

Cours Electronique Analogique

Notion de Quadripôles – Partie 1

Troisième Cycle Universitaire

Plan

1. Les Quadripôles
 - 1.1 Définition
 - 1.2 Représentation
 - 1.3 Origine
 - 1.4 Exemples de Quadripôles
 - 1.5 Intérêt de la représentation du quadripôle
 - 1.6 Rappel sur les Matrices 2×2
2. Caractéristiques internes d'un quadripôle
 - 2.1 Description matricielle d'un quadripôle
 - 2.1.1 Matrice Impédance
 - 2.1.2 Matrice Admittance
 - 2.1.2 Matrice Hybride
 - 2.1.2 Matrice de Transfert

1. Les Quadripôles

1.1 Définition:

Un quadripôle est un composant ou circuit (ensemble de composants) quelconque, comportant deux bornes d'entrée et deux bornes de sortie, entre lesquelles il y a transfert d'énergie.

1.2 Representation:

Quatre grandeurs électriques caractérisent le transfert de l'énergie dans le quadripôle, ($V_1(t)$, $i_1(t)$) à l'entrée vers ($V_2(t)$, $i_2(t)$) à la sortie figure 1.

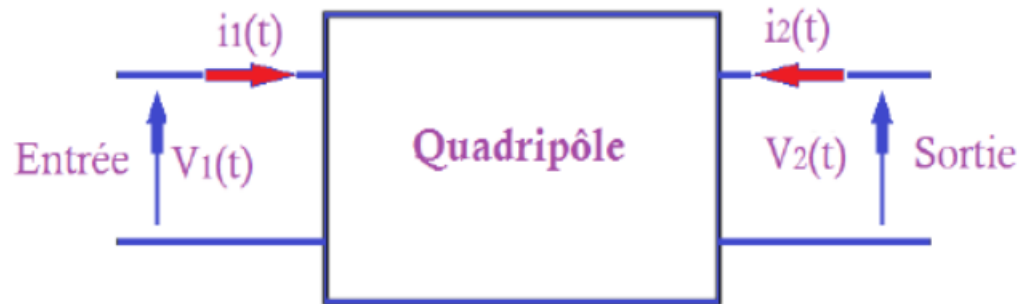


Fig.1 Schéma d'un quadripôle

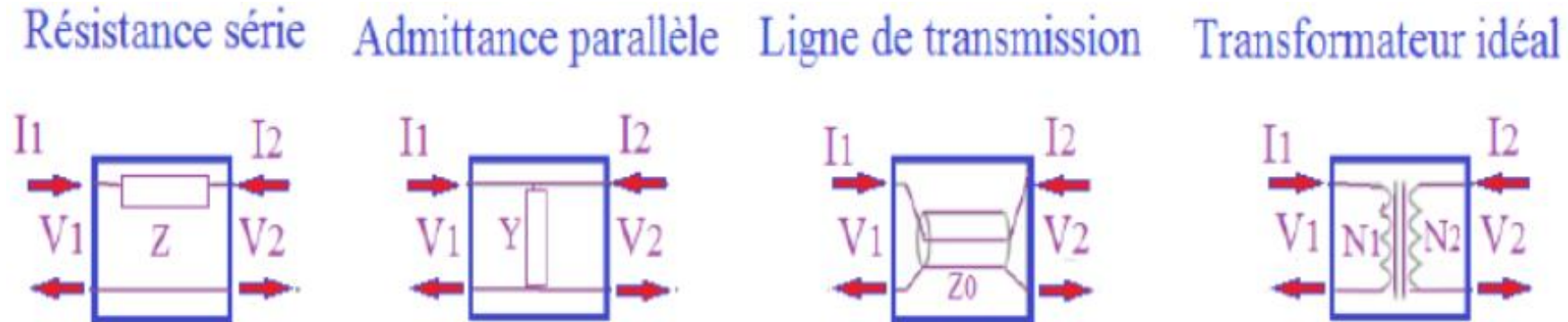
Par convention, on donne le sens positif aux courants qui pénètrent dans le quadripôle

1. Les Quadripôles

1.3 Origine:

- On doit les premières études sur les quadripôles au mathématicien Allemand Franz BREISIG (1868 – 1934) dans les années 1920.

