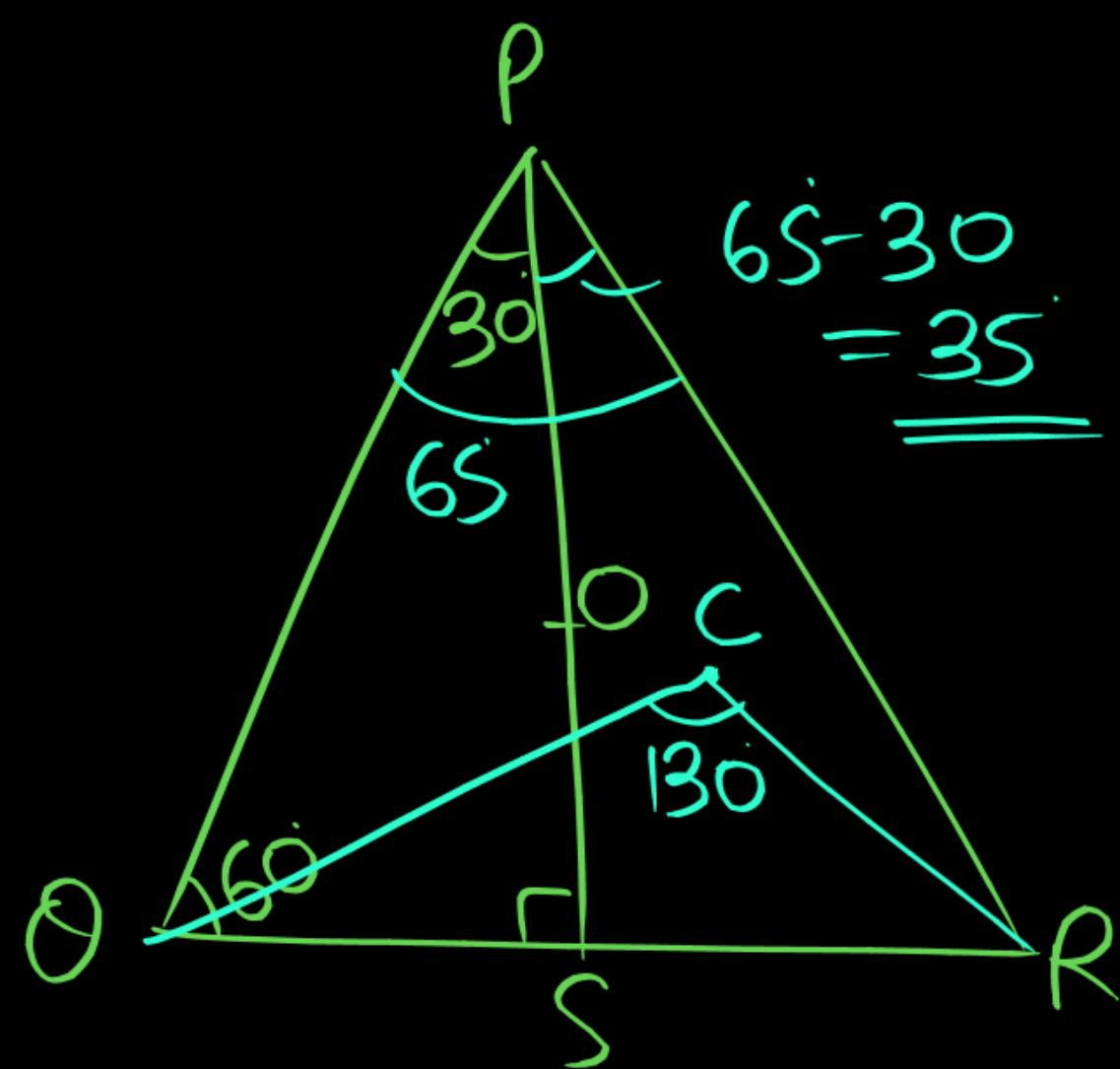


Q



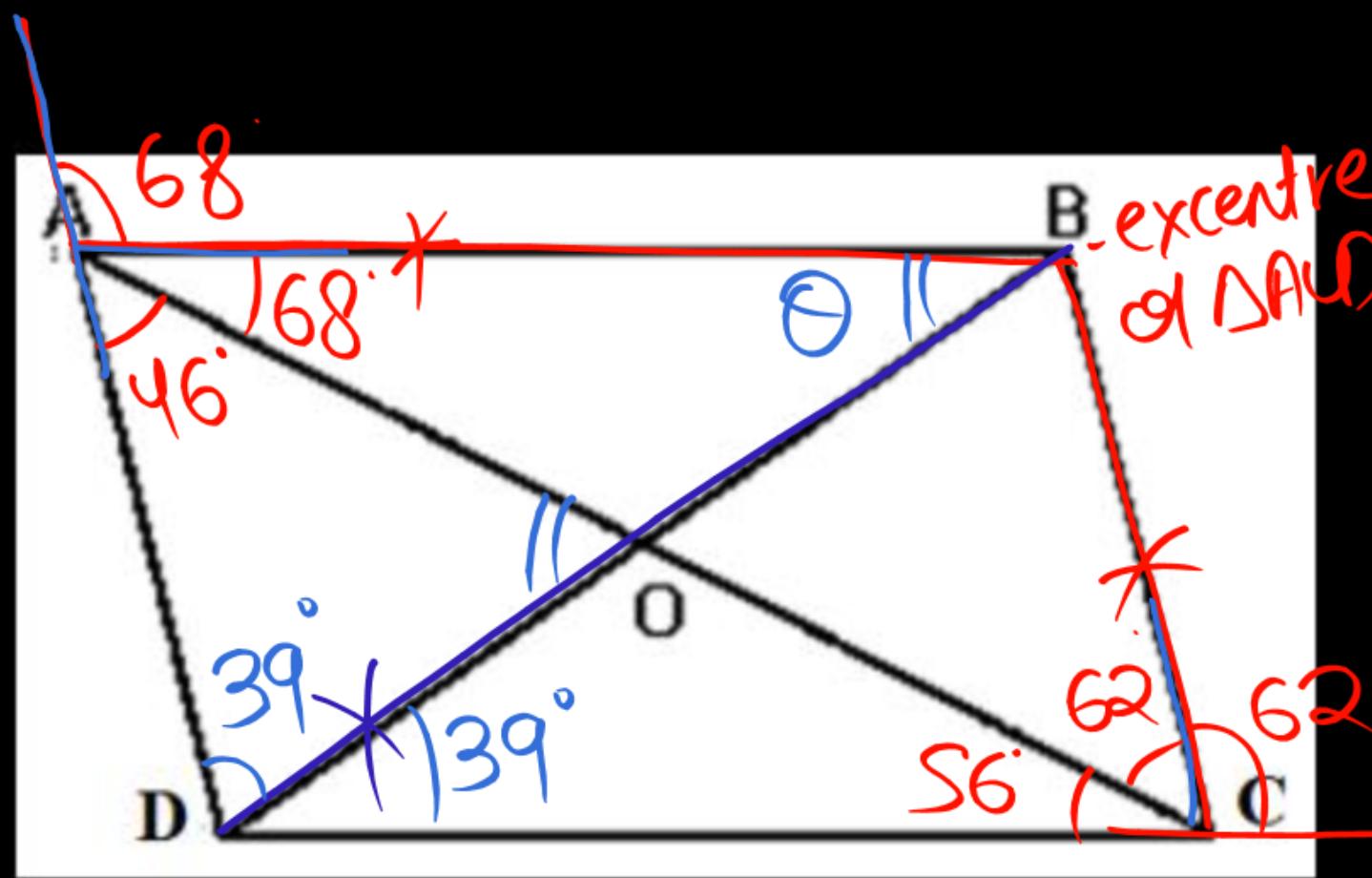
O and C are respectively the orthocenter and circum center of an acute-angled triangle PQR. The points P and O are joined and produced to meet the side QR at S. If $\angle PQS = 60^\circ$ and $\angle QCR = 130^\circ$, then $\angle RPS = ?$

एक न्यूनकोण त्रिभुज PQR में O तथा C क्रमशः लम्बकेन्द्र व परिकेन्द्र हैं। बिन्दु P को O से जोड़ा गया हो और आगे QR, S पर मिलता है। $\angle PQS = 60^\circ$ $\angle QCR = 130^\circ$ $\angle RPS = ?$

- (a) 30°
- (b) 100°
- (c) 35°
- (d) 60°

(SSC CHSL, 04.12.2011)

(2)



$$\begin{aligned}\angle ADC &= 180 - (46 + 56) \\ &= 78\end{aligned}$$

In the given figure, $\angle OAD = 46^\circ$, $\angle OAB = 68^\circ$, $\angle OCD = 56^\circ$ and $\angle OCB = 62^\circ$, then find $\angle AOB$?
दिए गए आंकड़े में, $\angle OAD = 46^\circ$, $\angle OAB = 68^\circ$, $\angle OCD = 56^\circ$ और $\angle OCB = 62^\circ$, तब $\angle ABO$ ज्ञात करे ?

