פקולטה: מדעי הטבע

מחלקה: מדעי המחשב ומתמטיקה

שם הקורס: שפות תכנות

קוד הקורס: 2-7036010-1/2

תאריך בחינה: 05/06/2014 סמ' ב' מועד א'

משך הבחינה: 3 שעות

שם המרצה: ערן עמרי

חומר עזר: אסור

שימוש במחשבון: לא

הוראות כלליות:

- כתבו את תשובותיכם בכתב קריא ומרווח.
- בכל שאלה או סעיף, ניתן לכתוב – **לא יודע/ת** (מבלי להוסיף דבר מעבר לכך) – ולקבל 20% מהניקוד על השאלה או הסעיף.
- אפשר להסתמך על סעיפים קודמים גם אם לא עניתם עליהם.
- יש לענות על כל השאלות.
- ניתן להשיג עד 107 נקודות במבחן.

אוניברסיטת
אריאל
בשומרון

שאלה 1 — BNF — (28 נקודות):

סעיף א' (7 נקודות):

הסבירו את מושג הרב משמעיות (ambiguity) עבור BNF. תנו דוגמה לדקדוק (כלשהו) אשר אינו חד-משמעי (כלומר, הוא סובל מ-ambiguity). הדגימו מדוע הדקדוק שלכם אינו חד-משמעי.

סעיף ב' (8 נקודות):

רוצים להוסיף לשפת הביטויים האריתמטיים הבסיסית **AE** את האפשרות להשתמש בזכרון – בעזרת פעולות:

set – הכנסת תוצאת חישוב לזכרון.

get – שליפת הערך מהזכרון (בכל שלב נשמר ערך יחיד בזכרון).

בשאלה זו נטפל רק בכתיבת BNF עבור שפה זו (נקרא לשפה זו '**MAE**').

פתרון נאיבי מציע את הדקדוק הבא:

```
<MAE> ::= <num>
        | { + <MAE> <MAE> } ; Rule 1
        | { - <MAE> <MAE> } ; Rule 2
        | { * <MAE> <MAE> } ; Rule 3
        | { / <MAE> <MAE> } ; Rule 4
        | { set <MAE> }     ; Rule 5
        | get               ; Rule 6
```

כאן הכוונה בביטוי **{set *E*}** (באשר, ***E*** הינו ביטוי כלשהו) הינה לחשב את הערך של ***E*** ולהכניס ערך זה לזכרון.

הביטוי הבא מדגים בעיה בדקדוק המוצע מעלה:

```
{* {+ {set 1} {set 2}} get}
```

- הראו כיצד נגזר הביטוי מהדקדוק המוצע.
- הסבירו מה הבעיה שמודגמת בביטוי זה.

סעיף ג' (10 נקודות):

בכדי לפתור את הבעיה הקודמת ובכדי לתת לביטויים בשפה תאימות גדולה יותר לאופן שבו אנחנו משתמשים בזכרון במחשבון, הגדירו דקדוק **MAE** המקיים את התנאים הבאים:

- ביטוי בשפה הינו **סדרה**, לא ריקה, של תתי ביטויים המתארים חישוב. הביטוי כולו מתחיל בסימן הפעולה **seq** ועטוף בסוגריים מסולסלים.
- כל אחד מתתי הביטויים הללו (מלבד האחרון בסדרה) מתחיל בסימן הפעולה **set**, יש לו אופרנד יחיד והוא עטוף בסוגריים מסולסלים. האחרון בסדרה נראה כמו אופרנד (כמתואר מטה). הראשון אינו כולל את סימן הפעולה **get**.
- **אופרנד** של תת-ביטוי הינו אחת משלוש אפשרויות:
  - **מספר**
  - ביטוי אריתמטי עטוף בסוגריים מסולסלים עם אחד מארבעת סימני הפעולה **+**, -, /, * ושני אופרנדים.
  - סימן הפעולה **get**. שימו לב! אסור ל-get להופיע בביטוי הראשון בסדרה כולה.

