

安徽大学 20 19 —20 20 学年第 一 学期

《 概率论与数理统计 A 》考试试卷 (A 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号 _____

题 号	一	二	三	四	总分
得 分					
阅卷人					

一、选择题 (每小题 2 分, 共 10 分)

得分

- 设事件 A 与 B 互不相容, 则下列选项正确的是 ().
 (A) $P(\overline{AB}) = 0$ (B) $P(AB) = P(A)P(B)$
 (C) $P(A) = 1 - P(B)$ (D) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1$
- 设 $f(x)$ 和 $F(x)$ 分别为 X 的概率密度函数和分布函数, 则下列选项正确的是 ().
 (A) $P(X = x) = f(x)$ (B) $P(X = x) \leq F(x)$
 (C) $0 \leq f(x) \leq 1$ (D) $P(X = x) = F(x)$
- 设 $f_1(x)$ 为标准正态分布的概率密度函数, $f_2(x)$ 为 $[-1, 1]$ 上均匀分布的概率密度函数. 若 $f(x) = \begin{cases} af_1(x), & x \leq 0, \\ bf_2(x), & x > 0, \end{cases}$ ($a > 0, b > 0$) 为概率密度函数, 则 a, b 应满足 ().
 (A) $2a + 3b = 4$ (B) $3a + 2b = 4$ (C) $a + b = 1$ (D) $a + b = 2$
- 设连续型随机变量 X 的分布函数为
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1, \\ a + b \arcsin x, & -1 \leq x < 1, \\ 1, & x \geq 1, \end{cases}$$
 则 a, b 的值分别为 ().
 (A) $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{\pi}$ (B) $a = 0, b = 0$ (C) $a = 0, b = \frac{1}{\pi}$ (D) $a = \frac{1}{2}, b = 0$
- 某人向同一目标独立重复射击, 每次射击命中概率为 p ($0 < p < 1$), 则此人第四次射击恰好第二次命中目标的概率为 ().
 (A) $3p(1-p)^2$ (B) $6p(1-p)^2$ (C) $3p^2(1-p)^2$ (D) $6p^2(1-p)^2$

二、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

得分	
----	--

6. 设 $P(A) = 0.3, P(B|A) = 0.5, P(A|B) = 0.25$, 则 $P(B) =$ _____.

7. 设随机变量 X 的分布列为

$$P(X = k) = a \frac{\lambda^k}{k!} \quad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

其中 a 为常数, $\lambda > 0$ 为参数, 则 $a =$ _____.

8. 设随机变量 X 服从指数分布 $E(\lambda)$ ($\lambda > 0$), 且二次方程 $y^2 + 2y + X = 0$ 无实根的概率为 e^{-1} , 则 $\lambda =$ _____.

9. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1/2, & 0 \leq x < 1, \\ 1 - e^{-x}, & x \geq 1, \end{cases}$ 则 $P(X = 1) =$ _____.

10. 设随机变量 X 在区间 $(2, 5)$ 上服从均匀分布, 现对 X 进行三次独立观测, 则至少有两次观测值大于 3 的概率为 _____.

三、计算题（每小题 12 分，共 72 分）

得分	
----	--

11. 12 个乒乓球中有 9 个新球, 3 个旧球, 第一次比赛时取出 3 个球, 用完后放回, 第二次比赛又从中取出 3 个球.

(1) 求第二次取出的 3 个球中有 2 个新球的概率;

(2) 若第二次取出的 3 个球中有 2 个新球, 求第一次取到的 3 个球中恰有一个新球的概率.

12. 设随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} k \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases}$$

其中 k 为常数, $\theta > 0$ 为未知参数, 且 $P(X > 1) = 0.5$. 求:

(1) k 和 θ 的值; (2) 随机变量 X 的分布函数 $F_X(x)$.

13. 某地区 18 岁的女青年的血压 (收缩压) 服从正态分布 $N(110, 10^2)$, 从该地区任选一名女青年, 测量她的血压是 X .

(1) 求 $P(100 \leq X \leq 120)$; (2) 试确定最小的 x , 使得 $P(X > x) \leq 0.05$.

(已知 $\Phi(0.1) = 0.5398, \Phi(1) = 0.8413, \Phi(1.65) = 0.95, \Phi(1.96) = 0.975$.)

14. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} Cx^2y, & x^2 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其它}, \end{cases}$$

其中 C 为常数. 求: (1) 常数 C 的值; (2) $P(X > Y)$.

15. 设 G 是平面上由曲线 $y = x^2$ 及直线 $y = x$ 所围成的区域, 二维随机变量 (X, Y) 服从区域 G 上的均匀分布. 求: (1) (X, Y) 的联合密度函数 $f(x, y)$; (2) X 与 Y 的边缘密度函数.

16. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合分布律为

$X \backslash Y$	-1	0	2
0	0.1	0.2	0
1	0.3	0.05	0.1
2	a	0	0.1

其中 a 为常数. 求: (1) 常数 a 的值; (2) X, Y 的边缘分布律; (3) $P(XY = 0)$.

四、证明题 (每小题 8 分, 共 8 分)

17. 设连续型随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

$F(x)$ 为 X 的分布函数. 令 $Y = F(X)$, 求证: 随机变量 Y 在 $[0, 1]$ 上服从均匀分布.

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$