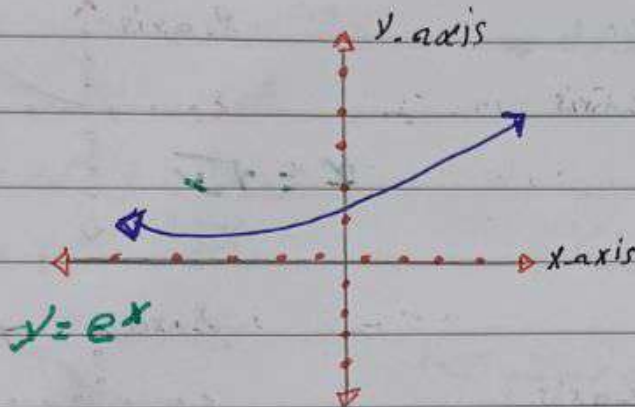
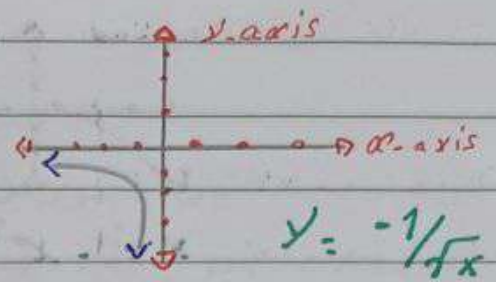
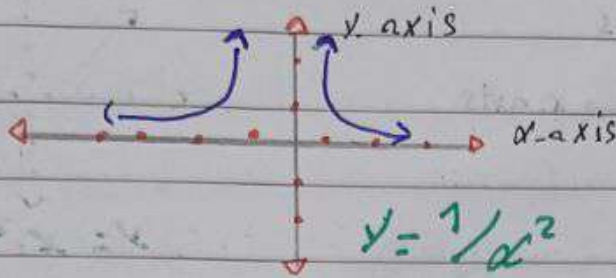
"أهم الرسومات لأهم الدوال"



DATE: / /

SUBJECT: _____





$$y = \cot x$$

$$y = \csc x$$

DATE: / /

SUBJECT: _____

Microsoft learn

Name: Mahmoud Ayman

Student Ambassadors

Task: T-1

Q1: Let $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 1 & 5 \\ 4 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 5 & -1 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$

calculate (if possible)?

Solution

(a) $A \cdot B$ $A_{3 \times 4}$ $B_{4 \times 2}$

عدد الأعمدة في المصفوفة A يساوي عدد الصفوف في المصفوفة B
يتحقق شرط الضرب والمصفوفة الجديدة على النظم 3. 2

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 45 & 41 \\ 16 & 14 \\ 10 & 11 \end{bmatrix}$$

(b) $B \cdot A$ غير ممكن
الضرب غير ممكن

$$(c) A^T = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad 4 \times 3$$

محدد

$$(d) B^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & -1 & 6 \end{bmatrix} \quad 2 \times 4$$

$$(e) (A \cdot B)^T = \begin{bmatrix} 45 & 16 & 10 \\ 41 & 14 & 11 \end{bmatrix}$$

$$(f) B^T \cdot A^T = \begin{bmatrix} 45 & 16 & 10 \\ 41 & 14 & 11 \end{bmatrix}$$

الضرب ممكن وهما متساوية المصفوفات
الناجمة على النظم 2. 3

(g) $(A^T)^T = A$ المصفوفة الأصلية

$$\begin{bmatrix} 5 & 2 & 1 & 5 \\ 4 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

DATE: / /

SUBJECT: _____

→ Solve the following systems of linear equations:

(a) $x + y = 5$ → (1) نضرب المعادلة في سالب

$x + 2y = 7$

والجمع

$\therefore y = 2$

$\therefore x + 2 = 5$

$\therefore x = 5 - 2 = 3$

(b) $x - y = 1$ → (1)

$3x - y = 13$ → (2)

نضرب المعادلة الأولى في سالب والجمع

منه الثانيه

$\therefore 2x = 12$

$\therefore x = 12/2 = 6$

$\therefore x = 6$

$\therefore y = -1$

$12 - y = 13$

$\therefore -y = 13 - 12$

$\therefore y = -1$

(c) $2x + 3y = 1$ → (1)

$5x - 5y = -10$ → (2)

