



مشروع الحسابات العلمية

إشراف المهندس: فراس سلمان

إعداد الطلاب: عبد الرحمن الحوراني – محمد عيد التل –

زكريا الشيخ – حنين مسعود



الفهرس

3	مقدمة
4	تعريف الموجة
4	wave theory
4	Vibrating String on Guitar
5	The Wave equation
12	معادلة اهتزاز الموجة
13	شكل الموجة
14	دراسة الحركة التفصيلية بالحالة المثالية
23	التخامد الحر
24	تخامد اهتزاز الوتر بالحالة العامة
30	التخامد بتأثير قوى الهواء
31	التخامد بتأثير خواص الوتر الداخلية
31	زمن التأخير (الإخماد)
32	دراسة أحد أوتار الغيتار لوحده
36	الامواج المستقرة العرضية المنعكسة على نهاية مقيدة
38	الامواج المستقرة العرضية المنعكسة على نهاية طليقة
40	تجربة ملد على نهاية مقيدة
42	القسم الخاص بالموسيقى
44	Class STRING



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

47	الـ Method الخاصة بـ Class STRING
59	Class OneString
60	الـ Method الخاصة بـ Class OneString
67	Class OpenGL
72	Windows Form
73	صور عن التنفيذ



مقدمة

لطالما عبّر الفن عن مشاعر وأحاسيس الناس ولطالما كان حاجة لهم فكان الاهتمام بالموسيقى والآلات الموسيقية متزايداً في كل العصور والأزمنة وانتشرت العديد من الآلات الموسيقية ومع التطور التكنولوجي الهائل كان لا بدّ من نمذجة هذه الآلات الموسيقية على تطبيقات الحواسيب والهواتف الذكية مما دعانا إلى دراسة حركة أوتار الغيتار تفصيلاً....



الموجة:

هي موجة مترابطة من الذبذبات فعلى سبيل المثال: في الموجة العرضية التي تنتقل على طول الوتر حيث كل نقطة من الوتر تنتقل تهتز إلى الأمام وإلى الخلف باتجاه عرضي ليس طولي باتجاه طول الوتر وفي الأمواج الصوتية فإن جزيئات الهواء تهتز إلى الخلف وإلى الأمام بشكل طولي باتجاه سير الموجة وفي الأمواج المائية كل جزيئات المياه تتعرض لحركة اهتزازية، ومنه فإن فهم الحركة الاهتزازية ضروري لفهم الأمواج. هذا البحث يهدف لتكوين نموذج علمي يمثل سلوك اهتزاز وتر (بالحالة المثالية وبحالة التخامد أيضا) وإن معادلة اهتزاز الوتر هي معادلة مشتقة من العديد من العمليات الفيزيائية والرياضية والحل العام تم إيجاده رياضيا بطريقة فصل المتحولات وسلاسل فورييه. وسوف ندرس ضمن بحثنا اهتزاز الوتر في حال تم طرقة من أي مكان على سطحه بأخذ الشروط الابتدائية والعامية بعين الاعتبار.

Wave Theory:

الموجة هي اضطراب ينتقل ضمن وسط معين ينقل الطاقة والاضطراب من مكان لآخر. وإن اتجاه انتقال الطاقة بنفس اتجاه انتشار الموجة (الاضطراب). وإن المسافة بين مستوى توازن الوتر وأعلى مسافة مهتزة في الوتر تسمى سعة الوتر. بالحالة المثالية عندها يتم إهمال قوى التخامد ستستمر الموجة بالانتقال بنفس السعة دون نهاية.

Vibrating String on Guitar:

تمثل اهتزاز الأوتار في الغيتار اهتزاز وتر مثبت من الطرفين ومنه فإن انعكاس الموجة يحدث في الطرفين المثبتين.

$\theta = \pi$ عند انتقال الموجة واصطدامها بطرف مثبت (أو حائط) ستعكس إلى الطرف الآخر أي:
بفرق طور

وبما أن الوتر في الغيتار مثبت من الطرفين فعند طرق وتر الغيتار سيحدث الاهتزاز وستتبع النقاط المهتزة عن مركز توازن الوتر وستعكس الموجة كالمرآة عند كل طرف.



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

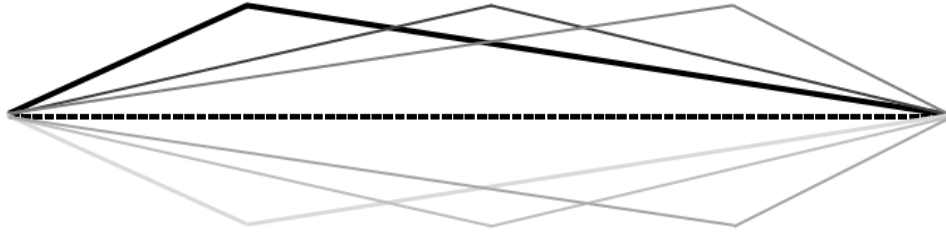


Figure 1: Initial and subsequent displacement of a plucked string.

- والآن سنقوم بدراسة حركة الوتر لنصل إلى معادلة اهتزازة للوصول لشكل الوتر عند الاهتزاز:
- وليكن y العمود الذي ستتأرجح النقاط (نقاط الوتر) عليه مع الانتقال على محور
 - سيكون المتحول الأول x وتمثل موقع نقطة من الوتر على طول المحور x
 - والمتحول الثاني T وهو الزمن الذي سيبدأ من لحظة طرق الوتر.

$$y=y(x,t)$$

The Wave equation:

- باعتبار وجود وسط مرن (خيط مرن وقابل للتمدد) وبقوة شد T أكبر من ثقل الوتر.
- ويمتلك كتلة حجمية M ومحور توازن الوتر هو محور x لاستنتاج حركة الوتر الناتجة عن طريقه يجب علينا دراسة القوى المؤثرة بالوتر.



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

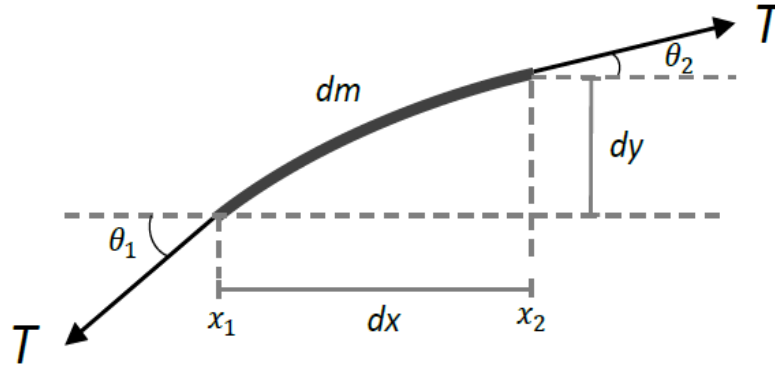


Figure 3: An infinitesimal part of a plucked string.

بإهمال قوى الجاذبية وجميع قوى التخميد (المعيقة) نبدأ بقانون نيوتن:

$$F_y = m \cdot a_y$$

وبإسقاط القوى على محور y باعتبار الاتجاه الموجب هو الأعلى

$$F_y = T \sin \vartheta_2 - T \sin \vartheta_1$$

عندما تكون الزاوية ϑ صغيرة جداً $\sin \vartheta = \tan \vartheta$

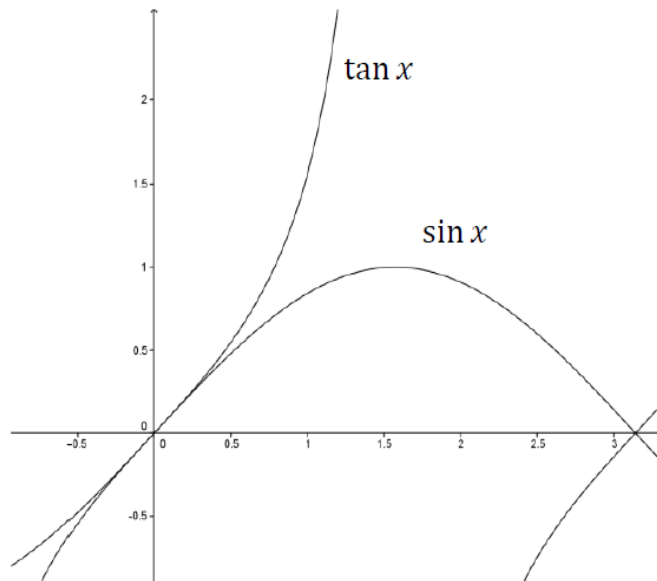


Figure 4: Graph of $\tan(x)$ and $\sin(x)$.



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

$$\rightarrow \tan \vartheta = \frac{dy}{dx}$$

$$F_y = T \frac{\partial y}{\partial x} \big|_{x=x_2} - T \frac{\partial y}{\partial x} \big|_{x=x_1}$$

$$F_y = M \cdot a_y$$

$$= M \cdot dx \frac{d^2 y}{dt^2}$$

$$= T \left[\frac{\partial y}{\partial x} \big|_{x=x_2} - \frac{\partial y}{\partial x} \big|_{x=x_1} \right]$$

$$= M \cdot dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$= \frac{T}{M} \cdot \frac{\partial^2 y}{dx^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$c^2 \frac{\partial^2 y}{dx^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (1) \quad : \quad c = \sqrt{\frac{T}{M}} \quad \text{لأنه}$$

حيث (1) هو one dimensional wave equation

حلول للمعادلة (1) و K_i متحول كيميائي $y_1(x,y), y_2(x,t), \dots$ if

فإن مجموع هذه الحلول هو حل آخر

$$y_s(x,t) = k_1 y_1(x,t) + k_2 y_2(x,t) + \dots (2)$$

$$\frac{\partial^2 y_s}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (k_1 y_1(x,t) + k_2 y_2(x,t) + \dots)$$

$$= k_1 \frac{\partial^2}{\partial t^2} y_1(x,y) + k_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} y_2(x,t) + \dots$$

وبما أن $y_1(x,t), y_2(x,t), \dots$



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

حلول فإنه:

$$\begin{aligned}
 c^2 \cdot \frac{\partial^2 y_1}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2}, c^2 \frac{\partial^2 y_2}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 y_2}{\partial t^2}, \dots \\
 &= k_1 c^2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} y_1(x,t) + y_2(x,t) c^2 k_2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \dots \\
 &= c^2 (k_1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} y_1(x,t) + k_2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} y_2(x,t) + \dots) \\
 &= c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} (k_1 y_1(x,t) + k_2 y_2(x,t) + \dots) \\
 &= c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} y_2(x,t)
 \end{aligned}$$

إن حل معادلة الموجة للمسافة عند موقع وزمن معين $y(x,t)$ يكتب بالشكل

$$Y(x,y) = X(x) \cdot T(t) \quad (3)$$

نعوض (3) ب(1) فنجد:

$$\begin{aligned}
 c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} (X(x) T(t)) &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} (X(x) T(t)) \\
 c^2 X''(x) T(t) &= T''(t) X(x) \\
 \frac{X''(x)}{X(x)} &= \frac{T''(t)}{T(t)} \cdot \frac{1}{c^2}
 \end{aligned}$$

وعندما σ ثابت :

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = \sigma \rightarrow X''(x) = \sigma X(x) \quad (4)$$

$$\frac{T''(t)}{T(t)} \cdot \frac{1}{c^2} = \sigma \rightarrow T''(t) = \sigma \cdot c^2 \cdot T(t) \quad (5)$$

إن المعادلة التي يمكنها إنجاز المطلوب هي $y = a \cdot a \cdot e^{r x} \quad (*)$
كما يمكن أيضا لدالة \sin أو \cos أيضا .



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

وبتعويض (*) ب (4) نجد :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(a e^{rx}) - \sigma(a e^{rx}) = 0$$

$$\rightarrow a e^{rx}(r^2 - \sigma) = 0 \rightarrow r = +\sqrt{\sigma}$$

$$\rightarrow r = -\sqrt{\sigma}$$

وبتعويض (*) ب (5) نجد :

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}(b e^{st}) - \sigma c^2 (b e^{st}) = 0$$

$$\rightarrow b e^{st}(s^2 - \sigma c^2) = 0 \rightarrow s = +c\sqrt{\sigma}$$

$$s = -c\sqrt{\sigma}$$

if $\sigma \neq 0 \rightarrow X(x) = a_1 e^{x\sqrt{\sigma}} + a_2 e^{-x\sqrt{\sigma}}$

$$T(t) = a_3 e^{ct\sqrt{\sigma}} + a_4 e^{-ct\sqrt{\sigma}}$$

if $\sigma = 0 \rightarrow X(x) = a_1 x + a_2$

$$T(t) = a_3 t + a_4$$

$$Y(x, t) = X(x) T(t)$$

$$Y(x, t) = (a_1 e^{x\sqrt{\sigma}} + a_2 e^{-x\sqrt{\sigma}})(a_3 e^{ct\sqrt{\sigma}} + a_4 e^{-ct\sqrt{\sigma}}) : \sigma \neq 0 \quad (6)$$

$$Y(x, t) = (a_1 x + a_2)(a_3 t + a_4) \quad (7)$$

حيث a_1, a_2, a_3, a_4 ثوابت كيفية



Figure 5: Boundary conditions of the plucked string.



