

16:10

HOJA N°

FECHA

Analisis del Problema: Es una figura de un problema donde tienes que visitar las 16 celdas dentro mencionado. Cada celda tiene que moverse vertical o horizontal a las celdas adyacentes. Ademas hay que tener cuidado con el guardia de la prisión.

Objetivo: Determinar el Recorrido ~~para desplazarse~~ para ~~desplazarse~~ por ~~para~~ todas las celdas para minimizar el tiempo de para salir de la prisión.

- Hipótesis:
- Puedo ~~seguir~~ ~~visitar~~ ~~una~~ vez cada celda.
  - Arrancaré a correr el no de secuencia de coro, así que quinto orden sería ~~U=41~~.
  - Arrancar en la celda 1 en ~~tiempo~~ coro, minutos.
  - Luego de visitar todos las celdas de (1 a 16) (excepto al final) ir a la celda 15.

Variabes:  $Y_{i,j}$ : Vale 1 si se desplaza desde la celda  $i$  a la  $j$  de forma  $u$ , vale 0 si no.

$\forall i \in \{1, 2, \dots, 16\} \forall j \in \{1, 2, \dots, 16\} \exists u \in \{V, H\}$

B) Valores  $u \in \{V, H\}$  Vertical, No horizontal?

continua.

$U_i$ : No de se cumple que la celda  $i$  es visitada.

$\rightarrow V_{i,j}$  Vale 1 si se desplaza desde la celda  $i$  a la celda  $j$ .

$Y_{iu}$ : Vale 1 si se desplaza desde la celda  $i$  en forma  $u$ .  $i \in \{1, 2, \dots, 16\}, u \in \{V, H\}$ .

$\rightarrow Y_{i,j}^u$ : Vale 1 si se desplaza desde la celda  $i$  a la celda  $j$ .  
Val 0 si no.  $i \in \{1, 2, \dots, 16\}, j \in \{1, 2, \dots, 16\}$

$T_{F,i}$ : tiempo de finalizacis de la celda  $i$  (min)

$\forall i \in \{1, 2, \dots, 16\}$

~~$Y_i$~~ : Vale 1 si visitar la celda  $i$ .  $i \in \{1, \dots, 16\}$

Ctez:  $T_{i,j}$ : Tiempo para ir desde la celda  $i$  a  $j$ .  
 $i \in \{1, 2, \dots, 16\}, j \in \{1, 2, \dots, 16\}$

e.g:

$$T_{1,2} = w$$

$$T_{1,5} = y$$

Form El Rato.

## Modelo Matemático

$$\text{Para la Celda } 1 \quad Y_1 = Y_{1V} + Y_{1H}$$

Además)  $Y_{1V} = Y_{15V} = Y_{15}^{\text{celda}}$

$$Y_{1H} = Y_{12H} = Y_{12}^{\text{celda}}$$

Para la Celda 6)

$$Y_6 = Y_{6V} + Y_{6H}$$

$$Y_{6V} = Y_{62V} + Y_{610V}$$

$$Y_{6H} = Y_{65H} + Y_{67H}$$

Además Relaciones

$$Y_{62V} = Y_{62}^{\text{celda}}$$

$$Y_{610V} = Y_{610}^{\text{celda}}$$

$$Y_{65H} = Y_{65}^{\text{celda}}$$

$$Y_{67H} = Y_{67}^{\text{celda}}$$

Vemos orden Celda 1)  $U_1 = 0 \rightarrow$  Visitante primero la celda

Celdas

$$U_i - U_j + 15 \cdot Y_{ij}^{\text{celda}} \leq 1$$

Modelamos el tiempo:

$$TF_1 = 0$$

$$\Rightarrow -M(1 - Y_{ij}^{\text{celda}}) \leq TF_j - TF_i - T_{ij} \leq M(1 - Y_{ij}^{\text{celda}})$$

Por lo tanto  $TF_2 = TF_2^{\text{celda}} + T_{12}^{\text{celda}}$  donde  $T_{12}^{\text{celda}} = T_{12}$ .