דוגמאות:

```
;; valid sequences
{seq {set {+ 8 7}}
     {set {* get get}}
     {/ get 2}}
{seq {- 8 2}}
{seq 25}
;; invalid sequences
{seq {set {* 8 get}}      ; cannot begin with a `get'
     24}
{seq {* 8 7}              ; must be a `set'
     24}
{seq {set {+ 1 2}}
     {set {- get 2}}}     ; cannot end with a `set'
{seq {* 2 {set {+ 1 2}}} ; `set' must be outside
     {- get 2}}
```

סעיף ד' (3 נקודות):

הראו כיצד ניתן לגזור ביטוי בשפה של הדקדוק שהגדרתם. בביטוי זה (שעליכם להמציא) יופיעו לפחות שלושה מופעים של **set**, לפחות שלושה מופעים של **get** ולפחות שלוש פעולות חשבון.

שאלה 2 — המימוש של ה-interpreter במודל הסביבות ובמודל ההחלפות — (15 נקודות):

לצורך פתרון שאלה זו מצורפים שני קטעי קוד עבור ה- interpreter של FLANG בסוף טופס המבחן. הראשון – במודל ה-substitution והשני במודל הסביבות.

לפניכם מספר שאלות פשוטות. ענו תשובות קצרות (שלוש שורות לכל היותר).

סעיף א' (5 נקודות):

מה מייצג הטיפוס FLANG? באיזה חלק של תהליך האינטרפרטציה הוא משמש אותנו (מה השתנה בנושא זה בין שני המימושים של האינטרפרטר -- הראשון במודל ה-substitution והשני במודל הסביבות) .

סעיף ב' (5 נקודות):

תהליך האינטרפרטציה בשני המודלים שונה בפונקציה eval בטיפול בבנאי Id. הסבירו מה מתבצע במקרה זה בכל אחד מהמימושים ומדוע.

סעיף ב' (5 נקודות):

מהו ההבדל המרכזי בתהליך האינטרפרטציה בין שני המודלים? מה הייתה המוטיבציה מאחורי שינוי זה?

שאלה 3 — FLANG — (35 נקודות):

לצורך פתרון שאלה זו מצורפים שני קטעי קוד עבור ה- interpreter של FLANG בסוף טופס המבחן. הראשון – במודל ה-substitution והשני במודל הסביבות.

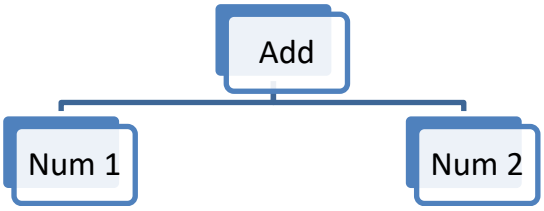
נתון הקוד הבא:

```
(run "{with {Mul-x {fun {x} {* x z}}}
        {with {z 3}
          {call Mul-x z}}}")
```

סעיף א' (6 נקודות):

ציירו את עץ התחביר האבסטרקטי המתאר את הביטוי הנתון במרכאות (כלומר את התוצאה של הפעלת parse על ביטוי זה).

דוגמא 1: העץ המתאר את הביטוי `{+ 1 2}` הוא:



תאור חלופי עבור עץ זה הוא:

(Add (Num 1) (Num 2))

סעיף ב' (12 נקודות):

בתהליך ההערכה של ביטוי זה במודל ה- substitution (על-פי ה-interpreter העליון מבין השניים המצורפים מטה) תופעל הפונקציה eval 10 פעמים. תארו את 10 ההפעלות הללו על-פי סדר הופעתן בחישוב. לכל הפעלה תארו את הפרמטר האקטואלי עליו מופעלת הפונקציה eval וכן את הערך המוחזר מהפעלה זו. הסבירו בקצרה כל מעבר.

דוגמא 2:

בתהליך החישוב של העץ מדוגמא 1, יתבצעו ההפעלות הבאות של eval (מימין מופיעות תוצאות החישוב).

