
COLOQUIO

FÍSICA Y MEDICINA CONVERSAN

Prof. Dr. J.J. Rodríguez-Núñez

ESTRUCTURA DE LA CHARLA:

1. PASEO A MEDIAS;
2. PREMIO A LA CARTA;
3. CONTINÚA LA ZAGA;
4. MEDICINA y FÍSICA;
5. CANTIDAD DE ÉXITOS.

I - PASEO A MEDIAS

Este Coloquio será un medio paseo por un campo de la Física que se no se trata en las materias de la licenciatura, porque requiere conocimientos de mecánica cuántica de muchos cuerpos.

Como intuimos, muchos cuerpos ($\approx 10^{23}$ átomos) dan lugar a transiciones de fase. Hay dos caminos para adentrarse en el dominio de las transiciones de fase.

Una de las aproximaciones es usar teorías macroscópicas donde el parámetro de orden se supone existente desde el inicio, como la teoría de Ginzburg-Landau.

Otros más refinados emplean la mecánica cuántica de muchos cuerpos con aproximaciones de campo medio, o teoría de BCS en superconductividad.

Pero lo más temerario es querer traspasar los dominios de la Física para aplicarla en la Medicina, con lo cual estamos en la transdisciplinariedad de la ciencia.

Vamos a darnos un paseo por esos dos escenarios de la física de G-L y la de BCS.

Mostraremos resultados de cada una de esas formulaciones y su posible aplicación en la medicina que estudia a los seres humanos.

I.1 LANDAU THEORY SIN SIMETRÍA

Una característica de esta teoría es el comportamiento de G en la región $\eta \neq \eta^{eq}$, lo cual se estudia a través de una expansión en serie de Taylor como se indica

$$G = G^o + \alpha\eta + A\eta^2 + B\eta^3 + C\eta^4 + \dots \quad (1)$$

donde G^o, α, A, B, C se evalúan para $\eta = 0$.

