学号______ 姓名______ 专业______ 年级______ 院/系______

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

安徽大学互联网学院 2018-2019 学年第一学期

《高等数学 A（一）》期末考试试卷（B 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号______

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

一、填空题（本题共五小题，每小题 3 分，共 15 分）

得 分	

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{1+2^n+3^n}=$______.

2. 若 $f(x)=x(x+1)(x+2)\cdots(x+100)$，则 $f'(0)=$______.

3. 设函数 $y=y(x)$ 是由方程 $\ln(x^2+y)=x^3y+\sin x$ 确定，则 $dy\big|_{x=0}=$______.

4. 若点 $(1,3)$ 是曲线 $y=ax^3+bx^2$ 的拐点，则 $(a,b)=$______.

5. 函数 $y=\dfrac{x^2}{2x+1}$ 的斜渐近线为______.

二、选择题（本题共五小题，每小题 3 分，共 15 分）

得 分	

6. 若函数 $f(x)$ 的一个原函数为 $\ln(x+1)$，则 $f'(x)$等于　（　　）

A. $(x+1)^{-1}$;　B. $-(x+1)^{-2}$;　C. $\ln(x+1)$;　D. $(x+1)\ln(x+1)$.

7. 已知极限 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x-\arctan x}{x^k}=c$, 其中 $k,\ c$ 为常数，且 $c\neq0$，则　（　　）

A. $k=2,\ c=-\dfrac{1}{2}$;　B. $k=2,\ c=\dfrac{1}{2}$;　C. $k=3,\ c=-\dfrac{1}{3}$;　D. $k=3,\ c=\dfrac{1}{3}$.

8. 反常积分①$\int_{-\infty}^{0}\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}dx$, ②$\int_{0}^{+\infty}\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}dx$的敛散性为 (　　)

A. ①收敛, ②收敛; B. ①收敛, ②发散;

C. ①发散, ②收敛; D. ①发散, ②发散.

9. 下列命题正确的是 (　　)

A.若$(x_0, f(x_0))$是函数$y=f(x)$拐点，则$x=x_0$不可能是$f(x)$的极值点;

B.若$x=x_0$是$f(x)$的极值点，且$f(x)$在$x=x_0$二阶可导，则必有$f''(x)\neq 0$;

C.若$f'(b)<0$,则$f(b)$不可能是$f(x)$在$[a,b]$上的最大值;

D.若$x=x_0$是$f(x)$在$[a,b]$上的极小值点，则$f(x_0)$必为$f(x)$在$[a,b]$上的最小值.

10. 设$f(x)=\begin{cases} bx^2+a, & x\leq 0 \\ \dfrac{\sin bx}{x}, & x>0 \end{cases}$在$x=0$处连续，则常数$a,b$应满足的关系是 (　　)

A. $a=b$; B. $a=-b$; C. $ab=-1$; D. 以上都不对.

三、计算题（本题共六小题，每小题 7 分，共 42 分）

得 分	

11. 已知数列$a_{n+1}=\sqrt{6+a_n}, n=1,2,\cdots$，$a_1=10$，求数列的极限$\lim\limits_{n\to\infty}a_n$.

12. 计算极限 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x-\sin x}{x^2(e^x-1)}$.

线

13. 求 $\begin{cases} x=e^t\sin 2t \\ y=e^t\cos t \end{cases}$ 在点 $(0,1)$ 处的法线方程.

答 题 勿 超 装 订 线

订

14. $\displaystyle\int\frac{1}{x+\sqrt{a^2-x^2}}dx$.

装

15. $\int_1^4 \frac{1}{x(1+\sqrt{x})}dx$.

16. 求 $\frac{dy}{dx}=\frac{x+y-1}{x-y+3}$ 的通解.

得 分	

四、应用题（本题共两小题，每小题 8 分，共 16 分）

17. 要做一个容积为2π的密闭圆柱形罐头筒，问半径和筒高如何确定才能使所用材料最省？

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

18. 过坐标原点做曲线$y=\ln x$的切线，该切线与曲线$y=\ln x$及x轴围成平面图形 D.

（1）求切线方程；

（2）求 D 的面积.

五、证明题（本题共两小题，每小题 6 分，共 12 分）

得 分	

19. 设函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内可导，且 $(0<a<b)$.
试证明：存在 $\xi\in(a,b)$，使得 $f(b)-f(a)=\xi(\ln\frac{b}{a})f'(\xi)$.

20. 设 $f(x)$ 在 $[0,3]$ 上连续，在 $(0,3)$ 上可导，$f(0)+f(1)+f(2)=3, f(3)=1$.
证明：存在一点 $\xi\in(0,3)$，使得 $f'(\xi)=0$.