$T_{12} \Rightarrow$  es  $T_{12} = W \Rightarrow$  si  $z$

$$T_{15} = Y.$$

Visitamos todos las celdas:

$$\sum_{i=1}^{16} Y_i = 15$$

Mínimo tiempo

$$T_{Fi} \leq \text{Final } \forall i = 1,.., 16$$

~~Z(MIN) = Final~~

El último debe ser la celda 15:

$$U_{15} = 14.$$

Son 16 celdas contadas, no 15

~~Y es ahora minimo~~

$$Z(\text{MIN}) = \text{Final}.$$

No visitar celda 5 ni 11 en el quinto orden

$$U_5 - \cancel{5} = \text{Exc}^{\text{Celdas}}_{\cancel{5}} + \text{Def}^{\text{Celdas}}_{\cancel{5}}$$

$$U_5 - \cancel{5} = \text{Exc}^{\text{Celdas}}_5 + \text{Def}^{\text{Celdas}}_5$$

$$m \cdot Y_{\text{Exc}^{\text{Celdas}}_5} \leq \text{Exc}^{\text{Celdas}}_5 \leq M \cdot Y_{\text{Exc}^{\text{Celdas}}_5}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Idem} \\ \text{con} \\ U_{11}. \end{array} \right\} m \cdot Y_{\text{Def}^{\text{Celdas}}_5} \leq \text{Def}^{\text{Celdas}}_5 \leq M \cdot Y_{\text{Def}^{\text{Celdas}}_5}$$

$$Y_{\text{Exc}^{\text{Celdas}}_5} + Y_{\text{Def}^{\text{Celdas}}_5} = 1$$

## A2) Tú o Venientes.

- Es ambiguo. Luego si  $W \rightarrow Y$  se ~~move~~ de manera vertical arriba o abajo? Cuando pasa a la sgta columna, ~~con~~ se move arriba o abajo?
- Esta Repitiendo o pasando varias veces por la mismas celdas para solo se move de manera vert. o horiz y tiene que volver a la celda 15.
- ~~No toma en cuenta si visito si ya visito todas las celdas volver directamente a la celda 15.~~
- No toma en cuenta si ~~que~~ visito todas las celdas para quedarse en la celda 15.
- No toma en cuenta que no deblo visitar la celda si ~~11~~ en el orden 5.
- No tacha las celdas ya visitadas, para no volver a repetir es ineficiente.

## A3)



B) (Ejemplo 2) 2 productor  $X_1$  e  $X_2$  Usan R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub> y R<sub>3</sub>:

$$2X_1 + 3X_2 \leq 480 \text{ (kg R}_1\text{/mz)}$$

$$2X_1 + 3X_2 \leq 360 \text{ (kg R}_2\text{/mz)}$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 300 \text{ (kg R}_3\text{/mz)}$$

$$Z = 20X_1 + 35X_2, \quad 20,35 \text{ son Precio de Venta } X_1 \text{ e } X_2.$$

Análisis tablas: Veo un punto degenerado en el óptimo directo. ( $X_4=0$ ).  
 Y: tener soluciones alternativas en el dual.

Veo Recurso: Usando la tabla → Usando la tabla del dual enunciado.

No nos sobra R<sub>1</sub> ( $X_3=0$ ) y tiene V.M. de  $Y_1 = 5 \$/\text{kg}$ .

