安徽大学 2020—2021 学年第一学期

《 概率论与数理统计 A 》期中考试试卷

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号________

院/系________ 年级________ 专业________ 姓名________ 学号________

答题勿超装订线

一、选择题（每小题 2 分，共 10 分）

1．设 A,B 是任意两个概率不为零的互斥事件，则下列结论正确的是（　　）

(A) $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 互斥　(B) $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 相容　(C) $P(AB)=P(A)P(B)$　(D) $P(A-B)=P(A)$

2．设独立重复地进行某试验，已知第四次试验出现第二次成功的概率为 $\frac{3}{16}$，则每次试验成功的概率为（　　）

（A）$\frac{1}{2}$　（B）$\frac{1}{4}$　（C）$\frac{1}{8}$　（D）$\frac{1}{16}$

3．设某随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} A+Be^{-\frac{x^2}{2}}, & x>0 \\ 0, & x\le 0 \end{cases}$，则（　　）

(A) $A=1, B=1$　(B) $A=-1, B=-1$　(C) $A=1, B=-1$　(D) $A=-1, B=1$

4．设随机变量 $X\sim N(0,\sigma^2)$，则对任意实数 a，下列命题正确的是（　　）

（A） $P\{X<a\}=P\{X>a\}$　（B） $P\{X<a\}=1-P\{X<-a\}$

（C） $aX\sim N(0,a^2\sigma^2)$　（D） $X+a\sim N(a,\sigma^2+a^2)$

5．设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)$，则下列函数中必为某随机变量的密度函数的是（　　）

(A) $2f(x)$　(B) $f(2x)$　(C) $f(1-x)$　(D) $1-f(x)$

二、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

6．设 A， B 为随机事件，若 $P(A)$=0.6， $P(B)=0.4$， $P(A|B)=0.3$，则 $P(A|\overline{B})$=________

7．设十件产品中有两件次品，现依次从中不放回地任取两次，每次取一件，则两件产品中恰好有一件次品的概率是__________

8．设随机变量 ξ 服从 $(1,6)$ 上的均匀分布，则方程 $x^2+\xi x+1=0$ 有实根的概率为_________

9．设随机变量 X 的分布律为 $X\sim\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 2 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$，则 X^2 的分布律 $X^2\sim$______________

10．若二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} 2-x-y, & 0<x<1, 0<y<1 \\ 0, & 其他 \end{cases}$

则 $P\{X>2Y\}$=__________

三、计算题（每小题 12 分，共 72 分）

11．甲袋中有 3 个白球 2 个黑球，乙袋中有 4 个白球 4 个黑球，今从甲袋中任取 2 个球放入乙袋，再从乙袋中任取一个球，求该球是白球的概率。

12．一盒中有 5 个纪念章，编号为 1, 2, 3, 4, 5，在其中等可能地任取 3 个，用 X 表示取出的 3 个纪念章的最大号码，求随机变量 X 的分布律.

13．已知随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} x, & 0 \le x \le 1 \\ A-x, & 1 < x \le 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求：(1) 常数 A；　(2) $P(-1<X<1)$.

14．某次高数期末考试成绩（百分制）X 近似服从正态分布 $X \sim N(72, \sigma^2)$，已知 96 分以上的占考生总数的 2.3%。试求考生的高数成绩在 60 分至 84 分之间的概率。
（$\Phi(2)=0.977$，$\Phi(1)=0.841$）

15．设随机变量 (X, Y) 的联合分布律为

X \ Y	0	1	2
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$
2	α	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

求：(1) α 的值；　(2) X, Y 的边缘分布律；　(3) $P(XY \ne 0)$

16．设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} kx^2 y, & (x,y)\in G \\ 0, & \text{其他} \end{cases},$$

其中 G 是由 $y=|x|$ 和 $y=1$ 围成的区域，

(1) 求 k 的值；　(2) 求 Y 的边缘密度函数；　(3) 求 $P\{Y<\frac{1}{2}\}$.

四、证明题（每小题 8 分，共 8 分）

17．设随机变量 X 服从参数为 2 的指数分布．证明：$Y=1-\mathrm{e}^{-2X}$ 在区间 $(0,1)$ 上服从均匀分布.