

Reti Logiche

github.com/martinopiaggi/polimi-notes

2021-2022

Contents

1	Introduzione	4
1.1	Teorema di espansione di Shannon	4
1.2	Mintermine	4
1.3	Maxtermine	4
2	Sintesi reti combinatorie	4
2.1	Karnaugh	4
2.1.1	Distanza di Hamming	4
2.2	Metodo di Quine McCluskey	5
2.2.1	Dominanza	5
2.2.2	McCluskey con funzioni non completamente specificate	5
3	Funzioni multi uscita	5
4	Algoritmo di Branch and Bound	6
5	Aritmetica	7
5.1	Standard ieee 754	7
5.2	Somma tra numeri binari a virgola mobile	7
5.3	Moltiplicazione di numeri binari	7
5.3.1	Algoritmo radici positive e negative	7
5.3.2	Codifica di Booth per le moltiplicazioni	8
6	Logica programmabile	9
6.1	ROM	10
6.2	PAL	10
6.3	PLA	10
6.4	CPLD	11
6.5	FPGA	12
7	Circuiti Sequenziali	12
8	Macchine a stati finiti	14
8.1	Sintesi FSM	15
8.1.1	Sintesi sequenziale sincrona	15
9	Minimizzazione FSM	15
9.1	Macchine completamente specificate	16
9.1.1	Regola di Paull Unger	16
9.2	Macchine non completamente specificate	17
9.2.1	Compatibilità	17
9.2.2	Tipi di compatibilità	18
10	VHDL	19
10.1	Appunti random	20
10.1.1	Process	22
10.2	VHDL Simulazione	24
10.3	Extra	24
11	Introduzione	24
11.1	Teorema di espansione di Shannon	24
11.2	Mintermine	25

11.3	Maxtermine	25
12	Sintesi reti combinatorie	25
12.1	Karnaugh	25
12.1.1	Distanza di Hamming	25
12.2	Metodo di Quine McCluskey	26
12.2.1	Dominanza	26
12.2.2	McCluskey con funzioni non completamente specificate	26
13	Funzioni multi uscita	26
14	Algoritmo di Branch and Bound	27
15	Aritmetica	27
15.1	Standard ieee 754	27
15.2	Somma tra numeri binari a virgola mobile	28
15.3	Moltiplicazione di numeri binari	28
15.3.1	Algoritmo radici positive e negative	28
15.3.2	Codifica di Booth per le moltiplicazioni	28
16	Logica programmabile	30
16.1	ROM	30
16.2	PAL	30
16.3	PLA	30
16.4	CPLD	31
16.5	FPGA	32
17	Circuiti Sequenziali	33
18	Macchine a stati finiti	34
18.1	Sintesi FSM	35
18.1.1	Sintesi sequenziale sincrona	35
19	Minimizzazione FSM	35
19.1	Macchine completamente specificate	36
19.1.1	Regola di Paull Unger	36
19.2	Macchine non completamente specificate	37
19.2.1	Compatibilità	37
19.2.2	Tipi di compatibilità	38
20	VHDL	39
20.1	Appunti random	40
20.1.1	Process	42
20.2	VHDL Simulazione	44
20.3	Extra	44

1 Introduzione

1.1 Teorema di espansione di Shannon

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = !x_1 f(0, x_2, \dots, x_n) + x_1 f(1, x_2, \dots, x_n)$$

(applicabile iterativamente) dualmente:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = (!x_1 + f(0, x_2, \dots, x_n))(x_1 + f(1, x_2, \dots, x_n))$$

Queste formule, applicate iterativamente, ci permettono di scrivere una qualsiasi formula booleana come Somma di prodotti (Prima forma canonica) o Prodotti di somme (Seconda forma canonica) senza passare dalla classica tabella già utilizzata negli scorsi corsi.

1.2 Mintermine

Mintermine è un termine prodotto in cui compaiono tutti i letterali corrispondenti a tutte le variabili della funzione e tale per cui la funzione booleana assume valore 1 in corrispondenza alla configurazione delle variabili definite dai letterali.

1.3 Maxtermine

Maxtermine è un termine somma in cui compaiono tutti i letterali corrispondenti a tutte le variabili della funzione e tale per cui la funzione booleana assume valore 0 in corrispondenza alla configurazione delle variabili definite dai letterali.

2 Sintesi reti combinatorie

Obiettivo? Ridurre complessità di reti combinatorie. Metodologie di sintesi:

- Karnaugh
- Quine-Mc Cluskey

2.1 Karnaugh

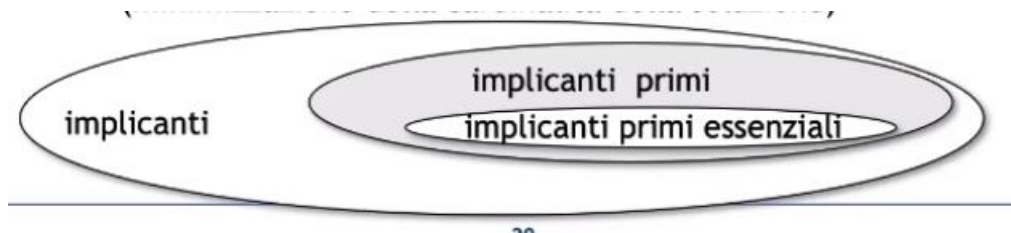
Basically formula di riduzione $az + a'z = z$ applicato in maniera grafica.

2.1.1 Distanza di Hamming

La distanza di Hamming è il numero di bit che cambiano tra due numeri espressi in binario. La regola di riduzione consiste nel identificare i termini che hanno distanza di Hamming unitaria.

Karnaugh segue un procedimento grafico, basato su una tabella. La tabella é come se fosse infinita, cioè la prima riga in alto segue l'ultima riga in basso, la prima colonna a sinistra segue l'ultima colonna destra. Le colonne differiranno per una unità sulla distanza di Hamming, esempio a due dimensioni: 00, 01, 11, 10 ; Due tipi di implicanti:

- **Implicante primo** = raggruppamento massimo di uni.
- **Implicante primo essenziale** = implicante primo unico (tra tutti gli implicanti primi) a coprire uno specifico uno.



Divido l'algoritmo in 2 fasi principali:

- l'**espansione** in cui identifico gli implicanti e gli implicanti essenziali.
- la **copertura**, cioè scelta del minor numero di implicanti primi. Chiaramente dovrò per forza prendere quelle essenziali, in quanto al termine di questa fase non ci dovranno essere 1 scoperti.

Potremmo utilizzare i simboli di *don't care* “-” per indicare bit che non ci interessano. Come trattiamo i DC? all'inizio come se fossero 1 (espansione), poi dopo (copertura) come se fossero 0. Quando utilizziamo i DC? ad esempio quando in una rete combinatoria non è osservabile sotto certe configurazioni o non è necessario calcolarne la funzione. Karnugh viene utilizzato con poche variabili, di più dovremmo ricorrere a più dimensioni .. cioè più tabelle.

2.2 Metodo di Quine McCluskey

In sostanza è come Karnaugh ma utilizzando solo tabelle e ‘saltando’ l'uso di un metodo grafico, concentrandosi su un metodo tabulare. Passaggi risolutivi sono:

1. Riordino dei mintermini.
2. Si notano i mintermini non marcati (di conseguenza non sono implicanti primi).
3. Successivamente si possono trovare le configurazioni non marcate; questi costituiscono degli implicanti primi.
4. Si passa alla tabella di copertura.
5. Si cerca di ridurre la tabella di copertura, notando che alcune colonne hanno una sola marca: sono gli **implicanti essenziali**. Di conseguenza applico tutte le regole di dominanza*.
6. La tabella di copertura ridotta è vuota, è una copertura minima e (magari) unica.

2.2.1 Dominanza

La ‘dominanza’ esiste di due tipi:

- **Dominanza di riga:** P_i domina P_j se copre almeno i termini di P_j e il costo di P_j è maggiore o uguale a quello di P_i . Rimuovo quindi tutta la riga dominata mantenendo la dominante.
- **Dominanza di colonna:** quando la copertura di un mintermine induce la copertura di un altro mintermine. Quella più scomoda da imparare. Rimuovo quindi la copertura del mintermine dominato. Il senso è ‘mantengo solo la colonna del mintermine il quale sono sicuro, coprendolo, implica anche la copertura del mintermine corrispondente alla colonna eliminata’.

2.2.2 McCluskey con funzioni non completamente specificate

Fai come al solito e arrivato alla tabella di copertura non consideri affatto il mintermine del DC_{set} (Don't Care Set).

3 Funzioni multi uscita

Potrei minimizzare le singole funzioni e poi le ‘metto insieme’. Non è l'approccio migliore.. ad esempio le due funzioni potrebbero condividere implicanti e quindi potrei ridurre/semplificare per ‘avere il minimo indispensabile’.

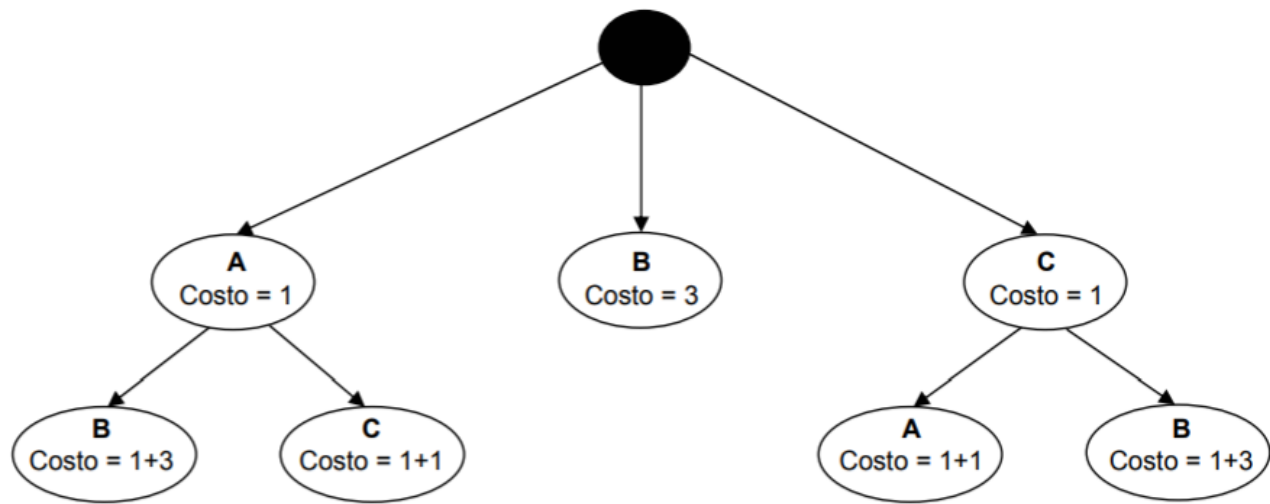
Quindi:

- **Differenze nella fase di riordino degli implicanti:** si tiene traccia attraverso 2 bit delle funzioni che condividono tale implicante. Si scrive 01 se di una funzione, 10 se dell'altra. E quando si combinano gli implicanti attraverso le riduzioni si fa sempre l'AND bit a bit tra tali bit. Marco solo gli implicanti che possiedono nella colonna funzione i bit corrispondenti al risultato del AND. Ad esempio se sto combinando m_4 e m_5 e m_4 é comune ad entrambe le funzioni (11), mentre m_5 solo dalla seconda (01) l'implicante ridotto sarà m_4m_5 e avrà nella colonna identificativa l'AND bit a bit (quindi 01) **e verrà marcato solo m_5** . In caso di risultato 00 l'implicante ridotto non verrà preso in considerazione (eliminato) e nessuno dei due implicanti originali verrà marcato.
- **Differenze nella tab. di copertura** (essa sarà divisa tra le due funzioni):
 - è necessario inserire la colonna costo anche se questo viene considerato identico per ogni implicante (cifra di merito=cardinalità)
 - quando un termine prodotto viene scelto per la prima volta e inserito nella copertura di una o più funzioni, il suo costo viene modificato (la modifica serve a tener conto delle possibili condivisioni degli implicanti):
 - * portato a 0(+) nel caso in cui la cifra di merito sia la cardinalità degli implicanti
 - * portato a +1 nel caso in cui la cifra di merito sia il numero dei letterali
 - Dominanza di riga: Si guarda l'intera riga!!
 - Dominanza di colonna: La dominanza di colonna ha validità solo all'interno di una funzione.
 - Essenzialità: se l'implicante in oggetto è essenziale per tutte e due le funzioni coinvolte la riga viene eliminata così come tutte le colonne coperte, invece se l'implicante in oggetto non è essenziale, viene scelto tale implicante per le funzioni per cui è essenziale e **aggiornando il costo dell'implicante**.

4 Algoritmo di Branch and Bound

è possibile che a un certo punto una tab non presenti ne essenzialità, ne dominanze di riga o colonna. Si dice 'ciclica'. Un possibile approccio a tale situazione é il metodo di Branch and Bound.

Il **branch and bound** è una tecnica che scompone il problema, provando tutte le soluzioni possibili fino a trovare quella corretta scartando a priori alcune strade. L'algoritmo enumera le possibili combinazioni della tabella in modo furbo, utilizzando un albero. Ogni volta che un ramo mi supera il bound di costo, mi fermo. Prendo diverse scelte espandendo l'albero e una volta determinata una prima soluzione completa **si fissa il costo ottenuto come bound** e si risale lungo l'albero fino a raggiungere la penultima scelta fatta e da lì si riparte esplorando le altre alternative. A ogni iterazione che mi porta a superare il bound precedentemente fissato mi fermo. Se invece trovo una nuova soluzione completa fisso un limite più stretto. Quindi pian piano a forza di iterazioni abbasso il limite per selezionare la soluzione migliore. Nota che il costo associato ad ogni nodo é pari a quello del nodo superiore più quello dell'implicante scelto.



5 Aritmetica

5.1 Standard ieee 754

Standard per scrivere numeri con la virgola mobile in binario. Nel caso di singola precisione:

$$(-1)^S 1, mantissa 2^{E+127}$$

E poi S E M : con S é logicamente a 1 bit, E a 8 bit e M a 23 bit. Nel caso a doppia precisione S é 1 bit, E 11 bit e M 52 bit.

