

安徽大学 2016—2017 学年第二学期

《 高等数学 A(一) 、 B(一) 》考试试卷 (B 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号 _____

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

一、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

得 分	
-----	--

1. 设函数 $f(x) = x \cos(\frac{1}{x^2} + 1)$, $x \neq 0$ 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$ _____

2. 曲线 $y = 2x + \arctan x$ 的渐近线为 _____

3. 若 $f(x)$ 为偶函数, 且 $f'(0)$ 存在, 则 $f'(0) =$ _____

4. 设 $\int \frac{f(x)}{x} dx = \arctan x + C$, 则 $\int f(x) dx =$ _____

5. $\int_{-1}^1 (x^3 \cos^2 x + \sqrt{1-x^2}) dx =$ _____

二、选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

得 分	
-----	--

6. 下列等式中正确的是 ()

A. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 1$

B. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

C. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x = -e$

D. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-x} = e$

学号

姓名

专业

年级

院/系

7. $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ x, & x < 0 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处 ()

- A. 左导数存在, 但右导数不存在 B. 左右导数均存在
C. 右导数存在, 但左导数不存在 D. 左右导数均不存在

8. 设 $\int f(x)dx = x^2 + C$, 则 $\int xf(-x^2)dx = ()$

- A. $\frac{1}{2}x^4 + C$ B. $-\frac{1}{2}x^4 + C$ C. $x^4 + C$ D. $-x^4 + C$

9. 下列描述正确的是 ()

- A. $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \Big|_{-1}^1 = -2$ B. $f(x) < \frac{1}{x^2}$, 故 $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ 收敛
C. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$ 发散 D. $\int_{-\infty}^{+\infty} \sin x dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_{-b}^b \sin x dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} 0 = 0$

10. 具有特解 $y_1 = e^x, y_2 = e^{-2x}$ 的二阶常系数齐次微分方程是 ()

- A. $y'' - 2y = 0$ B. $y'' + y' - 2y = 0$
C. $y'' + 2y' - y = 0$ D. $y'' + y' = 0$

三、计算题 (每小题 7 分, 共 56 分)

得分	
----	--

11. 计算极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n + \sqrt{n}} - \sqrt{n})$

12. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \tan \frac{\pi}{2} x$

13. 已知 $y = 1 + xe^y$ 求 $\frac{dy}{dx}$

14. 已知 $y = (3x^2 - 2) \sin x$, 求 $y^{(100)}$

15. 计算不定积分 $\int \frac{x^4}{x^2+1} dx$ 。

16. 计算不定积分 $\int \tan^3 x dx$

17. 计算定积分 $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2+4x+8} dx$

18. 用定积分计算: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{n}} + \sqrt{1 + \frac{2}{n}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{n}{n}} \right)$

四、应用题（每小题 8 分，共 8 分）

得 分	
-----	--

19. 双曲线 $xy = a^2$ 在第一象限上任一点 (x, y) 处的切线与两坐标轴构成一个三角形，求此三角形的面积。

五、证明题（每小题 8 分，共 8 分）

得 分	
-----	--

20. 已知 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(0) = f(1) = 0, f(\frac{1}{2}) = 1$ ，证明：
存在 $\xi \in (0,1)$ ，使得 $f'(\xi) = 1$ 。