

Category Theory for Scientists

Abraham Rojas Vega
Análisis de datos
FC-UNI

12-5-2017

1 Ologs

Categoría

Un **categoría** es una clase \mathcal{C} de objetos junto con

- 1 una clase de conjuntos disjuntos, $\text{hom}(A, B)$, por cada par de objetos $A, B \in \mathcal{C}$; (los elementos de $\text{hom}(A, B)$ son llamados **morfismos de A en B** y se denotan escribiendo $f : A \rightarrow B$);
- 2 por cada terna (A, B, C) de objetos de \mathcal{C} , una función

$$\text{hom}(B, C) \times \text{hom}(A, B) \rightarrow \text{hom}(A, C)$$

; (para morfismos $f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow C$, esta función se escribe $(g, f) \mapsto g \circ f$ y $g \circ f : A \rightarrow C$ es llamada la **compuesta** de f y g); todo sujeto a los axiomas:

- 1 **Asociatividad**. Si $f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow C$, $h : C \rightarrow D$ son morfismos de \mathcal{C} , entonces $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$.
- 2 **identidad**. Para cada objeto $B \in \mathcal{C}$ existe un morfismo $\text{id}_B : B \rightarrow B$ tal que para todo $f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow C$:

$$\text{id}_B \circ f = f \text{ y } g \circ \text{id}_B = g$$

Functor

Sean \mathcal{C} y \mathcal{D} categorías. Un **functor (covariante)** T de \mathcal{C} a \mathcal{D} (denotado por $T : \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{D}$) es un par de funciones (ambas denotadas por T):

- una de "función" de objetos que asigna a cada $C \in \mathcal{C}$ un elemento $T(C) \in \mathcal{D}$
- una función de morfismos que asigna a cada $f \in \text{hom}(C, C')$, donde $C, C' \in \mathcal{C}$, un morfismo $T(f) \in \text{hom}(T(C), T(C'))$

Además, debe cumplirse :

- 1 $T(id_C) = id_{T(C)}$ para todo $C \in \mathcal{C}$
- 2 $T(g \circ f) = T(g) \circ T(f)$ para todo par f, g de morfismos de \mathcal{C} que tiene composición definida.

Ologs

Olog es la abreviatura de “ontological log”(apunte ontológico). Es un intento para formalizar matemáticamente modelos científicos, la representación de conocimientos y el almacenamiento de datos. Los ologs fueron introducidos en 2010 por David Spivak

En este trabajo veremos muchos teoremas e ideas aplicándose a ologs; sin embargo, estos no serán estudiados profundamente. En vez de eso, vamos a dar las definiciones y conceptos más necesarios para las aplicaciones.