Respuestas

1.1

a) Unidimensional, multicanal, discreta en el tiempo, digital.
b) Multidimensional, de un canal, continua en el tiempo, análogo.
c) Unidimensional, de un canal, continua en el tiempo, análogo.
d) Unidimensional, de un canal, continua en el tiempo, análogo.
e) Unidimensional, multicanal, discreta en el tiempo, digital.

1.2

a) $f = \frac{0.01\pi}{2\pi} = \frac{1}{200} \rightarrow \ periódica\ con\ N_p = 200$
b) $f = \frac{30\pi}{105}\left(\frac{1}{2\pi}\right) = \frac{1}{7} \rightarrow \ periódica\ con\ N_p = 7$
c) $f = \frac{3\pi}{2\pi} = \frac{3}{2} \rightarrow \ periódica\ con\ N_p = 2$
d) $f = \frac{3}{2\pi} \rightarrow \ no\ periódica$
e) $f = \frac{62\pi}{10}\left(\frac{1}{2\pi}\right) = \frac{31}{10} \rightarrow \ periódica\ con\ N_p = 10$

1.3

a) periódica con periodo $T_p = \frac{2\pi}{5}$
b) $f = \frac{5}{2\pi} \rightarrow no\ periódica$
c) $f = \frac{1}{12\pi} \rightarrow no\ periódica$
d) $\cos\left(\frac{n}{8}\right) es\ no\ periódica, \cos\left(\frac{\pi n}{8}\right)\ es\ periódica; su\ producto\ es\ no\ periódico$
e) $\cos\left(\frac{\pi n}{2}\right)\ es\ periódica\ con\ periódo\ N_p = 4\ ; sen\left(\frac{\pi n}{8}\right)\ es\ periódica\ con\ periódo\ N_p = 16\ \cos\left(\frac{\pi n}{4} + \frac{\pi}{3}\right)\ es\ periódica\ con\ periódo\ N_p = 8\ ; por\ lo\ tanto\ x(n)\ es\ periódica\ con$

$$periodo\ N_p = 16\ (16\ es\ el\ mínimo\ común\ multiplo\ de\ 4{,}8{,}16)$$

1.4

a) $\omega = \frac{2\pi k}{N}\ \ implica\ que\ \mathrm{f} = \frac{k}{N}\ entonces\ \ \ \alpha = MCD\ de\ (k, N), i.e.,$

$$k = k'\ \alpha, \qquad N = N'\alpha$$

$$\mathrm{f} = \frac{k'}{N'}\ lo\ que\ implica\ que$$

$$\mathrm{N}' = \frac{N}{\alpha}.$$

b)

$$N = 7$$

$$k = 0\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7$$

$$MCD(k, N) = 7\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 7$$

$$N_p = 1\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 1$$

a)

b) $N = 16$

$$k = 0\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9 \ldots 16$$

$$MCD(k, N) = 16\ 1\ 2\ 1\ 4\ 1\ 2\ 1\ 8\ 1\ 2\ 1\ 4 \ldots 16$$

$$N_p = 1\ 6\ 8\ 16\ 4\ 16\ 8\ 16\ 2\ 16\ 8\ 16\ 4 \ldots 1$$

1.5

a) Referirse a la figura1.5-1

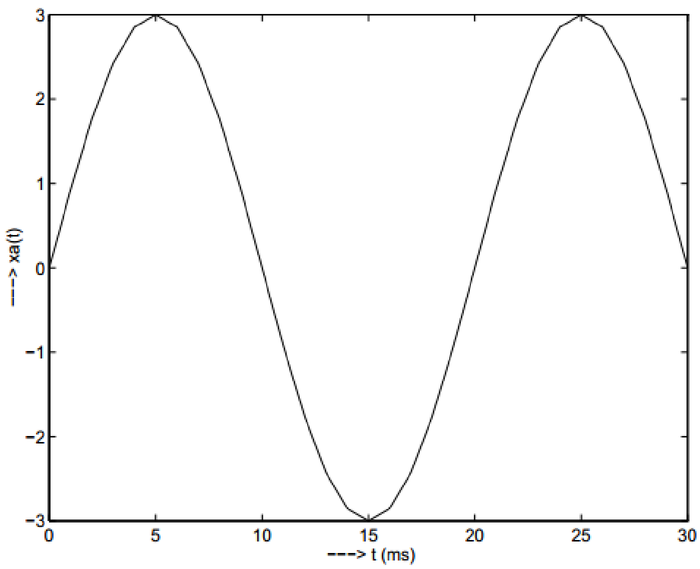

Figure 1.5-1:

b)

$$x(n) = x_a(nT)$$

$$= x_a(n/F_s)$$

$$= 3\sin(\pi n/3)$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= \frac{1}{6}, N_p = 6$$

c)

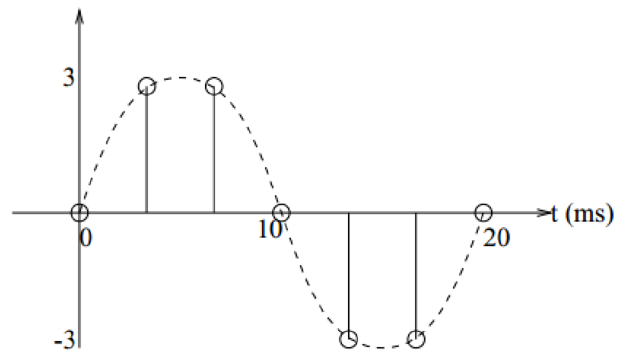

Figure 1.5-2:

$$x(n) = \left\{0, \frac{3}{\sqrt{2}}, \frac{3}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{3}{\sqrt{2}}, -\frac{3}{\sqrt{2}}\right\}, N_p = 6$$

d) Sí.

$$x(1) = 3 = 3sin\left(\frac{100\pi}{F_s}\right) \rightarrow F_s = 200\ muestras/segundo$$

1.6

a)

$$x(n) = Acos(2\pi F_0 n/F_s + \theta)$$
$$= Acos(2\pi(T/T_p)n + \theta)$$

Pero $\frac{T}{T_p} = f \rightarrow x(n)\ es\ periódica\ si\ f\ es\ racional$

b)

$$Sí\ x(n)\ es\ periódica, entonces\ f = \frac{k}{N}\ donde\ N\ es\ periódica\ entonces$$

$$T_d = \left(\frac{k}{f}T\right) = k\left(\frac{T_p}{T}\right)T = kT_p$$

Entonces, toma k periodos (kT_p) a la señal análoga hacer un periodo (T_d) de la señal discreta.

c)

$$T_d = kT_p \rightarrow NT = kT_p \rightarrow f = \frac{k}{N} = \frac{T}{T_p} \rightarrow f \; es \; racional \rightarrow x(n) \; es \; periódica.$$

1.7

a) $F_{max} = 10kHz \rightarrow F_s \geq 2F_{max} = 20kHz$

b) $Para \; F_s = 8kHz, \; F_{fold} = \frac{F_s}{2} = 4kHz \rightarrow 5kHz \; con \; aliasing \; de \; 3kHz$

c) $F = 9kHz \; con \; aliasing \; de \; 1kHz$

1.8

a) $F_{max} = 100kHz, F_s \geq 2F_{max} = 200Hz$

b) $F_{fold} = \frac{F_s}{2} = 125Hz$

1.9

a) $F_{max} = 360 \; Hz, F_N = 2F_{max} = 720Hz$

b) $F_{fold} = \frac{F_s}{2} = 300Hz.$

c)

$$\begin{aligned} x(n) &= x_a(nT) \\ &= x_a(n/F_s) \\ &= \sin\left(\frac{480\pi n}{600}\right) + 3\sin\left(\frac{720\pi n}{600}\right) \\ x(n) &= \sin\left(\frac{4\pi n}{5}\right) - 3\sin\left(\frac{4\pi n}{5}\right) \\ &= -2\sin\left(\frac{4\pi n}{5}\right) \end{aligned}$$

