**Домашнее задание 6. Сравнение долей. Построение доверительного интервала**

**Задача 1.**

*Известно, что генеральная совокупность распределена нормально со средним квадратическим отклонением, равным 16. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания a с надежностью 0.95, если выборочная средняя M = 80, а объем выборки n = 256.*

1. Для нахождения **доверительного интервала** воспользуемся формулой:

где M - выборочная средняя,

σ - среднее квадратическое отклонение генеральной совокупности,

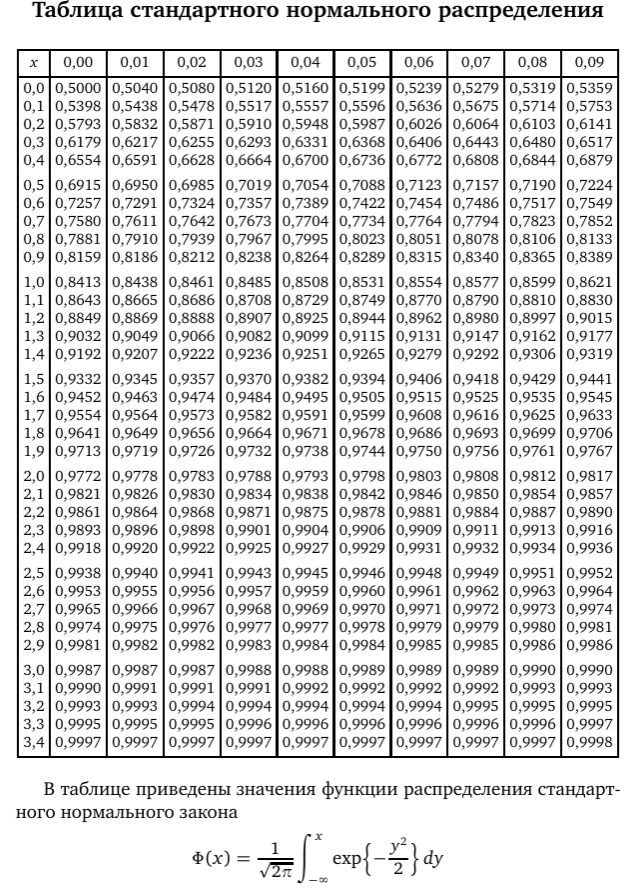
n - объем выборки,

- критическое значение нормального распределения с уровнем доверия α/2.

Так как надежность равна 0.95, то **α = 1 - 0.95 = 0.05 и α/2 = 0.025.**

2. Найдем критическое значение Z\_α/2, используя таблицу значений нормального распределения или функцию обратной нормальной функции распределения в любом математическом пакете. Для α/2 = 0.025, необходимо найти значение z, такое что Φ(z) = 0.975.

Таблица стандартного нормального распределения:



В таблице приведены значения функции распределения стандартного нормального закона:

Из таблицы можно найти, что ближайшее значение Z = 1.96. Таким образом, для α/2 = 0.025, значение Z = 1.96.

Подставим значения в формулу для вычисления **доверительного интервала**:

Итак, с вероятностью 0.95 можно утверждать, что истинное значение математического ожидания a лежит в интервале от 78.04 до 81.96.

**Задача 2.**

*В результате 10 независимых измерений некоторой величины X, выполненных с одинаковой точностью, получены опытные данные: 6.9, 6.1, 6.2, 6.8, 7.5, 6.3, 6.4, 6.9, 6.7, 6.1 Предполагая, что результаты измерений подчинены нормальному закону распределения вероятностей, оценить истинное значение величины X при помощи доверительного интервала, покрывающего это значение с доверительной вероятностью 0,95.*

1. Сначала найдем выборочное среднее и выборочное стандартное отклонение:

Среднее арифметическое:

Среднее квадратическое отклонение по выборке (несмещенное):

Для нахождения **доверительного интервала** воспользуемся формулой:

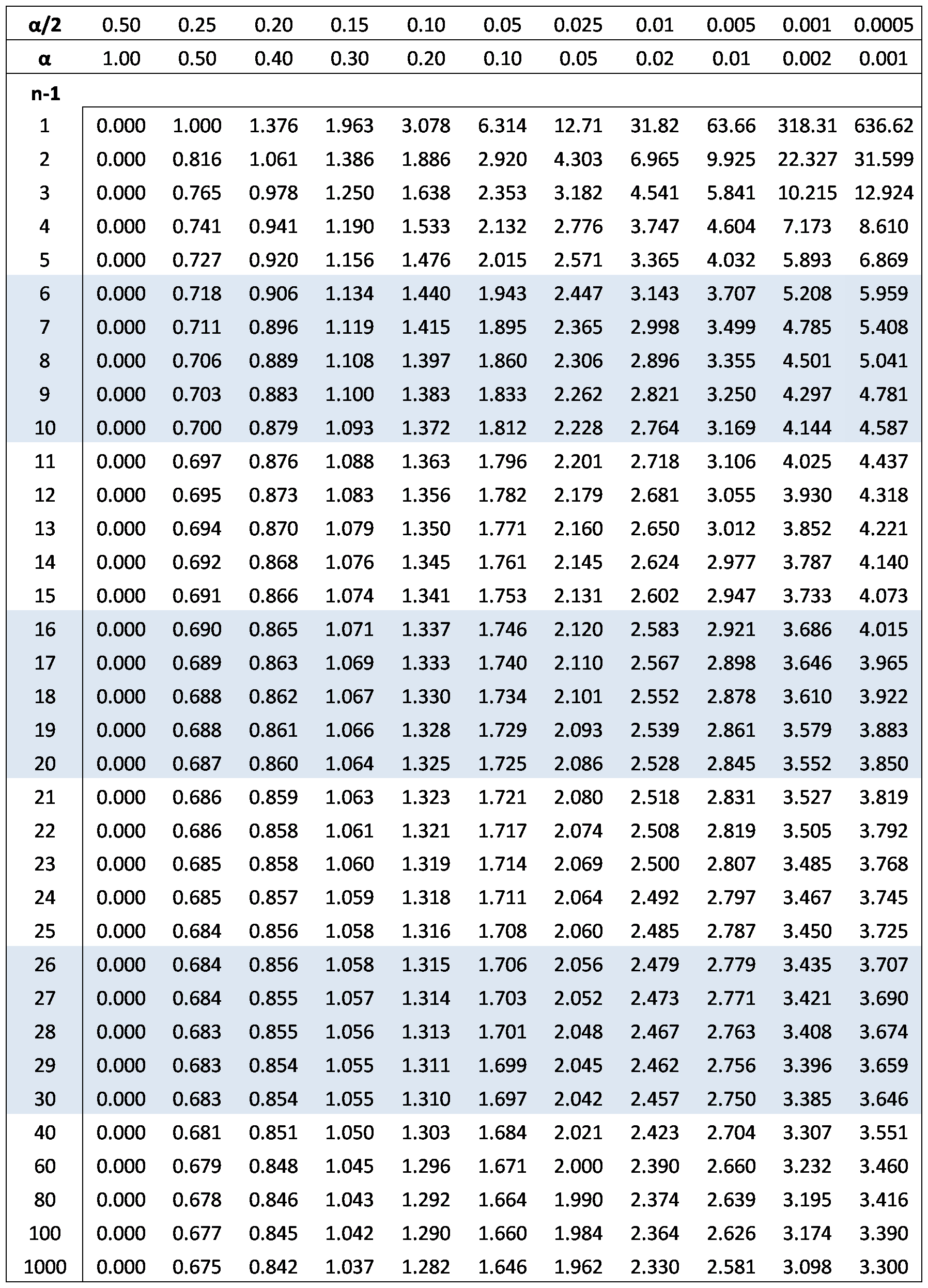
где - выборочное среднее,

S - выборочное стандартное отклонение,

n - объем выборки,

- критическое значение распределения Стьюдента с (n-1) степенями свободы и уровнем доверия α/2.

Так как надежность равна 0.95, то α = 1 - 0.95 = 0.05 и α/2 = 0.025. Найдем критическое значение , используя таблицу значений распределения Стьюдента или функцию обратной распределения Стьюдента в любом математическом пакете. Для (n-1) = 9 и α/2 = 0.025 значение t\_α/2 = 2.262.



Подставим значения в формулу:

Итак, с вероятностью 0.95 можно утверждать, что истинное значение величины X лежит в интервале от 6.268 до 6.912.

**Задача 3.**

*Рост дочерей 175, 167, 154, 174, 178, 148, 160, 167, 169, 170.*

*Рост матерей 178, 165, 165, 173, 168, 155, 160, 164, 178, 175.*

*Используя эти данные построить 95% доверительный интервал для разности среднего роста* ***родителей и детей****.*

1. Сначала найдем выборочные средние для роста дочерей и матерей:

*а) Средний рост дочерей:*

= (175 + 167 + 154 + 174 + 178 + 148 + 160 + 167 + 169 + 170) / 10 = 166.2

*б) Средний рост матерей:*

= (178 + 165 + 165 + 173 + 168 + 155 + 160 + 164 + 178 + 175) / 10 = 168.1

2. Затем найдем выборочные стандартные отклонения:

*а) Дисперсия для роста дочерей:*

*б) Дисперсия для роста матерей:*

3. Для нахождения **доверительного интервала** для разности средних используем формулу:

где и - выборочные средние роста дочерей и матерей соответственно,

и - дисперсия для роста дочерей и матерей соответственно,

n\_д и n\_м - объемы выборок для роста дочерей и матерей соответственно,

- критическое значение распределения Стьюдента с (n\_д + n\_м - 2) степенями свободы и уровнем доверия α/2.

Так как надежность равна 0.95, то **α = 1 - 0.95 = 0.05 и α/2 = 0.025**. Найдем критическое значение t\_α/2, используя таблицу значений распределения Стьюдента или функцию обратной распределения Стьюдента в любом математическом пакете. Для и α/2 = 0.025 значение t\_α/2 = 2.101.

Тогда:

Итак, с вероятностью 0.95 можно утверждать, что истинное значение разности среднего роста родителей и детей лежит в интервале от .