PROBLEMAS

1.1 Clasifique las señales siguientes conforme a sí son: (1) uni- o multidimensionales; (2) mono o multicanal; (3) en tiempo continuo o discreto y (4) analógicas o digitales (en amplitud). Dé una explicación breve.

a) Precios de cierre de las acciones de la Bolsa de Valores de México.
b) Un video a color.
c) La posición del volante de un automóvil en movimiento con relación a unos ejes de referencia situados en el automóvil.
d) La posición del volante de un automóvil en movimiento con relación a unos ejes de referencia situados en el suelo.
e) Las medidas de altura y peso de un niño tomadas mensualmente.

1.2 Determine cuáles de las sinusoides siguientes son periódicas y calcule su periodo fundamental.

a) $\cos 0.05\pi n$
b) $cos\left(\pi \frac{40n}{120}\right)$
c) $\cos 5\pi n$
d) $\mathrm{sen}\, 7n$
e) $sen\left(\pi \frac{54n}{10}\right)$

1.3 Determine si cada una de las señales siguientes es periódica. En caso afirmativo, especifique su periodo fundamental.

a) $x_a(t) = 5\cos(5t + \frac{\pi}{8})$
b) $x(n) = 4\cos(6n + \frac{\pi}{8})$
c) $x(n) = 8\exp[j\left(\frac{n}{3} - \pi\right)]$
d) $x(n) = \cos\left(\frac{n}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi n}{8}\right)$
e) $x(n) = \cos\left(\frac{\pi n}{4}\right) - sen\left(\frac{\pi n}{2}\right) + 3\cos\left(\frac{\pi n}{8} + \frac{\pi}{3}\right)$

1.4 a) Demuestre que el periodo fundamental N_p de las señales

$$s_k(n) = e^{j2\pi kn/N}, k = 0,1,2, \ldots$$

Está dado por N_p=N/MCD (k, N), donde MCD es el máximo común divisor de k y N.

b) ¿Cuál es el periodo fundamental de este conjunto para N=9?

c) ¿Cuál es para N=18?

1.5 Considere la siguiente señal sinusoidal analógica

$$x_a(t) = 3sen(100\pi t)$$

a) Dibuje la señal $x_a(t)$ para $0 \leq t \leq 40$ ms.
b) La señal $x_a(t)$ se muestrea con una tasa de Fs=400 muestras/s. Determine la frecuencia de la señal en tiempo discreto $x(n) = x_a(nt), T = 1/Fs$, y demuestre que es periódica.
c) Calcule los valores de las muestras de un periodo de $x(n)$. Dibuje $x(n)$ en el mismo diagrama que $x_a(t)$. ¿Cuál es el periodo en milisegundos de la señal en tiempo discreto?
d) ¿Podría encontrar una tasa de muestreo F_s tal que la señal alcance su valor de pico $x(n)$ de 5? ¿Cuál es el valor mínimo de F_s adecuado para esta tarea?

1.6 Una sinusoide en tiempo continuo $x_a(t)$ con periodo fundamental T_p=1/F_0 se muestrea a una tasa $F_s = 1/T$ para dar lugar a una sinusoide en tiempo discreto $x(n) = x_a(nT)$.

a) Demuestre que $x(n)$ es periódica si $\frac{T}{T_p} = k/N$ (es decir, $\frac{T}{T_p}$ es un número racional).
b) Si $x(n)$ es periódica, ¿cuál es su periodo fundamental T_p en segundos?
c) Explique la afirmación: $x(n)$ es periódica si su periodo fundamental T_p, en segundos, es igual a un número entero de periodos de $x_a(t)$.

1.7 Una señal analógica contiene frecuencias hasta los 20 KHz.

a) ¿Qué intervalo de frecuencias de muestreo permite su reconstrucción exacta a partir de sus muestras?
b) Suponga que muestreamos esta señal con una frecuencia de muestreo $F_s = 6\ kHz$. Examine lo que ocurre con la frecuencia $F_1 = 4\ kHz$.
c) Repita el apartado b) para una frecuencia $F_2 = 7\ kHz$.

1.8 Una electrocardiograma (ECG) analógico contiene frecuencias útiles hasta los 120Hz.
a) ¿Cuál es la velocidad de Nyquist para esta señal?
b) Supongamos que muestreamos esta señal a una velocidad de 180 muestras/s. ¿Cuál es la frecuencia más alta que podremos representar de forma unívoca a esta velocidad de muestreo?

1.9 Una señal analógica $x_a(t) = sen\ (240\pi t) + 5sen(320\pi t)$ se muestrea 400 veces por segundo.
a) Determine la taza de Nyquist para $x_a(t)$.
b) Determine la máxima frecuencia a la que se puede muestrear para que no exista ambigüedad al reconstruir la señal original.
c) ¿Cuáles son las frecuencias, en radianes, de la señal resultante $x(n)$?
d) Si $x(n)$ se pasa a través de un conversor D/A ideal, ¿Cuál es la señal reconstruida $y_a(t)$ que se obtiene?

