

Geometry

Type of triangle (त्रिभुजों के प्रकार)

Based upon side

(i) Scalene triangle - all sides are different
(विषमभांड द्वा)

all angles are 11° .

(ii) Isosceles triangle (समद्विभांड त्रिभुज) - two sides are equal

(iii) Equilateral Δ (समभांड Δ) - all sides are equal. Each angle is equal to 60° .

based upon angle
later on.

Scelene triangle

(विषमभात्तु त्रिभुज)

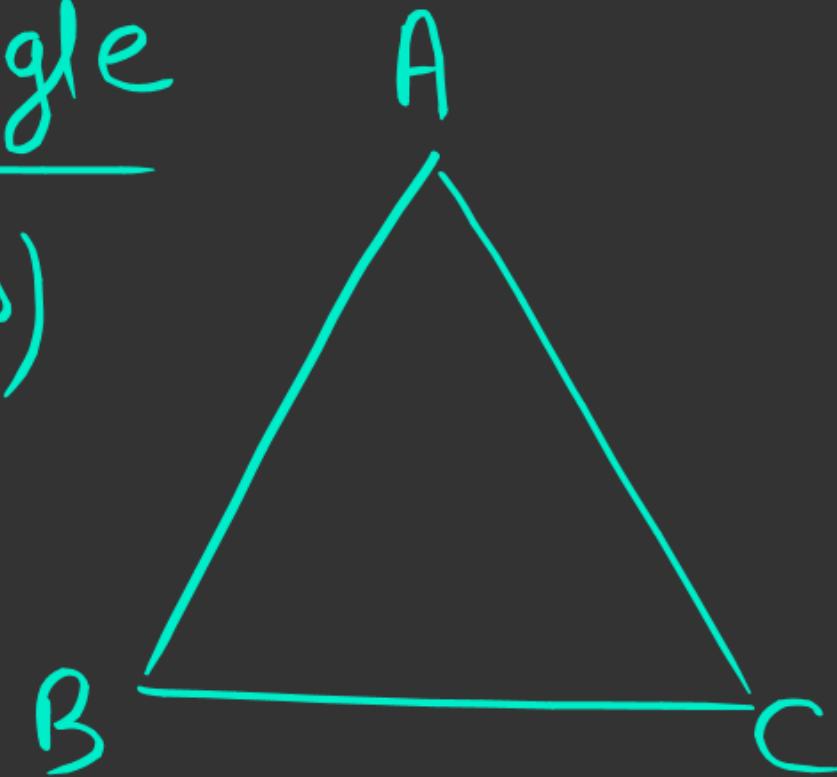
(अन्तर्केन्द्र)

Incentre and

केन्द्रक Centroid हमेशा

अंतर होते।

* Orthocentre and Circumcentre
(परिकेन्द्र)



$$AB \neq BC \neq CA$$

$$\angle A \neq \angle B \neq \angle C$$

परिकेन्द्र

depend upon angle.

वीरकाण

Isosceles Δ (समद्विबाहु Δ)

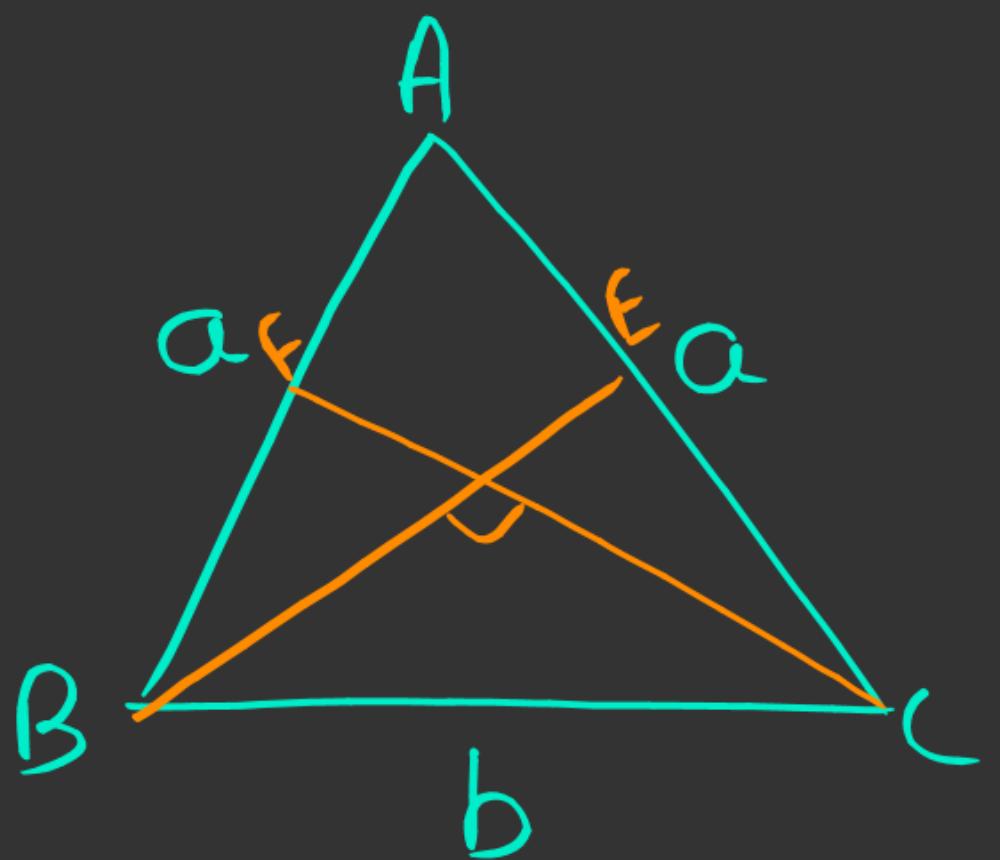
H-Ortho

I-Incentre

G-centroid

O-Circum

\equiv



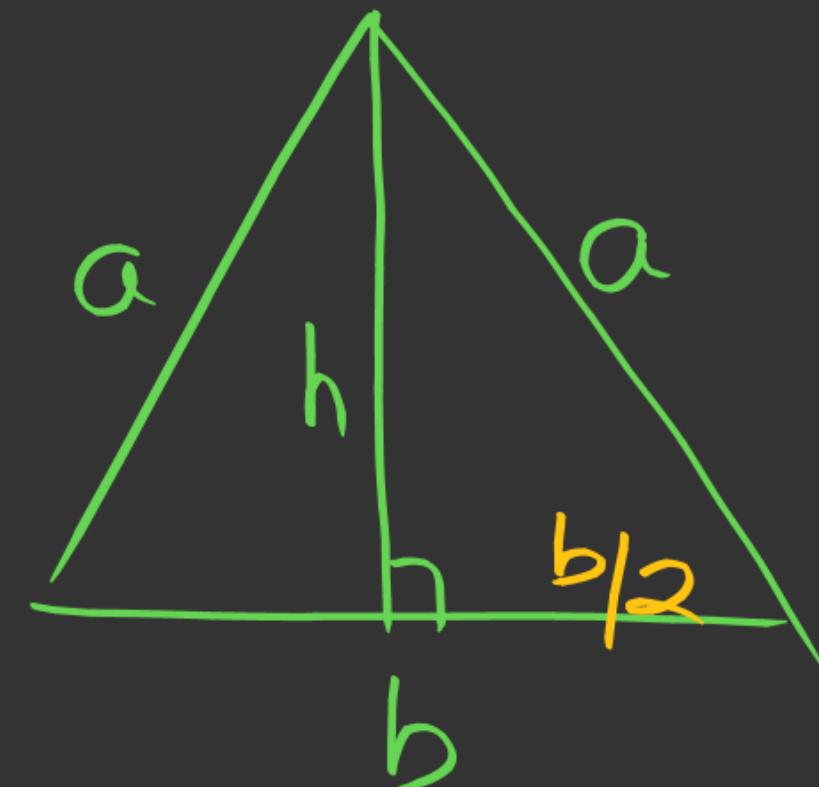
$$BE \perp CF$$

$$5BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\frac{q^2}{R} = \frac{s}{2}$$

$$5b^2 = 2q^2$$

$$\begin{aligned} \text{Area} &= \frac{1}{2} \times b \times \frac{\sqrt{4q^2 - b^2}}{2} \\ &= \frac{b}{4} \sqrt{4q^2 - b^2} \end{aligned}$$

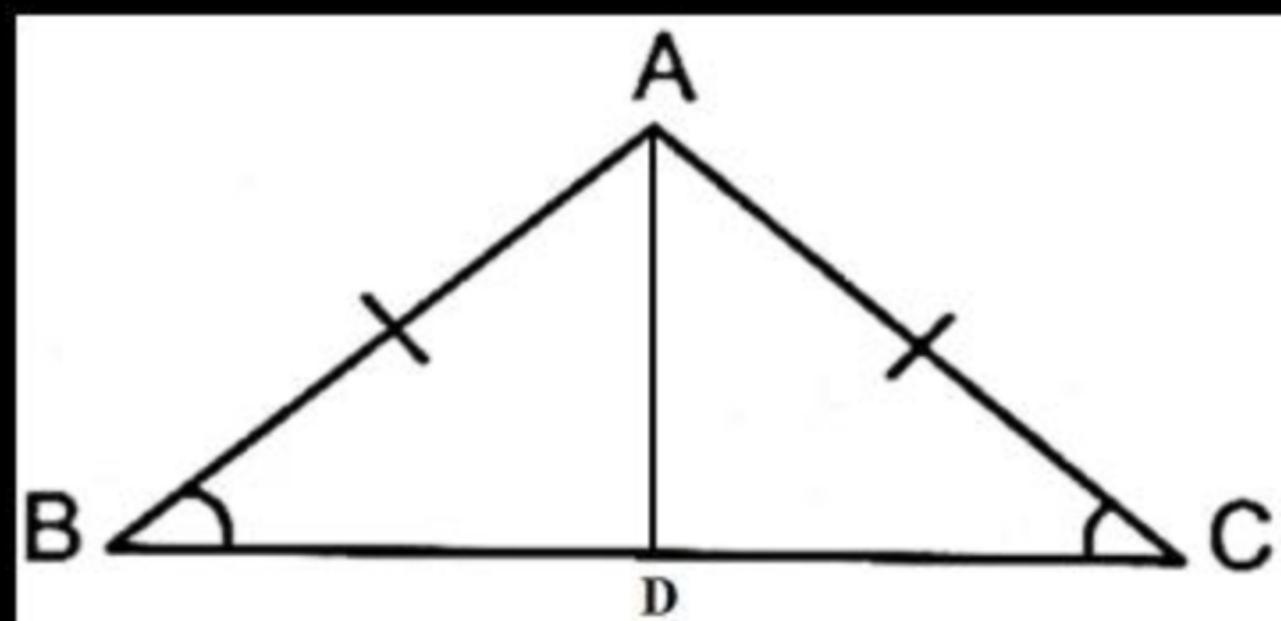


$$h = \sqrt{q^2 - \frac{b^2}{4}}$$

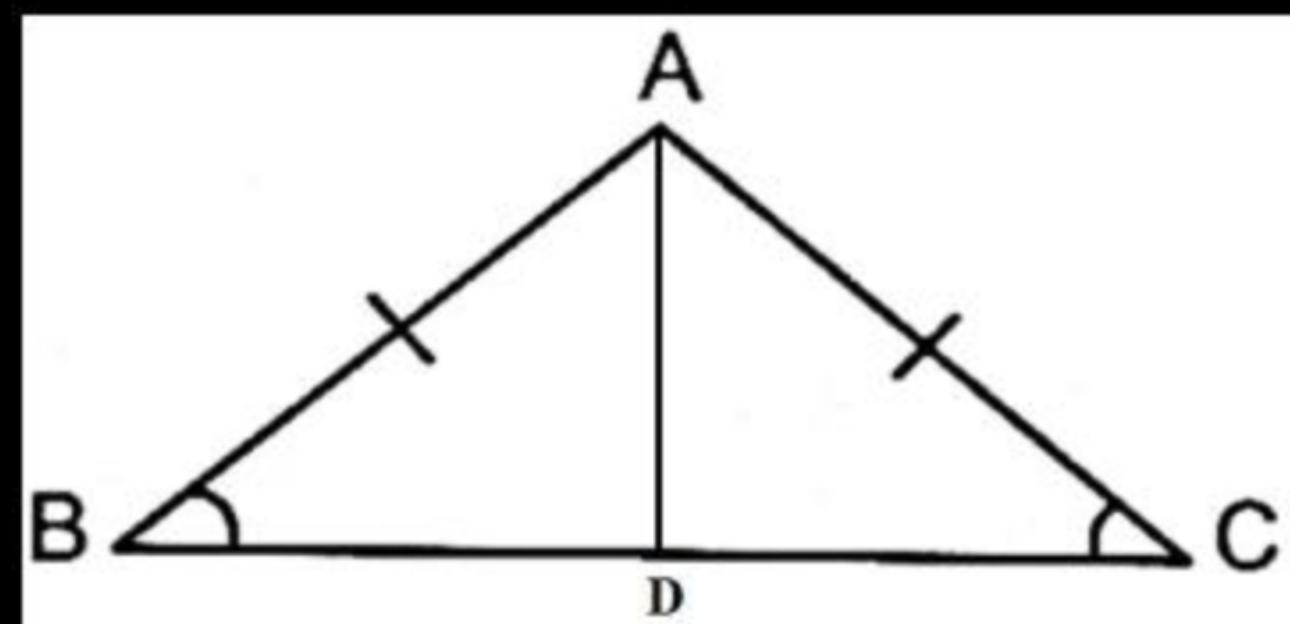
$$= \frac{\sqrt{4q^2 - b^2}}{2}$$

Isosceles Triangle / समद्विबाहु त्रिभुज

- In an isosceles triangle, two sides have equal length. The two angles opposite to the two equal sides are also equal to each other.
 - एक समद्विबाहु त्रिभुज में, दो भुजाओं की लंबाई समान होती है। दो समान भुजाओं के सम्मुख दो कोण भी एक दूसरे के बराबर होते हैं।
 - All four centres incentre, circumcentre, centroid and orthocentre are lies on line AD.
 - सभी चार केंद्र अंतःकेंद्र, परिकेन्द्र, केन्द्रक और लंबकेन्द्र रेखा AD पर स्थित हैं।
- $AB = AC$
- $\angle B = \angle C$



