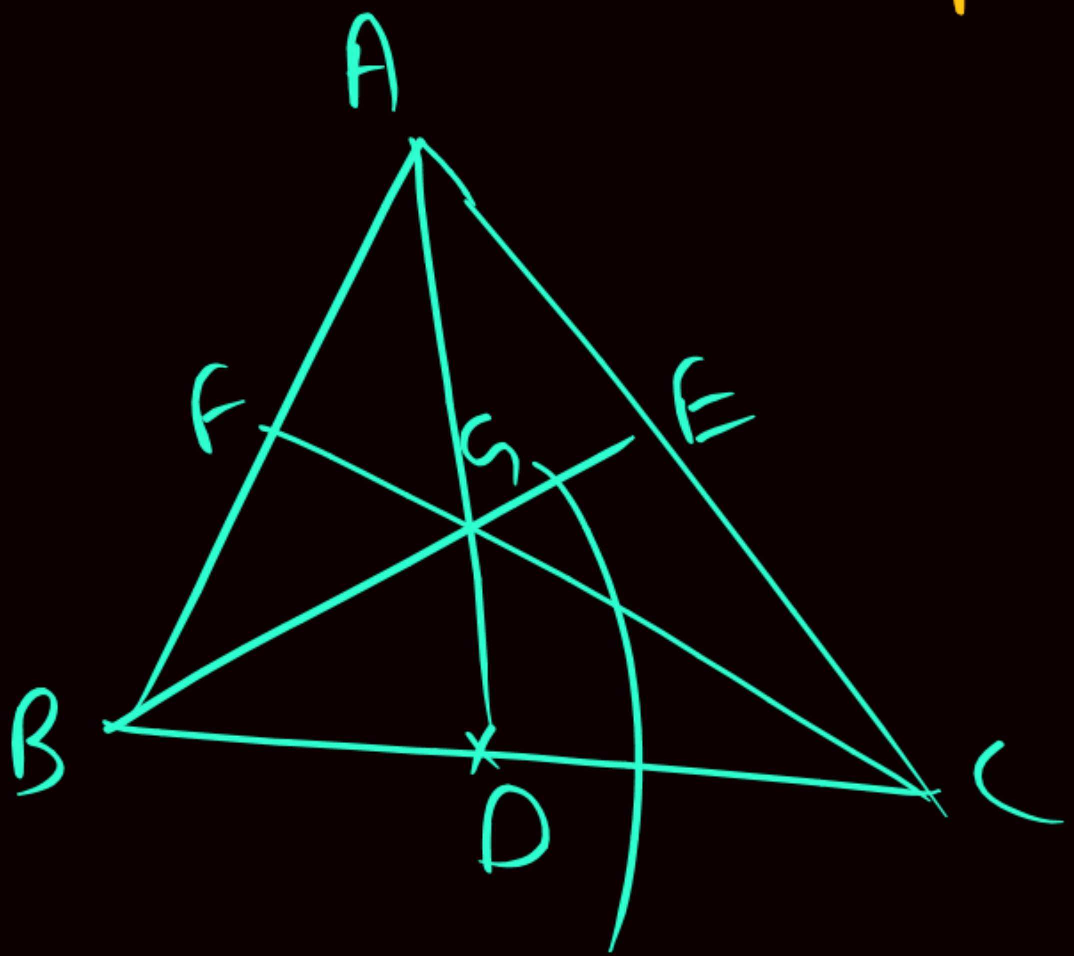
Centroid (केन्द्रक)

Intersection point of median (माध्यिकाओं का कटान बिन्दु)

join of vertices to mid point of opposite side.

(शीर्ष का उसके सामने वाली भुजा के मध्य बिन्दु का मिलान)

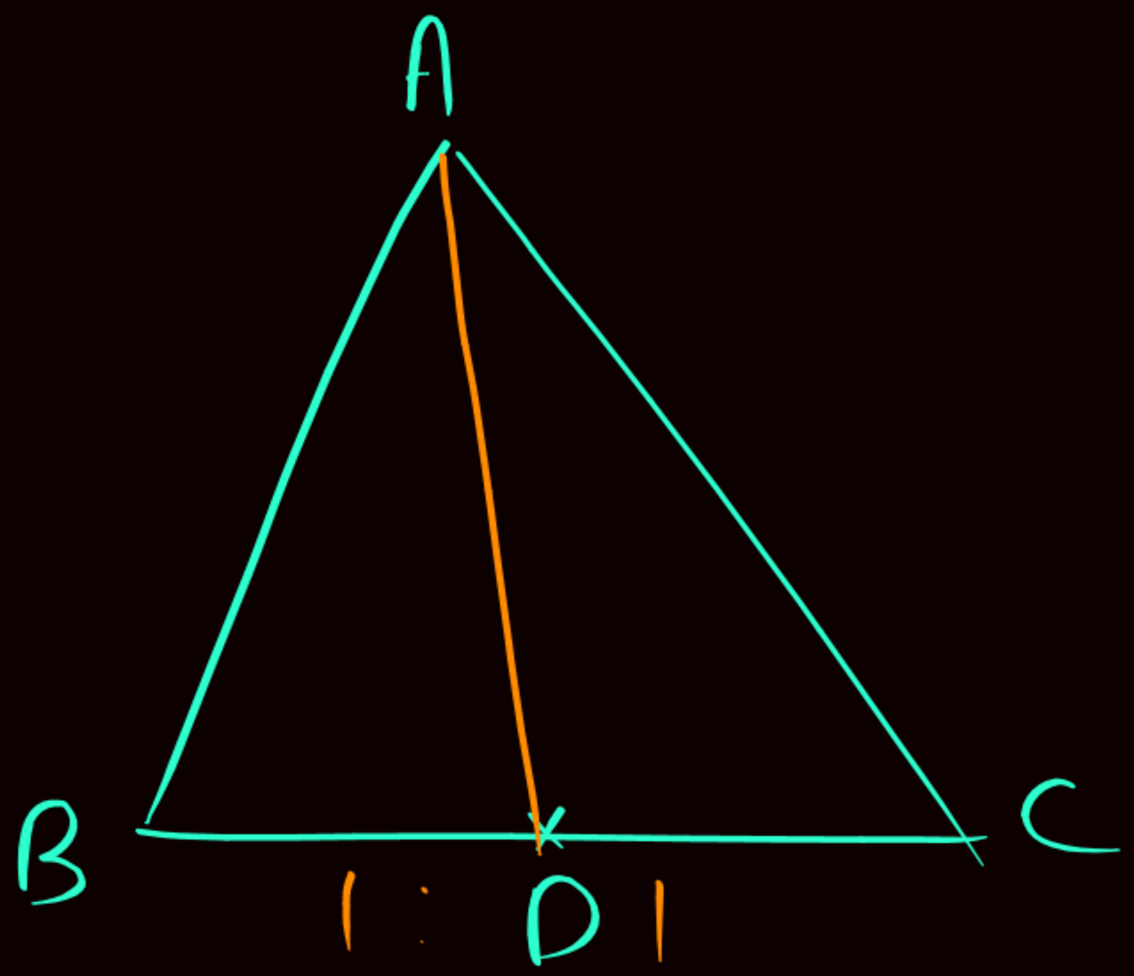


G ≡ centroid (केन्द्रक)

D, E & F are mid points of BC, AC & AB

then AD, BE and CF are median.

median divides Δ into two equal area part.

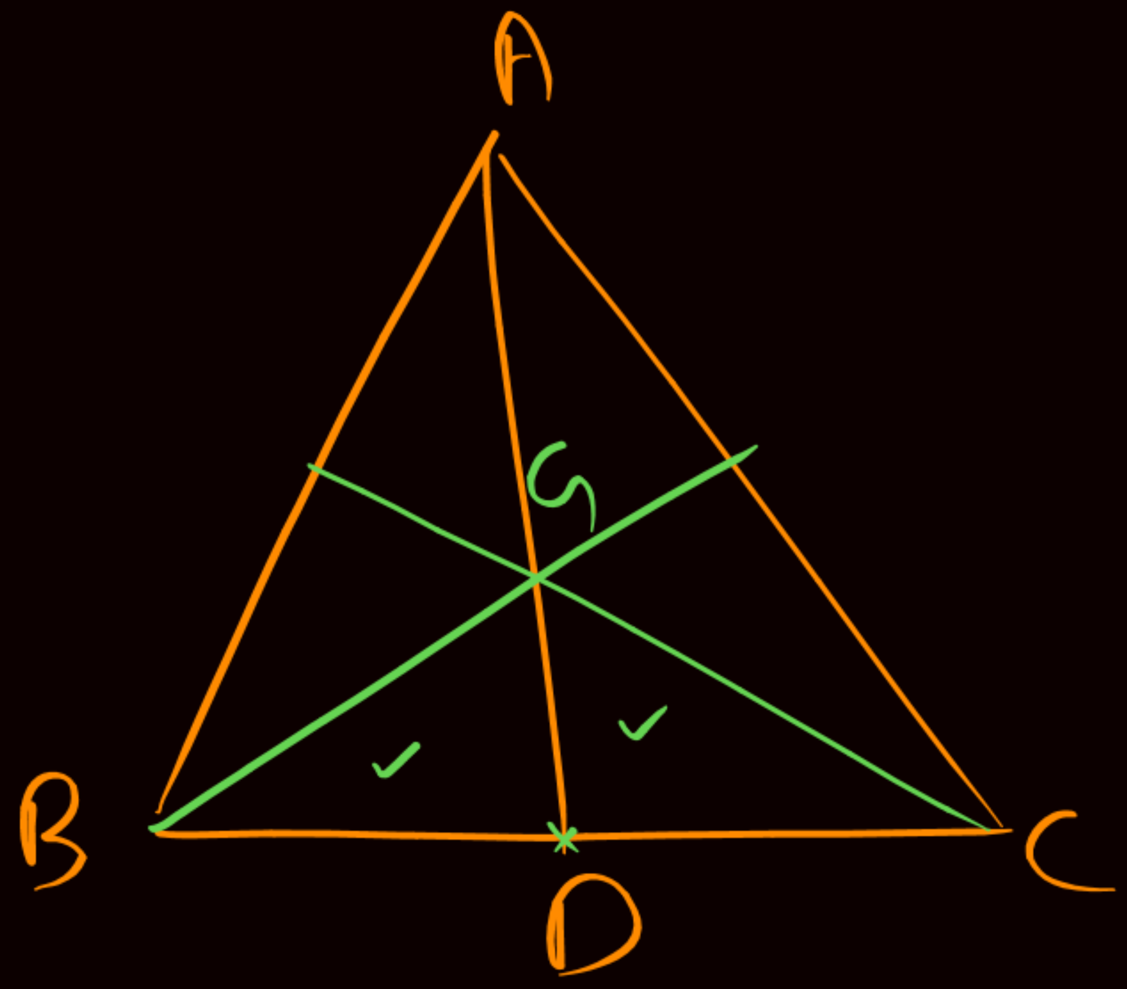


$AD \to$ median

$\Rightarrow D$ mid point

$\longrightarrow BD : DC = 1 : 1$

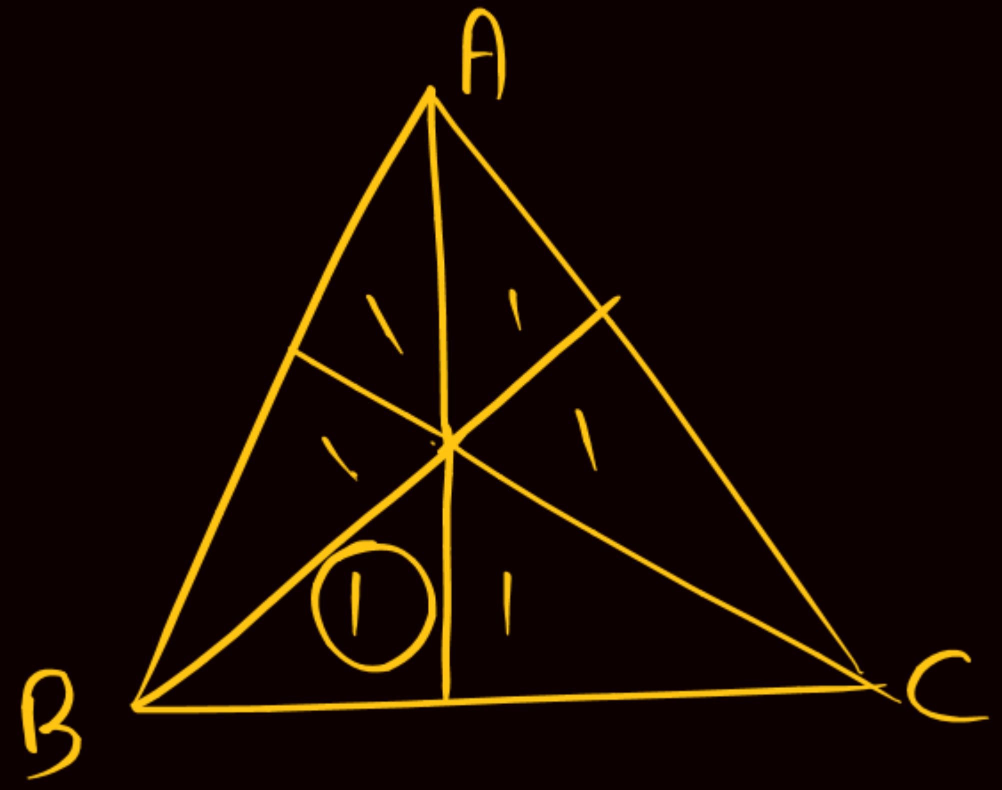
$\Delta ABD : \Delta ACD = 1 : 1$



$$\Delta ABD = ACD$$
$$-\ \ BGD = GDC$$
$$\Delta ABG = \Delta AGC$$

Similarly $= \Delta BGC$

centroid divides Δ in 3 equal area part.



