

安徽大学 2021—2022 学年第二学期

《线性代数 A》期中考试试卷

(闭卷 时间 120 分钟)

一、选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. 设 A, B 均为 n 阶可逆矩阵, 则有 ().

A. $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$.

B. $(AB)^T = AB$.

C. $(A+B)^T = A^T + B^T$.

D. $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$.

2. 下列说法**错误**的是 ().

A. 对称矩阵的和仍然是对称矩阵.

B. 初等矩阵的转置仍然是初等矩阵.

C. 奇数次对换不改变排列的奇偶性.

D. 可逆矩阵的逆是唯一的.

3. 函数 $f(x) = \begin{vmatrix} 5x & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & x & 3 \\ x & x & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & -x \end{vmatrix}$ 中 x^4 的系数为 ().

A. 5.

B. 1.

C. 3.

D. 15.

4. 设 A 为 n 阶方阵, $AA^T = I_n$, $|A| < 0$, 则行列式 $|A + I_n| =$ ().

A. 0.

B. -1.

C. 2.

D. 1.

5. 已知齐次线性方程组 $\begin{cases} \lambda x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ -x_1 + \lambda x_2 = 0 \\ x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ 有非零解, 则 $\lambda =$ ().

A. -1.

B. 0

C. 1.

D. ± 1 .

二、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

6. 设矩阵 $X = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix}$, 已知 A^{-1}, C^{-1} 存在, 则 $X^{-1} =$ _____.

7. $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 2 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & n-1 & \cdots & 0 & 0 \\ n & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix} =$ _____.

8. 设 $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -2 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$, $|A| = 18$, A_{ij} 为 a_{ij} 的代数余子式, 则

$2A_{11} + A_{21} - A_{31} =$ _____.

9. 已知排列 $i_1 i_2 \cdots i_n$ 的逆序数为 k , 则 $i_n \cdots i_2 i_1$ 的逆序数为_____.

10. 设 A 为 3 阶方阵, 且 $|A| = \frac{1}{2}$, 则 $|(3A)^{-1} - 2A^*| =$ _____.

三、计算题 (每小题 10 分, 共 60 分)

11. 解方程
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 & x \\ 1 & 4 & 4 & x^2 \\ 1 & 8 & -8 & x^3 \end{vmatrix} = 0.$$

12. 设 3 阶矩阵 A 满足 $A^*BA = 2BA - 8I_3$, 其中 $A = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & -2 & \\ & & 1 \end{pmatrix}$, 求 B .

13. 设 4 阶矩阵 $A = \begin{pmatrix} \alpha \\ 2\gamma_2 \\ 3\gamma_3 \\ 4\gamma_4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \beta \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \gamma_4 \end{pmatrix}$, 其中 $\alpha, \beta, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ 均为 4 维行向量,

$|A| = 8, |B| = 1$, 计算行列式 $|A - B|$.

14. 已知 3 阶矩阵 A 的逆为

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

求 A 的伴随矩阵 A^* 的逆.

15. 计算行列式 $D_n = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & 2-n \\ 1 & 1 & \cdots & 2-n & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & 2-n & \cdots & 1 & 1 \\ 2-n & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{vmatrix}.$

16. 解方程组
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 1 \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}.$$

四、证明题 (10 分)

17. 设 n 阶方阵 A, B 满足 $A + B = AB$, 试证:

(1) $A - I$ 为可逆矩阵;

(2) $AB = BA$.