5.2 Somma tra numeri binari a virgola mobile

Per sommare due numeri in virgola mobile con diverso esponente bisogna considerare la mantissa del numero con più piccolo esponente e farla scorrere a destra (sommando un 1 ad ogni passo all'esponente) fino a quando i due esponenti non si equivalgono. Si esegue l'operazione di somma (algebrica) tra le mantisse per determinare il valore ed il segno del risultato e se necessario si normalizza il risultato.

5.3 Moltiplicazione di numeri binari

La fai come alle elementari ma in complemento a 2. L'unica accortezza é di ricordare che nel caso di XY ci sono 4 casi:

- X positivo, Y positivo no problem
- X é negativo, Y positivo no problem
- X positivo, Y negativo li scambi e moltiplichi uguale (oppure calcoli con i segni invertiti)
- X negativo, Y negativo, calcoli il prodotto tra i loro valori assoluti altrimenti il risultato é sbagliato.

la morale é che il moltiplicatore non deve essere negativo

5.3.1 Algoritmo radici positive e negative

Alternativamente alla classica moltiplicazione, in caso di moltiplicatore negativo si può usare l'algoritmo delle radici positive/negative . Si tratta di scomporre la matrice iniziale in due sottomatrici, una con i soli termini negativi, l'altra con solo quelli positivi. Il risultato è dato dalla differenza dei due risultati parziali.

Estensione a n+k bit tramite 0

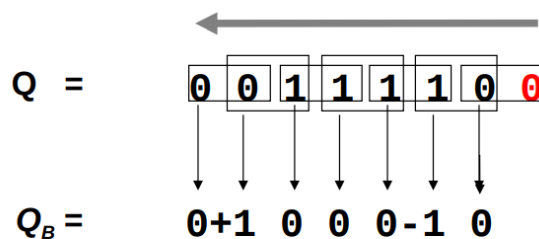
			0	q_0m_2	q_0m_1	q_0m_0	
		0	q_1m_2	q_1m_1	q_1m_0		
	0	q_2m_2	q_2m_1	q_2m_0			
q_3m_3	0	0	0				
Somma parziale termini positivi							-
			q_0m_3	0	0	0	
		q_1m_3	0	0	0		
	q_2m_3	0	0	0			
0	q_3m_2	q_3m_1	q_3m_0				
Somma parziale termini negativi							

5.3.2 Codifica di Booth per le moltiplicazioni

Il concetto base della codifica di Booth é di codificare il moltiplicatore per ridurre i prodotti parziali e semplificare quindi la rete combinatoria/conti. La bellezza della codifica di Booth é che adatto per operandi di qualsiasi segno. La codifica di Booth é disponibile in due gusti:

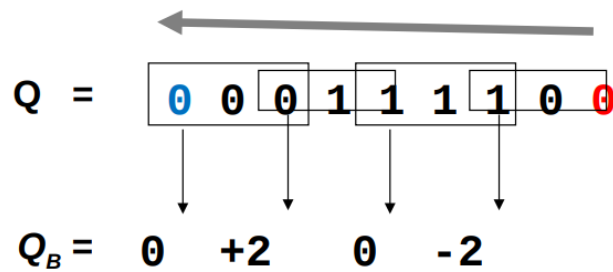
- Radix 2
- Radix 4

Sia per Radix 2 che Radix 4 si **aggiunge uno zero** a destra del numero. E poi si divide il numero in gruppetti da 2 (radix2) o 3 (radix3) e si converte in base alle seguenti tabelle ciascun gruppettino. Poi si effettua la moltiplicazione stile elementari.



5.3.2.1 Radix 2

Moltiplicatore		$-q_i + q_{i-1}$
q_i	q_{i-1}	codifica
0	0	0
0	1	1
1	0	-1
1	1	0



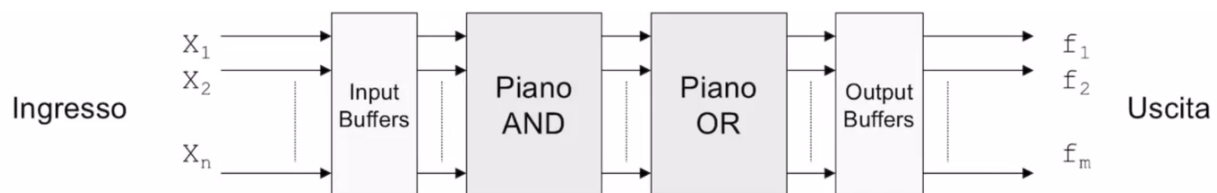
5.3.2.2 Radix 4

Moltiplicatore			$-2q_{i+1} + q_i + q_{i-1}$
q_{i+1}	q_i	q_{i-1}	Codifica
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	2
1	0	0	-2
1	0	1	-1
1	1	0	-1
1	1	1	0

Nota come anche Radix4 alla fine risulti comodo:

- 1 si tratta di ricopiare il numero
- -1 si tratta di invertire e sommare 1 (complemento)
- -2 si tratta di shiftare verso sinistra di una posizione il numero e di calcolarne il complemento
- 0 solo zeri

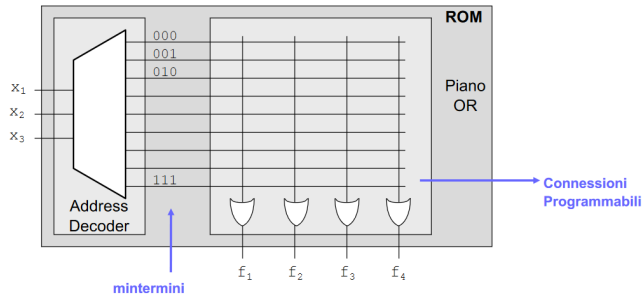
6 Logica programmabile



- piano OR
- piano AND

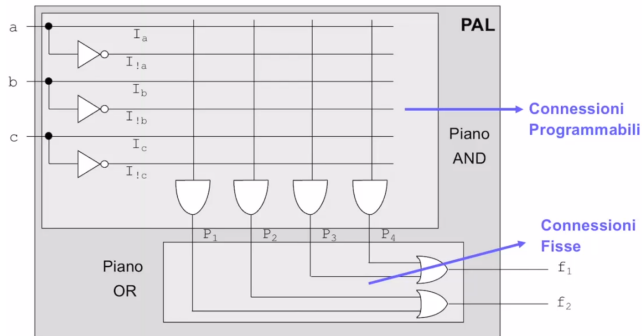
6.1 ROM

Read only memory. Piano AND fissato, piano OR adattabile.



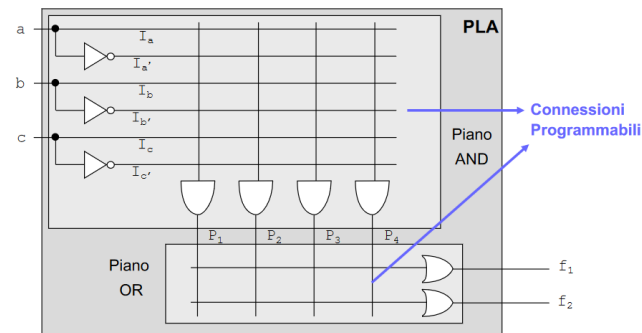
6.2 PAL

piano OR fisso, piano AND programmabile. Le uscite non possono condividere termini prodotto.



6.3 PLA

Piano AND/OR programmabile. Completa libertà.



Le PLA sono più lente delle PAL a causa della programmabilità della sezione OR: le connessioni fuse-based, o comunque programmate, presentano una resistenza maggiore rispetto a quelle cablate.

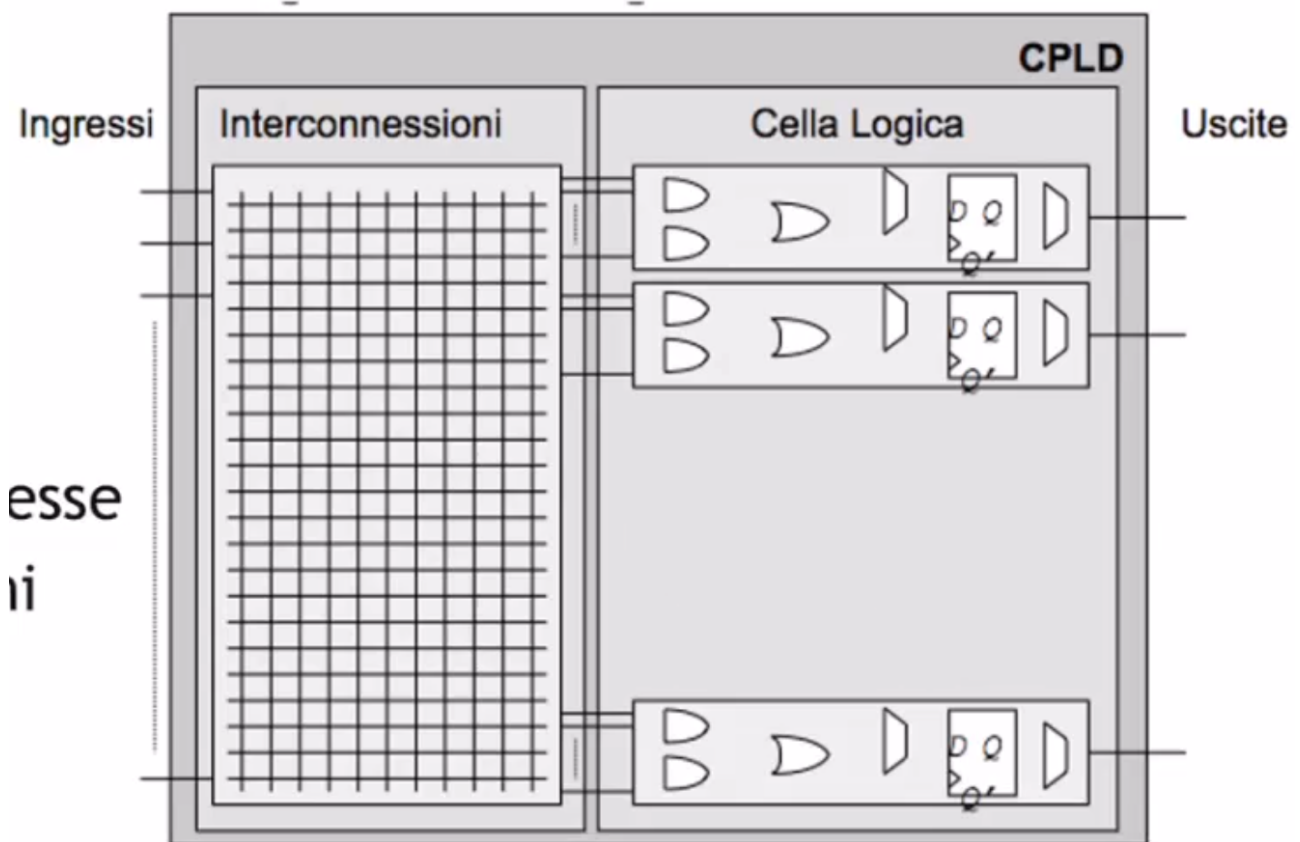
6.4 CPLD

Complex Programmable Logic Devices: sono una evoluzione delle PLA e PAL e sono caratterizzati da:

- Connessioni globali
- Logica concentrata

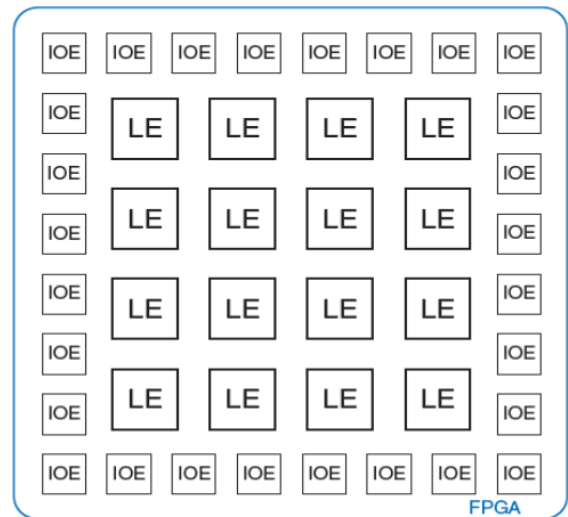
Rispetto a PAL e PLA:

- Hanno dimensioni molto maggiori
- Sono costituite da celle più complesse
- Consentono di ottenere prestazioni più elevate
- Hanno una struttura più regolare e facilmente programmabile.



6.5 FPGA

- Composed of:
 - **LEs** (Logic elements): perform logic
 - **IOEs** (Input/output elements): interface with outside world
 - **Programmable interconnection:** connect LEs and IOEs
 - Some FPGAs include other building blocks such as multipliers and RAMs



7 Circuiti Sequenziali

Circuiti nel quale il valore dell'uscita dipende sia dagli ingressi ma anche dal tempo. Il circuito ha infatti memoria del passato. Memorie a disposizione:

- **Bistabile:** appunto che possiede solo 2 stati
- **Latch:** bistabile pilotato da un circuito, sensibile sul livello alto.
- **Flip-flop:** bistabile latch pilotato dal clock. Cioè l'evento di **edge rise**, il segnale di Edge Detection campiona e memorizza.