1.4 Exemple de Quadripôles



❑ On peut distinguer deux types de quadripôles:

Quadripôle passif: le réseau ne comporte aucune source d'énergie.

Quadripôle actif: le réseau comporte des sources de tension ou/et courant.

1. Les Quadripôles

1.4 Intérêt de la représentation du quadripôle

La représentation quadripôle a pour principal intérêt de considérablement simplifier l'étude des circuits électroniques, Figure 3. Cette étude est facilitée par l'usage du calcul matriciel

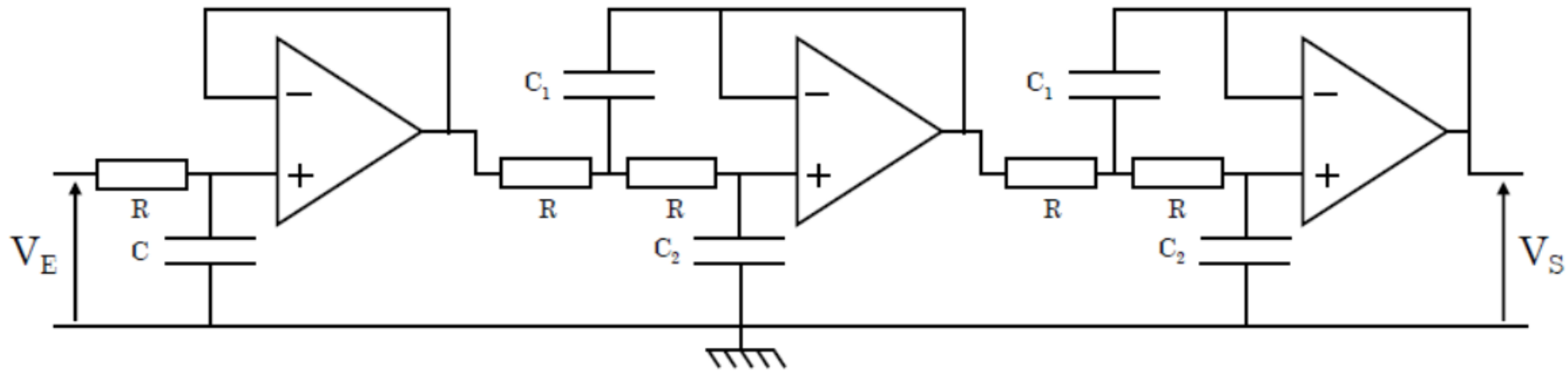


Figure 3: Exemple d'un filtre sélectif passe bas du 5ème ordre

1. Les Quadripôles

1.5 Rappel sur les Matrices 2×2

❑ Multiplication

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \quad \longleftrightarrow \quad \begin{cases} Y_1 = a.X_1 + b.X_2 \\ Y_2 = c.X_1 + d.X_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a.e + b.g & a.f + b.h \\ c.e + d.g & c.f + d.h \end{bmatrix}$$



Ce produit n'est pas commutatif.

❑ Inversion

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{a.d - b.c} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad a.d - b.c \neq 0$$