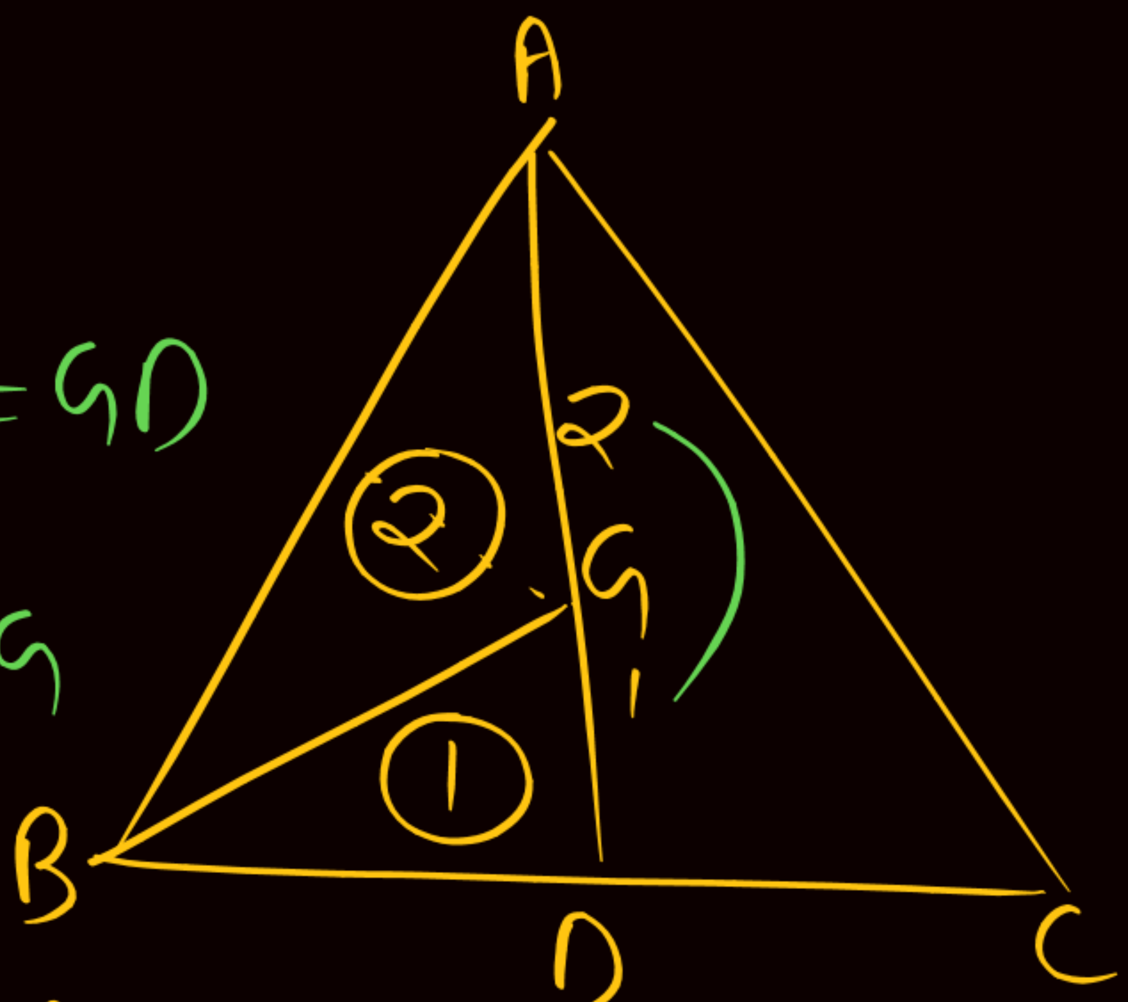
all 3 median divide Δ in 6 equal part of area

centroid divides median in 2:1

$3 - AD$

$1 - \frac{1}{3}AD = GD$

$2 - \frac{2}{3}AD = AG$



$\boxed{AG = \frac{2}{3}AD \qquad GD = \frac{1}{3}AD}$

$\Delta ABG : \Delta BGD = 2:1$

$AG : GD = 2:1$

ΔBGC में, $BG+GC > BC$

ΔABG में, $AG+GB > AB$

ΔAGC में, $AG+GC > AC$

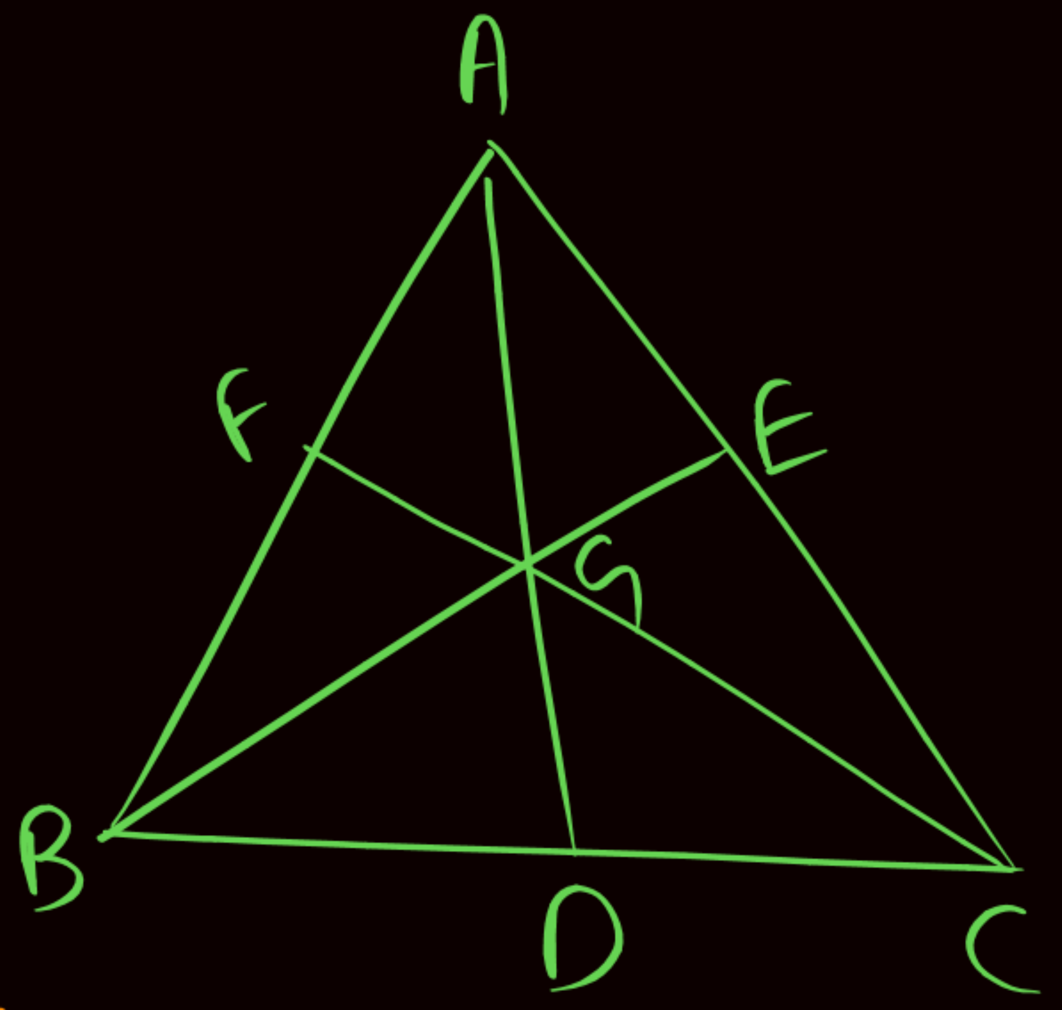
$$2(AG+BG+GC) > AB+BC+AC$$

$$2\left(\frac{2}{3}AD+\frac{2}{3}BE+\frac{2}{3}CF\right) > AB+BC+AC$$

$$\Longrightarrow 4(AD+BE+CF) > 3(AB+BC+AC)$$

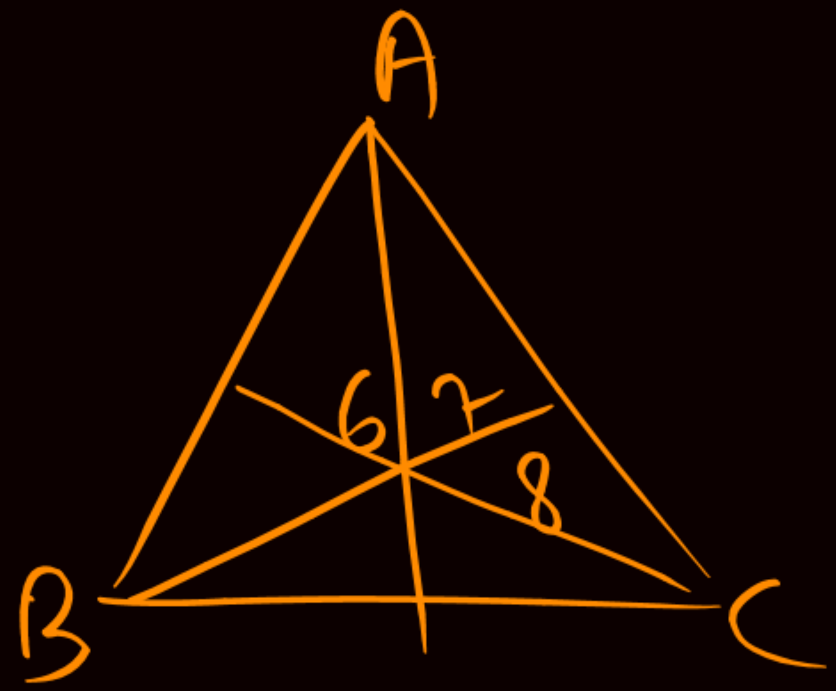
$$4(AD^2+BE^2+CF^2) = 3(AB^2+BC^2+AC^2)$$

proof

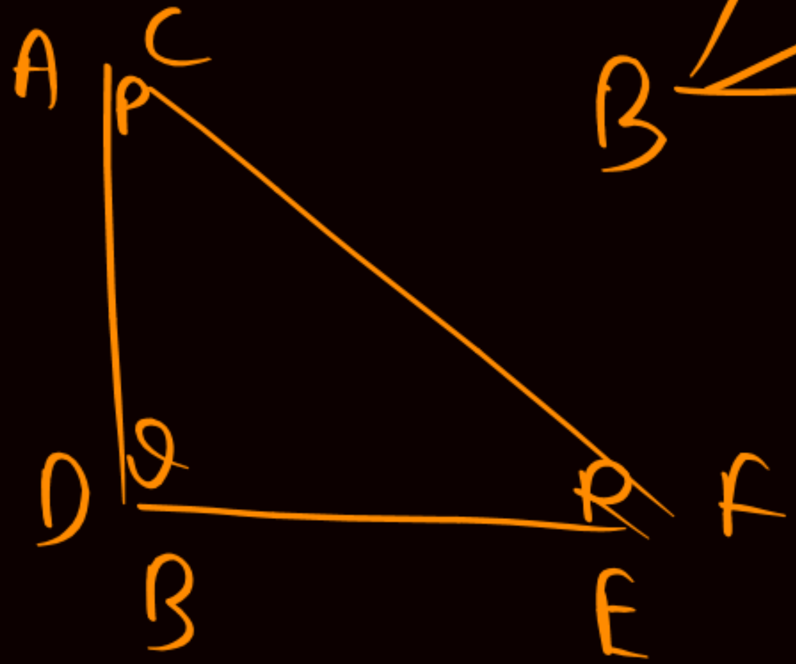


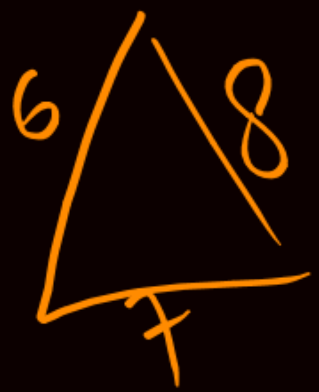
area $\propto$ Side^2.

$$4(\Delta_{median}) = 3(\Delta_{side})$$



$$4(\Delta_{PQR}) = 3\,\Delta_{ABC}$$





how to find length of median.

