

一. 选择填空题：（共 20 分，每空 1 分）必须将正确答案编号填入空内！

1. 下列方程中（A）是法拉第电磁感应定律的微分形式，（C）是电荷守恒定律的微分形式。

$$A. \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad B. \nabla \cdot \vec{B} = 0; \quad C. \nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}; \quad D. \nabla \cdot \vec{D} = \rho;$$

$$E. \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

2. 良导体中存在时谐电磁场，其中电场强度和磁场强度的相位差为（C）。理想介质中电场强度和磁场强度的相位差为（A）。

A. 0° ; B. 30° ; C. 45° ; D. 90° ; E. 180°

3. 在静态电磁场问题中，两种媒质分界面上法向分量连续的物理量分别是（C）和（D）。

A. 电场强度 \vec{E} ; B. 电位移矢量 \vec{D} ; C. 传导电流 \vec{J} ; D. 磁感应强度 \vec{B} ;

E. 磁场强度 \vec{H}

4. 引起同轴线单位长度电容变化的因素为（C）和（E）。

A. 电荷 q ; B. 磁导率 μ ; C. 介电常数 ϵ ; D. 电压 V ;

E. 内外导体半径 a 、 b

5. 坡印廷定理是关于电磁能量转换过程的能量守恒定理，其中（B）表示单位时间内体积 V 减少的电磁能量，（D）表示单位时间流出的电磁能量，（C）表示单位时间体积 V 内损耗的电磁能量。

$$A. \frac{\partial}{\partial t} \int_V (\frac{1}{2} \vec{H} \cdot \vec{B} + \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D}) dV; \quad B. -\frac{\partial}{\partial t} \int_V (\frac{1}{2} \vec{H} \cdot \vec{B} + \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D}) dV;$$

$$C. \int_V \vec{E} \cdot \vec{J} dV \quad D. \oint_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{s}; \quad E. -\oint_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{s}$$

6. 下列电磁表达式中（E）表示线极化波，（B）表示左旋圆极化波，（D）表示右

旋圆极化波。

A. $\vec{E}(z) = (\vec{e}_x E_0 + \vec{e}_y E_0 e^{-j\frac{\pi}{2}}) e^{-jkz}$;

B. $\vec{E}(z) = (\vec{e}_x E_0 + \vec{e}_y E_0 e^{j\frac{\pi}{2}}) e^{-jkz}$;

C. $\vec{E}(z) = (\vec{e}_x E_1 + \vec{e}_y E_2 e^{-j\frac{\pi}{2}}) e^{-jkz}$;

D. $\vec{E}(z) = (\vec{e}_x E_1 - \vec{e}_y E_2 e^{j\frac{\pi}{2}}) e^{jkz}$;

E. $\vec{E}(z) = (\vec{e}_x E_1 + \vec{e}_y E_2) e^{jkz}$;

7. 在介电常数为 ε 的介质中方程 $\nabla \cdot \vec{D} = \rho$ 中的 ρ 指 (A), $\nabla \cdot \vec{E} = \rho / \varepsilon_0$ 中的 ρ 指 (C)。

A. 自由电荷体密度; B. 极化电荷体密度;

C. 自由电荷体密度+极化电荷体密度

D. 自由电荷面密度

E. 自由电荷体密度+自由电荷面密度

8. 两块成 60° 的接地导体板, 角形区域内有点电荷+q, 若用镜像法求解区域的电位分布。共有 (E) 个像电荷, 其中电荷量为+q 的像有 (B) 个。

A. 1 个 ; B. 2 个 ; C. 3 个 ; D. 4 个 ; E. 5 个

9. 下列电场表达式中 (A) 表示沿-z 方向传播的非均匀平面波, (C) 表示沿 z 分布的驻波

A. $E_m e^{\alpha x} \cos(\omega t + \beta z)$; B. $E_m \cos(\omega t + \beta z)$; C. $E_m \sin \beta z \sin \omega t$;

D. $E_m e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z)$; E. $E_m \cos(\omega t - \beta z)$

二. 简答题 (共 10 分每题 5 分)

1. 角频率和相位常数是描述电磁波特性的的重要参数, 它们的物理意义分别是什么?

