

安徽大学 2021 —2022 学年第1 学期

《概率论与数理统计 A》期中考试试题参考答案及评分标准

一、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. D      2. A      3. A      4. B      5. C

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

6. 0.2      2.  $\frac{1}{3}$       3.  $e^{-4}$       4.  $e^{-1} - e^{-2}$       5.  $\frac{11}{24}$

三、分析计算题（每题 10 分，合计 40 分）

11. 解：设  $A =$  “任意 3 个盒子中各有 1 个球”， $B =$  “任意 1 个盒子中有 3 个球”，

$C =$  “任意 1 个盒子中有 2 个球，其他任意 1 个盒子中有 1 个球”，

则依题意得

$$(1) P(A) = \frac{C_4^3 P_3^3}{4^3} = \frac{3}{8}; \quad 5 \text{ 分}$$

$$(2) P(B) = \frac{C_4^1}{4^3} = \frac{1}{16}. \quad 10 \text{ 分}$$

12. 解：(1) 由

$$\sum_{k=0}^3 P(X=k) = 1,$$

得

$$c = \frac{8}{15}. \quad 5 \text{ 分}$$

(2) 易见

$$P(\text{方程有实根}) = P(\Delta \geq 0) = P\left(X \leq \frac{9}{4}\right) = \frac{14}{15}. \quad 10 \text{ 分}$$

13. 解：(1) 由

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1,$$

得

$$A = \frac{1}{2}. \quad 5 \text{ 分}$$

$$(2) P\left(X \text{ 落在区间 } (0, \frac{\pi}{4})\right) = \int_0^{\pi/4} \frac{1}{2} \cos x dx = \frac{\sqrt{2}}{4}. \quad 10 \text{ 分}$$

14. 解: (1) 由于

$$P(2 \leq X \leq 4) = P\left(-0.5 \leq \frac{X-3}{2} \leq 0.5\right) = \Phi(0.5) - \Phi(-0.5) = 2\Phi(0.5) - 1 = 0.383; \quad 5 \text{ 分}$$

(2) 由正态分布的对称性易知,

$$c = 3.$$

10分

#### 四、实际应用题 (每题 10 分, 共 30 分)

15. 解: 设  $A_i$  = “3 个灯泡在使用了 1000 小时以后恰有  $i$  个坏了” ( $i = 0, 1, 2, 3$ ), 则由二项分布知,

$$P(A_i) = C_3^i (0.8)^i (0.2)^{3-i},$$

(1) 由题意得,

$$P(\text{3个灯泡在使用了1000小时以后全部坏了的概率}) = P(A_3) = 0.512; \quad 5 \text{ 分}$$

(2) 由题意得,

$$P(\text{3个灯泡在使用了1000小时以后最多只有一只坏了}) = P(A_0) + P(A_1) = 0.104.$$

10 分

16. 解: 设 A 表示 “发出信号 0”, B 表示 “接收到信号 0”

(1) 由全概率公式有

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})$$

$$= 0.7 \times 0.8 + 0.3 \times 0.1 = 0.59; \quad 5 \text{ 分}$$

(2) 由贝叶斯公式有

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})} = \frac{56}{59}. \quad 10 \text{ 分}$$

17. 解: 假设圆盘的直径为  $X$ , 则  $X \sim U(0,1)$ , 则  $X$  的密度函数为

$$f_X(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad 3 \text{ 分}$$

又由于  $S = \frac{\pi X^2}{4}$ , 则易得  $S = \frac{\pi X^2}{4}$  的密度函数为

$$f_S(y) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\pi y}}, & 0 < y < \frac{\pi}{4}, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad 10 \text{ 分}$$