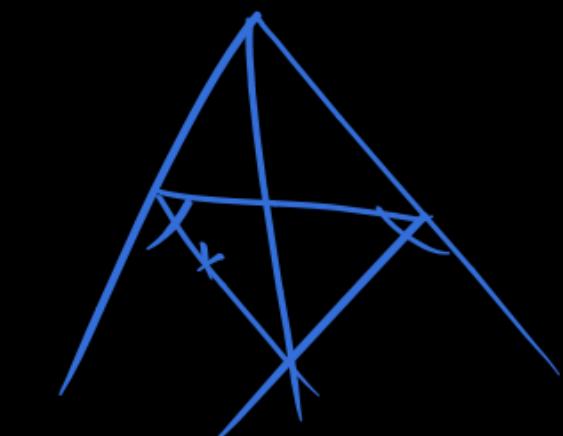
- (a) 81°
- (b) 98°
- (c) 48°
- (d) 27°

$\angle AOB$ में

$$(46 + 68) + 39 + \theta = 180$$

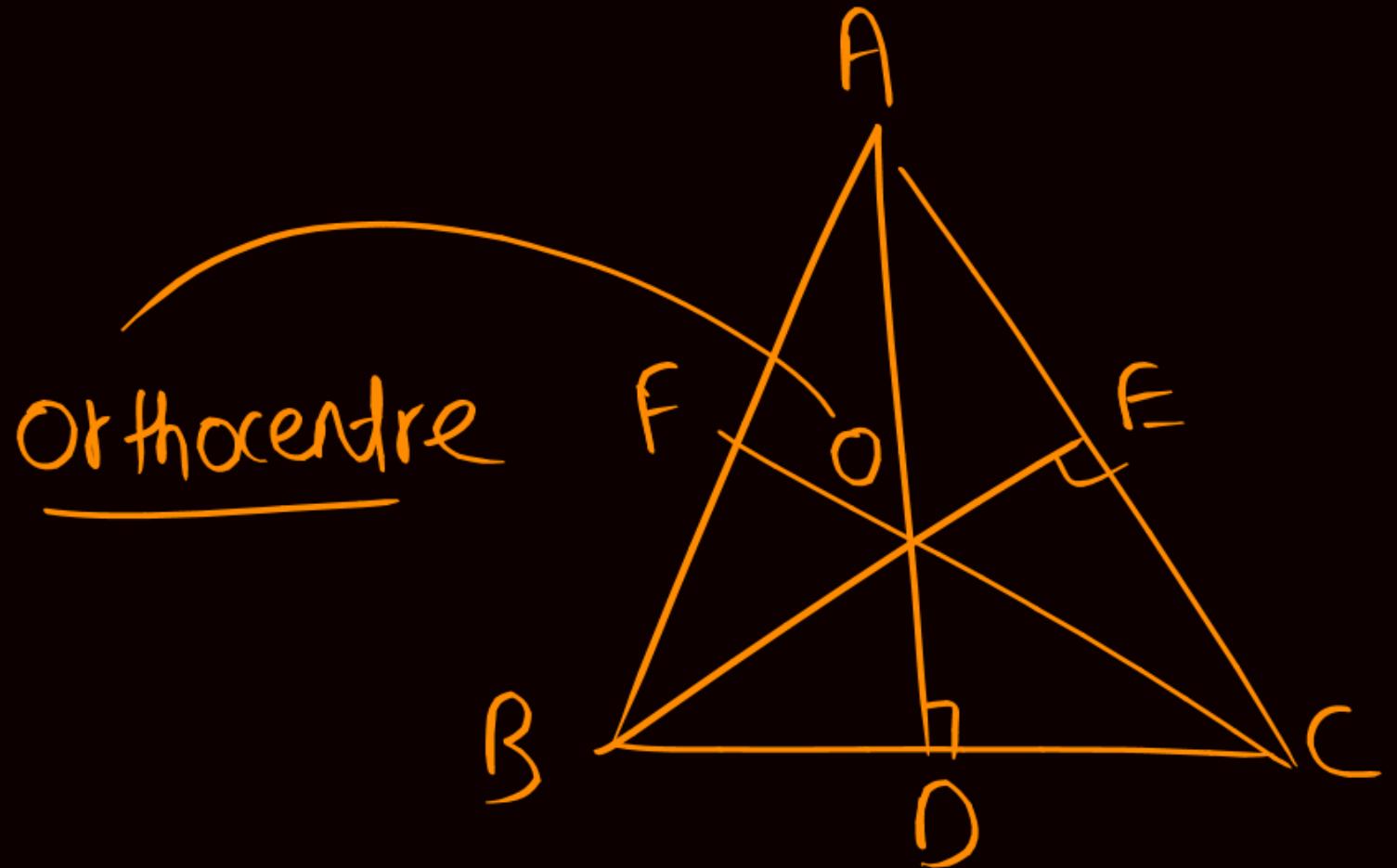
$$\theta = 180 - 153$$

$$= 27^\circ$$

