

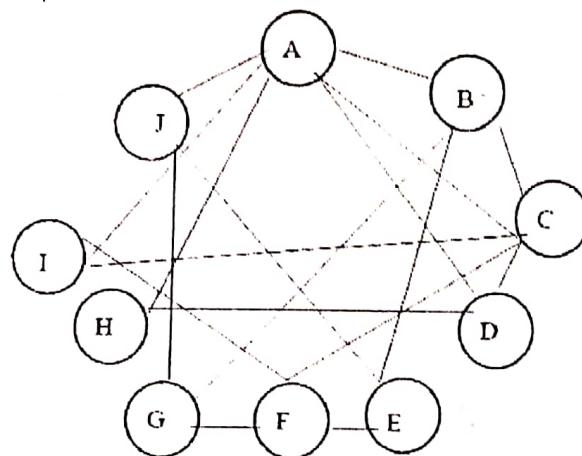
Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14 / 9104)

13 de julio de 2022

Apellido y nombre:

Nro.de Padrón:

A



"Illuminati", una empresa de electricidad debe colocar centrales eléctricas en algunas de las diez ciudades que aparecen en el dibujo de la izquierda (cada círculo representa una ciudad distinta). No desea colocar una central en cada una, por supuesto, porque el costo de instalar una central en una ciudad es bastante alto. Hemos identificado a las centrales con letras y diremos que el costo de instalar una central en la ciudad i es una constante conocida llamada C_i (es decir que el costo de instalar una central en la ciudad A, por ejemplo, es C_A). Para evitar emergencias eléctricas, todas las ciudades deben estar cubiertas. Una ciudad está cubierta cuando en ella se instaló una central o cuando hay central en dos de las ciudades con las cuales se conecta (en el gráfico las líneas representan las conexiones).

¿Qué es lo mejor que se puede hacer con la información disponible? Se pide

- B1** A1 Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo matemático para su resolución por Programación Lineal. Es importante resolverlo con un modelo y no por tanteo en base a los datos del problema. Si este punto no es lineal, el examen estará insuficiente
- B2** A2 Uno de los gerentes de "Illuminati", utilizando las bondades del teletrabajo, propuso la siguiente heurística: Ordenar las centrales por el costo de instalación (C_i) del menor al mayor

Mientras queden ciudades sin cubrir

Tomar la primera central de la lista e instalarla;

Marcar las ciudades que quedan cubiertas;

Sacar de la lista la central instalada

Fin Mientras

Indique qué inconvenientes tiene la heurística propuesta, si es que los tiene.

- NB** A3 Plantee una heurística de construcción para resolver el problema. Recuerde que su heurística debe tender al mejor resultado y que no debe tener los problemas que Ud. criticó en el punto A2.

B Una empresa fabrica los productos X_1 y X_2 a partir de los recursos R_1 , R_2 y R_3 . Aquí vemos el planteo del problema y las tablas óptimas del directo y del dual:

$$X_1 - X_2 \leq 50 \text{ (kg. R1/mes)}; \quad X_1 + X_2 \leq 100 \text{ (kg. R2/mes)}; \quad 3X_1 + X_2 \leq 150 \text{ kg. R3/mes};$$

$$Z = 120X_1 + 60X_2 \text{ (MAXIMO)} \quad (120 \text{ es el beneficio unitario de } X_1 \text{ y } 60 \text{ es el beneficio unitario de } X_2)$$

Optima Directo 120 60

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
0	X_3	100	0	0	1	2	-1
60	X_2	75	0	1	0	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$
120	X_1	25	1	0	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
	$Z =$	7500	0	0	0	30	30

Optima Dual 50 100 150

Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
100	Y_2	30	-2	1	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$
150	Y_3	30	1	0	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
	$Z =$	7500	-100	0	0	-25	-75

- B** B1) Antes de que comience el proceso de producción, se presenta un viejo amigo, a quien el dueño le debe un favor, solicitando que se le regalen kilos de R_1 . El dueño quiere ayudarlo, pero sin perjudicar sus beneficios ya planificados. Un gerente dice que el modelo indica que se le pueden regalar, antes de comenzar el proceso productivo, 100 kilos. Otro dice que antes de comenzar a producir se le pueden regalar solamente 50 kilos. ¿Alguno tiene razón? ¿Por qué?