No nos sobra R<sub>2</sub> ( $X_4=0$ ) y tiene un V.M. de  $Y_2 = 0$

No nos sobra R<sub>3</sub> ( $X_5=0$ ) y tiene un V.M. de  $Y_3 = 10$

Calculamos la otra tabla y veremos:

$B_K$	$Y_K$	$C_K$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$\theta$	Estra $Y$
480	$Y_1$	5	1	2	0	-2	1	<del>5/2</del>	Sale $Y$
300	$Y_3$	10	0	-2	1	3	-2	-	
	$Z = 5400$		0	0*	0	-60	-120	1	

$B_K$	$Y_K$	$C_K$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	0	10 + $\frac{5}{2}$
360	$Y_2$	$5/2$	$1/2$	1	0	-1	$1/2$		
300	$Y_3$	15	1	0	1	1	-1		
	$Z = 5400$		0*	0	0	-60	-120	1	Con Esta tabla dual optima,

$0 + \frac{5}{2}$   
 $3 - \frac{5}{2}$   
 $-2 + \frac{1}{2}$

No nos sobra R<sub>1</sub> ( $X_3=0$ ) y tiene V.M.  $Y_1 = 0$

No nos sobra R<sub>2</sub> ( $X_4=0$ ) y tiene V.M.  $Y_2 = 5/2 \$/\text{kg}$

No nos sobra R<sub>3</sub> ( $X_5=0$ ) y tiene V.M.  $Y_3 = 15 \$/\text{kg}$

B1) Noz ofrece 2 kg de R3 por un kg de R1. Como estan en menor VM de R3.

~~Comprando~~ kg del R3 uso tabla optima del dual que tiene el menor VM de R3.

Y aqui hago la variacion simultanea

• No interesa R3 no nos

sobrara

• R3 tiene mayor VM que R1 en la tabla del dual mencionado.

BK	$Y_K$	$C_K$	A1	$480-\alpha$	360	$300+2\alpha$	0	$A_5$
	$Y_1$	5	1	2	0	-2	1	
	$Y_3$	10	0	-2	1	(3)	-2	

$$Z = 5400 + 15\alpha \quad \boxed{0 \quad 0-6\alpha \quad 0 \quad -60+8\alpha \quad -120-5\alpha}$$

$\alpha > 7,5$   $\Rightarrow$   $\alpha$  positivo.

$$\therefore -6\alpha \leq 0 \Rightarrow \alpha \geq 0$$

$$-60+8\alpha \leq 0 \Rightarrow \alpha \leq 7,5$$

$$-120-5\alpha \leq 0 \quad -24 \leq \alpha$$

$$0 \leq \alpha \leq 7,5$$

Si j que pasa si  $\alpha > 7,5$ ?  $\Rightarrow$  Veo Vener que  $Y_3$  tomaria valor cero. Saldrá de la base y entrará  $Y_4$ . e  $Y_3 = 0$  (Noz empieza a sobrar R3). Y: Ya no sumaria en el funcionar ya no convierte.

Poder NACF hasta intercambios donde tener en cuenta

VM de  $Y_3 = 10 \Rightarrow 0,5$

Intercambio de R3 con VM de  $Y_3 = 10$   $\Rightarrow$   $0,5$  de R3

Beneficio = \$10.7,5 =

Tener 2 14,5 kg de R3 con VM de  $Y_3 = \$10$  y 0,5 kg de R3 con un VM = 0.

Si convierte, el proveedor entregara 15 kg de R3.  
(suponiendo que no se puede hacer 7,5 intercambios).

No  
Va  
Pero  
Ignorar

Vener Beneficio =

Podemos Hacer 7,5 intercambios:

FECHA

Vemos Beneficio:

$$\text{Beneficio} = 15 \frac{\text{Kg R3}}{\text{Intercambio}} \cdot \$10 - 7,5 \frac{\text{Kg R1}}{\text{Intercambio}} \cdot \$5 = \$112,5$$

Si Convexo Beneficio > 0 Hacer 7,5 Intercambios.  
Entrega 15 Kg R3 el proveedor.

