学号______ 姓名______ 专业______ 年级______ 院/系______

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

安徽大学2017-2018学年第二学期
《高等数学A（二）》期中考试试卷

（闭卷 时间120分钟）

考场登记表序号 ____________

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
阅卷人						

一、填空题（每小题3分，共15分）

得分	

1. 点$(2,1,0)$到平面$3x+4y+5z=0$的距离为________.

2. 设$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^3-y^3}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0),\\ 0, & (x,y)=(0,0).\end{cases}$ 则$f_x(0,0)=$______, $f_y(0,0)=$______.

3. 函数$f(x,y,z)=x^2y+z^2$在点$(1,2,0)$处沿向量$\vec{v}=(1,2,2)$的方向导数为__________.

4. 参数曲线$\begin{cases}x=2t,\\ y=t^2-1,\\ z=t^3\end{cases}$在点$(2,0,1)$处的切线方程为______________.

5. 设参数$\sigma>0$. 反常积分$\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\frac{(x-2018)^2}{2\sigma^2}}\mathrm{d}x=$__________________.

二、选择题（每小题3分，共15分）

得分	

6. 设直线L_1的方程为$\begin{cases}-y+z=1,\\ x=0,\end{cases}$ 直线L_2的方程为$\begin{cases}x-z=1,\\ y=0\end{cases}$. 则$L_1$与$L_2$的位置关系是 (　　)

   (A) 相交于一点. (B) 平行. (C) 异面. (D) 重合.

7. 二元函数f在点(x_0,y_0)的某个邻域内有定义. 则下列说法不正确的是 (　　)

   (A) 若f在(x_0,y_0)处可微，则f在(x_0,y_0)处的偏导数存在.

   (B) 若f在(x_0,y_0)处偏导数都存在，则f在(x_0,y_0)处连续.

   (C) 若f的偏导数f_x,f_y在(x_0,y_0)处连续，则f在(x_0,y_0)处可微.

   (D) 若f在(x_0,y_0)处可微，则f在(x_0,y_0)处连续

8. 设函数$f(x,y)$在开区域D内有二阶连续偏导数，且$f_x(x_0,y_0) = f_y(x_0,y_0) = 0$. 记$A = f_{xx}(x_0,y_0)$, $B = f_{xy}(x_0,y_0)$, $C = f_{yy}(x_0,y_0)$. 则下列为$f(x,y)$在点(x_0,y_0)处取极小值的充分条件的是 ( )

(A) $A<0, AC-B^2>0$. (B) $A>0, AC-B^2>0$.

(C) $A<0, AC-B^2>0$. (D) $A>0, AC-B^2<0$.

9. 设D是xy平面上以原点$O(0,0)$与点$A(1,1)$，$B(-1,1)$为顶点的三角形区域，D_1是D在第一象限部分，则$\iint_D (xy+\cos x\sin y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y =$ ( )

(A) $2\iint_{D_1}\cos x\sin y\mathrm{d}x\mathrm{d}y$. (B) $2\iint_{D_1}(xy+\cos x\sin y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

(C) $2\iint_{D_1} xy\mathrm{d}x\mathrm{d}y$. (D) 0.

10. 设$f(x,y)$是连续函数，则$\int_0^1\mathrm{d}y\int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y} f(x,y)\mathrm{d}x =$ ( )

(A) $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{x-1} f(x,y)\mathrm{d}y + \int_{-1}^0\mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)\mathrm{d}y$.

(B) $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{1-x} f(x,y)\mathrm{d}y + \int_{-1}^0\mathrm{d}x\int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 f(x,y)\mathrm{d}y$.

(C) $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{x-1} f(x,y)\mathrm{d}y + \int_{-1}^0\mathrm{d}x\int_0^{-\sqrt{1-x^2}} f(x,y)\mathrm{d}y$.

(D) $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{1-x} f(x,y)\mathrm{d}y + \int_{-1}^0\mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)\mathrm{d}y$.

三、计算题 (每小题8分，共40分)

得分	

11. 设直线L: $\begin{cases} x+y-2=0, \\ x-ay-z=0 \end{cases}$ 平行于曲面$z=x^2+y^2$在点$P(1,-2,5)$处的切平面. 求a的值.

12. 设函数$f(u,v)$有2阶连续偏导数，$y=f(e^x,\sin x)$, 求$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$和$\left.\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}\right|_{x=0}$.

13. 设二元函数$z=z(x,y)$由方程$e^z+xyz+x+\cos x=2$确定. 求全微分$\mathrm{d}z|_{(0,1)}$.

14. 计算二重积分$\iint\limits_D x^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, 其中平面区域$D$由直线$x=3y$, $y=3x$及$x+y=8$围成.

15. 计算二重积分$\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, 其中$D$是由圆$x^2+y^2=4$和$(x+1)^2+y^2=1$所围成的平面区域.

四、应用题(每小题10分，共20分)

得分	

16. 将长为2米的铁丝分为两段，分别围成正方形和正三角形. 试用Lagrange乘数法讨论两个图形的面积之和是否存在最小值？若存在，求出最小值.

17. 设平面区域D由两条抛物线$y = x^2, y = 2x^2$和两条直线$y = 2x, y = x$围成. 求区域D的面积.

五、证明题(每小题5分，共10分)

得分	

18. 设函数$f(u)$在$(0,+\infty)$内具有二阶导数, 且$z=f(\sqrt{x^2+y^2})$满足等式$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$.
证明: 对任意$u>0$, $uf''(u)+f'(u)=0$.

19. 证明: $\dfrac{100}{51}\le\displaystyle\iint\limits_D\frac{1}{100+\cos^2 x+\cos^2 y}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\le 2$, 其中$D=\{(x,y)\mid |x|+|y|\le 10\}$.