Algorithm 1 :- Biswas And Barman (Same capacities)

Per category Round Robin

דוגמה 1 : מתחילים מדוגמה פשוטה שמראה לפרטים
מרעיל פשוט בין 2 סוכנים

1) קבוצת סוכנים $[2] = Agents = \{1, 2\}$

2) הקצאות $X = \{X_1, X_2\}$, $X_1 = \emptyset$, $X_2 = \emptyset$

3) 2 קטגוריות ~~קטגוריה אחת~~ $C_1 = C_2 = \{C_i^1, C_i^2\}$ (קיבולות של קטגוריה)

4) $C^1 = \{m_1, m_2\}$, $C^2 = \{m_3\}$

$M = \{m_1, m_2, m_3\}$

5) מקבלות הערכות לפריטים כפי שהן בנפרד (לא מונוטוניות / ...)
מכיוון ש bundle switching מצריך תוספות ב Capacity

	m_1	m_2	m_3
סוכן 1	2	8	7
סוכן 2	2	8	1

מכיוון שבאלגוריתם הזה יש חשיבות לקטגוריות אבל תמיד שווה בין סוכן לשני נעביר שהמשקל הקיבולת שווה לגודל הקטגוריה

$k_i^h = |C_i^h|$

$V_k = V_2(m_k)$ אותן הערכות

תוצר

נריץ את האלגוריתם
נתחיל מספר אקראי ל...
נסדר של האגנטים
מאתחלים הקצאה $X_1 = \emptyset$

$V_1(m_1) = 2$ $V_1(m_2) = 8$

Algorithm 1 :- Biswas And Barman (Same capacities)

Per category Round Robin

דוגמה 1 : מתחילים מדוגמה פשוטה שמראה לפראות

מצבי פשוט קין 2 סוכנים

1) קבוצת סוכנים $[2] = Agents = \{1, 2\}$

2) הקצאות $X = \{X_1, X_2\}$, $X_1 = \emptyset$, $X_2 = \emptyset$

3) 2 קטגוריות ~~קטגוריה אחת~~

$C_1 = C_2 = \{C^1_i, C^2_i\}$ (קפסיטור של הפריטים)

4) $C^1 = \{m_1, m_2\}$, $C^2 = \{m_3\}$

$M = \{m_1, m_2, m_3\}$

5) מקבלת הולת לספלות כל אחד בנפרד (לא מתעניינים בקיבולת)

מכיוון ש bundle switching מצריך תוספות ? Capacity

$V_k \ldots = V_2(m_k)$ אותן הערכות

תוק

נריץ את האלגוריתם

נתחיל מספר אקראי לסוכנים נניח שזה לכו.

סדר של הסוכנים $\sigma = (1, 2)$

מתחילים כאשר $X_1 = \emptyset$

$V_1(m_1) = 2 \quad V_1(m_2) = 8$

Scanned with CamScanner

לולאה עד n ~~(שלא רק הגענו באחת)~~

1. מריצים [redacted] Round Robin(σ, C^h)

(1,2) C^1

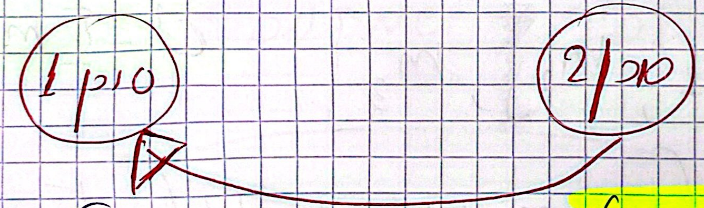
סוכן 1 מקבל את m_2 מכיוון שהוא שמח יותר מ m_1

סוכן 2 מקבל את m_1, $V_1(m_1)=2 < V_1(m_2)=8$.

$X_1^1 = \{m_2\} \longrightarrow X_1 = \{x_1^1\} \quad V(x_1^1)=8$

$X_2^1 = \{m_1\} \longrightarrow X_2 = \{x_2^1\} \quad V(x_2^1)=2$

נצ״ר גרף הקנאה לפי ה F-EF1



אין לנו מעגלים בגרף הקנאה לכן סיום

$\sigma \xleftarrow{\text{סדר טופולוגי}} (2,1)$

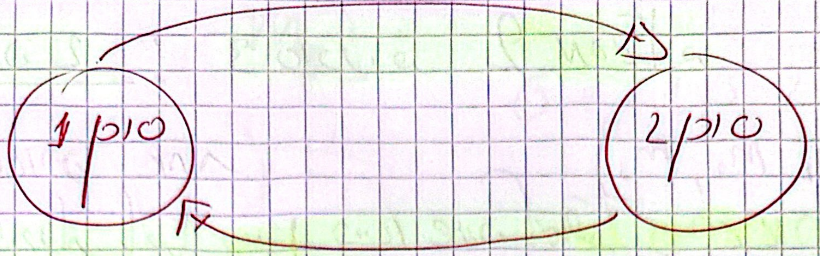
נלך לאיטרציה 2 בלולאה

1. RR(σ, C^2)

הפעם סוכן 2 בא ראשון בתור ונותנים לו m_3

$V_1(m_3)=7$, $V_2(m_3)=1$ לכן לא נותר עוד פריטים

עתה, נצ״ר את גרף הקנאה מחדש



$V(X_2)$

$V_1(X_2) = V_1(m_1) + V_1(m_3) = 2 + 7 = \underline{\underline{9}}$

$V_2(X_2) = V_2(m_2) + V_2(m_3) = 2 + 1 = 3$

$V_1(X_2) > V_1(X_1)$ עכשיו סוכן 1 מקנא ב2

$V_2(X_1) = 8$

$V_2(X_1) > V_2(X_2)$

יש לנו מעגל בגרף הקנאה

לכן אלגוריתם סילוק מעגלי קנאה נותנים לסוכן 2 את חבילת סוכן 1 ולהפך וכן

לכן

$X_1 = \{m_1, m_3\}$

$X_2 = \{m_2\}$

כעת הגרף נראה:

אין קשתות בכלל

סוכן \ חבילה	X_1	X_2
1	9	8
2	8	3

דוגמה 2 : 3 סוכנים 2 מועדונים

הקואליציה אחת $C_1 = \{m_1, m_2, m_3\}$

העדפות של כל סוכן כיצד שונה לשבץ את הקואליציה.

