院/系________ 专业________ 姓名________ 学号________

答题勿超装订线

装 订 线

安徽大学 2021—2022 学年第一学期

《线性代数 A》期中考试试卷

（闭卷 时间 120 分钟）

一、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设 A,B,C 是 n 阶方阵，且 $ABC=I$，则必有（　　）.

A. $CBA=I$.　　　　B. $BCA=I$.

C. $BAC=I$.　　　　D. $ACB=I$.

2. 下列说法**正确**的是（　　）.

A.矩阵的乘法满足交换律.　　　　B. n 阶对称矩阵的乘积仍然是对称矩阵.

C. 可逆矩阵的转置仍然可逆.　　　　D. 非零矩阵的乘积仍然是非零矩阵.

3. 函数 $f(x)=\begin{vmatrix} -1 & 0 & x & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ 中 x 的系数为（　　）.

A. 2.　　　　B. 1.

C. 3.　　　　D. -4.

4. 设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 均为 3 维列向量，记矩阵 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$

$B=(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3,\alpha_1+2\alpha_2+\alpha_3,\alpha_1+\alpha_2+9\alpha_3)$，如果 $|A|=1$，则 $|B|=$（　　）.

A. 0.　　　　B. 8.

C. 9.　　　　D. 1.

5. 已知齐次线性方程组 $\begin{cases} \lambda x_1+3x_2=0 \\ 3x_1+\lambda x_2=0 \end{cases}$ 有非零解，则 $\lambda=$（　　）.

A. 3.　　　　B. 0

C. 1.　　　　D. -1.

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

6．设矩阵 $X=\begin{pmatrix}0 & A\\ C & 0\end{pmatrix}$，已知 A^{-1},C^{-1} 存在，则 $X^{-1}=$_________.

7. $\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}^{2020}\begin{pmatrix}3&4&8\\1&9&5\\6&7&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}^{2021}=$ _________.

8. 设 $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\9&3&0\\11&14&15\end{pmatrix}$，$A^*$ 为 A 的伴随矩阵， 则 $(A^*)^{-1}=$____________.

9．n 阶排列 $(n-1)(n-2)(n-3)\cdots 21n$ 的逆序数为_________.

10. 设 A,B 为 4 阶方阵，且 $|A|=-2,|B|=3$，则 $\left|2AB^T\right|=$________________.

三、计算题（每小题 10 分，共 60 分）

11. 设矩阵 X 满足方程 $X\begin{pmatrix}1&1&-1\\2&1&0\\1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1&3\\4&3&2\\1&2&5\end{pmatrix}$, 求 X .

12. 设 $A=\begin{vmatrix}1&2&1&1\\2&3&4&8\\3&4&9&27\\4&1&16&64\end{vmatrix}$，求 $A_{12}+A_{22}+A_{32}+A_{42}$，其中 A_{ij} 为元素 a_{ij} 的代数余子式.

13. 设$a_i \neq a_j\left(i \neq j, i, j=1,2,\cdots n\right)$，解线性方程组

$$\begin{cases} x_1+a_1x_2+\cdots+a_1^{n-1}x_n=1 \\ x_1+a_2x_2+\cdots+a_2^{n-1}x_n=1 \\ \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \\ x_1+a_nx_2+\cdots+a_n^{n-1}x_n=1 \end{cases}.$$

14. 计算行列式$D_n=\begin{vmatrix} a_1+b_1 & a_1+b_2 & \cdots & a_1+b_n \\ a_2+b_1 & a_2+b_2 & \cdots & a_2+b_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_n+b_1 & a_n+b_2 & \cdots & a_n+b_n \end{vmatrix}$.

15. 设A,B满足$A^{-1}BA=6A+BA$,其中$A=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{9} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$，求$B$.

16. 已知$\alpha=\left(1,2,3\right),\beta=\left(1,\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$，令$A=\alpha^T\beta$，求$A^n$ (n为正整数).

四、证明题（10分）

17. 设n阶方阵A满足$A^2-A-2I=0$，试证$A+2I$可逆，并求$A+2I$的逆矩阵.