- B** B2) Se debe agregar un nuevo recurso al producto X_2 para que cumpla con el standard de calidad internacional. Si se sabe que de dicho recurso se consumen 2 hs por cada unidad fabricada de X_2 . ¿Qué disponibilidad mínima inicial del recurso se debe poseer para mantener el nivel actual de producción de X_2 ?

- NB** B3) Le ofrecen a la empresa conseguir kg. de R_3 . Para conseguir 1 kg. de R_3 hay que entregar 1 kg. de R_1 más \$25. ¿Es conveniente este intercambio?. ¿Cuántos paquetes de R_3 es conveniente conseguir de este modo?

NOTA: Los puntos B1, B2 y B3 se contestan en forma independiente. Detalle los cálculos efectuados. Para aprobar debe tener Bien dos puntos de A y dos de B. Además, A1 no puede estar Mal.

1 DE 4

HOJA N.

FECHA

A1

Análisis

SE TRATA DE UN PROBLEMA DE COBERTURA DE CONJUNTOS.
LOS ELEMENTOS A CUBRIR SON LAS CIUDADES (ABASTECIMIENTO DE ELECTRICIDAD) Y LOS CONJUNTOS QUE CUBREN SON LAS CENTRALES ELECT. QUE CUBREN A LA CIUDAD DONDE ESTAN Y A LAS QUE SE CONECTAN CON ELLA. CADA CIUDAD TIENE UN COSTO DE INSTALACION.

C/SOL/LAMONIO

Objetivo

DE FORMA QUE TODAS LAS CIUDADES ESTEN CUBIERTAS

DETERMINAR EN QUÉ CIUDADES PODER LOS CENTRALES ELÉCTRICOS, PARA MINIMIZAR LOS COSTOS, EN UN PERÍODO T.

NOTA

Hipótesis

- LOS CENTRALES DONDE SE INSTALAN SON INVISIBLES
- ES LO MISMO QUE UNA CIUDAD SE ABASTECA POR UNA CENTRAL PROPIA O POR LAS + CENTRALES VECINAS
- PUEDE HABER SUPERPUESTO (UNA CIUDAD CON 3 O 4 CENTRALES V.C., PONG)
- UNA CIUDAD PODEDE ESTAR CUBIERTA POR MÁS DE DOS CENTRALES
- TODAS LAS CIUDADES DEBEN SER CUBIERTAS

2 DE 4

HOJA N°

FECHA

VARIABLES

Y_i : 1 Si la ciudad i tiene una central instalada
0 De lo contrario
(BIVALENTES) $i \in \{A, B, \dots, J\}$



RESTRICCIONES

TODAS LAS CIUDADES DEBEN O TENER CENTRAL O ESTAR CONECTADAS
CON AL MENOS 2 ~~CIUDADES~~ VECINAS.

CIUDAD A (Si no tiene instalación, la suma de sus vecinos ≥ 2)

$$(1 - Y_A) 2 \leq Y_B + Y_C + Y_D + Y_E + Y_F + Y_G \quad \cancel{\text{X}}$$

CIUDAD B

$$(1 - Y_B) 2 \leq Y_A + Y_C + Y_D + Y_E + Y_G \quad \cancel{\text{X}}$$

IDEM EL RESTO DE CIUDADES

NOTA

Funcional

$$Z(\text{min}) = \sum_{i=1}^J Y_i \cdot C_i$$

NOTA

A2

(A HEURÍSTICA PROPUESTA:

- NO TOMA EN CUENTA LA CANTIDAD DE CONEXIONES
- TAMPOCO TOMA EN CUENTA QUE SI UNA CIUDAD \rightarrow VECINAS YA TIENE UNA CENTRAL, POR LO QUE EN PRINCIPIO, POR EJ., PODRÍAN INSTALAR CENTRALES EN A, B, ... Y NO ES LO MEJOR.

Tiene cond. de conve., de desempate y ~~ordenar~~ las ciudades con lo requerido pero no me parece la más óptima.

A3

ORDENAR LAS CIUDADES POR CANT. CONEXIONES DE COSTO i

MAYOR A MENOR

MIENTRAS QUEDEN CIUDADES SIN "CUBRIR" CON ALMENOS 1 CENTRAL VECINA

SI LA CIUDAD NO TIENE CENTRAL NI TAMPOCO CENTRAL VECINA

INSTALAR CENTRAL

MARCAR LAS QUE QUEDAN CON 1 CENTRAL VECINA

QUITAR DE LA LISTA LAS CIUDADES CUBIERTAS.