3 סוכנים $[3] = Agents = \{1, 2, 3\}$

וסדר לפי עדיפות $\sigma = (1, 3, 2)$

טבלת הערכות

שנרצה למצוא אותם כך להיות 2 מועדונים

עם מי מעדיף / סוכן	$\cancel{C}_1$	$\cancel{C}_2$	$\cancel{C}_3$
סוכן 1	5	6	5
סוכן 2	6	5	6
סוכן 3	5	6	5

~~מעדיפים להיות כמה שאפשר ביחד~~

מסקנות כדי לבנות את הדוגמה (קשה לעבור מטבלה לדוגמה)

1) סוכן 2 : רוצה אחרון מהפרספקטיבה שלו

2) סוכן 1+3 לא משנה מי מהם יהיה ראשון
אך סוכן 2 רוצה לפניהם / בקואליציה אחרת

נעשה כך :

1) סוכן 1,3 בוחרים לפני 2 בקואליציה ראשונה (C^1)

2) סוכן 2 בוחר ראשון בקואליציה שניה (C^2)

$C^1 = \{m_1, m_3\}$ $\quad \sigma = (1,3,2)$

$C^2 = \{m_2\}$

loop I

לולאה 1. נריץ עד הסיבוב ה 1 נפעיל RoundRobin(σ, C^1)

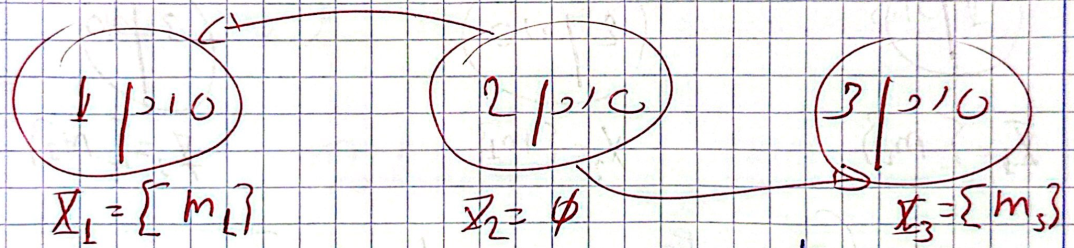
סוכן 1 בוחר ב m_1 $\quad V_1(m_1) = 5$

סוכן 3 בוחר ב m_3 $\quad V_3(m_3) = 5$

סוכן 2 אין לו אופציה לבחור כי אין פריטים

(לכן גם מבטיח לנו את EF1)

~~אחרי~~ גרף הקנאה:



אין מעגלים.

סדר טופולוגי ←

1) $(2,1,3)$ או

2) $(2,3,1)$

ניקח את 1

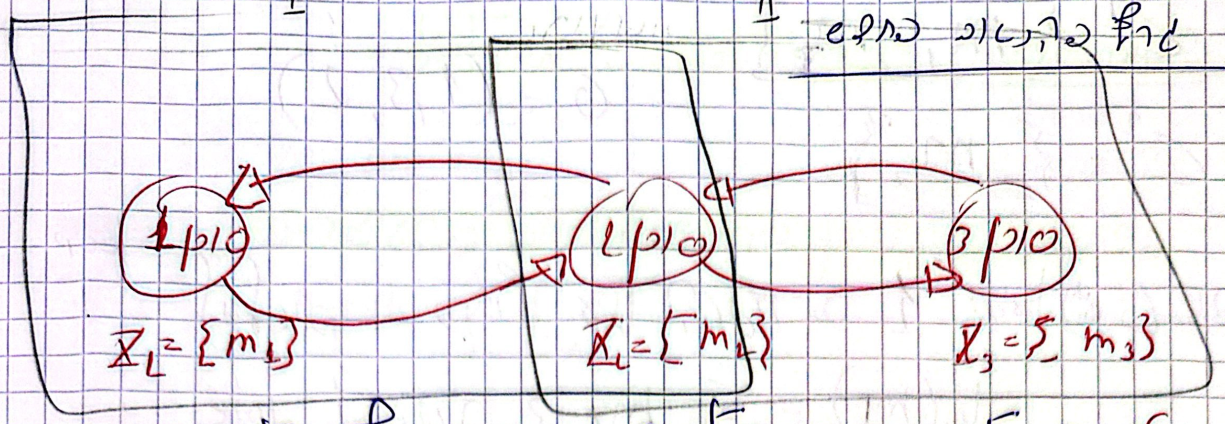
loop II

RoundRobin$((2,1,3), \underbrace{C^2}_{=\{m_2\}})$, C^2, $h=2$

אין לנו הרבה מה לפרט מאחר ופה ישנו m_2, והקודם בתורה

שהינו סוכן 2 $V_2(m_2)=5$,

גרף הרכיבים החזקים

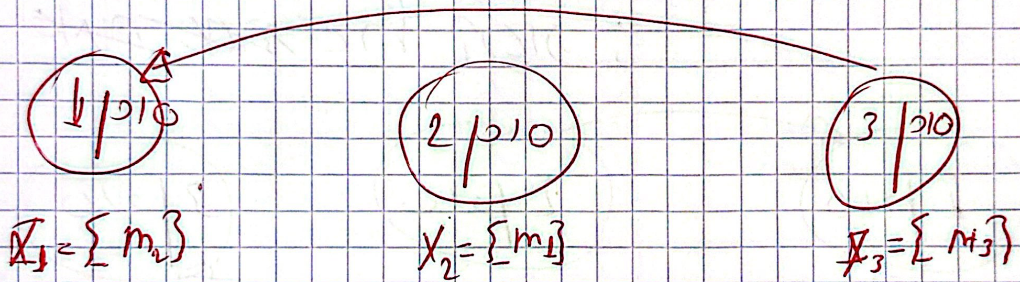


לכן קיבלנו 2 מעגלים קשורים בגרף שלנו

נצטרך לטפל בעניין נבחר את מעגל I

ונחליף תכולות של סוכן 1 ו סוכן 2

נקבל



מהווה אחרי ביטול אחד המעגלים I אין לנו מעגלים עוד יותר, עכשיו נסדר טופולוגית topological sort

1) נבחר צומת שאין דרגת כניסה אליו: {סוכן 3, סוכן 2}

2) נמחק אותם ואת הקשתות ונחזור על התהליך

נבחר את סוכן 3 ואז סוכן 2 ואז סוכן 1

לכן הסדר החוקי הוא $(3,2,1)$

הערה: לא חייב להיות סדר יחיד, לא בהכרח טופולוגי.

output $X_1=\{m_2\}$ $X_2=\{m_1\}$ $X_3=\{m_3\}$ סופי

דוגמה 3: [redacted] ל4 סוכנים 4 פריטים

לכל סוכן i: $V_i(m) = 1 \quad m \in C^1$

לכל סוכן i: $V_i(m) = 10 \quad m \in C^2$

$[4] = \text{Agents} = \{1, 2, 3, 4\}$

$M = \{m_1, m_2, m_3, m_4\}$

$C = \{C^1, C^2\}$

$\sigma = (1, 2, 3, 4)$

	m_1	m_2	m_3	m_4
סוכן 1	1	1	1	10
סוכן 2	1	1	1	10
סוכן 3	1	1	1	10
סוכן 4	1	1	1	10

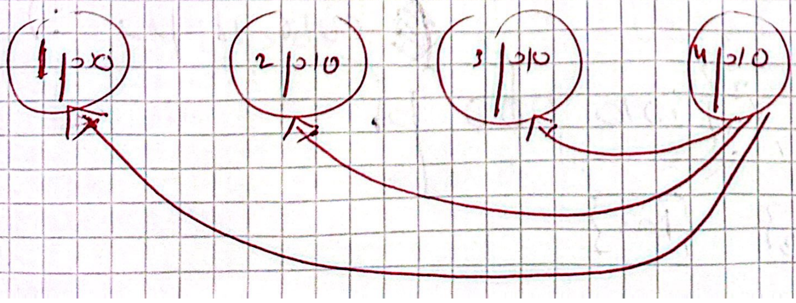
הערכות זהות לכולם $V_i(m_k) = V_j(m_k)$ $\quad \forall j, i \in [4]$, $k \in [|M|]$

loop 1 נריץ Round Robin$((1,2,3,4), C^1)$

לכן כל סוכן מקבל פריט בסדר של σ ונניח שכל
סוכן קיבל פריט המתאים לאינדקס שלו
(סוכן i קיבל m_i), נגיע לסיטואציה שכולם
קיבלו חוץ מהאחרון מכיוון שלא נשאר עוד פריטים
בקטגוריה לכן

