

安徽大学 2015—2016 学年第一学期

《高等数学 A (一)、B (一)》考试试卷 (A 卷)
(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号 _____

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
阅卷人						

一、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

得分

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\arctan \sqrt{n}}{1+n^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 函数 $f(x) = x^x$ 在区间 $\left[\frac{1}{e}, +\infty\right)$ 上的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

3. 曲线 $y = x \ln\left(e + \frac{1}{x}\right)$ ($x > 0$) 的斜渐近线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

4. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{x^{2015} \sin^2 x}{1+x^2} + \cos x \right) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 曲线 $y = \ln \cos x$ 上从 $x = 0$ 到 $x = \frac{\pi}{4}$ 一段的弧长 $s = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

得分

6. 设 $f(x) = \int_0^{\sin x} \sin t^2 dt$, $g(x) = x^3 + x^4$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ 是 $g(x)$ 的 ()

A. 高阶无穷小

B. 等价无穷小

C. 同阶但非等价无穷小

D. 低阶无穷小

学号

姓名

专业

年级

电气工程学院

吴俊

7. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x > 0 \\ x^2 g(x) \end{cases}$, 其中 $g(x)$ 有界, 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处 ()

A. 极限不存在

B. 极限存在, 但不连续

C. 连续, 但不可导

可导

8. $F(x) = \int_x^{x+\pi} e^{\sin 2t} dt$, 则 $F(x)$ ()

A. 为正常数

B. 为负常数

C. 恒为

不为常数

9. 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上二阶可导, 且 $f''(x) > 0$, 则 $f'_+(0)$, $f'_-(1)$ 与 $f(1) - f(0)$ 之间的大小关系为 ()

A. $f'_+(0) < f'_-(1) < f(1) - f(0)$

B. $f'_+(0) < f(1) - f(0) < f'_-(1)$

C. $f'_-(1) < f'_+(0) < f(1) - f(0)$

D. $f'_-(1) < f(1) - f(0) < f'_+(0)$

10. 设函数 $f(x) = \frac{1}{1 - e^{\frac{x}{1-x}}}$, 则下列说法正确的是 ()

A. $x=0$ 是可去间断点

B. $x=0$ 是跳跃间断点

C. $x=1$ 是可去间断点

D. $x=1$ 是跳跃间断点

三、计算题 (每小题 7 分, 共 42 分)

得分

11. 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2^n + 3^n + 4^n}$.

12. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\frac{1}{\ln(e^x - 1)}}$.

13. 设 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x} \right)^{ax} = \int_a^{+\infty} x e^{-x} dx$, 求常数 a 的值.

14. 计算 $\int \frac{1}{x^4 \sqrt{1+x^2}} dx$.

15. 计算 $\int_1^e \sin(\ln x) dx$.

16. 设 $f(x) = e^x - \int_0^x (x-t)f(t)dt$, 其中 f 为连续函数, 求 $f(x)$.

四、综合题 (每小题 9 分, 共 18 分)

得分

17. 设函数 $y = f(x)$ 由方程 $y - x = e^{x(1-y)}$ 确定.

(1) 求 $f'(x)$;

(2) 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$.

18. 过原点作曲线 $y = \sqrt{x-1}$ 的切线, 设此曲线、切线及 x 轴所围成的平面图形为 A .

(1) 求 A 的面积;

(2) 求 A 绕 y 轴旋转一周所得旋转体的体积.

五、证明题（每小题 5 分，共 10 分）

得分	
----	--

19. 已知函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 且 $f'(x) \geq 0$,

$$F(x) = \frac{\int_a^x f(t) dt}{x-a}$$

证明: 在 (a, b) 内 $F'(x) \geq 0$.

20. 设函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内可导, 且 $f(0)f(1) > 0$, $f(0)f(\frac{1}{2}) < 0$

证明: 至少存在一点 $\xi \in (0, 1)$, 使得 $f'(\xi) + f(\xi) = 0$.