Diversi tipi di flipflop :

- **flip-flop SR:** comandato dai segnali di SET e RESET. Il principale problema è il loro stato proibiti, cioè quando SR sono entrambi a 1.
- **flip-flop JK:** funziona identico al SR, con $J=S$ e $K=R$. È un miglioramento del SR, in cui quando entrambi sono settati a 1 non dà problemi.
- **flip flop D:** flip-flop 'Data'
- **flip-flop T:** flip flop 'Toggle'

Tabelle delle Transizioni:

S	R	Q^*
0	0	Q
0	1	0
1	0	1
1	1	–

J	K	Q^*
0	0	Q
0	1	0
1	0	1
1	1	Q'

D	Q^*
0	0
1	1

T	Q^*
0	Q
1	Q'

Tabelle delle Eccitazioni:

Q	Q^*	S	R
0	0	0	–
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	–	0

Q	Q^*	J	K
0	0	0	–
0	1	1	–
1	0	–	1
1	1	–	0

Q	Q^*	D
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Q	Q^*	T
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

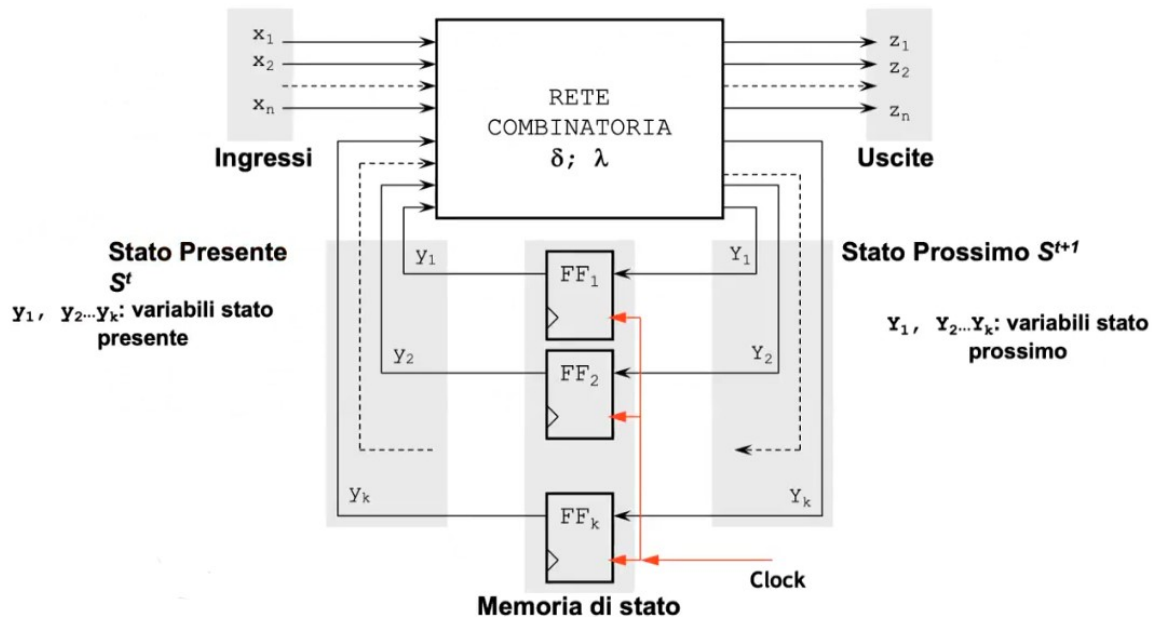
Diverse tabelle per i bistabili:

- **tabella transizioni:** mi dice cioè le funzioni svolte dal bistabile/flipflop. Transizione $S, I \rightarrow S$
- **tabella eccitazioni:** mi dice cosa dovrei applicare al bistabile/flipflop per ottenere uno specifico stato dallo stato attuale. Eccitazione $S, S^* \rightarrow S$

è importante saper ricavare le tabelle di eccitazione piuttosto che ricordarsele

Con i circuiti sequenziali abbiamo il cosiddetto concetto di stato. Questo è un tassello fondamentale per realizzare concretamente modelli comportamentali come le MSFD o DFSM (Deterministic Finite State Machine). Nella **macchina di Huffman** abbiamo una netta separazione tra rete combinatorio e logica sequenziale.

□ Struttura generale di una macchina sequenziale (Huffman):



Da notare come nella logica combinatoria debba implementare le giuste tabelle di eccitazioni per le funzioni di δ e λ .

8 Macchine a stati finiti

$$(\mathbb{I} - \mathbb{U} - \mathbb{S} - \delta - \lambda)$$

dove:

- $\mathbb{I} - \mathbb{U}$ sono gli alfabeti di ingresso ed uscita
- \mathbb{S} è l'insieme degli stati
- δ è la funzione dello **stato prossimo**, cioè una funzione che ha in input un ingresso appartenente all'alfabeto d'ingresso e uno stato e ha in output lo stato prossimo
- λ funzione d'uscita, ha due varianti:
 - funzione d'uscita per **macchina di Mealy** è del tipo $\lambda : \mathbb{S} \times \mathbb{I} \rightarrow \mathbb{U}$
 - funzione d'uscita per **macchina di Moore** è del tipo $\lambda : \mathbb{S} \rightarrow \mathbb{U}$

Anche se spesso le direttive/testo dell'esame specifica molto bene quale delle due usare delle due macchine, si è dimostrato che esse sono equivalenti. Tabella di stato + tabella di eccitazione del bistabile : costruisco la tabella delle eccitazioni. Procedendo in questo modo si ottiene la descrizione della rete combinatoria che ha per ingressi lo stato presente e l'ingresso primario e produce in uscita le configurazioni da applicare ai bistabili per produrre le transizioni desiderate. Nel caso di flip flop di tipo D il valore assunto da D è uguale a quello dello stato prossimo. Per questa ragione la tabella delle transizioni coincide esattamente con la tabella dello stato di codificata.

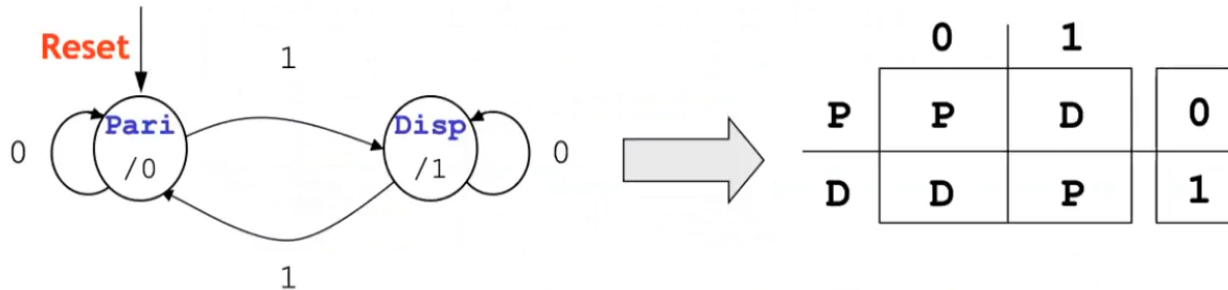
Ultimo passo della sintesi delle macchine a stati finiti: costruzione della tabella delle eccitazioni dalla tabella delle transizioni di stato codificato. L'ultima tabella costituisce il punto di partenza per effettuare la sintesi delle reti combinatorie che realizzano la funzione di stato prossimo e d'uscita. Spesso se il problema è complesso il diagramma di transizione dello stato a cui si perviene include stati rindondanti, equivalenti o in caso di macchine

non completamente specifica compatibili. Prima di procedere alla codifica dello stato si effettua quindi una minimizzazione.

8.1 Sintesi FSM

Passi per sintesi macchina a stati finiti:

- 1) Diagramma degli stati della macchina (consegna/specifica)
- 2) Diagramma \rightarrow tabella degli stati: tabella degli stati è costituita da colonne che stanno per le transizioni e 'dentro' le celle gli stati di destinazione a partire dagli stati correnti (righe).



- 3) Riduzione della tabella degli stati: sostanzialmente elimini tutti gli stati rindondanti, aka eliminare le righe clone di altre righe nella tabella degli stati. In questa fase verifichi quindi la raggiungibilità degli stati ed eventuale equivalenze/compatibilità.
- 4) Tabella transizioni: dalla tabella degli stati ridotta otteniamo la tabella transizioni. Semplicemente tabella degli stati codificata con 0 e 1.
- 5) Tabella delle eccitazioni: *tabella delle eccitazioni dei FlipFlop + Tabella transizioni = logica combinatoria*. E qui dipende da quali bistabili utilizziamo:
 - Se usiamo Flip Flop di tipo D la tabella delle transizioni coincide con quella delle transizioni, altrimenti no!
 - In caso di altro bistabile dobbiamo fare manualmente la tabella di eccitazione. Il concetto è 'quale ingresso del mio bistabile mi serve per andare dallo stato Q allo stato prossimo Q^* '. Questa è la domanda a cui dobbiamo rispondere per generare la tabella delle eccitazioni della macchina, usando la tabella delle eccitazioni del mio bistabile. Facciamo il conto singolarmente per ogni bit. **nota bene che per ogni bit mi serve un flip flop a sé.**
- 6) Sintesi tabella della verità: possiamo vedere la tabella delle eccitazioni come una tabella della verità stringata. Generiamo quindi una tabella della verità che ha gli stati e l'ingresso e i due segnali per i flip flop con l'uscita. In genere in questo corso in questo passaggio dovremmo utilizzare sempre Karnaugh a meno che specificato diversamente. Tabella verità della rete combinatoria che prende ingresso e stato presente, e restituisce uscita e tabella eccitazioni per i flip flop.

8.1.1 Sintesi sequenziale sincrona

$$N_{FF,min} = \lceil \log_2 |S| \rceil$$

è il numero minimo di flip flop necessari per memorizzare gli stati.

Macchina minima specificata = la macchina con il minor numero possibile di stati per crearla.

9 Minimizzazione FSM

In questa parte vedremo più in dettaglio la fase della riduzione di una FSM completamente specificata e non specificata.

9.1 Macchine completamente specificate

Due stati s_i ed s_j appartenenti ad \mathbb{S} sono indistinguibili se per $\forall x$ simboli d'ingresso:

- Le uscite sono le stesse $\lambda(s_i, x) = \lambda(s_j, x)$
- Gli stati prossimi sono uguali $\delta(s_i, x) = \delta(s_j, x)$

Due stati indistinguibili sono quindi equivalenti e interscambiabili. L'indistinguibilità è una relazione d'equivalenza (transitiva, riflessiva, simmetrica), cioè una relazione che crea classi d'equivalenza. Una macchina è minima se nel suo insieme di stati non esiste una coppia di stati equivalenti.

9.1.1 Regola di Paull Unger

Riduzione del numero degli stati, costruzione della macchina minima e della partizione di equivalenza. Regola di Paull - Unger è una regola iterativa. Si crea un effetto a cascata del tipo lo stato S_x è equivalente allo stato S_y se lo stato S_z e S_w è equivalente ... e così via. Alla fine troverò equivalenze, non equivalenze o equivalenze circolari. I vincoli circolari sono indistinguibili anch'essi.

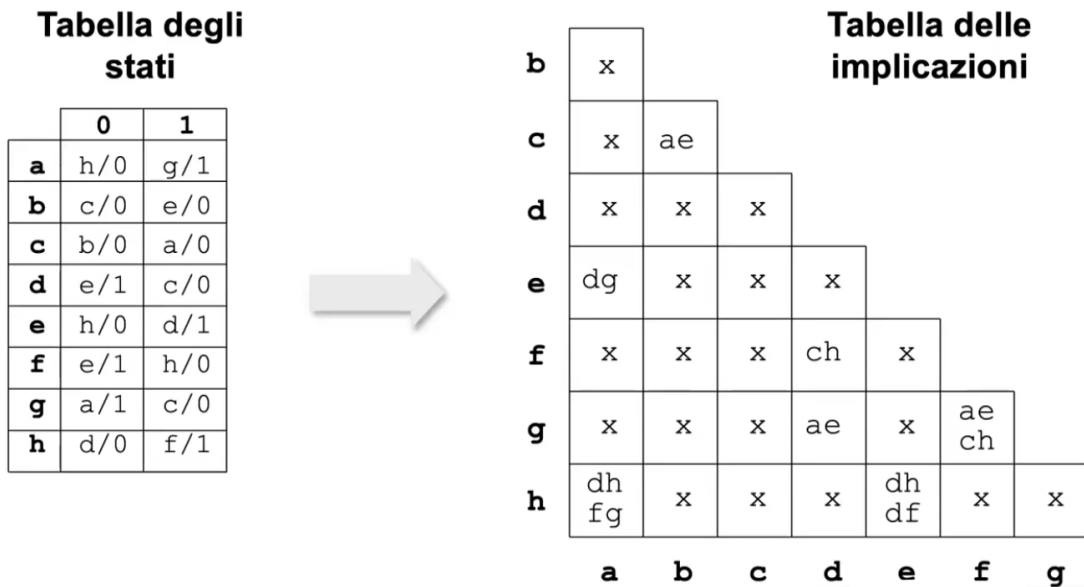
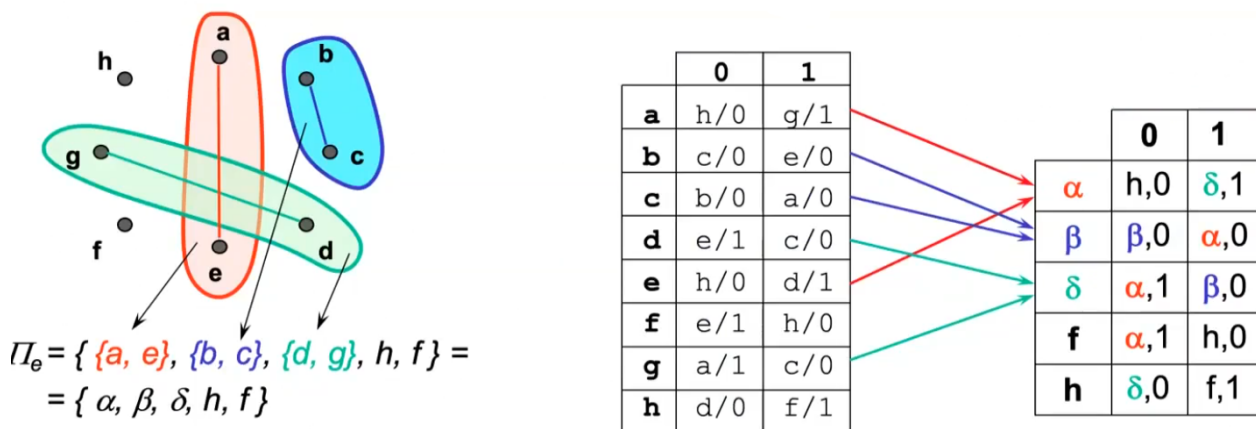


TABELLA DEGLI STATI → TABELLA DEGLI STATI RIDOTTA



9.2 Macchine non completamente specificate

Per alcune ragioni alcune uscite non le conosciamo.