- Perpendicular drawn by vertex to non-equal side, bisect the side.
- शीर्ष द्वारा असमान भुजा पर खींचा गया लंबवत, भुजा को समद्विभाजित करता है।
- AD is perpendicular on BC / AD, BC पर लंबवत है।
- AD is median at BC / AD, BC पर माध्यिका है।
- AD is angle bisector of $\angle BAC$ / AD, $\angle BAC$ का कोण समद्विभाजक है।

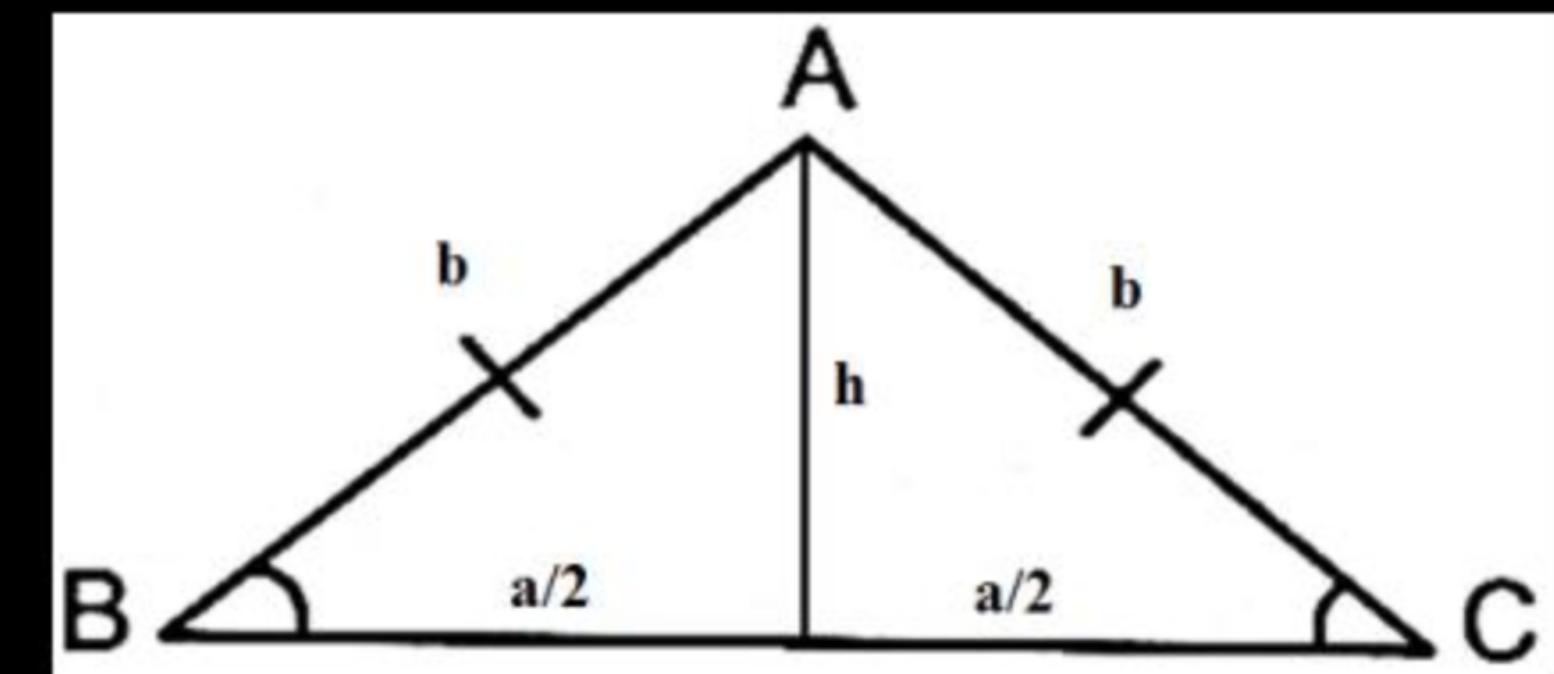


Height and Area of Isosceles Triangle

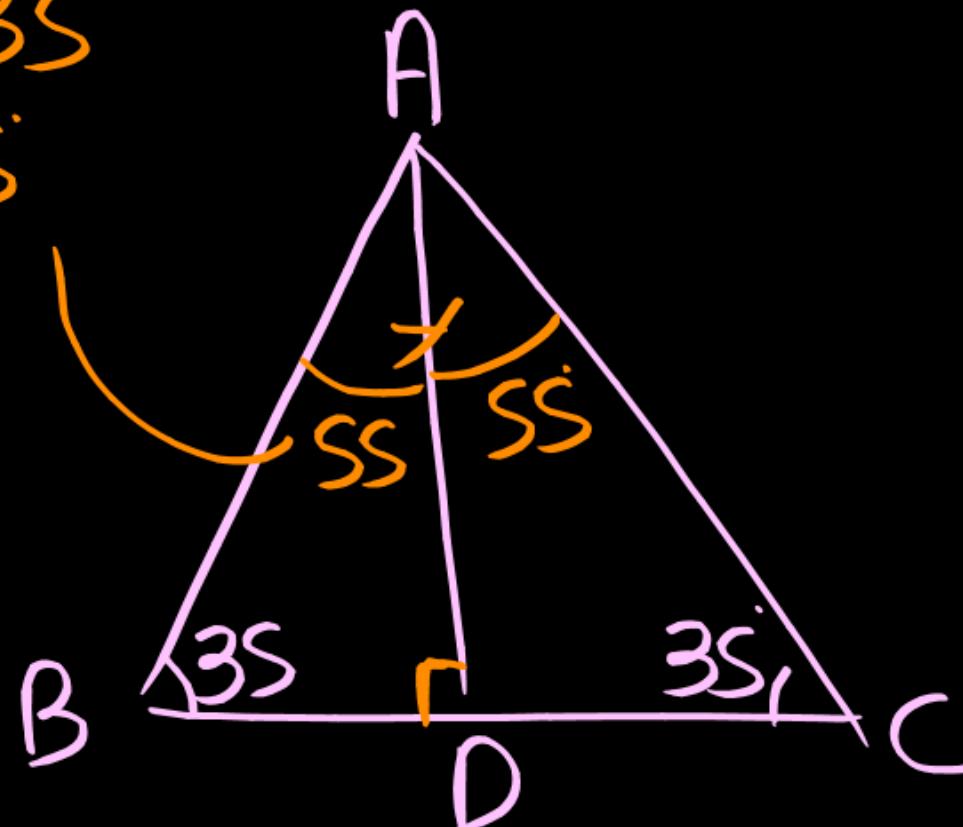
$$\square h^2 = b^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$\square h = \sqrt{\frac{4b^2-a^2}{4}}$$

$$\square \text{Area} = \frac{1}{2} \times a \times \sqrt{\frac{4b^2-a^2}{4}} = \frac{a}{4} \sqrt{4b^2 - a^2}$$



$$90 - 35 \\ = 55$$



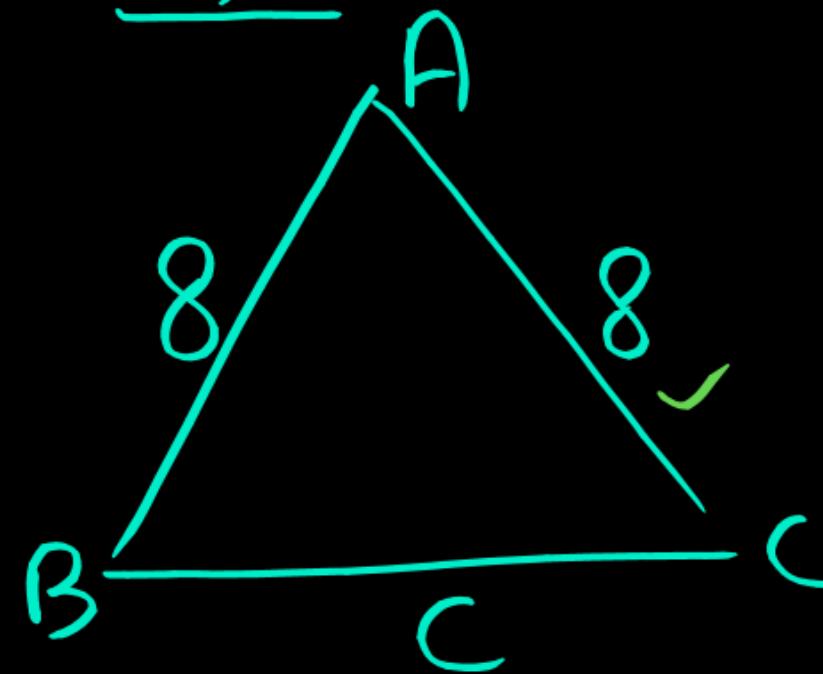
$$\angle A = 180 - 2 \times 35 \\ = 110$$

ABC is an isosceles triangle such that $AB = AC$ and AD is the median to the base BC with $\angle ABC = 35^\circ$. Then $\angle BAD$ is ?

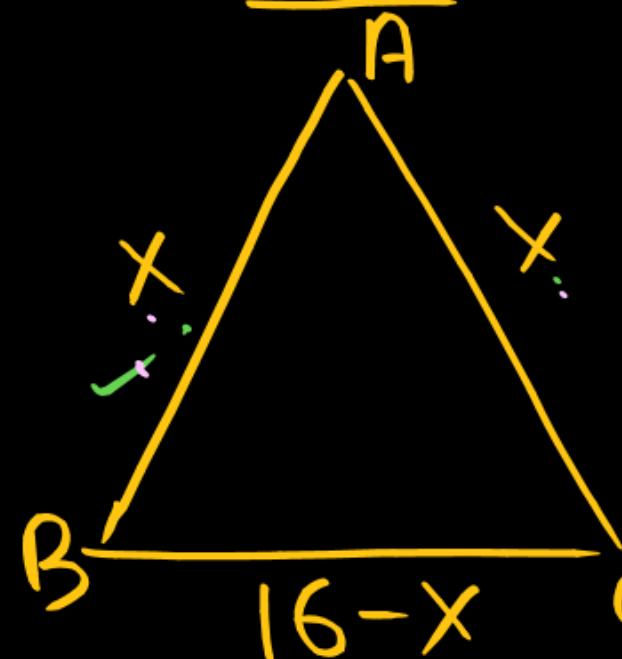
ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें $AB = AC$ और AD आधार BC की माध्यिका है जिसमें $\angle ABC = 35^\circ$ है। तब $\angle BAD$ क्या है?

- (a) 35°
- (b) 55°
- (c) 70°
- (d) 110°

Case-1



Case-2.



$$0 < c < 16$$

$$1-15$$

$$\text{Total } \Delta = 15$$

$$\checkmark$$

$$16-2x < x < 16$$

$$16 < 3x$$

$$s \approx \frac{16}{3}$$

$$\underline{\underline{6 \rightarrow 15 = 10 \text{ value} - 1 = 9}}$$

How many isosceles triangles with integer sides are possible such that the sum of two of the sides is 16 cm?

पूर्णांक भुजाओं वाले ऐसे कितने समद्विबाहु त्रिभुज संभव हैं जिनमें दो भुजाओं का योग 16cm हो?