Por lo tanto $\omega = \frac{4\pi}{5}$

d)

$$y_a(t) = x(F_s t) = -2\sin(480\pi t)$$

1.10

a)

$$\text{Número de bits/muestra} = log_2 1024 = 10$$

$$F_s = \frac{[10{,}000\ bits/segundo]}{[10\ bits/muestra]}$$

$$= 1000\ muestras/segundo$$

$$F_{fold} = 500\ Hz$$

b)

$$F_{max} = \frac{1800\pi}{2\pi}$$

$$= 900Hz$$

$$F_N = 2F_{max} = 1800Hz$$

c)

$$f_1 = \frac{600\pi}{2\pi} = \left(\frac{1}{F_s}\right)$$

$$= 0.3$$

$$f_2 = \frac{1800\pi}{2\pi} = \left(\frac{1}{F_s}\right)$$

$$= 0.9;$$

$$Pero\ f_2 = 0.9 > 0.5 \rightarrow\ f_2 = 0.1$$

$$Por\ lo\ tanto, x(n) = 3\cos[(2\pi)(0.3)n] + 2\cos[(2\pi)(0.1)n]$$

d)

$$\Delta = \frac{x_{max} - x_{min}}{m - 1} = \frac{5 - (-5)}{1023} = \frac{10}{1023}$$

1.11

$$x(n) = x_a(nT)$$

$$= 3cos\left(\frac{100\pi n}{200}\right) + 2\sin\left(\frac{250\pi n}{200}\right)$$

$$= 3cos\left(\frac{\pi n}{2}\right) - 2\sin\left(\frac{3\pi n}{4}\right)$$

$$T' = \frac{1}{1000} \rightarrow\ y_a(t) = x\left(\frac{t}{T'}\right)$$

$$= 3cos\left(\frac{\pi 1000t}{2}\right) - 2\sin\left(\frac{3\pi 1000t}{4}\right)$$

$$y_a(t) = 3\cos(500\,\pi t) - 2\sin(750\pi t)$$

1.12

a) Para $F_s = 300Hz$

$$x(n) = 3cos\left(\frac{\pi n}{6}\right) + 10\sin(\pi n) - \cos\left(\frac{\pi n}{3}\right)$$

$$= 3cos\left(\frac{\pi n}{6}\right) - 3cos\left(\frac{\pi n}{3}\right)$$

b)

$$x_r(t) = 3\cos\left(10000\frac{\pi t}{6}\right) - \cos\left(\frac{10000\pi t}{3}\right)$$

1.13

a)

$$Rango = x_{max} - x_{min} = 12.7$$

$$m = 1 + \frac{rango}{\Delta}$$

$$= 127 + 1 = 128 \rightarrow\ log_2(128)$$

$$= 7bits$$

b)

$$m = 1 + \frac{127}{0.02} = 636 \rightarrow 10\ bit\ A/D$$

1.14

$$R = \left(20\frac{muestras}{segundo}\right) * \left(8\frac{bits}{muestra}\right)$$

$$= 160\frac{bits}{segundo}$$

$$F_{fold} = \frac{F_s}{2} = 10Hz$$

$$Resolución = \frac{1\ volt}{2^8 - 1}$$

$$= 0.004$$

1.15

a) Referirse a figura 1.15-1 con una frecuencia de muestreo de 5kHz, la máxima frecuencia que puede ser representada es 2.5kHz. Por lo tanto, una frecuencia de 4.5kHz presenta aliasing a 500Hz y la frecuencia de 3kHz presenta aliasing a 2kHz.