2. Caractéristiques Internes d'un Quadripôle

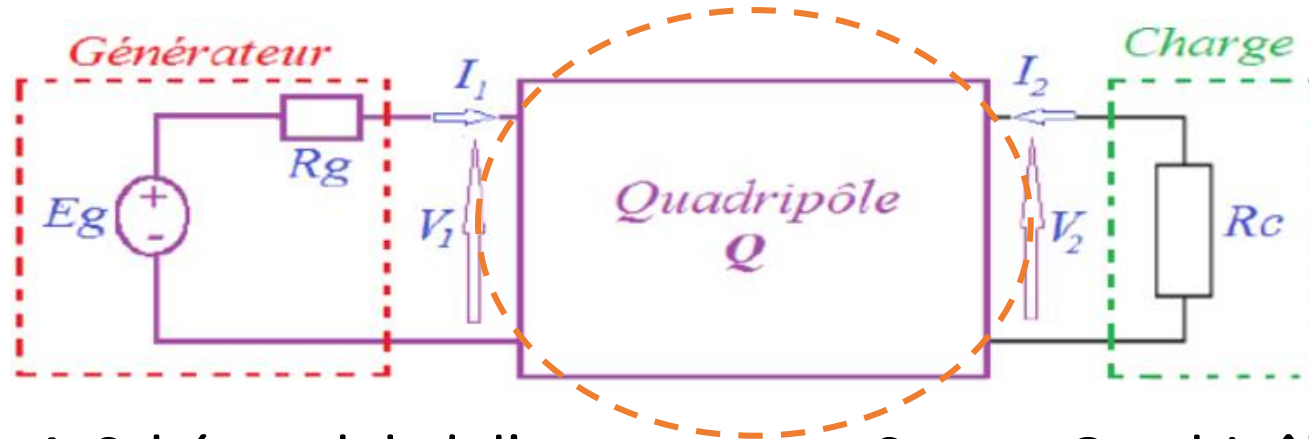


Figure 4: Schéma global d'une structure Source-Quadripôle-Charge

2.1 Description Matricielle d'un Quadripôle

Il existent 4 représentations matricielles différentes:

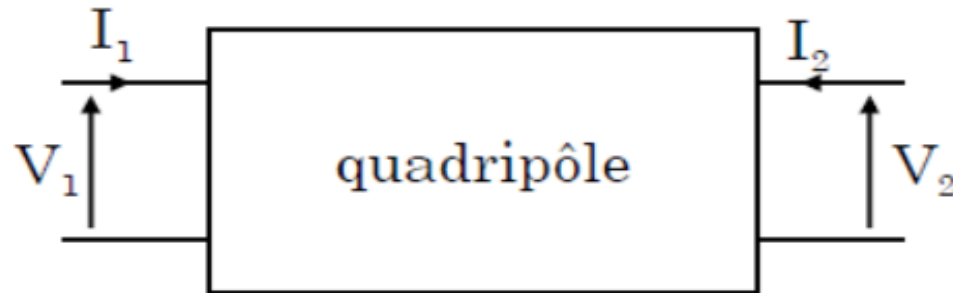
- Matrices Impédances
- Matrices Admittances
- Matrices Hybrides
- Matrices de Transfert

2. Caractéristiques Internes d'un Quadripôle

2.1 Description Matricielle d'un Quadripôle

2.1.1 Matrice Impédance

Définition: On exprime les tensions en fonction des courants. Les éléments de la matrice ont la dimension d'impédances (résistances).



□ Représentation Matricielle et détermination des paramètres Z

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad \longleftrightarrow \quad \begin{cases} V_1 = Z_{11}.I_1 + Z_{12}.I_2 \\ V_2 = Z_{21}.I_1 + Z_{22}.I_2 \end{cases} \quad \longleftrightarrow \quad \begin{aligned} Z_{11} &= \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} & Z_{22} &= \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0} \\ Z_{12} &= \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0} & Z_{21} &= \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0} \end{aligned}$$

- L'unité des impédances Z_{ij} sont les ohms (Ω) . L'indice i est relatif à la tension et indice j est relatif au courant.

2. Caractéristiques Internes d'un Quadripôle

2.1 Description Matricielle d'un Quadripôle

2.1.1 Matrice Impédance

Définitions:

1. Impédance d'entrée Z_{11}

$$Z_{11} = \left. \frac{v_1}{i_1} \right|_{i_2=0}$$

Définition :

Z_{11} est l'impédance vue de l'entrée du quadripôle en laissant la sortie en circuit ouvert (c'est-à-dire $i_2 = 0$).

2. Impédance de sortie Z_{22}

$$Z_{22} = \left. \frac{v_2}{i_2} \right|_{i_1=0}$$

Définition :

Z_{22} est l'impédance vue de la sortie du quadripôle en laissant l'entrée en circuit ouvert (c'est-à-dire $i_1 = 0$).

