

《电磁场与波 B》课程设计

电子科学与工程学院 傅宜登 (2016030102010)

2018 年 6 月 23 日

关于均匀平面波与圆极化波能否同时存在的探讨

一、均匀平面波

1 一般波动方程

对于电容率为 ε ，磁导率为 μ ，电导率为 σ 的无源均匀媒质，麦克斯韦方程是

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (4)$$

其中 $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ ， $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ ， $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$ ， $\rho = 0$ 。于是有

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (5)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (8)$$

上述方程只与两个变量 (\mathbf{E} 和 \mathbf{H}) 有关，进一步可得出一个变量的方程。

对式 (5) 两边取旋度得

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\mu \nabla \times \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right) \quad (9)$$

由矢量恒等式

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} \quad (10)$$

以及 $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ 得

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\nabla^2 \mathbf{E} \quad (11)$$

在直角坐标系下

$$\nabla^2 = \nabla^2 E_x \mathbf{a}_x + \nabla^2 E_y \mathbf{a}_y + \nabla^2 E_z \mathbf{a}_z \quad (12)$$

其中拉普拉斯算子为

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (13)$$

改变对空间和时间微分的顺序，式 (9) 重写为

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu \frac{\partial}{\partial t} [\nabla \times \mathbf{H}]$$

将式 (6) 带入上式得

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (14)$$

同理可得

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (15)$$

上述两个方程即是一般波动方程，支配着无源均匀导电媒质中电磁场的行为。

2 无耗介质中的平面波

令 $\sigma = 0$ ，得到无耗媒质中的波动方程为

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (16)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (17)$$

二、圆极化波

1 极化的概念

2 圆极化

三、同时满足两种性质