גרף הקנאה: Envy graph

I



דוגמה 3: עם 4 סוכנים 4 פריטים

לכל פריט $m \in C^1$: $v_i(m) = 1$

לכל פריט $m \in C^2$: $v_i(m) = 10$

$[4] = Agents = \{1, 2, 3, 4\}$

$M = \{m_1, m_2, m_3, m_4\}$

$C = \{C^1, C^2\}$ $C^1 = \{m_1, m_2, m_3\}$

$C^2 = \{m_4\}$

$\sigma = (1, 2, 3, 4)$

$\boxed{X_i = \emptyset \quad \forall i \in [4]}$

$\forall i,j \in [4]$, $k \in [|M|]$: $V_i(m_k) = V_j(m_k)$ הערכות זהות לכולם

loop 1   נריץ $Round Robin((1,2,3,4), C^1)$

לכן כל סוכן מקבל פריט בסבב הזה לפי σ ונניח ש

כאן כל סוכן קיבל פריט המתאים לאינדקס שלו

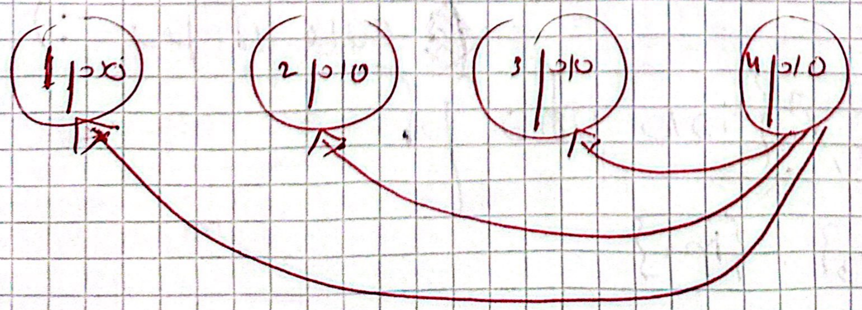
(סוכן i קיבל m_i), הגענו לסיטואציה שכולם

קיבלו חוץ מהאחרון מכיוון שלא נשאר עוד פריטים

בחבילה, לכן

גרף הקנאה: Envy graph

I



אין מעגלים, סדר טופולוגי קיים במקרה
ונבטל את סוכן 4 כראשון יש לנו 3
אופציות לסדר, ניקח את זה

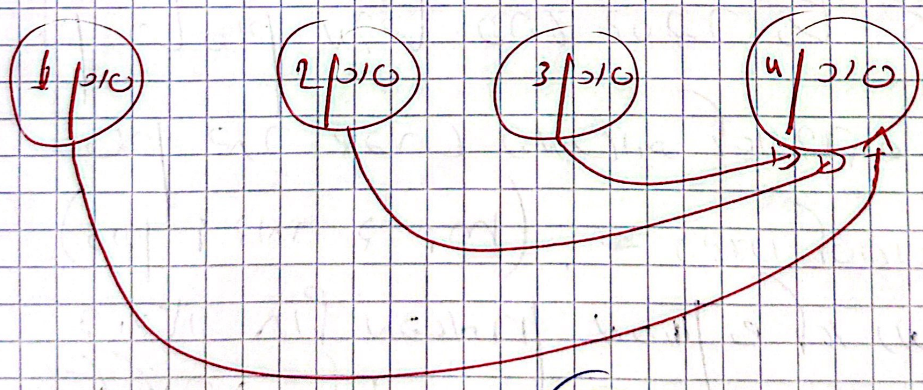
$(4,1,2,3)$

$V_1(m_4)=10 \quad C^2=\{m_4\} \quad \sigma(4,1,2,3)$ Loop II

נריץ $RoundRobin(\sigma, C^2)$

לכן סוכן 4 יקח את המוצר m_4 ויוצאים מ RR
כי לא נותר עוד מוצרים,

גרף הקנאה — Envy graph II



אין עוד הצלעות, אין לולאות עוד יותר
סדר טופולוגי, קיים בדיוק יחיד שסוכן 4 הוא באחרון
נתן לו עונש :)

לכן הפלט סופי

$X=\{X_1^1, X_2^1, X_3^1, \cancel{X_4^1}, X_4^2\}$
$=\{m_1\}\ \{m_2\}\ \{m_3\}\ \{m_4\}$

Algorithm 2 : CRR

Single category + Different capacities

דוגמה 1 — 2 סוכנים אחד מהם $k_1^h=0$ שבו

$[2] = Agents = \{1, 2\}$

$L = C^h = \{m_1\}$ $\quad k^h = \{k_1^h = 0, k_2^h = 1\}$

$P = \{i : k_i^h = 0\} = \{1\}$

$t = 0, \quad x_1^h = \emptyset \quad x_2^h = \emptyset \qquad \sigma(1, 2)$

נריץ את CRR

$L \neq \emptyset \quad (L = C^h = \{m_1\})$

$i = \sigma[0] = 1$

$(1 \in P)$ לכן לא נכניס אותו ל[illegible]

$t = t + 1 \bmod (2) = 1$

נעבור ל[illegible]

$L \neq \emptyset$ ✓

$i = \sigma[1] = 2$

$2 \notin P$

נכניס לסלו שלו, פריטים לסוכן 2

פונקציה את המקסימלי; קיים מקסימות ערך גבוה מכיוון שרק

פריט אחד יש אצל סוכן זמינות

$X_2^h = \{m_2\}$

לא נשכח להוסיף את $i=2$ לרשימה

שמסומנת כי $1 = k_1^h = |X_1^h|$

① $\varphi \to \varphi \cup \{2\}$ ② $L \to L \setminus \{m_1\} = \emptyset$

While

עולים ב i ~~...~~ בהתאם מסעיף אופטימלי

אין לנו עוד פריטים | לכן $L = \emptyset$ ויצאנו

מפסיקים גורמים

הגענו לסוף.