9.2.1 Compatibilità

Non si parla più di distinguibilità ma di **compatibilità**. Due stati s_i ed s_j appartenenti ad S sono compatibili (*seper* $\forall x$ simboli d'ingresso:

- Le uscite sono le stesse $\lambda(s_i, x) = \lambda(s_j, x)$ laddove sono specificate
- Gli stati prossimi sono uguali $\delta(s_i, x) = \delta(s_j, x)$

La compatibilità è meno forte della indistinguibilità .. simmetrica e riflessiva ma **non** transitiva! La **compatibilità non è una relazione d'equivalenza**.

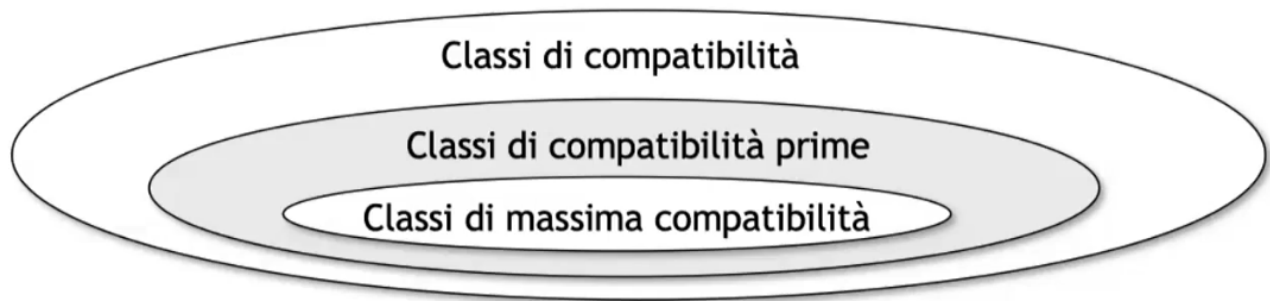
$s_i \not\sim s_j$: stati non compatibili

- Se i simboli d'uscita sono diversi e/o
- Se gli stati prossimi sono già stati verificati come non compatibili

$s_i \sim s_j$: stati compatibili

- Se i simboli d'uscita sono uguali e
- Se gli stati prossimi sono già stati verificati come compatibili

9.2.2 Tipi di compatibilità



- **Le classi di compatibilità** sono insiemi di stati compatibili a coppie, dunque nel grafo delle compatibilità è un sottografo.
- **Le classe di compatibilità prima** se è una classe di compatibilità **non coperta** da nessun'altra classe di compatibilità oppure coperta da un'altra classe ma che però aggiunge un vincolo. Cioè sono tutte le classi più grandi con meno vincoli. (I vincoli vengono riportati sugli archi).
- **Le classe di massima compatibilità** è la classe più grande che non viene inglobata da nessun'altra classe. (Ignori il vincolo di tenere d'occhio i vincoli).

Una classe di compatibilità prima è una classe di compatibilità che non è coperta da nessuna altra classe di compatibilità con i suoi stessi vincoli. Una classe di massima compatibilità è un caso particolare di classe di compatibilità prima, è infatti una classe che non è coperta da nessuna altra classe indipendentemente dai vincoli. Parleremo solo di macchina **ridotta** (e non minima) nel caso di macchine non completamente specificate poichè non useremo un algoritmo che ci garantisce la minimalità. Per ridurre il numero di stati voglio far collassare le classi di compatibilità in un unico caso. Devo seguire però la chiusura delle varie partizioni valida. Cioè devo ottenere una macchina **deterministica** quindi devo trovare la giusta chiusura tale che poi le transizioni mi portano in classi di compatibilità ben definite e non stati che appartengono a più classi di compatibilità. Il nostro obiettivo è trovare una classe di partizione del mio grafo delle compatibilità **chiusa**. Può essere che uno stato si trovi in più classi di compatibilità. Posso al momento di compilare la tabella ridotta scegliere una delle due classi, poichè entrambe valide.

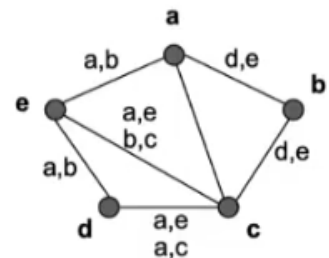
Tabella degli stati

	0	1
a	e/0	a/0
b	d/0	b/0
c	e/-	c/-
d	a/1	a/1
e	a/-	b/-

Tabella delle implicazioni

b	de			
c	v	de		
d	x	x	ae ac	
e	ab	ad	ae bc	ab
	a	b	c	d

Grafo delle compatibilità



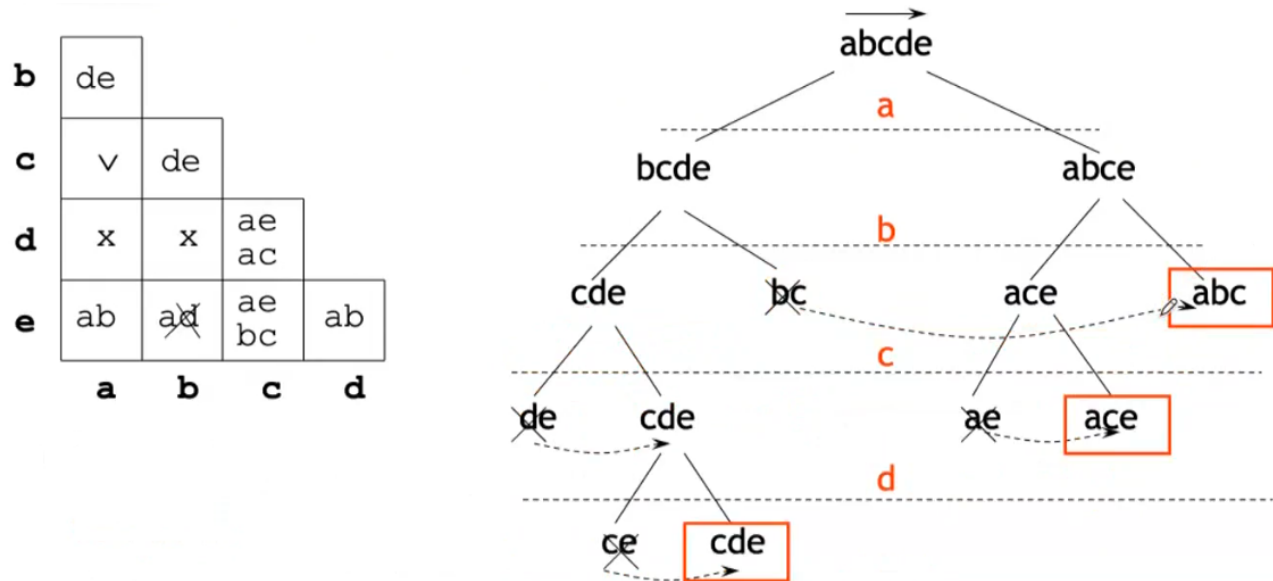
Contrariamente a quanto indicato per le macchine completamente specificate, i vincoli devono essere mantenuti anche se corrispondenti a una coppia (o più) compatibili non vincolati \vee . Si continua fino a quando non si finisce la tabella delle implicazioni e si trova il grafo delle compatibilità. Per trovare la **macchina minima** dovrei

ricorrere al bruteforcing e confrontare (inoltre la macchina minima potrebbe non essere unica). Esistono però **algoritmi non esaustivi ma basati su euristiche**. Un approccio potrebbe essere quello di utilizzare non le classi di compatibilità prime, ma le classi di massima compatibilità. Questo approccio non è deterministico e addirittura in alcuni casi potrebbe peggiorare la situa dandoci più stati e quindi diventando inefficace.

9.2.2.1 Classi di massima compatibilità usando l'albero dei compatibili massimi. Algoritmo che si basa su un albero binario diviso in livelli, ciascuno corrispondente ad un nodo del grafo delle compatibilità. Ad ogni livello vengono generati due figli per ogni nodo con il seguente criterio:

- Dato un nodo e un livello, si costruisce il suo successore di sinistra considerando tutti gli stati del progenitore tranne il nodo analizzato
- Dato un nodo e un livello, si costruisce il suo successore di destra considerando tutti gli stati del progenitore già analizzati, il nodo analizzato e gli stati successivi ad esso compatibili.
- Un nodo è foglia dell'albero se sono stati esaminati tutti gli stati che lo compongono, **tranne al più l'ultimo**.
- Un nodo può essere eliminato, se tutti i suoi stati sono compresi in un altro nodo che è una foglia o che si trova nel suo stesso livello.
- Le foglie identificano le classi di massima compatibilità

Il limite superiore al numero degli stati della macchina ridotta è pari al numero delle classi di massima compatibilità, cioè 5. Una possibile macchina ridotta è quella costituita considerando come stati tutte le classi di massima compatibilità.



10 VHDL

VHDL = Very High Speed Integrate, definito negli anni 80 dal Dipartimento di Difesa degli USA. Linguaggio per descrizione dell'hardware.

Perché non con C?

Cambia la logica: lavoriamo su bit e altri tipi di dato. Usiamo concetti di “don't care” e abbiamo bisogno di concorrenza.

Con VHDL non programiamo, ma più propriamente ‘specifichiamo’.

10.1 Appunti random

Il VHDL é Case Insensitive, e i commenti vengono specificati con `--` (si estendono fino per solo una riga). Specifica dell'interfaccia del componente (entity porte d'ingresso e porte uscita) :

```
out1 : out std_logic;  
in1, in2, in3 : in std_logic;
```

indentazione, spazi e a capi non servono

Il tipo di dato `std_logic` é il piú utilizzato per rappresentare i valori logici, i quali vengono indicati tra i singoli apici . Il valore X é usato in casi come ad esempio quando due reti pilotano una stessa linea con valori discordanti . Di conseguenza il risultato non sará deterministico. La keyword `Architecture` é usata per le entity:

- dataflow
- strutturale
- comportamentale

Possiamo usare un mix delle 3 rappresentazioni per descrivere l'architettura.

```
architecture dataflow of esempio1 is
```

*NOME
A CASO*

ENTITY

```
begin
```

```
    out1 <= in1 and in2 and in3;  
    out2 <= (in1 and in2) or in3;
```

→ Istruzioni concorrenti

```
end dataflow;
```

Da notare l'assegnamento `<=` : le porte “out” stanno a sinistra dell'assegnamento. Viceversa le porte *In* stanno sempre a destra del assegnamento. Possiamo poi utilizzare altri tipi di dati, ad esempio ‘signal’ :

```
architecture dataflow of esempio1 is
```

```
    signal tmp : std_logic := '0';
```

```
begin
```

```
    tmp <= in1 and in2;  
    out1 <= tmp and in3;  
    out2 <= tmp or in3;
```

```
end dataflow;
```

Sintassi per definire un multiplexer. Stiamo facendo cioè un assegnamento condizionale.

```

out1 <= in1 when ctrl1 = "00" else
      in2 when ctrl1 = "01" else
      in3 when ctrl1 = "10" else
      in4;

```

```
end dataflow;
```

Ma abbiamo anche un assegnamento selettivo.

```

architecture dataflow of esempio2 is
begin

```

```

    with ctrl1 select
        out1 <= in1 when "00",
               in2 when "01",
               in3 when "10",
               in4 when others;

```

```
end dataflow;
```

Ci serve anche eseguire operazioni aritmetiche come ad esempio la somma (con overflow). Si converte `std_logic_vector` a `unsigned` o `signed` così da avere tutte le operazioni aritmetiche.

```
begin
```

```

    sum <= SIGNED(in1) + SIGNED(in2);
    out1 <= std_logic_vector(sum);

```

```

constant foo : std_logic_vector(31 downto 0) :=
(1 downto 0 => '1', 4 => '1', others => '0');

```

Possiamo poi definire delle ‘variabili’ inserendo nella nostra entity il blocco di codice:

```

generic({
N : integer := 5

```

}

Dove 5 in questo caso é il valore di default. Una entity che ho definito precedentemente la posso definire come component. Così che poi posso utilizzare i component come se fossero oggetti. In questo modo posso costruire gerarchicamente strutture più complesse partendo da tante entity. Al momento di istanziare il component devo specificare i parametri (altrimenti seguiranno il default value) e ‘mappare’ i segnali alle interfacce.

10.1.1 Process

Creiamo poi il costrutto ‘process’ che ci permette di astrarci un po’ di più descrivendo il comportamento algoritmico più che la struttura a livello schematico. Descriviamo infatti variabili. Le variabili sono una astrazione che può corrispondere a una singola o addirittura più linee, ma noi non ci preoccupiamo. La consideriamo come una black box che mi mantiene in memoria uno stato. Il corpo del process viene eseguito sequenzialmente, a differenza di tutte le altre parti di codice che sono concorrenti. Però **nei process** i segnali vengono tutti aggiornati al termine del process. Bisogna partizionare i segnali in ingresso e in uscita, infatti essi o vengono letti o vengono scritti all’interno del process, non entrambi. Le variabili invece sono lette/scritte all’interno del processo infinite volte, e ha validità solo all’interno del processo.

	Segnali	Variabili
Dichiarazione	Parte dichiarativa di un’architettura	Parte dichiarativa di un processo
Assegnamento	<=	:=
Inizializzazione	:=	
Natura dell’assegnamento	Concorrente	Sequenziale
Utilizzo	In architetture e processi	Solo in processi
Effetto dell’assegnamento	Non immediato (in base ai “tempi” della simulazione)	Immediato

Flip-flop di tipo D:

```
begin
  State: process(i_clk, i_rst)
  begin
    if i_rst='1' then
      currentState <= RESET;
    elsif rising_edge(i_clk) then
      currentState <= nextState;
    end if;
  end process;
end
```

con `rising_edge(clk)` possiamo compattare le righe che controllano che il clock sia 1 e che sia appena cambiato.

```

architecture FSM of esempio15 is
    type state_type is (S0, S1, S2, S3);
    signal next_state, current_state: state_type;
begin
    state_reg: process(clk, rst)
    begin
        if rst='1' then
            current_state <= S0;
        elsif rising_edge(clk) then
            current_state <= next_state;
        end if;
    end process;
--...