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

بما أن الطرفين مثبتين دوماً في الغيتار

$$Y(0,t)=0 \quad (8): t>0$$

$$Y(L,t)=0 \quad (9): t>0$$

-بما أن $X_i(x) T_i(t)$ حل فإنه وحسب (2) $\sum_i K_i X_i(x) T_i(t)$

أيضاً حل عندما k_i ثابت كيفي

$$\rightarrow \sum_i K_i X_i(x) T_i(t)=0 : t>0$$

$$\sum_i K_i X_i(0) T_i(t)=0 : t>0$$

$$\sum_i K_i X_i(L) T_i(t)=0 : t>0$$

عندما $\sigma = 0$ فإن $X_i(x) = a_1 x + a_2$

$$X_i(0)=0 \rightarrow a_2 = 0$$

$$X_i(L)=0 \rightarrow a_1 L + a_2 = 0 \rightarrow a_1 = 0$$

$$X_i(x) = a_1 x + a_2 = 0$$

وذلك عند أي x لذا سنهمل الحل :

$$X_i(x) = a_1 e^{x\sqrt{\sigma}} + a_2 e^{-x\sqrt{\sigma}} \quad \sigma \neq 0 \quad \text{عندما}$$

$$X_i(0)=0 \rightarrow a_2 = -a_1$$

$$X_i(L)=0 \rightarrow a_1 = 0$$

$$\rightarrow X(x) = 0 \quad \text{عند أي } x$$

لذا سنهمل الحل

$$\rightarrow e^{L\sqrt{\sigma}} = e^{-L\sqrt{\sigma}} \rightarrow \sigma = 0$$

ومنه نستخدم اعداد عقدية: $i = \sqrt{-1}$ $\sqrt{\sigma} = \frac{K\pi}{L} i \rightarrow L = 2 K \pi i \sqrt{\sigma}$



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

$$\rightarrow X_i(x) T_i(t) = (a_1 e^{ix \frac{\pi K}{L}} - a_2 e^{-ix \frac{\pi K}{L}}) (a_3 e^{ict \frac{\pi K}{L}} + a_4 e^{-ict \frac{\pi K}{L}})$$

بالعديد من التحويلات الرياضية

$$\rightarrow y(x, t) = \sum_i X_i(x) T_i(t) =$$

$$\sum_{K=1}^{\infty} \sin\left(\frac{K\pi}{L}x\right) (a_K \cos\left(\frac{cK\pi}{L}t\right) + B_K \sin\left(\frac{cK\pi}{L}t\right))$$

عندما نطرق الوتر من مكان ما:

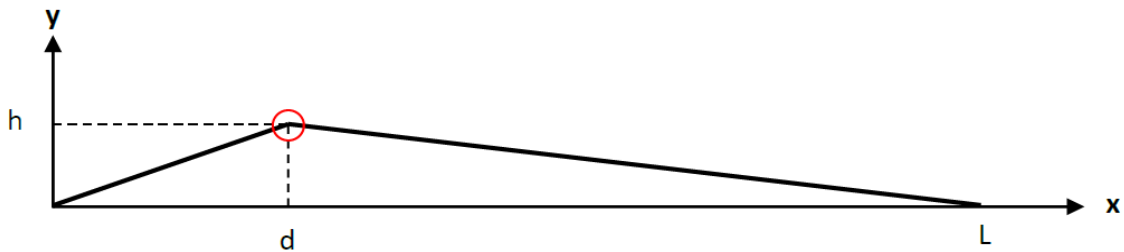


Figure 6: Initial conditions of the plucked string.

$$Y(x, 0) = f(x) \quad (11): \quad 0 < x < L$$

$$\frac{\partial y}{\partial x}(X, 0) = 0 \quad (12): \quad 0 < x < L$$

$$\rightarrow \sum_{K=1}^{\infty} a_K \sin\left(\frac{K\pi}{L}x\right) \quad (13)$$

بتعويض (11) و (12) ب (10)

بالعديد من العمليات الرياضية

$$\rightarrow Y(x, t) = \sum_{K=1}^{\infty} a_K \sin\left(\frac{K\pi}{L}x\right) \cos\left(\frac{cK\pi}{L}t\right) \quad (14)$$

وباستخدام سلاسل فورييه:

$$\rightarrow a_K = A_K = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin\left(\frac{K\pi x}{L}\right) dx \quad (15)$$



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

$$f(x) = \begin{cases} \frac{hx}{d} & : 0 \leq x \leq d \\ \frac{h(L-d-x)}{L-d} & : d \leq x \leq L \end{cases}$$

بالتكامل بالتجزئة :

$$\rightarrow A_k = \frac{2hL^2}{(L-d)d\pi^2 k^2} \sin\left(\frac{Kd\pi}{L}\right) \quad (16)$$

حيث سعة الطريقة h:

موقع الطريقة على طول محور x d:

$$Y(x,t) = \sum_{K=1}^{\infty} A_k \sin\left(\frac{k\pi}{L} x\right) \cos\left(\frac{ck\pi}{L} t\right) \quad (17)$$

هذه العلاقة تمثل معادلة اهتزاز الوتر عند أي نقطة في أي وقت.

وهي تمثل مجموع عدة نغمات وكل نغمة ستمثل حركة مختلفة وطول موجة مختلف

شكل الوتر في النغمة الأولى

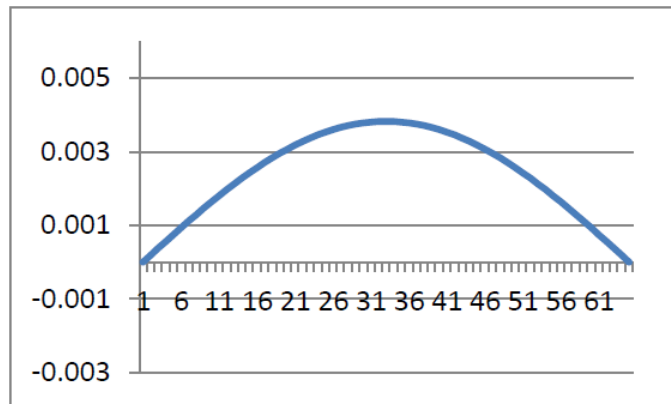


Figure 11: First harmonic at t=0.

شكل الوتر في النغمة الثانية



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

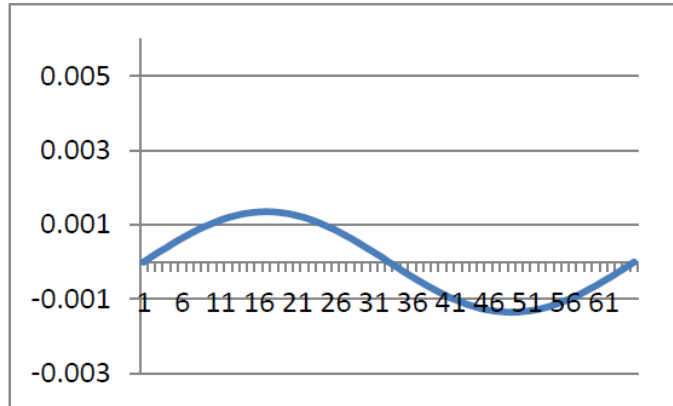


Figure 12: Second harmonic at $t=0$.

وبجمعها مع النغمة الأولى ينتج

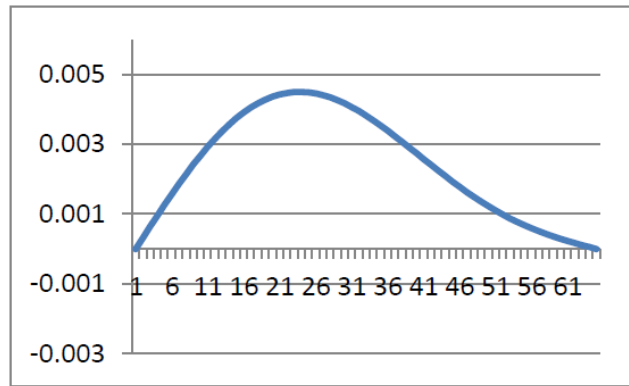


Figure 13: Sum of the two first harmonics at $t=0$.

شكل النغمة الثالثة:

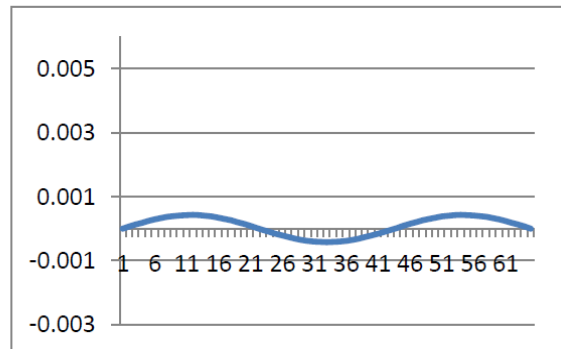


Figure 14: Third harmonic at $t=0$.



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

وبجمعها مع مجموع النغمتين السابقتين ينتج

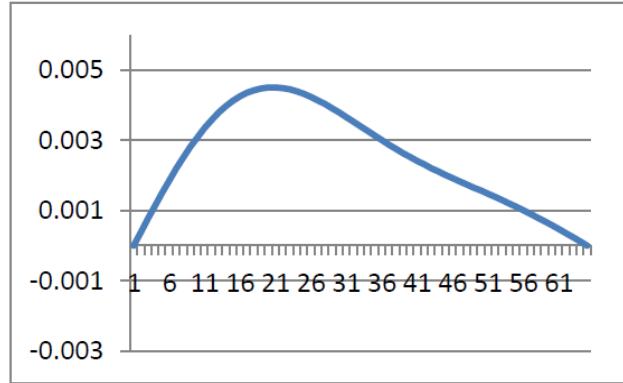
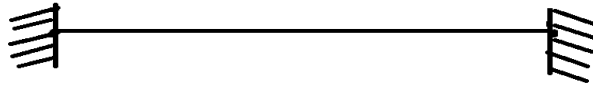


Figure 15: Sum of the first three harmonics at $t=0$.

دراسة الحركة التفصيلية بالحالة المثالية

حتى نقوم بالعملية والتجربة بشكل واقعي لهذا النموذج العلمي فنحن بحاجة وتر (حبل) وسيكون هذا الوتر مثبت من الطرفين بحالة الغيتار.



وسيكون لهذا الوتر كتلة خاصة به m تتعلق بطبيعة الوتر والمواد الأولية التي تم صنعه منها، وسيكون له كتلة حجمية خاصة به μ

وسيكون له قوة شد خاصة به F_T أو T وتتعلق هذه القوة بمدى مرونة الوتر (الحبل) المصنوع منه الوتر وأيضا قوة الشد المطبقة على الوتر حيث:



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج



الأداة التي نقوم بها بدوزنة الغيتار نقوم عن طريقها بزيادة قوة الشد المطبقة على الوتر T ويمكننا أيضا بإرخائها إرخاء قوة الشد على الوتر وسنذكر ما علاقتها بقيم الاهتزاز وصوت الصادر عن الاهتزاز.

وسيكون للوتر دور خاص به T_{const} وذلك أيضا يتعلق بطبيعة المواد التي تم صنعه الوتر منها.

وبعد تحضير الوتر سنقوم بطرق الوتر من مكان ما ومنه سيحدث اهتزاز عرضي بجزيئات الوتر حيث إن العوامل الناتجة والتي ستؤثر على حركة اهتزاز الوتر هي:

1- ستتحرك الموجة بسرعة معينة ستكون ثابتة خلال فترة الاهتزاز وتعطى علاقة سرعة اهتزاز الموجة العرضية في الوتر بالعلاقة التالية:

$$V = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \quad \mu = \frac{m}{L}$$

V : سرعة اهتزاز الموجة العرضية خلال الوتر.

F_T : قوة شد الوتر (والتي يمكن زيادتها عن طريق شد الوتر عن طريق الدوزنة)

μ : الكتلة الحجمية وهي تمثل كم كيلو غرام ضمن واحدة المتر وتتغير بتغير المادة المصنوعة منها.

m : وهي كتلة الوتر (الخيطة).

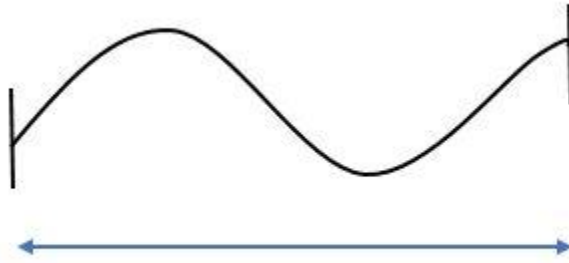
L : طول الوتر المهتز.



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

ومن السابق نستنتج أنه كلما قمنا بشد الوتر أكثر كلما زادت سرعة اهتزاز الموجة خلال الوتر أكثر فزيادة الكتلة فستنقص سرعة اهتزاز الموجة خلال الوتر أما بزيادة طول الخيط فستكون السرعة أعلى.

2- أيضا عندما سيهتز الوتر ويتحرك طول موضع توازنه سيهتز مشكلا أمواجا ولكن بدور معين والدور هو: الزمن الذي تأخذه الموجة الكاملة أي:



هذه الموجة أخذت T زمن حتى تكتمل

3- وبظهور الدور سيظهر العامل الناتج عن الدور والذي له الأهمية في حركة الوتر ألا وهو التواتر والذي يعني عدد الموجات التي ستكتمل خلال ثانية واحدة (أي الزمن ثابت)



$$F = \frac{1}{T}$$

ويحسب التردد (التواتر)

حيث T: هو الدور الخاص بالاهتزاز

ولكن إن التردد يتعلق بسرعة اهتزاز الموجة خلال الوتر ويتعلق أيضا بطول الوتر ولكن التردد ليس ثابتا خلال الاهتزاز وإنما يتعلق بالنغمة الصادرة فيأخذ قيمة خاصة عند كل نغمة خلال



$$F = K \frac{V}{2L}$$

اهتزاز الوتر والعلاقة التي تبين نموذج هذه الحركة

V: سرعة انتشار الموجة خلال الوتر.

L: طول الوتر (الخيط).

K: هي النغمة وتأخذ قيما صحيحة $K=1,2,3\dots$

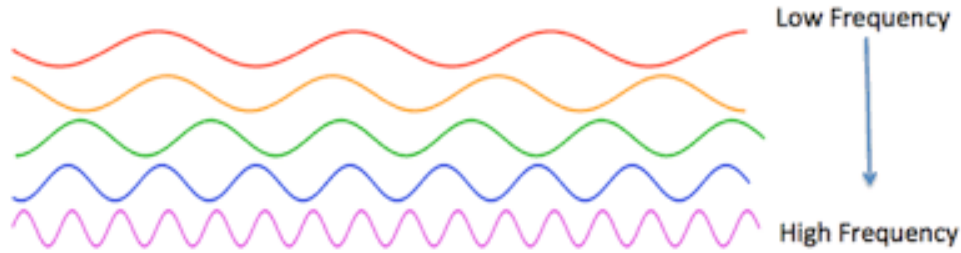
أي إن $K=1$ تمثل النغمة الأولى.



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

$K=2$ تمثل النغمة الثانية.