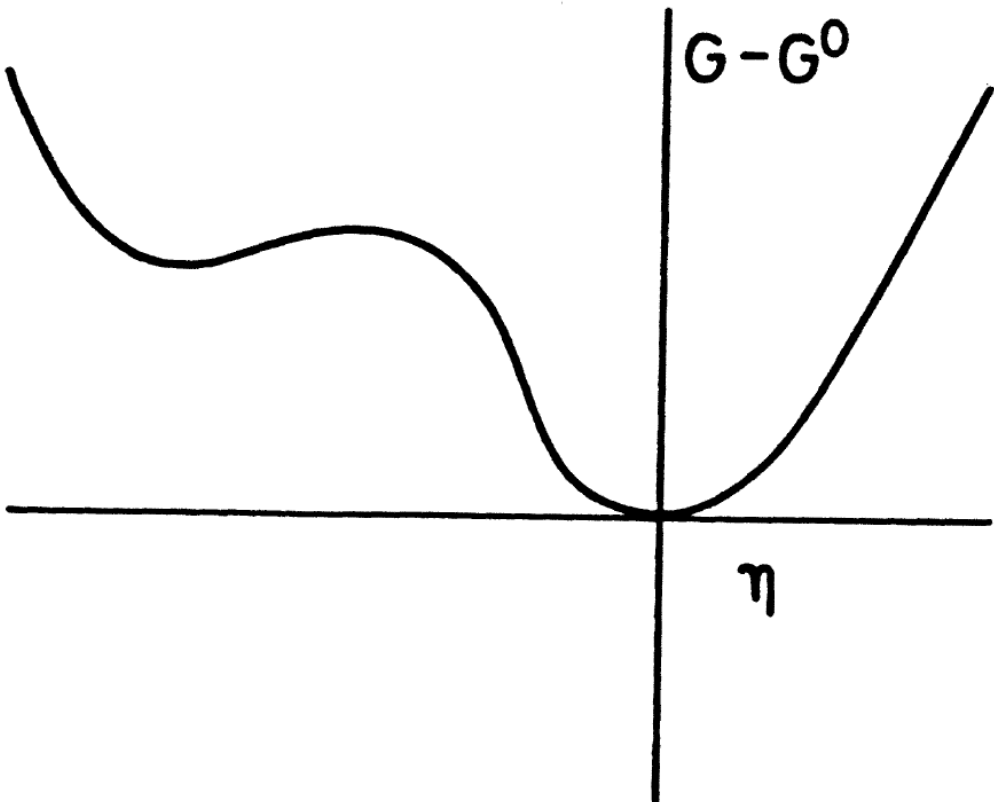


Figura 1: $G = G^o + \alpha\eta + A\eta^2 + B\eta^3 + C\eta^4$

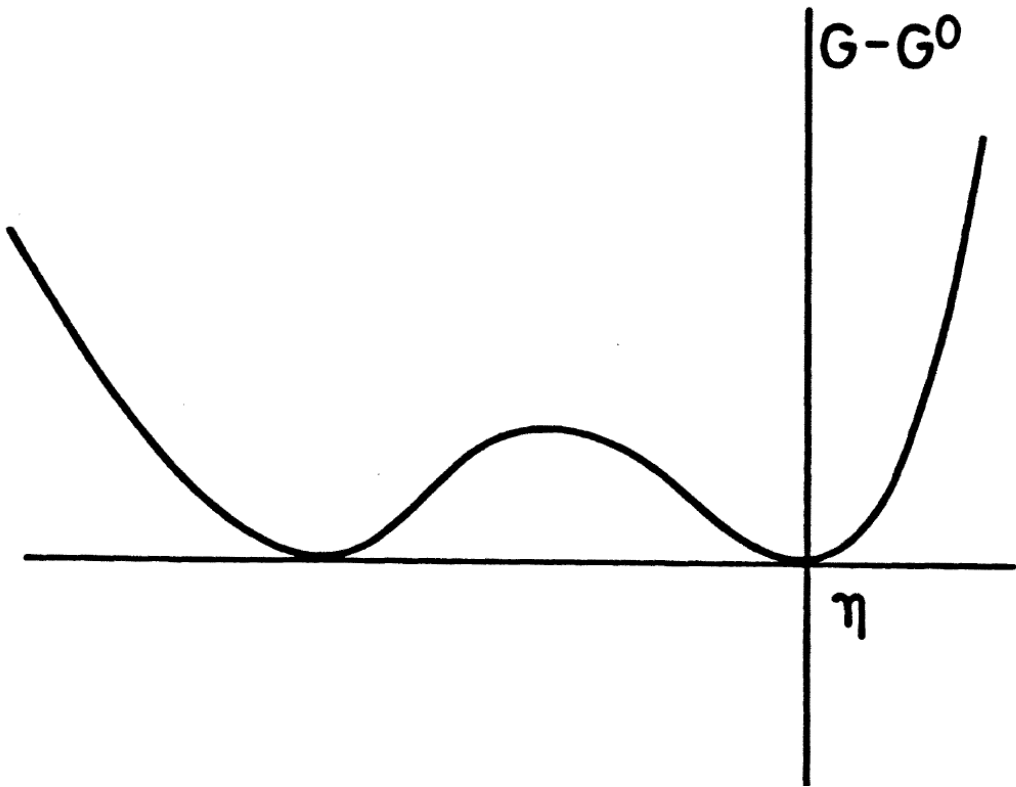


Figura 2: $G = G^o + A\eta^2 + B\eta^3 + C\eta^4$ y $B^2 = 4AC$.

I.2 TEORÍA BCS DE SC

La teoría de GL se expresa de la siguiente forma:

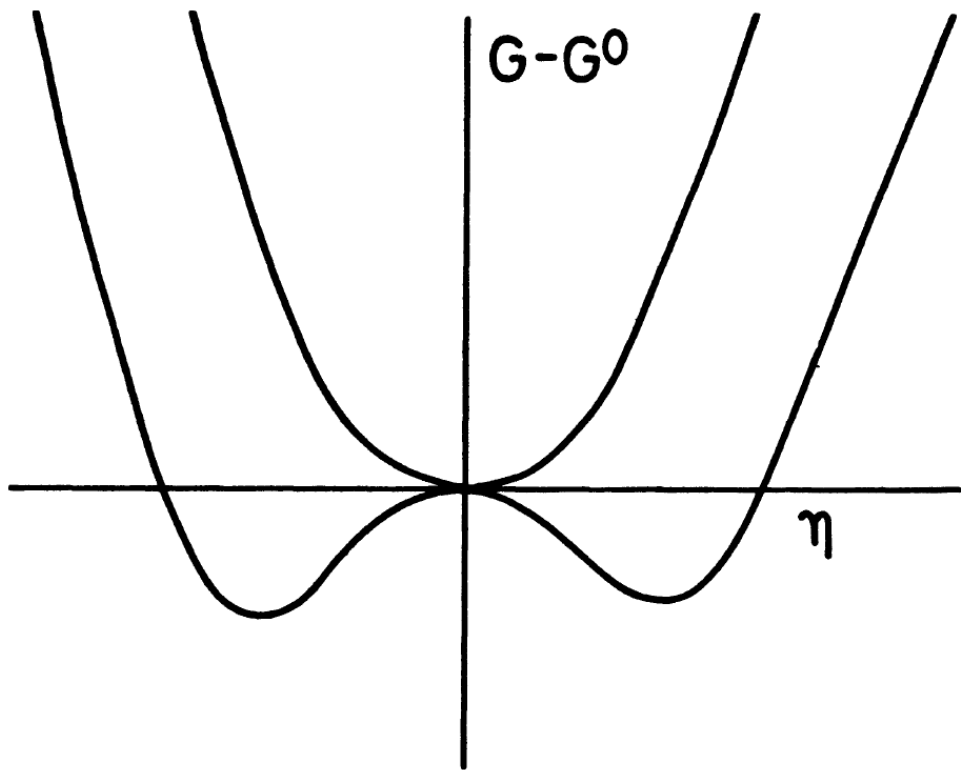


Figura 3: $G = G^o + A\eta^2 + C\eta^4$, $n_{eq}^2 \equiv -A/(2C)$.

La teoría de BCS fue formulada en 1957. La idea básica de *BCS* es que los electrones del metal forman pares.

No todos los e's hacen ésto, sólo aquellos dentro de una energía de Debye alrededor de la superficie de Fermi. El estado del par y el estado base del superconductor requiere una descripción de muchos cuerpos,

$$\xi \gg a, \quad (2)$$

Frölich (1950) fue el primero que consideró que los electrones podrían intercambiar fonones produciendo una interacción atractiva e-f. La dependencia fonónica podría explicar

$$T_c = T_c(M) \quad (3)$$

donde M es la masa iónica de diferentes isótopos del mismo metal.

Lo real y lo práctico se tuercen el brazo, siendo lo mismo. La interacción entre los electrones del par de Cooper viene dada por:

$$V_s(\vec{q}, \omega) = \frac{V(\vec{q})}{\varepsilon(\vec{q}, \omega)} + \frac{2\omega\lambda M^2(\vec{q})}{(\omega^2 - \omega_\lambda^2(\vec{q}))} \quad (4)$$

$$V_s(\vec{q}, \omega) = \begin{cases} -V_o , & \text{si } |\xi_{\vec{q}}| < \omega_D \\ 0 , & \text{si } |\xi_{\vec{q}}| > \omega_D \end{cases} \quad (5)$$

Se definen las siguientes cantidades:

$$\begin{aligned} G(\vec{p}, \tau - \tau') &\equiv - \left\langle T_\tau C_{\vec{p}\sigma}(\tau) C_{\vec{p}\sigma}^+(\tau') \right\rangle \\ F(\vec{p}, \tau - \tau') &\equiv - \left\langle T_\tau C_{-\vec{p}\downarrow}(\tau) C_{\vec{p}\uparrow}(\tau') \right\rangle \\ F^+(\vec{p}, \tau - \tau') &\equiv - \left\langle T_\tau C_{\vec{p}\uparrow}^+(\tau) C_{-\vec{p}\downarrow}^+(\tau') \right\rangle \end{aligned}$$

Definimos:

$$\Delta(\vec{p}) \equiv -\frac{1}{v} \sum_{\vec{q}} V(\vec{q}) F(\vec{p} - \vec{q}, 0) \quad (6)$$

donde la cantidad $\Delta(\vec{p})$ es la función del gap, o parámetro de orden *SC* en *BCS*.

Dicha cantidad juega un papel central en las propiedades del estado superconductor. La cantidad $\Delta(\vec{k})$ se define positiva, como se comprueba fácilmente.