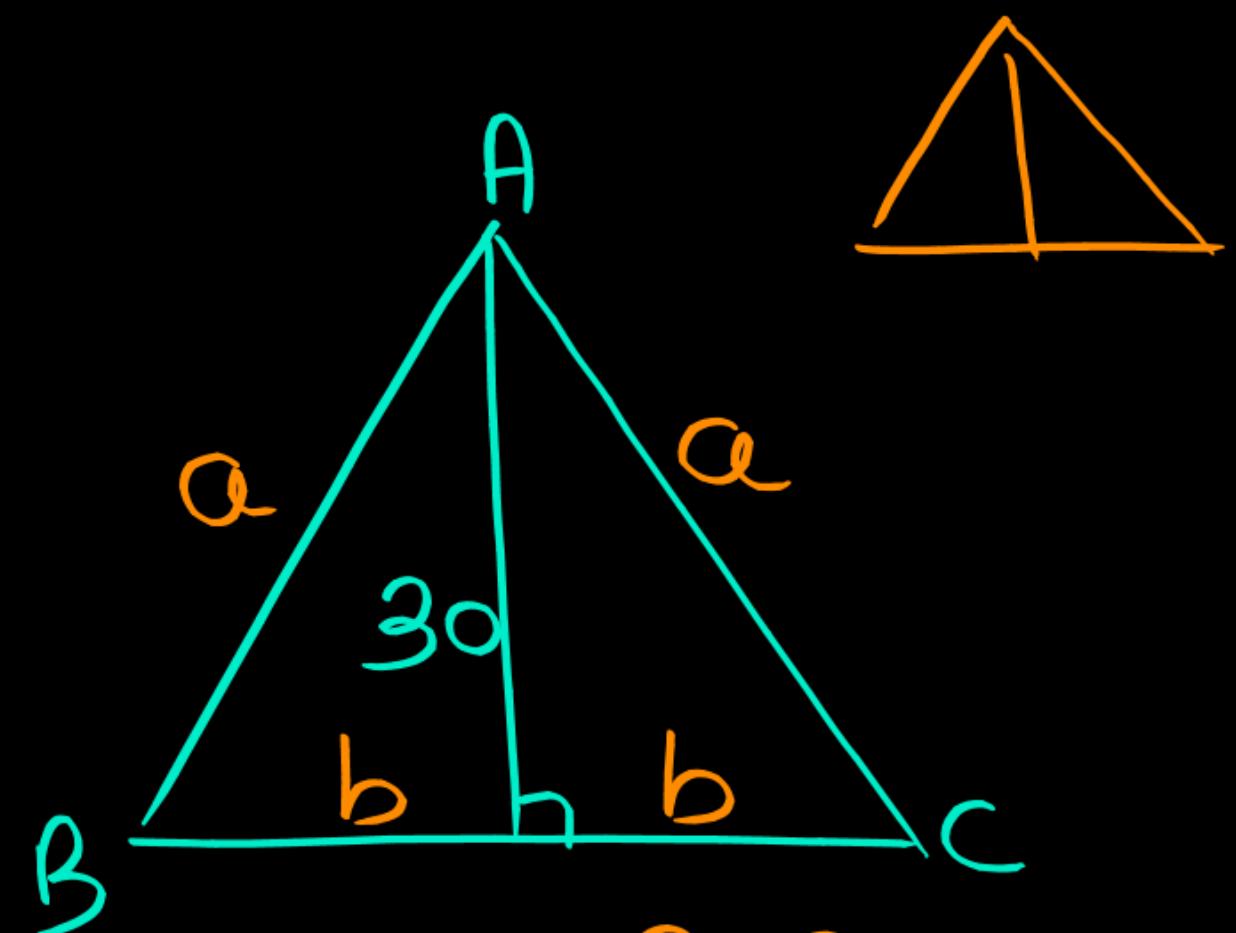
(a) 24

(b) 15

(c) 9

(d) 18

$$c-a < b < c+a$$



$$\text{base} = 2b$$

$$\Delta = \frac{1}{2} \times 45 \times 30$$

$$= 45 \times 15$$

$$= \underline{\underline{675}}$$

$$a^2 - b^2 = 30^2$$

$$(a+b)(a-b) = 900$$

$$60$$

$$\underline{\underline{a-b=15}}$$

If the height of an isosceles triangle is 30 cm and the perimeter is 120 cm. Find the area of the triangle?
किसी समद्विबाहु त्रिभुज के ऊंचाई 30 cm हो और परिमाप 120 cm है। त्रिभुज की क्षेत्रफल ज्ञात करें?

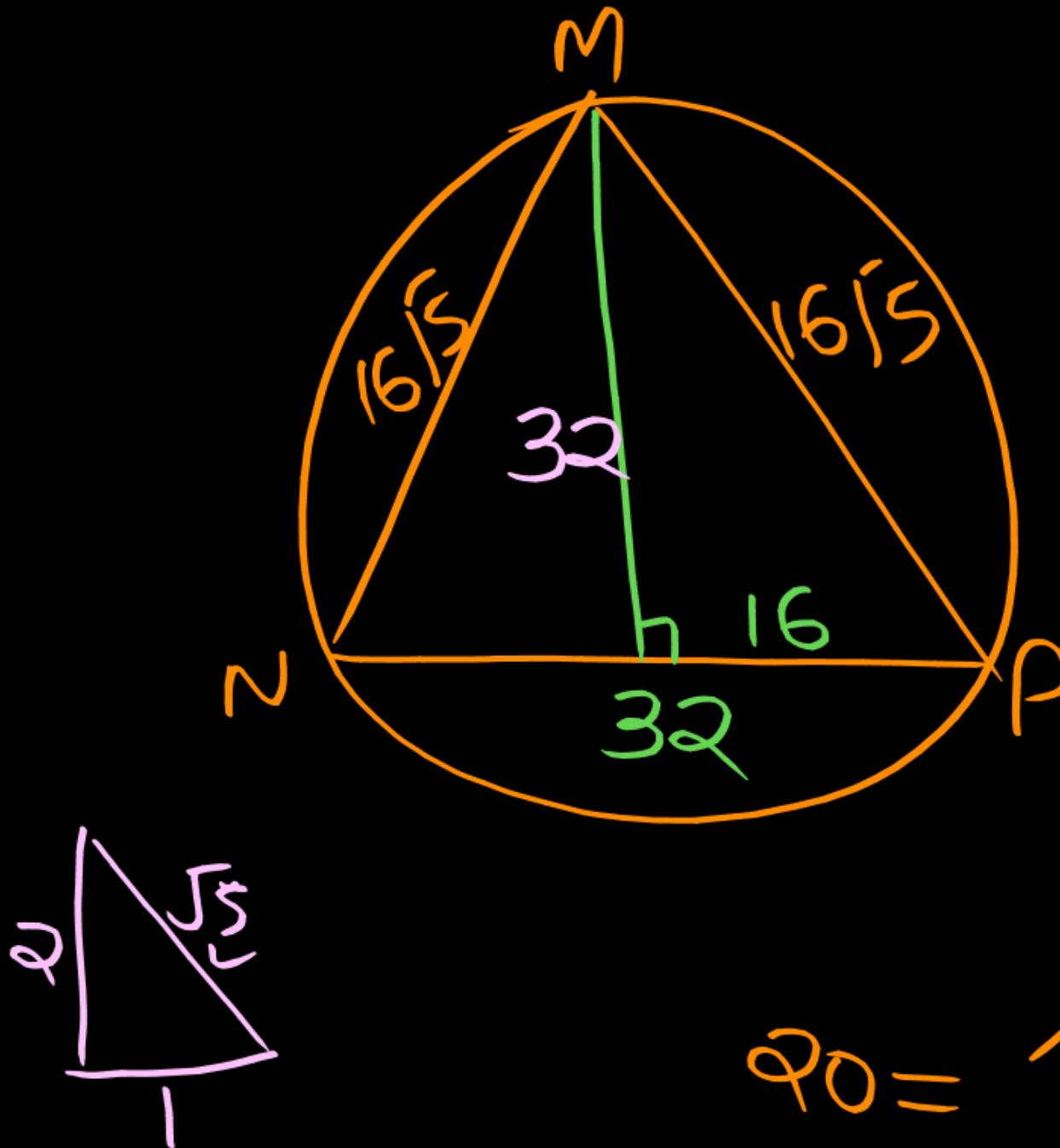
- (a) 1350 cm^2
- (b) 650 cm^2
- (c) 675 cm^2
- (d) 1200 cm^2

$$2a+2b=120$$

$$a+b = 60$$

$$a-b = 15$$

$$\underline{\underline{2b=45}}$$



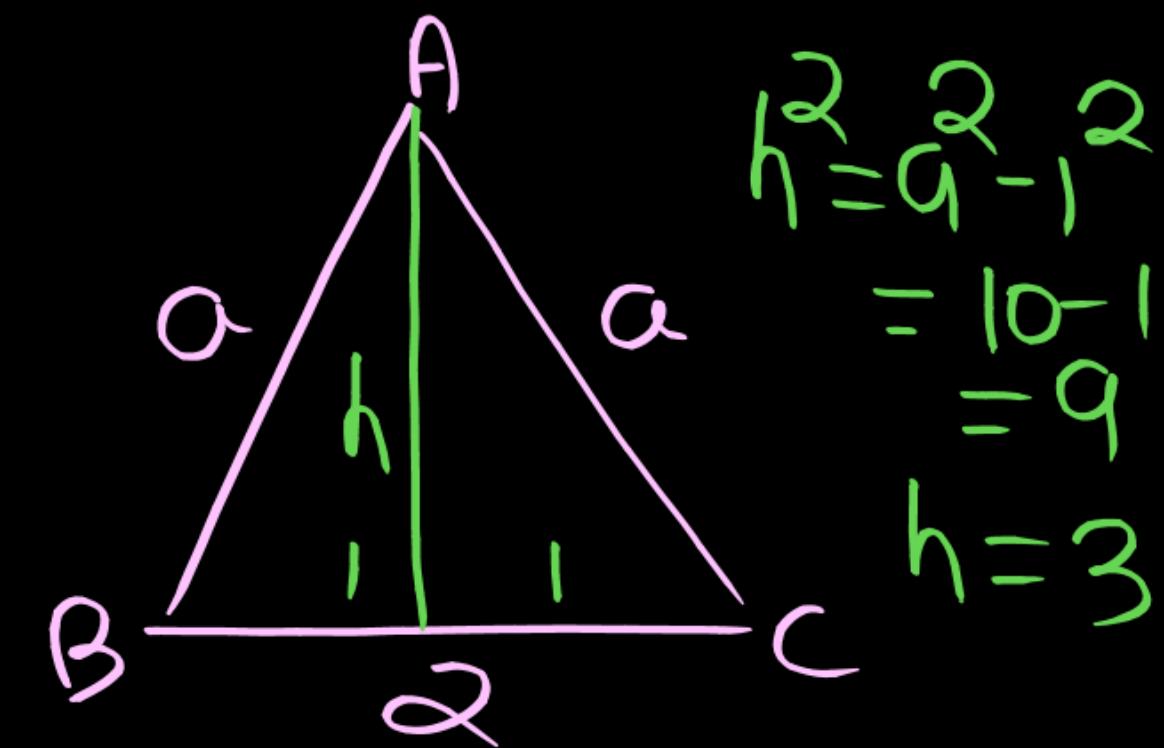
An isosceles $\triangle MNP$ is inscribed in a circle.
 If $MN = MP = 16\sqrt{5}\text{cm}$, and $NP = 32\text{cm}$.
 What is the radius (in cm) of the circle?
 एक समद्विबाहु $\triangle MNP$ एक वृत्त में बना है। यदि $MN = MP = 16\sqrt{5}\text{cm}$ और $NP = 32\text{cm}$ है तो वृत्त की त्रिज्या की लंबाई (cm में) कितनी है?

- (a) $20\sqrt{5}$
- (b) 18
- (c) $18\sqrt{5}$
- (d) 20

SSC CGL 13.04.2022 (3rd Shift)

$$R = \frac{abc}{4\Delta} \quad (\text{Inradius } R = \frac{abc}{4\Delta})$$

$$\Delta = \frac{16\sqrt{5} \cdot 16\sqrt{5} \cdot 32}{4 \times \frac{1}{2} \times 32 \times 32}$$



$$h^2 = a^2 - 1^2$$

$$= 10 - 1$$

$$= 9$$

$$h = 3$$

$$5 \times 2 = 9 + 9$$

$$20 = 2 \times 9$$

$$\underline{\underline{9 = 10}}$$

$$5BC = AB + AC$$

$$\underline{\underline{5 \times 2 = 2 + 2}}$$

An unequal side of an isosceles triangle is 2 cm. Medians drawn on equal sides are per-pendicular. Find the area of triangle.

समद्विबाहु त्रिभुज की असमान भुजा 2 सेमी है, समान भुजाओं पर खिंची गई माध्यकाएं लम्बवत होती हैं। त्रिभुज का क्षेत्रफल है:

(A) 2 cm^2

(B) 1 cm^2

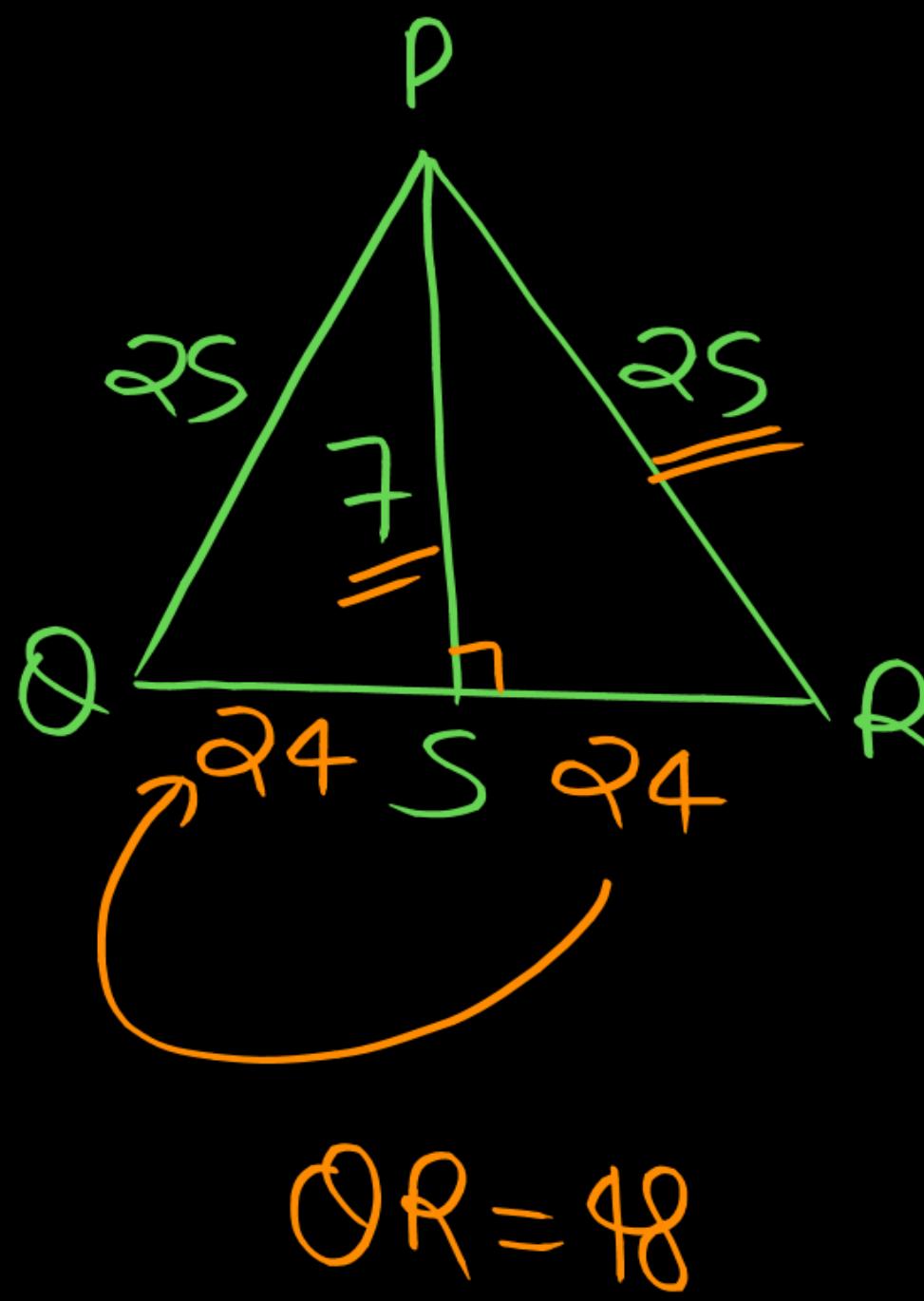
(C) 3 cm^2

(D) 5 cm^2

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times h$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 3$$

