

安徽大学 2020—2021 学年第一学期

《高等数学 A (一)》期末考试试卷 (B 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号 _____

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
阅卷人						

一、选择题 (每小题 2 分, 共 10 分)

得分	
----	--

1. 下列说法正确的是 ().

- A. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 和 $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ 都不存在, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) + g(x))$ 必不存在;
- B. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在, $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ 不存在, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) \cdot g(x))$ 必不存在;
- C. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在, $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ 不存在, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) + g(x))$ 必不存在;
- D. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在, $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \infty$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) \cdot g(x))$ 必不存在.

2. 下列关于函数 $y = xe^{\frac{2}{x}} + 1$ 的渐近线说法正确的是 ().

- A. 有水平渐近线 $y = 1$;
- B. 有垂直渐近线 $x = 0$;
- C. 有两条斜渐近线;
- D. 无垂直渐近线.

3. 设 $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$, $f'''(x_0) > 0$, 则 ().

- A. $f'(x_0)$ 是 $f'(x)$ 的极大值;
- B. $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极大值;
- C. $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极小值;
- D. $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点.

4. 设 $f(x)$ 为 $(-\infty, +\infty)$ 内连续的奇函数, $F'(x) = f(x)$, 则 $F(x)$ 必 ().

- A. 均为奇函数;
- B. 均为偶函数;
- C. 只有一个奇函数;
- D. 既非奇函数也非偶函数.

5. 下列广义积分中, 收敛的是 ().

- A. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x} dx$;
- B. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$;
- C. $\int_0^2 \frac{1}{\ln x} dx$;
- D. $\int_0^{+\infty} \frac{\sin^2 x}{x} dx$.

二、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

得分	
----	--

6. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^2 + n} + n}{n + 2} =$ _____.

7. 设方程 $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ 确定 y 是 x 的函数, 则 $dy =$ _____.

8. $y = e^x \sin x$ 的 10 阶导数为_____.

9. 已知 $f'(x) = x^3 e^x$ 且 $f(1) = 0$, 则 $f(x) =$ _____.

10. 光滑曲线由极坐标 $r = r(\theta)$ ($\theta \in [\alpha, \beta]$) 表示, 其弧长计算公式 $s =$ _____.

三、计算题（每小题 9 分，共 54 分）

得分	
----	--

11. 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1+n}{2+n} \right)^n$.

12. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \tan x} - \sqrt{1 + \sin x}}{x^3}$.

13. 设 $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$, 求导数 y' .

线

14. 计算 $\int \frac{dx}{x^4 - 1}$.

答
题
勿
超
装
订
线

装

15. 计算 $\int_0^1 \ln^2 x dx$.

16. 计算 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x^4 \sin x + 4 \cos^4 x) dx$.

四、应用题（每小题 8 分，共 16 分）

得 分	
-----	--

17. 求曲线 $\begin{cases} x = 2e^t, \\ y = e^{-t}, \end{cases}$ 在 $t = 0$ 相应的点处的切线方程和法线方程.

18. 求由曲线 $y = x^3 - 6x$ 与直线 $y = 2x$ 所围成的平面图形的面积.

五、证明题（每小题 10 分，共 10 分）

得 分	
-----	--

19. 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, 且 $f(x) > 0$. 证明 $F(x) = \frac{\int_0^x tf(t)dt}{\int_0^x f(t)dt}$ 在 $(0, +\infty)$ 内单调增加.