$$\cos B = \frac{c^2+a^2-b^2}{\cancel{2}ca} = \frac{c^2+\frac{a^2}{4}-AD^2}{\cancel{2}\cdot c\cdot a/2}$$

$$c^2+a^2-b^2 = 2c^2+\frac{a^2}{2}-2AD^2$$

$$2AD^2 = c^2+b^2-\frac{a^2}{2}$$

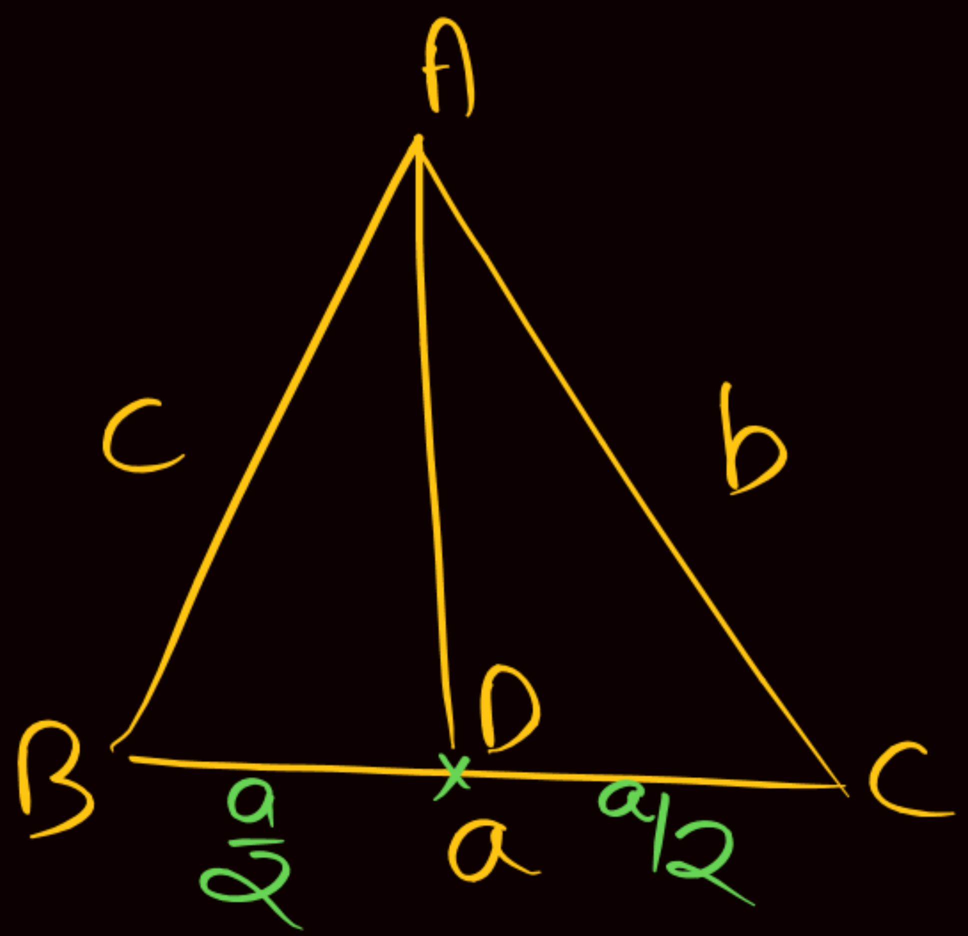
$$4AD^2 = 2c^2+2b^2-a^2$$

Similarly,

$$4BE^2 = 2a^2+2c^2-b^2$$

$$4CF^2 = 2a^2+2b^2-c^2$$

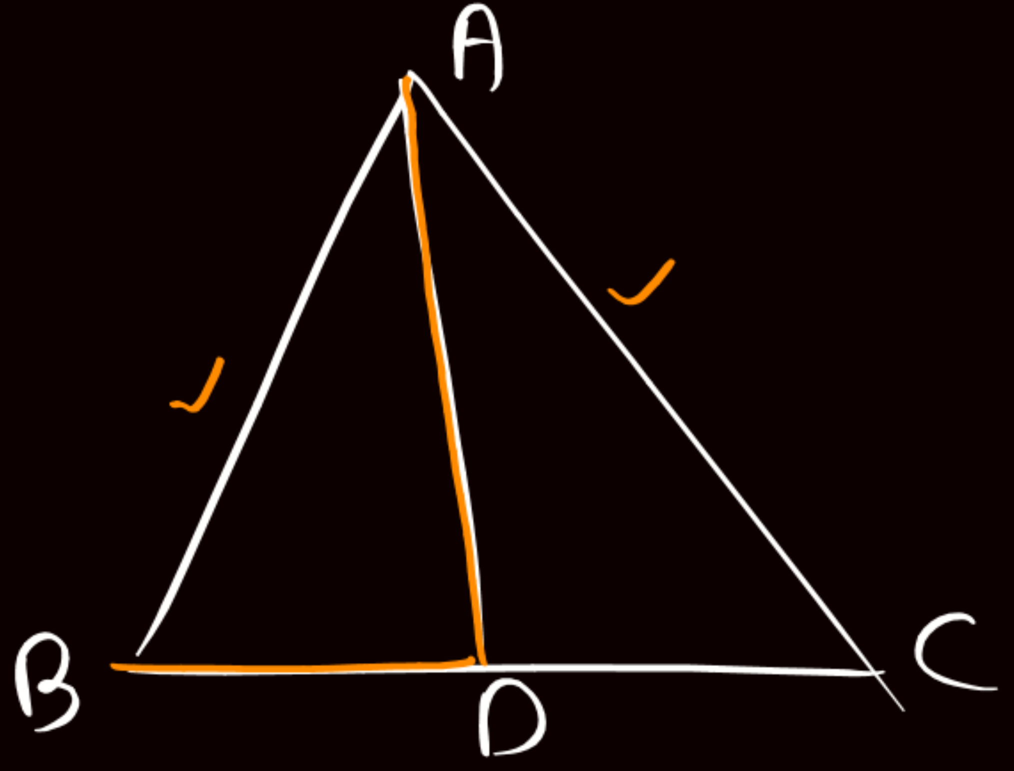
$$4(AD^2+BE^2+CF^2) = 3(a^2+b^2+c^2)$$



$$AD = \frac{1}{2}\sqrt{2(b^2+c^2)-a^2}$$

$$BE = \frac{1}{2}\sqrt{2(a^2+c^2)-b^2}$$

$$CF = \frac{1}{2}\sqrt{2(a^2+b^2)-c^2}$$



$a = 2BD$

$a^2 = 4BD^2$

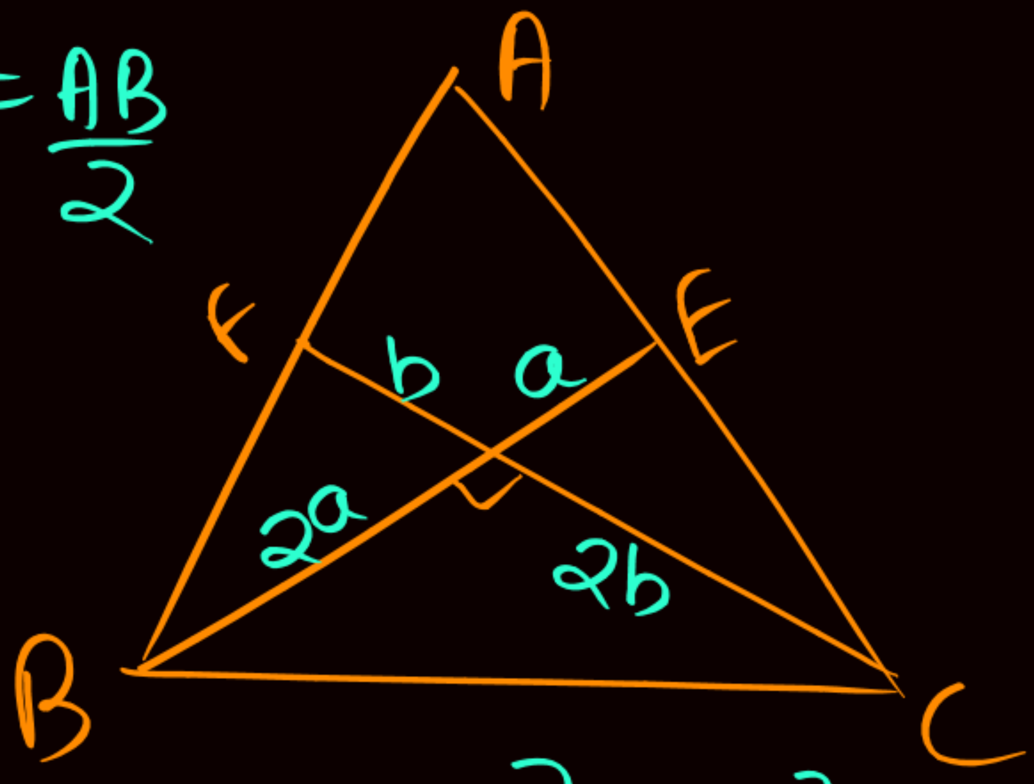
$$4AD^2 = 2(b^2+c^2) - a^2$$

$$4AD^2 + 4BD^2 = 2(b^2+c^2)$$

$$2(AD^2+BD^2) = (AB^2+AC^2)$$

appolonius theorem

$BF = \frac{AB}{2}$



$BC^2 = 4a^2 + 4b^2$

$BE \perp CF$

$5BC^2 = AB^2 + AC^2$

$AD \perp BE$

$5AB^2 = BC^2 + AC^2$

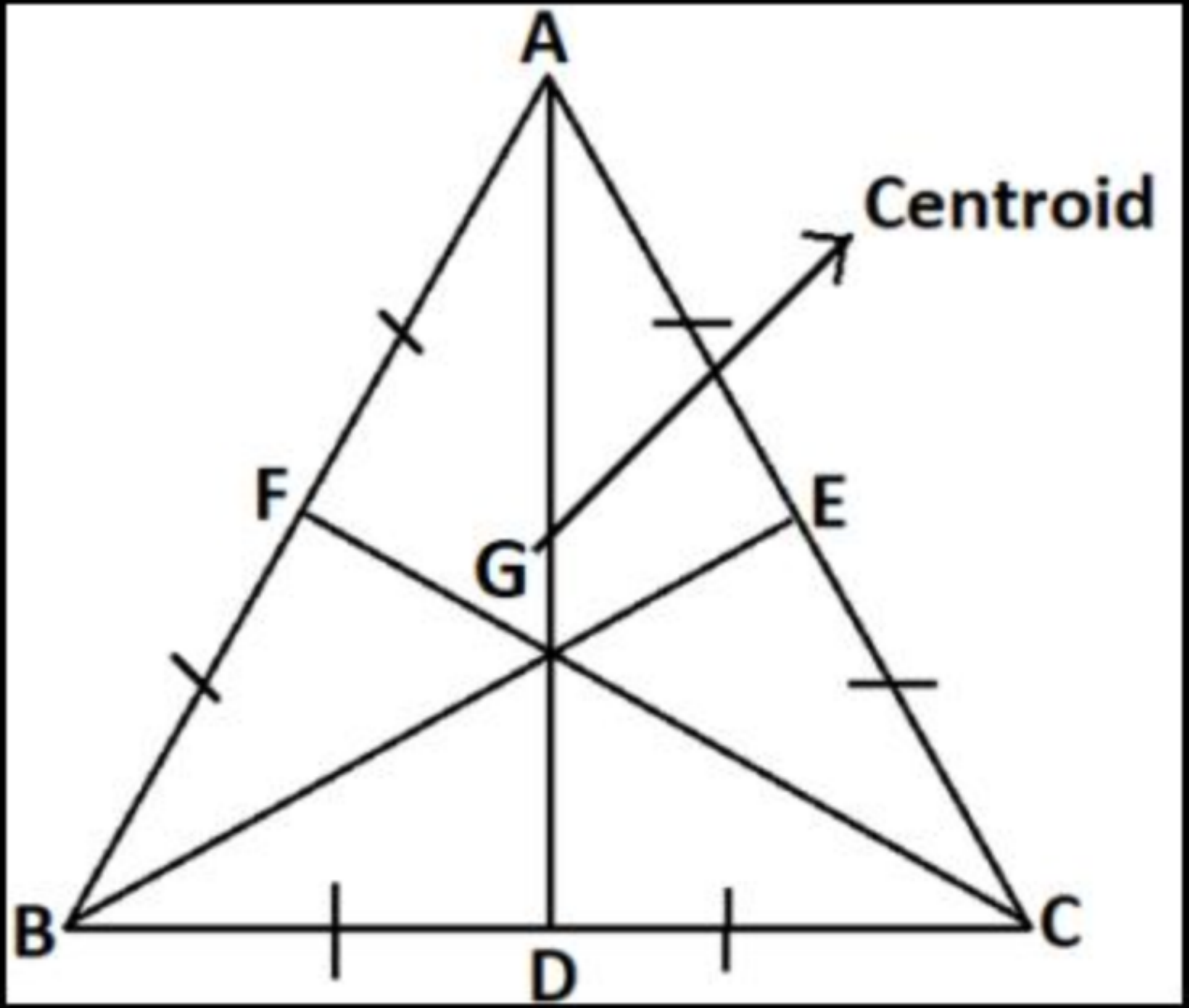
$BF^2 = b^2 + 4a^2$

$CE^2 = a^2 + 4b^2$

$\frac{AB^2}{4} + \frac{AC^2}{4} = 5a^2 + 5b^2 = 5(a^2 + b^2)$

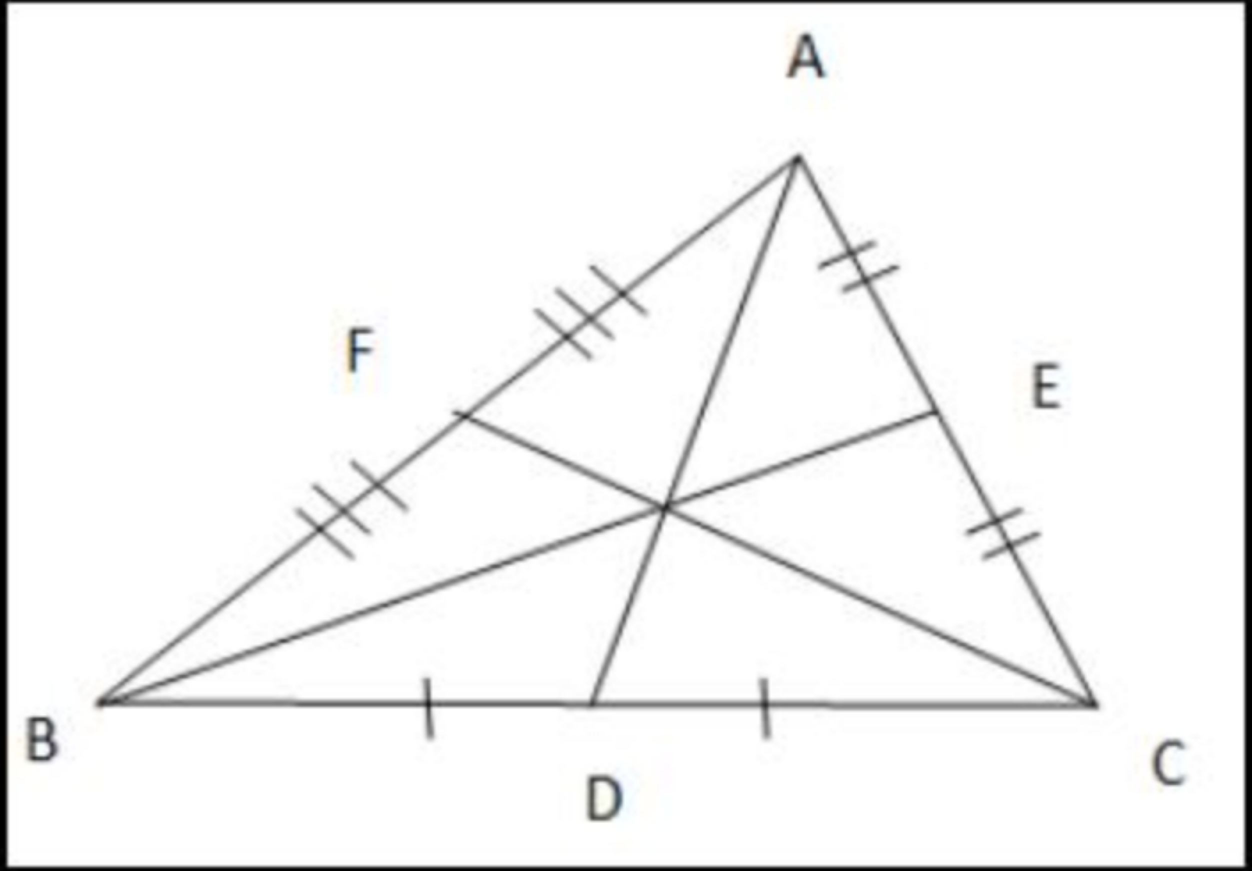
$AB^2 + AC^2 = 5(4a^2 + 4b^2) = 5BC^2$

*Centroid of a Triangle (त्रिभुज का केन्द्रक)