```

Specifica interna di una FSM.

```

entity project_reti_logiche is
port (
    i_clk: in std_logic;
    i_rst: in std_logic;
    i_start: in std_logic;
    i_data: in std_logic_vector(7 downto 0);
    o_address : out std_logic_vector(15 downto 0);
    o_done: out std_logic;
    o_en: out std_logic;
    o_we: out std_logic;
    o_data: out std_logic_vector (7 downto 0)
);
end project_reti_logiche;

```

- i_clk è il segnale di CLOCK al quale il modulo si sincronizza.
- i_rst è il segnale di RESET che inizializza la macchina
- i_start è il segnale START descritto nella specifica.
- i_data è il segnale che arriva dalla memoria in seguito ad una richiesta di lettura, necessario per leggere i bytes.
- o_address è il segnale di uscita con cui si specifica a quale indirizzo della memoria accedere.
- o_done è il segnale DONE descritto nella specifica.
- o_en è il segnale di ENABLE della memoria
- o_we è il segnale di WRITE ENABLE:
 - 1 per scrivere
 - 0 per leggere
- o_data è il segnale di uscita dal componente verso la memoria, necessario per salvare i bytes.

10.2 VHDL Simulazione

Creiamo segnali. Istanziamo il componente e poi generiamo le nostre forme d'onda. Adesso specifico anche il tempo, posso specificare ad esempio di 'aspettare' del tempo.

```
-- ...
PROCESS
BEGIN
    -- ----- Current Time: 100ns
    WAIT FOR 100 ns;
    in1 <= "00001";
    in2 <= "00100";
    ctrl <= "001";
    -- ----- Current Time: 300ns
    WAIT FOR 200 ns;
    ctrl <= "010";
    -- ----- Current Time: 500ns
    WAIT FOR 200 ns;
    ctrl <= "011";
    -- -----
    WAIT FOR 1500 ns;
    ASSERT(FALSE) REPORT "Simulation OK." SEVERITY FAILURE;
END PROCESS;

END testbench_arch;
```

10.3 Extra

Tool per align e format VHDL: Vhdl Beatify

11 Introduzione

11.1 Teorema di espansione di Shannon

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = !x_1 f(0, x_2, \dots, x_n) + x_1 f(1, x_2, \dots, x_n)$$

(applicabile iterativamente) dualmente:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = (!x_1 + f(0, x_2, \dots, x_n))(x_1 + f(1, x_2, \dots, x_n))$$

Queste formule, applicate iterativamente, ci permettono di scrivere una qualsiasi formula booleana come Somma di prodotti (Prima forma canonica) o Prodotti di somme (Seconda forma canonica) senza passare dalla classica tabella già utilizzata negli scorsi corsi.

11.2 Mintermine

Mintermine è un termine prodotto in cui compaiono tutti i letterali corrispondenti a tutte le variabili della funzione e tale per cui la funzione booleana assume valore 1 in corrispondenza alla configurazioni delle variabili definite dai letterali.

11.3 Maxtermine

Maxtermine è un termine somma in cui compaiono tutti i letterali corrispondenti a tutte le variabili della funzione e tale per cui la funzione booleana assume valore 0 in corrispondenza alla configurazioni delle variabili definite dai letterali.

12 Sintesi reti combinatorie

Obiettivo? Ridurre complessità di reti combinatorie. Metodologie di sintesi:

- Karnaugh
- Quine-Mc Cluskey

12.1 Karnaugh

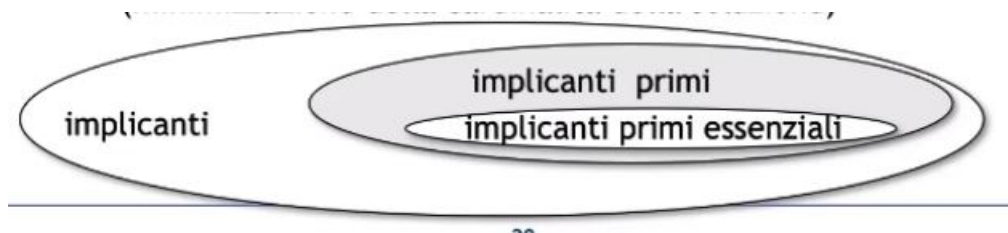
Basically formula di riduzione $az + a'z = z$ applicato in maniera grafica.

12.1.1 Distanza di Hamming

La distanza di Hamming è il numero di bit che cambiano tra due numeri espressi in binario. La regola di riduzione consiste nel identificare i termini che hanno distanza di Hamming unitaria.

Karnaugh segue un procedimento grafico, basato su una tabella. La tabella é come se fosse infinita, cioè la prima riga in alto segue l'ultima riga in basso, la prima colonna a sinistra segue l'ultima colonna destra. Le colonne differiranno per una unità sulla distanza di Hamming, esempio a due dimensioni: 00, 01, 11, 10 ; Due tipi di implicanti:

- **Implicante primo** = raggruppamento massimo di uni.
- **Implicante primo essenziale** = implicante primo unico (tra tutti gli implicanti primi) a coprire uno specifico uno.



Divido l'algoritmo in 2

fasi principali:

- l'**espansione** in cui identifico gli implicanti e gli implicanti essenziali.
- la **copertura**, cioè scelta del minor numero di implicanti primi. Chiaramente dovrò per forza prendere quelle essenziali, in quanto al termine di questa fase non ci dovranno essere 1 scoperti.

Potremmo utilizzare i simboli di *don't care* "-" per indicare bit che non ci interessano. Come trattiamo i DC? all'inizio come se fossero 1 (espansione), poi dopo (copertura) come se fossero 0. Quando utilizziamo i DC? ad esempio quando in una rete combinatoria non é osservabile sotto certe configurazioni o non é necessario calcolarne la funzione. Karnaugh viene utilizzato con poche variabili, di più dovremmo ricorrere a più dimensioni .. cioè più tabelle.

12.2 Metodo di Quine McCluskey

In sostanza é come Karnaugh ma utilizzando solo tabelle e ‘saltando’ l’uso di un metodo grafico, concentrandosi su un metodo tabulare. Passaggi risolutivi sono:

1. Riordino dei mintermini.
2. Si notano i mintermini non marcati (di conseguenza non sono implicanti primi).
3. Successivamente si possono trovare le configurazioni non marcate; questi costituiscono degli implicanti primi.
4. Si passa alla tabella di copertura.
5. Si cerca di ridurre la tabella di copertura, notando che alcune colonne hanno una sola marca: sono gli **implicanti essenziali**. Di conseguenza applico tutte le regole di dominanza*.
6. La tabella di copertura ridotta é vuota, è una copertura minima e (magari) unica.

12.2.1 Dominanza

La ‘dominanza’ esiste di due tipi:

- **Dominanza di riga:** P_i domina P_j sse copre almeno i termini di P_j e il costo di P_j é maggiore o uguale a quello di P_i . Rimuovo quindi tutta la riga dominata mantenendo la dominante.
- **Dominanza di colonna:** quando la copertura di un mintermine induce la copertura di un altro mintermine. Quella più scomoda da imparare. Rimuovo quindi la copertura del mintermine dominato. Il senso è ‘mantengo solo la colonna del mintermine il quale sono sicuro, coprendolo, implica anche la copertura del mintermine corrispondente alla colonna eliminata’.

12.2.2 McCluskey con funzioni non completamente specificate

Fai come al solito e arrivato alla tabella di copertura non consideri affatto il mintermine del DC_{set} (Don’t Care Set).

13 Funzioni multi uscita

Potrei minimizzare le singole funzioni e poi le ‘metto insieme’. Non é l’approccio migliore.. ad esempio le due funzioni potrebbero condividere implicanti e quindi potrei ridurre/semplificare per ‘avere il minimo indispensabile’.

Quindi:

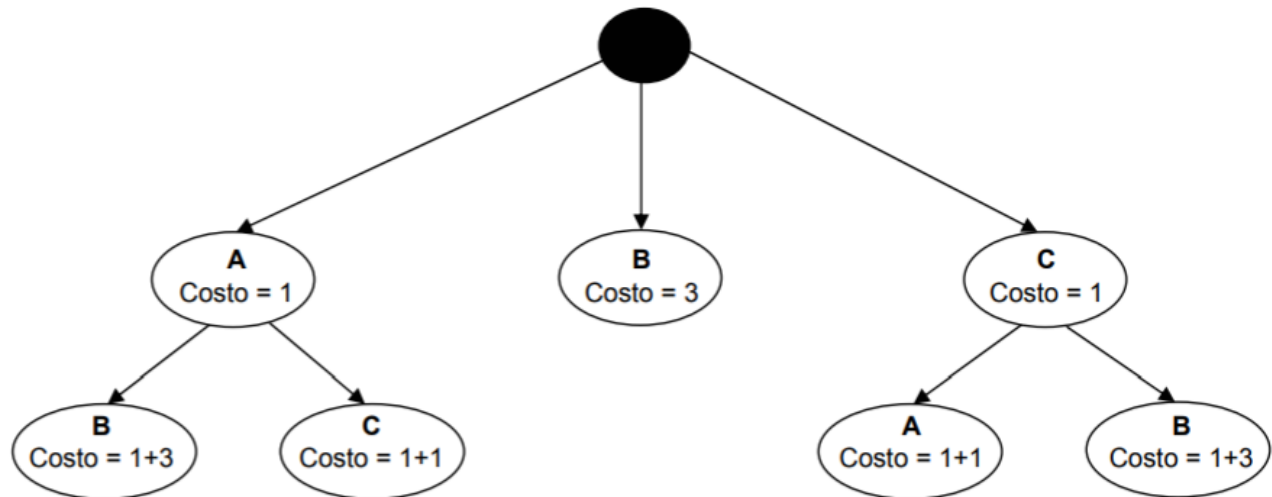
- **Differenze nella fase di riordino degli implicanti:** si tiene traccia attraverso 2 bit delle funzioni che condividono tale implicante. Si scrive 01 se di una funzione, 10 se dell’altra. E quando si combinano gli implicanti attraverso le riduzioni si fa sempre l’AND bit a bit tra tali bit. Marco solo gli implicanti che possiedono nella colonna funzione i bit corrispondenti al risultato del AND. Ad esempio se sto combinando m_4 e m_5 e m_4 é comune ad entrambe le funzioni (11), mentre m_5 solo dalla seconda (01) l’implicante ridotto sarà m_4m_5 e avrà nella colonna identificativa l’AND bit a bit (quindi 01) **e verrà marcato solo m_5** . In caso di risultato 00 l’implicante ridotto non verrà preso in considerazione (eliminato) e nessuno dei due implicanti originali verrà marcato.
- **Differenze nella tab. di copertura** (essa sarà divisa tra le due funzioni):
 - è necessario inserire la colonna costo anche se questo viene considerato identico per ogni implicante (cifra di merito=cardinalità)
 - quando un termine prodotto viene scelto per la prima volta e inserito nella copertura di una o più funzioni, il suo costo viene modificato (la modifica serve a tener conto delle possibili condivisioni degli implicanti):
 - * portato a 0(+) nel caso in cui la cifra di merito sia la cardinalità degli implicanti
 - * portato a +1 nel caso in cui la cifra di merito sia il numero dei letterali

- Dominanza di riga: Si guarda l'intera riga!!
- Dominanza di colonna: La dominanza di colonna ha validità solo all'interno di una funzione.
- Essenzialità: se l'implicante in oggetto è essenziale per tutte e due le funzioni coinvolte la riga viene eliminata così come tutte le colonne coperte, invece se l'implicante in oggetto non è essenziale, viene scelto tale implicante per le funzioni per cui è essenziale e **aggiornando il costo dell'implicante**.

14 Algoritmo di Branch and Bound

è possibile che a un certo punto una tab non presenti ne essenzialità, ne dominanze di riga o colonna. Si dice 'ciclica'. Un possibile approccio a tale situazione é il metodo di Branch and Bound.

Il **branch and bound** è una tecnica che scompone il problema, provando tutte le soluzioni possibili fino a trovare quella corretta scartando a priori alcune strade. L'algoritmo enumera le possibili combinazioni della tabella in modo furbo, utilizzando un albero. Ogni volta che un ramo mi supera il bound di costo, mi fermo. Prendo diverse scelte espandendo l'albero e una volta determinata una prima soluzione completa **si fissa il costo ottenuto come bound** e si risale lungo l'albero fino a raggiungere la penultima scelta fatta e da lì si riparte esplorando le altre alternative. A ogni iterazione che mi porta a superare il bound precedentemente fissato mi fermo. Se invece trovo una nuova soluzione completa fisso un limite più stretto. Quindi pian piano a forza di iterazioni abbasso il limite per selezionare la soluzione migliore. Nota che il costo associato ad ogni nodo é pari a quello del nodo superiore più quello dell'implicante scelto.



15 Aritmetica

15.1 Standard ieee 754

Standard per scrivere numeri con la virgola mobile in binario. Nel caso di singola precisione:

$$(-1)^S 1, mantissa 2^{E+127}$$

E poi $S E M$: con S é logicamente a 1 bit, E a 8 bit e M a 23 bit. Nel caso a doppia precisione S é 1 bit, E 11 bit e M 52 bit.

15.2 Somma tra numeri binari a virgola mobile

Per sommare due numeri in virgola mobile con diverso esponente bisogna considerare la mantissa del numero con più piccolo esponente e farla scorrere a destra (sommando un 1 ad ogni passo all'esponente) fino a quando i due esponenti non si equivalgono. Si esegue l'operazione di somma (algebrica) tra le mantisse per determinare il valore ed il segno del risultato e se necessario si normalizza il risultato.