II - PREMIO A LA CARTA.

$$\begin{aligned} & s\psi_1 + |\psi_1|^2\psi_1 + \left(\frac{\nabla}{i\kappa_1} - \vec{A}\right)^2 \psi_1 \\ & - \gamma\psi_2 - \bar{\gamma}\psi_2^2\psi_1^* = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & s\psi_2 + |\psi_2|^2\psi_2 + \left(\frac{\nabla}{i\kappa_1} - \vec{A}\right)^2 \psi_2 \\ & - \gamma\psi_1 - \bar{\gamma}\psi_1^2\psi_2^* = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \vec{J}_1 + \vec{J}_2 \quad (9)$$

$$\vec{J}_1 = \frac{\psi_1^* \nabla \psi_1 - \psi_1 \nabla \psi_1^*}{2i\kappa_1} - |\psi_1|^2 \vec{A} \quad (10)$$

$$m\vec{J}_2 = \frac{\psi_2^* \nabla \psi_2 - \psi_2 \nabla \psi_2^*}{2i\kappa_1} - |\psi_2|^2 \vec{A}$$

donde

$$s = \alpha_1/|\alpha_1|, \alpha = \alpha_2/|\alpha_2|, \beta = \beta_2/\beta_1, \\ m = m_2/m_1, \gamma = \alpha_{12}/|\alpha_1|, \bar{\gamma} = \beta_{12}/\beta_1.$$

