院/系________ 年级________ 专业________ 姓名________ 学号________

答 题 勿 超 装 订 线

装----------订----------线

安徽大学 2010—2011 学年第一学期

《高等数学 A（一）、B（一）》考试试卷（B 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

一、　填空题（本题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

1．$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x\sin x}-1}{e^{x^2}-1}=$________________。

2．对数螺线$\begin{cases} x=e^{\theta}\cos\theta \\ y=e^{\theta}\sin\theta \end{cases}$在点$(0,e^{\frac{\pi}{2}})$处的法线方程为____________。

3．$\displaystyle\int_{-1}^{1}\frac{x^3\cos x+1}{x^2+1}dx=$________________。

4．若 $f(x)$ 为偶函数，且 $f'(0)$ 存在，则 $f'(0)=$______________。

5．曲线 $y=\dfrac{2}{3}x^{\frac{3}{2}},x\in(0,1)$ 的弧长为__________________。

二、单项选择题（本题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

6．设 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{\sin x}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$，则下列命题正确的是（　　）。

A.　$x=0$ 是 $f(x)$ 的连续点　　B.　$x=k\pi\ \ (k\in Z)$ 是 $f(x)$ 可去间断点

C.　$x=0$ 是 $f(x)$ 的可去间断点　　D.　$x=k\pi\ \ (k\in Z)$ 是 $f(x)$ 无穷间断点

7．设方程 $x^3+4x^2-3x-1=0$，则（　　）。

A.　在 $(0,1)$ 内没有实根　　B.　在 $(-1,0)$ 内没有实根

C.　在 $(-\infty,0)$ 内有两个不同实根　　D.　在 $(0,+\infty)$ 内有两个不同实根

8．下列命题正确的是（ ）。

A. 若 $f'(x_0)=0$，则 x_0 必为 $f(x)$ 的极值点

B. 若 x_0 为极值点，则必有 $f'(x_0)=0$

C. $f(x)$ 在 (a,b) 的最大值必大于在 (a,b) 内的最小值

D. 以上说法都不对

9．设 $f(x)$ 的导函数是 $\sin x$，则 $f(x)$ 的一个原函数是（ ）。

A. $\sin x+1$　　B. $x-\sin x$

C. $\cos x+1$　　D. $1-\cos x$

10．设 $F(x)=\int_0^x f(t-x)dt$，$f(x)$ 连续，则 $F'(x)$ 为（ ）。

A．$f(-x)$　　B．$-f(-x)$

C．$f(0)$　　D．$-f(0)$

三、计算题（本题共 7 小题，其中第 11-12 题每题 7 分，第 13-17 题每题 8 分，共 54 分）

得 分	

11、（本小题 7 分）$\lim\limits_{n\to 0}\left(\frac{1}{(n+1)^2}+\frac{1}{(n+2)^2}+\cdots\cdots+\frac{1}{(n+n)^2}\right)$

12、（本小题 7 分）$\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\csc x^2}$

13、（本小题 8 分）已知 $\sqrt{x^2+y^2}=e^{\arctan\frac{y}{x}}$，求 $\frac{d^2y}{dx^2}$。

14、（本小题 8 分） $\int\frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+2}}$

15、（本小题 8 分） $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{dx}{1+\sin^2 x}$

16、（本小题 8 分）已知 $y'+\frac{y}{x}+e^x=0,\ y(1)=0$，求 $y(x)$。

17、（本小题 8 分）$\int_1^{+\infty}\frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$

四、综合分析题（本题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分）

得 分	

18、已知 $\frac{dy}{dx}=1+\int_0^x[t-y(t)]dt,\ y(0)=1$，求此方程所确定的函数 $y(x)$。

19、已知直线 $y=ax+b,\ x=0,\ x=1$ 及 $y=0$ 所围成的面积是 A。问这个图形绕 x 轴旋转而成旋转体体积最小时，a,b 应为多少？

答题勿超装订线

线

订

装

五．证明题（本题共 2 小题，其中第 20 题 6 分，
第 21 题 4 分，共 10 分）

得 分	

20.（本小题 6 分）设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，$(0,1)$ 内可导，且满足 $f(0)=3\int_{\frac{2}{3}}^{1} f(x)dx$，证明：$(0,1)$ 区间内 $f'(x)=0$ 有根。

21.（本小题 4 分） 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 二阶可导，$f(0)=f(1)$，且 $\left|f''(x)\right|\le 2$，证明：$\left|f'(x)\right|\le 1$。