2. Caractéristiques Internes d'un Quadripôle

2.1 Description Matricielle d'un Quadripôle

2.1.1 Matrice Impédance

Définitions:

4. Impédance de transfert directe Z_{21}

$$Z_{21} = \left. \frac{v_2}{i_1} \right|_{i_2=0}$$

Définition :

Z_{21} est l'impédance de transfert directe (ou transimpédance directe), obtenue avec la sortie du quadripôle en circuit ouvert ($i_2 = 0$).

3. Impédance de transfert inverse Z_{12}

$$Z_{12} = \left. \frac{v_1}{i_2} \right|_{i_1=0}$$

Définition :

Z_{12} est l'impédance de transfert inverse (ou transimpédance inverse), obtenue avec l'entrée du quadripôle en circuit ouvert ($i_1 = 0$).

2. Caractéristiques Internes d'un Quadripôle

2.1 Description Matricielle d'un Quadripôle

2.1.1 Matrice Impédance

Définitions:

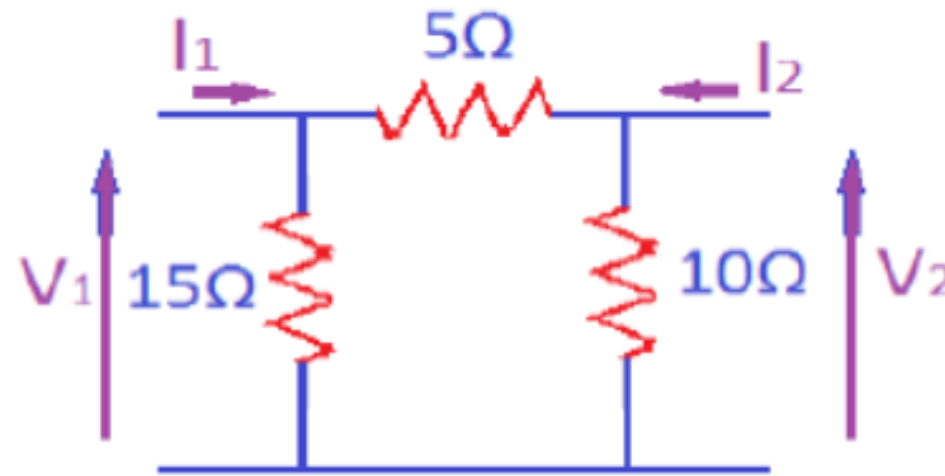
- Un quadripôle est dit **linéaire** s'il existe une relation linéaire entre V_1 , V_2 , I_1 et I_2 .
- Un quadripôle est dit **symétrique** s'il présente le même aspect vu de l'entrée et vu de la sortie. ($Z_{11}=Z_{22}$)
- Un quadripôle est dit **réciproque** si une source de tension placée en entrée conduit à un courant I_2 égal au courant I_1 obtenu lorsque la source de tension est placée en sortie. ($Z_{12}=Z_{21}$)
- Un quadripôle est **unilatéral** si la tension ou courant d'entrée ne dépend pas des paramètres de sortie. ($Z_{12}=0$)

2. Caractéristiques Internes d'un Quadripôle

2.1 Description Matricielle d'un Quadripôle

2.1.1 Matrice Impédance

Application:



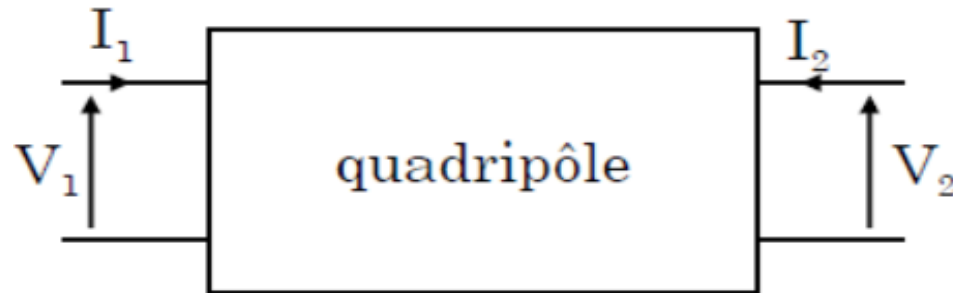
- Rappeler les équations des paramètres Impédances Z_{ij} d'un quadripôle
- Calculer, en utilisant leurs définitions, les paramètres Z_{ij} du quadripôle ci-dessus.