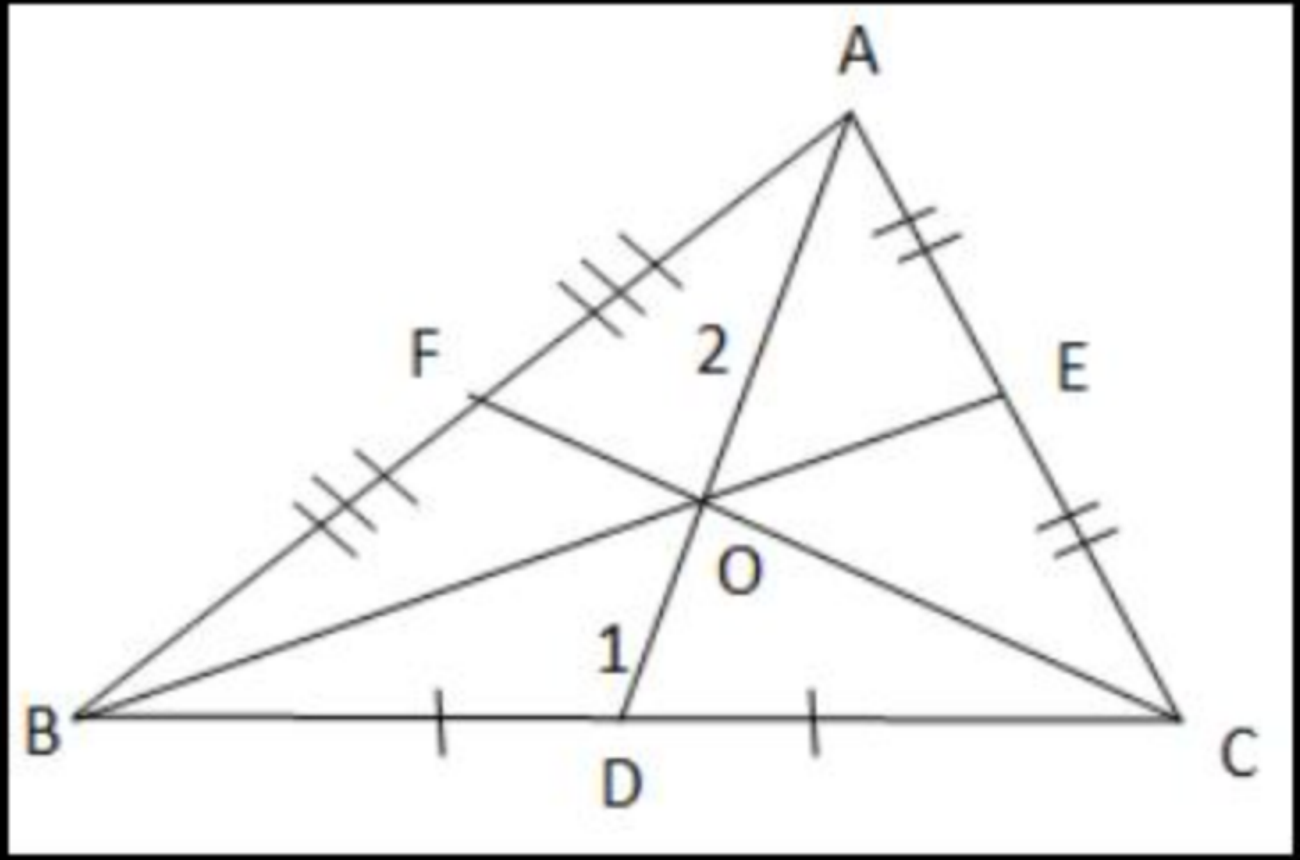
- Centroid of a triangle is the point of intersection of three medians in a triangle (or) simply we can say the point of correspondence of a medians of a triangle.
- एक त्रिभुज का केन्द्रक एक त्रिभुज में तीन माध्यिकाओं का प्रतिच्छेदन बिंदु होता है (या) जिसे हम किसी त्रिभुज की माध्यिकाओं के पत्राचार का बिंदु कह सकते हैं।
- Centroid always forms inside in all types of triangle.
- केन्द्रक हमेशा सभी प्रकार के त्रिभुजों के अंदर बनता है।

*Median of Triangle (त्रिभुज की माध्यिका)

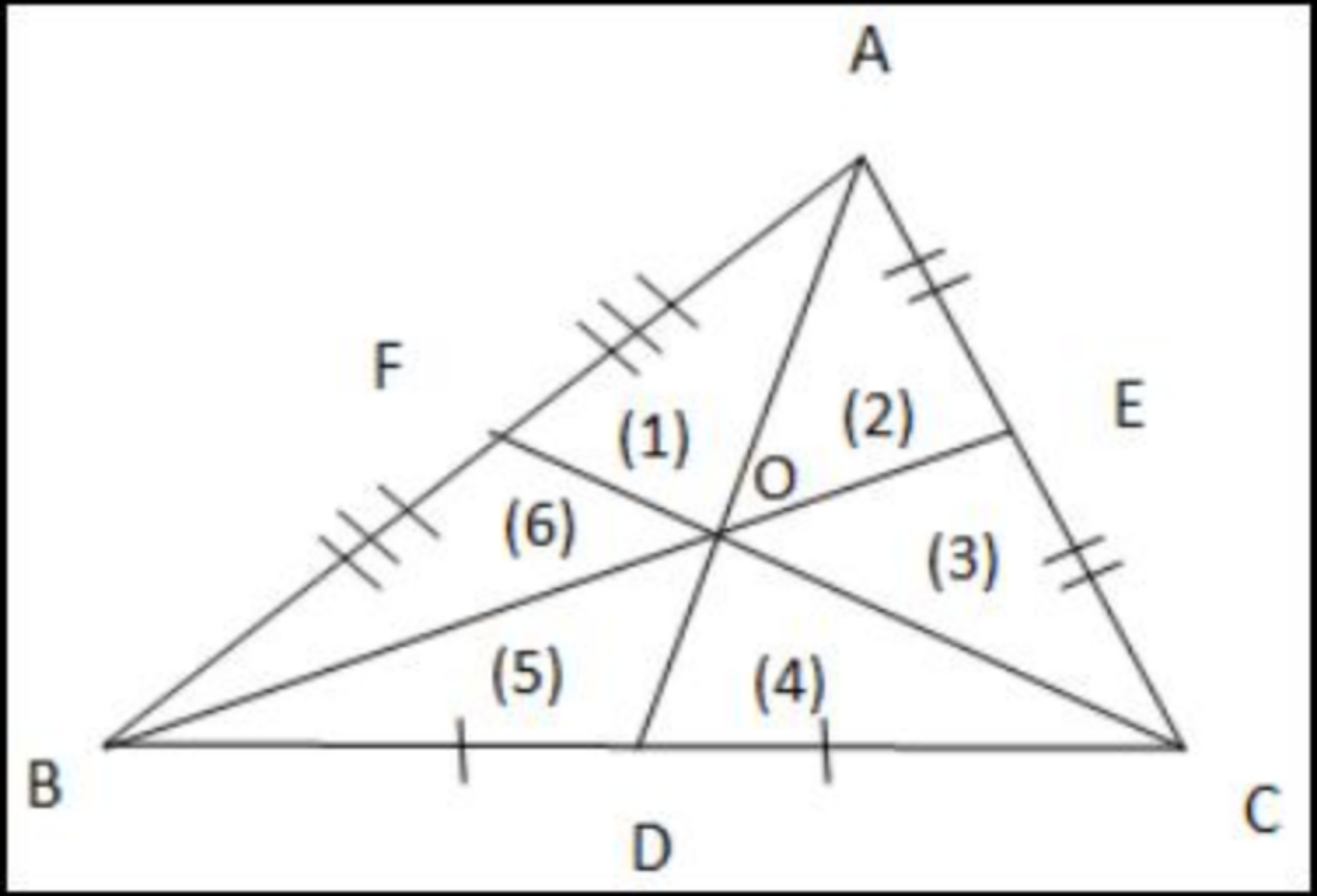


- Median of a triangle is a line segment drawn from a vertex to midpoint of the opposite side of a triangle.
- त्रिभुज की माध्यिका एक रेखाखंड है जो किसी त्रिभुज की सम्मुख भुजा के शीर्ष से मध्य बिंदु तक खींचा जाता है।
- In ΔABC,AD, BE and CF are medians and BD = DC, AE = EC, AF = FB
- ΔABC में, AD, BE और CF माध्यिकाएँ हैं और BD = DC, AE = EC, AF = FB

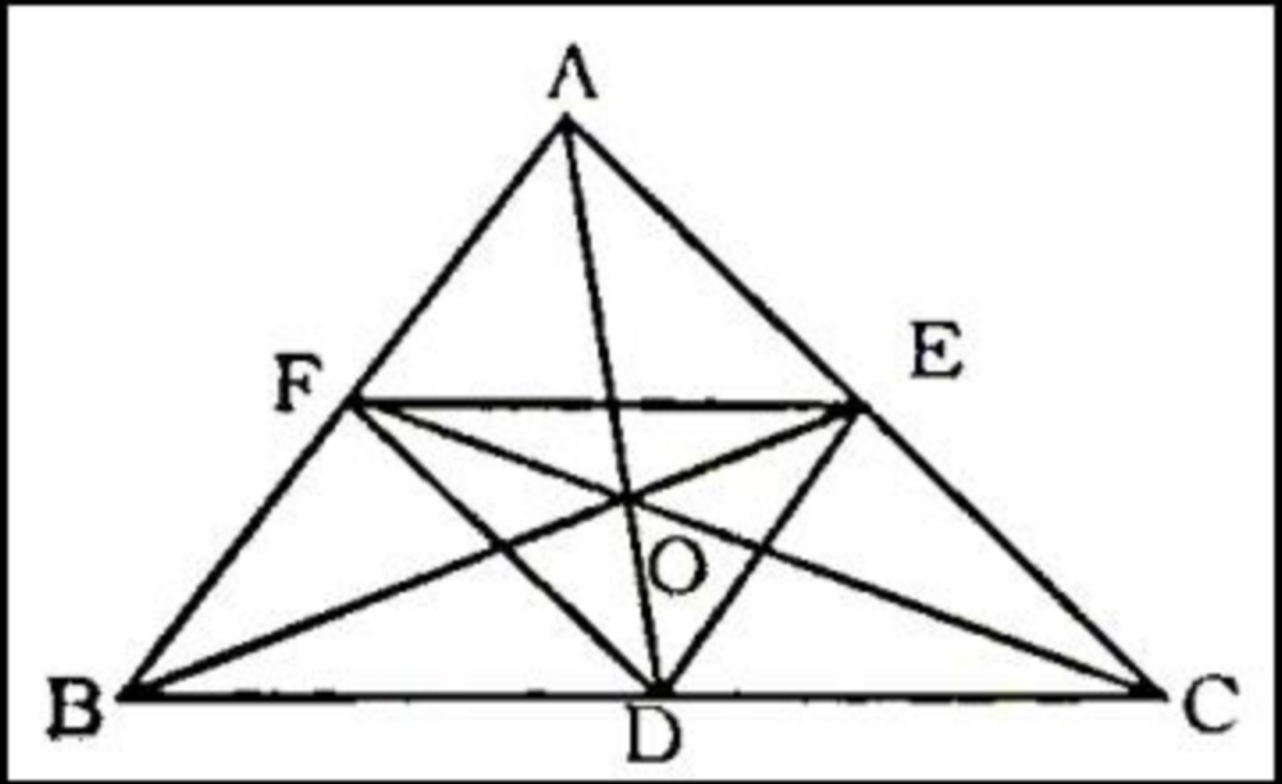
- Centroid divides the median in the ratio 2 : 1, here larger part will be towards vertex and shorter part towards the base.
- केन्द्रक माध्यिका को 2:1 के अनुपात में विभाजित करता है, यहाँ बड़ा भाग शीर्ष की ओर और छोटा भाग आधार की ओर होगा।
- For ΔABC, O is centroid / ΔABC के लिए, O केन्द्रक है, and $\frac{OA}{OD} = \frac{OC}{OF} = \frac{OB}{OE} = \frac{2}{1}$



