学号______________ 姓名______________ 专业______________ 年级______________ 院/系______________

装 订 线

答 题 勿 超 装 订 线

# 安徽大学 20 22 —20 23 学年第 1 学期

## 《 线性代数 A 》 考试试卷（A 卷）

（闭卷 满分 100 分 时间 120 分钟）

**考场登记表序号__________**

## 一、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 若 $n$ 阶矩阵 $A$ 与 $B$ 等价，则（ ）

A. 当 $|A| = a \neq 0$ 时，$|B| = a$　　B. 当 $|A| = a \neq 0$ 时，$|B| = |a|$

C. 当 $|A| \neq 0$ 时，$|B| = 0$　　D. 当 $|A| = 0$ 时，$|B| = 0$

2. 若向量组（I）$\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_r$ 可由向量组（II）$\beta_1, \beta_2, \cdots \beta_s$ 线性表示，则（ ）

A. 若向量组（I）线性无关，则 $r \le s$　　B. 若向量组（I）线性相关，则 $r > s$

C. 若向量组（II）线性无关，则 $r \le s$　　D. 若向量组（II）线性相关，则 $r > s$

3. 若非齐次方程组 $AX = \beta$（$A$为$n$阶方阵,$\beta \neq 0$）有三个不同的解，且 $A$的伴随矩阵$A^* \neq 0$，则导出组 $AX = 0$ 的基础解系（ ）

A. 不存在　　B. 只含有一个非零解向量

C. 含有两个线性无关的解向量　　D. 含有三个线性无关的解向量

4. 若 $A$ 为 $n$ 阶非零方阵，且 $A^3 = 0$，则以下选项正确的是（ ）

A. $E - A$ 不可逆，$E + A$ 不可逆　　B. $E - A$ 不可逆，$E + A$ 可逆

C. $E - A$ 可逆，$E + A$ 不可逆　　D. $E - A$ 可逆，$E + A$ 可逆

5. 若矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$，$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$，则 $A$ 与 $B$（ ）

A. 合同且相似　　B. 合同但不相似

C. 相似但不合同　　D. 既不合同也不相似

## 二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

6. $A$、$B$ 为 3 阶方阵，且 $|A| = 3, |B| = 2, |A^{-1} + B| = 2$, 则 $|A + B^{-1}| =$__________ .

7. 已知 3 阶方阵 $A$ 的特征值互不相同，且满足 $|A| = 0$，则 $A$ 的秩等于__________ .

8. 向量$\alpha_1=(1\quad 1\quad 1)^T$，$\alpha_2=(1\quad 0\quad k)^T$，$\alpha_1\alpha_2^T$相似于$\begin{pmatrix}3&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$，则$k=$____________ .

9. 若$A=\begin{pmatrix}2&1\\-1&2\end{pmatrix}$，矩阵$B$满足$BA=B+2I$，则$B=$____________ .

10. 若 3 阶矩阵$A$的特征值分别 1，-1，2，则$|2A^*|$=____________ .

**三、计算题（每小题 10 分，共 60 分）**

11. 求5阶行列式$\begin{vmatrix}1&2&3&4&5\\2&3&4&5&5\\3&4&5&5&5\\4&5&5&5&5\\5&5&5&5&5\end{vmatrix}$的值.

12. 求$\begin{pmatrix}1&0&-1\\-2&1&3\\3&-1&2\end{pmatrix}$的逆矩阵.

13. 设矩阵$A=\begin{pmatrix}1&1&a\\1&a&1\\a&1&1\end{pmatrix},\beta=\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix}$，方程组$AX=\beta$有解但不唯一，求$a$及方程组通解.

14. 化向量组$\alpha_1=(1\quad 1\quad 0),\alpha_2=(1\quad 0\quad 1),\alpha_3=(0\quad 1\quad 1)$为标准正交向量组.

15. 已知三阶实对称矩阵$A=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}$，求正交矩阵$P$及对角矩阵$\Lambda$，使得$P^{-1}AP=\Lambda$.

16. 求实数$t$的范围，使得二次型$tx_1^2+2x_1x_3+2x_2^2+tx_3^2$为正定二次型.

**四、证明题（每小题 5 分，共 10 分）**

17. 证明：任意方阵可以表示为一个对称矩阵和一个反对称矩阵的和.

18. 设矩阵$A$为$n$阶正定矩阵，$I$为同阶单位阵. 证明$|A+I|>1$.