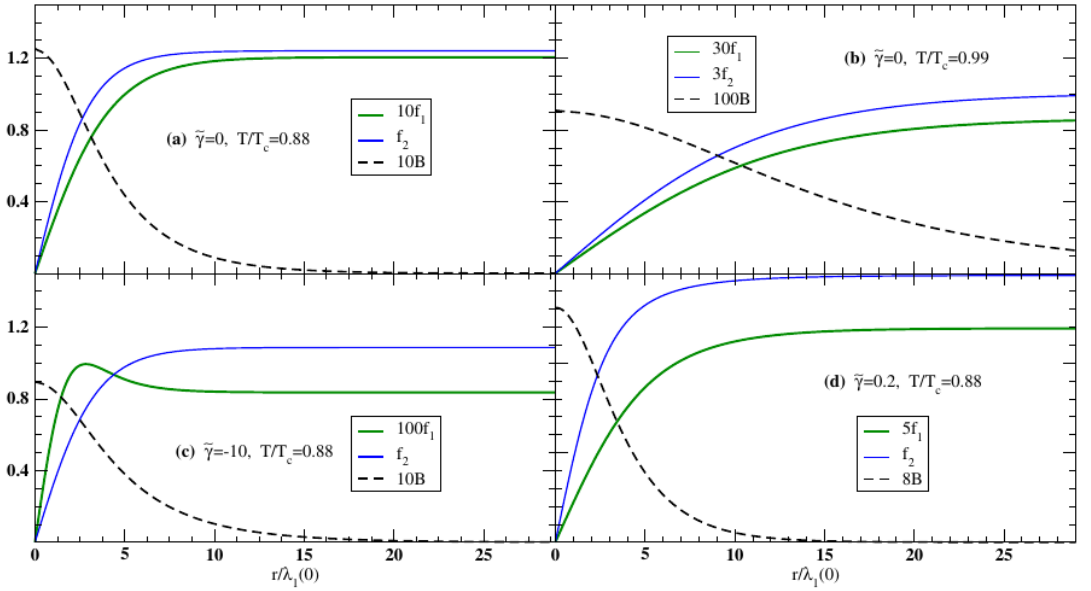


Figura 4: Variables físicas vs r/κ_1

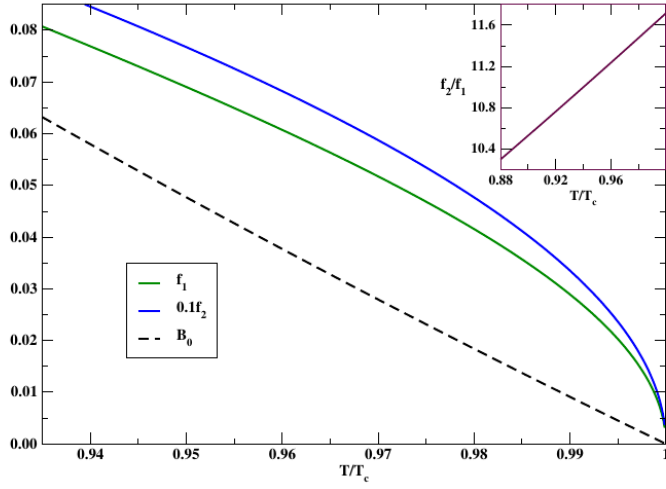


Figura 5: f_1 , f_2 y B_o vs T/T_c

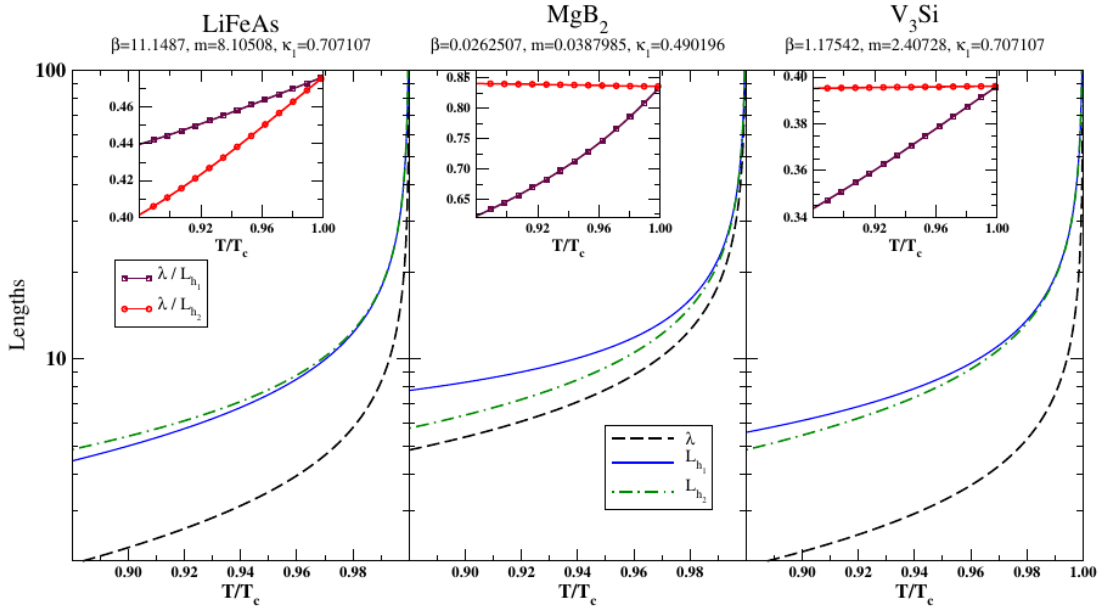


Figura 6: λ , L_1 y L_2 vs T/T_c , tres compuestos.

