

عنوان: تمرین سری یک

نیم سال تحصیلی: ۴۰۴۱

مدرس: دکتر محمد انصاری فرد

مبحث تمرین: مروری بر فیزیک پایه

مهلت تحویل: ۱۴ مهر

فهرست مطالب

۱	سوال اول	۳
۲	سوال دوم	۳
۳	سوال سوم	۳
۴	سوال چهارم	۳
۵	سوال پنجم	۴
۶	سوال ششم	۴
۷	سوال امتیازی	۴

۱ سوال اول

جرم جسمی با زمان طبق رابطه زیر تغییر می کند:

$$m(t) = m_0 e^{-\alpha t}$$

که در آن α یک ثابت است. جرم جسم در لحظه $t = 0$ برابر m_0 است. اگر سرعت جسم در لحظه $t = 0$ برابر v_0 باشد و هیچ نیروی خارجی به جسم وارد نشود، سرعت آن در لحظه t چگونه خواهد بود؟
راهنمایی: دید ریاضی به این مورد داشته باشید (دنبال شهود فیزیکی نگردید).

۲ سوال دوم

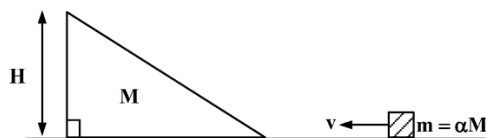
متحرکی بر روی محور x حرکت می کند. رابطه بین مکان و زمان این متحرک به صورت زیر است:

$$t = ax^2 + bx + 1$$

که در آن a و b مقادیر ثابتی هستند. شتاب این متحرک کدام است؟

۳ سوال سوم

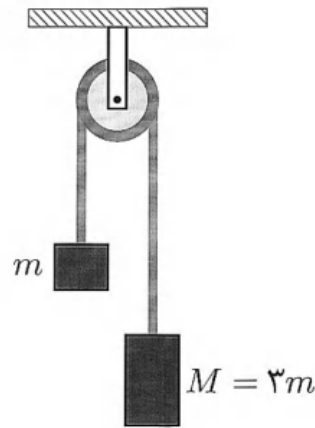
گویی به جرم M بر روی یک سطح افقی قرار دارد. گوی می تواند روی سطح بلغزد و ارتفاع ضلع قائم آن برابر با H است. مطابق شکل، جسم کوچکی به جرم $m = \alpha M$ بر روی سطح افقی با سرعت اولیه v به سمت گوی حرکت می کند. کمترین مقدار v چقدر باشد تا جسم کوچک به بالای گوی برسد؟ (تمام سطوح بدون اصطکاک هستند و α مقداری ثابت است).



شکل ۱:

۴ سوال چهارم

دو جرم m و $M = 3m$ به دو انتهای یک ریسمان سبک بسته شده اند. ریسمان از روی یک قرقره ثابت، بدون جرم و بدون اصطکاک، عبور می کند، به گونه ای که m و M در دو طرف قرقره آویزان هستند. سیستم را از حال سکون رها می کنیم:
الف) شتاب هر کدام از جسم هارا بدست آورید.
ب) نیروی وارد بر ریسمان را بدست آورید.
ج) اندازه شتاب مرکز جرم این سیستم کدام است؟



شکل ۲:

۵ سوال پنجم

معادله حرکت ذره‌ای به جرم m که در راستای x حرکت می‌کند، به صورت زیر است:

$$x = -t + 2t^3$$

که در آن x بر حسب متر و زمان بر حسب ثانیه است. توانی که در لحظه $t = 2$ ثانیه به این ذره منتقل می‌شود، چند وات است؟

۶ سوال ششم

فرض کنید دو بردار زیر در فضای سه‌بعدی داده شده‌اند:

$$\mathbf{A} = (1, 2, 3), \quad \mathbf{B} = (2, -1, 1)$$

☐ ضرب داخلی $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ را محاسبه کنید.

☐ ضرب خارجی (بردار) $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ را به دست آورید.

☐ اگر $\mathbf{C} = (0, 1, -1)$ ، ضرب سه‌گانه‌ی $\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{C})$ را محاسبه کنید.

☐ بررسی کنید آیا بردارهای $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ در یک صفحه قرار دارند یا خیر.

۷ سوال امتیازی

ثابت کنید که برای هر سه بردار $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C} \in \mathbb{R}^3$ ، رابطه زیر برقرار است:

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$$

موفق باشید.