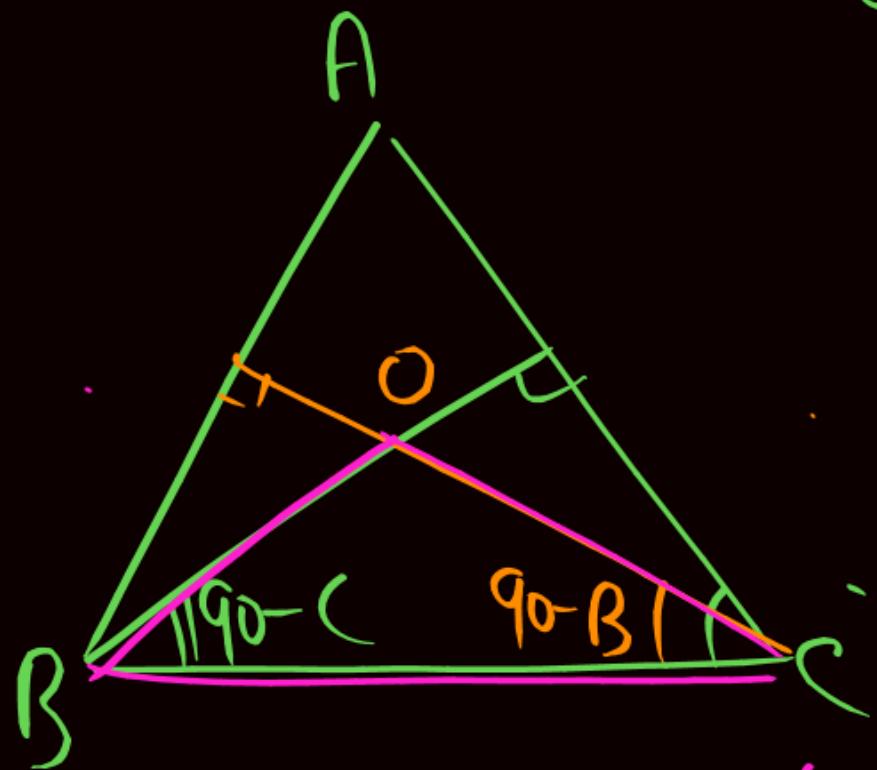


Orthocentre (অর্থোকেন্ট্র)

Intersection point of all altitude of a triangle.



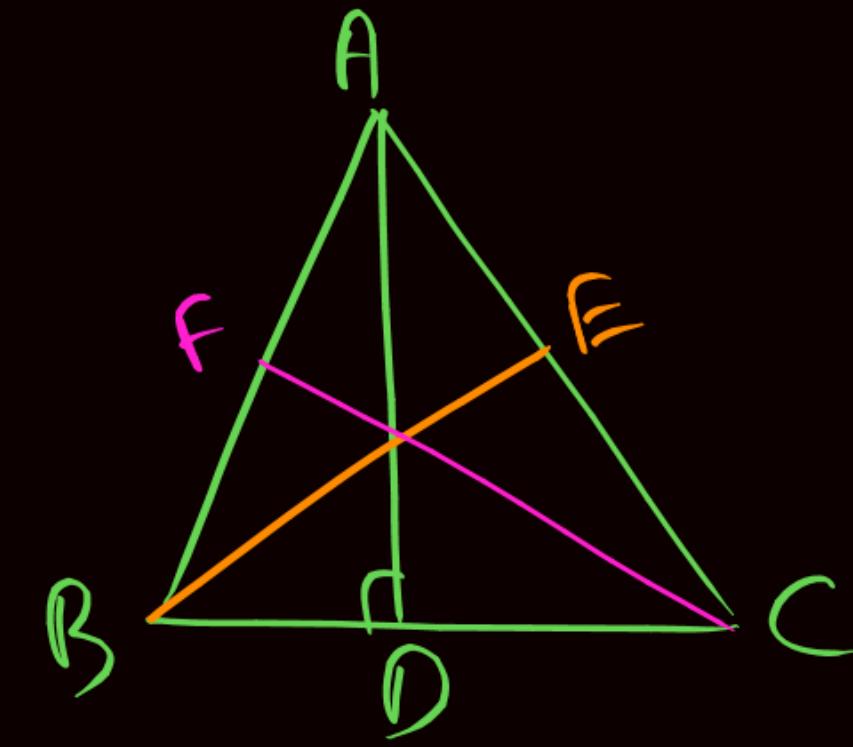
height \rightarrow It from vertex to
opposite side.