$$= 3$$



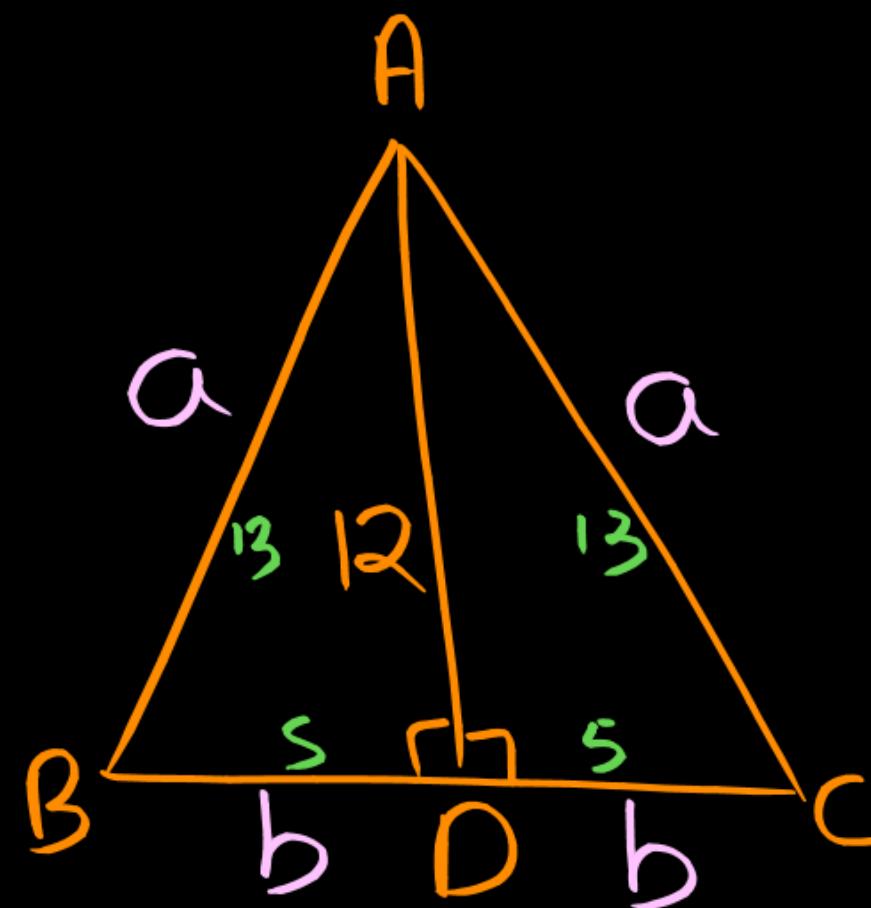
$\triangle PQR$ is an isosceles triangle with $PQ = PR = 25$ cm. If PS is the median on QR from P such that $PS = 7$ cm, then the length of QR is:

$\triangle PQR$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें $PQ = PR = 25$ सेमी है। यदि PS , QR पर P से इस प्रकार माध्यिका है कि $PS = 7$ सेमी है, तो QR की लंबाई है:

- (a) 48 cm
- (b) 45 cm
- (c) 42 cm
- (d) 38 cm

PS - height भी होगी।

SSC CHSL 12.04.2021 (Shift- 3)



$$a^2 - b^2 = 12^2$$

$$(a+b)(a-b) = 144$$

~~18~~

In an isosceles triangle ABC, $AB = AC$ and AD is perpendicular to BC . If $AD = 12 \text{ cm}$ and the perimeter of $\triangle ABC$ is 36 cm , then the length of BC (in cm) is:

समद्विबाहु त्रिभुज ABC में, $AB = AC$ और AD , BC के लंबवत् है। यदि $AD = 12\text{cm}$ और $\triangle ABC$ का परिमाप ~~36cm~~ है, तो BC की लंबाई (cm में) ज्ञात करें।

- (a) 12
- (b) 5
- (c) 13
- (d) 10

SSC CHSL 05.08.2021 (Shift- 1)

$$2a + 2b = 36$$

$$a + b = 18$$

$$\frac{a - b = 8}{2b = 10}$$

$$\angle A = \angle B = \angle C = \frac{180}{3} = 60^\circ$$

all angle bisector

= all median

= all height

= all Lrbisector of sides.

\Rightarrow all 4 centres lie on a single pt.

$$R = \frac{a \cdot a \cdot a}{4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} a^2} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

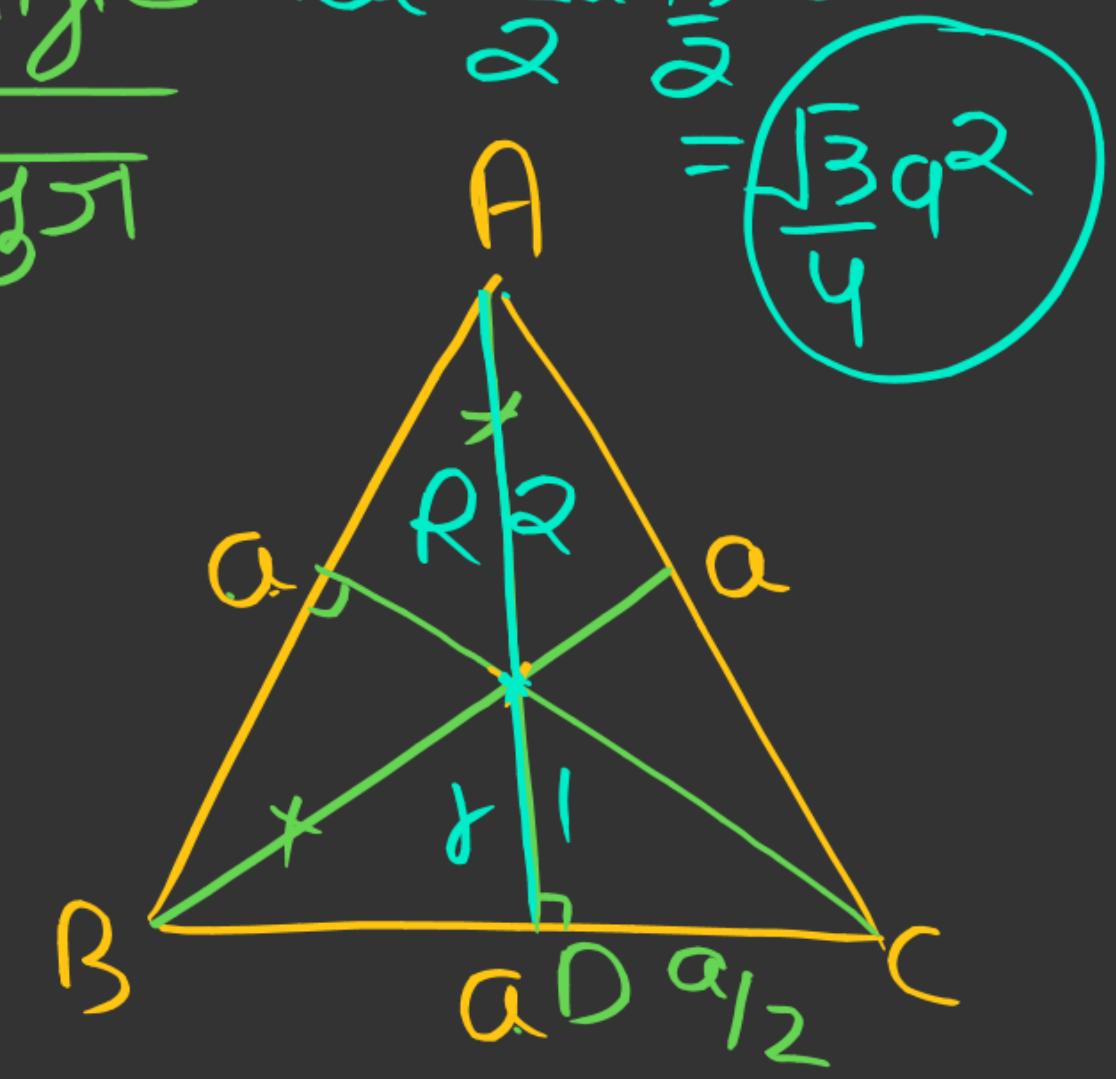
$$r = \frac{\sqrt{3}a^2}{4a/\sqrt{3}} = \frac{\Delta}{s}$$

equilateral triangle area = $\frac{1}{2}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a$

समबाहु त्रिभुज

$$\frac{R}{r} = \frac{2}{1} > \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

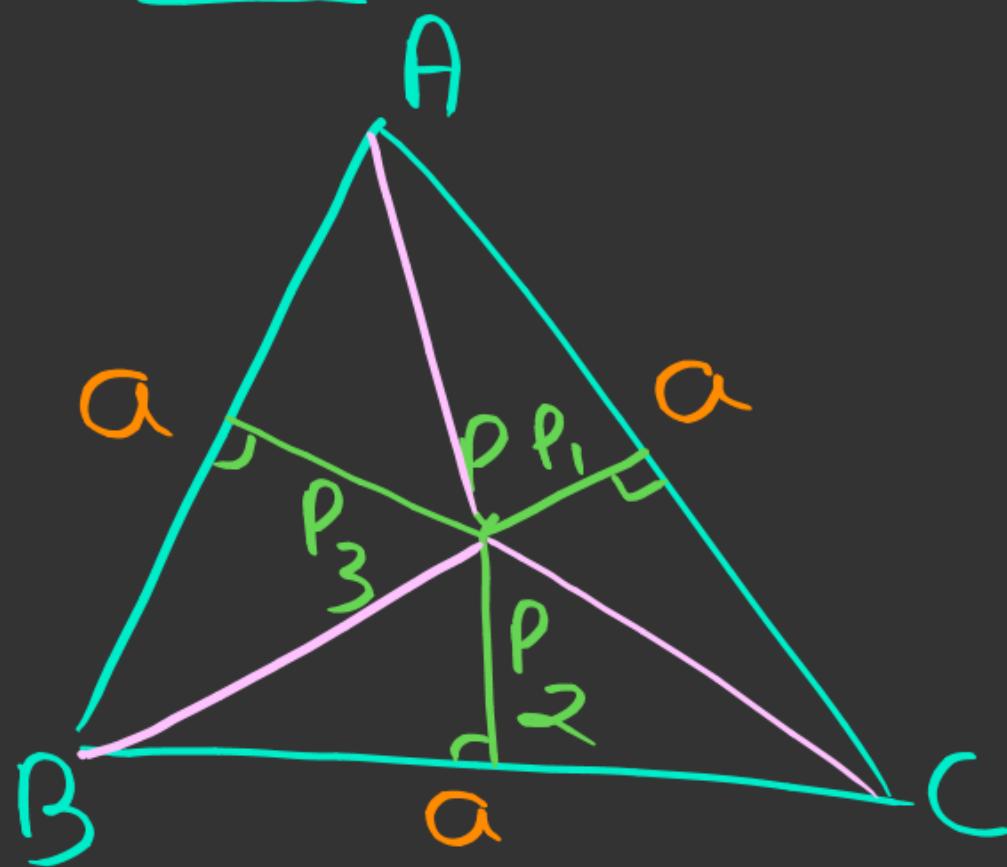
$$\left(R = \frac{a}{\sqrt{3}}, r = \frac{a}{2\sqrt{3}} \right)$$



$$AD = \text{height} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}}$$

$$= \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Note



$$P_1 + P_2 + P_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow a = \frac{2}{\sqrt{3}}(P_1 + P_2 + P_3)$$

$$APB + BPC + APC = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

$$\frac{1}{2}aP_3 + \frac{1}{2}aP_2 + \frac{1}{2}aP_1 = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

$$P_1 + P_2 + P_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

An isosceles triangle ABC is right angled at B. D is a point inside the triangle ABC. P and Q are the feet of the perpendiculars drawn from D on the side AB and AC respectively of $\triangle ABC$. If $AP = a$ cm, $AQ = b$ cm, and $\angle BAD = 15^\circ$, then $\sin 75^\circ$ is ?