2. Caractéristiques Internes d'un Quadripôle

2.1 Description Matricielle d'un Quadripôle

2.1.1 Matrice Admittance

Définition: On exprime les courants en fonction des tensions. Les éléments de la matrice ont la dimension d'admittances.



□ Représentation Matricielle et détermination des paramètres Y

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad \longleftrightarrow \quad \begin{cases} I_1 = Y_{11} \cdot V_1 + Y_{12} \cdot V_2 \\ I_2 = Y_{21} \cdot V_1 + Y_{22} \cdot V_2 \end{cases}$$

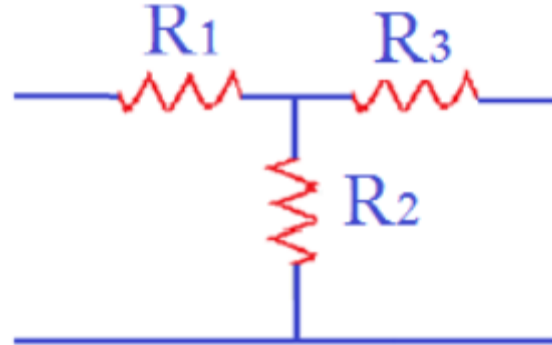
- L'unité des impédances Y_{ij} sont les ohms (Ω^{-1}). L'indice i est relatif à la tension et indice j est relatif au courant.

2. Caractéristiques Internes d'un Quadripôle

2.1 Description Matricielle d'un Quadripôle

2.1.1 Matrice Admittance

Application:



- Rappeler les équations des paramètres Admittances Y_{ij} d'un quadripôle
- Déterminer, en utilisant leurs définitions, les paramètres Y_{ij} du quadripôle ci-dessus.

$$Y_{11} = \frac{R_2 + R_3}{R_1.R_2 + R_1.R_3 + R_2.R_3}$$

$$Y_{21} = \frac{-R_2}{R_1.R_2 + R_1.R_3 + R_2.R_3}$$

$$Y_{12} = \frac{-R_2}{R_1.R_2 + R_1.R_3 + R_2.R_3}$$

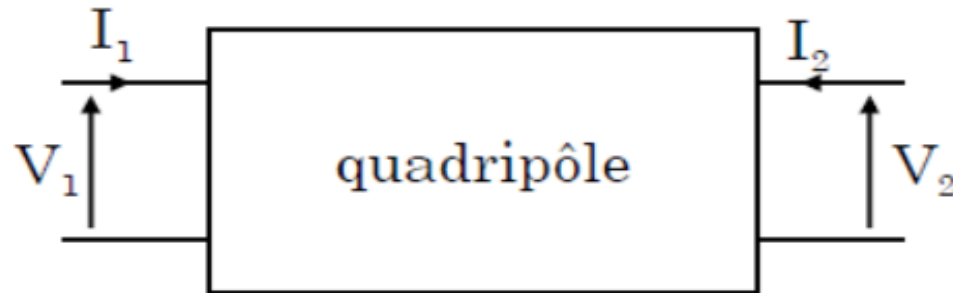
$$Y_{22} = \frac{R_1 + R_2}{R_1.R_2 + R_1.R_3 + R_2.R_3}$$

2. Caractéristiques Internes d'un Quadripôle

2.1 Description Matricielle d'un Quadripôle

2.1.1 Matrice Hybride

Définition: On exprime le courant de sortie et la tension d'entrée en fonction du courant d'entrée et de la tension de sortie. C'est une représentation utilisée pour l'étude des transistors.