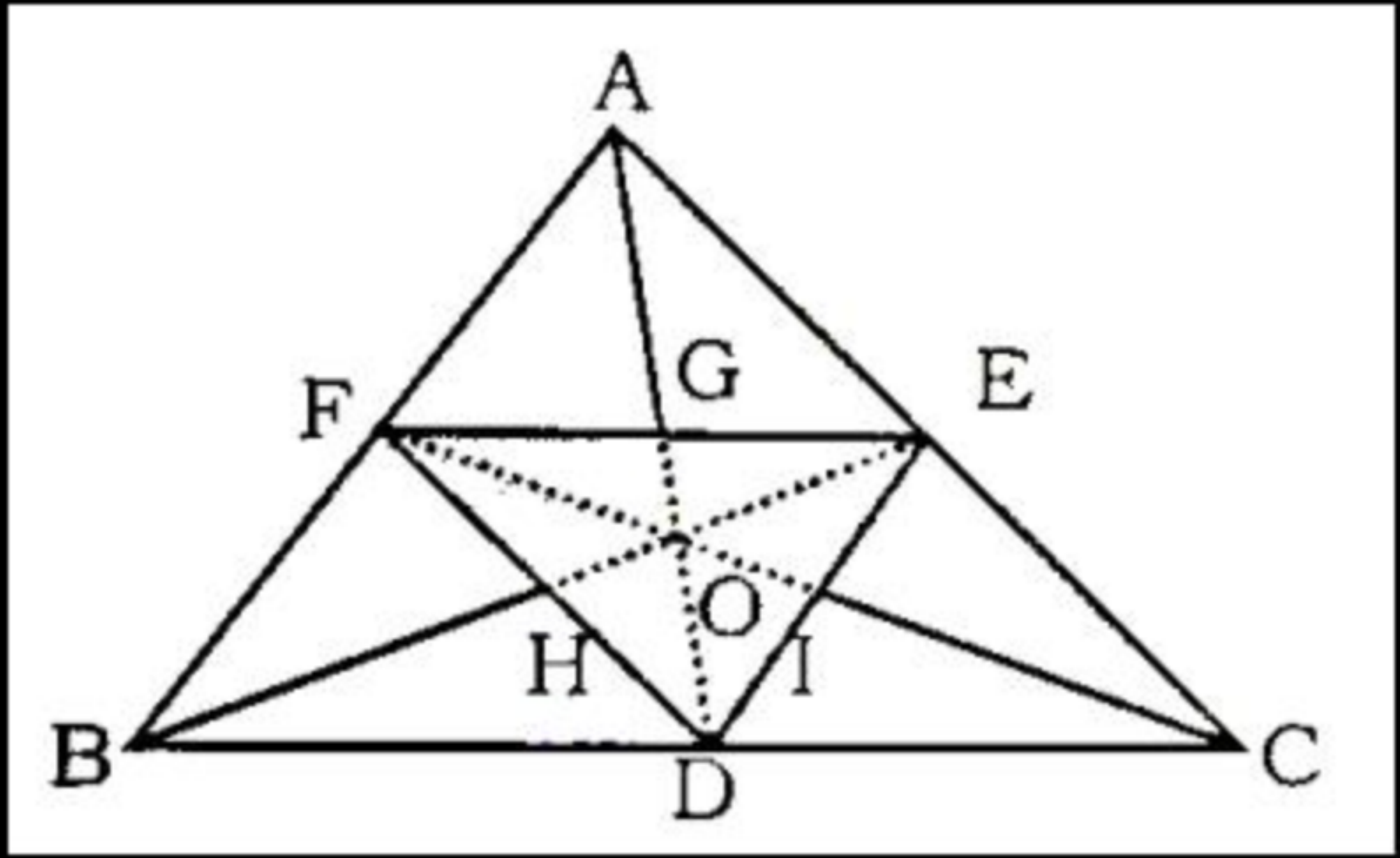
- The areas of triangles formed by median in a triangle are equal. 6 triangles are formed by medians.
- किसी त्रिभुज में माध्यिका से बने त्रिभुजों का क्षेत्रफल बराबर होता है। 6 त्रिभुज माध्यिकाओं से बनते हैं।
- ar ΔAOF = ar ΔOBF = ar ΔOBD = ar ΔODC = ar ΔCOE = ar $\Delta EOA = \frac{1}{6} \times \Delta ABC$



- Area of triangle formed by joining mid points of two sides and centroid is $\frac{1}{12}$th of area of triangle.
- त्रिभुज का क्षेत्रफल दो भुजाओं के मध्य बिंदुओं और केन्द्रक से मिलकर बनता है त्रिभुज के क्षेत्रफल का $\frac{1}{12}$ वां भाग है।
- ar ΔOFE = ar ΔOFD = ar ΔOED = $\frac{1}{12}$ ar ΔABC

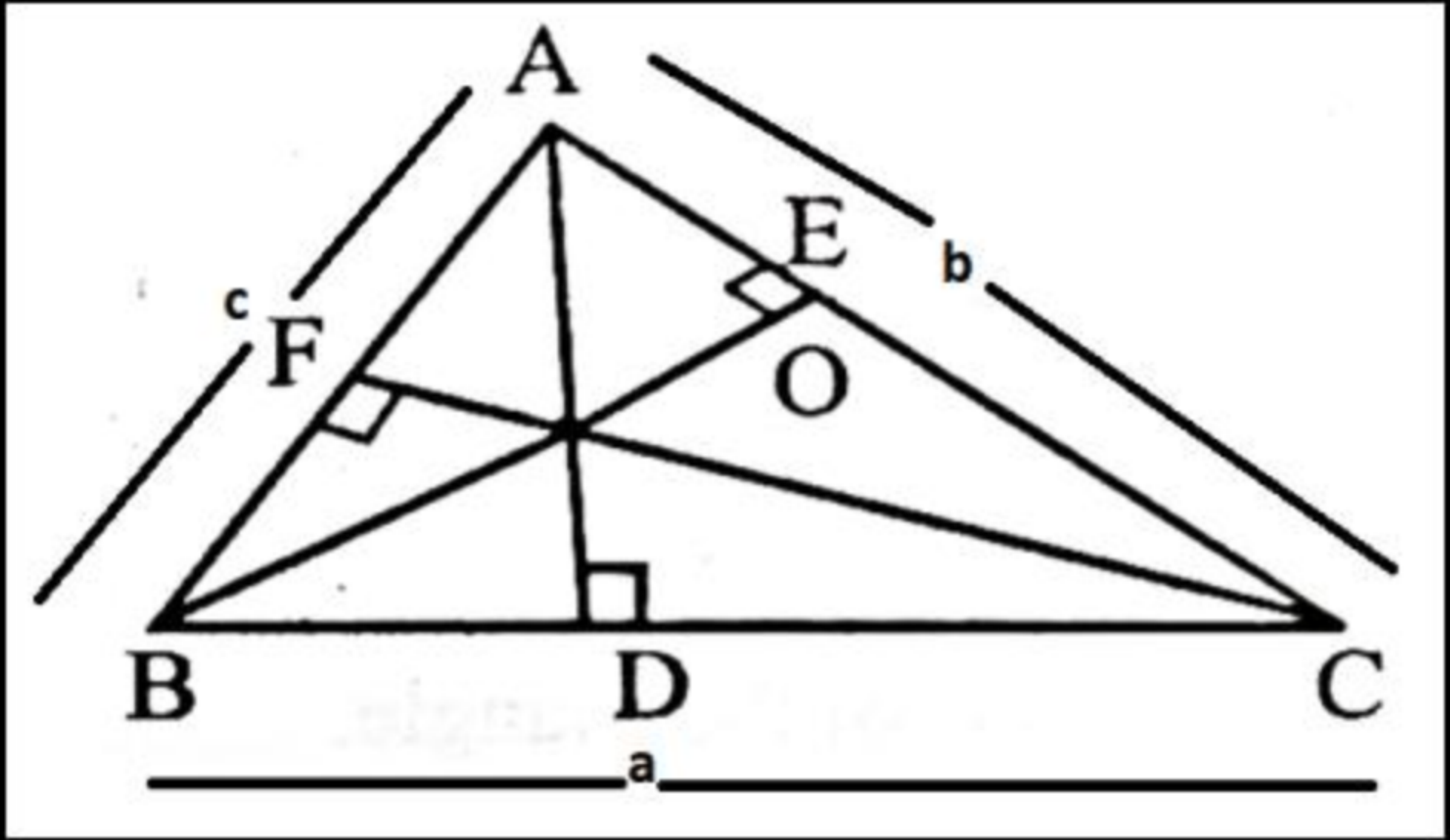


- The line segment joining the midpoints of two sides divides the line joining of vertex in between line to the centroid in the ratio 3 : 1.
- दो भुजाओं के मध्यबिंदुओं को मिलाने वाला रेखाखंड शीर्ष को मिलाने वाली रेखा को केंद्रक से 3:1 के अनुपात में विभाजित करता है।
- AG : GO = BH : HO = CI : IO = 3 : 1

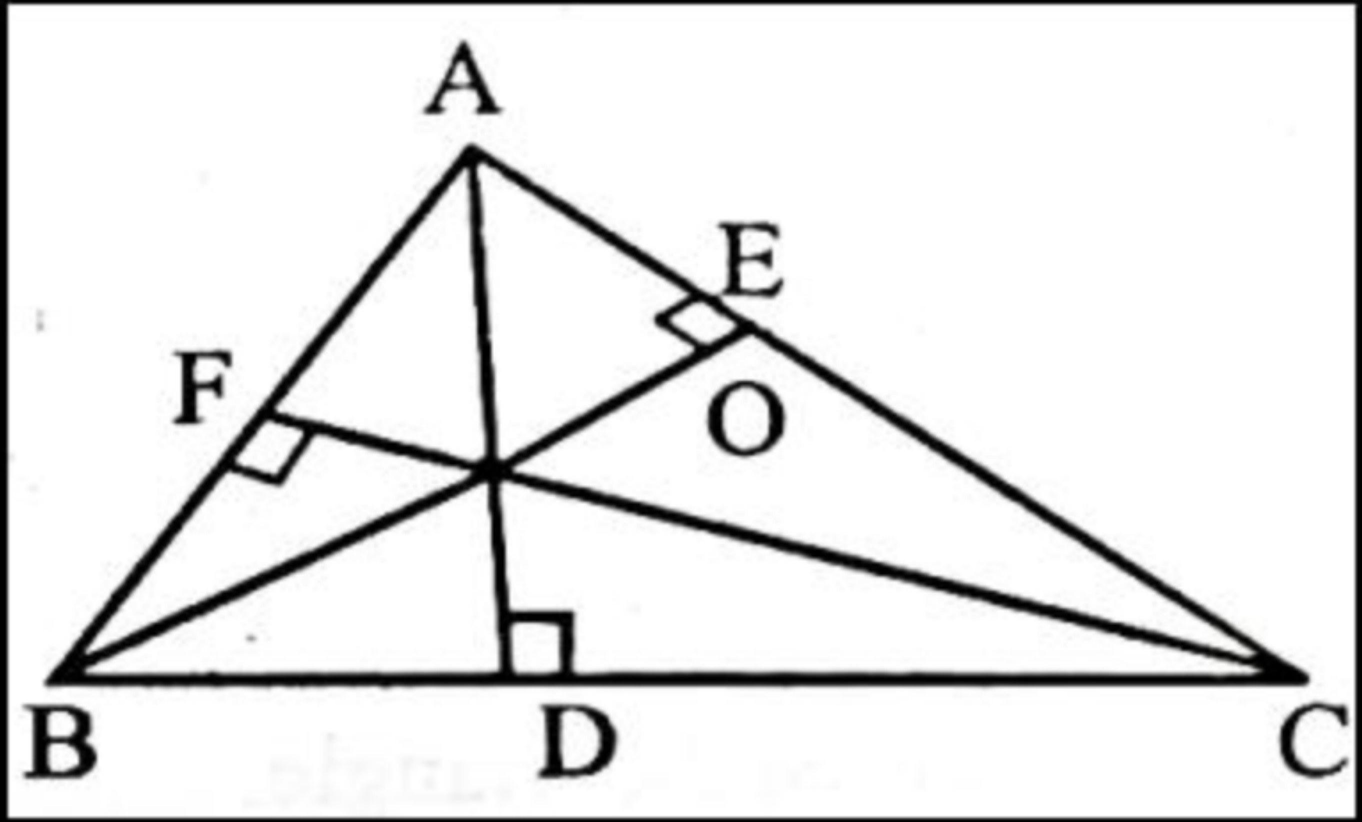


Properties of Median

- AD, BE and CF are medians.
- $AD = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$
- $BE = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$
- $CF = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$
- $4(AD + BE + CF) = 3(AB^2 + BC^2 + CA^2)$