एक समद्विबाहु त्रिभुज ABC, B पर समकोण है। D त्रिभुज ABC के अंदर एक बिंदु है। P और Q क्रमशः $\triangle ABC$ की भुजा AB और AC पर D से खींचे गए लंबों के पाद हैं। यदि $AP = a$ सेमी, $AQ = b$ सेमी, और $\angle BAD = 15^\circ$ है, तो $\sin 75^\circ$ कितना है?

(a) $\frac{2b}{\sqrt{3}a}$

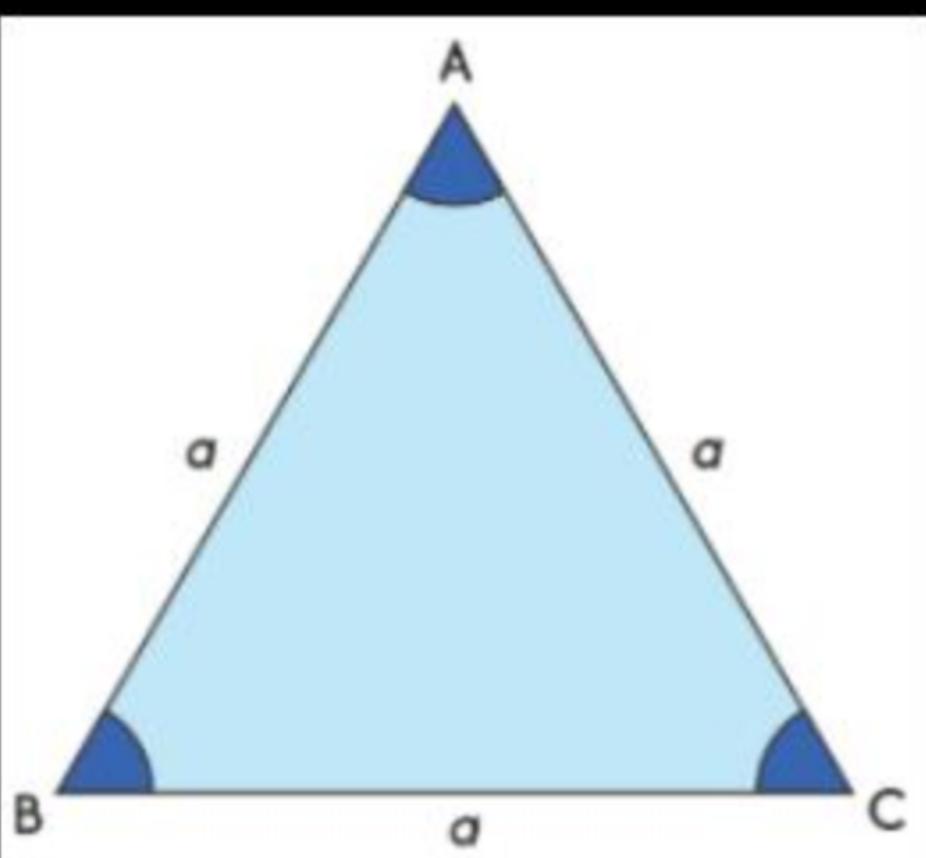
(b) $\frac{a}{2b}$

(c) $\frac{\sqrt{3}a}{2b}$

(d) $\frac{2a}{\sqrt{3}b}$

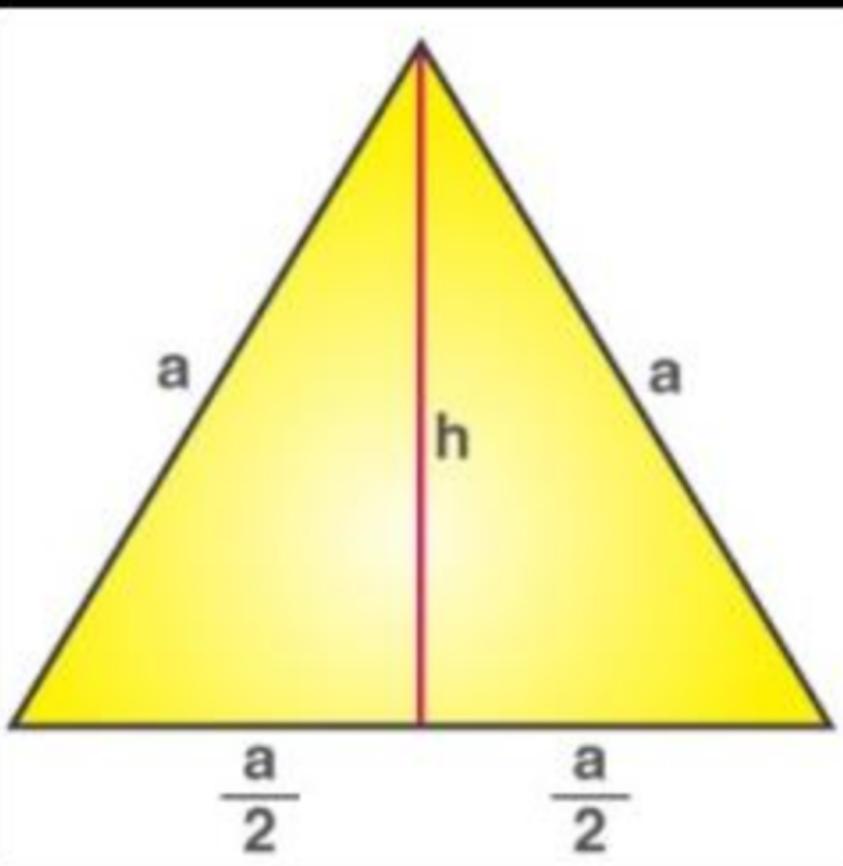
Equilateral Triangle / समबाहु त्रिभुज

- An equilateral triangle has all three sides equal to each other. Due to this all the internal angles are of equal degrees, i.e. each of the angles is 60°
 - एक समबाहु त्रिभुज की तीनों भजाएँ एक दूसरे के बराबर होती हैं। इसके कारण सभी आंतरिक कोण बराबर डिग्री के होते हैं, यानी प्रत्येक कोण 60° का होता है।
- $AB = BC = CA$
- $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$



□ Height of Equilateral Triangle (h) = $\frac{\sqrt{3}}{2} a$

□ Area of Equilateral Triangle (Δ) = $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

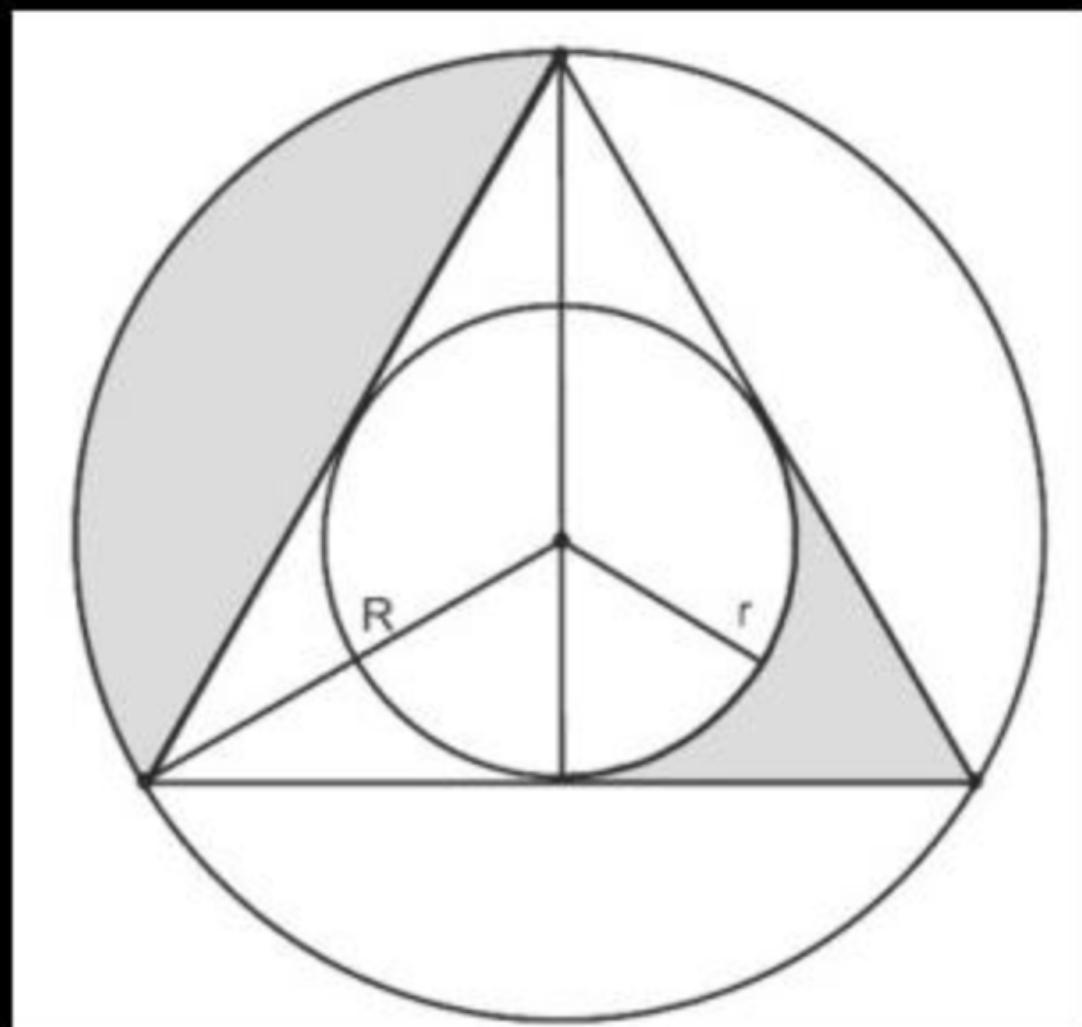


- In an equilateral triangle, radius of circumcircle is equal to twice the radius of its in-circle i.e., if $\triangle ABC$ is an equilateral triangle, then $R = 2r$.
- एक समबाहु त्रिभुज में, परिवृत्त की त्रिज्या उसके अंतःवृत्त की त्रिज्या के दोगुने के बराबर होती है, अर्थात् यदि $\triangle ABC$ एक समबाहु त्रिभुज है, तो $R = 2r$

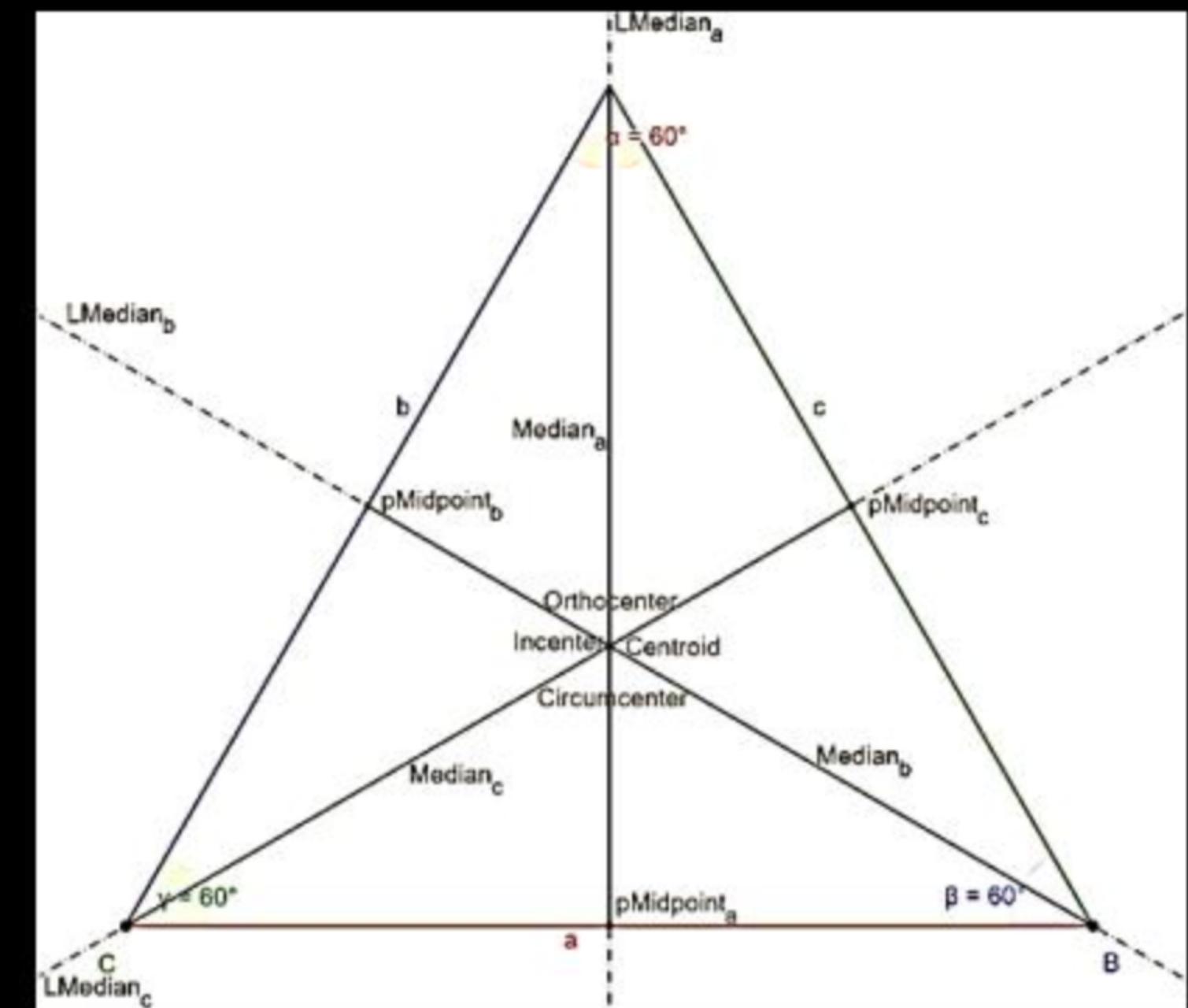
In-radius of an equilateral triangle (r) = $\frac{a}{2\sqrt{3}}$

