院/系__________ 专业__________ 姓名__________ 学号__________

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

安徽大学 2018—2019 学年第一学期

《高等数学 A（一）》期末考试试卷（A 卷）

（闭卷 时间 120 分钟）

考场登记表序号__________

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
阅卷人						

得分	

一、填空题（本题共五小题，每小题 3 分，共 15 分）

1. 极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+1}{n-2018}\right)^n=$__________.

2. 设函数 $f(x)=\dfrac{1}{1-x}$，则 $f^{(n)}(x)=$__________.

3. 设 $y=y(x)$ 是由方程 $y=\cos(x+y)$ 确定的隐函数，则微分 $\mathrm{d}y=$__________.

4. 曲线 $C: y=3x^5+5x^4-2x+4$ 的拐点坐标为__________.

5. 广义积分 $\int_1^2\dfrac{1}{x\sqrt{x^2-1}}\mathrm{d}x=$__________.

得分	

二、选择题（本题共五小题，每小题 3 分，共 15 分）

6. 广义积分 $\int_1^{+\infty}x^p\mathrm{d}x$ 收敛的充分必要条件是 （　　）

A. $-1<p<0$;　B. $p>-1$;　C. $0<p<1$;　D. $p<-1$.

7. 已知极限 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x-x+\frac{1}{6}x^3}{x^k}=c$，其中 k,c 均为实常数，且 $c\neq0$. 则 （　　）

A. $k=4,c=-\dfrac{1}{24}$;　B. $k=4,c=\dfrac{1}{24}$;

C. $k=5,c=-\dfrac{1}{120}$;　D. $k=5,c=\dfrac{1}{120}$.

8. 设函数 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数．则下列说法正确的是 （　　）

A. $F(x)$ 是偶函数当且仅当 $f(x)$ 是奇函数;

B. $F(x)$ 是奇函数当且仅当 $f(x)$ 是偶函数;

C. $F(x)$ 是周期函数当且仅当 $f(x)$ 是周期函数;

D. $F(x)$ 是单调函数当且仅当 $f(x)$ 是单调函数.

9. 设函数 $y=f(x)$ 在 $[a,b]$（$0<a<b$）上有连续导数，且 $f(x)>0$． 则由曲线 $C: y=f(x)$ 与直线 $x=a, x=b$ 以及 x 轴围成图形绕 y 轴旋转一周所得旋转体的体积为 （　　）

A. $2\pi\int_a^b xf(x)\mathrm{d}x$;　B. $2\pi\int_a^b f(x)\sqrt{1+[f'(x)]^2}\mathrm{d}x$;

C. $\pi\int_a^b[f(x)]^2\mathrm{d}x$;　D. $2\pi\int_a^b x\sqrt{1+[f'(x)]^2}\mathrm{d}x$.

10. 设函数 $f(x)=\begin{cases}x^5\sin\dfrac{1}{x}, & x\neq0,\\ 0, & x=0.\end{cases}$ 则下列说法正确的是 （　　）

A. $f(x)$ 在 $x=0$ 处有2阶导数，但 $f''(x)$ 在 $x=0$ 处不连续;

B. $f(x)$ 在 $x=0$ 处有2阶导数，且 $f''(x)$ 在 $x=0$ 处连续;

C. $f(x)$ 在 $x=0$ 处有3阶导数，但 $f'''(x)$ 在 $x=0$ 处不连续;

D. $f(x)$ 在 $x=0$ 处有3阶导数，且 $f'''(x)$ 在 $x=0$ 处连续.

得分	

三、计算题（本题共六小题，每小题 7 分，共 42 分）

11. 求极限 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\int_0^x\sin(x-t)^2\,\mathrm{d}t}{\tan x-x}$.

12. 求极限 $\lim\limits_{n\to+\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{k}{n^2}\sin\frac{k\pi}{n}$.

13. 设函数$y=y(x)$由参数方程$\begin{cases}x=\sin t,\\ y=t\sin t+\cos t\end{cases}$（$t$为参数）. 求$\left.\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}\right|_{t=\frac{\pi}{4}}$.

14. 求不定积分$I=\int\sec^3 x\,\mathrm{d}x$.

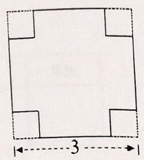
15. 求定积分$\int_0^1\frac{x^{\frac{3}{2}}}{1+x}\mathrm{d}x$.

16. 求初值问题$\begin{cases}xy'+y=\cos x,\\ y(\frac{\pi}{2})=1\end{cases}$的解.

四、应用题（本题共两小题，每小题 8 分，共 16 分）

得 分	

17. 设有边长为3的正方形纸板，将其四角剪去相等的小正方形，然后叠成盒子．问小正方形的边长为多少时，叠成的盒子的体积为最大？



18. 设某钢丝段形状为 $\begin{cases} x = e^t\cos t, \\ y = e^t\sin t, \\ z = e^t \end{cases}$ $(t \in [0, 2\pi])$．求该钢丝段的长度．

五、证明题（本题共两小题，每小题 6 分，共 12 分）

得 分	

19. 利用 Rolle（罗尔）定理证明 Lagrange（拉格朗日）中值定理：设$f(x)$满足 (i) 在$[a,b]$上连续，(ii) 在(a,b)内可导．则至少存在一个$\xi \in (a,b)$，使得$f'(\xi) = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$．

20. 设函数$f(x)$在$[a,b]$上连续，且对任意$x \in [a,b]$，$f(x) > 0$．证明：存在唯一的$\xi \in (a,b)$，使得$\int_a^\xi f(t)\mathrm{d}t = \int_\xi^b \dfrac{1}{f(t)}\mathrm{d}t$．