安徽大学 2016-2017 学年第二学期

《高等数学 A（一）、B(一)》考试试卷参考答案（B 卷）

一、填空题：

1. 0　2. $y=2x\pm\frac{1}{2}\pi$　3. 0　4. $\frac{1}{2}\ln(1+x^2)+C$　5. $\frac{1}{2}\pi$

二、选择题：

6. A　7. B　8. B　9. C　10. B

三、计算题：

11、解: $原式=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+\sqrt{\mathrm{n}}}+\sqrt{n}}$.........4'

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{\sqrt{n}}}+1}=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}.....................7'$$

12、解: $原式\overset{1-x=t}{=}\lim\limits_{t\to0}t\tan\frac{\pi}{2}(1-t)$.........4'

$$=\lim_{t\to0}\frac{t}{\tan\frac{\pi}{2}t}=\lim_{t\to0}\frac{t}{\frac{\pi}{2}t}=\frac{2}{\pi}.....................7'$$

13、解： $y'=0+e^y+xe^y y'$

则 $y'=\frac{e^y}{1-xe^y}$.....................4'

即 $\frac{dy}{dx}=\frac{e^y}{1-xe^y}$.....................7'

14、解： $\mathrm{y}^{(100)}=\sum\limits_{\mathrm{k}=0}^{100}C_{100}^{k}\left(3x^2-2\right)^{(k)}(\sin x)^{(100-k)}$............3'

$$=C_{100}^{0}\left(3x^2-2\right)\sin(x+\frac{100\pi}{2})+C_{100}^{1}6x\sin(x+\frac{99\pi}{2})+C_{100}^{2}6\sin(x+\frac{98\pi}{2})$$

$$=\left(3x^2-2\right)\sin x-600x\cos x-29700\sin x=(3x^2-29702)\sin x-600x\cos x...........7'$$

15、解： $原式=\int\frac{(x^4-1)+1}{x^2+1}dx=\int(x^2-1)dx+\int\frac{dx}{x^2+1}$...............4'

$=\frac{1}{3}x^3-x+\arctan x+C............7'$

16、解：原式$=\int\tan x(\sec^2 x-1)dx........3'$

$=\int \tan x d(\tan x)-\int\frac{\sin x}{\cos x}dx.....5'=\frac{1}{2}\tan^2 x+\ln|\cos x|+C..........7'$

17、解：原式$=\int_0^{+\infty}\frac{d(x+2)}{(x+2)^2+4}...........4'=\frac{1}{2}\arctan(\frac{x+2}{2})\Big|_0^{+\infty}=\frac{1}{2}(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4})=\frac{\pi}{8}.........7'$

18、解：原式 $=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\sqrt{1+\frac{k}{n}}\frac{1}{n}=\int_0^1\sqrt{1+x}dx....4'=\frac{2}{3}(1+x)^{\frac{3}{2}}\Big|_0^1=\frac{2}{3}(2\sqrt{2}-1)......7'$

四、应用题（8'）：

19、解:设切点为$\left(x_0,y_0\right)$，由$y=\frac{a^2}{x}$知$y'=-\frac{a^2}{x^2}$，则切点$P_0\left(x_0,y_0\right)$处$k_{p_0}=-\frac{a^2}{{x_0}^2}$，

则$P_0\left(x_0,y_0\right)$处的切线方程为$y-\frac{a^2}{x_0}=-\frac{a^2}{{x_0}^2}(x-x_0)$即$y=-\frac{a^2}{{x_0}^2}x+\frac{2a^2}{x_0}$，切线在$x$轴和$y$轴上的截距分别为$Z_0=2x_0,Y_0=\frac{2a^2}{x_0}$，则三角形的面积为$S=\frac{1}{2}|Z_0||Y_0|=\frac{1}{2}2x_0\frac{2a^2}{x_0}=2a^2$为常数。

五、证明题(6')：

20、证明：令$g(x)=f(x)-x$则$g(0)=f(0)-0=0$，$g(\frac{1}{2})=f(\frac{1}{2})-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}>0$，$g(1)=f(1)-1=-1<0$，则存在$\eta\in\left(\frac{1}{2},1\right)$，使得$g(\eta)=0$，又$g(x)$在$[0,\eta]$上连续，在$(0,\eta)$内可导，且$g(0)=g(\eta)=0$，则存在$\xi\in(0,\eta)\subset(0,1)$内使得$g'(\xi)=f(\xi)-1=0$，即$f'(\xi)=1$。