

update 2022/2/16:

这张试卷本来没有答案，我写了一遍，经过了小猿搜题、MATLAB 等工具检验，如果你觉得我写错了，可以通过我的邮箱 sanghaoxiang@gmail.com (mailto:sanghaoxiang@gmail.com) 联系我，或者在这里直接帮我修改。

——安徽大学计算机科学与技术学院，2021 级信息安全，桑浩翔

### 一、填空题

1. 0
2.  $e^{-\frac{1}{e}}$
3.  $y = x + \frac{1}{e}$
4. 2
5.  $\ln(\sqrt{2} + 1)$

### 二、选择题

6. C
7. D
8. A
9. B
10. D

### 三、计算题

11.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2^n + 3^n + 4^n} = 4$
12.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\frac{1}{\ln(e^x - 1)}} = e$
13.  $a = 0$
14. 原式  $= -\frac{1}{3} \frac{(x^2 + 1)^{3/2}}{x^3} + \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} + C$
15. 原式  $= \frac{1}{2} e \sin 1 - \frac{1}{2} e \cos 1 + \frac{1}{2}$
16.  $f(x) = \frac{1}{2}(\sin x + \cos x + e^x)$
17. 第一问  $f'(x) = \frac{e^{x(1-y)}(1-y) + 1}{xe^{x(1-y)} + 1}$   
第二问  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = 1$
18.  $A$  的面积  $= \frac{1}{3}$   
 $A$  绕  $y$  轴旋转一周所得旋转体的体积  $= \frac{8\pi}{15}$
19. 先对  $F(x)$  求导得  $F'(x)$  (下面分母平方，上面对导后不导减去后导前不导)  
即证分子  $\geq 0$   
设  $h(x) =$  分子  
 $h'(x) = (x - a)f'(x) \geq 0$   
所以  $h(x) \uparrow$ ,  
又因为  $h(a) = 0$ ,  
所以  $x \in (a, b)$  时,  $h(x) > 0$

20. 构造  $h(x) = e^x f(x)$ , 对  $f(x)$  在区间  $(0, 1)$  上用零点存在定理, 设零点为  $\xi_0$ , 同理对  $f(x)$  在区间  $(0, \frac{1}{2})$  上用零点存在定理, 设零点为  $\xi_1$ , 对  $h(x)$  在区间  $(\xi_0, \xi_1)$  上用罗尔中值定理, 即可得到  $h'(t) = 0$ , 即  $f'(t) + f(t) = 0$