تمرين 1

1. اوجد حل المعادلة التفاضلية التالية بطريقة متسلسلات القوى حول النقطة العادية $x = 0$.

$$(x^2+1)\,y'' - 6y = 0$$

2. استخدم طريقة متسلسلات القوى حول النقطة العادية $x = 0$ لإيجاد حلول مسألة القيمة الابتدائية التالية:

$$(x-1)\,y'' - x\,y' + y = 0,\quad y(0) = -2,\quad y'(0) = 6$$

3. صنف النقاط الشاذة (منتظمة او غير منتظمة) للمعادلة التالية:

$$x^2(x-5)^2 y'' + 4x\,y' + (x^2-25)y = 0.$$

4. مستخدما طريقة فروبنيوس، اوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$2xy'' - (3+2x)\,y' + y = 0$$

5. اوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية التالية:

i. $16x^2y'' + 16x\,y' + (16x^2-25)y = 0.$

ii. $x^2y'' + x\,y' + (2x^2-64)y = 0.$

iii. $9x^2y'' + 9x\,y' + (x^6-36)y = 0$

6. مستخدما التعويض $s = \frac{2}{\alpha}\sqrt{\frac{k}{m}}e^{-\frac{\alpha t}{2}}$، اثبت ان الحل العام للمعادلة

$$mx'' + ke^{-\alpha t}x = 0,\qquad \alpha > 0$$

يعطى بـ

$$x(t) = c_1\,J_0\left(\frac{2}{\alpha}\sqrt{\frac{k}{m}}e^{-\frac{\alpha t}{2}}\right) + c_2\,Y_0\left(\frac{2}{\alpha}\sqrt{\frac{k}{m}}e^{-\frac{\alpha t}{2}}\right)$$

7. اكتب المعادلة التفاضلية التي يكون $P_{20}(x)$ حل لها.

8. اوجد اول ثلاث قيم لـ λ، بحيث يكون لمسألة القيمة الابتدائية التالية

$$(1-x^2)\,y'' - 2x\,y' + \lambda y = 0,\ \ y(0) = 0,\ \ y'(x)\ \textit{bounded on}\ [-1,1]$$

حل غير صفري.