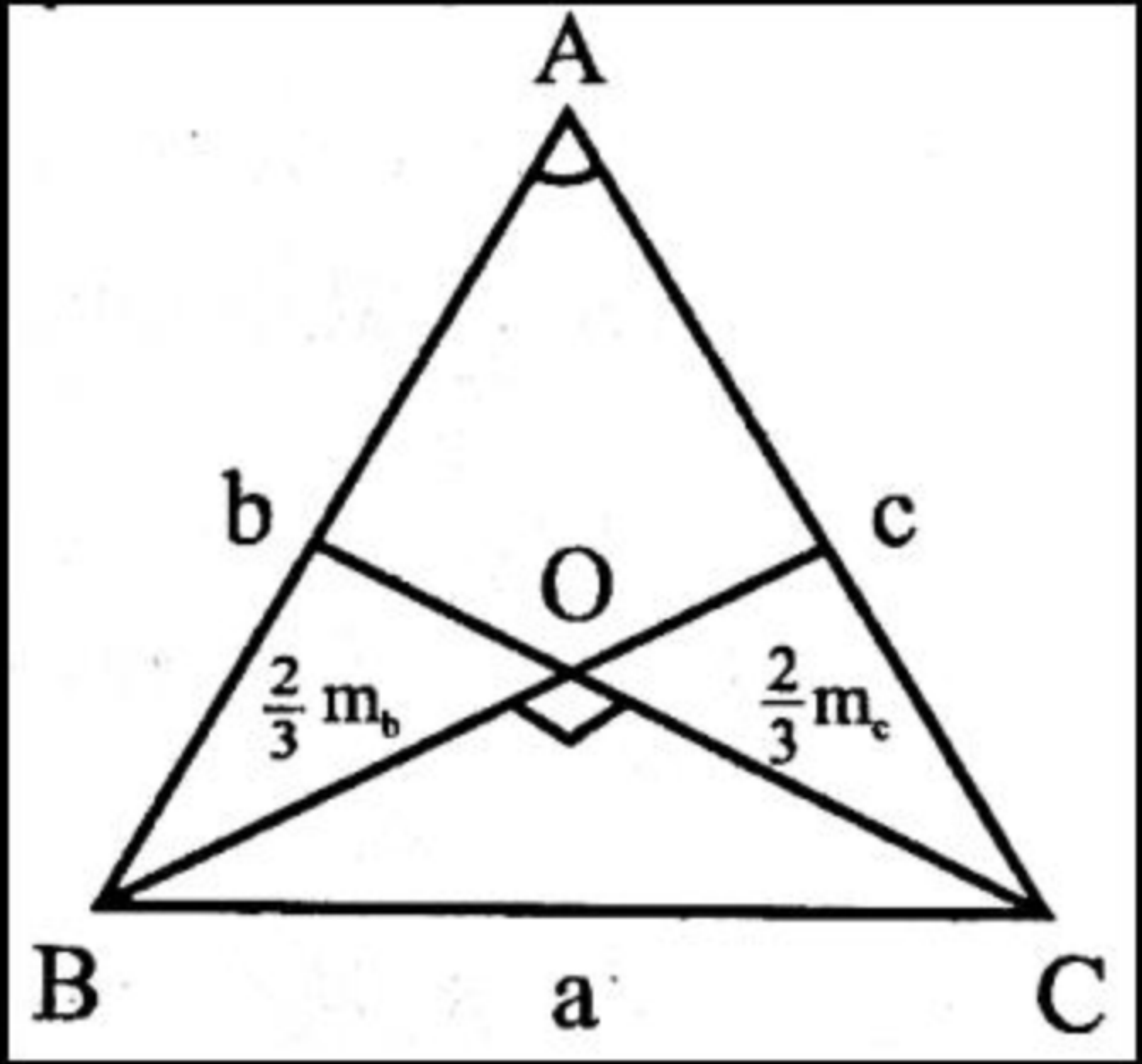


- $4(\text{Area of triangle by median}) = 3(\text{Area of triangle by side})$
- $4(AD + BE + CF) > 3(AB + BC + CA)$
- $4AD^2 = 2(AC^2 + AB^2) - (2BD)^2$
- $2(AD^2 + BD^2) = (AC^2 + AB^2)$ [Apollonius Theorem]

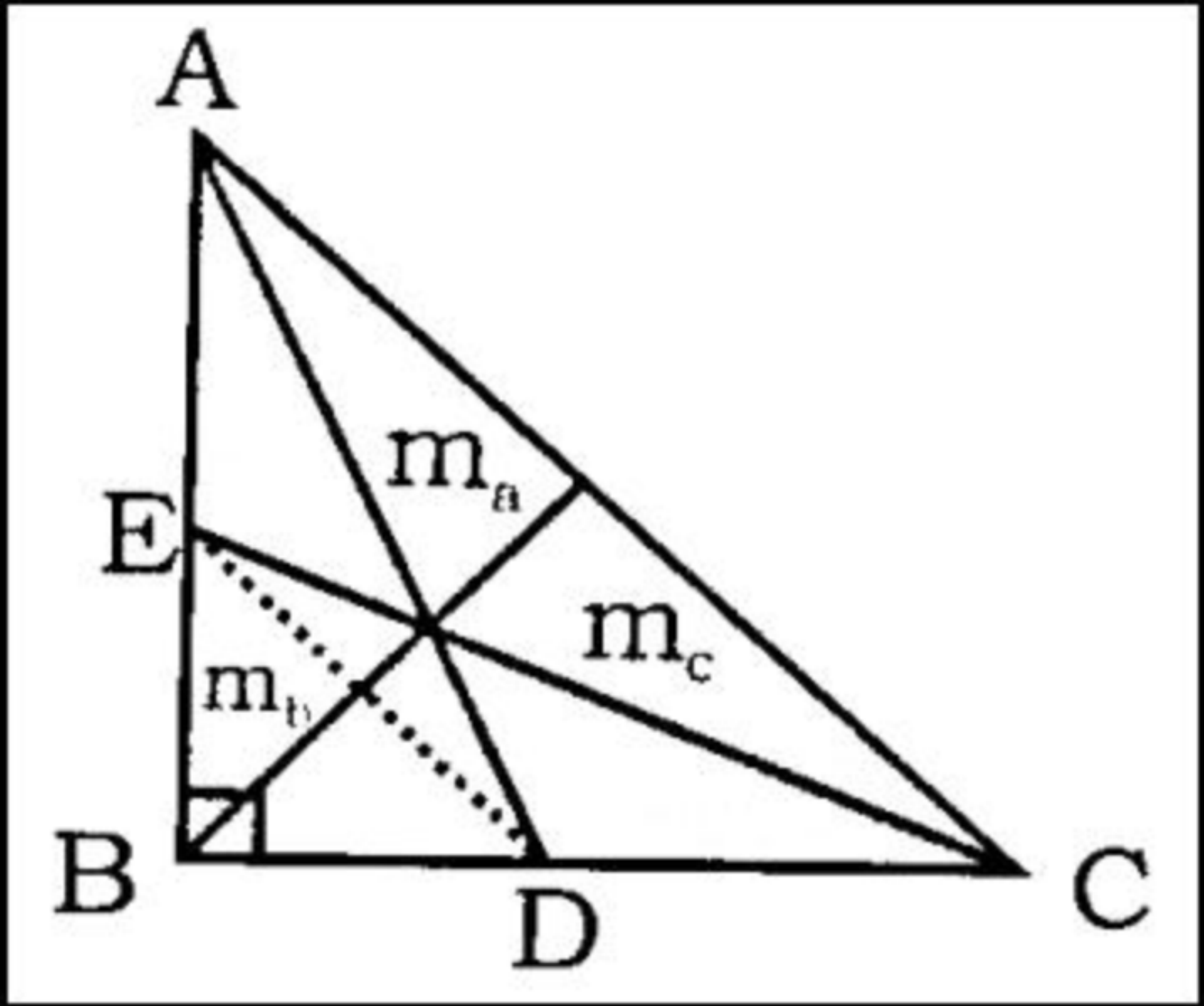


➢ The median from sides of length b and c are perpendicular if and only if / लंबाई b और c की भुजाओं से माध्यिका लंबवत होती है यदि और केवल यदि

$b^2 + c^2 = 5a^2$



- In a right angled triangle four times of sum of square of two medians (not right angled vertex median) is equal to five times square of hypotenuse.
- एक समकोण त्रिभुज में दो माध्यिकाओं के वर्ग के योग का चार गुना (समकोण शीर्ष माध्यिका नहीं) कर्ण के पांच गुना वर्ग के बराबर होता है।
- $4(m_a^2 + m_c^2) = 5AC^2$



$$CD = \frac{1}{3} PD$$

$$PD = \frac{1}{2}\sqrt{2(30^2+50^2)-36^2}$$

$$= \sqrt{2(225+625)-324}$$

$$= 2\sqrt{425-81}$$

$$= 2\sqrt{344}$$

$$= 4\sqrt{86}$$

6395993599

In triangle PQR, C is the centroid. PQ = 30cm, QR = 36cm and PR = 50cm. D is the mid point of side QR. What will be the length of CD?

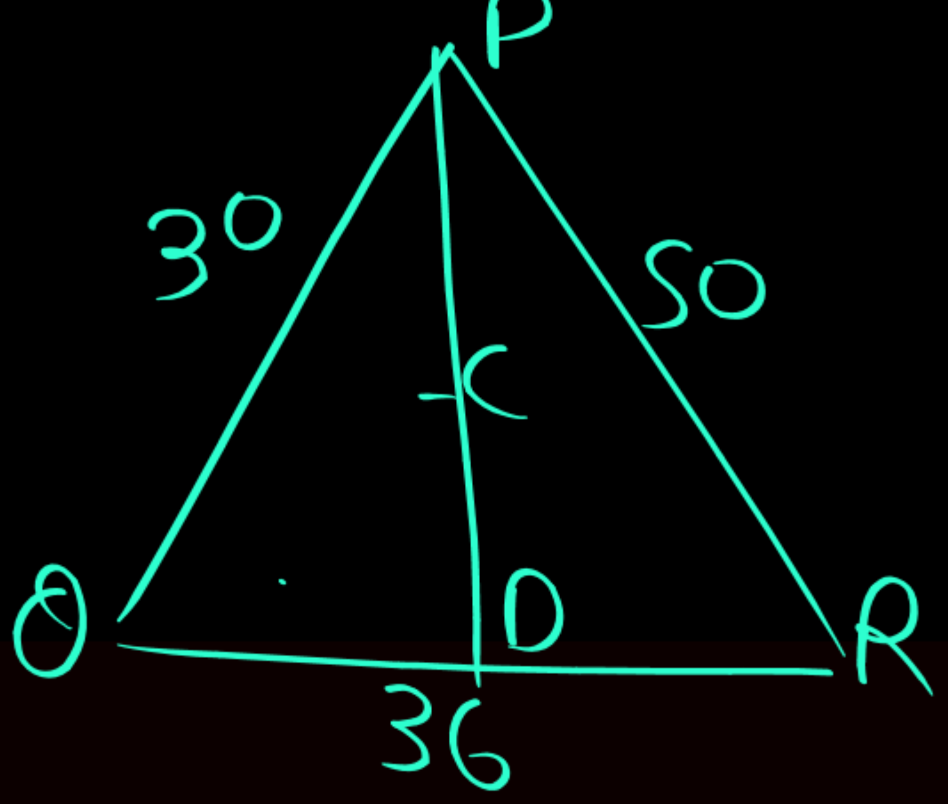
त्रिभुज PQR में C केंद्रक है। PQ=30cm, QR = 36cm और PR = 50cm है। D भुजा QR का मध्य बिंदु है। CD की लंबाई क्या होगी ?

a) $\frac{4\sqrt{86}}{3}$

c) $\frac{5\sqrt{86}}{3}$

b) $\frac{2\sqrt{86}}{3}$

d) $\frac{5\sqrt{86}}{2}$



G is a centroid of ΔABC, and AD is a median of ΔABC. AB = 15cm, BC = 18cm, AC = 25cm. Then GD=?

त्रिभुज ABC में G केन्द्रक है, AD त्रिभुज ABC की माध्यिका है तथा AB = 15cm, BC = 18cm, AC = 25cm है GD का मान क्या है?

(a) $\frac{2\sqrt{86}}{3}$

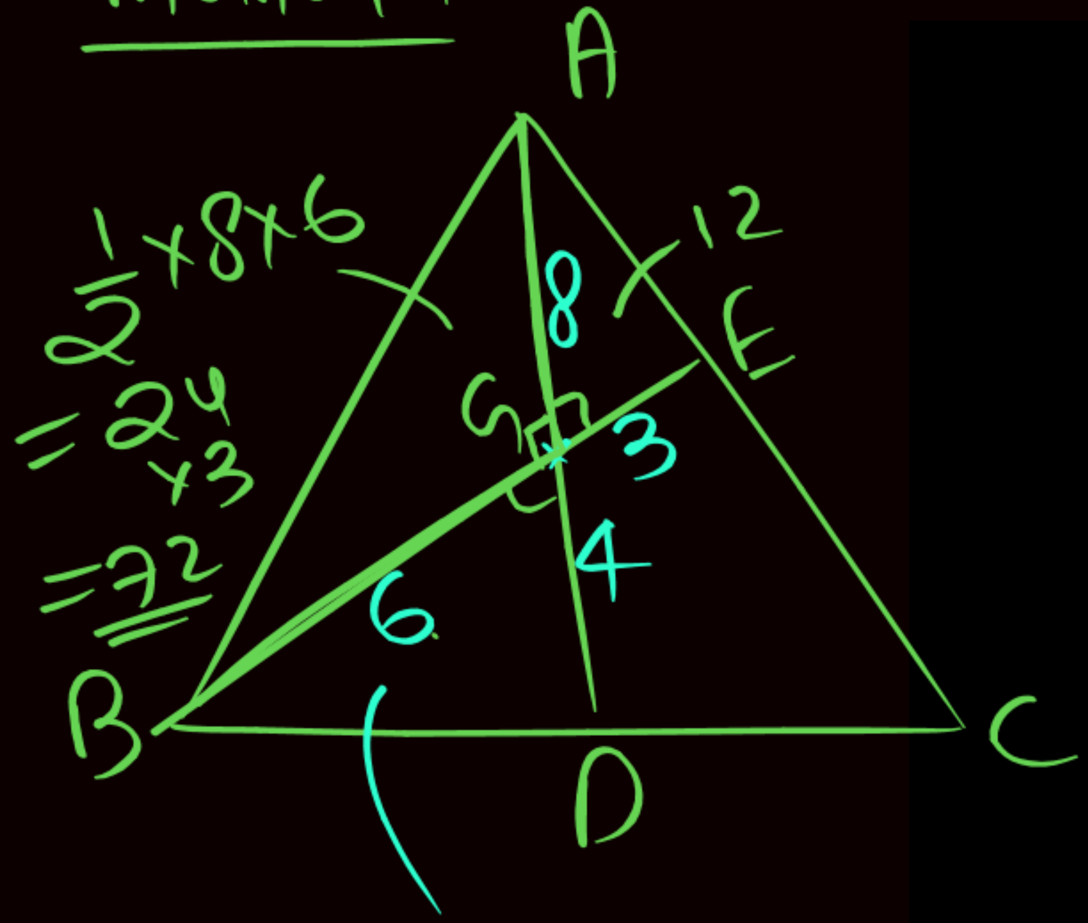
(b) $\frac{3\sqrt{86}}{3}$

(c) $\frac{4\sqrt{86}}{3}$

RW

(d) $\frac{2\sqrt{86}}{2}$

method-1



ABC का area

$= 6 \cdot \Delta BGD$

$= 6 \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \times \cancel{6}^{3} \times 4$

$= 72$

In a triangle ABC, medians AD and BE are perpendicular to each other, and have lengths 12 cm and 9 cm, respectively. Then, the area of triangle ABC, in sq cm, is ?