角频率: 单位时间相位的变化量 (3 分)

相位常数: 单位距离相位的变化量 (2 分)

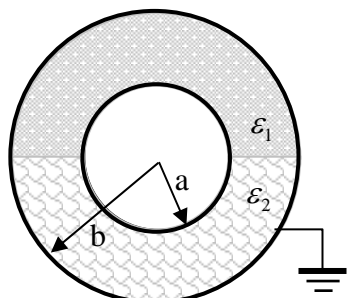
2. 何为媒质的电磁特性? 描述媒质电磁特性的关系称为什么关系? 写出该关系的数学表达式。

媒质的极化特性, 磁化特性和导电特性称为媒质的电磁特性。描述媒质电磁特性的关系称为本构关系。(2 分)

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H}, \quad \vec{J} = \sigma \vec{E}, \quad (3 \text{ 分})$$

三. 计算题 (共 70 分)

1. (20 分) 球形电容器, 内外导体半径分别为 a 和 b 。其间填充介电常数分别为 ε_1 、 ε_2 电介质。设内导体带电荷 q , 外球接地, 如图所示, 求两球壳间的①电场分布; ②电位分布; ③电容; ④电场能量



解: (1) 电场分布

$$\oint_s \vec{D} \cdot d\vec{s} = 2\pi r^2 (\vec{D}_1 + \vec{D}_2) = q \quad (3 \text{ 分})$$

$$\text{由 } \vec{D}_1 = \varepsilon_1 \vec{E}_1, \vec{D}_2 = \varepsilon_2 \vec{E}_2 \text{ 以及 } \vec{E}_1 = \vec{E}_2 = \vec{E} \quad (2 \text{ 分})$$

可得两球壳间的电场强度为

$$\vec{E}(r) = \vec{e}_r \frac{q}{2\pi(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)r^2} \quad (3 \text{ 分})$$

(2) 电位为

$$\varphi(r) = \int_r^b \vec{E}(r) \cdot d\vec{r} = \frac{q}{2\pi(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \int_r^b \frac{1}{r^2} dr = \frac{q(b-r)}{2\pi(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)br} \quad (3 \text{ 分})$$

内外导体间的电位差为

$$U = \int_a^b \vec{E}(r) \cdot d\vec{r} = \frac{q}{2\pi(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \int_a^b \frac{1}{r^2} dr = \frac{q(b-a)}{2\pi(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)ba} \quad (3+2 \text{ 分})$$

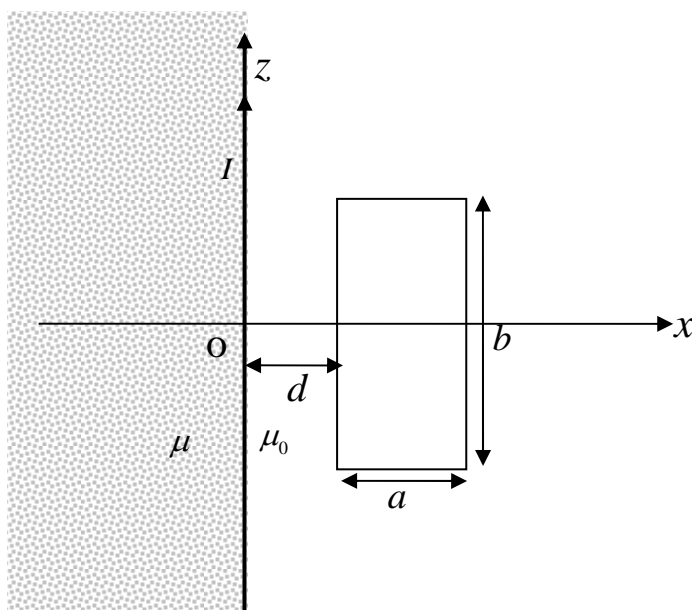
(3) 电容为

$$C = \frac{q}{U} = \frac{2\pi(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)ba}{(b-a)} \quad (3 \text{ 分})$$

(4) 电场能量为

$$W_e = \frac{1}{2} qU = \frac{q^2(b-a)}{4\pi(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)ba} \quad (3 \text{ 分})$$

2. (15 分) 如图所示, $x < 0$ 的半空间充满磁导率为 μ 的磁介质, $x > 0$ 的半空间为空气。有一无限长直细导线置于 z 轴上, 导线中的电流为 I 。在 xOz 平面内有一个与细导线共面的矩形线框 $(a \times b)$ 。试求: (1) 电流 I 产生的磁感应强度; (2) 细导线与矩形线框间的互感。



解 (1) 根据安培环路定律, 可得 $\pi r H_\mu + \pi r H_0 = I$ (3 分)

由于 $B_\mu = \mu H_\mu$ 、 $B_0 = \mu_0 H_0$, 又根据边界条件有 $B_\mu = B_0 = B$, 于是得

$$\pi r \frac{B}{\mu} + \pi r \frac{B}{\mu_0} = I$$

由此得到 $\vec{B} = \vec{e}_\phi \frac{\mu_0 \mu I}{\pi(\mu + \mu_0)r}$ (2+3 分)

