

Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14)

18 de julio de 2012

Apellido y nombre:..... Nro.de Padrón:.....

Cursó en el cuatrimestre del año

Turno de T.P.: (día y horario) Ayudante/s:.....

Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) Rinde como: Regular: Libre: **A** Buscar un barco perdido en el mar es una tarea que requiere precisión y urgencia. Encontrar un barco que

está perdido a tiempo o no encontrarlo a tiempo puede significar la diferencia entre la vida y la muerte. El mapa que vemos a la derecha muestra una sección del océano dividida en 64 celdas. Se sabe que un barco está perdido en alguna de las 64 celdas. Cada celda tiene un número que indica la probabilidad de encontrar el barco en esa celda (de acuerdo con la última posición conocida en la cual se encontraría el barco y las corrientes oceánicas, entre otros datos). Por ejemplo, si se busca en la celda A1, se tiene un 2% de chance de encontrar el barco allí.

Se sabe que buscar en cada celda lleva 1 día y que la misión de rescate tiene 10 días para encontrar el barco perdido. Se puede comenzar la búsqueda por cualquiera de las 64 celdas, pero únicamente se puede mover a una celda adyacente. No se puede volver a visitar ninguna celda y visitada. El porcentaje de encontrar el barco perdido se calcula como la suma de los porcentajes de las celdas visitadas. ¿Qué es lo mejor que puede hacer la misión de búsqueda con la información suministrada?

8	3%	0%	0%	3%	2%	4%	2%	3%
7	3%	3%	3%	1%	2%	4%	1%	4%
6	0%	4%	0%	1%	2%	3%	4%	0%
5	1%	1%	0%	3%	4%	1%	1%	0%
4	1%	1%	3%	3%	1%	2%	2%	4%
3	0%	2%	3%	3%	3%	0%	2%	4%
2	2%	3%	2%	4%	2%	4%	1%	1%
1	2%	1%	2%	2%	2%	4%	1%	3%
	A	B	C	D	E	F	G	H

A1 Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima.

A2 Jacques Cousteau propone una heurística para resolver el problema. Consiste en comenzar por la celda de mayor probabilidad de la matriz y luego moverse a la celda adyacente a ésta de mayor probabilidad y así sucesivamente hasta completar las 10 celdas.

Indique qué inconvenientes o fallas tiene esta heurística con respecto al problema dado, si es que los tiene.

A3 Plantee una heurística de construcción para resolver el problema. Recuerde que su heurística debe tender al mejor resultado y que no debe tener los problemas que criticó en el punto A2.

B) Una empresa fabrica P1 y P2 a partir de R1 y R2. Hay una demanda mensual mínima para P2 de 10 unidades. Cuenta con un programa Lineal para su producción mensual.

A continuación se muestran las ecuaciones iniciales y las tablas óptimas directa y dual de dicho Programa Lineal:

$$2 X_1 + 2 X_2 \leq 80 \text{ (kg. R1/mes)}$$

$$X_1 + 2 X_2 \leq 50 \text{ (kg. R2/mes)}$$

$$X_2 \geq 10 \text{ (un/mes)}$$

$$Z = 70 X_1 + 35 X_2 \text{ (MAX)}$$

(70 y 35 son los precios de venta)

Una famosa empresa amiga nos ofrece las siguientes alternativas, independientes una de otra y teniendo en cuenta las restricciones iniciales.

a) Nos vende 7 unidades de P2 ya elaborado. ¿Cuál sería el precio máximo que estamos dispuestos a pagar por cada un. de P2 para que nos convenga?

b) Nos compra 7 unidades de P2 a nosotros (aparte de la demanda mínima original de 10). ¿Cuál sería el precio mínimo que deberíamos cobrarle por cada una de las 7 unidades de P2 para que nos convenga venderlas?.

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
70	X1	30	1	0	1/2	0	1
0	X4	0	0	0	-1/2	1	1
35	X2	10	0	1	0	0	-1
	Z =	2450	0	0	35	0	35

80 50 -10

Bk	Yk	Ck	A1	A2	A3	A4	A5
80	Y1	35	1	1/2	0	-1/2	0
-10	Y3	35	0	-1	1	-1	1
	Z =	2450	0	0*	0	-30	-10

NOTA: Detalle todos los cálculos efectuados

**NOTA: Para aprobar debe tener Bien dos puntos de A y uno de B.
Además, A1 no puede estar Mal.**

Algunas pistas para la resolución.

Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

Parte A:

A1) El objetivo es determinar las 10 celdas a explorar para que la suma de la probabilidad de las celdas visitadas sea la mayor posible.

Se puede aclarar en hipótesis cuáles se consideran adyacentes, si las 9 que rodean a una celda o si las diagonales no se consideran adyacentes. Para estas pistas se consideró que las 9 que rodean a una celda son adyacentes a ella.

Las variables podrían ser:

Y_{ijk} : Vale 1 si se visita la celda ij en el orden k (i es la fila y j es la columna)

Si se visita una celda en un determinado orden la que se visitó en orden anterior debía ser adyacente:

Por ejemplo para la celda C4 que se visita en orden 2:

$YC_{42} \leq YB_{51} + YC_{51} + YD_{51} + YB_{41} + YD_{41} + YB_{31} + YC_{31} + YD_{31}$

(ojo, no puede ser al revés, poniendo la 1 que depende de todas las 2 posibles porque sino habría que hacer todas las celdas adyacentes posibles en el orden 1 para poder hacer esa celda en orden 2)

Ídem para todas las celdas en todos los posibles órdenes.

$\text{MIN } Z$ = sumatoria de las bivalentes de todas las celdas variando el orden de 1 a 10 multiplicadas por la constante de su probabilidad.

Otra variante podría ser:

Y_{ij} : Vale 1 si se visita la celda ij (i es la fila y j es la columna) TOTAL NO IMPORTA EL ORDEN EN EL CUAL SE VISITA PARA CALCULAR LA PROBABILIDAD

Para visitar una celda hay que visitar alguna adyacente:

Por ejemplo para la celda C4:

$YC_4 \leq YB_5 + YC_5 + YD_5 + YB_4 + YD_4 + YB_3 + YC_3 + YD_3$

Ídem para todas las demás celdas.

Además la sumatoria de todas las bivalentes debe ser ≤ 10 (puede visitar hasta 10 celdas)

$\text{MIN } Z$ = sumatoria de las bivalentes de todas las celdas multiplicadas por la constante de su probabilidad.

A2) En primer lugar hay varias celdas con máxima probabilidad y no resuelve desempates. Tampoco los resuelve para determinar la celda adyacente de mayor probabilidad. No controla que no visite celdas ya visitadas anteriormente.

A3) Una idea podría ser:

Dividir la matriz en grupos de 10 celdas adyacentes y contar para cada grupo cuál es la probabilidad sumada de sus celdas. Luego elegir el grupo que tenga mayor probabilidad sumada (si hay más de uno, elegir el que tenga filas de valor menor y si hay más de uno elegir por columna menor)

NOTA: Aquí no planteamos un ejemplo de heurística, simplemente, siguiendo la idea de este documento, damos pistas para su elaboración

Parte B)

a) Las unidades de P2 tienen dos ganancias, una por venta (35 pesos) y otra por el valor marginal de la restricción de demanda mínima (que también vale 35). Es decir que a 70 pesos o menos convendría comprarlas pero hay que verificar si comprando 7 unidades el valor marginal se mantiene en 35 pesos para determinarlo.

Errores comunes que hacen que este punto esté mal: No considerar la ganancia del producto comprado; otro error común es no sacar el rango de la demanda mínima y "suponer" que las 7 unidades tienen el mismo valor marginal.

b) El tema es determinar si al agregar más unidades de demanda mínima el valor marginal sigue siendo el mismo que dijimos en el punto a) o aumenta. Una idea es agregarle las 7 unidades a la demanda mínima en el dual (se convierte el -10 en -17) y fijarse cuánto baja el Z respecto del original, así sabremos cuánto le tenemos que pedir que nos pague POR ENCIMA DE LOS 35 PESOS A LOS CUALES YA LAS ESTAMOS VENDIENDO (muy importante, ese ΔZ se calculó considerando que se vendían a 35 pesos).