15.3 Moltiplicazione di numeri binari

La fai come alle elementari ma in complemento a 2. L'unica accortezza é di ricordare che nel caso di XY ci sono 4 casi:

- X positivo, Y positivo no problem
- X é negativo, Y positivo no problem
- X positivo, Y negativo li scambi e moltiplichi uguale (oppure calcoli con i segni invertiti)
- X negativo, Y negativo, calcoli il prodotto tra i loro valori assoluti altrimenti il risultato é sbagliato.

la morale é che il moltiplicatore non deve essere negativo

15.3.1 Algoritmo radici positive e negative

Alternativamente alla classica moltiplicazione, in caso di moltiplicatore negativo si può usare l'algoritmo delle radici positive/negative . Si tratta di scomporre la matrice iniziale in due sottomatrici, una con i soli termini negativi, l'altra con solo quelli positivi. Il risultato è dato dalla differenza dei due risultati parziali.

Estensione a n+k bit tramite 0

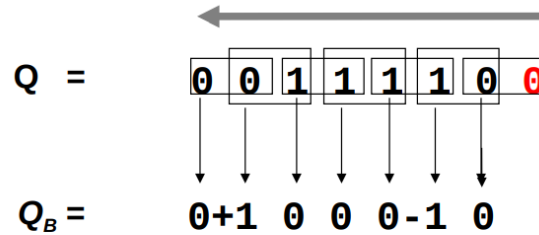
			0	q_0m_2	q_0m_1	q_0m_0	
		0	q_1m_2	q_1m_1	q_1m_0		
	0	q_2m_2	q_2m_1	q_2m_0			
q_3m_3	0	0	0				
Somma parziale termini positivi							-
			q_0m_3	0	0	0	
		q_1m_3	0	0	0		
	q_2m_3	0	0	0			
0	q_3m_2	q_3m_1	q_3m_0				
Somma parziale termini negativi							

15.3.2 Codifica di Booth per le moltiplicazioni

Il concetto base della codifica di Booth é di codificare il moltiplicatore per ridurre i prodotti parziali e semplificare quindi la rete combinatoria/conti. La bellezza della codifica di Booth é che adatto per operandi di qualsiasi segno. La codifica di Booth é disponibile in due gusti:

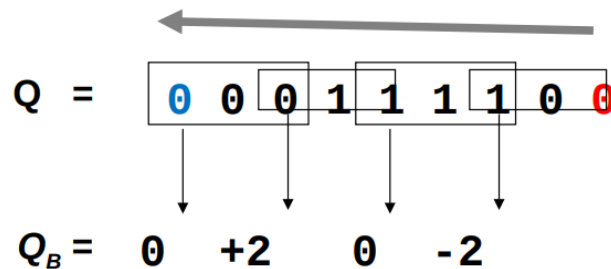
- Radix 2
- Radix 4

Sia per Radix 2 che Radix 4 si **aggiunge uno zero** a destra del numero. E poi si divide il numero in gruppetti da 2 (radix2) o 3 (radix3) e si converte in base alle seguenti tabelle ciascun gruppettino. Poi si effettua la moltiplicazione stile elementari.



15.3.2.1 Radix 2

Moltiplicatore		-q _i + q _{i-1}
q _i	q _{i-1}	codifica
0	0	0
0	1	1
1	0	-1
1	1	0



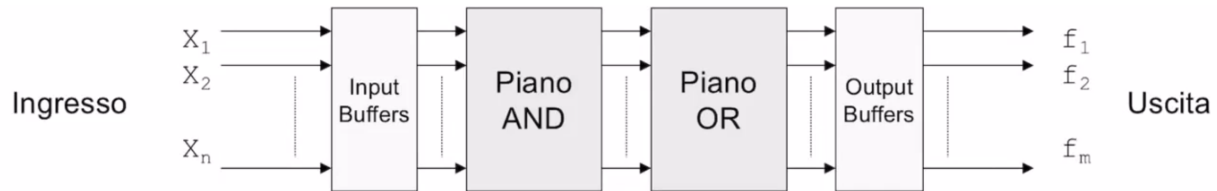
15.3.2.2 Radix 4

Moltiplicatore			-2q _{i+1} + q _i + q _{i-1}
q _{i+1}	q _i	q _{i-1}	Codifica
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	2
1	0	0	-2
1	0	1	-1
1	1	0	-1
1	1	1	0

Nota come anche Radix4 alla fine risulta comodo:

- 1 si tratta di ricopiare il numero
- -1 si tratta di invertire e sommare 1 (complemento)
- -2 si tratta di shiftare verso sinistra di una posizione il numero e di calcolarne il complemento
- 0 solo zeri

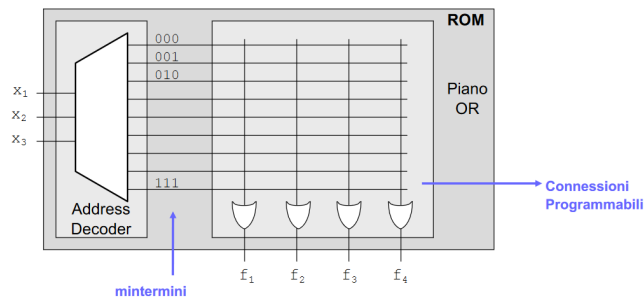
16 Logica programmabile



- piano OR
- piano AND

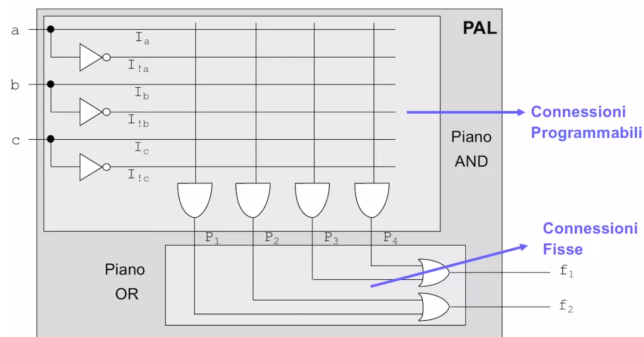
16.1 ROM

Read only memory. Piano AND fissato, piano OR adattabile.



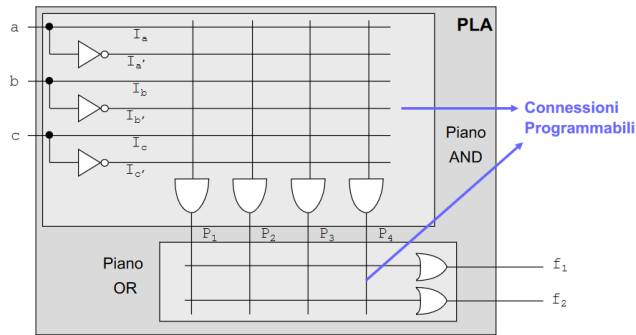
16.2 PAL

piano OR fisso, piano AND programmabile. Le uscite non possono condividere termini prodotto.



16.3 PLA

Piano AND/OR programmabile. Completa libertà.



Le PLA sono più lente delle PAL a causa della programmabilità della sezione OR: le connessioni fuse-based, o comunque programmate, presentano una resistenza maggiore rispetto a quelle cablate.

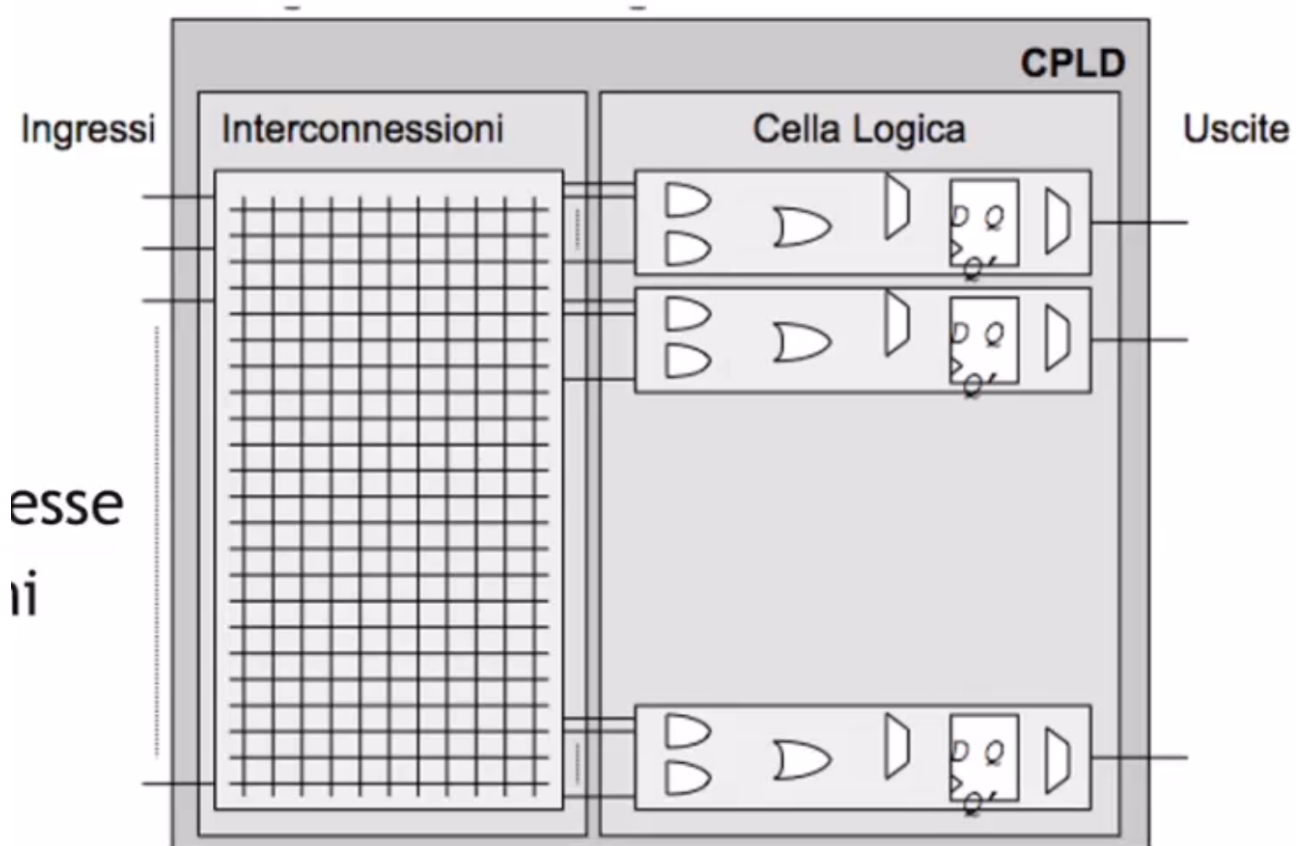
16.4 CPLD

Complex Programmable Logic Devices: sono una evoluzione delle PLA e PAL e sono caratterizzati da:

- Connessioni globali
- Logica concentrata

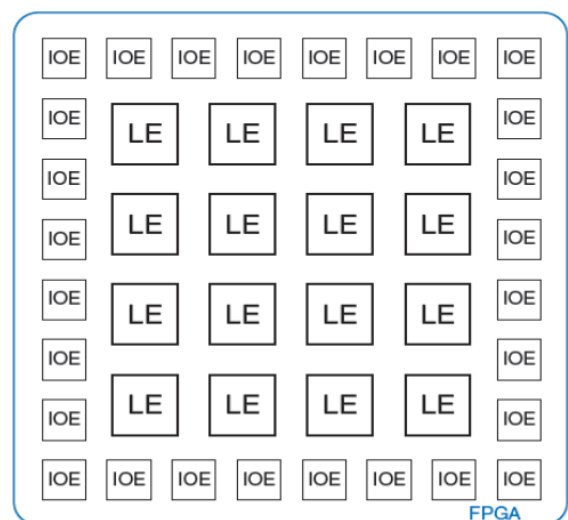
Rispetto a PAL e PLA:

- Hanno dimensioni molto maggiori
- Sono costituite da celle più complesse
- Consentono di ottenere prestazioni più elevate
- Hanno una struttura più regolare e facilmente programmabile.



16.5 FPGA

- Composed of:
 - **LEs** (Logic elements): perform logic
 - **IOEs** (Input/output elements): interface with outside world
 - **Programmable interconnection**: connect LEs and IOEs
 - Some FPGAs include other building blocks such as multipliers and RAMs



17 Circuiti Sequenziali

Circuiti nel quale il valore dell'uscita dipende sia dagli ingressi ma anche dal tempo. Il circuito ha infatti memoria del passato. Memorie a disposizione:

- **Bistabile**: appunto che possiede solo 2 stati
- **Latch**: bistabile pilotato da un circuito, sensibile sul livello alto.
- **Flip-flop**: bistabile latch pilotato dal clock. Cioè l'evento di **edge rise**, il segnale di Edge Detection campiona e memorizza.