وعند كل نغمة سيتغير التردد وإن تغير التردد بيانها يوضح كالتالي:



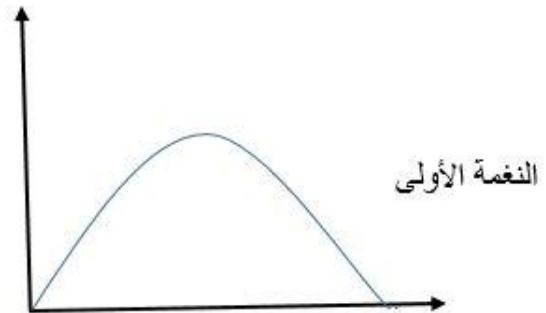
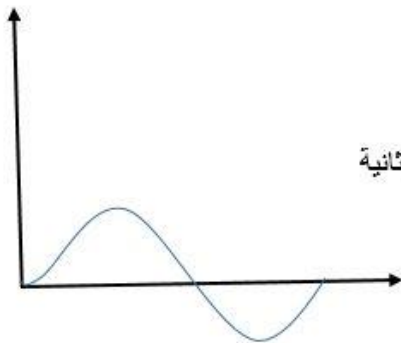
وإن شكل اهتزاز الوتر الذي تمثله علاقة اهتزاز الوتر بالعلاقة:



$$Y(x,y)=\sum_{K=1}^{\infty} A_K \sin\left(\frac{K\pi}{L} x\right) \cos \frac{CK\pi}{L} t$$

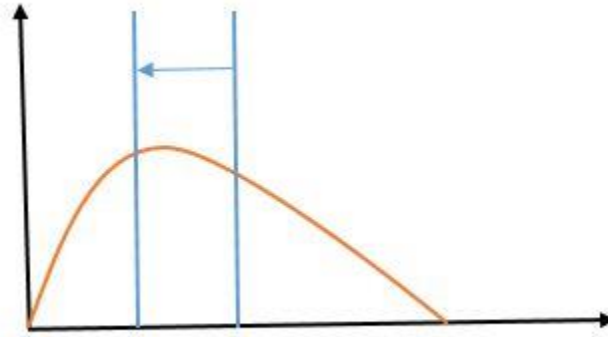
توضح أن اهتزاز الوتر ماهو إلا مجموع اهتزازات بنغمات مختلفة

أي شكل الاهتزاز بأول الزمن





مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج



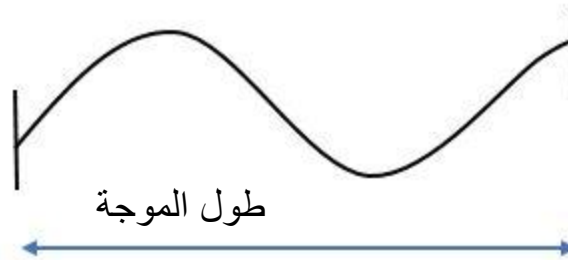
إن شكل الاهتزاز بعد مدة معينة من الزمن هو عبارة عن جمع الاهتزاز في كل النغمات السابقة حيث ستميل قمة الموجة إلى اليسار قليلا حسب شكل النغمة الثانية. وهكذا ستتم الحركة وسيتغير التردد وسيتم جمع النغمات لإصدار الشكل النهائي المتحرك للموجة المتحركة خلال الوتر.

وإن أهم تردد للوتر هو التردد الأساسي الذي يعبر عن النغمة الأولى والذي يعطى بالعلاقة:

$$F_{\text{الأساسي}} = \frac{V}{2L}$$

4- وبعد تشكل كل من السرعة والتردد للموجة المهتزة خلال الوتر سيؤدي إلى تشكل موجات والموجة لها طول ولها عدد

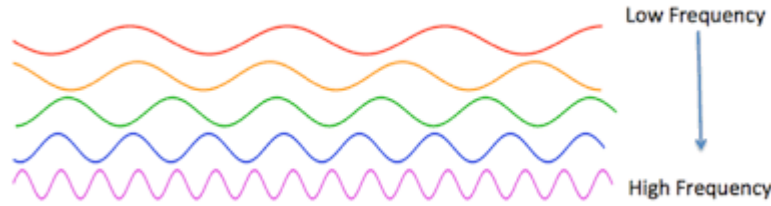
وإن طول الموجة يعبر عنه بيانيا كالتالي:



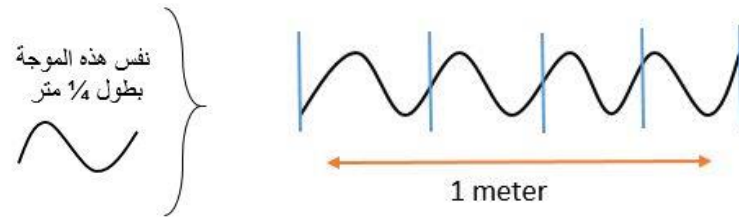


مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

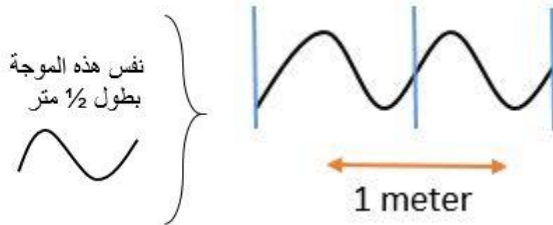
ومن المخطط البياني السابق للتردد



فإن طول الموجة يتناقص بازدياد التردد وذلك لأنه عندما يزداد تردد الوتر فإنه يزداد عدد الأمواج ضمن طول الوتر وعندما سيزداد عدد الأمواج سينقص طولها لتعبي مكان طول الوتر. أي:



بتطبيقها على وتر طوله 1 متر سينتج 4 موجات



بتطبيقها على وتر طوله 1 متر سينتج موجتين

وأیضا إن طول الموجة يتعلق بسرعة انتشار الموجة ضمن الوتر ويزداد بزيادتها وإن العلاقة المعبرة عن طول الموجة:

$$\lambda = \frac{v}{F_{\text{الأساسي}}}$$

λ : طول الموجة.

v : سرعة انتشار الموجة خلال الوتر.

F : تردد الوتر الأساسي.



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

أما فعدد الموجات يتعلق بشكل أساسي بطول الوتر وطول الموجة كما وضعنا سابقا والعلاقة المعبرة عن عدد أطوال الموجات ضمن الوتر هي:

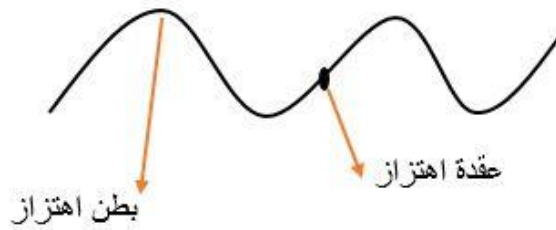
$$K=L \frac{2}{\lambda}$$

K : عدد الموجات الناتجة عن اهتزاز الوتر.

L : طول الوتر (الخيوط).

λ : طول الموجة.

ولكن نلاحظ عند تشكل هذه الأمواج يتشكل بما يسمى عقد وبطنون كما يلي:



وذلك ينتج عند استقرار الاهتزاز كما في الشكل سينتج أماكن تسمى البطنون وستكون سعة الاهتزاز فيها عظمى دائما خلال اهتزاز الوتر ولمعرفة أماكن تواجد هذه البطنون على طول المحور x

$$X=(2k+1) \frac{\lambda}{4} : [0,L]$$

حيث X : إحداثي على المحور x يمثل موقع البطن.

K : قيم صحيحة حتى عدد الموجات أي: $1,2,3,\dots,k$ عدد الأمواج

λ : طول الموجة.

وسينتج أيضا أماكن ضمن الوتر ستتهتز بقيم معدومة السعة (لن تهتز) ولمعرفة أماكن وجود هذه العقد نطبق القانون التالي على طول الإحداثي x :

$$X=k \frac{\lambda}{2} : [0,L]$$



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

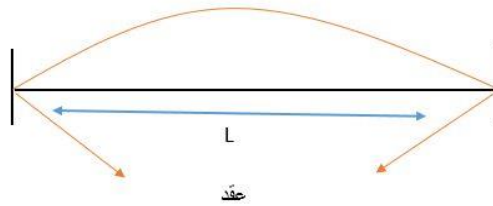
حيث x : إحداثي على المحور x يمثل موقع العقدة.

K : تأخذ قيم صحيحة حتى عدد الأمواج أي:

$$k_{\text{عدد الأمواج}} = 1, 2, 3, \dots$$

λ : طول الموجة.

إن الوتر المثبت من الطرفين أي حتما سيكون طرفيه عقد. إذا فما الذي سيضمن ذلك؟



الذي سيضمن ذلك هو $\sin(x \frac{\pi K}{L})$

أي عندما يكون $X = 0 \leftarrow \sin(0) \leftarrow 0$ (أي عقدة)

أي عندما يكون $X = L \leftarrow \sin(L \frac{\pi K}{L}) \leftarrow \sin(\pi K)$

الناتج $0 \rightarrow$

(أي عقدة)

إذا عند إضافة التابع الجيبي $\sin(\frac{\pi k}{L} x)$ إلى معادلة اهتزاز الوتر فسيضمن أن الوتر

سيهتز بشكل مناسب يناسب الوتر المثبت من الطرفين.

إذا الآن اكتمل النموذج وأصبح بالإمكان إيجاد التالي:

(1) شكل النغمات وهو يهتز.

(2) شكل النغمات وشكل مجموعها.

(3) حساب سرعة انتشار الموجة في الوتر.

(4) حساب تردد الوتر.



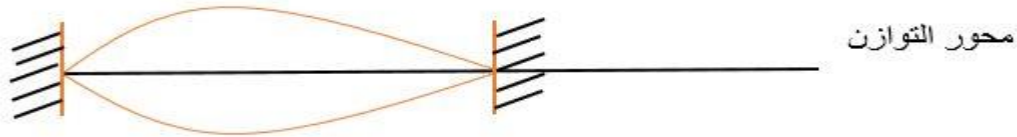
مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

- (5) حساب دور الوتر.
 - (6) حساب طول الموجة.
 - (7) حساب عدد أطوال الموجات.
 - (8) حساب أماكن وجود العقد.
 - (9) حساب أماكن وجود البطون.
 - (10) حساب الكتلة الحجمية للوتر.
- وكل هذه الدراسة تمت بالحالة المثالية للوتر أما الآن سنقوم بدراسة الوتر في حالة التخامد الحر.



التخامد الحر

دراستنا كانت عن انتشار الموجة ضمن الوتر كانت بالحالة المثالية ...
هذا الوتر بالحالة المثالية قادر على تحمل قوة شد الخيط ويحوي على مقادير مرنة دقيقة ولا يحوي على أي ضياع في الطاقة.
وللحصول على اهتزاز واقعي للوتر سنقوم بدراسة قوى التخامد في الوتر.
والتخامد حر لأنه ليس إجباري ضمن مخرمات فيزيائية وإنما المخرمات غير ناتجة عن فعل مقصود من الإنسان.
أي عندما سنطرق الوتر لن يحدث كما في الحالة المثالية أي لن يهتز إلى الأبد وإنما سيهتز لفترة معينة وسيتخامد مع الوقت إلى أن يسكن على محور توازنه.



وسندرس التخامد في الحالات التالية:

- (1) تخامد اهتزاز الوتر بالحالة العامة.
- (2) تخامد اهتزاز الوتر بفعل قوة الهواء
- (3) تخامد اهتزاز الوتر بفعل خواص ومواصفات الوتر.



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

تخامد اهتزاز الوتر بالحالة العامة

إن دراسة التخامد بالحالة العامة تتضمن جميع المخرجات الحرة التي تؤثر على الوتر بشكل عام وقد تم تضمينها جميعها بما يسمى الحالة العامة.

$$df_{damp} = -b \, dx \frac{\partial y(x,t)}{\partial t}$$

حيث: b : ثابت يمثل قيمة التخامد العام الكلي (جميع قوى التخامد) المطبق على الوتر.

العلاقة السابقة تمثل قوة التخامد df_{damp} المطبق على الوتر.

وإن العلاقة السابقة تحوي على إشارة الـ $(-)$ والتي تدل على أن قوى التخامد دائماً تتجه بشكل يعاكس اتجاه حركة الوتر.

إن معادلة اهتزاز الوتر بظل غياب قوة التخامد من أجل سعة اهتزاز صغيرة تعطى بالعلاقة:

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{v_x^2} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0$$

أما معادلة اهتزاز الوتر بظل قوى التخامد:

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{v_x^2} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = + \frac{b}{T} \frac{\partial y(x,t)}{\partial t}$$

وإن الحل $y(x,t)$ لمعادلة الاهتزاز

$$Y(x,t) = y_0 e^{i(\omega t - k'x)}$$

(1) عدد الموجات :

k' : عدد الموجات في تأثير التخامد وهو عدد عقدي يعبر عنه بالعلاقة

$$k' = \omega^2 \left(\frac{\mu}{T} \right) \left(1 - i \frac{b}{\mu \omega} \right)$$

حيث: ω : السرعة الزاوية $\omega = \frac{2\pi}{T}$



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

حيث: T الدور.

μ : الكتلة الحجمية.

T : قوة شد الخيط.

b : ثابت التخماد العام الكلي

K_I : الجزء العقدي من عدد أطوال الموجة.

$$k = k_{R(Real)} - ik_{I(Imaginary)}$$

وإن أقسام الـ k تعطى بالعلاقات:


$$k_R = w \sqrt{\frac{\mu}{2T}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{b}{\mu w}}}$$

$$K_I = W \sqrt{\frac{\mu}{2T}} \sqrt{-1 + \sqrt{1 + \frac{b}{\mu w}}}$$

$$Y(x,t) = e^{-xk_I} \cdot y_0 e^{i(wt - xk_R)}$$

(2) طول الموجة:

ومن العلاقات السابقة يمكننا أن نستنتج ونجد القوانين التالية


$$\lambda = \frac{1}{k_I} = \frac{\frac{1}{w} \sqrt{\frac{2T}{\mu}}}{\sqrt{-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{b}{\mu w}\right)^2}}}$$

إن هذه العلاقات السابقة تمثل طول الموجة الاهتزاز الوتر ضمن تأثير التخماد العام:



$$\text{حيث: } w = \frac{2\pi}{T} \text{ السرعة الزاوية}$$




مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

حيث: T : الدور.

μ : الكتلة الحجمية.

حيث: W : سرعة زاوية وتعطى بالعلاقة


$$W = \frac{2\pi}{T} : \quad T \text{ الدور}$$

μ : الكتلته الحجمية.


T : قوة شد الخيط.

b : ثابت التخامد العام الكلي

K_I : الجزء العقدي من عدد أطوال الموجة.