$X^h = \{X_1^h, X_2^h\}$

$X_1^h = \emptyset$, $X_2^h = \{m_1\}$

חלוקה סיום זה F-EF1 (בגלל סוכן 1 לא מקנא בי
כי אני אפילו F-EF כי לא מעוניין בפריטים)

דוגמה 2: 3 סוכנים, 4 חפצים

$M = \{m_i \mid i \in [4]\} = C^h = L$

$Agents = [3] = \{1,2,3\}$ $\sigma = (1,2,3)$

$\forall_{i \in [3]} k_i^h = 2$, $\forall_{i \in [3], m \in M} v_i(m) = 1$

$\forall_{i \in [3]} X_i^h = \emptyset$, $t = 0$ $\varphi = \emptyset$

מתחילים :)

$L \neq \emptyset$

$i = \sigma[0] = 1$

$1 \notin \varphi$ ✓

Agent	m1	m2	m3
Agent1	10	1	1
Agent2	1	10	1
Agent3	1	1	10

לשים דוגמה

סוכן 1	2
סוכן 2	2
סוכן 3	2

לכן נותנים לסוכן 1 לבחור את הפריט המקסימלי בערכו
עבורו, מאחר שלסוכן יש את ערך $=1$
הפריטים לו לבחור נותנים לסוכן את m_1

לכן

$$X_1^h = \{m_1\}$$

$$L = L \setminus \{m_1\} = \{m_2, m_3, m_4\}$$

$$|K_1^h| \neq |X_1^h|$$

$$2 \neq 1$$

לכן לא מכניסים לרשימת המסומנים

$$t = t + 1 \mod (3) = \underline{\underline{1}}$$

Loop II

בלולאה $L \neq \emptyset$, $i = \sigma[1] = 2$, $i \notin P$

סוכן 2 בוחר, נתן לו m_2 (מאחר וכל הפריטים שווים בערך $=1$)

$$L = L \setminus \{m_2\} = \{m_3, m_4\}$$

$$X_2^h = \{m_2\}$$

בלולאה

$$|X_2^h| \neq |K_2^h|$$

$$1 \neq 2$$

$$t = t + 1 \mod 3 = \underline{2}$$

Loop III

בלולאה $L \neq \emptyset$ $i = \sigma[2] = 3$ $i \notin P$

סוכן 3 נתן לו את m_3

$$L = L \setminus \{m_3\} = \{m_4\}$$

$$X_3^h = \{m_3\}$$

$$|X_3^h| \neq |K_3^h|$$

$$1 \neq 2$$

$$t = t + 1 \mod 3 = \underline{\underline{0}}$$

Loop III

פלוגה

$i \notin P$ $\quad i = \sigma[0] = 1$, $\quad L \neq \emptyset$
$= \{m_4\}$

אפרנו לסוף 1, מכיוון שכן יש לו עוד קודקודות לסוף
פרט נתן לו את כוחם שנותר m_4

$$X_1^h = \{m_1, m_4\}$$

$$L = L \setminus \{m_4\} = \emptyset$$

$$|X_1^h| = k_1^h = 2$$

לכן מוסיפים אותו לרשימת המסומנים

$$P = P \cup \{1\}$$

$t = t+1$ mal3 $= 1$

Loop IV

$\cancel{L = \emptyset}$

$\vec{L} = \emptyset$ כפער

לכן סיימנו לולאה

ובכללים מפולגים מתקיימים את X^h סיימנו

$$X^h = \{\underset{X_1^h}{\{m_1, m_4\}}, \underset{X_2^h}{\{m_2\}}, \underset{X_3^h}{\{m_3\}}\}$$

דוגמא 3 להראות שמקרה כזה אפשר להגיע FEF

$M = \{m_1, m_2\} = L = C^h$

$[2] = Agents = \{1, 2\}$ $\forall_{i \in Agents}\ k_i^h = 1$

$\vartheta = \emptyset$ (Blocked) $t = 0$ (iteration) $\forall_{i \in Agents}\ X_i^h = \emptyset$ $\sigma = (1, 2)$

Agent \ item	m_1	m_2
1	10	5
2	5	10

טבלת הערכות

נריץ את CRR :)

Loop I

$L = \{m_1, m_2\}$

$L \neq \emptyset$

$i = \sigma[0] = 1$

$i \notin \vartheta$

$g = \arg\max_{g \in L} (V_1(\{g\}))$ לפי

$= \underline{m_1}$

$X_1^h = \{m_1\}$ לפי

$L = L \setminus \{m_1\} = \{m_2\}$

$\vartheta = \vartheta \cup \{1\} \Longleftarrow |X_1^h| = k_1^h = 1$ מכיוון ש

$t = 1$

Loop II

$i = \sigma[1] = 2 \notin \vartheta,\ L \neq \emptyset$

$g = \{m_2\}$ לפי העדפות של סוכן 2

$L = L \setminus \{m_2\} = \emptyset$

$X_2^h = \{m_2\}$

Scanned with CamScanner

$P = P \cup \{2\} = \{1, 2\}$ $\quad |X_2^n| = k_2^n$ מכיוון ש

$= 1$

$t = 0$

מכיוון ש $L = \emptyset$ לכן סיימנו terminates Loop !!!

returns X^n

$$X^n = [\underbrace{\{m_1\}}_{x_1^n}, \underbrace{\{m_2\}}_{x_2^n}]$$

במקרה שלנו כל סוכן רוצה ש $\hat{v}_i(x_i) \geq \hat{v}_i(x_j)$ לכן

כפי רצינו F-EF שזה יותר חזק מ F-EF1

סיימנו (:

Algorithm 3 : CRR 2 categories

~~[illegible]~~ 2 קטגוריות, 2 סוכנים, דוגמא 1

Agent	m1	m2	m3
Agent1	10	1	1
Agent2	1	1	1

$[2] = Agents = \{1, 2\}$ $\forall_{i \in ...}$

$\forall_{i \in Agents} \; k_i^h = 2$

$C^1 = \{m_1, m_2\}$ $\quad C^2 = \{m_3\}$ $\quad \sigma = (1, 2)$

1) נריץ את $CRR(\sigma, C^1)$ (כפי שהרצנו בהרבה של אין קטגוריות
מתנהג כמו בדוגמאות הקודמות, כפי שקבר נתן בלי סופו ל CRR)

Output 1 $\rightarrow$ $X_1^1 = \{m_1\}$ $\quad X_2^1 = \{m_2\}$

2) נהפוך סדר של σ $\quad \sigma = (2, 1)$ $\quad Reverse(\sigma) = (2, 1)$

נריץ $CRR(\sigma, C^2)$

Output 2 $\rightarrow$ $X_1^2 = \emptyset$ $\quad X_2^2 = \{m_3\}$

$\forall_{i \in Agents} \; X_i^1 \cup X_i^2 =$ סוכן 1: $\{m_1\}$ $\quad$ סוכן 2: $\{m_2, m_3\}$

בדוגמא הזו הפתרון הוא EF1 מכיוון ש

$$\hat{V}_1(X_1) \geq \hat{V}_1(X_2 \setminus \{m_3\})$$

דוגמה 2 - מקרה פרטי של CRR להמחשה

יש שתי קבוצות $C^2=\emptyset$

$\cancel{M=\{m_1, m_2\}}$ $C^1=\{m_1, m_2, m_3\}$ $C^2=\emptyset$

$\sigma=(1,2,3)$ $[3]=Agents=\{1,2,3\}$

$k_1^1=1$ $k_2^1=2$ $k_3^1=0$

1) נריץ $CRR(\sigma, C^1)$ (כמובן הסוכנים יותר מפני שלכן נבחר רק על הפריט C)