Diversi tipi di flipflop :

- **flip-flop SR**: comandato dai segnali di SET e RESET. Il principale problema è il loro stato proibiti, cioè quando SR sono entrambi a 1.
- **flip-flop JK**: funziona identico al SR, con $J=S$ e $K=R$. È un miglioramento del SR, in cui quando entrambi sono settati a 1 non dà problemi.
- **flip flop D**: flip-flop 'Data'
- **flip-flop T**: flip flop 'Toggle'

Tabelle delle Transizioni:

S	R	Q*
0	0	Q
0	1	0
1	0	1
1	1	—

J	K	Q*
0	0	Q
0	1	0
1	0	1
1	1	Q'

D	Q*
0	0
1	1

T	Q*
0	Q
1	Q'

Tabelle delle Eccitazioni:

Q	Q*	S	R
0	0	0	—
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	—	0

Q	Q*	J	K
0	0	0	—
0	1	1	—
1	0	—	1
1	1	—	0

Q	Q*	D
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Q	Q*	T
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

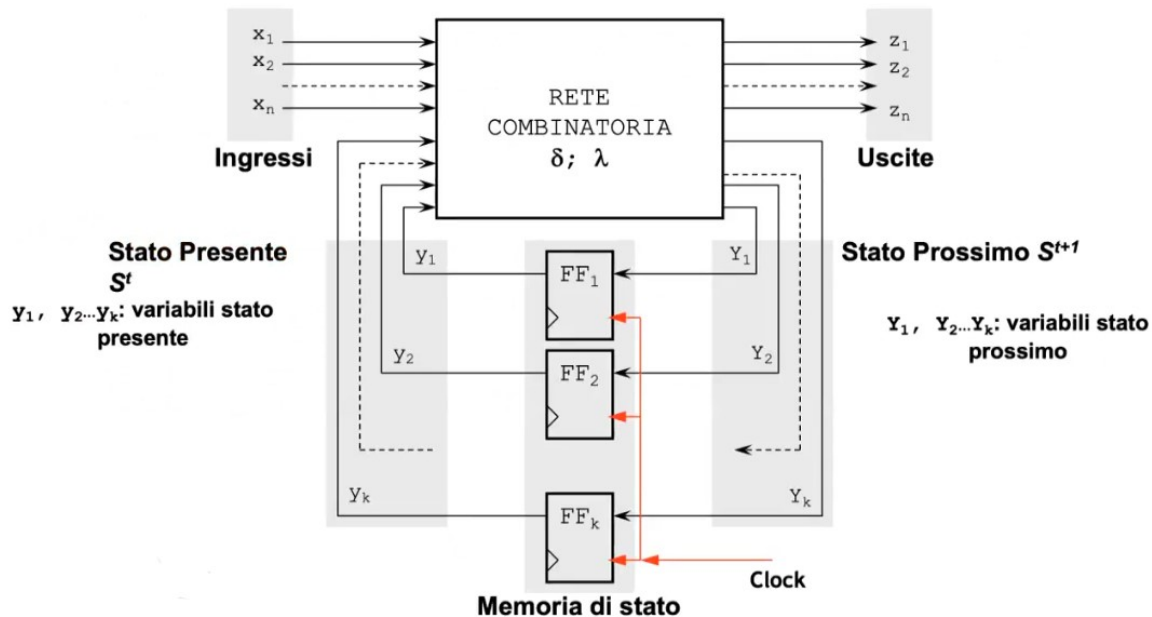
Diverse tabelle per i bistabili:

- **tabella transizioni**: mi dice cioè le funzioni svolte dal bistabile/flipflop. Transizione $S, I \rightarrow S$
- **tabella eccitazioni**: mi dice cosa dovrei applicare al bistabile/flipflop per ottenere uno specifico stato dallo stato attuale. Eccitazione $S, S^* \rightarrow S$

È importante saper ricavare le tabelle di eccitazione piuttosto che ricordarsele

Con i circuiti sequenziali abbiamo il cosiddetto concetto di stato. Questo è un tassello fondamentale per realizzare concretamente modelli comportamentali come le MSFD o DFSM (Deterministic Finite State Machine). Nella **macchina di Huffman** abbiamo una netta separazione tra rete combinatorio e logica sequenziale.

□ Struttura generale di una macchina sequenziale (Huffman):



Da notare come nella logica combinatoria debba implementare le giuste tabelle di eccitazioni per le funzioni di δ e λ .

18 Macchine a stati finiti

$$(\mathbb{I} - \mathbb{U} - \mathbb{S} - \delta - \lambda)$$

dove:

- $\mathbb{I} - \mathbb{U}$ sono gli alfabeti di ingresso ed uscita
- \mathbb{S} è l'insieme degli stati
- δ è la funzione dello **stato prossimo**, cioè una funzione che ha in input un ingresso appartenente all'alfabeto d'ingresso e uno stato e ha in output lo stato prossimo
- λ funzione d'uscita, ha due varianti:
 - funzione d'uscita per **macchina di Mealy** è del tipo $\lambda : \mathbb{S} \times \mathbb{I} \rightarrow \mathbb{U}$
 - funzione d'uscita per **macchina di Moore** è del tipo $\lambda : \mathbb{S} \rightarrow \mathbb{U}$

Anche se spesso le direttive/testo dell'esame specifica molto bene quale delle due usare delle due macchine, si è dimostrato che esse sono equivalenti. Tabella di stato + tabella di eccitazione del bistabile : costruisco la tabella delle eccitazioni. Procedendo in questo modo si ottiene la descrizione della rete combinatoria che ha per ingressi lo stato presente e l'ingresso primario e produce in uscita le configurazioni da applicare ai bistabili per produrre le transizioni desiderate. Nel caso di flip flop di tipo D il valore assunto da D è uguale a quello dello stato prossimo. Per questa ragione la tabella delle transizioni coincide esattamente con la tabella dello stato di codificata.

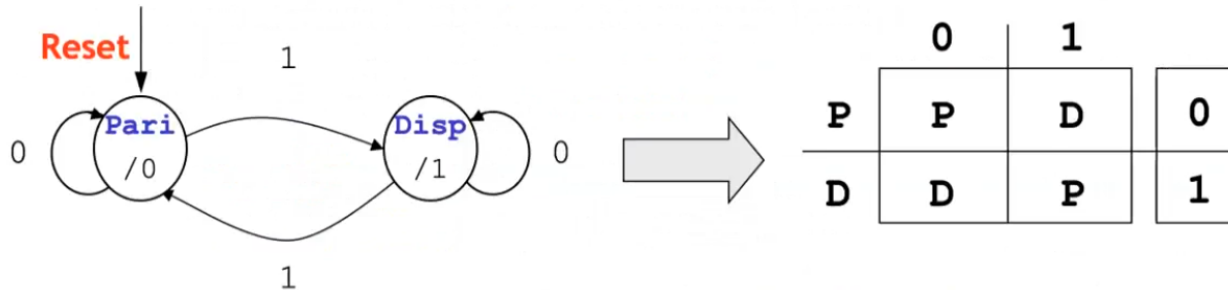
Ultimo passo della sintesi delle macchine a stati finiti: costruzione della tabella delle eccitazioni dalla tabella delle transizioni di stato codificato. L'ultima tabella costituisce il punto di partenza per effettuare la sintesi delle reti combinatorie che realizzano la funzione di stato prossimo e d'uscita. Spesso se il problema è complesso il diagramma di transizione dello stato a cui si perviene include stati rindondanti, equivalenti o in caso di macchine

non completamente specifica compatibili. Prima di procedere alla codifica dello stato si effettua quindi una minimizzazione.

18.1 Sintesi FSM

Passi per sintesi macchina a stati finiti:

- 1) Diagramma degli stati della macchina (consegna/specifica)
- 2) Diagramma → tabella degli stati: tabella degli stati è costituita da colonne che stanno per le transizioni e 'dentro' le celle gli stati di destinazione a partire dagli stati correnti (righe).



- 3) Riduzione della tabella degli stati: sostanzialmente elimini tutti gli stati rindondanti, aka eliminare le righe clone di altre righe nella tabella degli stati. In questa fase verifichi quindi la raggiungibilità degli stati ed eventuale equivalenze/compatibilità.
- 4) Tabella transizioni: dalla tabella degli stati ridotta otteniamo la tabella transizioni. Semplicemente tabella degli stati codificata con 0 e 1.
- 5) Tabella delle eccitazioni: *tabella delle eccitazioni dei FlipFlop + Tabella transizioni = logica combinatoria*. E qui dipende da quali bistabili utilizziamo:
 - Se usiamo Flip Flop di tipo D la tabella delle transizioni coincide con quella delle transizioni, altrimenti no!
 - In caso di altro bistabile dobbiamo fare manualmente la tabella di eccitazione. Il concetto è 'quale ingresso del mio bistabile mi serve per andare dallo stato Q allo stato prossimo Q^* '. Questa è la domanda a cui dobbiamo rispondere per generare la tabella delle eccitazioni della macchina, usando la tabella delle eccitazioni del mio bistabile. Facciamo il conto singolarmente per ogni bit. **nota bene che per ogni bit mi serve un flip flop a sé.**
- 6) Sintesi tabella della verità: possiamo vedere la tabella delle eccitazioni come una tabella della verità stringata. Generiamo quindi una tabella della verità che ha gli stati e l'ingresso e i due segnali per i flip flop con l'uscita. In genere in questo corso in questo passaggio dovremmo utilizzare sempre Karnaugh a meno che specificato diversamente. Tabella verità della rete combinatoria che prende ingresso e stato presente, e restituisce uscita e tabella eccitazioni per i flip flop.

18.1.1 Sintesi sequenziale sincrona

$$N_{FF,min} = \lceil \log_2 |S| \rceil$$

è il numero minimo di flip flop necessari per memorizzare gli stati.

Macchina minima specificata = la macchina con il minor numero possibile di stati per crearla.

19 Minimizzazione FSM

In questa parte vedremo più in dettaglio la fase della riduzione di una FSM completamente specificata e non specificata.

19.1 Macchine completamente specificate

Due stati s_i ed s_j appartenenti ad \mathbb{S} sono indistinguibili se per $\forall x$ simboli d'ingresso:

- Le uscite sono le stesse $\lambda(s_i, x) = \lambda(s_j, x)$
- Gli stati prossimi sono uguali $\delta(s_i, x) = \delta(s_j, x)$

Due stati indistinguibili sono quindi equivalenti e interscambiabili. L'indistinguibilità è una relazione d'equivalenza (transitiva, riflessiva, simmetrica), cioè una relazione che crea classi d'equivalenza. Una macchina è minima se nel suo insieme di stati non esiste una coppia di stati equivalenti.

19.1.1 Regola di Paull Unger

Riduzione del numero degli stati, costruzione della macchina minima e della partizione di equivalenza. Regola di Paull - Unger è una regola iterativa. Si crea un effetto a cascata del tipo lo stato S_x è equivalente allo stato S_y se lo stato S_z e S_w è equivalente ... e così via. Alla fine troverò equivalenze, non equivalenze o equivalenze circolari. I vincoli circolari sono indistinguibili anch'essi.

Tabella degli stati

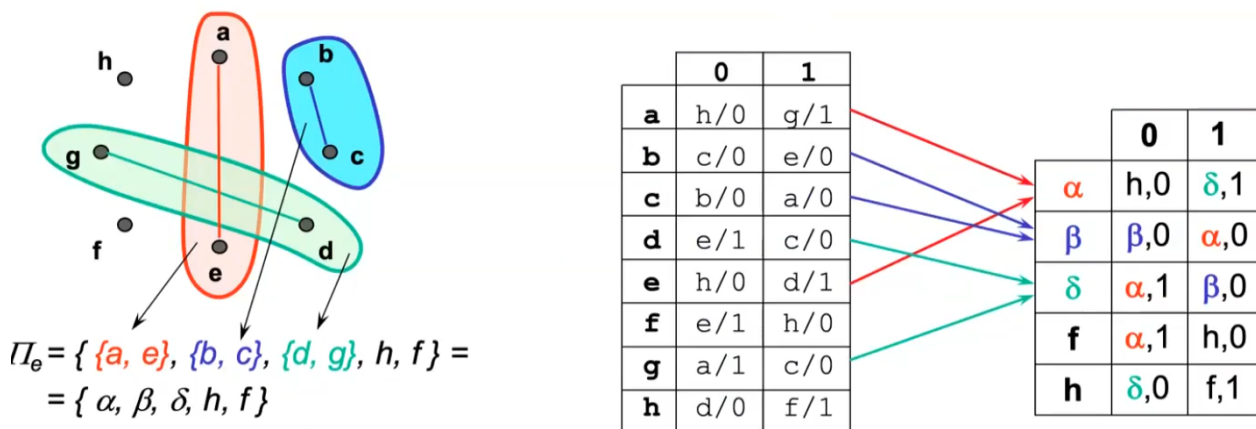
	0	1
a	h/0	g/1
b	c/0	e/0
c	b/0	a/0
d	e/1	c/0
e	h/0	d/1
f	e/1	h/0
g	a/1	c/0
h	d/0	f/1

➔

Tabella delle implicazioni

b	x						
c	x	ae					
d	x	x	x				
e	dg	x	x	x			
f	x	x	x	ch	x		
g	x	x	x	ae	x	ae ch	
h	dh fg	x	x	x	dh df	x	x
	a	b	c	d	e	f	g

TABELLA DEGLI STATI → TABELLA DEGLI STATI RIDOTTA



19.2 Macchine non completamente specificate

Per alcune ragioni alcune uscite non le conosciamo.

19.2.1 Compatibilità

Non si parla più di distinguibilità ma di **compatibilità**. Due stati s_i ed s_j appartenenti ad S sono compatibili (*seper* $\forall x$ simboli d'ingresso:

- Le uscite sono le stesse $\lambda(s_i, x) = \lambda(s_j, x)$ laddove sono specificate
- Gli stati prossimi sono uguali $\delta(s_i, x) = \delta(s_j, x)$

La compatibilità è meno forte della indistinguibilità .. simmetrica e riflessiva ma **non** transitiva! La **compatibilità non è una relazione d'equivalenza**.

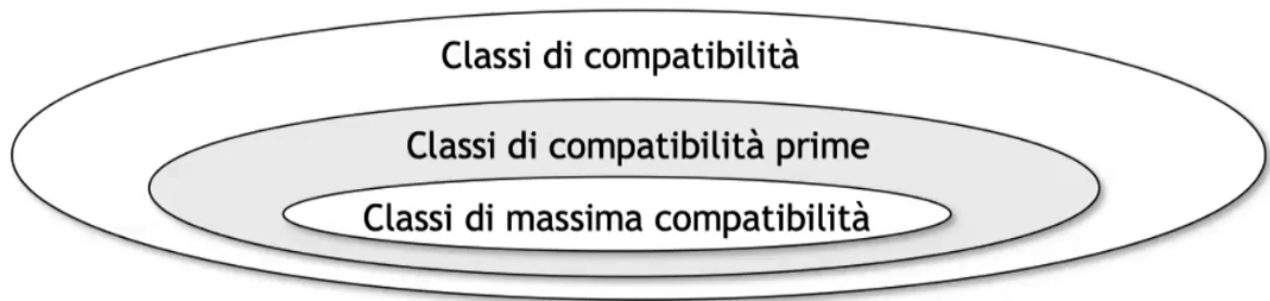
$s_i \not\sim s_j$: stati non compatibili

- Se i simboli d'uscita sono diversi e/o
- Se gli stati prossimi sono già stati verificati come non compatibili

$s_i \sim s_j$: stati compatibili

- Se i simboli d'uscita sono uguali e
- Se gli stati prossimi sono già stati verificati come compatibili

19.2.2 Tipi di compatibilità



- **Le classi di compatibilità** sono insiemi di stati compatibili a coppie, dunque nel grafo delle compatibilità è un sottografo.
- **Le classe di compatibilità prima** se è una classe di compatibilità **non coperta** da nessun'altra classe di compatibilità oppure coperta da un'altra classe ma che però aggiunge un vincolo. Cioè sono tutte le classi più grandi con meno vincoli. (I vincoli vengono riportati sugli archi).
- **Le classe di massima compatibilità** è la classe più grande che non viene inglobata da nessun'altra classe. (Ignori il vincolo di tenere d'occhio i vincoli).