एक त्रिभुज ABC में, माध्यिकाएँ AD और BE एक दूसरे के लंबवत हैं, और इनकी लंबाई क्रमशः 12 सेमी और 9 सेमी है। तो, त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल वर्ग सेमी में है ?

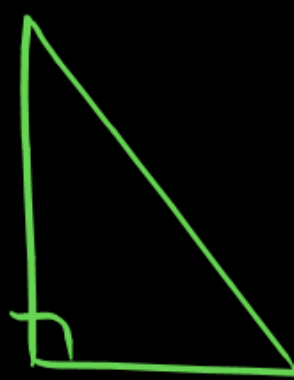
(a) 80
(b) 68
(c) 72
(d) 78

$\frac{1}{2} \times 12 \times 9$

$= 54$

$4 \times 54 = 3\Delta$

$\Delta = 72$



In ΔABC, AB = 6cm, AC and BC = 9cm. The length of median AD is:

ΔABC में, AB = 6 सेमी, AC और BC = 9 सेमी, माध्यिका AD की लंबाई है:

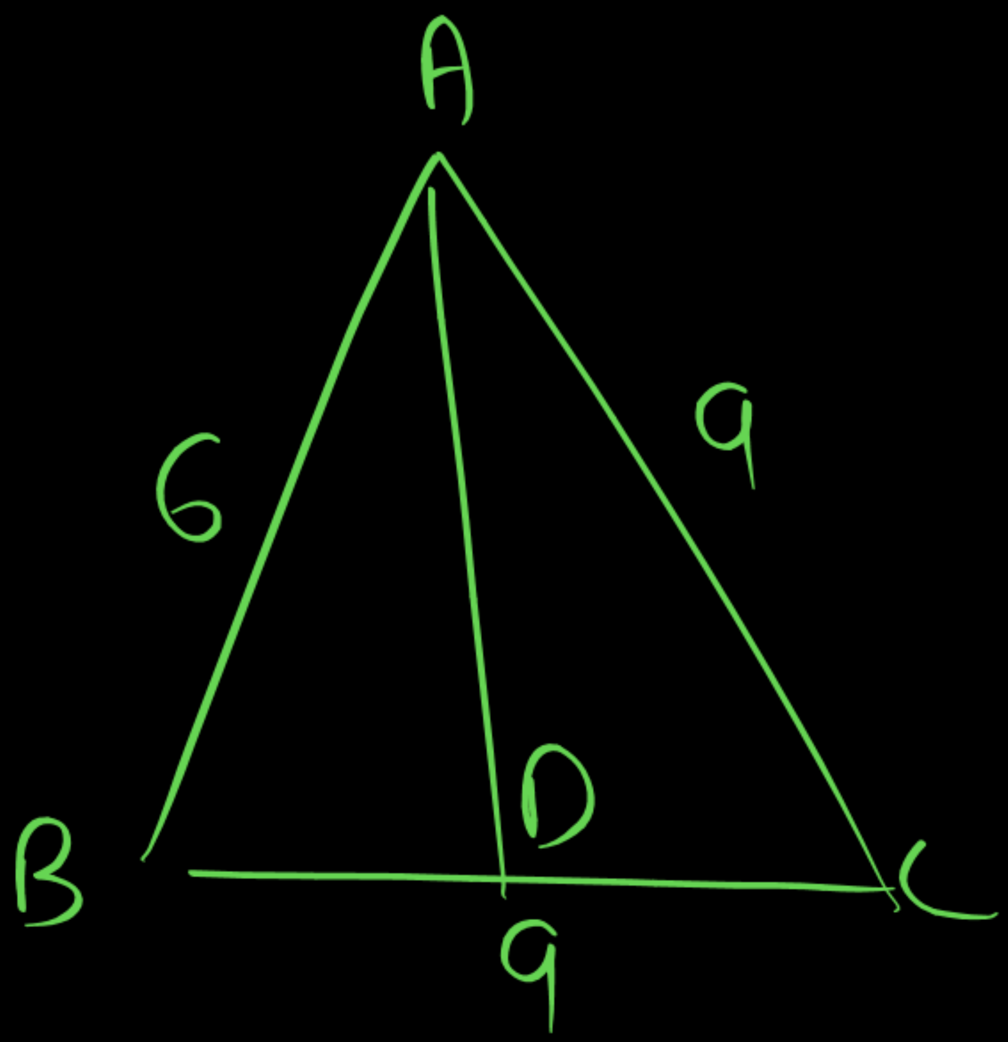
(a) $\frac{\sqrt{117}}{2}$ cm

(b) $\frac{\sqrt{119}}{2}$ cm

(c) $\frac{\sqrt{313}}{2}$ cm

(d) $\frac{\sqrt{115}}{2}$ cm

SSC CGL TIER II 2019



$$AD = \frac{1}{2}\sqrt{2(36+81)-81}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{72+81} = \frac{1}{2}\sqrt{153} = \frac{3}{2}\sqrt{17}$$

$BD \perp CE$

$$5(BC^2) = AB^2 + AC^2$$
$$= 484 + 361$$
$$= 845$$
$$BC^2 = 169$$
$$BC = 13$$

In a triangle ABC, BD & CE are two medians which intersect each other at right angle. AB = 22, AC=19, find BC =?

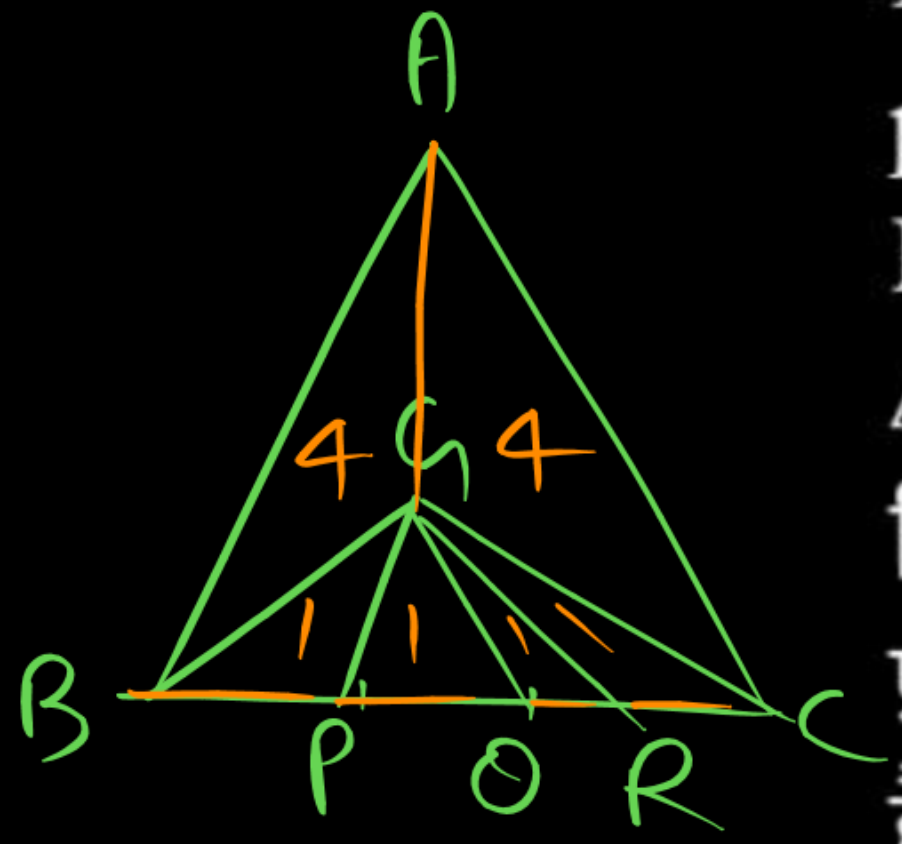
त्रिभुज ABC में, दो माध्यिका BD और CE एक दूसरे को समकोण पर काटती है। यदि AB = 22, AC=19, तब BC की लंबाई क्या होगी?

a)13 b)14

c) 15 d)12

In ΔABC, P, Q, R respectively are the three points on side BC in such a way that BP = PQ = QR = RC. If G is a centroid then Ar. ΔPGR : Ar. ΔABC = ?

त्रिभुज ABC में भुजा BC पर तीन बिंदु P, Q व R इस प्रकार है कि BP = PQ = QR = RC| यदि G केन्द्रक है तो Ar. ΔPGR : Ar. ΔABC = ?



$$\frac{\Delta PGR}{\Delta ABC} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

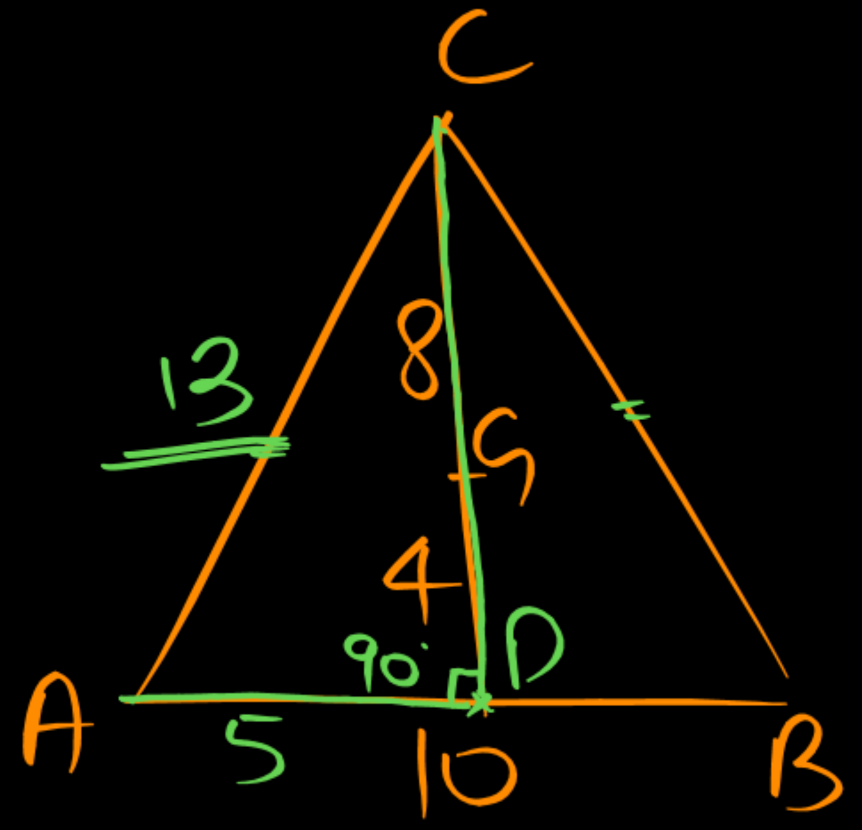
(a) 1:6 ✓

(b) 1:3

(c) 1:4

(d) 1:2

AC=BC
AD=BD
$\Downarrow$
CD⊥AB



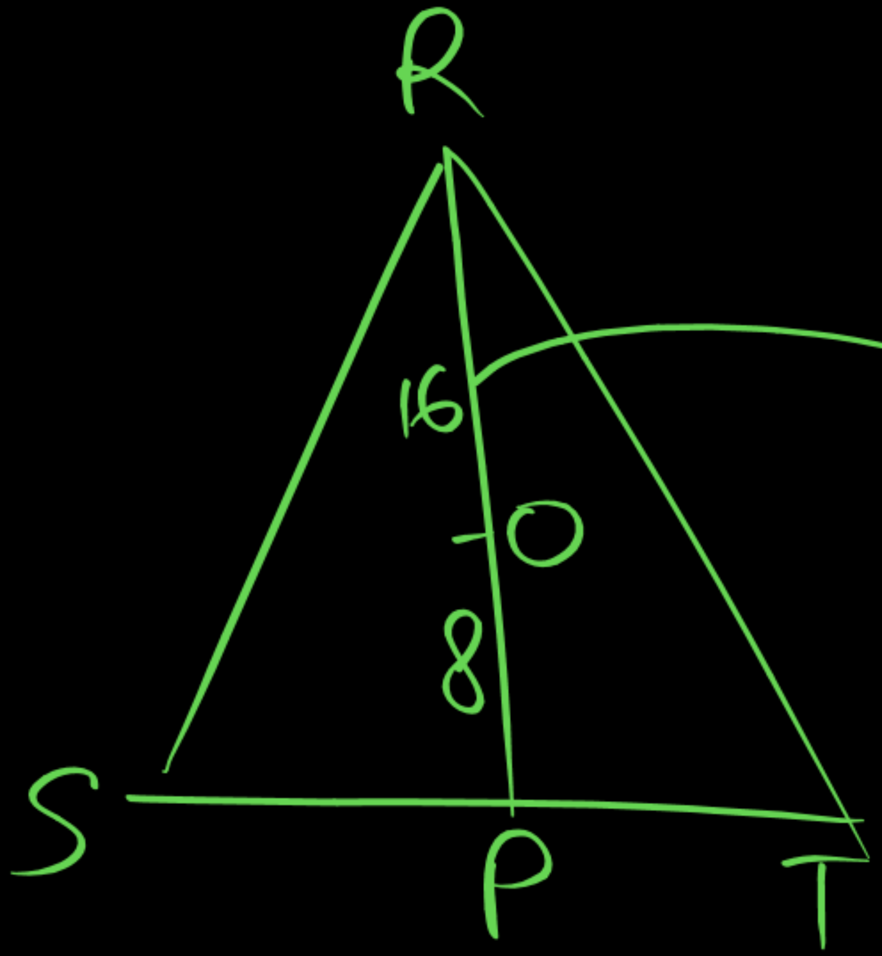
In ΔABC, AC = BC, and the length of the base AB is 10 cm. If CG = 8 cm, where G is the centroid, then what is the length of AC?