(3) السرعة:

وإنما $V_x = \frac{T}{\mu}$ إن سرعة انتشار الموجة في الوتر لم تعد كما في الحالة المثالية بوجود قوى التخامد ستصبح العلاقة المعبرة عن سرعة انتشار الموجة


$$V_x = \frac{w}{k_R} = \frac{\sqrt{\frac{2T}{\mu}}}{\sqrt{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{b}{\mu w}\right)^2}}}$$

حيث

W : السرعة الزاوية.

:

T : قوة شد الوتر (الخيط).

μ : الكتلة الحجمية للوتر.

b : ثابت التخامد العام الكلي .

K_I : الجزء الحقيقي من عدد أطوال الموجة.



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

لنستنتج قانون السرعة بالحالة المثالية:

في الحالة المثالية يكون ثابت التخمم الكلي العام

$$b=0$$

نعوضها بعلاقة السرعة

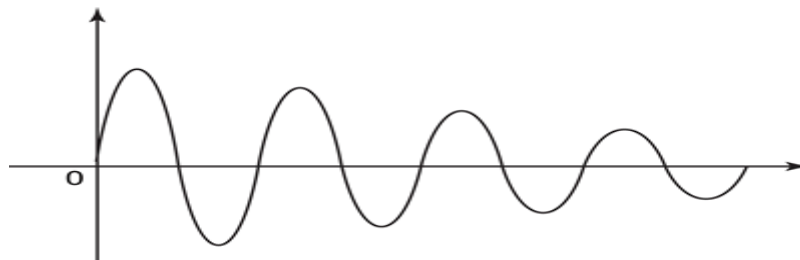
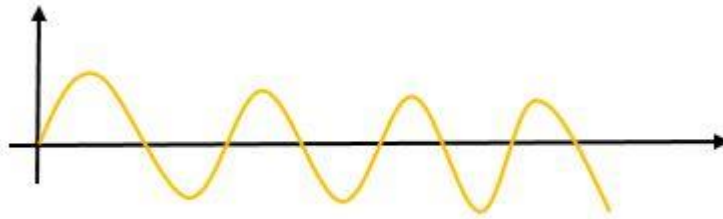
$$: b = 0 \quad v_x' = \frac{\sqrt{\frac{2T}{\mu}}}{\sqrt{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{b}{\mu w}\right)^2}}}$$

$$\rightarrow v_x' = \frac{\sqrt{\frac{2T}{\mu}}}{\sqrt{1 + \sqrt{1}}} = \frac{\sqrt{\frac{2T}{\mu}}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = v_x$$

ومنه $v_x' < v_{\text{الحالة المثالية}}$ مع التخمم v_x

(4) زمن تأخير (زمن الإخماد)

إن زمن الأخماد سيقوم بشكل أساسي بإخماد سعة الاهتزاز. أي سيقوم بتحويل الشكل التالي:



إلى



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

ويعطى هذا الزمن بالعلاقة التالية:

$$\tau = \tau_{damp} = \frac{\lambda_{attenuation}}{v_x} = \frac{1}{w} \frac{\sqrt{1 + \sqrt{1 + (\frac{b}{\mu w})^2}}}{\sqrt{-1 + \sqrt{1 + (\frac{b}{\mu w})^2}}}$$

في حال كانت قوى التخماد والزوجة صغيرة عندها

$$B \ll \mu w$$

ومنه باستخدام سلسلة تايلور نستنتج القانون التالي :



$$\tau = \tau_{damp} = \frac{2\mu}{b} = \sqrt{1 + (\frac{b}{2\mu w})^2}$$

:

μ : قوة شد الوتر

b : قوة التخماد العام الكلي.

w : السرعة الزاوية .

(5) التردد

إن التردد أيضا سيتأثر بقوى التخماد ومنه فإن العلاقة التي ستحدد التخماد ليست كالسابق

$$f = k \frac{v}{2L}$$

وإنما وحسب سلسلة تايلور





مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج


$$f' = f \sqrt{1 - \left(\frac{b}{4\pi\mu f}\right)^2}$$

حيث

f : التردد بالحالة المثالية

(6) السرعة الزاوية

أيضا ستتأثر السرعة الزاوية بقوى التخميد


$$w' = w \sqrt{1 - \left(\frac{b}{2\mu w}\right)^2}$$

حيث: W : السرعة الزاوية بالحالة المثالية

وهكذا وجدنا أن قوى التخميد الحر قد أثرت على معظم العوامل والمتحولات المؤثرة بحركة الاهتزاز



التخامد بتأثير قوى الهواء

إن الهواء هو أحد المخمدرات التي تقوم بإخماد الوتر عند اهتزازة والذي سيقوم بالاصطدام بالوتر عند حركته وسيمتص من طاقة حركة الوتر حتى يجعله متزن حول محور توازنه.

وإن قوى الهواء تؤثر بشكل مباشر على التردد وعلى زمن الإخماد.

إن تأثير قوة الرياح على تردد الوتر هو:

$$f_{air} = f_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\gamma}{f_0}\right)^2}$$

حيث f_0 : هو تردد الوتر في الفراغ (الحالة المثالية بمعزل عن تأثير الرياح)

: ثابت تخامد الرياح ويعطى بالعلاقة

$$\gamma = f_0 \rho_{air} A_{string} \left(\frac{\sqrt{2}}{\mu} + \frac{1}{2M^2} \right)$$

حيث : ρ_{air} كثافة الهواء.

وإن $\rho_{air} \cong 1.205 \text{ kg/m}^3$

عند $T=20^\circ\text{C}$, $p=1 \text{ jol}$

A_{string} : ثابت تأثير الوتر ويعطى بالعلاقة :

$$A_{string} = \pi r_{string}^2$$

حيث r : نصف قطر الوتر.

M : ثابت يعطى بالعلاقة

$$M = \frac{1}{2} r_{string}^2 \sqrt{2\pi} \frac{f_0}{\eta_{*air}}$$



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

حيث : $\eta_{*air} \cong 1.52 * 10^{-5} \text{ m}^2 / \text{sec}$: حركة لزوجة الهواء

ويعطى بالعلاقة : $\eta_{*air} = \frac{\eta_{*air}}{\rho_{air}}$

$$\eta_{*air} = 1.832 * 10^{-5} \text{ kg/m.sec}$$

ρ_{air} : درجة لزوجة الهواء. وإن أيضا تأثير قوى الهواء على من التأخير (زمن الإخماد)

$$t = t_{damp} = \frac{\rho_{string}}{2\pi f \rho_{air}} \left(\frac{2M^2}{2\sqrt{2}M+1} \right)$$

حيث ρ_{string} : الكتلة الحجمية للوتر.

التخامد بتأثير خواص الوتر الداخلية

إن قوى التخامد المتعلقة بخواص الوتر تؤثر بشكل مباشر بزمن التأخير (زمن الإخماد)

$$t = t_{damp} = \frac{1}{\pi f} \frac{y_1}{y_2} \rightarrow$$

إن هذه النسبة تمثل عامل يونغ يتعلق بالمواد التي صنع منها الوتر .

زمن التأخير (الإخماد)

سابقا أوجدنا زمن التخميد بالنسبة بالنسبة للتخامد بشكل عام وبالنسبة للتخامد بتأثير قوة الرياح وبالنسبة للتخامد بالنسبة لمواصفات الوتر

ولكن كل من تأخير خاص بمجال معين ومنه: فإنه إذا احتجنا إيجاد زمن تأخير (إخماد).
عام لكل الحالات ومنه :

$$\frac{1}{\tau} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\tau_i} = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} + \dots + \frac{1}{\tau_n}$$

وإن زمن الإخماد τ_{damp} يدخل إلى معادلة اهتزاز الوتر بالشكل التالي :



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

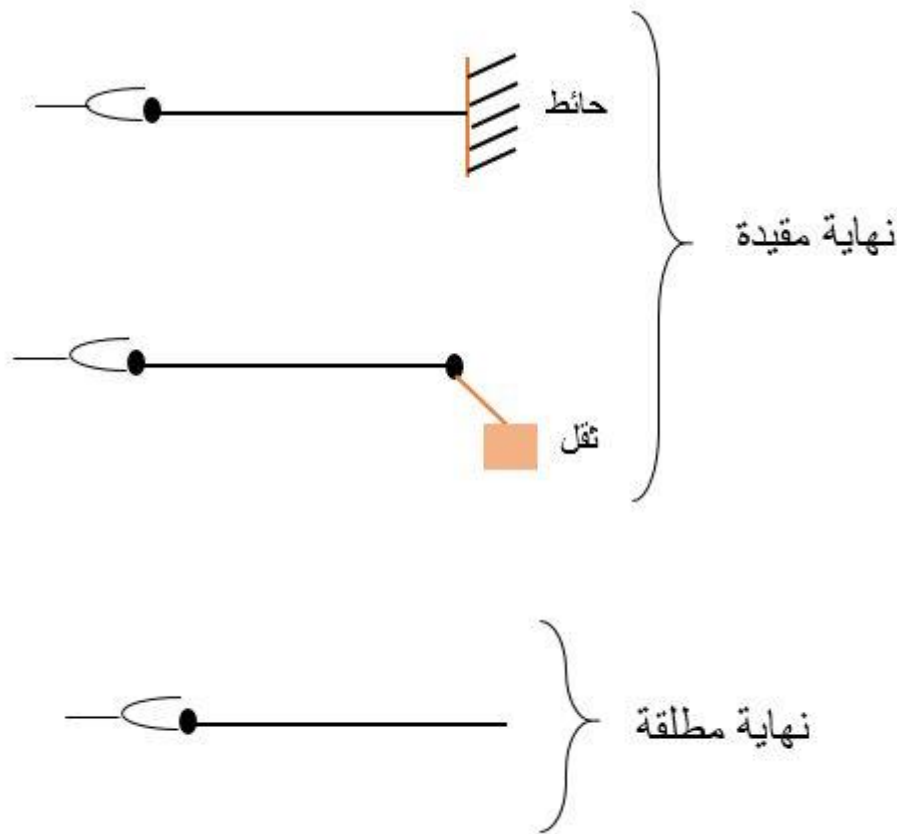
$$Y(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k e^{-\frac{t}{\tau_{damp}}} \sin\left(\frac{k\pi}{L}x\right) \cos\left(\frac{ck\pi}{L}t\right)$$

دراسة أحد أوتار الغيتار لوحده

مع رنانة بنهاية طليقة ومطلقة

(بالحالة المثالية)

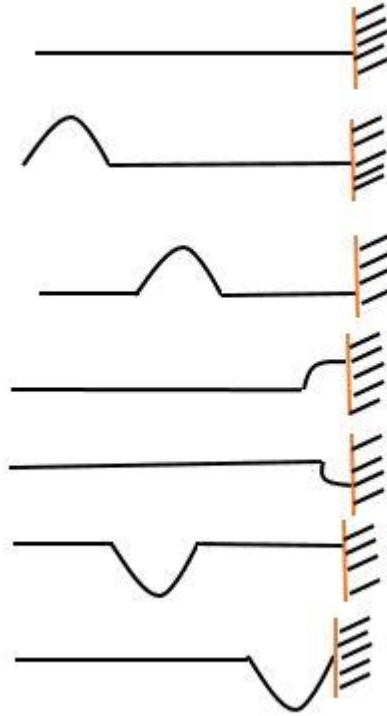
عندما نقوم بأخذ أحد أوتار الغيتار وربطه برنانة من طرف فيما أن نربط بحائط أو أن نربطه بثقل (ويمثل نهاية مقيدة) أو نترك طرفه الآخر حراً (وهذا يمثل نهاية طليقة)



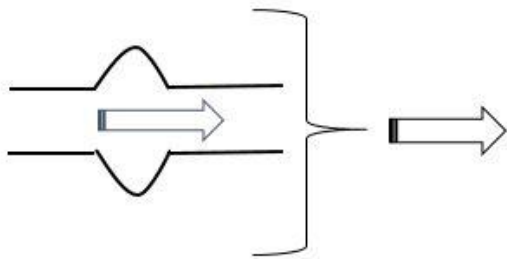
وكما وضعنا سابقاً أنه عندما يهتز الخيط (الوتر) وعندما تتحرك الموجة من نقطة البداية حتى آخر نقطة من الخيط بعدها سوف تنعكس الموجة وستقوم بالحركة بالاتجاه المعاكس



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج



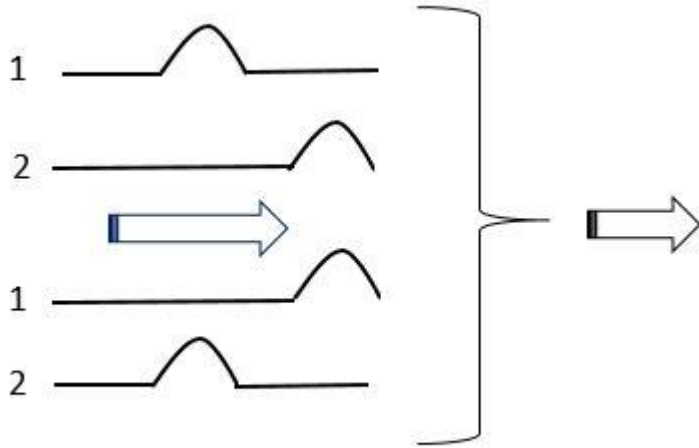
ونلاحظ أنه تنعكس الموجة عند الرجوع بالطرف المعاكس لطرف انتشار الموجه في الذهاب



وهذا بسبب فرق في الطور بسبب وجود
النهاية المقيدة ويكون هذا الفرق يساوي π
أما في حال كانت النهاية طليقة سيكون
الفرق في الطور يساوي 0



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج



أي أنه في النهاية الطليقة ستنعكس الموجة بالرجوع لكن بنفس الطرف الذي تنتشر فيه الموجة الذاهة

إن الرنانة تقوم بهز الوتر بسعة معينة وبتواتر معين مما يؤدي إلى اهتزاز الوتر (الخيط) بتواتر وسعة معينتين أيضا.

(1) إن السرعة التي تنتشر فيها الموجة على طول الوتر v تعطى بالعلاقة



$$v = \sqrt{\frac{f_T}{\mu}}$$

التالية:

حيث:

V : سرعة انتشار الموجة على طول الوتر .

f_T : قوة شد الخيط.

μ : الكتلة الحجمية للخيط وتعطى بالعلاقة :

$$\mu = \frac{m}{L}$$

حيث m : كتلة الخيط.

L : طول الخيط.

(2) إن الخيط سيهتز بتأثير الرنانة ولكن إن للخيط تواتر خاص به ويحسب التواتر الخاص للخيط بالعلاقة التالية



$$F = \frac{V}{2L}$$



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

حيث F : التردد الخاص الأساسي للوتر

V : سرعة انتشار الموجة بالوتر.