Estructura:

$$\text{Veo con } \alpha = 7,5 \begin{array}{ccccc} x_3 & x_4 & x_5 & x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 \\ 472,5 & 360 & 315 & 0 & 0 \end{array}$$

BK	YK	CK	A1	A2	A3	A4	A5
472,5	y1	5	1	2	0	-2	1
315	y3	10	0	-2	1	3	-2

$$Z = 55125 \quad | \quad \underline{0 - 45 \quad 0 \quad 0^* - 157,5}$$

Vemos que la estructura. Luego de analizar esta posibilidad.

$$x_1 = 0$$

se producen 0 unidades de  $x_1$

$$x_2 = 157,5$$

y 157,5 unidades de  $x_2$

$$x_3 = 0$$

Sobran 45 Kg de R2

$$x_4 = 45$$

No sabia R1 ni R3.

$$x_5 = 0$$

$$y_1 = \$5 \frac{\text{Kg R1}}{\text{Intercambio}}$$

$$y_2 = 0$$

$$y_3 = 10$$

$$y_4 = 0 = y_5$$

B2) Nuevo producto  $X_6$  → consume 1kg R<sub>1</sub>, 2kg R<sub>2</sub>, 1kg R<sub>3</sub>.

$$2X_1 + 3X_2 + 1X_6 \leq 480$$

$$2X_1 + 2X_2 + 2X_6 \leq 360$$

$$X_1 + 2X_2 + 1X_6 \leq 300$$

$$Z = \$20X_1 + 35X_2 + \alpha X_3$$

Vemos el Lucro constante: 1ero Analizo yo pierdo al fabricar una unidad de  $X_6$ :

Lucro constante = 1kgR<sub>1</sub>.  $\frac{\$5}{\text{kg}R_1}$  + 2kgR<sub>2</sub>.  $\frac{\$0}{\text{kg}R_2}$  + 1kgR<sub>3</sub>.  $\frac{\$10}{\text{kg}R_3}$  = \$15.

Con la otra tabla

$$\text{Lucro constante} = 1\text{kg}R_1 \cdot 0 + 2\text{kg}R_2 \cdot \frac{\$5}{2\text{kg}R_2} + 1\text{kg}R_3 \cdot \frac{\$15}{1\text{kg}R_3} = \$20.$$

Inserto el nuevo producto:

Sabemos que  $X_3, X_4$  e  $X_5$  formulan la base canónica en la tabla inicial del directo. ∴ Verifiqué

$$M_{CB} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Perfecto.

Calculo Paria del vector 3

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$2-3 \quad -2+2+2 \quad -1+2 \quad 4+2+2$$

C	X	B	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	$\alpha$	$\theta$
20	$x_1$	60	1	0	2	0	-3	-1		
0	$x_4$	0	0	0	-2	1	2	2	0	
35	$x_2$	120	0	1	-1	0	2	1		120
$Z = 5400$			0	0	5	0	10	$15 - \alpha$		
										$\alpha = 15$

Para Existir una solución para fabricar  $x_6$  con  $\alpha = 15$ .  
 Entia  $x_6$  y sab  $x_4$ .  $\rightarrow$  Pero produce 0.

C	X	B	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	$\alpha$
20	$x_1$	60	1	0	2	0	-3	-1	
0	$x_4$	0	0	0	-2	1	2	2	
$\alpha$	$x_6$	120							

C	X	B	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>
20	$x_1$	60	1	0				0
$\alpha$	$x_6$	0	0	0				1
35	$x_2$	120	0	1				0

$$Z =$$

Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14 / 9104)

Apellido y nombre: Oscar Calixto, Alejandro González Nro. de Padrón: 102256 27 de julio de 2022

A Despues de años de estar en prisión, injustamente detenido, Ganzúa está decidido a escapar (este problema está ambientado en la Edad Media, así que todos los hechos son imaginarios). Para poder escapar tiene que entrar por la celda 1 a una parte de la prisión que tiene 16 celdas y salir por la celda 15. Desde cada celda solamente se puede mover a una celda adyacente en posición horizontal o vertical (nunca diagonal). Moverse a una celda adyacente en horizontal le lleva W minutos y moverse a una celda adyacente en vertical le lleva Y minutos. Tiene que pasar por todas las celdas porque en cada una tiene que buscar una parte de la clave que le servirá para abrir la puerta de la celda 15 y salir en libertad. En la prisión hay un guardia que está siempre cambiando de lugar. Ganzúa sabe que, si no visita ni la celda 5 ni la 11 en quinto orden, el guardia no lo va a alcanzar. Afuera de la prisión están sus amigos, que están mal estacionados y no quieren llamar la atención.