FIN MIENTRAS

VOLVER A CALCULAR LA LISTA ACTUALIZANDO LAS CANTIDADES DE CONEXIONES ÚTILES (LA CONEXIÓN A UNA CIUDAD CUBIERTA NO IMPORTA)

MIENTRAS QUEDEN CIUDADES SIN CUBRIR

TOMAR LAS PLUMAS DE LA LISTA E INSTALAR CIUDADAS

QUE NO TENGAN CUBIERTAS

QUITAR DE LA LISTA

FIN MIENTRAS

B1

SE PUEDE INTERPRETAR COMO QUE CADA UNIDAD DE X_1 CONSUME 1 UNIDAD DE R_1 , Y CADA UNIDAD DE X_2 APORTA (COMO SI FUERO UN EXCEDENTE DE UN PROCESO DE PROD.) 1 UNIDAD DE R_1 . TENDRÍA SENTIDO VENIR EN PROCESOS QUÍMICOS) 1 UNIDAD DE R_1 SABEMOS QUE SE FABRICAN 25 UN. X_1 Y 75 X_2 POR LO QUE AL FINAL SOBRAN 100 UN. R_1 . ESTO SE EN EL Bk DE X_3 EN EL PRIMERO, ISDEMAS SE QUE ES SUPERANTE POR SU VM. ES \emptyset .

VERIFICO RESTANDO 100 EN EL DUPL.

C	Y	B	A_1	A_2	B_1	B_2	A_3	A_4	B_3	B_4
100	Y_2	30	-2	1	0	$1/2$	$-3/2$			
150	Y_3	30	1	0	1	$-1/2$	$1/2$			
$Z = 7500$			0^*	0	0	-25	-75			

Dicc. AUX

X_1 Y_4
 X_2 Y_5
 X_3 Y_1
 X_4 Y_2
 X_5 Y_3

SIGUE SIENDO ÓPTIMO. ✓

Si BIEN "SOBRAN" 100 UNIDADES DE R_1 , ANTES DE PRODUCIR SE TIENEN SUS UNIDADES. POR LO QUE SE PUEDEN REESTRUCTURAR ESO. NO SE PUEDEN REESTRUCTURAR 100 YA QUE NO SE PUEDE ESE STOCK INICIAL DE RECURSO

Siempre que se reorganiza

que se puede conseguir

producir X_2 y luego X_1

al final ese recurso se pierde

B2

ACTUALMENTE SE FABRICAN 75 UNIDADES DE X2

(B2 DE X2 DEL PRIMERO) POR LO QUE SI YOGNEBO

UNA ~~ADICIONAL~~ NUEVA RESTRICCIÓN QUE ES UN NUEVO RECURSO
QUE SOLO AFFECTA A X2

2. $X_2 \leq$ RECURSO

MÍNIMOS DEBO TENER $2 \cdot 75 = 150$ UNIDADES DE RECURSO
PARA QUE NO ME UNITE LA PRODUCCIÓN ACTUAL DE X2.

B3

ES UNA VARIACIÓN SIMULTÁNEA DE RECURSOS. VEO EL
RANGO DE VARI. EN EL DUAL. EN PRINCIPIO NO CONVIENE
POQUE ME SOBRA R1, ME FALTA R3, Y SU VM. ES 30
POR LO QUE SI PAGO LOS ESTIMANÍ GANARO \$5. VERIFICO

		$50 - \alpha$	100	$150 + \alpha$			
C Y B		A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	
100	y_2	30	-2	1	0	$1/2$	$-3/2$
$150 + \alpha$	y_3	30	1	0	1	$-1/2$	$1/2$

$$Z = 7500 + 30\alpha - 25\alpha - 100 + 2\alpha \quad 0 \quad 0 \quad -25 - \frac{\alpha}{2} \quad -75 + \frac{\alpha}{2}$$

$$\begin{cases} -100 + 2\alpha \leq 0 \\ -25 - \frac{\alpha}{2} \leq 0 \\ -75 + \frac{\alpha}{2} \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \alpha \leq 50$$

$$-50 \leq \alpha \leq 50$$

\$250 EN TOTAL

PARA QUE SIGA SIENDO OPTIMO HASTA 50 INTERCAMBIOS. AL HACER 50 ESTOY EN SOL. ALTERNATIVAMENTE EN EL DUAL. SI DEDICAS DE TABLA SALE y_3 (R_3) DE LA BASE POR QUE SU VM. PASE A SER \$0 ENTONCES YA NO CONVIENE.