

## Exercices

### Question 1

$$3x_1 + 2x_2 \leq 5x_3 \wedge 2x_1 - 2x_2 = 0$$

$$3x_1 + 2x_2 - 5x_3 \leq 0 \wedge 2x_1 - 2x_2 = 0$$

Forme générale :

$$3x_1 + 2x_2 - 5x_3 - s_1 = 0 \wedge$$

$$2x_1 - 2x_2 - s_2 = 0 \wedge$$

$$s_1 \leq 0 \wedge$$

$$0 \leq s_2 \wedge$$

$$s_2 \leq 0$$

Application du simplexe :

$$N=\{x_1, x_2, x_3\}$$

$$B=\{s_1, s_2\}$$

$$\alpha(x_1)=0, \alpha(x_2)=0, \alpha(x_3)=0, \alpha(s_1)=0, \alpha(s_2)=0$$

Tableau

	$x_1$	$x_2$	$x_3$
$s_1$	3	2	-5
$s_2$	2	-2	0

$$s_1 \leq 0 \wedge$$

$$0 \leq s_2 \wedge$$

$$s_2 \leq 0$$

Les variables basiques (de B) sont-elles dans leurs bornes ?

Oui, donc on ne fait rien.

La solution est :  $\alpha(x_1)=0, \alpha(x_2)=0, \alpha(x_3)=0$

### Question 2

$$3x + y \leq 3 \wedge x + y \geq 1 \wedge x - y \geq -2$$

Forme générale :

$$3x + y - s_1 = 0 \wedge$$

$$x + y - s_2 = 0 \wedge$$

$$x - y - s_3 = 0 \wedge$$

$$s_1 \leq 3 \wedge$$

$$s_2 \geq 1 \wedge$$

$$s_3 \geq -2$$

Application du simplexe :

$$N = \{x, y\}$$

$$B = \{s_1, s_2, s_3\}$$

$$\alpha(x)=0, \alpha(y)=0, \alpha(s_1)=0, \alpha(s_2)=0, \alpha(s_3)=0$$

Tableau :

•

	x	y
s1	3	1
s2	1	1
s3	1	-1

$$s_1 \leq 3 \wedge$$

$$s_2 \geq 1 \wedge$$

$$s_3 \geq -2$$

Les bornes des si ?

s2 n'est pas dans sa borne.

s2 doit être augmenté de 1 pour être dans sa borne (inférieure).

Pivot avec x : on doit augmenter x de 1 ( $\theta = 1$ ).

$$s_2 = x + y \Rightarrow x = s_2 - y$$

$$s_1 = 3(s_2 - y) + y = 3s_2 - 2y$$

$$s_3 = s_2 - 2y$$

Tableau :

	s2	y
s1	3	-2
x	1	-1
s3	1	-2

$$\alpha(s_2)=1, \alpha(x)=1, \alpha(y)=0, \alpha(s_1)=3, \alpha(s_3)=1$$

Les bornes des si ?

Solution :  $\alpha(x)=1, \alpha(y)=0$

### Question 3

$$3x + y \leq 3 \wedge x + 2y \geq 2 \wedge x - y \geq -2$$

Forme générale :

$$3x + y - s_1 = 0 \wedge$$

$$x + 2y - s_2 = 0 \wedge$$

$$x - y - s_3 = 0 \wedge$$

$$s_1 \leq 3 \wedge$$

$$s_2 \geq 2 \wedge$$

$$s_3 \geq -2$$

Application du simplexe :

$$N = \{x, y\}$$

$$B = \{s_1, s_2, s_3\}$$

$$\alpha(x)=0, \alpha(y)=0, \alpha(s_1)=0, \alpha(s_2)=0, \alpha(s_3)=0$$

Tableau :

•

	x	y
s1	3	1
s2	1	2
s3	1	-1

$$s_1 \leq 3 \wedge$$

$$s_2 \geq 2 \wedge$$

$$s_3 \geq -2$$

Bornes des si ?

s2 n'est pas dans sa borne.

Il doit être augmenté de 2.

Pivot avec x : x doit être augmenté de 2.

$$s_2 = x + 2y \Leftrightarrow x = s_2 - 2y$$

$$s_1 = 3x + y \Leftrightarrow s_1 = 3s_2 - 5y$$

$$s_3 = x - y \Leftrightarrow s_3 = s_2 - 3y$$

Tableau :

• s2 y

s1	3	-5
x	1	-2
s3	1	-3

$$\alpha(x)=2, \alpha(s_2)=2, \alpha(y)=0, \alpha(s_1)=6, \alpha(s_3)=2$$

Bornes des si ?

s1 n'est pas dans sa borne.

Il doit être abaissé de 3.

Pivot avec y : on doit augmenter y de ?

$$\theta = (3-6)/(-5)=3/5$$

$$s1 = 3s2-5y \Leftrightarrow y = 3/5s2 - 1/5s1$$

$$x=s2-2y \Leftrightarrow x = s2-(6/5)s2 + (2/5)s1 = -1/5 s2 + 2/5s1$$

$$s3=s2-3y \Leftrightarrow s3 = s2 - 9/5s2 + 3/5s1 = -4/5s2 + 3/5s1$$

Tableau :

	s2	s1
y	3/5	-1/5
x	-1/5	2/5
s3	-4/5	3/5

$$\alpha(s1)=3, \alpha(y)=3/5, \alpha(s2)=2, \alpha(x)=2-6/5 = 4/5, \alpha(s3) = 2 - 9/5 = 1/5$$

Bornes des si ?

Tout le monde est dans ses bornes.

$$s1 \leq 3 \wedge$$

$$s2 \geq 2 \wedge$$

$$s3 \geq -2$$

Solution :  $\alpha(x) = 4/5, \alpha(y)=3/5$ .

•