1) (eval (Add (Num 1) (Num 2))) => (Num 3)
2) (eval (Num 1)) => (Num 1)
3) (eval (Num 1)) => (Num 2)

כדי להציג את תשובתכם באופן נוח, כתבו מהם Res_i , Arg_i עבור $i = 1$ to 10, באשר Arg_i מייצג את הפרמטר הפורמלי בקריאה ה-*i* ל-eval ו- Res_i מייצג את הערך המוחזר מהפעלה זו.

סעיף ג' (12 נקודות):

בתהליך ההערכה של ביטוי זה במודל ה- environment (על-פי ה-interpreter התחתון מבין השניים המצורפים מטה) תופעל הפונקציה eval 10 פעמים. תארו את 10 ההפעלות הללו על-פי סדר הופעתן בחישוב. לכל הפעלה תארו את שני הפרמטרים האקטואלים עליהם מופעלת הפונקציה eval וכן את הערך המוחזר מהפעלה זו. הסבירו בקצרה כל מעבר.

דוגמא 3:

בתהליך החישוב של העץ מדוגמא 1, יתבצעו ההפעלות הבאות של eval (מימין מופיעות תוצאות החישוב).

```
1)  (eval (Add (Num 1) (Num 2))
          (EmptyEnv))                  => (NumV 3)
2)  (eval (Num 1)
          (EmptyEnv))                  => (NumV 1)
3)  (eval (Num 2)
          (EmptyEnv))                  => (NumV 2)
```

סעיף ד' (5 נקודות):

הסבירו ממה נובע ההבדל בתוצאת החישוב בשני בתהליכי ההערכה של הביטוי זה במודל ה- substitution ובמודל ה- environment. מהי התוצאה הרצויה מבחינתנו? הסבירו.

שאלה 4 — הרחבת השפה — (29 נקודות):

לצורך פתרון שאלה זו שוב נעזר בקוד ה- interpreter של FLANG במודל ה substitution, המופיע בסוף טופס המבחן (העליון מבין השניים המופיעים שם).

נרצה להרחיב את השפה ולאפשר מציאת סכום הריבועים מ-0 ועד הפרמטר n (כולל).

להלן דוגמאות לטסטים שאמורים לעבוד:

```
(test (run "{sumsqrbelow 2}") => 5)

(test (run "{+ 2 {sumsqrbelow {+ 3 2}}}") => 57)

 (test (run "{call {fun {x}

                 {+ {sumsqrbelow x} 1}}

               4}")        => 31)
```

סעיף א' (10 נקודות):

ראשית נגדיר פונקציה בשפה **pl** (הגרסה של **Racket** בה אנו משתמשים). שורת ההכרזה על הפונקציה תהיה

(: sum-square-below : Number -> Number)

ניתן להניח (ואין צורך בבדיקת נכונות) שהקלט x הוא מספר טבעי (יכול להיות 0). הפונקציה תחשב את סכום **הריבועים** של הטבעיים 0...x. כתבו את הפונקציה כך שכל הקריאות הרקורסיביות הן קריאות זנב.

להלן דוגמאות לטסטים שאמורים לעבוד:

```
(test (sum-square-below 1) => 1)
(test (sum-square-below 2) => 5)
(test (sum-square-below 3) => 14)
```

סעיף ב' (2 נקודות):

הרחיבו את הדקדוק בהתאם (הוסיפו את הקוד הנדרש היכן שכתוב –«fill-in»–):

```
#|  The grammar:
    <FLANG> ::= <num>
              | { + <FLANG> <FLANG> }
              | { - <FLANG> <FLANG> }
              | { * <FLANG> <FLANG> }
              | { / <FLANG> <FLANG> }
              | { with { <id> <FLANG> } <FLANG> }
              | <id>
              | { fun { <id> } <FLANG> }
              | { call <FLANG> <FLANG> }
                  | { –«fill-in»–} ; Add
|#
```

סעיף ג' (2 נקודות):