Una classe di compatibilità prima è una classe di compatibilità che non è coperta da nessuna altra classe di compatibilità con i suoi stessi vincoli. Una classe di massima compatibilità è un caso particolare di classe di compatibilità prima, è infatti una classe che non è coperta da nessuna altra classe indipendentemente dai vincoli. Parleremo solo di macchina **ridotta** (e non minima) nel caso di macchine non completamente specificate poichè non useremo un algoritmo che ci garantisce la minimalità. Per ridurre il numero di stati voglio far collassare le classi di compatibilità in un unico caso. Devo seguire però la chiusura delle varie partizioni valida. Cioè devo ottenere una macchina **deterministica** quindi devo trovare la giusta chiusura tale che poi le transizioni mi portano in classi di compatibilità ben definite e non stati che appartengono a più classi di compatibilità. Il nostro obiettivo è trovare una classe di partizione del mio grafo delle compatibilità **chiusa**. Può essere che uno stato si trovi in più classi di compatibilità. Posso al momento di compilare la tabella ridotta scegliere una delle due classi, poichè entrambe valide.

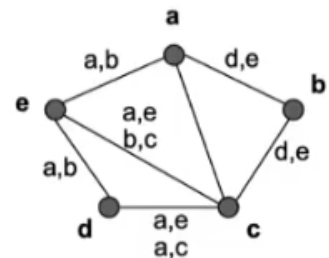
Tabella degli stati

	0	1
a	e/0	a/0
b	d/0	b/0
c	e/-	c/-
d	a/1	a/1
e	a/-	b/-

Tabella delle implicazioni

b	de			
c	v	de		
d	x	x	ae ac	
e	ab	ad	ae bc	ab
	a	b	c	d

Grafo delle compatibilità



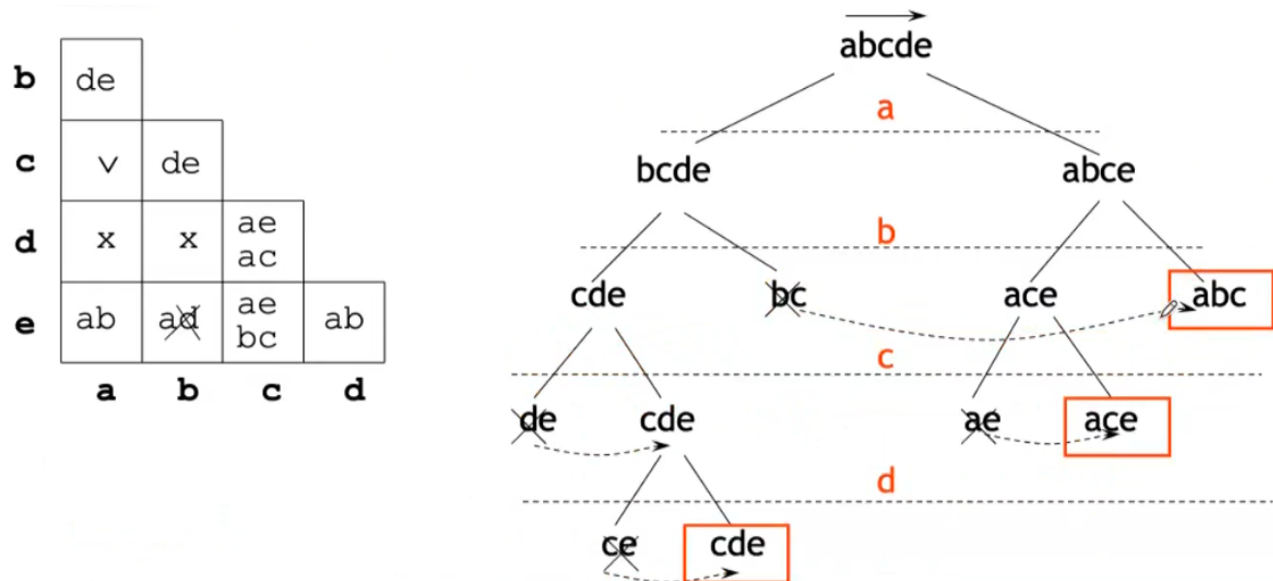
Contrariamente a quanto indicato per le macchine completamente specificate, i vincoli devono essere mantenuti anche se corrispondenti a una coppia (o più) compatibili non vincolati \vee . Si continua fino a quando non si finisce la tabella delle implicazioni e si trova il grafo delle compatibilità. Per trovare la **macchina minima** dovrei

ricorrere al bruteforcing e confrontare (inoltre la macchina minima potrebbe non essere unica). Esistono però **algoritmi non esaustivi ma basati su euristiche**. Un approccio potrebbe essere quello di utilizzare non le classi di compatibilità prime, ma le classi di massima compatibilità. Questo approccio non è deterministico e addirittura in alcuni casi potrebbe peggiorare la situa dandoci più stati e quindi diventando inefficace.

19.2.2.1 Classi di massima compatibilità usando l'albero dei compatibili massimi. Algoritmo che si basa su un albero binario diviso in livelli, ciascuno corrispondente ad un nodo del grafo delle compatibilità. Ad ogni livello vengono generati due figli per ogni nodo con il seguente criterio:

- Dato un nodo e un livello, si costruisce il suo successore di sinistra considerando tutti gli stati del progenitore tranne il nodo analizzato
- Dato un nodo e un livello, si costruisce il suo successore di destra considerando tutti gli stati del progenitore già analizzati, il nodo analizzato e gli stati successivi ad esso compatibili.
- Un nodo é foglia dell'albero se sono stati esaminati tutti gli stati che lo compongono, **tranne al più l'ultimo**.
- Un nodo può essere eliminato, se tutti i suoi stati sono compresi in un altro nodo che é una foglia o che si trova nel suo stesso livello.
- Le foglie identificano le classi di massima compatibilità

Il limite superiore al numero degli stati della macchina ridotta é pari al numero delle classi di massima compatibilità, cioè 5. Una possibile macchina ridotta é quella costituita considerando come stati tutte le classi di massima compatibilità.



20 VHDL

VHDL = Very High Speed Integrate, definito negli anni 80 dal Dipartimento di Difesa degli USA. Linguaggio per descrizione dell'hardware.

Perché non con C?

Cambia la logica: lavoriamo su bit e altri tipi di dato. Usiamo concetti di “don't care” e abbiamo bisogno di concorrenza.

Con VHDL non programiamo, ma più propriamente ‘specifichiamo’.

20.1 Appunti random

Il VHDL é Case Insensitive, e i commenti vengono specificati con `--` (si estendono fino per solo una riga). Specifica dell'interfaccia del componente (entity porte d'ingresso e porte uscita) :

```
out1 : out std_logic;  
in1, in2, in3 : in std_logic;
```

indentazione, spazi e a capi non servono

Il tipo di dato `std_logic` é il piú utilizzato per rappresentare i valori logici, i quali vengono indicati tra i singoli apici . Il valore X é usato in casi come ad esempio quando due reti pilotano una stessa linea con valori discordanti . Di conseguenza il risultato non sará deterministico. La keyword `Architecture` é usata per le entity:

- dataflow
- strutturale
- comportamentale

Possiamo usare un mix delle 3 rappresentazioni per descrivere l'architettura.

```
architecture dataflow of esempio1 is
```

*NOME
A CASO*

ENTITY

```
begin
```

```
    out1 <= in1 and in2 and in3;  
    out2 <= (in1 and in2) or in3;
```

→ Istruzioni concorrenti

```
end dataflow;
```

Da notare l'assegnamento `<=` : le porte “out” stanno a sinistra dell'assegnamento. Viceversa le porte *In* stanno sempre a destra del assegnamento. Possiamo poi utilizzare altri tipi di dati, ad esempio ‘signal’ :

```
architecture dataflow of esempio1 is
```

```
    signal tmp : std_logic := '0';
```

```
begin
```

```
    tmp <= in1 and in2;
```

```
    out1 <= tmp and in3;
```

```
    out2 <= tmp or in3;
```

```
end dataflow;
```

Sintassi per definire un multiplexer. Stiamo facendo cioè un assegnamento condizionale.


```
out1 <= in1 when ctrl1 = "00" else  
      in2 when ctrl1 = "01" else  
      in3 when ctrl1 = "10" else  
      in4;
```

```
end dataflow;
```

Ma abbiamo anche un assegnamento selettivo.

```
architecture dataflow of esempio2 is  
begin
```

```
with ctrl1 select  
  out1 <= in1 when "00",  
        in2 when "01",  
        in3 when "10",  
        in4 when others;
```

```
end dataflow;
```

Ci serve anche eseguire operazioni aritmetiche come ad esempio la somma (con overflow). Si converte `std_logic_vector` a `unsigned` o `signed` così da avere tutte le operazioni aritmetiche.

```
begin
```

```
sum <= SIGNED(in1) + SIGNED(in2);  
out1 <= std_logic_vector(sum);
```

```
constant foo : std_logic_vector(31 downto 0) :=  
(1 downto 0 => '1', 4 => '1', others => '0');
```

Possiamo poi definire delle ‘variabili’ inserendo nella nostra entity il blocco di codice:

```
generic({  
  N : integer := 5
```

}

Dove 5 in questo caso é il valore di default. Una entity che ho definito precedentemente la posso definire come component. Così che poi posso utilizzare i component come se fossero oggetti. In questo modo posso costruire gerarchicamente strutture più complesse partendo da tante entity. Al momento di istanziare il component devo specificare i parametri (altrimenti seguiranno il default value) e ‘mappare’ i segnali alle interfacce.

20.1.1 Process

Creiamo poi il costrutto ‘process’ che ci permette di astrarci un po’ di più descrivendo il comportamento algoritmico più che la struttura a livello schematico. Descriviamo infatti variabili. Le variabili sono una astrazione che può corrispondere a una singola o addirittura più linee, ma noi non ci preoccupiamo. La consideriamo come una black box che mi mantiene in memoria uno stato. Il corpo del process viene eseguito sequenzialmente, a differenza di tutte le altre parti di codice che sono concorrenti. Però **nei process** i segnali vengono tutti aggiornati al termine del process. Bisogna partizionare i segnali in ingresso e in uscita, infatti essi o vengono letti o vengono scritti all’interno del process, non entrambi. Le variabili invece sono lette/scritte all’interno del processo infinite volte, e ha validità solo all’interno del processo.

	Segnali	Variabili
Dichiarazione	Parte dichiarativa di un’architettura	Parte dichiarativa di un processo
Assegnamento	\leftarrow	$:=$
Inizializzazione	$:=$	
Natura dell’assegnamento	Concorrente	Sequenziale
Utilizzo	In architetture e processi	Solo in processi
Effetto dell’assegnamento	Non immediato (in base ai “tempi” della simulazione)	Immediato

Flip-flop di tipo D:

```
begin
  State: process(i_clk, i_rst)
  begin
    if i_rst='1' then
      currentState <= RESET;
    elsif rising_edge(i_clk) then
      currentState <= nextState;
    end if;
  end process;
end
```

con `rising_edge(clk)` possiamo compattare le righe che controllano che il clock sia 1 e che sia appena cambiato.

```

architecture FSM of esempio15 is
    type state_type is (S0, S1, S2, S3);
    signal next_state, current_state: state_type;
begin
    state_reg: process(clk, rst)
    begin
        if rst='1' then
            current_state <= S0;
        elsif rising_edge(clk) then
            current_state <= next_state;
        end if;
    end process;
--...

```

Specifica interna di una FSM.

```

entity project_reti_logiche is
port (
    i_clk: in std_logic;
    i_rst: in std_logic;
    i_start: in std_logic;
    i_data: in std_logic_vector(7 downto 0);
    o_address : out std_logic_vector(15 downto 0);
    o_done: out std_logic;
    o_en: out std_logic;
    o_we: out std_logic;
    o_data: out std_logic_vector (7 downto 0)
);
end project_reti_logiche;

```

- i_clk è il segnale di CLOCK al quale il modulo si sincronizza.
- i_rst è il segnale di RESET che inizializza la macchina
- i_start è il segnale START descritto nella specifica.
- i_data è il segnale che arriva dalla memoria in seguito ad una richiesta di lettura, necessario per leggere i bytes.
- o_address è il segnale di uscita con cui si specifica a quale indirizzo della memoria accedere.
- o_done è il segnale DONE descritto nella specifica.
- o_en è il segnale di ENABLE della memoria
- o_we è il segnale di WRITE ENABLE:
 - 1 per scrivere
 - 0 per leggere
- o_data è il segnale di uscita dal componente verso la memoria, necessario per salvare i bytes.

20.2 VHDL Simulazione

Creiamo segnali. Istanziamo il componente e poi generiamo le nostre forme d'onda. Adesso specifico anche il tempo, posso specificare ad esempio di 'aspettare' del tempo.

```
-- ...
PROCESS
BEGIN
    -- ----- Current Time: 100ns
    WAIT FOR 100 ns;
    in1 <= "00001";
    in2 <= "00100";
    ctrl <= "001";
    -- ----- Current Time: 300ns
    WAIT FOR 200 ns;
    ctrl <= "010";
    -- ----- Current Time: 500ns
    WAIT FOR 200 ns;
    ctrl <= "011";
    -- -----
    WAIT FOR 1500 ns;
    ASSERT(FALSE) REPORT "Simulation OK." SEVERITY FAILURE;
END PROCESS;

END testbench_arch;
```

20.3 Extra

Tool per align e format VHDL: Vhdl Beatify