



حركة الشبيبة الفتاوية

كلية الهندسة وتكنولوجيا المعلومات

تلخيص الطالب

هلا الفالوجي

حركة الشبيبة الفتاوية
جامعة الأزهر



| s h a b i b a . a z h a r

Discrete Structures

(Lecture 1)

chapter(1) The Foundations: Logic & proofs
proposition is a declarative sentence that
is either true or false.

① Toronto is the capital of Canada.

② $2+1=3$ (propositions).
عاصمة تورونتو هي العاصمة الحقيقية.

③ Sit down!

④ $x+1=2$

} (not propositions?)

Constructing propositions:

variables: p, q, r, s

true: T false: F

• Negation \neg (نفي) $\neg p$ not (\bar{p})

• Conjunction \wedge (ربط) $p \wedge q$ and

• Disjunction \vee (أو) $p \vee q$ or (inclusive or)

• Implication \rightarrow (يعني)

• Biconditional \leftrightarrow (إذا وفقط إذا)

(Lecture 2)

Inclusive or: $p \vee q$ either p or q or both must be true

Exclusive or: one of p or q is true, not both
 $p \oplus q$

Implication:

السبب لا يثبت النتيجة

$$P \rightarrow Q \Rightarrow (\text{False})$$

$$\begin{matrix} T & F \\ P & \rightarrow Q \end{matrix} \quad (P \text{ صحيحة } Q \text{ خاطئة})$$

* if p, then q

* p implies q

* if p, q

* p only if q (q شرط لـ p)

* q unless $\neg p$

* q when p

* q if p

q شرط لـ p

* q whenever p

* p is sufficient for q

* q follows from p

* q is necessary for p

a necessary condition for p is q.
a sufficient condition for q is p.

* Sufficient Condition: (شرط كافٍ)

أما إذا كانت P شرط كافٍ لـ Q

فإننا نجد P دافعة لـ Q

(إذا كانت السماء مغطاة (P) ، فالأرض ستكون مبللة (Q))

* necessary condition: (شرط ضروري)

هو المتطلب الذي يجب أن يتحقق حتى يتحقق P

أنه يتحقق (حتى لو لم يتحقق)

~ It rains when the sky is cloudy $(\neg p, q)$
 $(q) (p \rightarrow q) (\neg p, q) (p) = q \text{ when } p$

إذا كانت السماء مغطاة (p) فإنه لا تمطر (q)

• (p) شرط كافٍ لـ (q)

• (q) شرط ضروري لـ (p)

البيان (q) يجب أن يكون موجود (ثقة حتمية)
 عندما (p) المطر.

لذلك q ضروري لـ p و p كافٍ لـ q .

$q \rightarrow (p \rightarrow q)$

Converse: $q \rightarrow p$

Contrapositive: $\neg q \rightarrow \neg p$

Inverse: $\neg p \rightarrow \neg q$

$p \rightarrow q$

$q \rightarrow p$

$p \leftrightarrow q$

\leftarrow p is sufficient for q
 \leftarrow p is necessary for q

Biconditional: $p \leftrightarrow q$

- p is necessary and sufficient for q .
- if p then q , and conversely.
- p iff q .

True

False

if $1+1=2$, then $2+2=5$ (F)

if $1+1=3$, then $2+2=4$ (T)

if $1+1=3$, then $2+2=5$ (T)

if monkeys can fly, then $1+1=3$ (T)

row column
 Truth table → column عمود, سلسلة المتغيرات
 إلى العمود المتغيرات.

(lecture 4) $p \vee q \rightarrow \neg r$

$(p \vee q) \rightarrow \neg r$ هذا يعني

$(p \vee q) \rightarrow \neg r$
الأولية

$(p \rightarrow q)$ is equivalent to $(\neg q \rightarrow \neg p)$

Two propositions are equivalent if they have the same truth value.

number of rows in a truth table: with n variables ? 2^n
True or False. n : number of propositional variables.