Output $\rightarrow$ $X_1^1=\{m_1\}$

Agent \ item	m_1	m_2	m_3
1	10	3	3
2	3	1	1
3	∞	∞	∞

$X_2^1=\{m_2, m_3\}$

$X_3^1=\emptyset$ 3 לא מקבל דבר כי $k_3^1=0$

נהפוך סדר $\sigma_{new}=(3,2,1)$

אבל $C^2=\emptyset$ לכן סיימנו

$CRR(\sigma_{new}, \emptyset)=\emptyset$

~~Output~~ $\rightarrow$

תוצאה סופית: $X_1=\{m_1\}$ $X_2=\{m_2, m_3\}$

$X_3=\emptyset$

דוגמה 3   4 סוכנים, 6 פריטים

$[4] = Agents = \{1,2,3,4\}$ $\forall_{i,k}$ ($i \in [4]$, k: m)

$C^1 = \{m_1, m_2\}$ $C^2 = \{m_3, m_4, m_5, m_6\}$

Agent	m1	m2	m3	m4	m5	m6
Agent1	1	1	1	10	1	1
Agent2	10	1	1	1	1	1
Agent3	1	1	10	1	1	1
Agent4	1	1	1	1	10	1

$\forall_{i \in [4]}\ k_i^2 = 1$

$\forall_{i \in [4]}\ k_i^1 = 1$

$\sigma = (2,4,1,3)$

1) נריץ $CRR(\sigma, C^1)$

output $\rightarrow$ $X_2^1 = \{m_1\}$ $X_3^1 = \emptyset$

$X_4^1 = \{m_2\}$ $X_1^1 = \emptyset$ קיבלנו ש-F-EF1

$\sigma = (3,1,4,2)$

2) ונסיים סבב

נריץ $CRR(\sigma, C^2)$

output $\rightarrow$ $X_3^2 = \{m_3\}$ $X_4^2 = \{m_5\}$

$X_1^2 = \{m_4\}$ $X_2^2 = \{m_6\}$

לכן בסוף

$X_1 = \{m_4\}$ $X_2 = \{m_1, m_6\}$

$X_3 = \{m_3\}$ $X_4 = \{m_2, m_5\}$

מכיון שסוכנים קבלו כולם 1 פרט לא אין קנאה EF

Algorithm 1 - Different capacities (Identical Valuations)

(With Identical Valuations, there is no envy cycles in the Envy graph)

דוגמא 1

2 סוכנים, קטגוריה אחת (כ.פ. [illegible])

אבל [illegible] בגודל הקיבולת

Valuation table :

Agent	m1	m2	m3	m4
Agent1	10	5	1	4
Agent2	10	5	1	4

Capacities table :

Agent	Kih(c1)	Kih(c2)
Agent1	2	2
Agent2	2	2

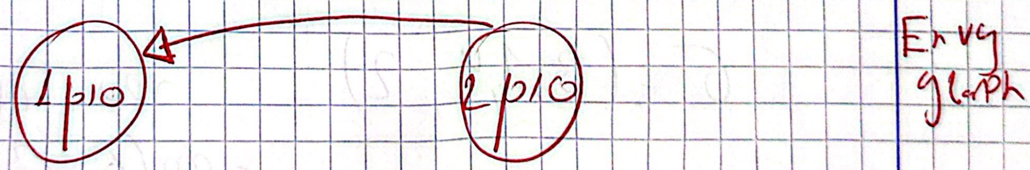
$Agents = [2] = \{1, 2\}$

$C^1 = \{m_1, m_2, m_3\}$

$\sigma = (1, 2)$ $\quad C^2 =$

Output $\rightarrow$ $X_1^1 = \{m_1, m_3\}$

$X_2^1 = \{m_2\}$



$\sigma = \text{topological sort}(\sigma) = (\underline{2,1})$

מפעילים את CRR עם 2 קטגוריות

$\cancel{X = C^2 \mid A}$ $CRR(\sigma, C^2)$ Loop II

~~Output $\rightarrow$ $X_2^2 = \{$~~

~~סיום~~

output → $X_2^2 = \{m_4\}$

לכן אותה, אותו הקודם של גבר-תוליו

$$X_1 = \{m_1, m_3\} \quad V(X_1) = V(X_2) = 2$$

$$X_2 = \{m_2, m_4\}$$

לכן פתירוכם פסופית כיון קפוץ ויתר אורקם N F-EF1
כיון קפוץ F-EF

דוגמה 2 3 סוכנים, 3 קטגוריות, קיבולת שונה

$[3] = Agents = \{1, 2, 3\}$ $\quad M = C^1 \cup C^2 \cup C^3$

Category c1: {m1, m2, m3, m4}
Category c2: {m5, m6, m7}
Category c3: {m8, m9}

$\sigma = (1, 2, 3)$

מתחילים (:

$CRR(\sigma, C^1)$ (I

output → $X_1^1 = \emptyset$ $\quad X_2^1 = \{m_1, m_3\}$ $\quad X_3^1 = \{m_2, m_4\}$

valuation table :

Agent	m1	m2	m3	m4	m5	m6	m7	m8	m9
Agent1	11	10	9	1	10	9.5	9	2	3
Agent2	11	10	9	1	10	9.5	9	2	3
Agent3	11	10	9	1	10	9.5	9	2	3

capacities table :

Agent	Kih(c1)	Kih(c2)	Kih(c3)
Agent1	0	4	4
Agent2	4	0	4
Agent3	4	4	0

Envy graph

~~$\cancel{\longrightarrow}$~~

סוכן 1   סוכן 2   סוכן 3

אין קשתות

$\cancel{v_3(X_2^1)=2 > v_3(X_3^1)=1}$

בכלל אפשר כל אופציה כי אין קשתות

Topological sort

נבחר קודקוד שלא נכנסו אליו

יש לנו 2 אופציות $\{1,3\}$

ניקח 1, נמחק אותו ונחזור על התהליך עם שנשארים

$\sigma=(1,3,2) \longrightarrow$ אבל יש עוד אופציות

כמו $(3,2,1)$

$(3,1,2)$

Loop II

$CRR(\sigma, c^2)$

נזכר כי $k_2^2=0$ לכן רק $(1,3)$ יקבלו פריטים

לפי CRR

Output $\longrightarrow$ $X_2^2=\emptyset$ $X_1^2=\{m_5, m_7\}$

$X_3^2=\{m_6\}$

$\cancel{X_1=\{m_5, m_7\}}$

$\cancel{X_2=\{m_1, m_3\}}$

$\cancel{X_3=\{m_3, m_6\}}$

כעת

$X_1=\{m_5, m_7\}$ $V(X_1)=2$

$X_2=\{m_1, m_3\}$ $V(X_2)=2$

$X_3=\{m_2, m_4, m_6\}$ $V(X_3)=3$

Envy graph

1 סוכן   2 סוכן   3 סוכן

אין קנאה

$$\sigma = (3, 2, 1)$$

$$CRR(\sigma, C^3) \quad \boxed{III}$$

output $\longrightarrow$ $X_3^3 = \emptyset \quad X_2^3 = \{m_8\} \quad X_1^3 = \{m_9\}$