הוסיפו את הקוד הנדרש (היכן שכתוב –«fill-in»–) ל –

```
(define-type FLANG
... מטה interpreter -ה קוד ראו      ...
    [Ssb –«fill-in»– ]) ; Add
```

סעיף ד' (3 נקודות):

הוסיפו את הקוד הנדרש (בתוך הסוגריים המרובעים) ל –

```
(: parse-sexpr : Sexpr -> FLANG)
  ;; to convert s-expressions into FLANGs
  (define (parse-sexpr sexpr)
    (match sexpr
... מטה interpreter -ה קוד ראו      ...
      [–«fill-in»–]     ; Add
      [else (error 'parse-sexpr "bad syntax in ~s" sexpr)]))
```

סעיף ה' (4 נקודות):

הוסיפו את הקוד הנדרש (בתוך הסוגריים המרובעים) ל –

```
(: subst : FLANG Symbol FLANG -> FLANG)
  ;; substitutes the second argument with the third argument in the
  ;; first argument, as per the rules of substitution; the resulting
  ;; expression contains no free instances of the second argument
  (define (subst expr from to)
    (cases expr
... ראו קוד ה- interpreter מטה                    ...

      [—«fill-in»—])) ; Add
```

סעיף ו' (8 נקודות):

עתה נרצה לאפשר לפונקציה eval לטפל במקרה שנוסף עבור פעולת sumsqrbelow.

הערה: אינכם צריכים לטפל במקרה שבו ערך הביטוי עליו מופעלת sumsqrbelow הינו מספר לא טבעי. אולם, עליכם עדיין לוודא שאינו פונקציה.

לצורך כך נגדיר פונקצית עזר: **הוסיפו את הקוד הנדרש במקום המתאים**

```
(: ssb-op : FLANG -> FLANG)
  (define (ssb-op expr)
    (: Num->number : FLANG -> Number)
    (define (Num->number e)
      (cases e
        [(Num n)  n]
        [else (error 'ssb-op "expects a number, got: ~s" e)]))
    (Num —«fill-in»—))  ; Add
```

הוסיפו את הקוד הנדרש (בתוך הסוגריים המרובעים) ל –

```
(: eval : FLANG -> FLANG)
  ;; evaluates FLANG expressions by reducing them to *expressions*
  (define (eval expr)
    (cases expr
... ראו קוד ה- interpreter מטה                    ...

      [—«fill-in»—]))   ; Add
```