Lecture 5:

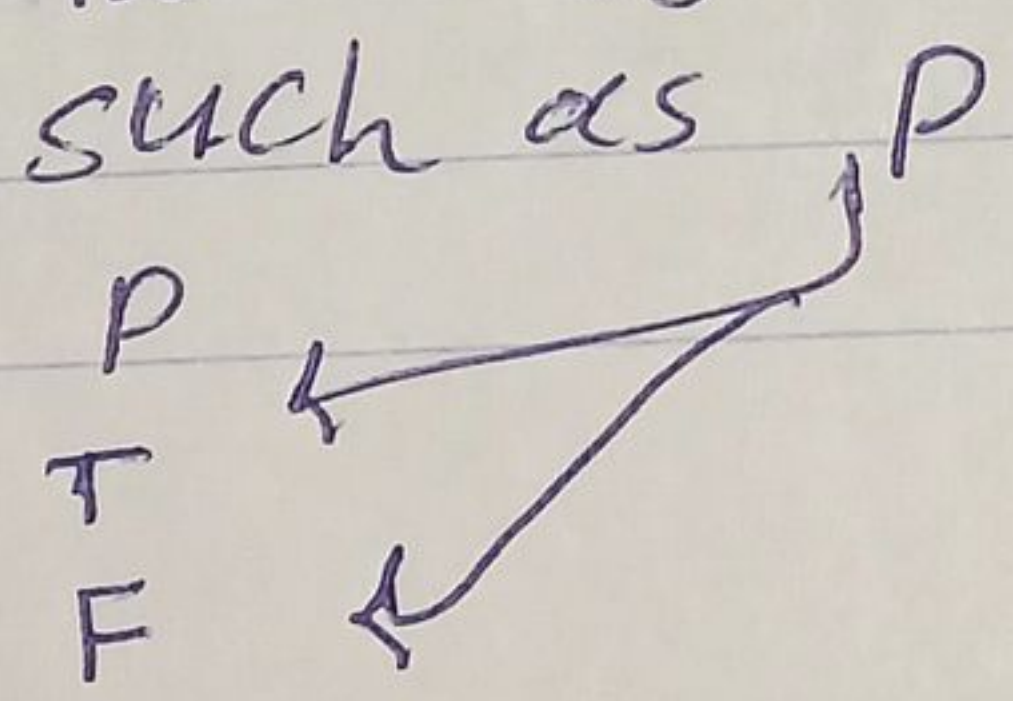
Tautology: proposition always (T)

$$p \vee \neg p \quad (T)$$

Contradiction: proposition always (F)

$$p \wedge \neg p$$

Contingency: proposition neither tautology nor contradiction



* Two compound propositions p and q are logically equivalent if $p \leftrightarrow q$ is a tautology

$\boxed{p \equiv q}$ is equivalent to

$$p \leftrightarrow q$$

T

T

T

} →

معناها p و q إما

(T) في نفس الوقت

أو (F) في نفس الوقت

∴ $p \equiv q$ تautology

* Two compound propositions p and q are equivalent if and only if the columns in a truth table giving their truth values

$$\boxed{\neg p \vee q}$$

T

F

T

T

$$\boxed{p \rightarrow q}$$

T

F

T

T

$$(\neg p \vee q) \equiv (p \rightarrow q)$$

De Morgan's laws:

$$\neg (p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$$

$$\neg (p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$$

key logical Equivalences:

- Identity Laws: $P \wedge T \equiv P$ $P \vee F \equiv P$

P	T	$P \wedge T$	$\left. \begin{matrix} F \\ F \\ F \end{matrix} \right\} P$	$P \vee F$	$\left. \begin{matrix} T \\ F \\ F \end{matrix} \right\} P$
T	T	T		T	
F	T	F		F	

#.

قوانين الهوية أو البنية

- Domination Laws: $P \vee T \equiv T$, $P \wedge F \equiv F$

T بشكل \vee مع T هيكلة قنير (\vee) مع T هيكلة
 F رابط (\wedge) مع F هيكلة

- Idempotent Laws: $P \vee P \equiv P$, $P \wedge P \equiv P$

قوانين التكرار

- Double Negation Law: $\neg(\neg P) \equiv P$

- Negation Laws: $P \vee \neg P \equiv T$, $P \wedge \neg P \equiv F$

lecture "6"

دلیل

- Commutative laws: $p \vee q \equiv q \vee p$ $p \wedge q \equiv q \wedge p$
- Associative laws: $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$
 $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$
- Distributive laws: $(p \vee (q \wedge r)) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
 $(p \wedge (q \vee r)) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

- Absorption laws: $p \vee (p \wedge q) \equiv p$
 $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

$$p \vee p \wedge p \vee q$$

lecture "4"

n is even if $n = 2k$

n is odd if $n = 2k + 1$

p	q	$p \wedge q$	$p \vee (p \wedge q)$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	F	F
F	F	F	F

$\equiv p$

A absorption laws

$$\neg (p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$$