安徽大学 2022—2023 学年第一学期

《 概率论与数理统计 A 》期末考试试卷（A 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号________

学号________ 姓名________ 专业________ 年级________ 院/系________

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

一、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1．若随机事件 A 和 B 满足 $P(B|A)=1$，则下列选项正确的是（　　）

（A）A 是必然事件　（B）$P(\overline{B}|A)=0$　（C）$A\supset B$　（D）$A\subset B$

2．袋中有 5 个球，其中 3 个新球，2 个旧球，不放回地抽取两次，每次取一个，则第二次取到新球的概率是（　　）

（A）$\frac{3}{5}$　（B）$\frac{3}{4}$　（C）$\frac{2}{4}$　（D）$\frac{3}{10}$

3．对随机变量 X 来说，若 $EX\neq DX$，则 X 一定**不服从**（　　）

（A）二项分布　（B）指数分布　（C）正态分布　（D）泊松分布

4．设随机变量 X,Y 独立同分布且 X 分布函数为 $F(x)$，则 $Z=\max\{X,Y\}$ 的分布函数为（　　）

（A）$F(x)F(y)$　（B）$F^2(x)$　（C）$1-[1-F(x)]^2$　（D）$[1-F(x)][1-F(y)]$

5．设随机变量 X 和 Y 都服从标准正态分布，则（　　）

(A)　$X+Y$ 服从正态分布　(B)　X^2+Y^2 服从 χ^2 分布

(C)　X^2 和 Y^2 都服从 χ^2 分布　(D)　$\frac{X^2}{Y^2}$ 服从 F 分布

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

6．设事件 A,B 相互独立，$P(A)=0.7$，$P(A\cup B)=0.88$，则 $P(A-B)=$________.

7．设随机变量 ξ 服从 $(1,6)$ 上的均匀分布，则方程 $x^2+\xi x+1=0$ 有实根的概率为________.

8．设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}6x & 0\le x\le y\le 1\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$，

则 $P(X+Y\le 1)=$________.

9．设 $X_1,X_2\cdots,X_n$ 是来自二项分布总体 $B(100,0.5)$ 的简单随机样本，$\overline{X}$ 和 S^2 分别为样本均值和样本方差，则 $E\left(\overline{X}-S^2\right)=$________.

10．设随机变量 $X_1,\cdots,X_9$ 相互独立且同分布，$EX_i=DX_i=1$，$i=1,\cdots,9$，则由切比雪夫不等式 $P\left(\left|\sum_{i=1}^{9}X_i-9\right|<4\right)\ge$__________.

三、计算题（每小题 12 分，共 60 分）

11．设随机变量 X 的分布律为 $X\sim\begin{pmatrix}-1 & 0 & \frac{1}{2} & 1 & 2\\ \frac{1}{3} & a & \frac{1}{6} & 2a & \frac{1}{4}\end{pmatrix}$

求（1）常数 a 的值；（2）$Y=X^2$ 的分布.

12．已知随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}x, & 0\le x\le 1\\ a-x, & 1<x\le 2\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

求（1）常数 a 的值；（2）期望 EX .

13．设二维随机变量 (X,Y) 的联合分布律为

X \ Y	0	1
0	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{12}$
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$

求 X 与 Y 的相关系数 ρ_{XY} .

14．设 (X,Y) 的联合密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{x}, & 0<y<x<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，

求（1）X 的边缘密度 $f_X(x)$；（2）条件密度 $f_{Y|X}(y|x)$.

15．设总体 X 服从指数分布，其概率密度为 $f(x;\theta)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases}$ $(\theta>0)$

$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是从总体中抽出的简单随机样本，求参数 θ 的最大似然估计量.

四、应用题（每小题 5 分，共 5 分）

16．设某次考试的学生成绩服从正态分布，从中随机抽取 36 位考生的成绩，算得平均成绩为 66.5 分，样本标准差为 15 分，问在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，是否可以认为这次考试全体考生的平均成绩为 70 分？（$t_{0.025}(35)=2.0301$）.

五、证明题（每小题 5 分，共 5 分）

17．设随机变量 X,Y 相互独立且同分布，已知 X 的概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases}e^{-x}, & x>0\\ 0\ , & \text{其他}\end{cases}$，

证明：随机变量 $Z=\min(X,Y)$ 服从指数分布.