

安徽大学 2021—2022 学年第一学期

《概率论与数理统计 A》考试试卷（A 卷）

（闭卷 时间 120 分钟）

考场登记表序号_____

题号	一	二	三	四	总分
得分					
阅卷人					

一、单选题（每小题 3 分，共 15 分）

得分

- 设 X, Y 是相互独立的两个随机变量，它们的分布函数分别是 $F_X(x), F_Y(y)$ ，则随机变量 $Z = \max(X, Y)$ 的分布函数为 ().
 A. $F_Z(z) = \max\{F_X(z), F_Y(z)\}$ B. $F_Z(z) = \max\{|F_X(z)|, |F_Y(z)|\}$
 C. $F_Z(z) = F_X(z)F_Y(z)$ D. $F_Z(z) = 1 - \{1 - F_X(z)\}\{1 - F_Y(z)\}$
- 设随机变量 X, Y 的方差存在且不为零，则 $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$ 是 X 和 Y ().
 A. 不相关的充分条件，但不是必要条件 B. 独立的充分而非必要条件
 C. 独立的充分必要条件 D. 不相关的充分必要条件
- 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，其中 μ 已知， σ^2 未知， X_1, X_2, \dots, X_n 是取自总体 X 的简单随机样本，则下列样本函数中不是统计量的是 ().
 A. $\sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \mu}{\sigma}\right)^2$ B. $\max_{1 \leq i \leq n} X_i$
 C. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ D. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$
- 设总体 $X \sim N(\mu, 1)$ ， X_1, X_2 是从总体中抽取的简单随机样本，则以下估计量中有效的是 ().
 A. $X_1 + X_2$ B. $\frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2$
 C. $\frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2$ D. $\frac{1}{4}X_1 + \frac{3}{4}X_2$

5. 对正态总体的数学期望 μ 进行假设检验, 如果在显著性水平 0.05 下, 接受假设 $H_0: \mu = \mu_0$, 那么在显著性水平 0.10 下, 下列结论正确的是 ().

- A. 必接受 H_0
B. 可能接受也可能拒绝 H_0
C. 必拒绝 H_0
D. 不接受也不拒绝 H_0

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

得分

6. 设一批产品共有 a 件正品, b 件次品, 每次抽取一件, 抽出后不再放回, 则第 k 次 ($1 \leq k \leq a+b$) 抽到次品的概率为_____.

7. 设 X 为离散型随机变量, 且有概率分布律: $P(X=k) = C\left(\frac{2}{3}\right)^k$, $k=0,1,2,3$, 则常数 $C =$.

8. 设 $X \sim B(10, 0.4)$ (二项分布), 利用切比雪夫不等式, 估计 $P(|X - 4| < 2) \geq$ _____.

9. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 $N(0, 1)$ 的简单随机样本, 则 $\frac{X_2^2 + \dots + X_n^2}{(n-1)X_1^2} \sim$ _____ 分布 (标注自由度).

10. 设总体服从正态分布 $N(\mu, 1)$, 从中抽取容量为 16 的样本, u_α 是标准正态分布的上侧 α 分位数, 则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间长度是_____.

($\Phi(1.96) = 0.975, \Phi(1.65) = 0.95$).

三、计算题（每小题 10 分，共 60 分）

得分

11. 市场上出售的某种商品由三个厂家同时供货, 其供应量第一厂家为第二厂家的两倍, 第二、第三厂家相等, 且第一、第二、第三厂家的次品率依次为 2% , 2% , 4% .

- (1) 问市场上随机购买一件商品为次品的概率?
- (2) 若在市场上随机购买一件商品为次品, 问该件商品是第一厂家生产的概率为多少?

12. 连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} A + Be^{-x^2/2}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

求: (1) 常数 A, B ; (2) X 的概率密度函数; (3) 概率 $P(1 < X < 2)$.

13. 已知随机变量 $X \sim N(0,1)$, 求 $Y = |X|$ 的概率密度函数.

14. 设二维离散型随机变量 (X, Y) 联合分布列为

$X \backslash Y$	1	2	3
1	1/6	1/9	1/18
2	1/3	a	b

其中 a, b 为某待定常数.

- (1) 求在 $Y=2$ 的条件下 X 的条件分布;
- (2) 问 a, b 取何值时, X 与 Y 独立?

15. 设二维随机变量 X 和 Y 的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} kxy, & 0 \leq x \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

- (1) 求常数 k 的值;
- (2) 求概率 $P(X+Y \geq 1)$;
- (3) 求 X, Y 的边缘密度函数.

16. 已知三个随机变量 X, Y 和 Z , 满足 $E(X)=1, E(Y)=2, E(XY)=5, D(X)=9,$

$$D(Y)=4, D(Z)=1, \rho_{XZ} = -\frac{1}{3}, \rho_{YZ} = \frac{1}{4}.$$

求: (1) ρ_{XY} ; (2) $D(X+Y+Z)$; (3) $D(X-2Y+3Z)$.

四、解答题 (每小题 10 分, 共 10 分)

得分	
----	--

17. 设总体 X 具有几何分布, 分布列为:

$$P(X=k) = (1-p)^{k-1}p \quad (k=1, 2, \dots; 0 < p < 1)$$

- (1) 求 p 的矩估计;
- (2) 求 p 的最大似然估计.