L : طول الوتر.

(3) عندما سنقوم بهز الخيط للرنانة ستتشكل الموجات التي ستتنتشر على طول الوتر وسيشكل ما يسمى بطول الموجة وعدد الأمواج بتأثير تواتر الهزازة حيث أنه كل تغيير سيطرأ على تواتر الهزازة أيضا سيطرق تغيير بالمقابل على طول الموجة وبالتالي على عدد الموجات وإن العلاقة التي تعبر عن طول الموجة



$$\lambda = \frac{V}{f}$$

حيث λ : طول الموجة..

v : سرعة انتشار الموجة على طول الوتر .

f : تواتر الرنانة (وليس تواتر الوتر) ..

ويمكننا أن نقوم بحساب عدد الأمواج المتشكلة على طول الوتر بالعلاقة التالية:



$$K = \frac{2L}{\lambda}$$

حيث k : عدد الأمواج المتشكلة .

L : طول الوتر.

λ : طول الموجة.

وإن كل ما سبق سيساهم بتشكيل العلاقة المعبرة عن حركة انتشار الموجات على طول الوتر.

تنتشر موجة واردة متقدمة جيبيه بالاتجاه الموجب للمحور $x \rightarrow x'$ فتصل إلى النقطة n من وسط الانتشار التي فاصلتها x^- عند النهاية المقيدة في اللحظة وتكون معادلة مطالها معطاة بالعلاقة:



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

$$y^{-}_1(t) = y_{max} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x^{-}\right) \dots (I)$$

تتولد الموجة المنعكسة المتقدمة الجيبية بالاتجاه السالب للمحور $\rightarrow \ddot{x}$ في النقطة n فب اللحظة t مطالاً يعطى بالعلاقة:

$$y^{-}_2(t) = y_{max} \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} x^{-} + \varphi\right) \dots (I)$$

تتعرض لفرق في الطور φ^{-} بسبب الانعكاس وهو متأخر في الطور عن الموجة الواردة إلى n ويمكن استنتاج المطال المحصل لاهتزاز النقطة n التي تخضع لتأثير الموجتين الواردة والمنعكسة معا فيصبح مطالها المحصل: $y_n(t)$

$$y^{-}_n(t) = y^{-}_1(t) + y^{-}_2(t) \dots *$$

$$y^{-}_n(t) = y^{-}_{max} \left[\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x^{-}\right) + \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} x^{-} + \varphi^{-}\right) \right] \dots$$

$$\cos \alpha + \cos B = 2 \cos \frac{\alpha+B}{2} \cdot \cos \frac{\alpha-B}{2} \text{ : وبما أن}$$

$$y^{-}_n(t) = 2y^{-}_{max} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x^{-} + \frac{\varphi}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right) (**)$$

الامواج المستقرة العرضية المنعكسة على نهاية مقيدة:

في الانعكاس على نهاية مقيدة يكون فرق الطور $\varphi^{-} = \pi \text{ rad}$ نعوض في المعادلة (**)



$$y^{-}_n(x, t) = 2y^{-}_{max} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x^{-} + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \dots (***)$$


أي أن النقاط التي تبعد عن النهاية المقيدة التي يحصل عندها انعكاس وحيد أعداداً صحيحة موجبة من نصف طول الموجة يصلها اهتزاز وارد واهتزاز منعكس على تعاكس دائم فتكون ساكنة دوماً وتؤلف عقد اهتزاز N وتكون المسافة بين كل عقدتين متتاليتين $\frac{\lambda}{2}$



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

وبالنسبة للنهاية المقيدة:

وبما أن $\cos(\theta + \frac{\pi}{2}) = -\sin \theta$ تصبح العلاقة (***)


$$y_n^-(x, t) = 2y_{max} \sin \frac{2\pi}{\lambda} x^- \cdot \sin wt \dots (***)$$

وتكون المسافة بين كل عقدة وبطن يليه $\frac{\lambda}{4}$

باعتبار $y_{max/n}$ سعة لموجة مستقرة:


$$y_{max/n} = 2 y_{max} \left| \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \right|$$

عقد الاهتزاز N هي نقاط سعة اهتزازها معدومة دوماً

تحدد أبعادها x عن النهاية المقيدة بالعلاقة

$$y_{max/n} = 0 \implies \sin \frac{2\pi}{\lambda} x = 0$$

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = k\pi$$


$$x = k \frac{\lambda}{2}$$

أي أن النقاط التي تبعد عن النهاية المقيدة التي يحصل عندها انعكاس وحيد أعداداً صحيحة موجبة من نصف طول الموجة يصلها اهتزاز وارد واهتزاز منعكس على تعاكس دائم فتكون ساكنة دوماً

وتؤلف عقد اهتزاز N وتكون المسافة بين كل عقدتين متتاليتين $\frac{\lambda}{2}$

بطون الاهتزاز A هي نقاط سعة اهتزازها عظمى دوماً تحدد أبعادها x عن النهاية المقيدة بالعلاقة:

$$y_{max/n} = 2 y_{max}$$



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

$$\Rightarrow \left| \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \right| = 1$$

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = (2k + 1) \frac{\pi}{2}$$

$$x = (2k + 1) \frac{\lambda}{4}$$

أي أن النقاط التي تبعد عن النهاية المقيدة التي يحصل عندها انعكاس وحيد أعداداً صحيحة موجبة فردية من ربع طول الموجة يصلها اهتزاز وارد واهتزاز منعكس على توافق دائم فتكون سعى الاهتزاز فيها عظمى دوماً وتؤلف بطون اهتزاز A وتكون المسافة بين كل بطنين متتاليتين $\frac{\lambda}{2}$ والمسافة بين كل عقدة وبطن يليه $\frac{\lambda}{4}$

أما بالنسبة للنهاية الطليقة:

ستكون العلاقة المعبرة عن اهتزاز الموجة :



$$y_n(x, t) = 2y_{max} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \cos(wt)$$

$$y_n(x, t) = y_{max/n} \cdot \cos(wt)$$

$$y_{max/n} = 2y_{max} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \text{ اي:}$$

إن عقدة الاهتزاز المعدومة تحدد ابعادها x عند النهاية المقيدة بالرنانة:

$$y_{max/n} = 0$$

$$\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) = 0 \rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x = \frac{\pi}{2} (2k + 1)$$



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج



$$X = (2k+1) \frac{\lambda}{4}$$

أي أن النقاط التي تبعد عن النهاية المقيدة التي يحصل عندها انعكاس وحيد أعداداً صحيحة موجبة فردية من ربع طول الموجة يصلها اهتزاز وارد واهتزاز منعكس على تعاكس دائم فتكون ساكنة دوماً وتؤلف عقد اهتزاز N وتكون المسافة بين كل عقدتين متتاليتين $\frac{\lambda}{2}$

حيث x : بعد عقدة الاهتزاز عن النهاية المقيدة بالوتر (موقعها على المحور الاحداثي xx^-)

k : اعداد صحيحة تأخذ قيما $k=0,1, \dots, n$

λ : طول الموجة..

$$y_{max/n} = 2y_{max/n} \Rightarrow \cos \frac{2\pi x}{\lambda} = 1$$

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pi k \Rightarrow x = \frac{\lambda}{2} k$$



حيث x : بعد عقدة الاهتزاز عن النهاية المقيدة بالوتر (موقعها على المحور الاحداثي xx^-)

k : اعداد صحيحة تأخذ قيما $k=0,1, \dots, n$

λ : طول الموجة.

أي أن النقاط التي تبعد عن النهاية المقيدة التي يحصل عندها انعكاس وحيد أعداداً صحيحة موجبة عادية من نصف طول الموجة يصلها اهتزاز وارد واهتزاز منعكس على تعاكس دائم فتكون ساكنة دوماً وتؤلف عقد اهتزاز N وتكون المسافة بين كل عقدتين متتاليتين $\frac{\lambda}{2}$



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

تجربة ملد على نهاية مقيدة:

يتلقى الوتر اهتزازات قسرية فرضت عليه من الهزات فتتكون على طوله أمواج مستقرة عرضية متجاوبة في k معزلاً

يحدث التجاوب بين الهزات كجملة محرصة والوتر كجملة مجاوبة إذا تحقق الشرطان:

$$\begin{aligned} f &= k f_1 \\ L &= k \frac{\lambda}{2} \end{aligned}$$

يسمى أول تواتر يولد مغزلاً واحداً التواتر الأساسي $k=1 \Rightarrow f_1 = \frac{v}{2L}$ المدروج الأول (الأساسي)

أما بقية التواترات من أجل $K=1,2,3, \dots$

$$f = k \frac{v}{2L} = k \cdot f_1$$

حيث أنه إذا كانت الـ $K=1$ ستكون النغمة الأولى

$K=2$ النغمة الثانية وهكذا....

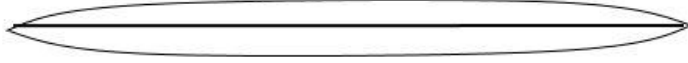
نأخذ هزازة جيبية مغذاه سعتها سعتهما العظمى T_{max} حيث يمكن تغير تواترها f ونصل إحدى شعبتيها إلى نقطة a بداية وتر مرن طوله L ويلتف على بكرة في نقطة b تؤلف عقدة ثابتة ، نشد الوتر بثقل مناسب يجعل تواتره الأساسي ثابتاً $f_1 = 10 \text{ Hz}$ مثلاً.

نزيد تواتر الهزازة f بالتدريج بدءاً من الصفر فنلاحظ ما يلي:

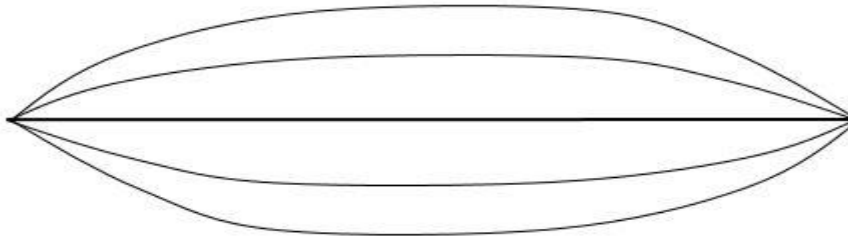
1. إذا كان $f < 10 \text{ Hz}$ اهتزازات قسرية في الوتر بسعة اهتزاز صغيرة من رتبة سعة اهتزاز الهزازة كم في:



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

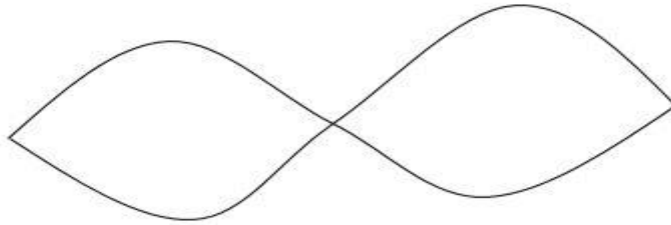


2. من أجل $f = 10 \text{ Hz}$ الوتر يهتز بمغزل واحد بموجة مستقرة واضحة سعة اهتزاز البطن عظمى Y وتكن b عقدة



3. إذا كان $20 \text{ Hz} > f > 10 \text{ Hz}$ تعود سعة الاهتزاز صغيرة ويتكون مغزلين غير واضحين

4. من أجل $f = 20 \text{ Hz}$ نشاهد الوتر يهتز بمغزلين واضحين وبسعة اهتزاز $Y \gg Y_{max}$



استنتاج: تتولد أمواج في الوتر مهما كانت قيمة تواتر الهزازة f فإذا كان تواتر الهزازة لا يساوي مضاعفات صحيحة للتواتر الأساسي للوتر $f \neq k f_1$ فإن سعة الاهتزاز ستبقى صغيرة نسبياً أما إذا كان تواتر الهزازة مساوياً أو من المضاعفات الصحيحة للتواتر الأساسي للوتر $f = k f_1$ فإن الوتر يكون في حالة تجاوب (طنين)



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج



القسم الخاص بالموسيقى:

لمحة عن الغيتار بشكل عام (حسب موقع ويكيبيديا):

<https://goo.gl/YLoEmm>

يوجد ثلاثة أنواع للغيتار:

- الغيتار الكلاسيكي Classical Guitar
- الغيتار الكهربائي Electric Guitar
- Acoustic Guitar

الغيتار التي سوف نعتد به في دراستنا هو الغيتار الكلاسيكي Classical Guitar
بعض مواصفاته:

1. مجوّف

2. أوتاره مصنوعة من النايلون مغلفة بالنحاس

يتألف الغيتار من 6 أوتار، كل وتر بإمكاننا أن نعزف فيه جميع العلامات الموسيقية
لكن للغيتار علامات موسيقية محددة، ما يدفعنا إلى القيام بعملية (دوزان) للأوتار قبل
البدء بالعزف

ماهي العلامات الموسيقية التي يعتمد عليها الغيتار؟

بداية... في الغيتار الأوتار تبدأ من الأسفل إلى الأعلى حيث يكون أول وتر من الأسفل
وآخر وتر يكون في الأعلى

الوتر 6	_____	E4
الوتر 5	_____	B3
الوتر 4	_____	G3
الوتر 3	_____	D3
الوتر 2	_____	A2
الوتر 1	_____	E2



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

الجدول التالي يوضح قيم الأوتار بشكل قياسي (Standard) من حيث التردد واسم العلامة الموسيقية:

String	Frequency	Scientific pitch notation
1 (E)	329.63 Hz	E4
2 (B)	246.94 Hz	B3
3 (G)	196.00 Hz	G3
4 (D)	146.83 Hz	D3
5 (A)	110.00 Hz	A2
6 (E)	82.41 Hz	E2

يوجد في الغيتار 20 Position الفرق بين كل Position والذي يليه 3.5 CM



Position

الجدول التالي يوضح قيمة تردد كل وتر عند كل Position واسم العلامة الموسيقية عند كل Position:

● Guitar Frets & Their Notes vs Frequencies

E — Note Name
329 — Frequency [Hz]