1.10 Por un enlace de comunicaciones digitales se transmiten palabras codificadas en binario que representan muestras de la señal de entrada

$$x_a(t) = 2\cos 400\pi t + 2\cos 800\pi t$$

El enlace trabaja a 15,000 bits/s y cada muestra de entrada es cuantificada con 1024 niveles de tensión diferentes.
a) ¿Cuál es la frecuencia de muestreo y la máxima que no produce ambigüedad al recuperar la señal original?
b) ¿Cuál es la tasa de Nyquist para la señal $x_a(t)$?
c) ¿Cuáles son las frecuencias de la señal resultante en tiempo discreto $x(n)$?
d) ¿Cuál es la resoluciónΔ?

1.11 Considere el procesado de señal que se muestra en la Fig. 1. Los periodos de muestreo de los conversores A/D y D/A son T=10 ms y T´=2 ms, respectivamente. Determine la salida del sistema $y_a(t)$ si la entrada es

$$x_a(t) = 7\cos 100\pi t + \cos 500\pi t$$

(t en segundos)

El pos filtrado elimina cualquier componente de frecuencia por encima de $F_s/2$

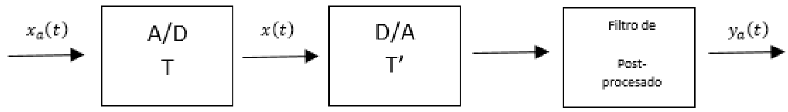

Figura 1

1.12 a) Obtenga la expresión de la señal en tiempo discreto $x(n)$ dada en el ejemplo 1.4.2, utilizando las propiedades de periodicidad de las funciones sinusoidales.

b) ¿Cuál es la señal analógica que se obtiene de $x(n)$ si para el proceso de reconstrucción se supone que $F_s = 8\ kHz$.

1.13 La señal en tiempo discreto $x(n) = 3.42\cos\left(\frac{\pi}{10}\right)n$ es cuantificada con una resolución

a) $\Delta = 0.2$ o b)$\Delta = 0.01$. ¿Cuántos bits necesita el conversor A/D en cada caso?

1.14 Determine la velocidad de bit y la resolución del muestreo de una señal sísmica cuyo rango dinámico es un voltio si la velocidad de muestreo es $F_s = 10$ muestras/s y se usa un conversor A/D de 6 bits. ¿Cuál es la máxima frecuencia que aparece en la señal sísmica digital resultante?

1.15 **Muestreo de sinusoidales: aliasing*. Considere la siguiente señal en tiempo continuo:

$$x_a(t) = sen6\pi F_0 t, \qquad -\infty < t < \infty$$

Dado que $x_a(t)$ se ha descrito de forma matemática, su versión muestreada puede describirse con valores tomados cada T segundos. La señal muestreada queda definida mediante la fórmula

$$x(n) = x_a(nT) = sen6\pi\frac{F_0}{F_s}n, \qquad -\infty < n < \infty$$

Donde $F_s = 1/T$ es la frecuencia de muestreo.

a) Dibuje la señal $x(n)$, $0 \le n \le 99$ para $F_s = 7\ kHz$ y $F_0 = 0.7, 1.8\ y\ 6.3\ kHz$. Explique las similitudes y diferencias entre los distintos dibujos.

b) Suponga que $F_0 = 4\ kHz$ y $F_s = 70\ kHz$.
   1. Dibuje la señal $x(n)$. ¿Cuál es la frecuencia f_0 de la señal $x(n)$?
   2. Dibuje la señal $y(n)$ obtenida tomando las muestras pares de $x(n)$. ¿Es sinusoidal esta señal? ¿Por qué? Si es así, ¿Cuál es la frecuencia?

1.16 **Error de cuantificación en la conversión A/D de una señal sinusoidal*. Sea $x_q(n)$ la señal obtenida al cuantificar $x(n) = sen6\pi f_0 n$. La potencia del error de cuantificación P_q se define como

$$P_q = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} e^2(n) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}[x_q(n) - x_n(n)]^2$$

La “calidad” de la señal cuantificada se mide mediante la relación señal-ruido de cuantificación (SQNR)

$$SQNR = 10log_{10}\frac{P_x}{P_q}$$

Donde P_x es la potencia de la señal sin cuantificar $x(n)$.

a) Para $f_0 = \frac{1}{50}$ y $N = 400$, escriba un programa para cuantificar la señal $x(n)$ usando truncamiento, con 64, 128 y 256 niveles de cuantificación. En cada caso dibuje las señales $x(n), x_q(n), y\ e(n)$ y calcule la SQNR correspondiente.
b) Repita el apartado a) usando redondeo en vez de truncamiento.
c) Comente los resultados obtenido en los apartados a) y b).
d) Compare los valores de SQNR medidos con los obtenidos teóricamente usando la fórmula (1.4.32) y comente las similitudes y diferencias.