Nota: W, Y son constantes conocidas.

¿Qué es lo mejor que puede hacer Ganzúa con la información suministrada?

A1 Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo matemático para su resolución por Programación Lineal. Es importante resolverlo con un modelo y no por tanteo en base a los datos del problema. Si este punto no es lineal, el examen estará insuficiente

A2 Ronnie Biggs propone una heurística para resolver el problema. Primero se fija cuál de los valores es mayor: W o Y. Si W es mayor que Y se mueve de manera vertical hasta que se termine la columna, pasa a la columna siguiente y se mueve también de manera vertical, repitiendo este procedimiento hasta que llegue a la celda 15. Si Y es mayor que W se mueve de manera horizontal hasta que se termine la fila, pasa a la fila inferior y se mueve también de manera horizontal, repitiendo este procedimiento hasta que llegue a la celda 15. Indique qué inconvenientes o fallas tiene esta heurística con respecto al problema dado, si es que los tiene.

A3 Plantee una heurística de construcción para resolver el problema. Recuerde que su heurística debe tender al mejor resultado y que no debe tener los problemas que criticó en el punto A2.

B) La empresa Boletus fabrica los productos X1 y X2 a partir de los recursos R1, R2 y R3:

$$2X_1 + 3X_2 \leq 480 \text{ (kilos de R1/mes)}$$

$$2X_1 + 2X_2 \leq 360 \text{ (kilos de R2/mes)}$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 300 \text{ (kilos de R3/mes)}$$

$$Z = 20X_1 + 35X_2 \text{ (MAXIMO)} \quad (20 \text{ es el precio de venta de } X_1 \text{ y } 35 \text{ es el precio de venta de } X_2)$$

A continuación, presentamos las dos tablas óptimas.

Optima Directo		20	45	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	Y <sub>3</sub>	
C <sub>k</sub>	X <sub>k</sub>	B <sub>k</sub>	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>
20	X <sub>1</sub>	60	1	0	2	0	-3
0	X <sub>4</sub>	0	0	0	-2	1	2
35	X <sub>2</sub>	120	0	1	-1	0	2
	Z=	5400	0	0	5	0	10

Optima Dual		480	360	300			
B <sub>k</sub>	Y <sub>k</sub>	C <sub>k</sub>	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>
480	Y <sub>1</sub>	5	1	2	0	-2	1
300	Y <sub>3</sub>	10	0	-2	1	3	2
	Z=	5400	0	0*	0	-60	-120

B1) Un proveedor ofrece la posibilidad de entregarle a Boletus recurso R3. El proveedor exige que, por cada dos kilos de recurso R3 que entrega, Boletus le entregue a él 1 kilo de recurso R1. Se quiere saber si conviene, cuántas unidades de R3 le entregará el proveedor a Boletus y cuál es la estructura óptima de producción luego de analizar esta posibilidad.

B2) Se quiere determinar la conveniencia de fabricar un nuevo producto al cual llamaremos X6. Este producto consume por unidad 1 kilo de R1, 2 kilos de R2 y 1 kilo de R3. ¿Cuál debe ser el precio de venta de este nuevo producto para que convenga fabricarlo? ¿Cuál será la nueva estructura de producción considerando que se introduce este producto con un precio de venta de \$25?

**NOTA: Los puntos B1 y B2 se contestan en forma independiente. Detalle los cálculos efectuados. Para aprobar debe tener Bien dos puntos de A y uno de B. Además, A1 no puede estar Mal.**