[1] إذا كانت الدالة $y=f(x)=(2.5)^x$ المعرفة عند النقط التالية :-

$x_0 = -1$; $x_1 = 0$ و $x_2 = 1$

أوجد الحدودية الملائمة لهذه الدالة بطريقة لاجرانج

الحل

	x	$y=f(x)=(2.5)^x$
x_0	-1	0.4
x_1	0	1
x_2	1	2.5

$$\because \quad x_2 - x_1 = x_1 - x_0 = 1$$

∴ نستخدم طريقة لاجرانج للمسافات المتساوية .

$$P_n(x) = \sum_{j=0}^{n} L_j(s)\, f_j$$

$$L_j(s) = \prod_{\substack{i=0 \\ j\neq i}}^{n} \frac{(s-i)}{(j-i)}$$

$$L_0(s) = \frac{(s-1)(s-2)}{(0-1)(0-2)} = \frac{1}{2}(s^2-3s+2)$$

$$L_1(s) = \frac{(s)(s-2)}{(1-0)(1-2)} = -s(s-2) = -(s^2-2s)$$

$$L_2(s) = \frac{(s)(s-1)}{(2-0)(2-1)} = \frac{1}{2}(s)(s-1) = \frac{1}{2}(s^2-s)$$

$$P_2(s) = L_0(s)\, f_0 + L_1(s)\, f_1 + L_2(s)\, f_2$$

$$P_2(s) = 0.8(s^2-3s+2) - (s^2-2s) + 1.25(s^2-s)$$

$$P_2(s) = 1.05\, s^2 - 1.65\, s + 1.6$$

$$\text{But} \quad s = \frac{x-x_0}{h} = \frac{x+1}{1} \Rightarrow s = x+1$$

$$\therefore P_2(x) = 1.05(x+1)^2 - 1.65(x+1) + 1.6$$

$$\boxed{P_2(x) = 1.05\, x^2 + 0.45\, x + 1}$$

Scanned with CamScanner

2/5 لتكن الدالة $y=f(x)=\sqrt{x}$ معرفة بالجدول التالي :-

x	100	121	144
$y=f(x)$	10	11	12

أوجد الحدودية الملائمة باستخدام طريقة لاجرانج ثم أوجد القيمة للدالة عند النقطة $x=115$ واحسب الخطأ المرتكب.

الحل

$$P_n(x) = \sum_{j=0}^{n} l_j(x)\, f(x_j)$$

$$\Rightarrow l_j(x) = \prod_{\substack{i=0 \\ i\neq j}}^{n} \frac{(x-x_i)}{(x_j-x_i)}$$

$$l_0(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} = \frac{(x-121)(x-144)}{(100-121)(100-144)}$$

$$l_0(x) = \frac{1}{924}(x^2-265x+17424)$$

$$l_1(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} = \frac{(x-100)(x-144)}{(121-100)(121-144)}$$

$$l_1(x) = -\frac{1}{483}(x^2-244x+14400)$$

$$l_2(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} = \frac{(x-100)(x-121)}{(144-100)(144-121)}$$

$$l_2(x) = \frac{1}{1012}(x^2-221x+12100)$$

$$P_2(x) = l_0(x)\, f(x_0) + l_1(x)\, f(x_1) + l_2(x)\, f(x_2)$$

$$P_2(x) = \frac{5}{462}(x^2-265x+17424)$$

$$-\frac{11}{483}(x^2-244x+14400)$$

$$+\frac{3}{253}(x^2-221x+12100)$$

$$\boxed{P_2(x) = -\frac{1}{10626}x^2 + \frac{727}{10626}x + 4.099}$$

At $x=115$

$$P_2(115) = 10.722$$

3

استخدم طريقة لاغرانج لتعيين الحدودية الملائمة للدالة $y=f(x)$ المعرفة بالجدول الآتي :-

x	x_0: 0	x_1: 1	x_2: 2	x_3: 4
$y=f(x)$	-3	1	2	7

الحل :

$$* \; P_n(x) = \sum_{j=0}^{n} L_j(x)\, f(x_j)$$

$$* \; L_j(x) = \prod_{\substack{i=0 \\ i\neq j}}^{n} \frac{(x-x_i)}{(x_j-x_i)}$$

$$L_0(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)}$$

$$L_0(x) = \frac{(x-1)(x-2)(x-4)}{(-1)(-2)(-4)} = -\frac{1}{8}(x^3-7x^2+14x-8)$$

$$L_1(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)}$$

$$L_1(x) = \frac{(x)(x-2)(x-4)}{(1)(-1)(-3)} = \frac{1}{3}(x^3-6x^2+8x)$$

$$L_2(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)}$$

$$L_2(x) = \frac{(x)(x-1)(x-4)}{(2)(1)(-2)} = -\frac{1}{4}(x^3-5x^2+4x)$$

$$L_3(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)}$$

$$L_3(x) = \frac{(x)(x-1)(x-2)}{(4)(3)(2)} = \frac{1}{24}(x^3-3x^2+2x)$$

$$P_3(x) = L_0(x)\, f(x_0) + L_1(x)\, f(x_1) + L_2(x)\, f(x_2) + L_3(x) f$$

$$P_3(x) = \frac{3}{8}(x^3-7x^2+14x-8) + \frac{1}{3}(x^3-6x^2+8x)$$
$$-\frac{1}{2}(x^3-5x^2+4x) + \frac{7}{24}(x^3-3x^2+2x)$$

$$P_3(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{13}{2}x - 3$$

$$\boxed{P_3(x) = \frac{1}{2}(x^3-6x^2+13x-6)}$$