הדרכה: השתמשו בפונקציה שלכם מסעיף א'.

```
---<<<FLANG>>>-------------------------------------------------------

  ;; The Flang interpreter (substitution model)

  #lang pl

  #|
  The grammar:
    <FLANG> ::= <num>
              | { + <FLANG> <FLANG> }
              | { - <FLANG> <FLANG> }
              | { * <FLANG> <FLANG> }
              | { / <FLANG> <FLANG> }
              | { with { <id> <FLANG> } <FLANG> }
              | <id>
              | { fun { <id> } <FLANG> }
              | { call <FLANG> <FLANG> }

  Evaluation rules:

    subst:
      N[v/x]                  = N
      {+ E1 E2}[v/x]          = {+ E1[v/x] E2[v/x]}
      {- E1 E2}[v/x]          = {- E1[v/x] E2[v/x]}
      {* E1 E2}[v/x]          = {* E1[v/x] E2[v/x]}
      {/ E1 E2}[v/x]          = {/ E1[v/x] E2[v/x]}
      y[v/x]                  = y
      x[v/x]                  = v
      {with {y E1} E2}[v/x] = {with {y E1[v/x]} E2[v/x]} ; if y =/= x
      {with {x E1} E2}[v/x] = {with {x E1[v/x]} E2}
      {call E1 E2}[v/x]       = {call E1[v/x] E2[v/x]}
      {fun {y} E}[v/x]        = {fun {y} E[v/x]}            ; if y =/= x
      {fun {x} E}[v/x]        = {fun {x} E}

    eval:
      eval(N)             = N
      eval({+ E1 E2})     = eval(E1) + eval(E2)   \ if both E1 and E2
      eval({- E1 E2})     = eval(E1) - eval(E2)    \ evaluate to numbers
      eval({* E1 E2})     = eval(E1) * eval(E2)    / otherwise error!
      eval({/ E1 E2})     = eval(E1) / eval(E2)   /
      eval(id)            = error!
      eval({with {x E1} E2}) = eval(E2[eval(E1)/x])
      eval(FUN)           = FUN ; assuming FUN is a function expression
      eval({call E1 E2}) = eval(Ef[eval(E2)/x]) if eval(E1)={fun {x} Ef}
                          = error!                otherwise
  |#

  (define-type FLANG
    [Num  Number]
    [Add  FLANG FLANG]
    [Sub  FLANG FLANG]
    [Mul  FLANG FLANG]
    [Div  FLANG FLANG]
```

```
  [Id   Symbol]
  [With Symbol FLANG FLANG]
  [Fun  Symbol FLANG]
  [Call FLANG FLANG])

(: parse-sexpr : Sexpr -> FLANG)
;; to convert s-expressions into FLANGs
(define (parse-sexpr sexpr)
  (match sexpr
    [(number: n)     (Num n)]
    [(symbol: name) (Id name)]
    [(cons 'with more)
     (match sexpr
       [(list 'with (list (symbol: name) named) body)
        (With name (parse-sexpr named) (parse-sexpr body))]
       [else (error 'parse-sexpr "bad `with' syntax in ~s" sexpr)])]
    [(cons 'fun more)
     (match sexpr
       [(list 'fun (list (symbol: name)) body)
        (Fun name (parse-sexpr body))]
       [else (error 'parse-sexpr "bad `fun' syntax in ~s" sexpr)])]
    [(list '+ lhs rhs) (Add (parse-sexpr lhs) (parse-sexpr rhs))]
    [(list '- lhs rhs) (Sub (parse-sexpr lhs) (parse-sexpr rhs))]
    [(list '* lhs rhs) (Mul (parse-sexpr lhs) (parse-sexpr rhs))]
    [(list '/ lhs rhs) (Div (parse-sexpr lhs) (parse-sexpr rhs))]
    [(list 'call fun arg) (Call (parse-sexpr fun) (parse-sexpr arg))]
    [else (error 'parse-sexpr "bad syntax in ~s" sexpr)]))

(: parse : String -> FLANG)
;; parses a string containing a FLANG expression to a FLANG AST
(define (parse str)
  (parse-sexpr (string->sexpr str)))

(: subst : FLANG Symbol FLANG -> FLANG)
;; substitutes the second argument with the third argument in the
;; first argument, as per the rules of substitution; the resulting
;; expression contains no free instances of the second argument
(define (subst expr from to)
  (cases expr
    [(Num n) expr]
    [(Add l r) (Add (subst l from to) (subst r from to))]
    [(Sub l r) (Sub (subst l from to) (subst r from to))]
    [(Mul l r) (Mul (subst l from to) (subst r from to))]
    [(Div l r) (Div (subst l from to) (subst r from to))]
    [(Id name) (if (eq? name from) to expr)]
    [(With bound-id named-expr bound-body)