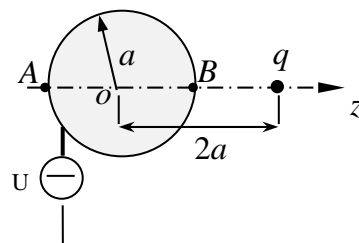
(2) 与矩形线框交链的磁通为

$$\psi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \frac{\mu_0 \mu b I}{\pi(\mu_0 + \mu)} \int_d^{d+a} \frac{1}{x} dx = \frac{\mu_0 \mu b I}{\pi(\mu_0 + \mu)} \ln \frac{d+a}{d}$$
 (2+2 分)

分)

所以 $M = \frac{\psi}{I} = \frac{\mu_0 \mu b}{\pi(\mu_0 + \mu)} \ln \frac{d+a}{d}$ (3 分)

3. (15 分) 如图所示, 一半径为 a 的导体球, 接在电压为 U 的直流电源上。点电荷 q 位于距球心 $2a$ 处。试求: (1) 导体球面上 A 、 B 两点的电场强度;
(2) 点电荷 q 受到的静电力。



解: 像电荷 1 位置距离球心

$$d' = \frac{a^2}{2a} = \frac{a}{2} \quad (3 \text{ 分})$$

像电荷 1 大小

$$q' = -\frac{a}{2a}q = -\frac{1}{2}q \quad (3 \text{ 分})$$

像电荷 2 位于球心

像电荷 2 大小

$$q'' = 4\pi\epsilon_0 aU$$

A 、 B 两点的电场强度分别为

$$\vec{E}_A = -\vec{e}_z \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (3a)^2} + \vec{e}_z \frac{\frac{1}{2}q}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{3a}{2}\right)^2} - \vec{e}_z \frac{4\pi\epsilon_0 aU}{4\pi\epsilon_0 a^2} = \vec{e}_z \left(\frac{q}{36\pi\epsilon_0 a^2} - \frac{U}{a} \right) \quad (3 \text{ 分})$$

$$\vec{E}_B = -\vec{e}_z \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2} - \vec{e}_z \frac{\frac{1}{2}q}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{a}{2}\right)^2} + \vec{e}_z \frac{4\pi\epsilon_0 U}{4\pi\epsilon_0 a^2} = \vec{e}_z \left(-\frac{3q}{4\pi\epsilon_0 a^2} + \frac{U}{a} \right) \quad (3 \text{ 分})$$

点电荷 q 受到的静电力

$$\vec{F} = \vec{e}_z \frac{\left(-\frac{q}{2}\right)q}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{3a}{2}\right)^2} + \vec{e}_z \frac{4\pi\epsilon_0 aUq}{4\pi\epsilon_0 (2a)^2} = -\vec{e}_z \frac{q^2}{18\pi\epsilon_0 a^2} + \vec{e}_z \frac{Uq}{4a} \quad (3 \text{ 分})$$

4. (20 分) 一均匀平面波自 $z < 0$ 的空气区域, 垂直入射到本征阻抗为 η_2 的理想介质区域 ($z > 0$),

且已知入射波电场为 $\vec{E} = E_m(\vec{e}_x + j\vec{e}_y)e^{-j\beta z}$, 求①反射波的电场; ②透射波的电场; ③判断入射波反射波和透射的极化状态。

解 媒质 1 为空气, 其本征阻抗为 η_0 , 故分界面上的反射系数和透射系数分别为

$$\Gamma = \frac{\eta_2 - \eta_0}{\eta_2 + \eta_0} \quad (2+2 \text{ 分})$$

$$\tau = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_0}$$

式中

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_{r2}\epsilon_0}}, \quad \eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \quad (2 \text{ 分})$$

都是实数, 故 Γ 、 τ 也是实数。

反射波的电场为

$$\vec{E}_r = \Gamma E_m(\vec{e}_x + \vec{e}_y j)e^{j\beta z} \quad (3 \text{ 分})$$

可见, 反射波的电场的两个分量的振幅仍相等, 相位关系与入射波相比没有变化, 故反射波仍然是圆极化波。但波的传播方向变为 $-z$ 方向, 故反射波也变为右旋圆极化波。而入射波是沿 $+z$ 方向传播的左旋圆极化波。 (3 分)

透射波的电场为

$$\vec{E}_t = \tau E_m(\vec{e}_x + \vec{e}_y j)e^{-j\beta_2 z} \quad (3 \text{ 分})$$

$$\text{式中, } \beta_2 = \omega\sqrt{\mu_2\epsilon_2} = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_{r2}\epsilon_0} \quad (2 \text{ 分})$$

是媒质 2 中的相位常数。

可见, 透射波是沿 $+z$ 方向传播的左旋圆极化波。 (3 分)