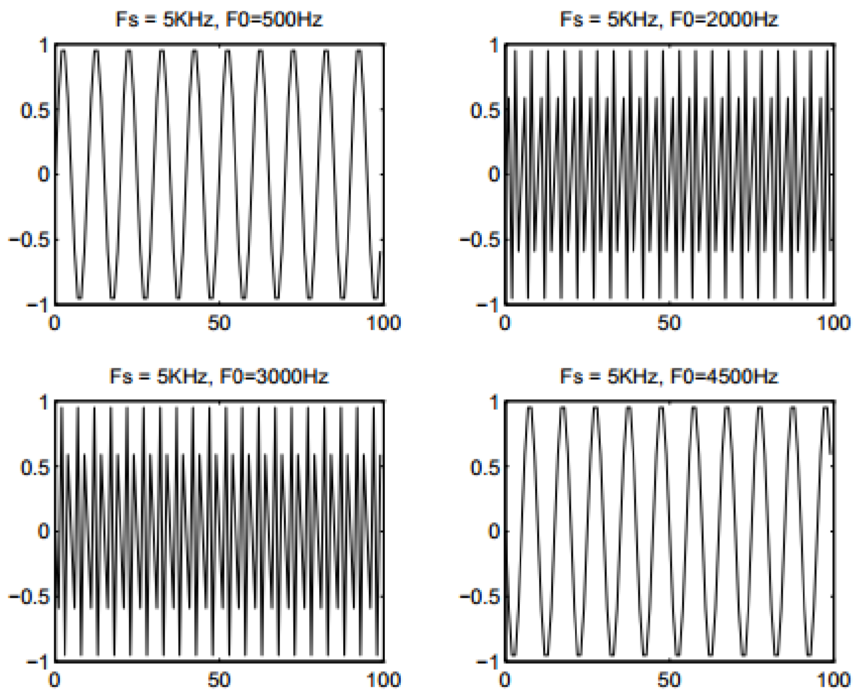

Figure 1.15-1:

b) Referirse a figura 1.15-2. Y (n) es una señal sinusoidal. Tomando las muestras pares, la frecuencia de muestreo es reducida a la mitad, i.e. 25kHz que es todavía mayor que la tasa de Nyquist. La frecuencia sub muestreada de la señal es 2kHz.

1.16

a)

Para niveles=64, usando truncamiento referirse a la figura 1.16-1

Para niveles=128, usando truncamiento referirse a la figura 1.16-2

Para niveles=256, usando truncamiento referirse a la figura 1.16-3

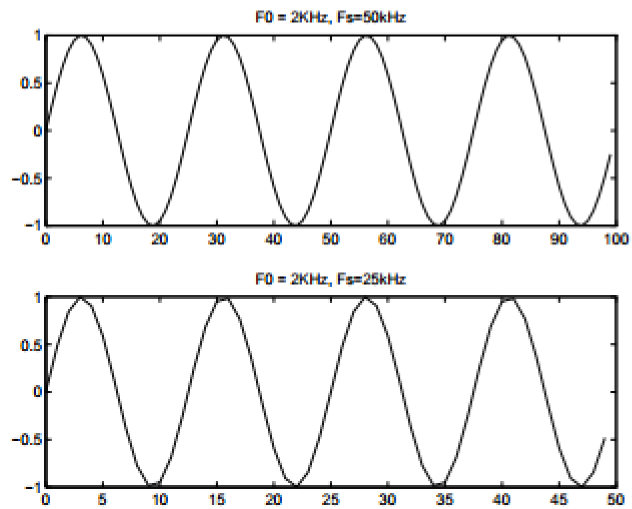

Figure 1.15-2:

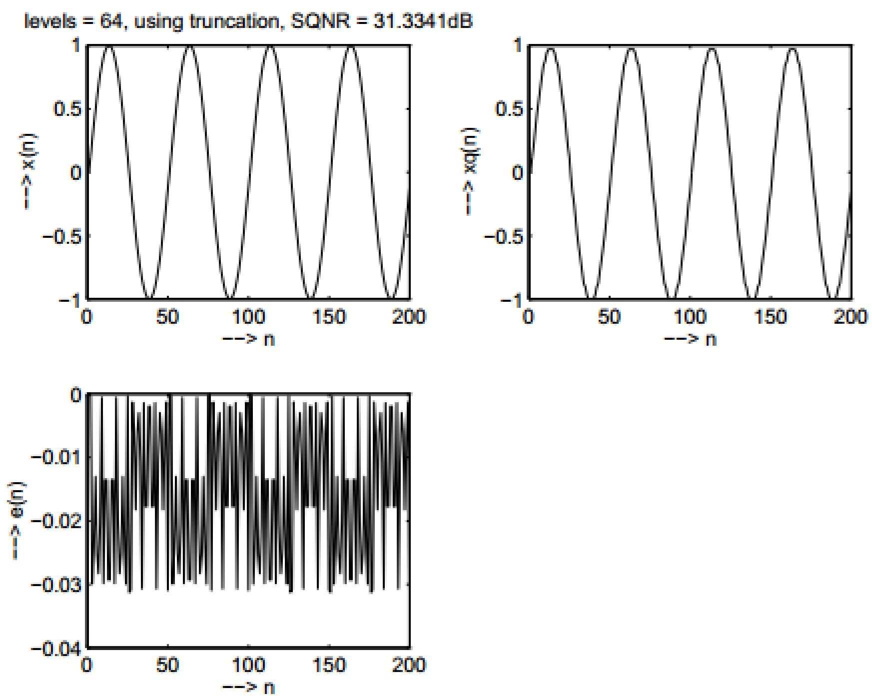

Figure 1.16-1:

b)

Para niveles=64, usando truncamiento referirse a la figura 1.16-4

Para niveles=128, usando truncamiento referirse a la figura 1.16-5

Para niveles=256, usando truncamiento referirse a la figura 1.16-6

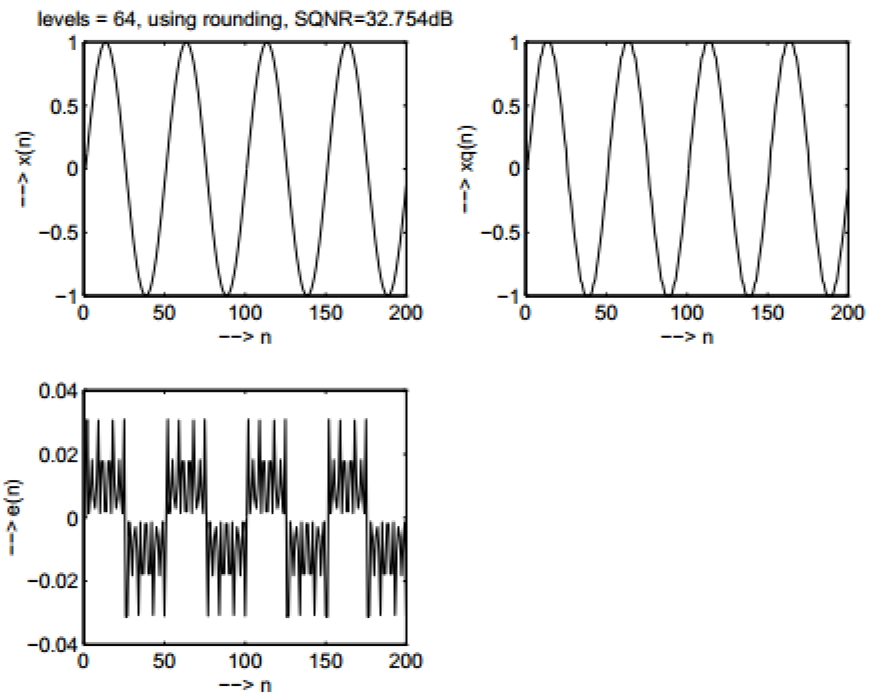

Figure 1.16-4:

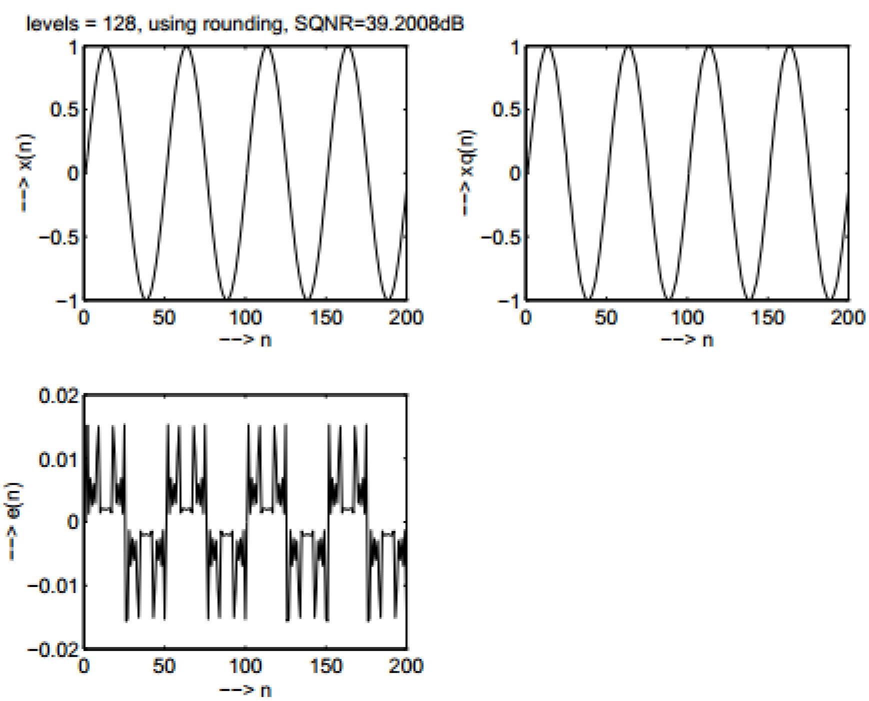

Figure 1.16-5:

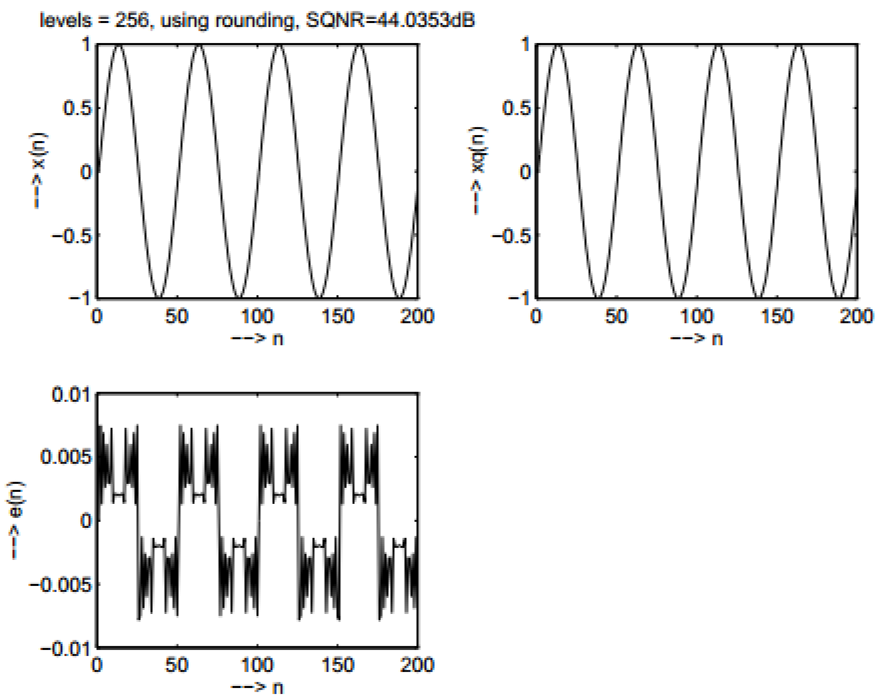

Figure 1.16-6:

c)

La sqnr con redondeo es mayor que con truncamiento. Pero la sqnr mejora cuando el número de niveles de cuantización incrementa.

d)

niveles	64	128	256
sqnr teórica	43.9	49.92	55.94
sqnr con truncamiento	31.3341	37.359	43.7739
sqnr con redondeo	32.754	39.2008	44.0353

La sqnr teórica se encuentra dada en la tabla de arriba. Se puede ver que la sqnr teórica es mucho más grande que aquellas obtenidas en simulaciones. El decrecimiento en la sqnr se debe al truncamiento y al redondeo.