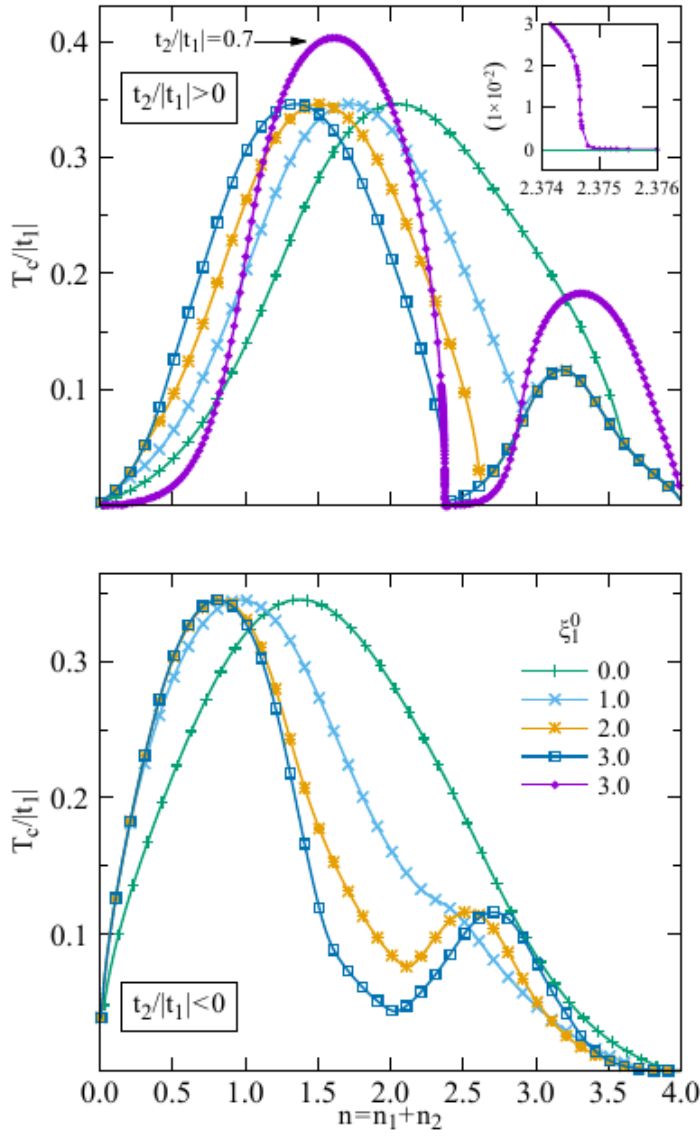


Figura 7: $T_c/|t_1|$ vs n . Physica C (2017) - Delgi

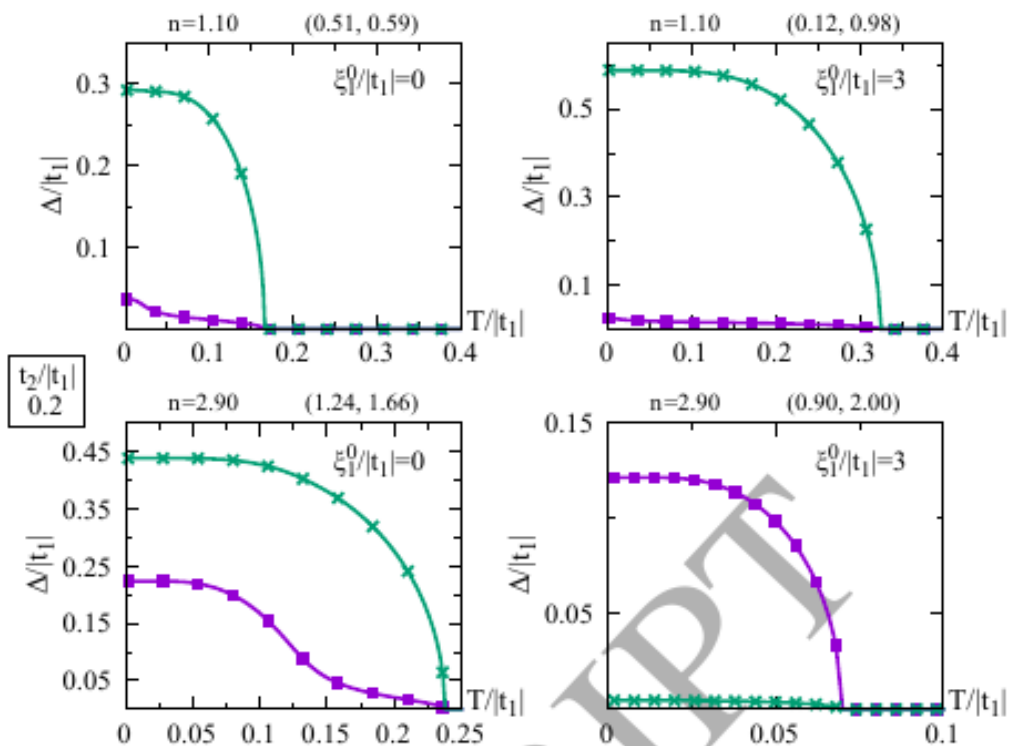


Figura 8: $\Delta_i|t_1|$ vs n . Physica C (2017) - Delgi

III - CONTINÚA LA ZAGA.

$$\begin{aligned} \alpha_1 \Delta_1 + \beta_1 |\Delta_1|^2 \Delta_1 + \epsilon_o \Delta_2 + \epsilon_1 \Delta_1^* \Delta_2^2 = \\ -\frac{\hbar^2}{2m_1} \left(i \nabla + \frac{e^*}{\hbar c} \vec{A} \right)^2 \Delta_1 - \epsilon_2 \left(i \nabla + \frac{e^*}{\hbar c} \vec{A} \right)^2 \Delta_2 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \alpha_2 \Delta_2 + \beta_2 |\Delta_2|^2 \Delta_2 + \epsilon_o \Delta_1 + \epsilon_1 \Delta_2^* \Delta_1^2 = \\ -\frac{\hbar^2}{2m_2} \left(i \nabla + \frac{e^*}{\hbar c} \vec{A} \right)^2 \Delta_2 - \epsilon_2 \left(i \nabla + \frac{e^*}{\hbar c} \vec{A} \right)^2 \Delta_1 \end{aligned} \quad (12)$$

$$4\pi \vec{J} = \nabla \times \vec{B} \quad ; \quad \vec{B} \equiv \nabla \times \vec{A} \quad (13)$$

$$\vec{J}_i \equiv \frac{\hbar e^*}{2m_i c} \Delta_i^* \left(i \nabla + \frac{e^*}{\hbar c} \vec{A} \right) \Delta_i \quad (14)$$

