

שאלה 3 - מניפולציות קבוצתיות -
 (א) פורמולא, שמכונה ויקי, למכירת אסף יחיד טיפו מיליון - מיליון - לקבוצת.

1. במשחקים כותבים פירוט במעטפות.
 2. מעטפות נפתחות ומסודרות בסדר יורד.
 3. הא המכונה השבועה ביומן לוכד במסל.
 4. הלוכה משום טור המכונה השניה בשבועה.
- למשל: 1 אס, 4 שאקנים: טא נמך אוק 5 אסל.
- | | | | | |
|---|---|---|---|---|
| . | = | 7 | = | ב |
| . | = | 6 | = | ג |
| . | = | 4 | = | ד |
- ≤ שאקן ב לוכד במסל המשל 6.

טאודנמ פטא משל טאטר לקבוצה - טאמ פטאל מר קבוצה של שאקנים טאן מניפולציות קבוצתיות מוזאיק.
 ≤ = = ללא משל טאטר לקבוצה - טאמ קיים מר קבוצה לא שאקנים שיש בה מניפולציות קבוצתיות מוזאיק.
 קטב ציין לטבטא פוטמה שבה קיים מר קבוצה לא שאקנים כך ש:
 טאמ ישנו טאטר הילל שאם (רעש צחים שונים מיליונים אלה), טאטר אטאט שאקן טאמ מר קבוצה ידווא ופטאל ללא פסידו.

נניח לשל אסל A ושני שאקנים אנה ודנ.

פכרזה טאטנני: שניפם מדרים טאטר הגלל ב- 3.

פכרזה ללא טאטנני: דנ מדרין טאטר הגלל ב- 7, ודנ ב- 2.

אפיו דנ מקל טאטר פגלל ומשלם 2 ≤ פטוללל שאם שווה ל- 1 (פדרין הלטני פאטר מה לשלמו), במקום 0 בפכרזה טאטנני. (דנ ללא מסידי).

≤ טאט יש מניפולציות קבוצתיות מוזאיק ≤ פטאודנמ טאטר משל טאטר לקבוצת.

ב) כדי לכהוכחה שאלגוריתם החציון הוא מגלה-אמת-לקבוצות, נראה כי אף תת-קבוצה של שחקנים לא יכולה לבצע מניפולציה קבוצתית מוצלחת ללא אובדן או ללא רווח לחלק מהמשתתפים בה.

נניח בשלילה כי קיימת תת-קבוצה של שחקנים שמצליחה לבצע מניפולציה קבוצתית מוצלחת כך שלפחות שחקן אחד מרוויח ואף אחד לא מפסיד. כלומר, על ידי שינוי הקלט (ההצבעות) לערכים שאינם אמיתיים, הם משפיעים על התוצאה כך שהחציון ישתנה לטובתם. אך, עקרון החציון אומר כי הערך שנבחר הוא הערך שממוקם באמצע הרשימה לאחר סידורה בסדר עולה. כלומר, ישנם בדיוק מחצית מהערכים שקטנים או שווים לו ומחצית מהערכים שגדולים או שווים לו. זה מבטיח שלא ניתן לשנות את החציון ללא שינוי של יותר מחצי מההצבעות.

1. אם תת-קבוצה מנסה להנמיך את החציון: כלומר, חלק מהשחקנים מצהירים על ערכים נמוכים יותר מהערך האמיתי שלהם, זה לא ישנה את החציון אלא אם כן יותר ממחצית השחקנים יעשו זאת. אך אז, שחקנים שערכם האמיתי נמוך מהחציון החדש יהיו מפסידים, מה שמנוגד להנחה.

2. אם תת-קבוצה מנסה להעלות את החציון: כלומר, חלק מהשחקנים מצהירים על ערכים גבוהים יותר מהערך האמיתי שלהם, גם זה לא ישנה את החציון אלא אם כן יותר ממחצית השחקנים יעשו זאת. ושוב, שחקנים שערכם האמיתי גבוה מהחציון החדש יהיו מפסידים, דבר הנוגד שוב את ההנחה שלפיה אף אחד לא יפסיד מהמניפולציה הקבוצתית.

בכל אחד מהמקרים הללו, ישנם חברי קבוצה שיפסידו מהשינוי, מה שנוגד את ההגדרה של מניפולציה קבוצתית מוצלחת.

דוגמא:

נניח שיש לנו חמישה אזרחים עם הערכים: 1, 3, 5, 7, 9. החציון כאן הוא 5.

אם הקבוצה ברצונה להנמיך את החציון, על שלושה מתוך חמישה להצהיר על ערך נמוך יותר מ-5. אך, אם הם יצהירו על ערכים נמוכים מדי, יתכן שאחד מהם יהפוך להיות החציון החדש, דבר שיוביל לכך שחלק מהקבוצה יפסיד. באופן דומה, להעלות את החציון מחייב רוב שחקני הקבוצה להצהיר על ערכים גבוהים, אך אם הם יתרחקו יותר מדי מהערך האמיתי שלהם, יתכן והם יפסידו אם החציון יעלה יותר מדי.

כל ניסיון למניפולציה קבוצתית מוצלחת באלגוריתם החציון נכשל משום שכל שינוי בהצבעה של אזרח אחד או קבוצת אזרחים לא יכול להבטיח שהתוצאה תשתנה לטובתם בלי שאחרים יפסידו, מה שמבטל את האפשרות למניפולציה קבוצתית מוצלחת. לפיכך, אלגוריתם החציון הוא מגלה-אמת-לקבוצות, כי לא ניתן לבצע בו מניפולציה קבוצתית מוצלחת ללא סיכון שחלק מהמשתתפים בקבוצה יפסידו.