

安徽大学 2020—2021 学年第二学期

《高等数学 A (二)》期中考试试卷

(闭卷, 时间 120 分钟)

考场登记表序号_____

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

一、 填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

得 分	
-----	--

1. 直线 $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+8}{1}$ 与直线 $L_2: \begin{cases} x-y=6 \\ 2y+z=3 \end{cases}$ 的夹角是_____.
2. 交换积分次序 $\int_0^2 dy \int_{y^2}^{2y} f(x,y) dx =$ _____.
3. 已知 $f(x,y) = (2020 + \sin x + \cos x)^{2021y}$, 则 $f'_y\left(\frac{\pi}{2}, 1\right) =$ _____.
4. 二阶微分方程 $y'' - 4y' + 13y = 0$, 其通解为_____.
5. xOz 坐标面上曲线 $z = e^{x^2}$ 绕 z 轴旋转所得的旋转面方程为_____.

二、选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

得 分	
-----	--

6. 平面 $x - y + 2z - 6 = 0$ 与平面 $2x + y + z - 5 = 0$ 位置关系是 ().
A. 平行 B. 垂直 C. 相交但不垂直 D. 重合
7. 设 $z = f(x,y)$ 的全微分是 $dz = xdx + ydy$, 则点 $(0,0)$ ().
A. 不是 $f(x,y)$ 极值点 B. 是 $f(x,y)$ 极小值点
C. 是 $f(x,y)$ 极大值点 D. 无法判别

8. 设 $I_1 = \iint_D \cos \sqrt{x^2 + y^2} d\sigma$, $I_2 = \iint_D \cos(x^2 + y^2) d\sigma$, $I_3 = \iint_D \cos(x^2 + y^2)^2 d\sigma$,

其中 $D: x^2 + y^2 \leq 1$, 则 ()。

(A) $I_3 > I_2 > I_1$

(B) $I_1 > I_2 > I_3$

(C) $I_2 > I_1 > I_3$

(D) $I_3 > I_1 > I_2$

9. 设二元函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ 则 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 处 ()

A. 偏导数不存在, 不连续, 不可微

B. 偏导数存在, 连续, 可微

C. 偏导数不存在, 不连续, 可微

D. 偏导数存在, 连续, 不可微

10. 二阶常系数非齐次线性微分方程 $y'' + ay' + by = ce^x$ 的通解为 $y = (c_1 + c_2 x) e^{-x} + e^x$,

其中 c_1, c_2 为任意常数, 则微分方程中的 a, b, c 分别为 ()

(A) 1, 0, 1

(B) 1, 0, 2

(C) 2, 1, 3

(D) 2, 1, 4

三、计算题 (每小题 9 分, 共 54 分)

11. 求一阶微分方程的通解

$$\frac{dy}{dx} - \frac{2}{x+1} y = (x+1)^{\frac{5}{2}}$$

得 分	
-----	--

12. 计算二元极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(x^2 y) - \arcsin(x^2 y)}{x^6 y^3}$

13 求椭球面 $x^2+2y^2+z^2=1$ 上平行于平面 $x-y+2z=0$ 的切平面方程

14. 设 $z = f(xy, \frac{x}{y})$, 其中二元函数 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

15. 设 $u = u(x, y), v = v(x, y)$ 是由方程组 $\begin{cases} xu + yv = 0 \\ yu - xv = 1 \end{cases}$ 确定的 x, y 的隐函数,
求 $\frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial y}$

16. 计算二重积分 $\iint_D \left| x^2 + y^2 - \frac{1}{4} \right| dx dy$, $D: x^2 + y^2 \leq 1$.

四、应用题（共 10 分）

得 分	
-----	--

17. 求表面积为 a^2 而体积为最大的长方体的体积

五、证明题（共 6 分）

得 分	
-----	--

18. 已知方程 $\varphi(cx - az, cy - bz) = 0$ （ φ 为可微函数）所定义的隐函数 $z = z(x, y)$ ，证明
- $$a \frac{\partial z}{\partial x} + b \frac{\partial z}{\partial y} = c$$