安徽大学 2018—2019 学年第一学期

《高等数学 A（一）》期中考试试卷

（闭卷 时间 120 分钟）

考场登记表序号__________

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

院/系__________ 专业__________ 姓名__________ 学号__________

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

一、填空题（本题共五小题，每小题 3 分，共 15 分）

得 分	

1．极限 $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n+2}-2\sqrt{n+1}+\sqrt{n})\sqrt{n}=$__________.

2．已知极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}(3x-\sqrt{ax^2+bx+1})=2$，则$a=$__________，$b=$__________.

3．已知当$x\to 0$时，$\sqrt[3]{1+2x^{\alpha}}-1$是$1-\cos x$的同阶无穷小量，则$\alpha=$__________.

4．曲线$y=x^{\frac{2}{3}}$在点(1，1)处的法线方程为__________.

5．设函数$f(x)=\begin{cases} x\arctan\dfrac{1}{x^2}, & x\neq 0, \\ 0, & x=0. \end{cases}$ 则$f'(0)=$__________.

二、选择题（本题共五小题，每小题 3 分，共 15 分）

得 分	

6．函数$f(x)=\dfrac{|x-2|\sin x}{x(x-1)(x-2)^2}$ 在下列哪个区间内有界 （　　）

A．$(-1,\ 0)$；　B．$(0,\ 1)$；　C．$(1,\ 2)$；　D．$(2,\ 3)$.

7．设$\{a_n\}$，$\{b_n\}$，$\{c_n\}$都是非负数列，且$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$，$\lim\limits_{n\to\infty}b_n=2$，$\lim\limits_{n\to\infty}c_n=+\infty$，则下面结论一定正确的是 （　　）

A．对任意$n\in\mathbb{N}$，$a_n<b_n$；　B．对任意$n\in\mathbb{N}$，$b_n<c_n$；

C．极限$\lim\limits_{n\to\infty}a_nb_n$不存在；　D．极限$\lim\limits_{n\to\infty}b_nc_n$不存在

8. 设函数$f(x)=(x-\frac{\pi}{2})\frac{1}{\cos x}$，则$x=\frac{\pi}{2}$是$f(x)$的　　　　　　（　　）

A．跳跃间断点；　　B．可去间断点；　　C．无穷间断点；　　D．连续点．

9. 设函数$f(x)=\begin{cases} x^3\sin\frac{1}{x}, & x\neq 0, \\ 0, & x=0. \end{cases}$ 则$f(x)$在$x=0$处　　　　　　（　　）

A．二阶可导，且$f''(x)$在$x=0$处连续；　　B．二阶可导，但$f''(x)$在$x=0$处不连续；

C．一阶可导，且$f'(x)$在$x=0$处连续；　　D．一阶可导，但$f'(x)$在$x=0$处不连续．

10. 设函数$f(x)$在$x=0$处连续，则下列命题**错误**的是　　　　　　（　　）

A．若$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}$ 存在，则$f(0)=0$；

B．若$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)+f(-x)}{x}$ 存在，则$f(0)=0$；

C．若$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}$ 存在，则$f(x)$在$x=0$处可导；

D．若$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(-x)}{x}$ 存在，则$f(x)$在$x=0$处可导．

三、计算题（本题共六小题，每小题 8 分，共 48 分）

得　分	

11．求极限$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2+2n+1}+\frac{2}{n^2+2n+2}+\cdots+\frac{n}{n^2+2n+n}\right)$.

姓名________ 学号________ 答题勿超装订线 装 订 线

12．求极限$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{1+3x}-\sqrt[3]{1-2x}}{\sin x+\tan x}$.

13．求极限$\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{x\ln(1+x)}}$.

14．求函数$y=(\arctan\sqrt{x})^{x}$的导数.

15．设函数$y=y(x)$由参数方程$\begin{cases} x=3\sec t, \\ y=2\tan t \end{cases}$（$t$为参数）所确定，求导数$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$.

16. 设函数$y=y(x)$由方程$y-x\cdot 2^{y}=1$所确定，求导数$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$.

四、分析计算题（本题共 10 分）

得　分	

17．设数列$\{x_n\}$满足$0 < x_1 < \pi$，$x_n = \sin x_{n-1}$，$n \geq 2$．请判断极限$\lim\limits_{n\to\infty} x_n$是否存在；若存在，则求出该极限．

姓名________学号________

答　题　勿　超　装　订　线

装　订　线

五、证明题（本题共两小题，每小题 6 分，共 12 分）

得　分	

18．设数列$\{x_n\}$满足$\lim\limits_{n\to\infty} x_{3n} = \lim\limits_{n\to\infty} x_{3n+1} = \lim\limits_{n\to\infty} x_{3n+2} = A$. 证明：$\lim\limits_{n\to\infty} x_n = A$.

19．设函数$f(x)$在闭区间$[a,\ b]$上连续，且$f(a) = f(b)$. 证明：存在$\xi \in [a,\ b)$，使得

$f(\xi) = f(\xi + \dfrac{b-a}{2})$.