	OPEN	1F	2F	3F	4F	5F	6F	7F	8F	9F	10F	11F	12F	13F	14F	15F	16F	17F	18F	19F	20F
1st	E 329	F 349	F# 370	G 392	G# 415	A 440	A# 466	B 494	C 523	C# 554	D 587	D# 622	E 659	F 698	F# 740	G 784	G# 831	A 880	A# 932	B 988	C 1047
2nd	B 247	C 262	C# 277	D 294	D# 311	E 329	F 349	F# 370	G 392	G# 415	A 440	A# 466	B 494	C 523	C# 554	D 587	D# 622	E 659	F 698	F# 740	G 784
3rd	G 196	G# 208	A 220	A# 233	B 247	C 262	C# 277	D 294	D# 311	E 329	F 349	F# 370	G 392	G# 415	A 440	A# 466	B 494	C 523	C# 554	D 587	D# 622
4th	D 147	D# 156	E 165	F 175	F# 185	G 196	G# 208	A 220	A# 233	B 247	C 262	C# 277	D 294	D# 311	E 329	F 349	F# 370	G 392	G# 415	A 440	A# 466
5th	A 110	A# 117	B 123	C 131	C# 139	D 147	D# 156	E 165	F 175	F# 185	G 196	G# 208	A 220	A# 233	B 247	C 262	C# 277	D 294	D# 311	E 329	F 349
6th	E 82	F 87	F# 92	G 98	G# 104	A 110	A# 117	B 123	C 131	C# 139	D 147	D# 156	E 165	F 175	F# 185	G 196	G# 208	A 220	A# 233	B 247	C 262



Class STRING

هو الصف الخاص بأوتار الغيتار ويحتوي على الـ Data Member التالية:

الاسم	النمط	الوصف
-------	-------	-------

Ideal:

الكتلة	Double	mass
الكتلة الحجمية	Double	massPerUnit
تردد الوتر	Double	frequency
طول الوتر	Double	lenght
قوة شد الوتر	Double	ForceTension
سرعة انتشار الموجة في الوتر	Double	velocity
طول الموجة	Double	lamda
ارتفاع الموجة	Double	hight
مكان الطرق	Double	distance
احداثي الـ x لبداية الوتر	Double	start_x
احداثي الـ x لنهاية الوتر	Double	end_x
احداثي الـ y لبداية الوتر	Double	start_y
احداثي الـ y لنهاية الوتر	Double	end_y
المسافة بين بداية ونهاية الوتر	Double	start_and_end_x
احداثي الـ x بداية الجزء الثابت من الوتر	Double	FixedStart_x
احداثي الـ x لنهاية الجزء الثابت من الوتر	Double	FixedEnd_x
احداثي الـ y لبداية الجزء الثابت من الوتر	Double	FixedStart_y



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

احداثي الـ y لنهاية الجزء الثابت من الوتر	Double	FixedEnd_y
رقم الوتر	INT	ID
الثابت 3.14	Double	PI
السرعة الزاوية	Double	W
ميل الوتر	Double	slop
موقع المشهد	Double	translate
دقة المستقيم	Static Double	accurately
مصفوفة اهتزاز الوتر بحالة المثالية	Double	yValue**
مصفوفة اهتزاز الوتر بحالة التخامد العام	Double	yValue_GeneralDamp**
مصفوفة الاهتزاز الواجب تنفيذها	Double	Valueeee**
مصفوفة اهتزاز الوتر بحالة تخامد الرياح	Double	yValue_AirDamp**
مصفوفة اهتزاز الوتر بحالة تخامد المواد المصنعة للوتر	Double	yValue_StringDamp**
مصفوفة جميع التخامدات	Double	yValue_SumDamp**

General Damp:

قيمة التخامد العام	Double	B_GeneralDamp
تردد الوتر في حالة التخامد العام	Double	frequency_GeneralDamp
سرعة انتشار الموجة في حالة التخامد العام	Double	velocity_GeneralDamp
طول الموجة في حالة التخامد العام	Double	lambda_GeneralDamp



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

زمن التأخير في حالة التخماد العام	Double	LateTime_GeneralDamp
السرعة الزاوية في حالة التخماد العام	Double	W_GeneralDamp

Air Damp:

تردد الوتر في حالة تخامد الرياح	Double	Air_Frequency
ثابت في حالة تخامد الرياح	Double	Air_delta
الكتلة الحجمية للهواء	Double	Air_rouu
ثابت في حالة تخامد الرياح	Double	Air_M
ثابت في حالة تخامد الرياح	Double	Air_Etta
ثابت في حالة تخامد الرياح	Double	Air_A_String
التأخير الزمني في حالة تخامد الرياح	Double	Air_TimeLate
نصف قطر الوتر	Double	raduis_of_string

String Damp:

ثابت يونغ	Double	Yong
الكتلة الحجمية للوتر	Double	String_rouu
التأخير الزمني في حالة تخامد المواد المصنعة للوتر	Double	String_TimeLate

Sum Damp:

التأخير الزمني لجميع المخمدات	Double	SumOfDamp
-------------------------------	--------	-----------



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

الـ Method الخاصة بهذا الصف:

STRING	اسم التابع البارمترات
ID, Mass, Length, ForceTension, Start_x, Start_y, End_x, End_y, Fixed_Start_x, Fixed_Start_y, Fixed_End_x, Fixed_End_y	
1. تهيئة العديد من الـ Data Member 2. تهيئة جميع المصفوفات 3. تهيئة الـ Data Member لمصفوفة الوتر بالحالة المثالية 4. تهيئة الـ Data Member لمصفوفة الوتر بحالة التخامد العام 5. تهيئة الـ Data Member لمصفوفة الوتر بخالة تخامد الرياح 6. تهيئة الـ Data Member لمصفوفة الوتر بحالة تخامد طبيعة المواد المصنعة للوتر 7. تهيئة الـ Data Member لمصفوفة مجموع جميع المخمدات 8. جعل اهتزاز الوتر بحالة استعداد	عمل التابع
<pre> STRING::STRING(int ID, double mass, double lenght, double ForceTension, double start_x, double end_x, double start_y, double end_y, double FixedStart_x, double FixedEnd_x, double FixedStart_y, double FixedEnd_y){ this->ID = ID; this->PI = 3.14; this->mass = mass; this->lenght = lenght; this->ForceTension = ForceTension; this->start_x = start_x; this->end_x = end_x; this->start_y = start_y; this->end_y = end_y; this->FixedStart_x = FixedStart_x; this->FixedEnd_x = FixedEnd_x; this->FixedStart_y = FixedStart_y; this->FixedEnd_y = FixedEnd_y; </pre>	



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

```

this->hight = 0.02;
this->varHigh = 0.02;
this->up = false;
this->damp = 0;
this->distance = 0.32;
this->translate = -4.6;
SetAcuratly(0.001);

Set_B_GeneralDamp(1);

/* the raduis of the string */
this->raduis_of_string = 0.005;
/* constant variable */
this->Air_Etta = 0.00001832;
/* the mass per unit of air */
this->Air_rouu = 1.205;
/* the mass per unit of string */
this->String_rouu = 3.456;

/* yong module */
this->Yong = 31.70729304;

initialize_arrays();
DataMemer_ideal();
DataMember_GeneralDamp();
DataMember_AirDamp();
DataMember_StringDamp();
DataMember_SumOfDamp();

makeVibrateReady();

}

```

initialize_arrays	اسم التابع
لا يوجد	البامترات
تهيئة جميع المصفوفات: مصفوفة اهتزاز الوتر في حالة: المثالية – التخامد العام – تخامد الرياح – تخامد الطبيعة المصنعة للوتر – مجموع جميع التخامدات	عمل التابع
<pre> void STRING::initialize_arrays(){ if ((this->start_x > 0 && this->end_x > 0) (this->start_x < 0 && this->end_x < 0)) this->start_and_end_x = abs(this->start_x - this->end_x); if ((this->start_x > 0 && this->end_x < 0) (this->start_x < 0 && this->end_x > 0)) this->start_and_end_x = abs(this->start_x) + abs(this->end_x); } </pre>	



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

```
int INT_start_and_end_x = this->start_and_end_x / accurately;
this->yValue = new double*[INT_start_and_end_x];
for (int i = 0; i < INT_start_and_end_x; i++){
    this->yValue[i] = new double[200];
}
this->yValue_GeneralDamp = new double*[INT_start_and_end_x];
for (int i = 0; i < INT_start_and_end_x; i++){
    this->yValue_GeneralDamp[i] = new double[200];
}
this->yValue_AirDamp = new double*[INT_start_and_end_x];
for (int i = 0; i < INT_start_and_end_x; i++){
    this->yValue_AirDamp[i] = new double[200];
}
this->yValue_StringDamp = new double*[INT_start_and_end_x];
for (int i = 0; i < INT_start_and_end_x; i++){
    this->yValue_StringDamp[i] = new double[200];
}
this->yValue_SumDamp = new double*[INT_start_and_end_x];
for (int i = 0; i < INT_start_and_end_x; i++){
    this->yValue_SumDamp[i] = new double[200];
}
}
```

اسم التابع	DataMemer_ideal
البامترات	لا يوجد
عمل التابع	يقوم بحساب كل من الميل والكتلة الحجمية وسرعة انتشار الوتر والتردد والسرعة الزاوية وطول الموجة للوتر
<pre>void STRING::DataMemer_ideal(){ /* (y2 - y1) / (x2 - x1) */ this->slop = (this->end_y - this->start_y) / (this->end_x - this->start_x); /* massPerUnit = mass / lenght */ this->massPerUnit = this->mass / this->lenght; /* velocity = (ForceTension / massPerUnit)^2 */ this->velocity = sqrt(this->ForceTension / this->lenght); /* frequecny = velocity / (2*lenght) */ this->frequency = (this->velocity / (2 * this->lenght)); /* W = 2 * PI * f */ this->W = 2 * this->PI * this->frequency; /* lambda = velocity / frequecny */ this->lamda = this->velocity / this->frequency; }</pre>	



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

اسم التابع	DataMember_GeneralDamp
البامترات	لا يوجد
عمل التابع	يقوم بحساب كل من طول موجة وسرعة انتشار الموجة وتردد والسرعة الزاوية وزمن التأخير للوتر في حالة التخماد العام
<pre> void STRING::DataMember_GeneralDamp(){ /* lambda (in general damp) = ((1 / W)(2 * forceTension / massPerUnit)^(1 / 2)) / (-1+ (1+ ((B_damp) / (MassPerUnit * W))^(2))^(1 / 2))^(1 / 2) */ this->lambda_GeneralDamp = ((1 / this->W) * (pow((2 * this->ForceTension) / (this->massPerUnit), 0.5))) / (pow(-1 + pow(1 + pow(((this->B_GeneralDamp) / (this->massPerUnit * this->W)), 2), 0.5), 0.5)); /* velocity (in general damp) = ((2 * ForceTension) / (massPerUnit))^(1 / 2) / (1 + (1 + ((B_GeneralDamp) / (massPerUnit * W))^(2))^(1 / 2))^(1 / 2) */ this->velocity_GeneralDamp = (pow((2 * this->ForceTension) / (this- >massPerUnit), 0.5)) / (pow(1 + pow(1 + pow((this->B_GeneralDamp) / (this- >massPerUnit * this->W), 2), 0.5), 0.5)); /* frequency (in general damp) = frequency * (1 - ((B_GeneralDamp) / (4 * PI * massPerUnit * frequency))^(2))^(1 / 2) */ this->frequency_GeneralDamp = (this->frequency) * (pow(1 - pow((this- >B_GeneralDamp) / (4 * this->PI * this->massPerUnit * this->frequency), 2), 0.5)); /* W (in general damp) = w * (1 - ((B_GeneralDamp) / (2 * massPerUnit * W))^(2))^(1 / 2) */ this->W_GeneralDamp = (this->W) * (pow(1 - pow((this->B_GeneralDamp) / (2 * this->massPerUnit * this->W), 2), 0.5)); /* LateTime = (1 + ((B_GeneralDamp) / (2 * massPerUnit * W))^(2))^(1 / 2) */ this->LateTime_GeneralDamp = pow(1 + pow((this->B_GeneralDamp) / (2 * this->massPerUnit * this->W), 2), 0.5); } </pre>	



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

اسم التابع	DataMember_AirDamp
البامترات	لا يوجد
عمل التابع	يقوم بحساب كل من Air_M و Air_A_String و Air_Delta والتردد وزمن التأخير للوتر في حالة تخامد الرياح
<pre> void STRING::DataMember_AirDamp(){ /* Air_A_String = PI * r^(2) */ this->Air_A_String = this->PI * pow(this->raduis_of_string, 2); /* constant varilble *///9.5947020119754864535123007673247 this->Air_M = (0.5) * pow(this->raduis_of_string, 2) * ((pow(2 * this->PI, 0.5)) * ((this->frequency) / (this->Air_Etta))); /* constant variable */ this->Air_delta = this->frequency * this->Air_rouu * this->Air_A_String * (((pow(2, 0.5)) / (this->Air_M)) + ((1) / (2 * pow(this->Air_M, 2)))); /* the freqeucny of string through air damping */ this->Air_Frequency = this->frequency * (pow(1 - (pow((this->Air_delta) / (this->frequency), 0.5)), 0.5)); /* the late time of air damping */ this->Air_TimeLate = ((this->String_rouu) / (2 * this->PI * this- >frequency * this->Air_rouu)) * ((2 * pow(this->Air_M, 2)) / ((2 * pow(2, 0.5) * this->Air_M) + 1)); SETTT(this->raduis_of_string); } </pre>	

اسم التابع	DataMember_StringDamp
البامترات	لا يوجد
عمل التابع	يقوم بحساب زمن التأخير للوتر في حالة تخامد طبيعة المواد المصنعة للوتر
<pre> void STRING::DataMember_StringDamp(){ /* the time late of string */ this->String_TimeLate = (1 / (this->PI * this->frequency)) * this->Yong; } </pre>	



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

DataMember_SumOfDamp	اسم التابع
لا يوجد	البامترات
يقوم بحساب جميع أزمنة التأخير ويضعهم في متغير	عمل التابع
<pre>void STRING::DataMember_SumOfDamp(){ this->SumOfDamp = pow((1 / this->LateTime_GeneralDamp) + (1 / this->Air_TimeLate) + (1 / this->String_TimeLate), -1); }</pre>	

makeVibrateReady_ChoseType	اسم التابع
متحول من نمط int	البامترات
تحديد أي نوع من التخامد سيتم تنفيذه	عمل التابع
<pre>void STRING::makeVibrateReady_ChoseType(int value){ int INT_start_and_end_x = this->start_and_end_x / accurately; if (value == 0){ this->Valueeee = this->yValue; } else if (value == 1){ this->Valueeee = this->yValue_GeneralDamp; } else if (value == 2){ this->Valueeee = this->yValue_AirDamp; } else if (value == 3){ this->Valueeee = this->yValue_StringDamp; } else if (value == 4){ this->Valueeee = this->yValue_SumDamp; } }</pre>	