□ Représentation Matricielle et détermination des paramètres H

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad \longleftrightarrow \quad \begin{cases} V_1 = h_{11}.I_1 + h_{12}.V_2 \\ I_2 = h_{21}.I_1 + h_{22}.V_2 \end{cases}$$

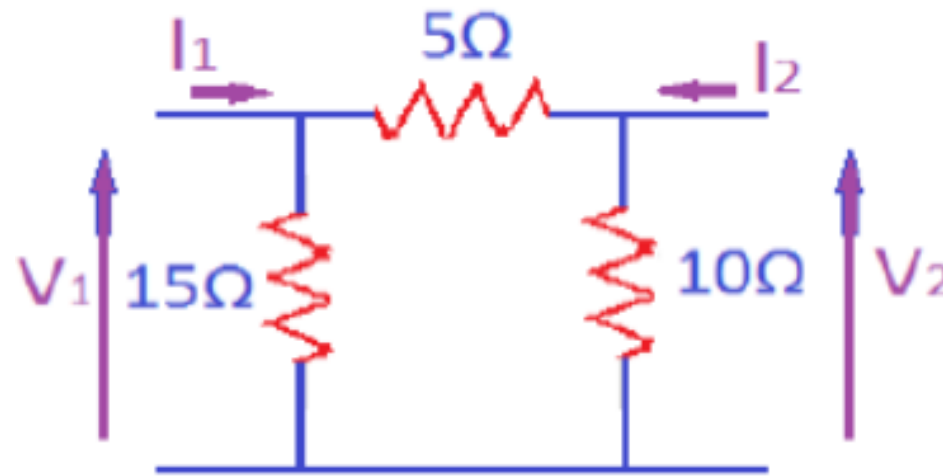
- h_{11} est une impédance, h_{22} est une admittance, h_{12} et h_{21} sont des constantes.

2. Caractéristiques Internes d'un Quadripôle

2.1 Description Matricielle d'un Quadripôle

2.1.1 Matrice Hybride

Application:



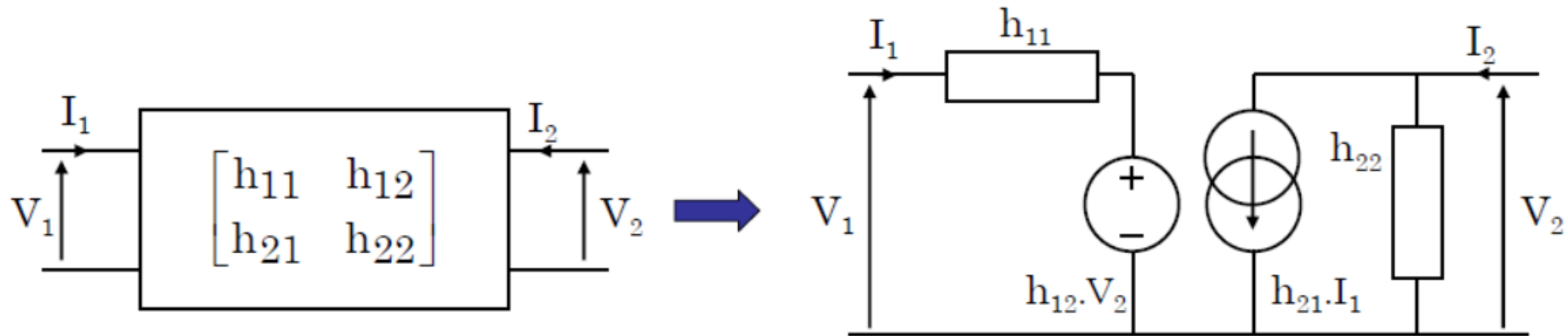
- Rappeler les équations des paramètres IHybrides \mathbf{h}_{ij} d'un quadripôle
- Calculer, en utilisant leurs définitions, les paramètres \mathbf{h}_{ij} du quadripôle ci-dessus.