כאן

$X_1 = \{m_5, m_7, m_9\}$

$X_2 = \{m_1, m_3, m_8\}$

$X_3 = \{m_2, m_4, m_6\}$

Envy graph

1 סוכן   2 סוכן   3 סוכן

אין קנאה

סימטרי

מחולק [illegible] F-EF

דוגמה 3 :- 3 סוכנים, 3 קטגוריות, פריט אחד
לכל קטגוריה

$M=\{m_1, m_2, m_3\}$

$C^1=\{m_1\}$
$C^2=\{m_2\}$
$C^3=\{m_3\}$

M={m1,m2,m3}
σ={1,2,3}
Category c1= {m1}
Category c2= {m2}
Category c3= {m3}

valuation table :

Agent	m1	m2	m3
Agent1	7	8	9
Agent2	7	8	9
Agent3	7	8	9

capacities table:

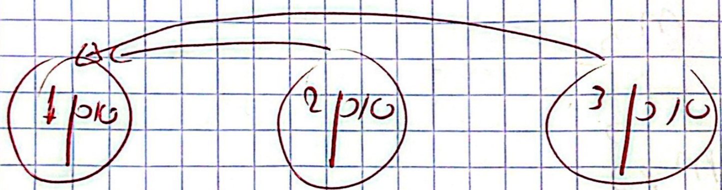
Agent	c1	c2	c3
Agent1	1	1	1
Agent2	1	1	1
Agent3	1	1	1

$\forall_{i\in[3],\ h\in|C|}\ k_i^h=1$

$\sigma=(1,2,3)$

output → $X_1^1=\{m_1\}$

$X_1^1=\emptyset$

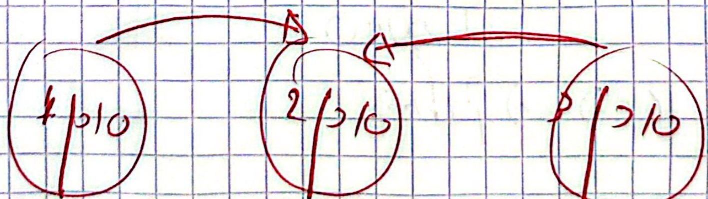


$\sigma=(2,3,1)$ סדר טופולוגי

$CRR(\sigma, C^2)$ loop II

output → $X_2^2=\{m_2\}$

$X_1^2=\emptyset$ כי מספר



$V(x_1)=7$ $V(x_2)=8$ $V(x_3)=0$

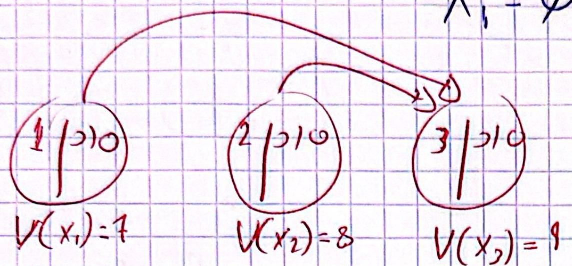
$\sigma=(3,1,2)$ ← סדר טופולוגי

Loop (1)

$CRR(\sigma, C^3)$

output $\rightarrow X_3^3 = \{m_3\}$

$X_1^3 = \emptyset$ כך נשאר



$X = \{\{m_1\}, \{m_2\}, \{m_3\}\}$ לכולם סוכנים

$X_1 \quad X_2 \quad X_3$

F-EF1

Algorithm 5: Different capacities + Binary Valuations (same partition constraints)

דוגמה 1

$J_i \rightarrow$ Desired item set

$Agents = \{1, 2\} \quad C^1 = [m_1, m_2, m_3]$

$V_1(m_1) = 1 \quad V_2(m_2) = 1$ the rest is $V_i(m_k) = 0$

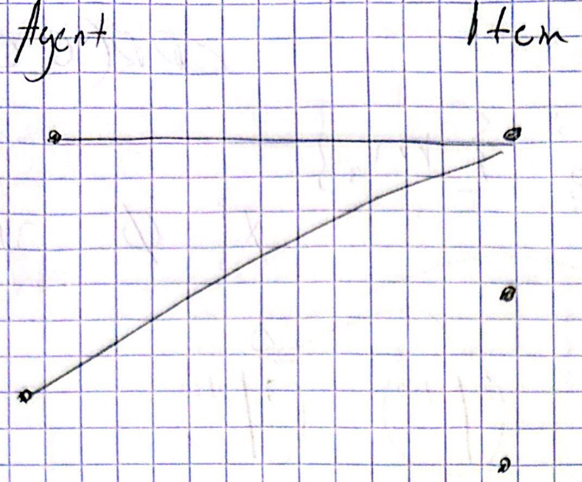
$k_1^1 = 1 \quad k_2^1 = 2 \rightarrow T^h = 2$

$h=1 \quad X_i^h = \emptyset$ לכל סוכן

$T^1 = 2$

V_i	m_1	m_2	m_3
סוכן 1	1	0	0
סוכן 2	0	1	0

Scanned with CamScanner



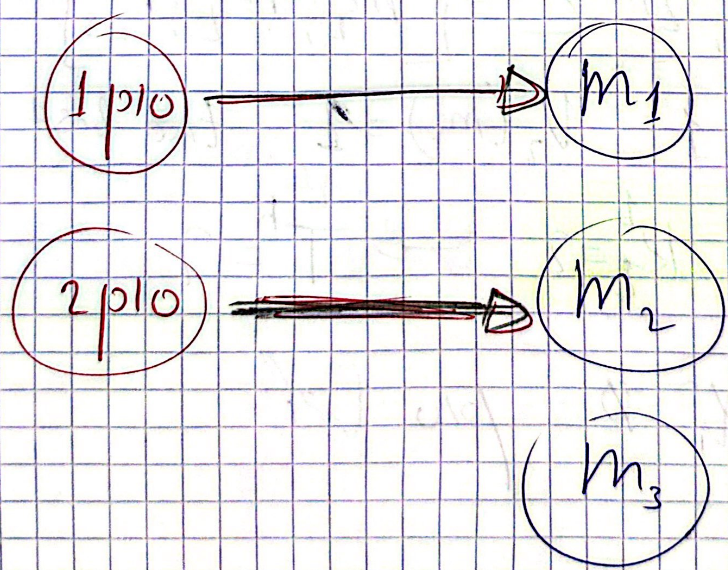
[illegible]
Matching

Matching is a subset of edges in which
there is no 2 edges sharing 1 node

= 1) 2 Agents same Item
2) 2 Items 1 agent (We need item at a time)

Agent-Item Graph

$n=1$ Loop I



Envy graph

1 סוכן   2 סוכן

אין קנאה!

topological order $\sigma = (1, 2)$

Priority Matching

לפי שקיבלנו G_t^h כמות קודקד פה לראות שקודקוד מקסימום.

