院/系______ 年级______ 专业______ 姓名______ 学号______

答题勿超装订线

装 订 线

安徽大学 20<u>20</u>—20<u>21</u> 学年第<u>2</u>学期

《 离散数学 》考试试卷（A 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号________________

题 号	一	二	三	四	五	**总分**
得 分						
阅卷人						

一、解答题（每小题 10 分，共 20 分）

得 分	

1. 设集合 $S=\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \zeta\}$，$S$ 上的运算“*”由右边的运算表给出，回答下列问题：

*	α	β	γ	δ	ζ
α	α	β	γ	δ	ζ
β	β	δ	α	γ	δ
γ	γ	α	β	α	β
δ	δ	α	γ	δ	γ
ζ	ζ	δ	α	γ	ζ

（1）代数 $<S, *>$ 中，幺元和零元分别是哪个元素？（若不存在则写“不存在”）。

（2）代数 $<S, *>$ 中，每个元素的逆元分别是哪个元素？（若不存在则写“不存在”）。

（3）代数 $<S, *>$ 中，运算“*”是否满足交换律？若满足，请说明理由，若不满足，请举出反例。

（4）代数 $<S, *>$ 中是否存在等幂元素？若存在，请指出。

2. 已知集合 A={1,2,3,4,5}, B={1,2,3},

设函数 $f_1: B \to A$，$f_1(x)=x$，函数 $f_2: A\times B \to A$，$f_2(<x,y>) = |x-y|+1$。

（1）　集合 A 到 B 的二元关系一共有多少个？集合 A 到 B 的函数一共有多少个？集合 B 上的双射函数一共有多少个？

（2）　分别指出 f_1 和 f_2 是否为单射、满射、双射。

（3）　令集合 $C=\{<x,y> \mid f_2(<x,y>)=2\}$，用列举法写出 C。

（4）　已知 S={1,2,4}，求 $f_1^{-1}(S)$ 和 $f_1(f_1^{-1}(S))$ 其中 f_1^{-1} 表示逆象。

（5）　已知 S={1,4}，求 $f_2^{-1}(S)$ 和 $f_2(f_2^{-1}(S))$ 其中 f_2^{-1} 表示逆象。

二、计算题（每小题 10 分，共 30 分）

得 分	

1. 求命题公式（$P \rightarrow (Q \wedge R)) \wedge (\neg P \rightarrow (\neg Q \vee \neg R))$的主析取范式和主合取范式（结果中的极大/小项必须编号）

2. R 和 S 分别为集合 A={ 1 ,2 ,3 , 4 }上的二元关系，R={< 1, 2 > , < 2 , 1 > , <3 ,2 > , < 4, 3 >}，S={< 1, 2 > , < 2, 1 > , < 3 , 3 > }，求解如下问题：

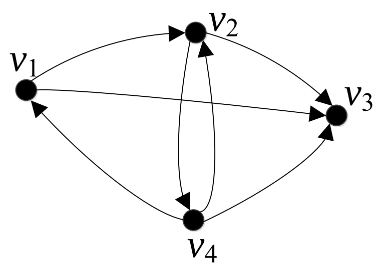
（1）画出关系 R 和 S 的关系图。

（2）求 R^0 和 $\tilde{R}$，并画出其关系图。

（3）求 R 的自反闭包 $r(R)$ 、对称闭包 $s(R)$ 和传递闭包 $t(R)$，并画出 $r(R)$， $s(R)$ 和 $t(R)$ 的关系图。

（4）分别求出关系 R 和 S 诱导的等价关系（画出其关系图即可），并进一步写出这两个等价关系所诱导的划分π_R和π_S；

（5）π_R和π_S具有细分关系吗？若有，请指出谁细分谁。



3. 有向图 G 如右图所示，试求：

（1） 求 G 的邻接矩阵 A 及 $A^{(2)}$ 、 $A^{(3)}$ 和 $A^{(4)}$；

（2） 图中 v_1 到 v_4 长度不大于 4 的路径条数有多少？

图中结点 v_1 到 v_4 的距离多少？

图中经过结点 v_4 长度为 4 的回路条数有多少？

（3） 求出可达矩阵 P 。

（4） 求出各强分图的顶点集。

得 分	

三、证明题（每小题 **10** 分，共 **20** 分）

1. 试用推理规则证明 $\exists x Q(x)$是$\exists x P(x)$，$\forall x(Q(x)\vee\neg R(x))$ 和 $\forall x(P(x)\vee Q(x)\rightarrow R(x))$ 的有效结论。

2. 用逻辑符号写出以下前提和结论，并用推理规则证明该推理过程。

前提：只要你坚持上自习，并且学习方法得当，则一定会通过考试。

如果你不坚持上自习，那你一定热衷于玩游戏。

学习方法得当。

结论：若你不热衷于玩游戏，那你一定会通过考试。

设：P：坚持上自习；Q：学习方法得当；R：通过考试；S：热衷于玩游戏。

四、综合分析题（每小题 10 分，共 20 分）

得 分	

1．已知代数 <N_7-{0}，$\times_7$ > 是群，其中 N_7 表示前 7 个自然数的集合，$\times_7$ 为模 7 乘法，求解如下问题：

（1）构造代数<N_7-{0}，$\times_7$>的运算表。

（2）求出群中各元素的阶，并判断<N_7-{0}，$\times_7$>为循环群吗？若是，求出所有的生成元。

（3）已知子群<H，$\times_7$> ，这里 H={1,6}，证明<H,*>是正规子群并写出关于 H 的陪集划分。

（4）写出除了<H，$\times_7$>以外的其它所有子群。

2. 已知偏序集合 $< S_n, D >$，其中，S_n 表示正整数 n 的所有因子的集合，D 是整除关系，求解如下问题：

（1）当 n 分别为 30，45 时，分别写出集合 S_{30} 和 S_{45}。

（2）分别画出< S_{30}, D>和< S_{45}, D>的哈斯图。

（3）基于偏序集合< S_{45}, D>，分别在下表中填入集合 S_{45} 的子集{3，5，15}和{5，9}的最大元素、极大元素、上界和最小上界。

集合	最大元素	极大元素	上界	最小上界
{3，5，15}				
{5，9}				

（4）分别判断以上两个哈斯图是否为格，如果是格，请指出格中每个元素的补元。（若不存在则写“不存在”）。

（5）以上哈斯图若是格，进一步判断其是否是布尔代数，若是布尔代数，请写出其所有子布尔代数的载体。

五、应用题（每小题 **10** 分，共 **10** 分）

得 分	

已知有 n 个珠子，一个珠子分为两半有两种颜色，用 1 到 50 来表示 50 种不同的颜色，如(1,2)表示这颗珠子有 1 和 2 两种颜色，现在要把这些珠子串成一条链，两个紧挨着的珠子要满足一个条件就是接触的那部分颜色要相同，例如(1,2)，(2,4)两个珠子的接触部分颜色相同都为 2。请你设计一种方法确定给定的 n 个珠子能不能连成一条链？（注：(1,2)和(2,1)是同样的珠子）。然后利用你设计的方法证明如下 11 个珠子能不能连成一条链？能的话输出任意一种连接情况即可。11 个珠子信息分别如下：(1,2)，(1,2) (1,6)，(2,3)，(2,4)，(3,1)，(3,6)，(4,3)，(5,4)，(6,2)，(6,5)。