

学号

姓名

专业

年级

院/系

线  
订  
装  
超  
勿  
题  
管

装

# 安徽大学 2020—2021 学年第一学期

## 《概率论与数理统计 A》期末考试试卷 (A 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号\_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	总分
得分					
阅卷人					

### 一、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

得分	
----	--

1. 设  $A, B$  是两个随机事件, 若  $P(A) = 0.6$ ,  $P(B) = 0.4$ ,  $P(A|B) = 0.3$ , 则  $P(A|\bar{B}) =$ \_\_\_\_\_.

2. 设离散型随机变量  $X \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$ , 则  $|X|$  的分布律为\_\_\_\_\_.

3. 设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立且  $X \sim N(0, 1)$ ,  $Y \sim N(1, 1)$ , 则  $P\{X+Y \leq 1\} =$ \_\_\_\_\_.

4. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的简单随机样本, 统计量  $T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ , 则  $E(T) =$ \_\_\_\_\_.

5. 设  $X_1, X_2, \dots, X_{16}$  是来自正态总体  $N(\mu, 2^2)$  的简单随机样本, 当置信水平为 0.9 时,  $\mu$  的置信区间的长度是\_\_\_\_\_. (已知  $u_{0.05} = 1.65$ )

### 二、选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

得分	
----	--

6. 对于事件  $A$  和  $B$ , 设  $A \supset B$ ,  $P(B) > 0$ , 则下列各式正确的是 ( )

- (A)  $P(B|A) = P(B)$       (B)  $P(A|B) = P(A)$   
 (C)  $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\bar{B})$       (D)  $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\bar{A})$

7. 对任意的随机变量  $X, Y$ , 若  $D(X+Y)=DX+DY$ ,  $DX>0$ ,  $DY>0$ , 则 ( )  
 (A)  $X, Y$  一定相互独立 (B)  $X, Y$  一定不相关  
 (C)  $X, Y$  一定不独立 (D) 以上都不对

8. 设随机变量  $X$  服从正态分布  $N(0,1)$ , 对给定的  $\alpha$  ( $0<\alpha<1$ ), 有  $P(X>u_\alpha)=\alpha$ ,  
 若  $P\{|X|<x\}=\alpha$ , 则  $x$  等于 ( )  
 (A)  $u_{\frac{\alpha}{2}}$  (B)  $u_{1-\frac{\alpha}{2}}$  (C)  $u_{\frac{1-\alpha}{2}}$  (D)  $u_{1-\alpha}$

9. 设随机变量  $X, Y$  独立同分布且  $X$  分布函数为  $F(x)$ , 则  $Z=\max\{X, Y\}$  的分布函数为 ( )  
 (A)  $F^2(x)$  (B)  $F(x)F(y)$  (C)  $1-[1-F(x)]^2$  (D)  $[1-F(x)][1-F(y)]$

10.  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自正态总体  $X \sim N(0, 2^2)$  的简单随机样本,  
 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ,  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ , 则 ( )  
 (A)  $n\bar{X} \sim N(0, 1)$  (B)  $\bar{X} \sim N(0, 1)$   
 (C)  $\frac{nS^2}{4} \sim \chi^2(n-1)$  (D)  $\sqrt{n}\bar{X}/S \sim t(n-1)$

三、计算题 (每小题 10 分, 共 60 分)

得分	
----	--

11. 设随机变量  $X$  的密度函数为  $f(x) = \begin{cases} \frac{k}{\alpha^2}(\alpha-x), & 0 < x < \alpha \\ 0, & \text{其他} \end{cases} (\alpha > 0)$ ,

求: (1)  $k$  的值; (2)  $X$  的分布函数

12. 设随机变量  $Z \sim U[-2, 2]$ ,  $X = \begin{cases} -1, & Z \leq -1 \\ 1, & Z > -1 \end{cases}$ ,  $Y = \begin{cases} -1, & Z \leq 1 \\ 1, & Z > 1 \end{cases}$ ,

求: (1)  $X$  和  $Y$  的联合概率分布; (2)  $X=1$  条件下  $Y$  的条件概率分布。

13. 某人乘车或步行上班, 他等车的时间  $X$  (单位: 分钟) 服从参数为  $\frac{1}{5}$  的指数分布, 如果等车时间超过 10 分钟他就步行上班. 若此人一周上班 5 次, 以  $Y$  表示他一周步行上班的次数. 求: (1)  $Y$  的概率分布; (2) 他一周内至少有一次步行上班的概率.

14. 设二维随机变量  $(X, Y)$  在区域  $D: 0 < x < 1, |y| < x$  内服从均匀分布,  
求: (1)  $X$  的边缘密度; (2) 随机变量  $Z = 2X + 1$  的方差.

15. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的概率密度为  $f(x, y) = \begin{cases} 2 - x - y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$   
求  $Z = X + Y$  的概率密度  $f_z(z)$ .

3

16. 设总体  $X$  的概率密度为  $f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{1-\theta}, & \theta \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 其中  $\theta$  为未知参数,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自该总体的简单随机样本. 求: (1)  $\theta$  的矩估计量; (2)  $\theta$  的最大似然估计量。

四、应用题 (每小题 10 分, 共 10 分)

得分	
----	--

17. 某保险公司多年的统计资料表明, 在索赔户中被盗户占 20%, 设  $X$  表示在随机抽查的 100 个索赔户中因被盗向保险公司索赔的户数。

- (1) 写出  $X$  的分布;  
(2) 利用中心极限定理, 求被盗索赔户不少于 14 户且不多于 30 户的概率的近似值。  
( $\Phi(2.5) = 0.944$ ,  $\Phi(1.5) = 0.933$ )