     (With bound-id
           (subst named-expr from to)
           (if (eq? bound-id from)
             bound-body
             (subst bound-body from to)))]
    [(Call l r) (Call (subst l from to) (subst r from to))]
    [(Fun bound-id bound-body)
     (if (eq? bound-id from)
       expr
```

```
        (Fun bound-id (subst bound-body from to)))]))

(: arith-op : (Number Number -> Number) FLANG FLANG -> FLANG)
;; gets a Racket numeric binary operator, and uses it within a FLANG
;; `Num' wrapper
(define (arith-op op expr1 expr2)
  (: Num->number : FLANG -> Number)
  (define (Num->number e)
    (cases e
      [(Num n) n]
      [else (error 'arith-op "expects a number, got: ~s" e)]))
  (Num (op (Num->number expr1) (Num->number expr2))))

(: eval : FLANG -> FLANG)
;; evaluates FLANG expressions by reducing them to *expressions*
(define (eval expr)
  (cases expr
    [(Num n) expr]
    [(Add l r) (arith-op + (eval l) (eval r))]
    [(Sub l r) (arith-op - (eval l) (eval r))]
    [(Mul l r) (arith-op * (eval l) (eval r))]
    [(Div l r) (arith-op / (eval l) (eval r))]
    [(With bound-id named-expr bound-body)
     (eval (subst bound-body
                  bound-id
                  (eval named-expr)))]
    [(Id name) (error 'eval "free identifier: ~s" name)]
    [(Fun bound-id bound-body) expr]
    [(Call fun-expr arg-expr)
     (let ([fval (eval fun-expr)])
       (cases fval
         [(Fun bound-id bound-body)
          (eval (subst bound-body
                       bound-id
                       (eval arg-expr)))]
         [else (error 'eval "`call' expects a function, got: ~s"
                      fval)]))]))

(: run : String -> Number)
;; evaluate a FLANG program contained in a string
(define (run str)
  (let ([result (eval (parse str))])
    (cases result
      [(Num n) n]
      [else (error 'run
                   "evaluation returned a non-number: ~s" result)])))

;; tests
(test (run "{call {fun {x} {+ x 1}} 4}")
      => 5)
(test (run "{with {add3 {fun {x} {+ x 3}}}
              {call add3 1}}")
      => 4)
```

```
--<<<FLANG-ENV>>>-----------------------------------------------------

  ;; The Flang interpreter, using environments

  #lang pl

  #|
  The grammar:
    <FLANG> ::= <num>
              | { + <FLANG> <FLANG> }
              | { - <FLANG> <FLANG> }
              | { * <FLANG> <FLANG> }
              | { / <FLANG> <FLANG> }
              | { with { <id> <FLANG> } <FLANG> }
              | <id>
              | { fun { <id> } <FLANG> }
              | { call <FLANG> <FLANG> }

  Evaluation rules:
    eval(N,env)                 = N
    eval({+ E1 E2},env)         = eval(E1,env) + eval(E2,env)
    eval({- E1 E2},env)         = eval(E1,env) - eval(E2,env)
    eval({* E1 E2},env)         = eval(E1,env) * eval(E2,env)
    eval({/ E1 E2},env)         = eval(E1,env) / eval(E2,env)
    eval(x,env)                 = lookup(x,env)
    eval({with {x E1} E2},env) = eval(E2,extend(x,eval(E1,env),env))
    eval({fun {x} E},env)       = <{fun {x} E}, env>
    eval({call E1 E2},env1)
             = eval(Ef,extend(x,eval(E2,env1),env2))
                                if eval(E1,env1) = <{fun {x} Ef}, env2>
             = error!           otherwise
  |#

  (define-type FLANG
    [Num  Number]
    [Add  FLANG FLANG]
    [Sub  FLANG FLANG]
    [Mul  FLANG FLANG]
    [Div  FLANG FLANG]
    [Id   Symbol]
    [With Symbol FLANG FLANG]
    [Fun  Symbol FLANG]
    [Call FLANG FLANG])

  (: parse-sexpr : Sexpr -> FLANG)
  ;; to convert s-expressions into FLANGs
  (define (parse-sexpr sexpr)
    (match sexpr
      [(number: n)     (Num n)]
      [(symbol: name)  (Id name)]
      [(cons 'with more)
       (match sexpr
         [(list 'with (list (symbol: name) named) body)