Circumradius of an equilateral triangle (R) = $\frac{a}{\sqrt{3}}$

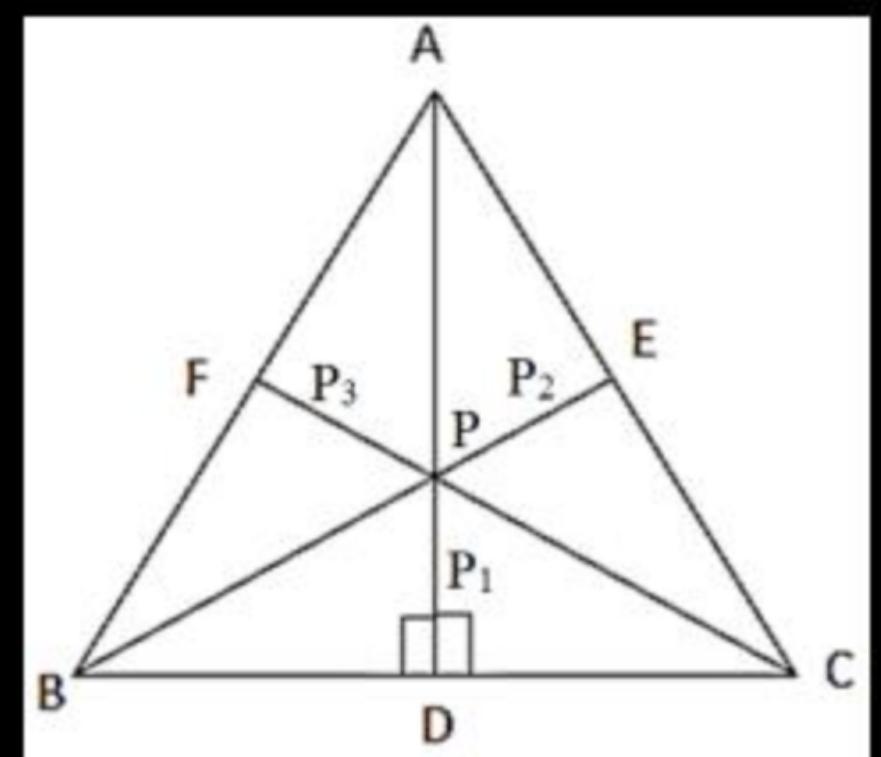
$R : r = \frac{a}{\sqrt{3}} : \frac{a}{2\sqrt{3}} = 2 : 1$

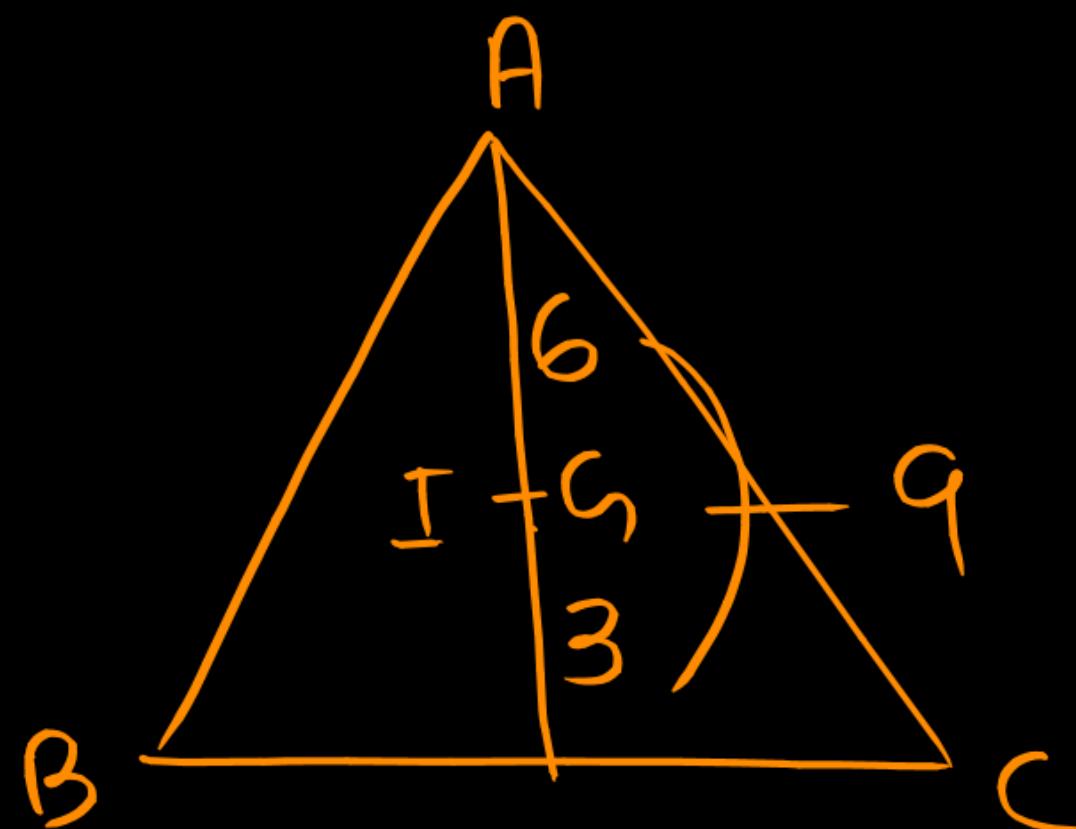


- In an equilateral Triangle all the four centres are coincident i.e., centroid, incentre, circumcentre and orthocentre of an equilateral triangle lie at the same point.
- एक समबाहु त्रिभुज में सभी चार केंद्र संपाती होते हैं अर्थात्, एक समबाहु त्रिभुज का केन्द्रक, अंतःकेंद्र, परिकेन्द्र और लंबकेन्द्र एक ही बिंदु पर स्थित होते हैं।



- The length of all three perpendicular drawn by a point P inside an equilateral triangle to all three sides is P_1, P_2 and P_3 .
- एक समबाहु त्रिभुज के भीतर एक बिंदु P द्वारा तीनों भुजाओं पर खींचे गए तीनों लंबों की लंबाई P_1, P_2 और P_3 है।
- Side of equilateral triangle = $\frac{2}{\sqrt{3}}(P_1 + P_2 + P_3)$
- Perimeter of equilateral triangle = $2\sqrt{3}(P_1 + P_2 + P_3)$
- Area of equilateral triangle = $\frac{1}{\sqrt{3}}(P_1 + P_2 + P_3)^2$

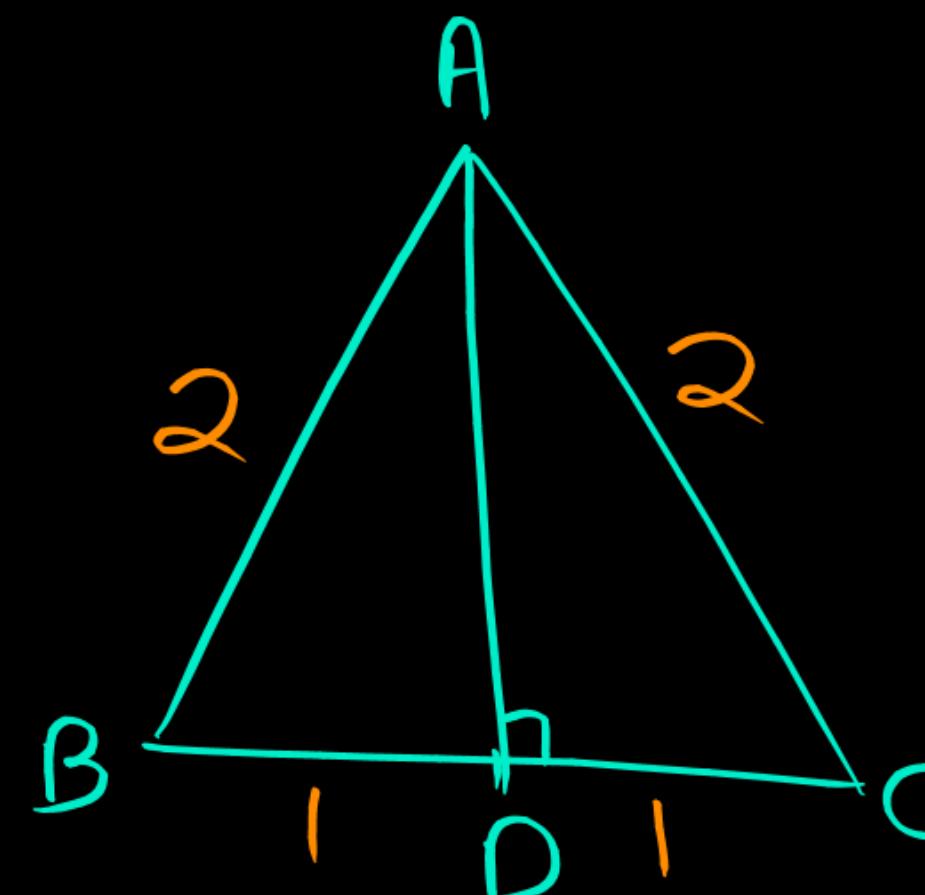




The in-radius of an equilateral triangle is of length 3 cm. Then the length of each of its medians is ?

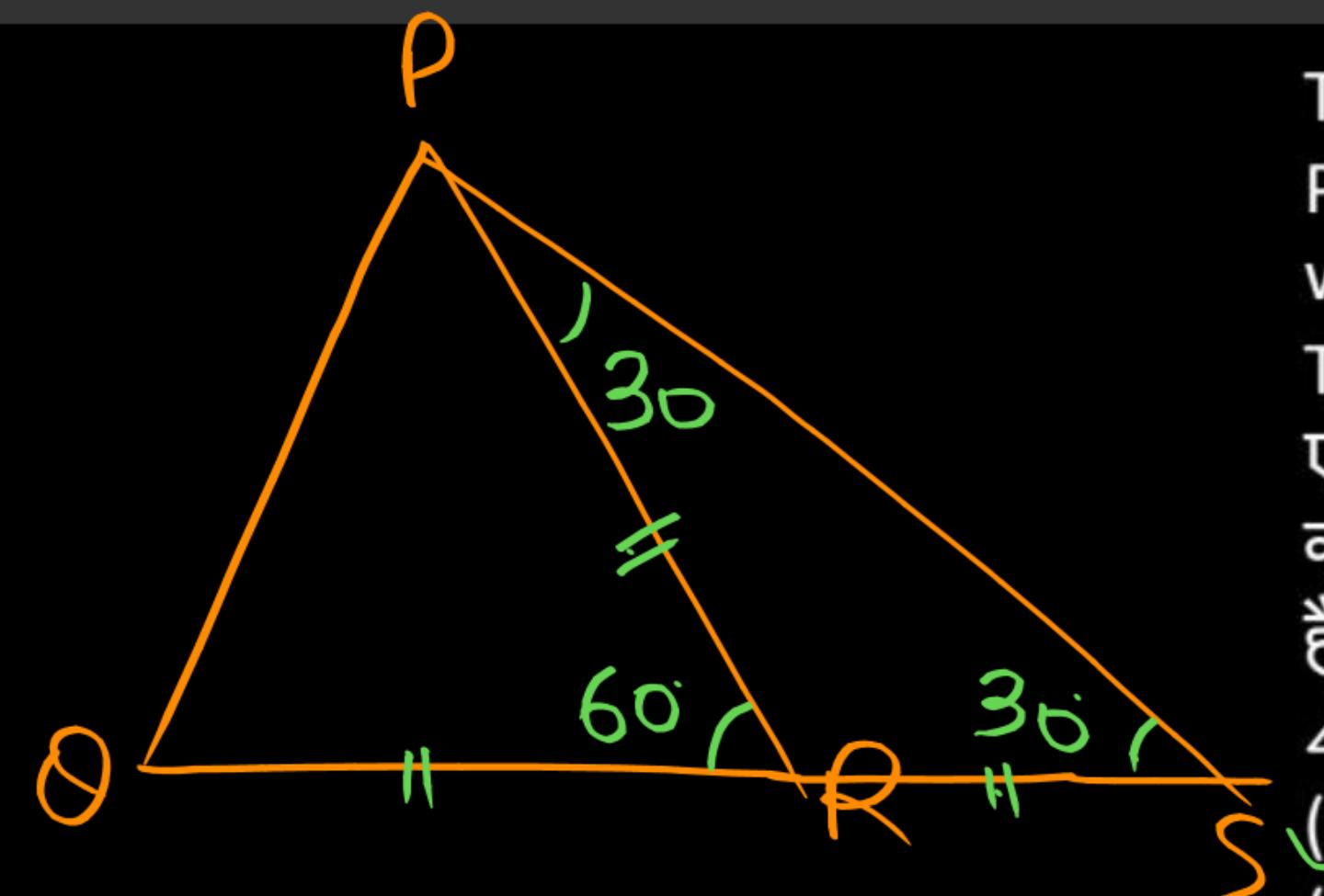
एक समबाहु त्रिभुज की अंतःत्रिज्या लम्बाई 3 सेमी है। तो इसकी प्रत्येक माध्यिका की लम्बाई क्या है?