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar c}{e^*} \vec{J}_{12} &\equiv \Delta_1 \left(i \nabla - \frac{e^*}{\hbar c} \vec{A} \right) \Delta_2^* \\ &+ \Delta_2 \left(i \nabla - \frac{e^*}{\hbar c} \vec{A} \right) \Delta_1^* + c.c. \end{aligned} \quad (15)$$

$$\lambda \equiv \frac{1}{\sqrt{4\pi\alpha}} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \alpha &\equiv \left(\frac{e^*}{\hbar c} \right)^2 \left(\frac{|\Delta_1|^2}{2m_1} + \frac{|\Delta_2|^2}{2m_2} \right) \\ &+ 2\epsilon_2 \left(\frac{e^*}{\hbar c} \right) (\Delta_1 \Delta_2^* + c.c.) \end{aligned} \quad (17)$$

En Eq. (16), λ es la longitud de penetración del campo magnético cuando los parámetros de orden son constantes.

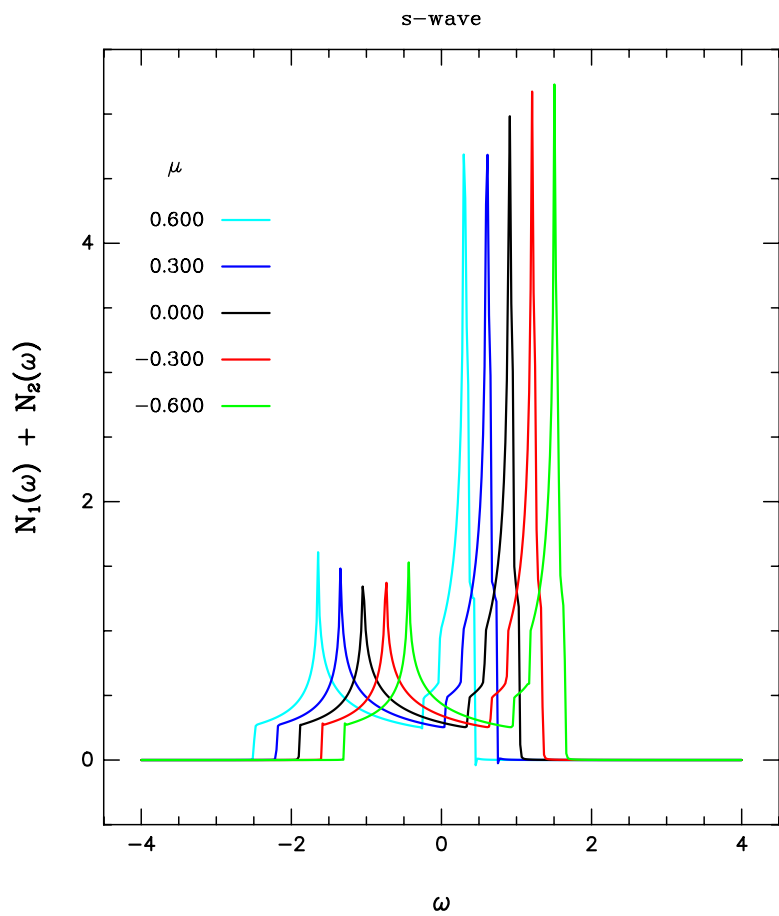


Figura 9: $N(\omega)$ vs ω , simetría-s.