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

اسم التابع	drawAsLine
البارمترات	لا يوجد
عمل التابع	يقوم برسم الوتر بشكل مستقيم بحالة السكون
<pre>void STRING::drawAsLine(){ double slop = (this->end_y - this->start_y) / (this->end_x - this->start_x); SetAcuratly(0.001); glPushMatrix(); glBegin(GL_POINTS); glTranslated(0, 0, -4.2); glColor4f(0.95f, 0.207, 0.031f, 1.0f); for (double x = this->start_x; x <= end_x; x = x + accurately){ glVertex2f(x, (slop*(x - this->start_x) + this->start_y)); } glEnd(); glPopMatrix(); }</pre>	

اسم التابع	drawAfterNut
البامترات	لا يوجد
عمل التابع	يقوم برسم الوتر بالشكل المستقيم الثابت في نهاية الغيتار
<pre>void STRING::drawAfterNut(){ double slop = (this->FixedEnd_y - this->FixedStart_y) / (this->FixedEnd_x - this->FixedStart_x); glPushMatrix(); glBegin(GL_POINTS); glTranslated(0, 0, translate); glColor4f(0.95f, 0.207, 0.031f, 1.0f); for (double x = this->FixedStart_x; x <= FixedEnd_x; x = x + accurately){ glVertex2f(x, (slop*(x - this->FixedStart_x) + this->FixedStart_y)); } glEnd(); glPopMatrix(); }</pre>	



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

DoEverything	اسم التابع البامترات
أربعة متحولات بوليانية ليتم تحديد الاهتزاز الخاص بأحد التخمادات	عمل التابع
1. تهيئة المصفوفة الخاصة بالتخامد الذي تم تغيير قيمه 2. تهيئة مصفوفة مجموع جميع التخمادات 3. جعل الوتر في حالة استعداد للاهتزاز	
<pre>void STRING::DoEverything(bool ideal, bool GeneralDamp, bool AirDamp, bool StringDamp){ if (ideal){ DataMemer_ideal(); } if (GeneralDamp){ DataMember_GeneralDamp(); } if (AirDamp){ DataMember_AirDamp(); } if (StringDamp){ DataMember_StringDamp(); } DataMember_SumOfDamp(); makeVibrateReady(); }</pre>	

makeVibrateReady	اسم التابع البامترات
لا يوجد	عمل التابع
سيقوم بتهيئة مصفوفة الاهتزاز بالحالة المثالية وبحالة التخامد العام وبحالة تخامد الرياح وبحالة تخامد طبيعة المواد المصنعة للوتر ومجموع جميع التخمادات	
<pre>void STRING::makeVibrateReady(){ int INT_start_and_end_x = this->start_and_end_x / accurately; /***/ }</pre>	



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

```
int i = 0;
for (double x = 0; x <= this->start_and_end_x && i<INT_start_and_end_x; x
= x + accurately, i++){
    this->yValue[i][0] = Set_Ak(1) * sin(((1) * this->PI*x) / (this-
>lenght)) * cos(((1) * this->velocity*this->PI) / (this->lenght));
}
i = 0;
for (int j = 1; j < 200; j++){
    for (double x = 0; x <= this->start_and_end_x &&
i<INT_start_and_end_x; x = x + accurately, i++){
        this->yValue[i][j] = Set_Ak(j + 1) * sin(((j + 1) * this-
>PI*x) / (this->lenght)) * cos(((j + 1) * this->velocity*this->PI) / (this-
>lenght)) + this->yValue[i][j - 1];
    }
    i = 0;
}
/*****/
for (int j = 1; j < 200; j++){
    for (double x = this->start_x; x <= this->end_x &&
i<INT_start_and_end_x; x = x + accurately){
        this->yValue[i][j] *= this->varHigh;
        i++;
    }
    if (this->up == true){
        this->varHigh += this->hight;
    }
    if (this->up == false){
        this->varHigh -= this->hight;
    }
    if (this->varHigh == -1 * this->hight){
        this->up = true;
    }
    if (this->varHigh == this->hight){
        this->up = false;
    }
    i = 0;
}
/*****/
for (int j = 1; j < 200; j++){
    for (double x = 0; x <= this->start_and_end_x && i <
INT_start_and_end_x; x = x + accurately, i++){
        this->yValue_GeneralDamp[i][j] = exp(-(1 / this-
>LateTime_GeneralDamp) * (1 + (j / 20))) * this->yValue[i][j];
        //this->yValue_AirDamp[i][j] = exp(-(1 / this->Air_TimeLate) *
(1 + (j / 50))) * this->yValue[i][j];
        //this->yValue_StringDamp[i][j] = exp(-(1 / this-
>String_TimeLate) * (1 + (j / 20))) * this->yValue[i][j];
        //this->yValue_SumDamp[i][j] = exp(-(1 / this->SumOfDamp) * (1
+ (j / 20))) * this->yValue[i][j];
    }
}
```




مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

```

    }
    i = 0;
}
for (int j = 1; j < 200; j++){
    for (double x = 0; x <= this->start_and_end_x && i <
INT_start_and_end_x; x = x + accurately, i++){
        this->yValue_AirDamp[i][j] = exp(-(1 / this->Air_TimeLate) *
(1 + (j / 50))) * this->yValue[i][j];
    }
    i = 0;
}
for (int j = 1; j < 200; j++){
    for (double x = 0; x <= this->start_and_end_x && i <
INT_start_and_end_x; x = x + accurately, i++){
        this->yValue_StringDamp[i][j] = exp(-(1 / this-
>String_TimeLate) * (1 + (j / 20))) * this->yValue[i][j];
    }
    i = 0;
}
for (int j = 1; j < 200; j++){
    for (double x = 0; x <= this->start_and_end_x && i <
INT_start_and_end_x; x = x + accurately, i++){
        this->yValue_SumDamp[i][j] = exp(-(1 / this->SumOfDamp) * (1 +
(j / 20))) * this->yValue[i][j];
    }
    i = 0;
}
}
}

```

اسم التابع	Set_Ak
الباامترات	بارامتر يمثل رقم النغمة
عمل التابع	يقوم بتهيئة ثابت الذي يدخل في معادلة اهتزاز الوتر
<pre> double STRING::Set_Ak(int k){ if (this->distance == 0 this->distance == this->lenght) return 0; return (((2 * (this->lenght)*(this->lenght)) / ((this->lenght - this- >distance)*(this->distance*this->PI*this->PI*k*k)))*(sin((k*this->distance *this->PI) / (this->lenght)))); } </pre>	



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

اسم التابع	vibrateFrom0toL
البامترات	بارامتر يمثل رقم النغمة
عمل التابع	يقوم برسم الوتر بحالة الاهتزاز بناءً على نوع التخميد
<pre> void STRING::vibrateFrom0toL(int k){ glPushMatrix(); glBegin(GL_POINTS); glTranslated(0, 0, -4.2); glColor4f(0.95f, 0.207, 0.031f, 1.0f); int index = 0; for (double x = this->start_x; x <= this->end_x; x = x + accurately, index++){ glVertex2f(x, this->Valueeee[index][k] + (this->slop*(x - this- >start_x) + this->start_y)); if (index >= (this->start_and_end_x / accurately) - 1)break; } glEnd(); glPopMatrix(); } </pre>	



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

Getter	Setters
GetMassPerUnit	setMass
GetVelocity	setForceTension
GetFrequency	Set_B_GeneralDamp
GetLambda	Set_Damp
GetLambda_GeneralDamp	SetAcuratly
GetVelocity_GeneralDamp	SetDistance
GetFrequency_GeneralDamp	SetDistance
GetTimeLate_GeneralDamp	SetHigh
GetAir_A_String	Set_B_generalDamp
GetAir_M	SetRaduisOfString
GetAir_delta	SetAirEtta
GetAir_frequency	SetAirRouu
GetAir_TimeLate	SetStringRouu
GetStringDamp	SetYongModel



Class OneString

هو الصف الخاص بالرنانة ويحتوي على الـ Data Member التالية:

الاسم	النمط	الوصف
lenght	Double	طول الوتر
mass	Double	الكتلة
ForceTension	Double	قوة شد الوتر
velocity	Double	سرعة انتشار الموجة في الوتر
massPerUnit	Double	الكتلة الحجمية
frequency	Double	تردد الوتر
machineFrequency	Double	تردد الرنانة
waveLenght	Double	طول موجة النغمة الأساسية
waveLenghtOfMachine	Double	طول موجة الوتر بتأثير الرنانة
Ymax	Double	سعة الوتر
PI	Double	الثابت 3.14
translate	Double	موقع المشهد
numberOfWave	Double	عدد الموجات
numberOfZeroPoint	Double	عدد العقد
numberOfHighPoint	Double	عدد البطون
accurately	Double	دقة الرسم
FixedEndArray*	Double	مصفوفة اهتزاز الوتر بنهاية مقيدة
FreeEndArray*	Double	مصفوفة اهتزاز الوتر بنهاية مطلقة
yvalueToDraw*	Double	مصفوفة الاهتزاز المطلوب رسمها



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

الـ Method الخاصة بهذا الصف:

OneString	اسم التابع
Length, Mass, Forsetension	البامترات
1. تهيئة الـ Data Member الخاصة بالكلاس 2. تهيئة مصفوفة اهتزاز الوتر بنهاية مقيدة 3. تهيئة مصفوفة اهتزاز الوتر بنهاية مطلقة 4. تهيئة بارمترات الرنانة	عمل التابع
<pre>OneString::OneString(double length, double mass, double ForceTension){ this->lenght = length; this->mass = mass; this->ForceTension = ForceTension; this->accurately = 0.001; this->PI = 3.14; translate = -4.6; DataMember(); InitailizeFreeEndArray(); InitailizeFixedEndArray(); this->machineFrequency = 30; this->Ymax = 0.5; machine(); }</pre>	

InitailizeFixedEndArray	اسم التابع
لا يوجد	البامترات
تهيئة مصفوفة اهتزاز الوتر بنهاية مقيدة	عمل التابع
<pre>void OneString::InitailizeFixedEndArray(){ int demension = this->lenght / this->accurately; this->yvalue = new double[demension]; }</pre>	



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

InitailizeFreeEndArray	اسم التابع
لا يوجد	البامترات
تهيئة مصفوفة اهتزاز الوتر بنهاية مطلقة	عمل التابع
<pre>void OneString::InitailizeFreeEndArray(){ int demension = this->lenght / this->accurately; this->yvaluee = new double[demension]; }</pre>	

setFixedEndArray	اسم التابع
لا يوجد	البامترات
حساب معادلة اهتزاز الوتر بنهاية مقيدة	عمل التابع
<pre>void OneString::setFixedEndArray(){ int i = 0; for (double x = 0; x < this->lenght; x += this->accurately){ this->yvalue[i++] = 2 * this->Ymax * sin((2 * this->PI * x) / (this->waveLenghtOfMachine)); } }</pre>	

setFreeEndArray	اسم التابع
لا يوجد	البامترات
حساب معادلة اهتزاز الوتر بنهاية مقيدة	عمل التابع
<pre>void OneString::setFreeEndArray(){ int i = 0; for (double x = 0; x < this->lenght; x += this->accurately){ this->yvaluee[i++] = 2 * this->Ymax * cos((2 * this->PI * x) / (this->waveLenghtOfMachine)); } }</pre>	



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

اسم التابع	DataMember
البارمترات	لا يوجد
عمل التابع	يقوم بحساب كل من: الكتلة الحجمية وسرعة انتشار الموجة في الوتر وتردد الوتر وطول موجة الوتر
<pre>void OneString::DataMember(){ /* massPerUnit = mass / lenght */ this->massPerUnit = this->mass / this->lenght; /* velocity = (forceTension / massPerUnit)^(1/2) */ this->velocity = pow(this->ForceTension / this->massPerUnit, 0.5); /* firstFrequency = (velocity) / (2 * lenght) */ this->frequency = (this->velocity) / (2 * this->lenght); /* waveLenght = velocity / lenght */ this->waveLenght = this->velocity / this->frequency; }</pre>	

اسم التابع	drawOneLine
البارمترات	لا يوجد
عمل التابع	يقوم برسم الوتر بشكل مستقيم في حالة السكون
<pre>void OneString::drawOneLine(){ glPushMatrix(); glBegin(GL_POINTS); glTranslated(0, 0, translate); glColor4f(0.95f, 0.207, 0.031f, 1.0f); int i = 0; double val = this->lenght - 2.5; for (double x = -2.5; x < val; x += this->accurately){ glVertex2f(x, 0); } glEnd(); glPopMatrix(); }</pre>	



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

ChoseArray	اسم التابع
متحول بولياني	البارمترات
يحدد طبيعة الاهتزاز بنهاية طليقة أو مقيدة	عمل التابع
<pre>void OneString::ChoseArray(bool Fixed){ if (Fixed){ yvalueToDraw = yvalue; } else if (!Fixed){ yvalueToDraw = yvaluee; } }</pre>	

machine	اسم التابع
لا يوجد	البارمترات
<p>1. يقوم بحساب كل من طول الموجة بتأثير الرنانة وعدد الموجات</p> <p>2. تهيئة مصفوفة اهتزاز الوتر بنهاية مقيدة</p> <p>3. تهيئة مصفوفة اهتزاز الوتر بنهاية طليقة</p> <p>4. معرفة عدد العقد وعدد البطون</p>	عمل التابع
<pre>void OneString::machine(){ this->waveLenghtOfMachine = this->velocity / this->machineFrequency; this->numberOfWave = (this->lenght) / (this->waveLenghtOfMachine); setFixedEndArray(); setFreeEndArray(); knowNumberOfZeroPointAndHighPoint(); }</pre>	