          (With name (parse-sexpr named) (parse-sexpr body))]
         [else (error 'parse-sexpr "bad `with' syntax in ~s" sexpr)])]
```

```
    [(cons 'fun more)
     (match sexpr
       [(list 'fun (list (symbol: name)) body)
        (Fun name (parse-sexpr body))]
       [else (error 'parse-sexpr "bad `fun' syntax in ~s" sexpr)])]
    [(list '+ lhs rhs) (Add (parse-sexpr lhs) (parse-sexpr rhs))]
    [(list '- lhs rhs) (Sub (parse-sexpr lhs) (parse-sexpr rhs))]
    [(list '* lhs rhs) (Mul (parse-sexpr lhs) (parse-sexpr rhs))]
    [(list '/ lhs rhs) (Div (parse-sexpr lhs) (parse-sexpr rhs))]
    [(list 'call fun arg) (Call (parse-sexpr fun) (parse-sexpr arg))]
    [else (error 'parse-sexpr "bad syntax in ~s" sexpr)]))

(: parse : String -> FLANG)
;; parses a string containing a FLANG expression to a FLANG AST
(define (parse str)
  (parse-sexpr (string->sexpr str)))

;; Types for environments, values, and a lookup function

(define-type ENV
  [EmptyEnv]
  [Extend Symbol VAL ENV])

(define-type VAL
  [NumV Number]
  [FunV Symbol FLANG ENV])

(: lookup : Symbol ENV -> VAL)
(define (lookup name env)
  (cases env
    [(EmptyEnv) (error 'lookup "no binding for ~s" name)]
    [(Extend id val rest-env)
     (if (eq? id name) val (lookup name rest-env))]))

(: arith-op : (Number Number -> Number) VAL VAL -> VAL)
;; gets a Racket numeric binary operator, and uses it within a NumV
;; wrapper
(define (arith-op op val1 val2)
  (: NumV->number : VAL -> Number)
  (define (NumV->number v)
    (cases v
      [(NumV n) n]
      [else (error 'arith-op "expects a number, got: ~s" v)]))
  (NumV (op (NumV->number val1) (NumV->number val2))))

(: eval : FLANG ENV -> VAL)
;; evaluates FLANG expressions by reducing them to values
(define (eval expr env)
  (cases expr
    [(Num n) (NumV n)]
    [(Add l r) (arith-op + (eval l env) (eval r env))]
    [(Sub l r) (arith-op - (eval l env) (eval r env))]
    [(Mul l r) (arith-op * (eval l env) (eval r env))]
    [(Div l r) (arith-op / (eval l env) (eval r env))]
    [(With bound-id named-expr bound-body)
```

```
      (eval bound-body
            (Extend bound-id (eval named-expr env) env))]
     [(Id name) (lookup name env)]
     [(Fun bound-id bound-body)
      (FunV bound-id bound-body env)]
     [(Call fun-expr arg-expr)
      (let ([fval (eval fun-expr env)])
        (cases fval
          [(FunV bound-id bound-body f-env)
           (eval bound-body
                 (Extend bound-id (eval arg-expr env) f-env))]
          [else (error 'eval "`call' expects a function, got: ~s"
                               fval)]))]))

(: run : String -> Number)
;; evaluate a FLANG program contained in a string
(define (run str)
  (let ([result (eval (parse str) (EmptyEnv))])
    (cases result
      [(NumV n) n]
      [else (error 'run
                   "evaluation returned a non-number: ~s" result)])))

;; tests
(test (run "{call {fun {x} {+ x 1}} 4}")
      => 5)
(test (run "{with {add3 {fun {x} {+ x 3}}}
               {call add3 1}}")
      => 4)
(test (run "{with {add3 {fun {x} {+ x 3}}}
               {with {add1 {fun {x} {+ x 1}}}
                 {with {x 3}
                   {call add1 {call add3 x}}}}}")
      => 7)
(test (run "{with {identity {fun {x} x}}
               {with {foo {fun {x} {+ x 1}}}
                 {call {call identity foo} 123}}}")
      => 124)
(test (run "{with {x 3}
               {with {f {fun {y} {+ x y}}}
                 {with {x 5}
                   {call f 4}}}}")
      => 7) ;; the example we considered for subst-caches
(test (run "{call {with {x 3}
                    {fun {y} {+ x y}}}
                  4}")
      => 7)
(test (run "{call {call {fun {x} {call x 1}}
                        {fun {x} {fun {y} {+ x y}}}}
                  123}")
      => 124)
```