- (a) 12 cm
- (b) 4.5 cm
- (c) 4 cm
- (d) 9 cm



If ABC is an equilateral triangle and D is a point on BC such that $AD \perp BC$, then ?
यदि ABC एक समबाहु त्रिभुज है और D, BC पर एक बिंदु इस प्रकार है कि $AD \perp BC$ है, तो?

- (a) $AB : BD = 1 : 1$
- (b) $AB : BD = 1 : 2$
- (c) $\checkmark AB : BD = 2 : 1$
- (d) $AB : BD = 3 : 2$



The side QR of an equilateral triangle PQR is produced to the point S in such a way that $QR = RS$ and P is joined to S. Then the measure of $\angle PSR$ is ?

एक समबाहु त्रिभुज PQR की भुजा QR को बिंदु S तक इस प्रकार बढ़ाया जाता है कि $QR = RS$ और P, S से जुड़ जाए। तो $\angle PSR$ का माप क्या है?

- (a) 30°
- (b) 15°
- (c) 60°
- (d) 45°

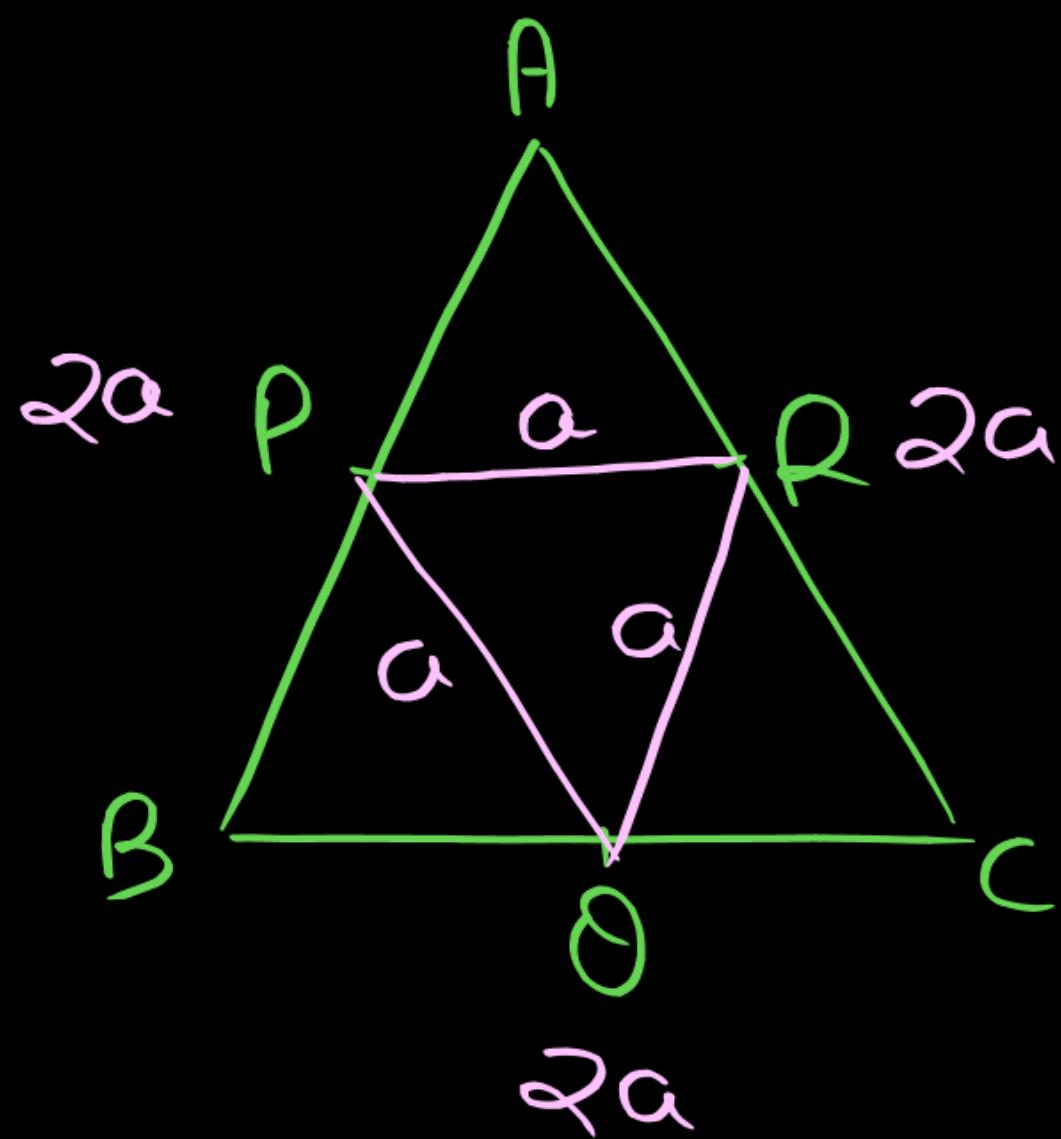
If the incentre of an equilateral triangle lies inside the triangle and its radius is 3 cm, then the side of the equilateral triangle is ?

यदि एक समबाहु त्रिभुज का अंतःकेंद्र त्रिभुज के अंदर है और इसकी त्रिज्या 3 सेमी है, तो समबाहु त्रिभुज की भुजा क्या है?

- (a) $9\sqrt{3}$ cm
- (b) ~~$6\sqrt{3}$~~ cm
- (c) $3\sqrt{3}$ cm
- (d) 6 cm

$$r = 3 = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

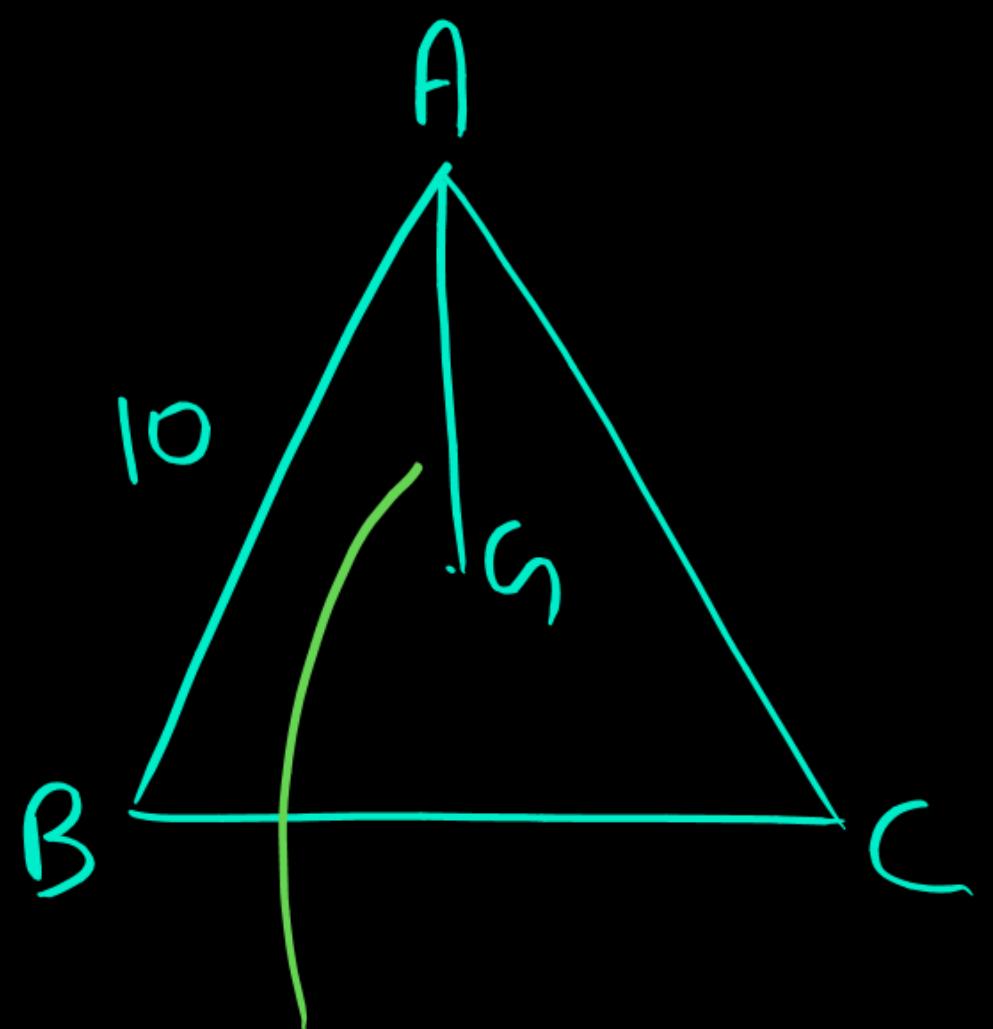
$$a = \underline{\underline{6\sqrt{3}}}$$



If ABC is an equilateral triangle and P, Q, R respectively denote the middle points of AB, BC, CA then.

यदि ABC एक समबाहु त्रिभुज है और P, Q, R क्रमशः AB, BC, CA के मध्य बिन्दुओं को निरूपित करते हैं।

- (a) PQR must be an equilateral triangle /
PQR एक समबाहु त्रिभुज होना चाहिए
- (b) $PQ + QR + PR = AB$
- (c) $PQ + QR + PR = 2AB$
- (d) PQR must be a right angled triangle /
PQR एक समकोण त्रिभुज होना चाहिए



$$R = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{10}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$$

G is the centroid of the equilateral $\triangle ABC$. If $AB = 10$ cm then length of AG is ?

G समबाहु ABC का केन्द्रक है। यदि AB = 10 सेमी है, तो AG की लंबाई क्या है?