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

vibrate	اسم التابع
متحول يمثل الزمن ومتحول بولياني يمثل النهاية الطليقة أو المقيدة	البارامترات
1. يقوم برسم قبضة الرنانة والحائط 2. يقوم برسم الوتر في حالة الاهتزاز	عمل التابع
<pre>void OneString::vibrate(double k, bool FixedEnd){ double valueToAdd; if (FixedEnd){ valueToAdd = sin(2 * this->PI * this->frequency * k); glBegin(GL_LINES); glTranslated(0, 0, translate); glColor4f(0.0f, 0.0, 0.0f, 0.0f); glVertex2f(this->lenght - 2.5 - this->accurately, -0.5); glVertex2f(this->lenght - 2.5 - this->accurately, 0.5); glEnd(); } else if (!FixedEnd){ valueToAdd = cos(2 * this->PI * this->frequency * k); } glPushMatrix(); glBegin(GL_POINTS); glTranslated(0, 0, translate); glColor4f(0.95f, 0.207, 0.031f, 1.0f); int i = 0; double val = this->lenght - 2.5 - this->accurately; for (double x = val; x >= -2.5; x -= this->accurately){ glVertex2f(x, this->yvalueToDraw[i++] * valueToAdd); }SETT(i); glEnd(); glPopMatrix(); glPushMatrix(); glBegin(GL_LINES); glTranslated(0, 0, translate); glColor4f(0.0f, 0.0, 0.0f, 0.0f); glVertex2f(-2.8, this->yvalueToDraw[i - 1] * valueToAdd); glVertex2f(-2.5, this->yvalueToDraw[i - 1] * valueToAdd); glEnd(); glPopMatrix(); }</pre>	



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

knowNumberOfZeroPointAndHighPoint	اسم التابع
لا يوجد	البارامترات
يقوم بحساب عدد العقد وعدد البطن	عمل التابع
<pre>void OneString::knowNumberOfZeroPointAndHighPoint(){ double temp = this->numberOfWave * 2; double temp1 = floor(temp); double temp2 = temp - temp1; if (temp2 >= 0.5){ this->numberOfHighPoint = temp1; } else { this->numberOfHighPoint = temp1 - 1; } this->numberOfZeroPoint = temp1; }</pre>	

FixedEndZeroPoint_FreeEndHighPoint	اسم التابع
رقم الموقع المراد ايجاده	البارامترات
إيجاد موقع العقدة في النهاية المقيدة والبطن في النهاية الطليقة	عمل التابع
<pre>double OneString::FixedEndZeroPoint_FreeEndHighPoint(int value){ value = this->numberOfZeroPoint - value + 1; return 1 - (value * (this->waveLenghtOfMachine / 2)); }</pre>	

FixedEndhighPoint_FreeEndZeroPoint	اسم التابع
رقم الموقع المراد ايجاده	البارامترات
إيجاد موقع البطن في النهاية المقيدة والعقدة في النهاية الطليقة	عمل التابع
<pre>double OneString::FixedEndhighPoint_FreeEndZeroPoint(int value){ value = this->numberOfHighPoint - value; return 1 - ((2 * value + 1) * (this->waveLenghtOfMachine / 4)); }</pre>	



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

Getter	Setters
getMassPerUnit	setTranslate
getVelocity	SetForceTension
getFrequency	SetMass
getWaveLenght	SetLenght
getNumberOfWaves	SetYmax
getFrequencyMachine	SetMachineFrequency
getLength	
getnumberOfZeroPoint	
getnumberOfHighPoint	



Class OpenGL

machine	اسم التابع
لا يوجد	البارامترات
يقوم باستدعاء تابع الـ machine التابع لكلاس الـ OneString	عمل التابع

DataMember	اسم التابع
لا يوجد	البارامترات
يقوم باستدعاء تابع الـ DataMember التابع لكلاس الـ OneString	عمل التابع

initializeArrayOfMachine	اسم التابع
لا يوجد	البارامترات
يقوم باستدعاء تابع الـ InitailizeFixedEndArray و InitailizeFreeEndArray التابع لكلاس الـ OneString	عمل التابع



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

vibrate	اسم التابع
متحول يمثل الزمن ومتحول بولياني يمثل إذا كان نهاية مقيدة او طليقة	البارمترات
يقوم باستدعاء تابع الـ vibrate التابع لكلاس الـ OneString	عمل التابع
<pre>void vibrate(double timeCount, bool FixedEnd){ glPushMatrix(); glTranslated(0, 0, screen2); OneStringObject->vibrate(timeCount, FixedEnd); glPopMatrix(); }</pre>	

drawOneLine	اسم التابع
لا يوجد	البارمترات
يقوم باستدعاء تابع الـ drawOneLine التابع لكلاس الـ OneString	عمل التابع
<pre>void drawOneLine(){ glPushMatrix(); glTranslated(0, 0, screen2); OneStringObject->drawOneLine(); glPopMatrix(); }</pre>	

choseType	اسم التابع
متحول بولياني يمثل إذا كان نهاية مقيدة او طليقة	البارمترات
يقوم باستدعاء تابع الـ ChoseArray التابع لكلاس الـ OneString	عمل التابع



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

Getter	Setters
getMassPerUnitMachine	SetForceTensionOfMachine
getVelocityMachine	SetMassOfMachine
getFrequencyMachine	SetLengthOfMachine
getWaveLenghtMachine	SetYmaxOfMachine
getNumberOfWavesMachine	SetFrequencyOfMachine
getFrequencyMachineMachine	
getLengthMachine	
getnumberOfZeroPointMachine	
getnumberOfHighPointMachine	

changeReady	اسم التابع
أربعة متحولات بوليانية تدل على الأنماط الواجب التعديل عليها	البارمترات
يقوم باستدعاء تابع الـ DoEverything التابع لكلاس الـ String	عمل التابع

drawAllLine	اسم التابع
لا يوجد	البارمترات
يقوم باستدعاء تابع الـ drawAsLine التابع لكلاس الـ String	عمل التابع



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

drawAfterNut	اسم التابع
لا يوجد	البارمترات
يقوم باستدعاء تابع الـ drawAfterNut التابع لكلاس الـ String	عمل التابع

vibrateLine	اسم التابع
متحول يمثل رقم الوتر المواد اهتزازة ومتحول يدل على نوع الاهتزاز	البارمترات
يقوم باستدعاء تابع الـ makeVibrateReady_ChoseType و String الـ vibrateFrom0toL التابع لكلاس الـ	عمل التابع

Getter	Setters
getDistance	setMass
GetMassPerUnit	setForceTension
GetVelocity	SetDistance
GetFrequency	SetHigh
GetLambda	Set_B_generalDamp
GetLambda_GeneralDamp	SetRaduisOfString
GetVelocity_GeneralDamp	SetAirEtta
GetFrequency_GeneralDamp	SetAirRouu
GetTimeLate_GeneralDamp	SetStringRouu
GetAir_A_String	SetYongModel



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

GetAir_M	
GetAir_delta	
GetAir_frequency	
GetAir_TimeLate	
GetStringDamp	

change_view	اسم التابع
متحول بولياني للتبديل بين مشهد الغيتار ومشهد الرنانة	البارمترات
يقوم بتغيير المشهد بين الغيتار والرنانة	عمل التابع

DrawCover	اسم التابع
متحول يمثل رقم صورة الـ Cover	البارمترات
يقوم بإظهار صورة الغيتار	عمل التابع



Windows Form

changeVisibility	اسم التابع
متحول بولياني يحدد فيما إذا كان يجب ظهور مشهد الغيتار أو الرنانة	البارامترات
يقوم بإظهار كبسات الغيتار في مشهد الغيتار وإظهار كبسات الرنانة في مشهد الرنانة	عمل التابع

harmonicc	اسم التابع
متحول يمثل رقم الـ Position	البارامترات
يحدد الصوت المناسب الخاص بالـ Position والوتر	عمل التابع

stopOtherString	اسم التابع
متحول يمثل رقم الوتر الذي يجب اهتزازه	البارامترات
يقوم بإيقاف جميع الأوتار ما عدا الوتر المحدد الواجب اهتزازه	عمل التابع



مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

outValueGuitar	اسم التابع
لا يوجد	البارمترات
يقوم بإظهار القيم العلمية الخاصة بالغيتر على الشاشة	عمل التابع

outValueMachine	اسم التابع
لا يوجد	البارمترات
يقوم بإظهار القيم العلمية الخاصة بالرنانة على الشاشة	عمل التابع

صور عن التنفيذ:

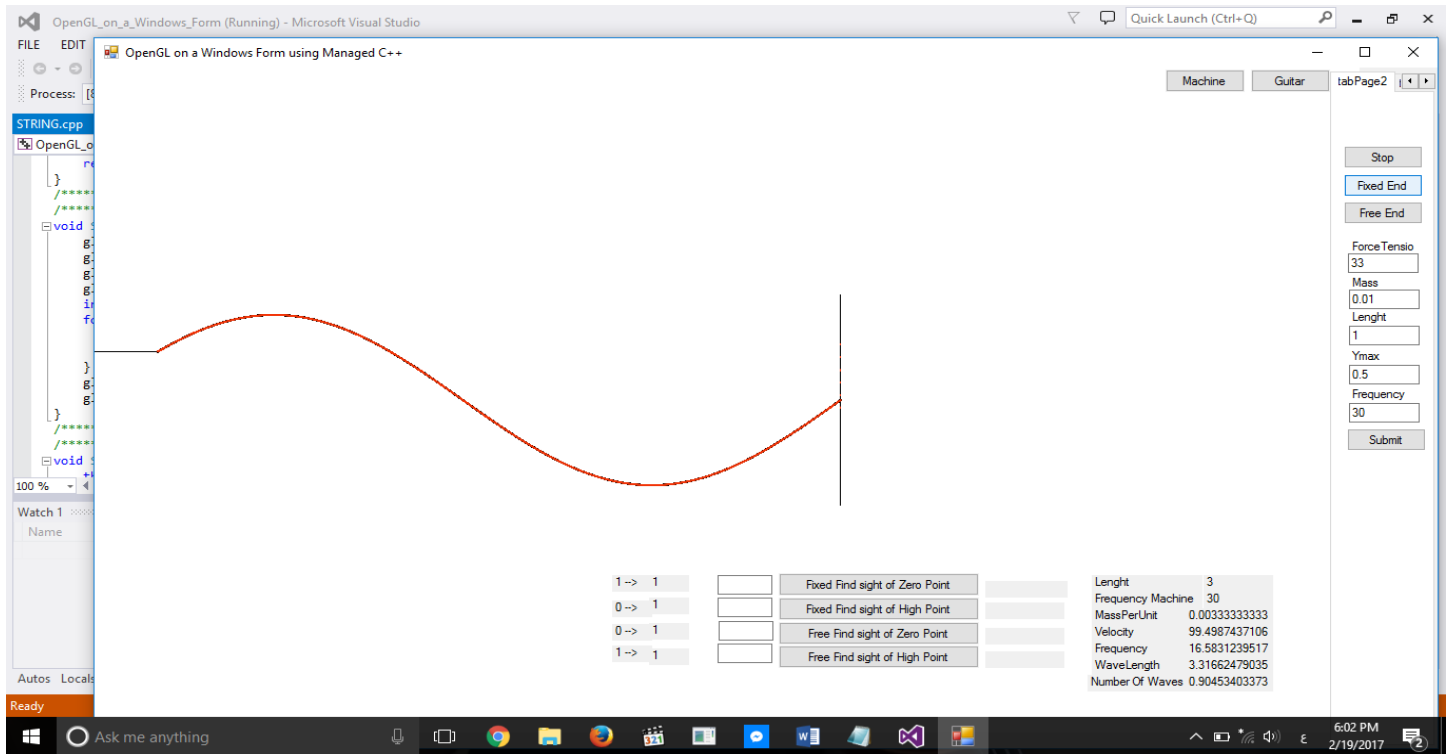
تنفيذ للغيتر



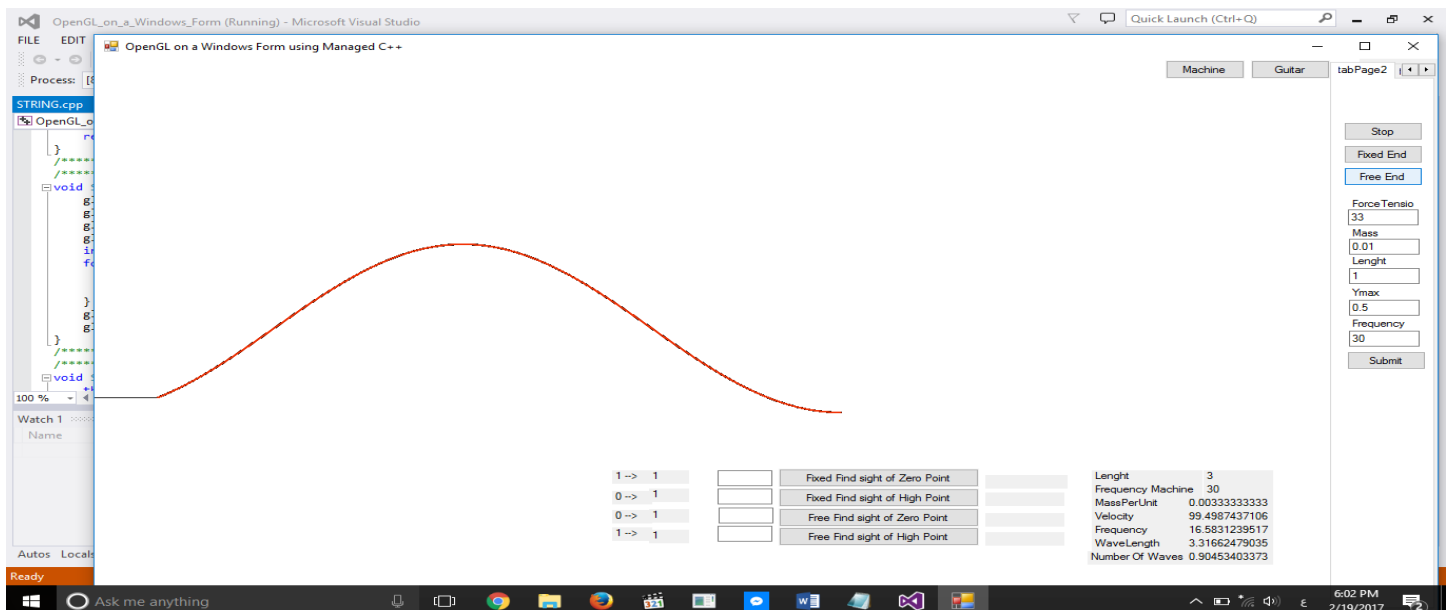


مشروع الحسابات العلمية | الأوتار والأمواج

تنفيذ رنانة على نهاية مقيدة:



تنفيذ رنانة على نهاية مطلقة:





تم بحمد الله

شكراً على تعبكم وجهدكم المبذول معنا خلال هذا الفصل
ونتمنى أن ينال هذا المشروع إعجابكم
كلية الهندسة المعلوماتية - 2017