安徽大学 2020—2021 学年第一学期

《高等数学 A（一）》期末考试试卷（A 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号__________

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

院/系________ 年级________ 专业________ 姓名________ 学号________

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

一、选择题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

1. 下列说法正确的是（　　）.

   A. 若数列$\{x_n^2\}$收敛，则数列$\{x_n\}$必收敛；

   B. 若数列$\{x_n\}$收敛，$f(x)$是$(-\infty,+\infty)$上单调有界函数，则$\{f(x_n)\}$必收敛；

   C. 若数列$\{x_n\}$收敛于a，数列$\{y_n\}$发散，则数列$\{x_n y_n\}$必发散；

   D. 若数列$\{x_n\}$收敛于a，则数列$\{x_{3n}\}$与数列$\{x_{3n+1}\}$均收敛于a.

2. 下列关于函数$y=\dfrac{e^x}{x^2-1}$的渐近线说法正确的是（　　）.

   A. 有水平渐近线$y=1$；　　B. 有垂直渐近线$x=\pm1$；

   C. 有两条斜渐近线；　　D. 无垂直渐近线.

3. 已知方程$x^3-3x+k=0$有 3 个不同的实根，则k的取值范围是（　　）.

   A. $(-\infty,-2)$；　　B. $(2,+\infty)$；　　C. $(-2,2)$；　　D. $[-2,2]$.

4. 设函数$f(x)$，$g(x)$均在$[0,1]$上可导，且$f(x)<g(x)$，则必有（　　）.

   A. $\lim\limits_{x\to1} f(x)<\lim\limits_{x\to1} g(x)$；　　B. $f'(x)<g'(x)$；

   C. $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x<\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x$；　　D. $\int f(x)\mathrm{d}x<\int g(x)\mathrm{d}x$.

5. 若$f(x)$为$(-\infty,+\infty)$上可导的偶函数，则$\int f(x)f'(-x)\mathrm{d}x=$（　　）.

   A. $-\dfrac{1}{2}f^2(x)+C$；　　B. $\dfrac{1}{2}f^2(x)+C$；

   C. $-\dfrac{1}{2}f(x^2)+C$；　　D. $\dfrac{1}{2}f(x^2)+C$.

二、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

6. 极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sin n+n}{\sin n-n}=$ ______________.

7. 设 $f(x)=\dfrac{x^2+x}{|x|(x^2-1)}$，则 $x=$ __________是其可去间断点.

8. 已知 $y=f(x^2)$，$f'(x)=\arctan x^2$，则 $\left.\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{x=1}=$ ______________.

9. 函数 $f(x)=\int_1^x(2-\dfrac{1}{\sqrt{t}})\mathrm{d}t\quad(x>0)$ 的单调增加区间为____________.

10. 星形线$\begin{cases}x=a\cos^3 t,\\ y=a\sin^3 t,\end{cases}$ $(a>0)$ 在 t 从 0 到 2π 上的全长为_____________.

三、计算题（每小题 9 分，共 54 分）

得 分	

11．求极限 $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{(\mathrm{e}^x-1)}$.

12. 已知极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x\dfrac{t^2}{\sqrt{a+t}}\mathrm{d}t}{bx-\sin x}=1$，求 a 和 b.

13．设 $y=y(x)$ 是由方程 $x=y^y$ 确定的隐函数，求微分 $\mathrm{d}y$.

线

答 题 勿 超 装 订 线

14．计算 $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-2x-x^2}}$.

订

15．计算 $\int_0^1\frac{\ln(1+x)}{(2-x)^2}\mathrm{d}x$.

装

16. 计算$\int_{1}^{+\infty}\frac{1}{x(x^2+1)}\mathrm{d}x$.

四、应用题（每小题 8 分，共 16 分）

得 分	

17. 求曲线 $y=x^2$ 上任一点处的曲率，并问哪一点处曲率最大？

18. 设曲线 $xy=a$，直线 $x=a$， $x=2a\ (a>0)$ 及 $y=0$ 所围成的平面图形分别绕 x 轴与 y 轴旋转得到的旋转体体积分别记作 V_x 和 V_y，问 a 为何值时， $V_x=V_y$.

线

答 题 勿 超 装 订 线

订

装

五、证明题（每小题 10 分，共 10 分）

得 分	

19. 证明 $x\ln x+y\ln y>(x+y)\ln\dfrac{x+y}{2}\quad (x>0,y>0,x\neq y)$.