نضرب المعادلة الأولى $(3x)$ نضرب المعادلة الثانية $(2x)$ والجمع

$\therefore 10x + 15y = 5$

$\therefore 25y = 25$

$\therefore y = 1$

$\therefore -10x + 10y = 20$

$\therefore 2x + 3 = 1$

$\therefore 2x = -2$

$\therefore x = -1$

(e) $x + y = 10$ →

$x - y = 0$

$\therefore 2x = 10$

نجمع المعادلتين

$\therefore x = 5$

$\therefore y = 5$

(d) $2x + y = 4$ → (1)

$5x - 3y = -12$ → (2)

نضرب المعادلة الأولى في (3) والجمع

$6x + 3y = 12$

$\therefore 11x = 0$

$\therefore x = 0$

$\therefore 0 + y = 4$

$\therefore y = 4$

(f) $x + 4y = 5$

$8x + 3y = 5$

نضرب المعادلة الأولى $(-6x)$

$-8x + 32y = -40$

$\therefore -29y = -35$

$\therefore x = 5 - 4y$

$-30 + 12y = -15$

$8(5 - 4y) + 3y = 5$

$32x + 12y = 15$

$\therefore 40 - 32y + 3y = 5$

$\therefore x = 5 - y$

$\therefore 40 - 35y = 5$

$\therefore x = 4$

$\therefore -5y = -35 \therefore y = 7$

Table of Laplace Transforms

$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$	$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$
1. 1	$\frac{1}{s}$	2. e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
3. $t^n, n=1,2,3,\dots$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	4. $t^p, p > -1$	$\frac{\Gamma(p+1)}{s^{p+1}}$
5. \sqrt{t}	$\frac{\sqrt{\pi}}{2s^{3/2}}$	6. $t^{n-1/2}, n=1,2,3,\dots$	$\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)\sqrt{\pi}}{2^n s^{n+1/2}}$
7. $\sin(at)$	$\frac{a}{s^2+a^2}$	8. $\cos(at)$	$\frac{s}{s^2+a^2}$
9. $t \sin(at)$	$\frac{2as}{(s^2+a^2)^2}$	10. $t \cos(at)$	$\frac{s^2-a^2}{(s^2+a^2)^2}$
11. $\sin(at) - at \cos(at)$	$\frac{2a^3}{(s^2+a^2)^2}$	12. $\sin(at) + at \cos(at)$	$\frac{2as^2}{(s^2+a^2)^2}$
13. $\cos(at) - at \sin(at)$	$\frac{s(s^2-a^2)}{(s^2+a^2)^2}$	14. $\cos(at) + at \sin(at)$	$\frac{s(s^2+3a^2)}{(s^2+a^2)^2}$
15. $\sin(at+b)$	$\frac{s \sin(b) + a \cos(b)}{s^2+a^2}$	16. $\cos(at+b)$	$\frac{s \cos(b) - a \sin(b)}{s^2+a^2}$
17. $\sinh(at)$	$\frac{a}{s^2-a^2}$	18. $\cosh(at)$	$\frac{s}{s^2-a^2}$
19. $e^{at} \sin(bt)$	$\frac{b}{(s-a)^2+b^2}$	20. $e^{at} \cos(bt)$	$\frac{s-a}{(s-a)^2+b^2}$
21. $e^{at} \sinh(bt)$	$\frac{b}{(s-a)^2-b^2}$	22. $e^{at} \cosh(bt)$	$\frac{s-a}{(s-a)^2-b^2}$
23. $t^n e^{at}, n=1,2,3,\dots$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$	24. $f(ct)$	$\frac{1}{c} F\left(\frac{s}{c}\right)$
25. $u_c(t) = u(t-c)$ <u>Heaviside Function</u>	$\frac{e^{-cs}}{s}$	26. $\delta(t-c)$ <u>Dirac Delta Function</u>	e^{-cs}
27. $u_c(t) f(t-c)$	$e^{-cs} F(s)$	28. $u_c(t) g(t)$	$e^{-cs} \mathcal{L}\{g(t+c)\}$
29. $e^{ct} f(t)$	$F(s-c)$	30. $t^n f(t), n=1,2,3,\dots$	$(-1)^n F^{(n)}(s)$
31. $\frac{1}{t} f(t)$	$\int_s^\infty F(u) du$	32. $\int_0^t f(v) dv$	$\frac{F(s)}{s}$
33. $\int_0^t f(t-\tau) g(\tau) d\tau$	$F(s) G(s)$	34. $f(t+T) = f(t)$	$\frac{\int_0^T e^{-st} f(t) dt}{1-e^{-sT}}$
35. $f'(t)$	$sF(s) - f(0)$	36. $f''(t)$	$s^2 F(s) - sf(0) - f'(0)$
37. $f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - \dots - sf^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0)$		