2. Caractéristiques Internes d'un Quadripôle

2.1 Description Matricielle d'un Quadripôle

2.1.1 Matrice Hybride

Schéma équivalent:



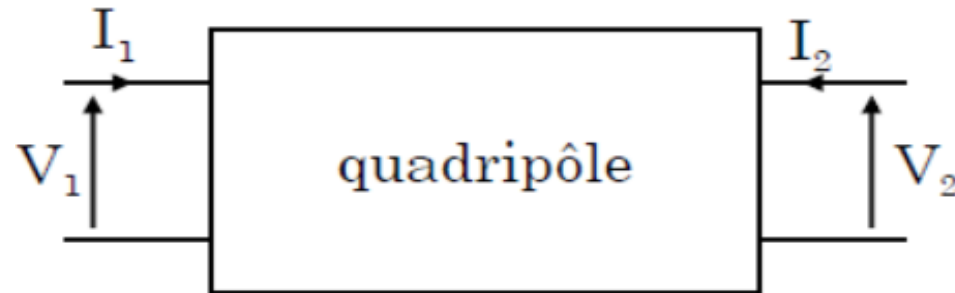
- Le circuit équivalent est composé d'une impédance (h_{11}), d'une admittance (h_{22}), d'une source de tension ($h_{12} \cdot V_2$) et d'une source de courant ($h_{21} \cdot I_1$).

2. Caractéristiques Internes d'un Quadripôle

2.1 Description Matricielle d'un Quadripôle

2.1.1 Matrice de Transfert

Définition: On exprime les grandeurs de sortie en fonction des grandeurs d'entrée



□ Représentation Matricielle et détermination des paramètres T

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix} \quad \longleftrightarrow \quad \begin{cases} V_2 = T_{11} \cdot V_1 - T_{12} \cdot I_1 \\ I_2 = T_{21} \cdot V_1 - T_{22} \cdot I_1 \end{cases}$$

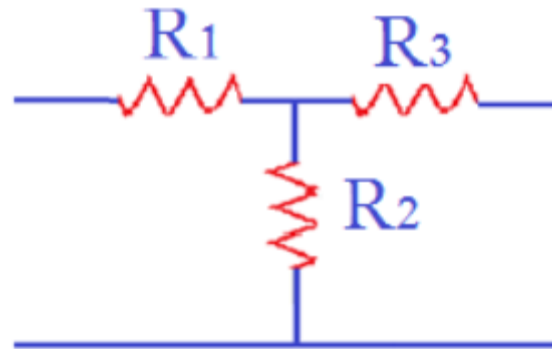
- T_{12} est une impédance, T_{21} est une admittance, T_{11} et T_{22} sont des constantes.

2. Caractéristiques Internes d'un Quadripôle

2.1 Description Matricielle d'un Quadripôle

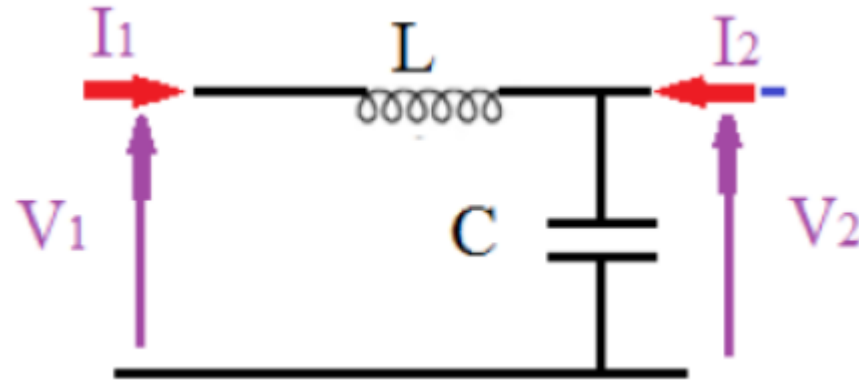
2.1.1 Matrice de Transfert

Application:



- Rappeler les équations des paramètres de Transfert T_{ij} d'un quadripôle
- Déterminer, en utilisant leurs définitions, les paramètres T_{ij} du quadripôle ci-dessus.

Exercice Matrice Z: (dans cet exercice on a bobine, et condensateur)



- a. Déterminer les paramètres Z_{ij} du quadripôle ci-dessus.

➤ Solution

$$[Z] = \begin{bmatrix} j \left[L\omega & -\frac{1}{C\omega} \right] & \frac{-j}{C\omega} \\ \frac{-j}{C\omega} & \frac{-j}{C\omega} \end{bmatrix}$$