כל אחד ורוזם $\underset{\text{סוכן 1} \quad \text{סוכן 2}}{(1, 1)}$ כי שסוכן 1 רק m_1

סוכן 2 רק m_2

$X_1^1 = \{m_1\}$ $X_2^1 = \{m_2\}$

לכן

$h=2$ Loop II

Agent - Item graph

2 סוכן m_3

$V_2(m_3) = 0$ (not desirable)

Envy graph

1 סוכן   2 סוכן

אין קנאה

$G=(2,1)$

Priority Matching

אין לנו התאמה כי מכיוון שסוכן 2 אין לו אינטרס ב m_3

סוכן 1

לכן התאמה מקסימלית היא ריקה $(\emptyset)$

Loop terminated $(T^h$ loop) (inner loop)

~~Loop terminated (h loop)~~

מקצים כל פריט שלא הותאם
לסוכן הראשון שיש לו עדיין קיבולת המרבית שלו
סוכן 2 מקבל את m_3 (למרות שסוכן לו שווי 1 סכומו)

$X_1=\{m_1\}$ $X_2=\{m_2,m_3\}$

Loop terminated (h loop) (outer loop)

$X_1=\{m_1\}$ $X_2=\{m_2,m_3\}$ סיום

כמובן ההקצאה הזו אינה הוגנת כי כל סוכן לא
מעוניין המנה ש.ם לסוכן האחר (לא הוגן ...)
של אותו פריט ב G_h^+ (כמובן $V_2(m_3)=0$)

דוגמה 2 3 סוכנים, תכונות אלגוריתם ב G_h^t

$Agents = \{1, 2, 3\} = [3]$

$\forall_{i \in [3], k \in M} \quad V_i(k) = 1$ $i \neq 3$, $i \neq 2$ (כולם מעוניינים בכל
(פריטים)
חוץ מסוכן 3
שרוצה רק מעוניין ב m_3
סוכן 2 רוצה רק m_1, m_2

	m_1	m_2	m_3
סוכן 1	1	1	1
סוכן 2	1	1	0
סוכן 3	0	0	1

$M = \{m_1, m_2, m_3\}$

$C^1 = \{m_1\} \quad C^2 = \{m_2, m_3\}$

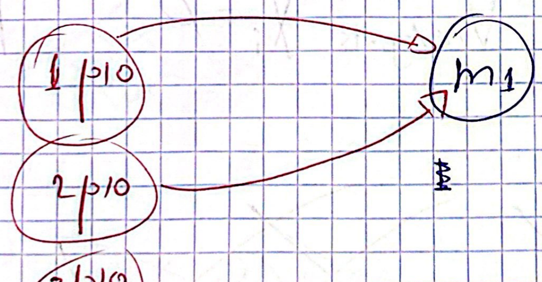
$\forall_{i \in Agents} \; k_i^h = 2$

מתחתיים

$h = 1 \quad X_i^h = \emptyset \quad T^h = 1$

cancel
T
Loop
cancel
T
Loop

G_t^h



גרף הנוכחי ו- אין טעם לבנות כי אין הנוסף עדיין

$G = (1, 2, 3)$

Plurality ... (?)

נתונים | G ! G_t^1 אופטימלית
שנותן לנו את m_1 אזי

1) סוכן 1 $(1,0)$ אוהב לפי, סדר של G סוכן 1
יקח את m_1

2) סוכן 2 $(0,1)$

לכן

$$X_1^1 = \{m_1\}$$

$$X_2^1 = \emptyset$$

$$X_3^1 = \emptyset$$

End for

$$X_1 = \{m_1\}$$

$$X_2 = X_3 = \emptyset$$

End for

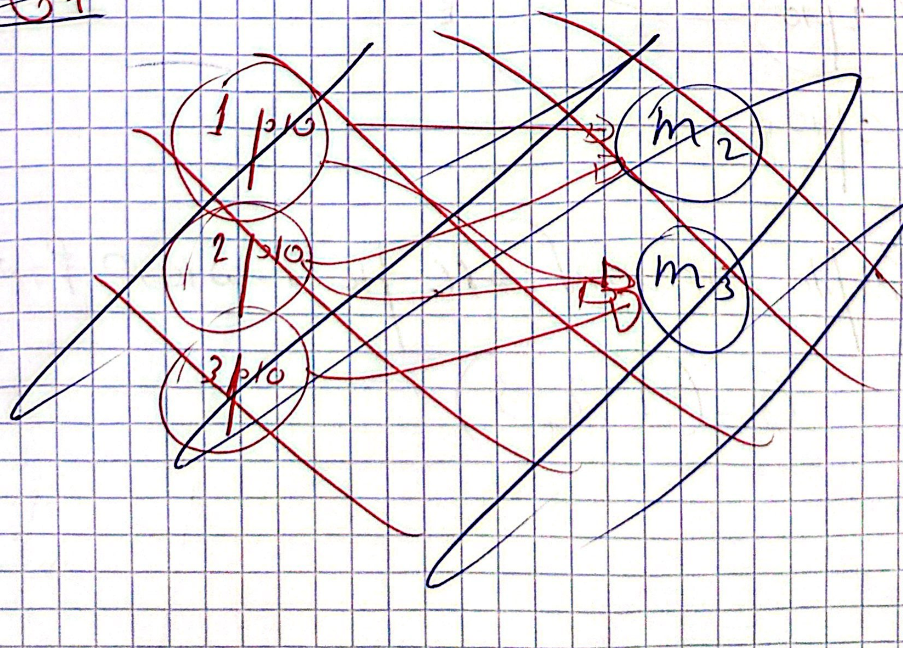
$T^h = 1$ $\forall i \in Agents\ X_i^2 = \emptyset$ $h = 2$

until loop

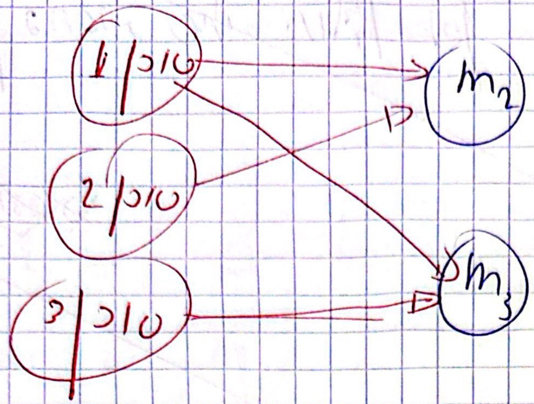
||

inner loop

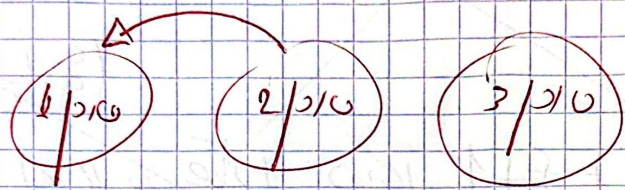
||



G_4^h



Envy graph



$\hat{V}_2(X_1) > V_2(X_2)$

סדר אופטימלי:

1) ניקח ~~2~~ אחר את 3 {2,3 (אין ל-3 צלע שנכנסת אליו)

~~ניקח 2 אחר 3 אחר 1~~ ~~ניקח 3 אחר 2 אחר 1~~

~~$(3,2,1)$~~

$G=(2,1,3)$ ניקח 2 אחר 1 אחר 3

$$\begin{array}{cccc} & \text{סוכן 2} & \text{סוכן 1} & \text{סוכן 3} \\ \text{Vector} & (m_2, & m_3, & \emptyset) \end{array}$$

Max Probility matching כמו

$(1, 1, 0)$ לכן הוקטור שלנו הוא

לכן

$X_1^2 = \{m_3\}$

$X_2^2 = \{m_2\}$

$X_3^2 = \emptyset$

~~End for~~

~~אין פריטים שלא חולקו לכן~~

$\cancel{X_1=\{m_1,m_3\}}$

$\cancel{X_2=\{m_2\}}$

$\cancel{X_3=\emptyset}$

~~End for~~

~~ההקצאה~~

~~סיימנו !~~

~~ההקצאה כך שלנו היא F-EF1 מכיוון ש~~

End for

אין חפצים שלא הוקצו לכן

$X_1=\{m_1,m_3\}$

$X_2=\{m_2\}$

$X_3=\emptyset$

End for

סיימנו !