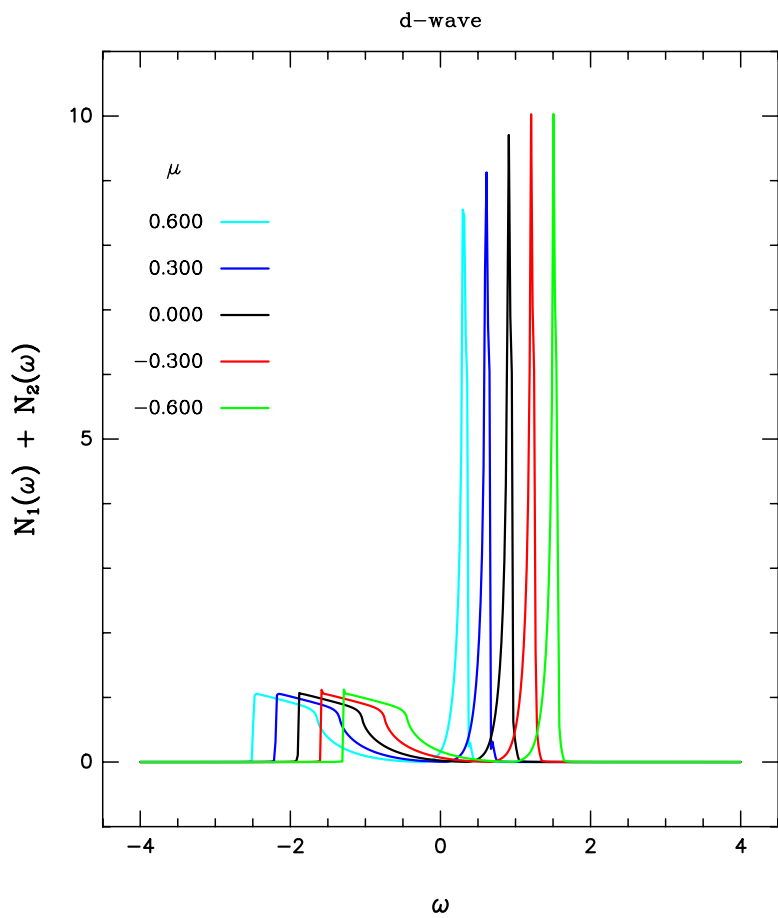


Figura 10: $N(\omega)$ vs ω , simetría- d .

IV - MEDICINA Y FÍSICA DIALOGAN.

Sea el circuito SC que se muestra en la Fig. 11 que envuelve 2 uniones Josephson conectadas por cables superconductores. El circuito se supone que contiene un flujo magnético, Φ , que se debe a un campo magnético, $\vec{H} = \nabla \times \vec{A}$.

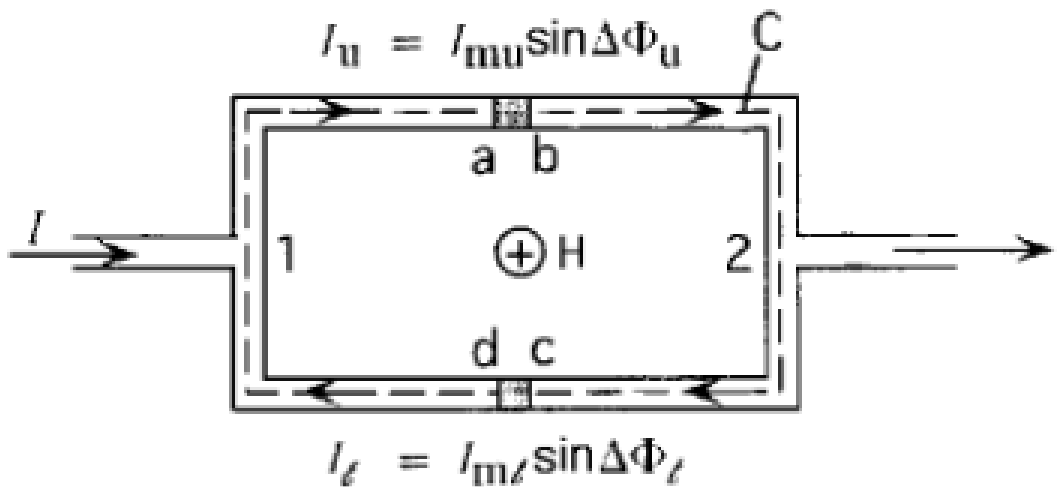


Figura 11: Visión esquemática de un *SQUID* *dc*.

La corriente que entra en el circuito de la Fig. 11 (punto **1**) se divide en dos partes, I_u y I_d , donde u (arriba y abajo, respectivamente).

Si los dos brazos son materiales iguales, podemos escribir la corriente total, I , como:

$$I = 2I_m \sin \left(\frac{\Delta\Phi_u + \Delta\Phi_d}{2} \right) \times \cos \left(\frac{\Delta\Phi_u - \Delta\Phi_d}{2} \right) \quad (18)$$

Finalmente,

$$I_{max} = 2I_m \left| \cos \left(\frac{\pi\phi_{ext}}{\phi_o} \right) \right| \quad (19)$$

$$\phi_o \sim 5,07 \times 10^{-7} \text{ G cm}^2 \quad (20)$$

V - ¿QUÉ LOGROS QUEDARÍAN?.

1. Tesis de pre- y post-grado.
2. Elaboración de software para el mapeo cerebral.
3. Elaboración del instrumental \Leftrightarrow Equipo multi-disciplinario \Leftrightarrow Ciencia Trans-disciplinaria