



عنوان: تمرین امتیازی سری اول

نیم سال تحصیلی: ۴۰۴۱

مدرس: دکتر امین نصیری راد

مبحث تمرین: آنالیز مختلط

مهلت تحویل: ۲۳ آبان

فهرست مطالب

۱	سوال اول	۳
۲	سوال دوم	۳
۳	سوال سوم	۳
۴	سوال چهارم	۳
۵	سوال پنجم	۴
۶	سوال هفتم	۴

۱ سوال اول

تحلیلی بودن توابع زیر را بررسی کنید.

۱. $f(z) = \operatorname{Re}(z)$

۲. $f(z) = z \operatorname{Im}(z)$

۳. $f(z) = z \operatorname{Im}(z^2)$

۴. $f(z) = e^z$

۵. $f(z) = \cos z$

۶. $f(z) = \cosh z$

۷. $f(z) = z^8$

۸. $f(z) = \frac{z}{z+1}$

۹. $f(z) = z \operatorname{Re}(z + iz^2)$

۲ سوال دوم

همساز بودن توابع زیر را بررسی کنید. در صورت همساز بودن، مزدوج همساز آن‌ها را بیابید.

۱. $u = x^2 - y^2$

۲. $u = \operatorname{Re}(\sin z)$

۳. $v = \ln |z|$

مثال ۴: مقادیر α و β را طوری بیابید که تابع $u = e^{\alpha x} \cos(\beta y)$ همساز باشد.

مثال ۵: تابع $u = e^{ax+byi}$ به ازای چه مقادیری از a و b همساز است؟

۳ سوال سوم

سری لوران توابع زیر را بیابید:

۱. $f(z) = \frac{\sin(z)}{z^2}$

۲. $f(z) = \frac{e^{1/z}}{z-1}$

۳. $f(z) = \frac{1 - \cos(z)}{z^2}$

۴. $f(z) = \frac{\cos(z)}{z^2}$

۵. $f(z) = \frac{\ln(1+z)}{z^3}$

۶. $f(z) = \frac{1}{z \ln(1+z)}$

۴ سوال چهارم

حاصل انتگرال زیر را محاسبه کنید:

$$\oint_C z^2 dz$$

که در آن مسیر C دارای معادله پارامتری زیر است:

$$\begin{cases} z = t + it^2 \\ 0 \leq t \leq 1 \end{cases}$$

۵ سوال پنجم

حاصل انتگرال زیر را بیابید:

$$\int_0^{1+i} (ze^z + |z| + e^z) dz$$

که در آن مسیر انتگرال، خط $y = x$ می‌باشد.

۶ سوال هفتم

اگر C پاره خط واصل از نقطه‌ی i به نقطه‌ی 1 باشد، حاصل انتگرال زیر را بیابید:

$$\oint_C z z^* dz^*$$

موفق باشید.