ΔABC में AC = BC और आधार AB की लंबाई 10 cm है। यदि CG = 8 सेमी है, जहाँ G केन्द्रक है, तो AC की लंबाई ज्ञात करें।

(a) 13 cm (b) 15 cm

(c) 10 cm (d) 12 cm

SSC CHSL 2020



If O is the centroid and RP is the median with length 24 cm of ΔRST, where P is a point on ST, then the value of RO is :

त्रिभुज **RST** की माध्यिका **RP** की लंबाई **24** सेमी है और इसका केन्द्रक **O** है, जहाँ **ST** पर एक बिन्दु P है, तो **RO** का मान कितना होगा?

(a) 18 cm (b) 14 cm

(c) 20 cm (d) 16 cm

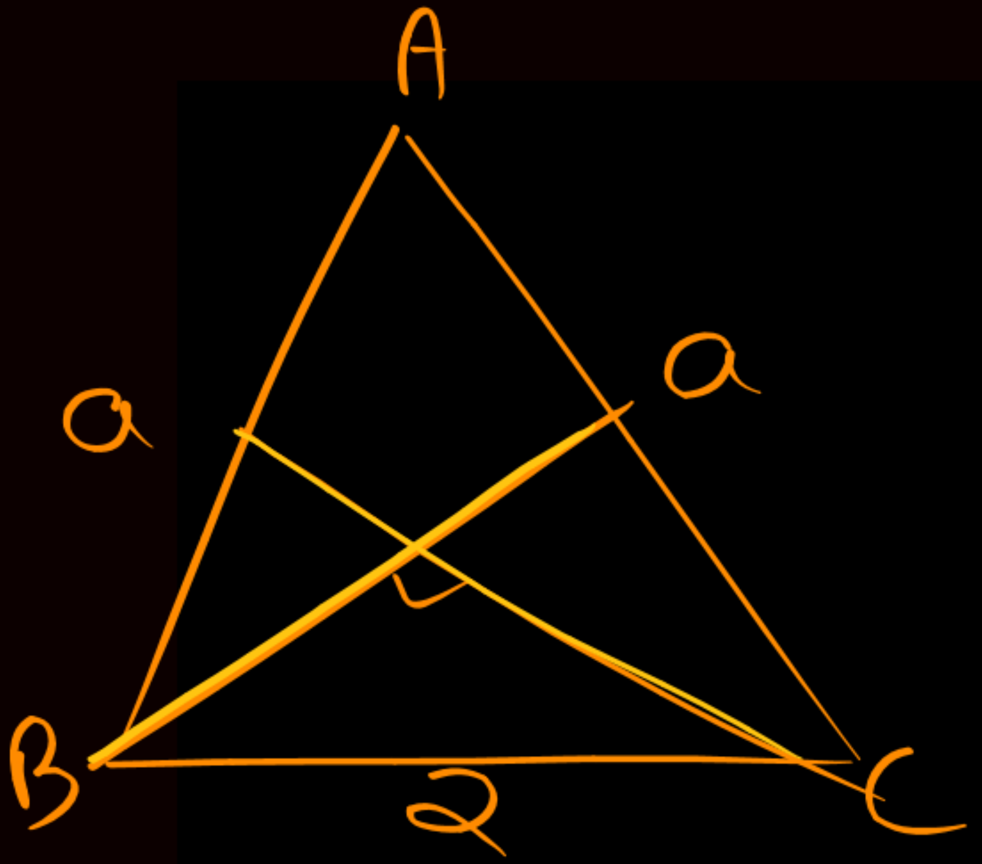
SSC CHSL 2020

The unequal side of an isosceles triangle is 2cm. The medians drawn to the equal sides are perpendicular. The area of triangle is :

किसी समद्विबाहु त्रिभुज की असमान भुजा की लम्बाई 2cm है। समान भुजाओं पर खींची गयी मध्यिका एक दुसरे के लंबवत है। समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल है:

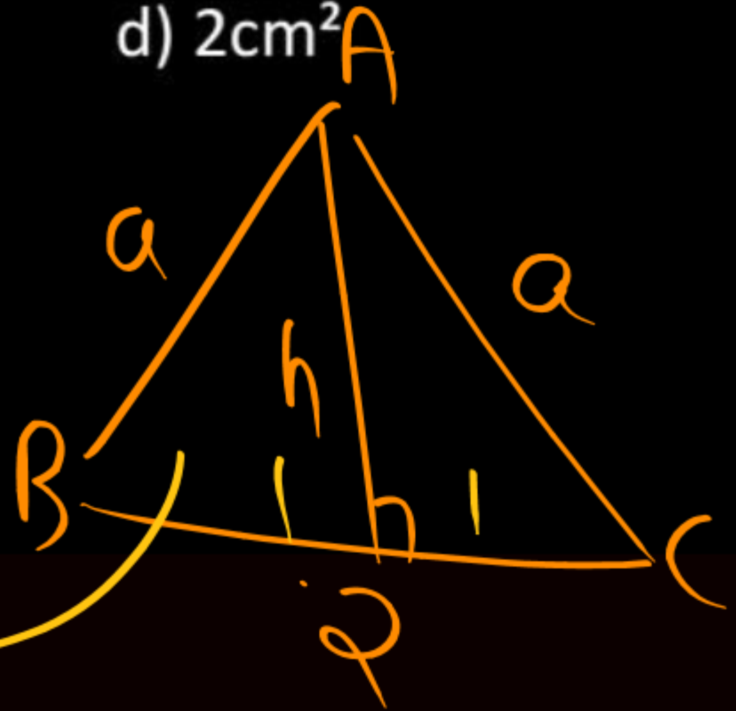
a) $1cm^2$ b) $3cm^2$

c) $4cm^2$ d) $2cm^2$



$$5 \cdot 2^2 = a^2 + a^2$$

$$a^2 = 10$$

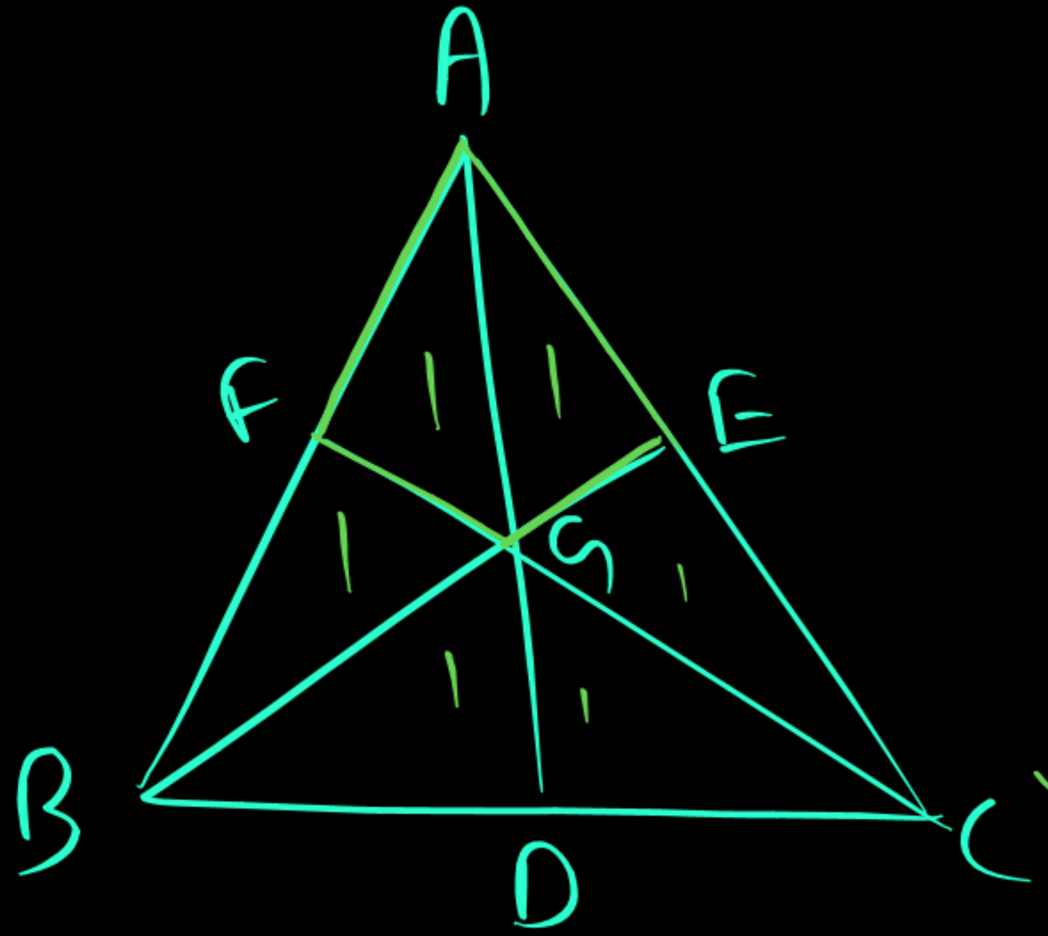


$$h = \sqrt{a^2 - 1} = \sqrt{9} = 3$$

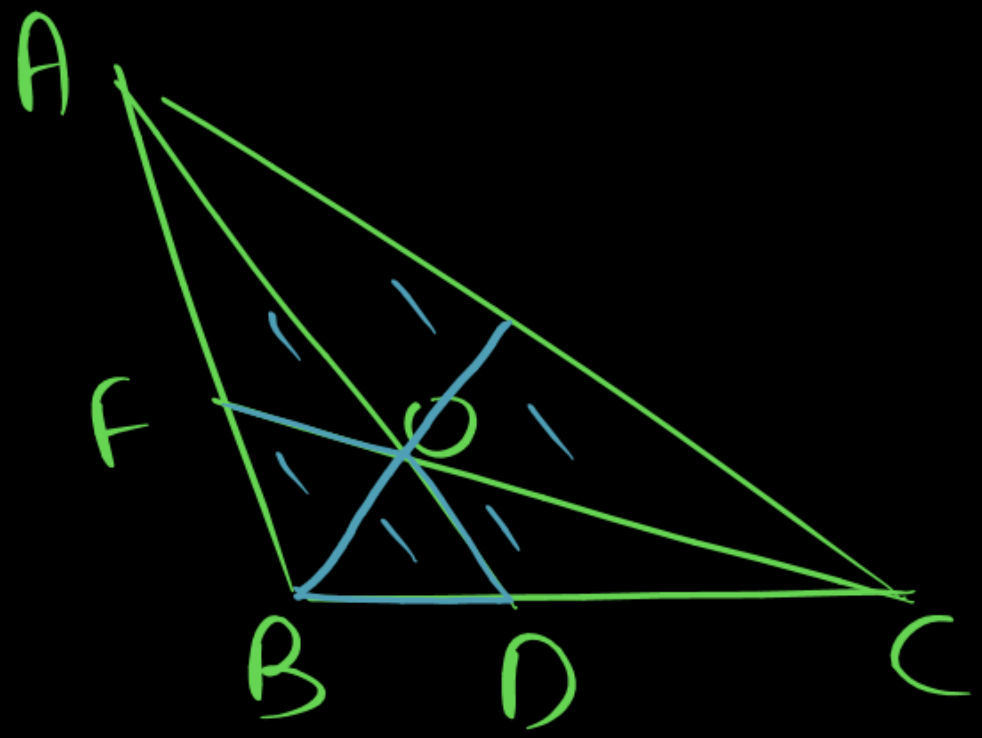
$$\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$$

In a ΔABC, G is a centroid of a ▲ and AD, BE & CF are medians find the area of ■ AFGE if area of ▲ is 102?
एक ΔABC में, G, ▲ का केन्द्रक है और AD, BE और CF माध्यिकाएँ हैं, ■AFGE का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए यदि ▲ का क्षेत्रफल 102 है?

a) 43
b) 34
c) 53
d) 35



6 — 102
2 — 34



2 : 2

= 1 : 1

In a Δ ABC median AD & CF intersect at O, angel B = 110° find the ratio of area of ■BDOF & triangle AOC.?

एक ΔABC माध्यिका में AD और CF O पर प्रतिच्छेद करते हैं, परी B = 110° , ■BDOF और त्रिभुज AOC के क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात कीजिए।

a) 1 : 2 b) 2 : 3

c) 3 : 4 d) 1 : 1