

عنوان: تمرین سری پنجم

نیم سال تحصیلی: ۴۰۴۱

مدرس: دکتر محمد انصاری فرد

مبحث تمرین: حساب تغییرات

مهلت تحویل: ۹ دی

فهرست مطالب

۳	۱ سوال اول
۳	۲ سوال دوم
۳	۳ سوال سوم
۳	۴ سوال چهارم
۳	۵ سوال پنجم

۱ سوال اول

ثابت کنید کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه ثابت

$$A(x_1, y_1), \quad B(x_2, y_2)$$

در صفحه اقلیدسی، یک خط راست است.

۲ سوال دوم

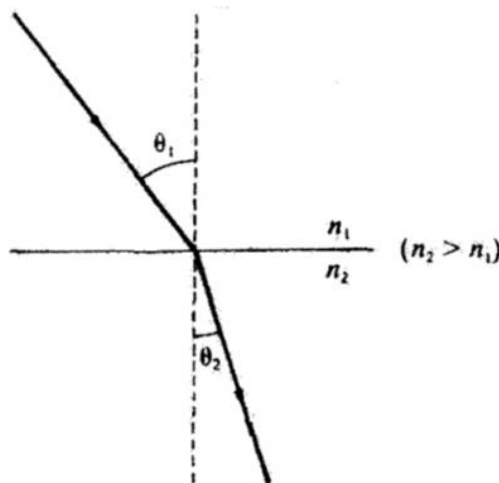
سطحی دوار را در نظر بگیرید که از دوران منحنی $y(x)$ حول محور x ایجاد می‌شود. این منحنی از دو نقطه انتهایی ثابت

$$(x_1, y_1), \quad (x_2, y_2)$$

می‌گذرد. مسئله وردشی را به گونه‌ای فرموله کنید که تابع $y(x)$ به عنوان تابع اختیار انتخاب شود و مساحت سطح دوار کمینه گردد.

۳ سوال سوم

پرتوی نور را در نظر بگیرید که از محیطی با ضریب شکست n_1 وارد محیط دیگری با ضریب شکست n_2 می‌شود. فرض کنید مرز بین دو محیط یک صفحه صاف است و پرتو نور از نقطه ثابت A در محیط اول به نقطه ثابت B در محیط دوم می‌رسد. با بهره‌گیری از اصل فرما، یعنی کمینه بودن زمان حرکت نور، تابعی برای زمان پیمایش نور تعریف کرده و با کمینه‌سازی آن قانون شکست نور (قانون اسنل) را استخراج کنید.



۴ سوال چهارم

یک استوانه با شعاع R و ارتفاع H را در نظر بگیرید که حجم آن مقدار ثابتی برابر V است. نسبت

$$\frac{R}{H}$$

را به دست آورید به گونه‌ای که مساحت کل سطح استوانه کمینه شود.

۵ سوال پنجم

یک کابل انعطاف‌پذیر و سبک بین دو نقطه ثابت

$$A(0, 0) \quad \text{و} \quad B(L, H)$$

در صفحه قائم آویزان شده است. نیروی گرانش یکنواخت g اثر می‌کند و کابل فقط وزن خود را دارد. مسئله: مسیر کابل را بیابید به گونه‌ای که انرژی پتانسیل گرانشی کل کمینه شود.

موفق باشید.