(a) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ cm

(b) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ cm

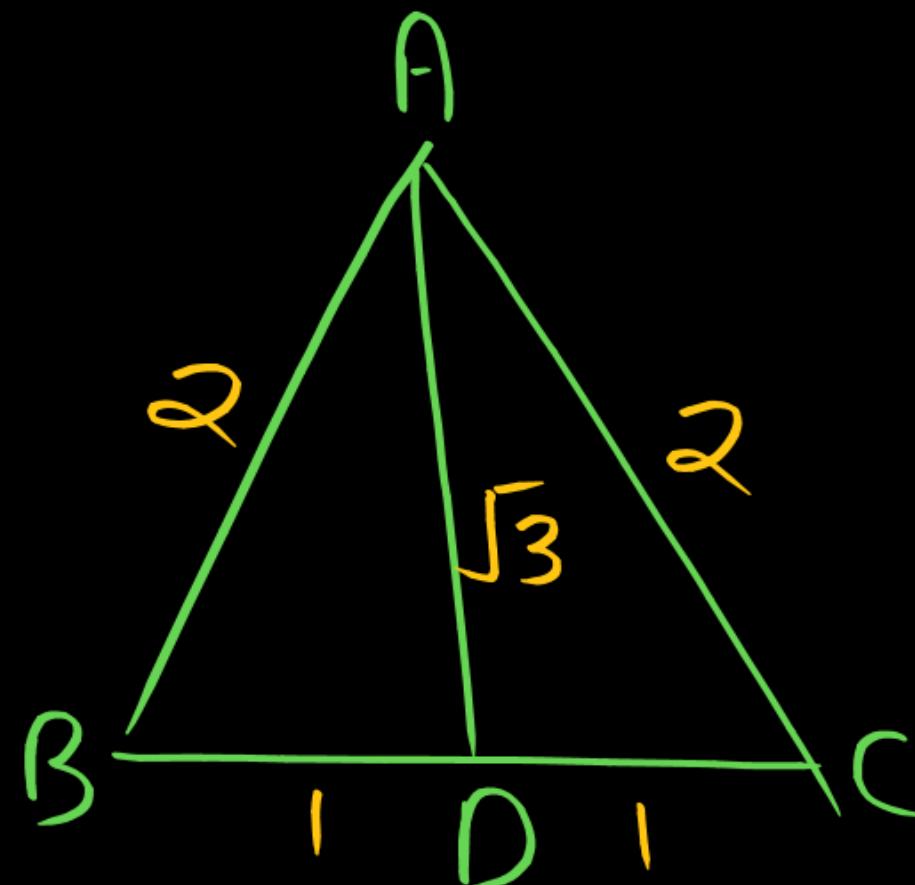
(c) $5\sqrt{3}$ cm

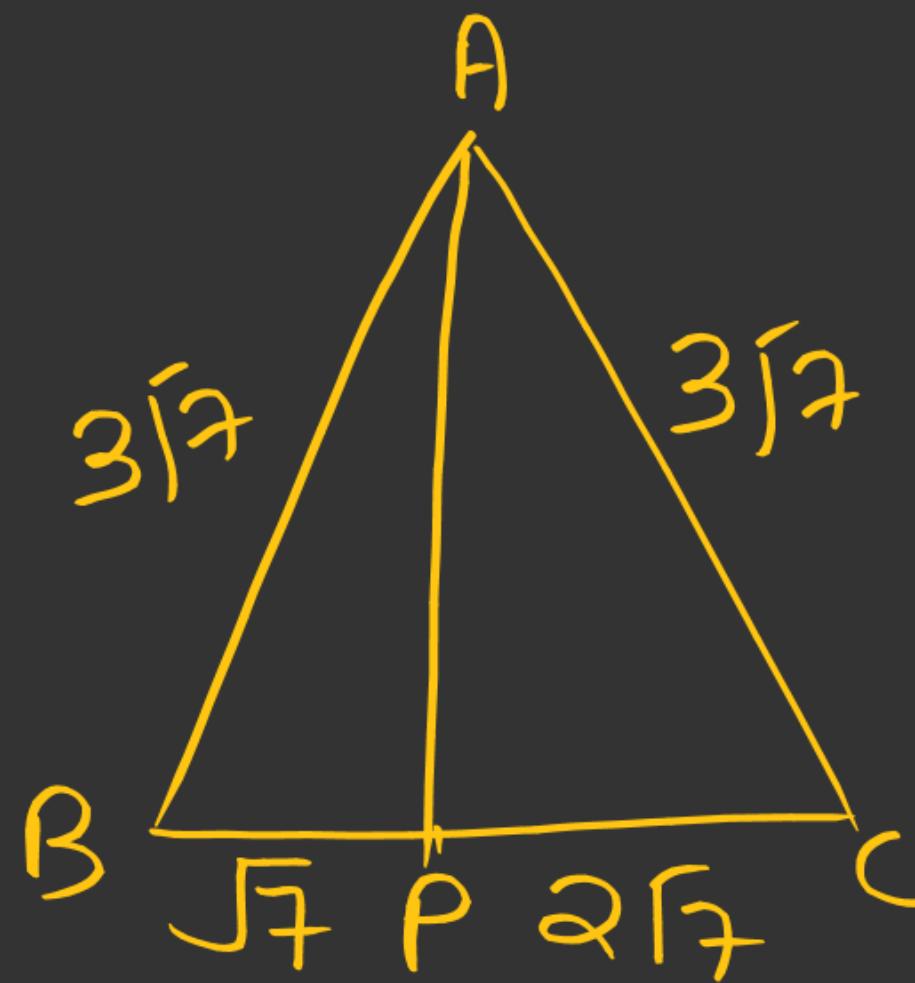
(d) $10\sqrt{3}$ cm

In a equilateral triangle ABC, if $AD \perp BC$, then :

एक समबाहु त्रिभुज ABC में, यदि $AD \perp BC$ है, तो:

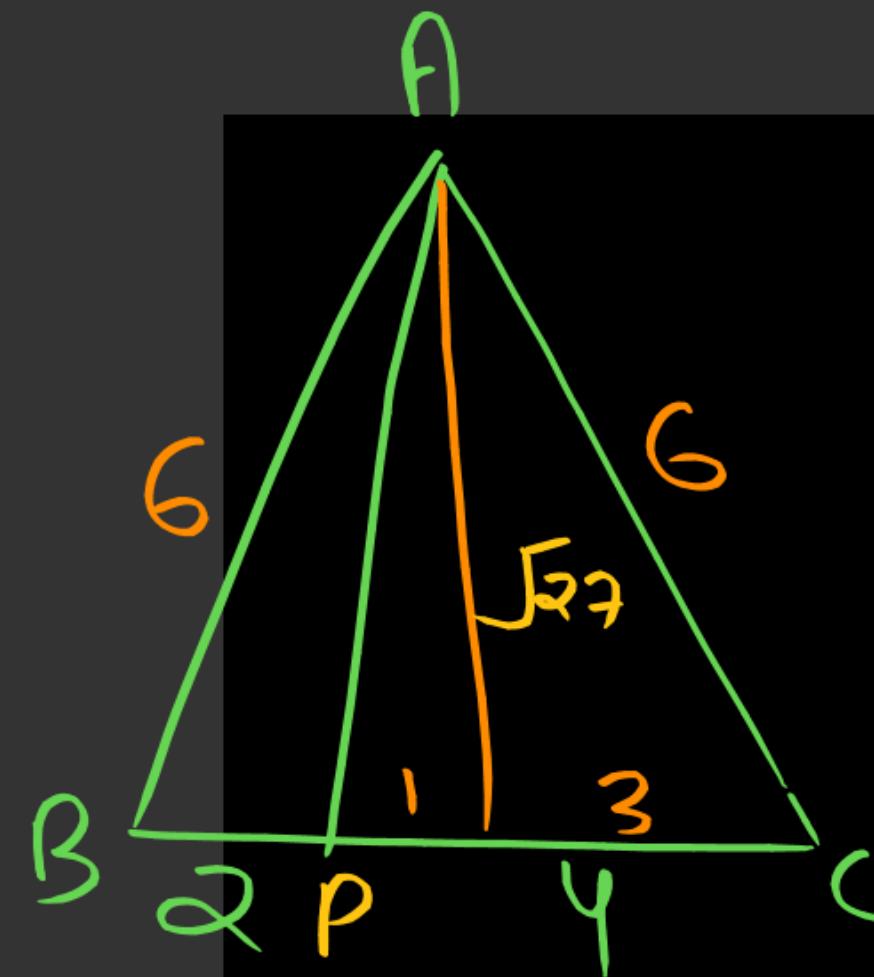
- (a) $2AB^2 = 3AD^2$
- (b) $4AB^2 = 3AD^2$
- (c) $3AB^2 = 4AD^2$
- (d) $3AB^2 = 2AD^2$





$$AP = \sqrt{63 - 14}$$

$$= \textcircled{7}$$



$$AP = \sqrt{28}$$

$$= 2\sqrt{7}$$

$$= \textcircled{7}$$

The side of an equilateral $\triangle ABC$ is $3\sqrt{7}$ cm.
P is a point on side BC such that $BP : PC = 1 : 2$. The length (in cm) of AP is:

समबाहु $\triangle ABC$ की भुजा $3\sqrt{7}$ सेमी है। BC पर बिन्दु P इस प्रकार है कि $BP : PC = 1 : 2$ है। AP की लंबाई (सेमी में) ज्ञात करें।

- Q : 4**
- (a) $6\sqrt{3}$
 - (b) $7\sqrt{3}$
 - (c) 6
 - (d) 7

$$6 - 3\sqrt{7}$$

$$2 - \sqrt{7}$$

$\triangle ABC$ is an equilateral triangle with side 18 cm. D is a point on BC such that $BD = 1/3 BC$. Then length (in cm) of AD is:

$\triangle ABC$, समबाहु त्रिभुज है जिसकी भुजा 18 सेमी है। यदि BC पर बिन्दु D इस प्रकार है कि $BD = 1/3 BC$ तो AD की लंबाई (सेमी में) ज्ञात करें।

R.W.
==

- (a) $6\sqrt{3}$
- (b) $6\sqrt{7}$
- (c) $7\sqrt{6}$
- (d) $8\sqrt{3}$

SSC CGL 23.08.2021 (3rd Shift)

The circumcentre of an equilateral triangle is at a distance of 3.2 cm from the base of the triangle. What is the length (in cm) of each of its altitudes?

एक समबाहु त्रिभुज का परिकेन्द्र त्रिभुज के आधार से 3.2 सेमी. की दूरी पर है। इसकी प्रत्येक भुजा की लंबाई (cm में) क्या है?

Rw

- (a) 6.4
- (b) 12.8
- (c) 7.2
- (d) 9.6

PQR is an equilateral triangle, O is the intersection of altitudes PL, QM, and RN. If OP = 8 cm, then what is the perimeter of the ▲PQR ?

PQR एक समबाहु त्रिभुज है, O ऊँचाई PL, QM और RN का प्रतिच्छेदन है। यदि OP = 8 सेमी, तो ▲PQR का परिमाप क्या है?

Rw

- (a) $8\sqrt{3}$ cm
- (b) $12\sqrt{3}$ cm
- (c) $16\sqrt{3}$ cm
- (d) $24\sqrt{3}$ cm

$$P_1 + P_2 + P_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$a = \frac{2}{\sqrt{3}} (6+7+9)$$

$$= \frac{44}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= 44\sqrt{3}$$

Perpendiculars are drawn on the sides of an equilateral triangle from any point within the triangle. If the lengths of these perpendiculars be 6cm, 7cm and 9cm, then the length of the side of the triangle is ?

त्रिभुज के भीतर किसी भी बिंदु से सम्बाहु त्रिभुज की भुजाओं पर लंब खोचे जाते हैं। यदि इन लंबों की लंबाई 6 सेमी, 7 सेमी और 9 सेमी है, तो त्रिभुज की भुजा की लंबाई है?

- (a) $\frac{44}{3}\sqrt{3}$ cm
- (b) $\frac{11}{3}\sqrt{3}$ cm
- (c) $\frac{22}{3}\sqrt{3}$ cm
- (d) $11\sqrt{3}$ cm

$\triangle ABC$ is an equilateral triangle in which D, E and F are the points on sides BC, AC and AB, respectively, such that $AD \perp BC$, $BE \perp AC$ and $CF \perp AB$. Which of the following is true?

$\triangle ABC$ एक समबाहु त्रिभुज है जिसमें D, E और F भुजाओं BC, AC और AB पर क्रमशः बिंदु हैं, जैसे कि $AD \perp BC$, $BE \perp AC$ और $CF \perp AB$. निम्नलिखित में से कौन सा ट्यूर है?

RW

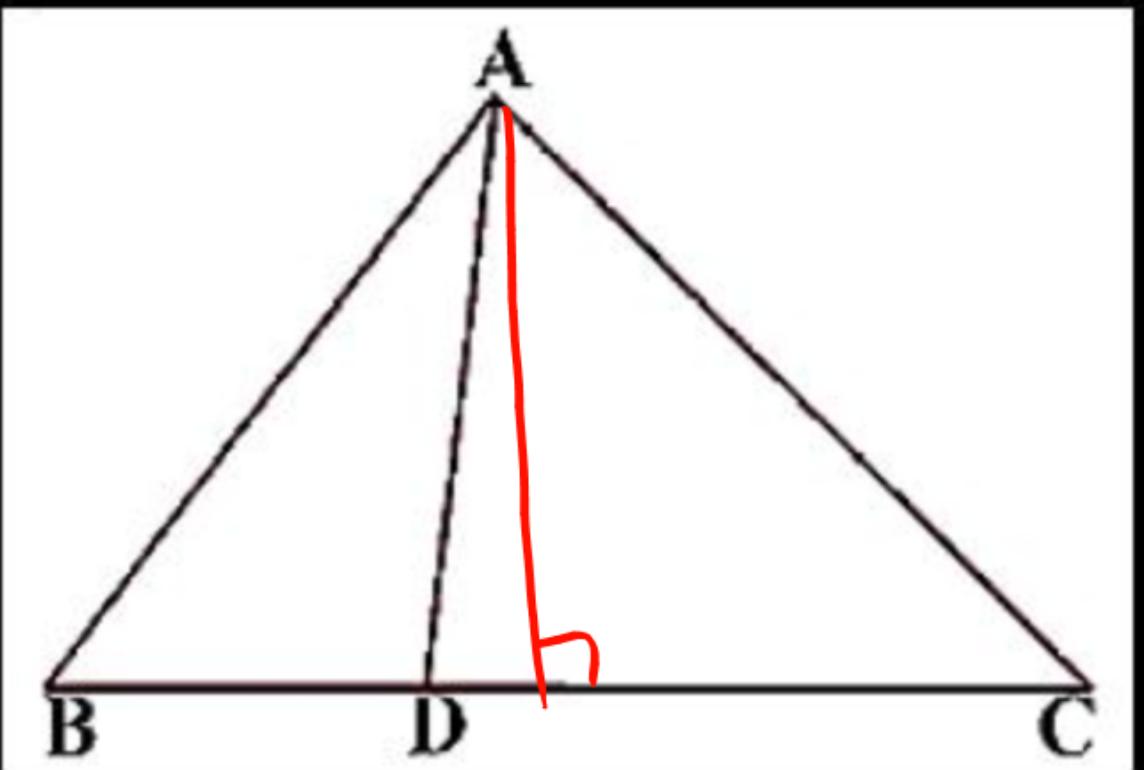
- (a) $7AB^2 = 9AD^2$
- (b) $4AC^2 = 5BE^2$
- (c) $2AB^2 = 3AD^2$
- (d) $3AC^2 = 4BE^2$

In an equilateral $\triangle ABC$, the medians AD, BE and CF intersect each other at point G.
If the area of quadrilateral BDGF is $12\sqrt{3}$ sq.cm., then the side of $\triangle ABC$ is:

एक समबाहु $\triangle ABC$ में, माध्यिका AD, BE और CF एक दूसरे को बिंदु G पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि चतुर्भुज BDGF का क्षेत्रफल $12\sqrt{3}$ वर्ग सेमी है, तो $\triangle ABC$ की भुजा है:

- (a) $10\sqrt{3}$ cm
- (b) 10 cm
- (c) $12\sqrt{3}$ cm
- (d) 12 cm

RW)



$\triangle ABC$ is an equilateral triangle in which $BD:DC=3:5$ then $AD/AC=?$

$\triangle ABC$ एक समबाहु त्रिभुज है जहाँ $BD:DC=3:5$ तब AD/AC ज्ञात करें?

- a) 7:8
- b) 3:4
- c) 5:6
- d) 15:16

पाइपा

Rw.

The area of a table top in the shape of an equilateral triangle is $9\sqrt{3}$ cm². What is the length (in cm) of each side of the table?

एक मेज की ऊपरी सतह जो कि समबाहु त्रिभुज के आकार वाली है, का क्षेत्रफल $9\sqrt{3}$ सेमी² है। मेज की प्रत्येक भुजा की लम्बाई (सेमी) क्या है।

SSC CGL 24.08.2021 (1st Shift)