ההקצאה שלנו היא F-EF1 מכיוון ש סוכן 3
ו 2 מקנא ב 1 על סמך פריט אחד !

סוכן 2 מקנא על-סמך m_1
סוכן 3 מקנא על-סמך m_3

דוגמה 3

3 סוכנים 3 קטגוריות, הערכות בינאריות

פריטים שלא מחולקים שאי אפשר לתת

(מכיוון שכבר $|X_i^h| = k_i^h$)

$Agents = \{1, 2, 3\} = [3]$

$C^1 = \{m_1, m_2, m_3\}$

$C^2 = \{m_4, m_5\}$

$C^3 = \{m_6\}$

	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6
סוכן 1	1	1	0	1	1	1
סוכן 2	0	1	0	1	1	1
סוכן 3	0	0	0	0	0	1

$K_3^1 = 0 \quad K_2^1 = K_1^1 = 1$

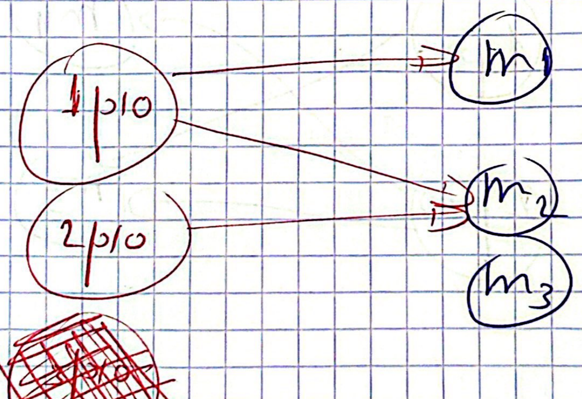
מתחילים ב $\forall i \in Agents\ x_i^h = 0$

$T^h = 1$

loop I

loop2 I

G^1



לזכור ארך קנאה: אין קנאה!

כתוב לפי $\sigma = (1, 2, 3)$

לכן סבר אופטימלי, וברור בפספוק

$(1, 1)$

למצוא priority matching ← סוכן 1 לוקח m_1

סוכן 2 לוקח m_2

לכן $X_1^1 = \{m_1\}$ $X_2^1 = \{m_2\}$ $X_3^1 = \emptyset$

End lab 2

הפריטים שעוד לא הוקצו באיטרציה 1

$\{m_3\}$, אין אפשרות לתת לסוכן אחרו. למישהו

שעדיין יש לו קיבולת כי פשוט כולם הגיעו למקס

של $|X_i^1| = k_i^1$ לכן $\underline{m_3}$ נשאר ללא סוכן

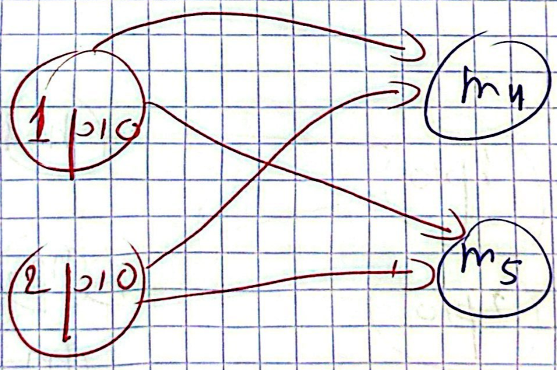
$X_1 = \{m_1\}$ $X_2 = \{m_2\}$ $X_3 = \emptyset$

~~Ex.~~

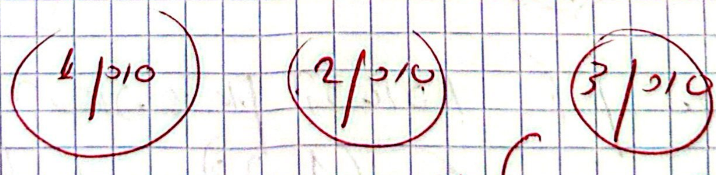
$k_3^2 = 0$ $k_2^2 = k_2^1 = \underline{1}$ $T_1^h = \underline{1}$ $h = 2$ Loop1 $\underline{II}$

Loop2 $\underline{I}$

G_t^h



Envy graph



אין קשתות לכן נסדר יפה איך שנרצה!

$\sigma = (2, 1, 3)$

Max Flexibility Matching

לכן רואים ש סוכן 1 ו 2 רוצים את כל הפריטים

נתן לכל אחד אחד מהם וככה, לסוכן 2 m_5 ו סוכן 1 m_4 , פורקים רק מסופק שלו ופריט (1,1)

(סוכן 3 לא נכנס לחשבון כי בשלב $k_3^2=0$ כמו שהוא לא מופיע כמו רק סוכן - פריט כלשהו)

לכן

End for 2

אין פריטים לא מחולקים לכן

$X_1=\{m_1, m_4\}$

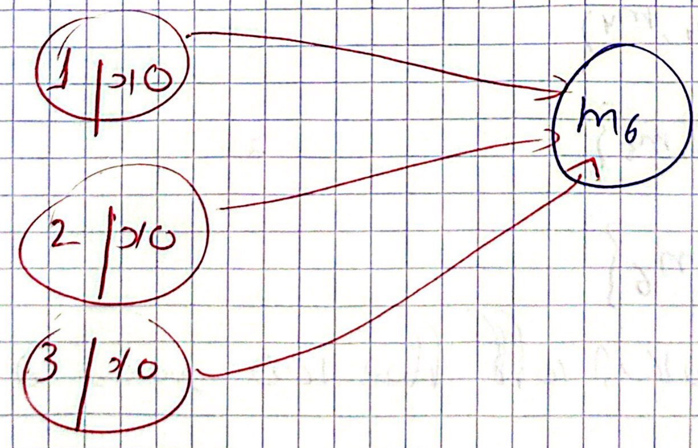
$X_2=\{m_2, m_5\}$

$X_3=\emptyset$

$T^h=1 \quad h=3$

for 1 III

G_T^h



Envy glaph

סוכן 1 סוכן 2 סוכן 3

אין מעגלים!

נבחר $\sigma(3,2,1)$

לכן לפי סדר לקסיקוגרפי תמיד
כי לא מקטין את הווקטור של ההשמה
לתת את m_6 לסוכן 3 והווקטור יראה
כך $(1,0,0)$

לכן $X_1^3=X_2^3=\emptyset \quad X_3^3=\{m_6\}$

End for 2

~~אין פריטים לחלק~~

אין פריטים שלא חולקו לכן

$X_1=\{m_1,m_4\}$

$X_2=\{m_2,m_5\}$

$X_3=\{m_6\}$

בחלוקה הסופית קיבלנו חלוקה ללא קנאה F-EF

סיימנו :)