$$\begin{aligned}\angle BOC &= 180 - (90-C) - (90-B) \\ &= \textcircled{B+C} = 180 - \underline{\angle A}\end{aligned}$$

O is a orthocentre in $\triangle ABC$

$$\begin{aligned}\angle BOC &= 180 - \angle A \\ \angle COA &= 180 - \angle B \\ \angle AOB &= 180 - \angle C\end{aligned}$$



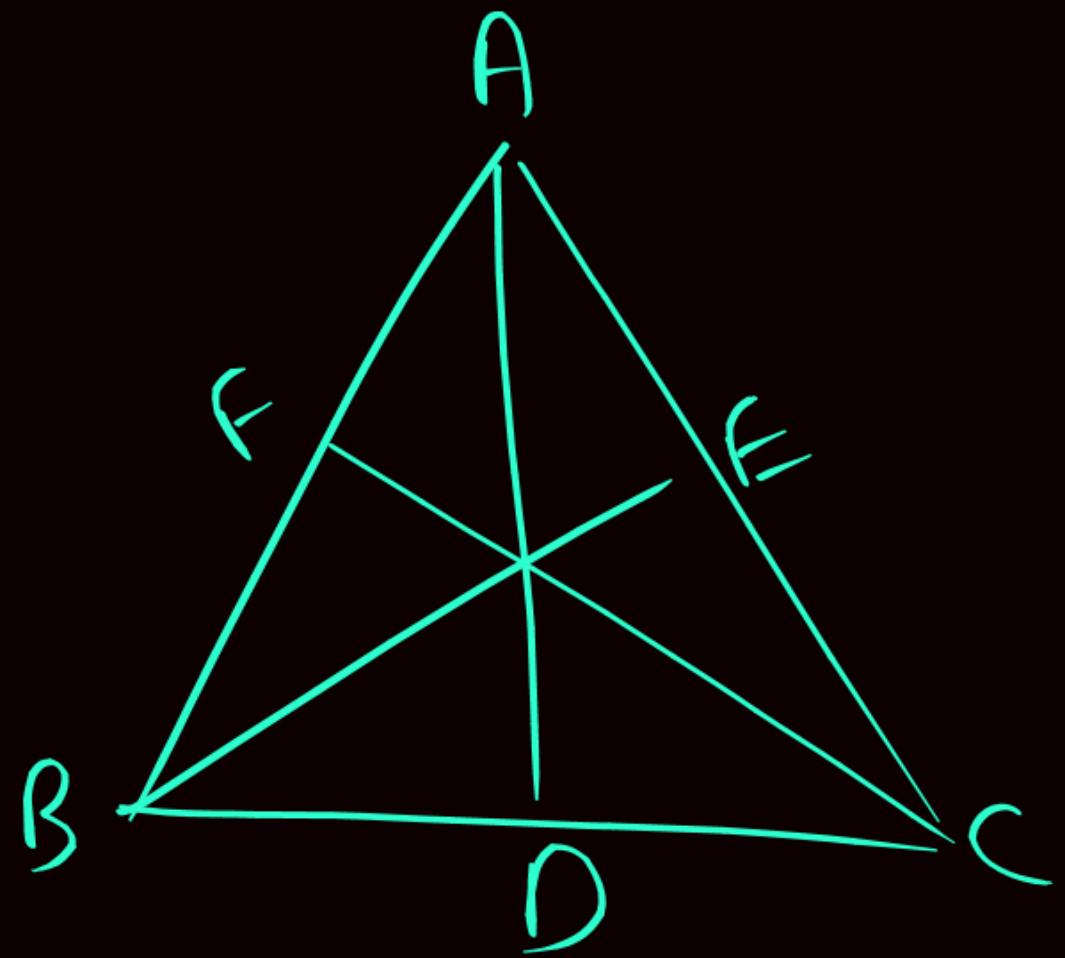
$$AD < AB$$

$$BE < BC$$

$$CF < AC$$

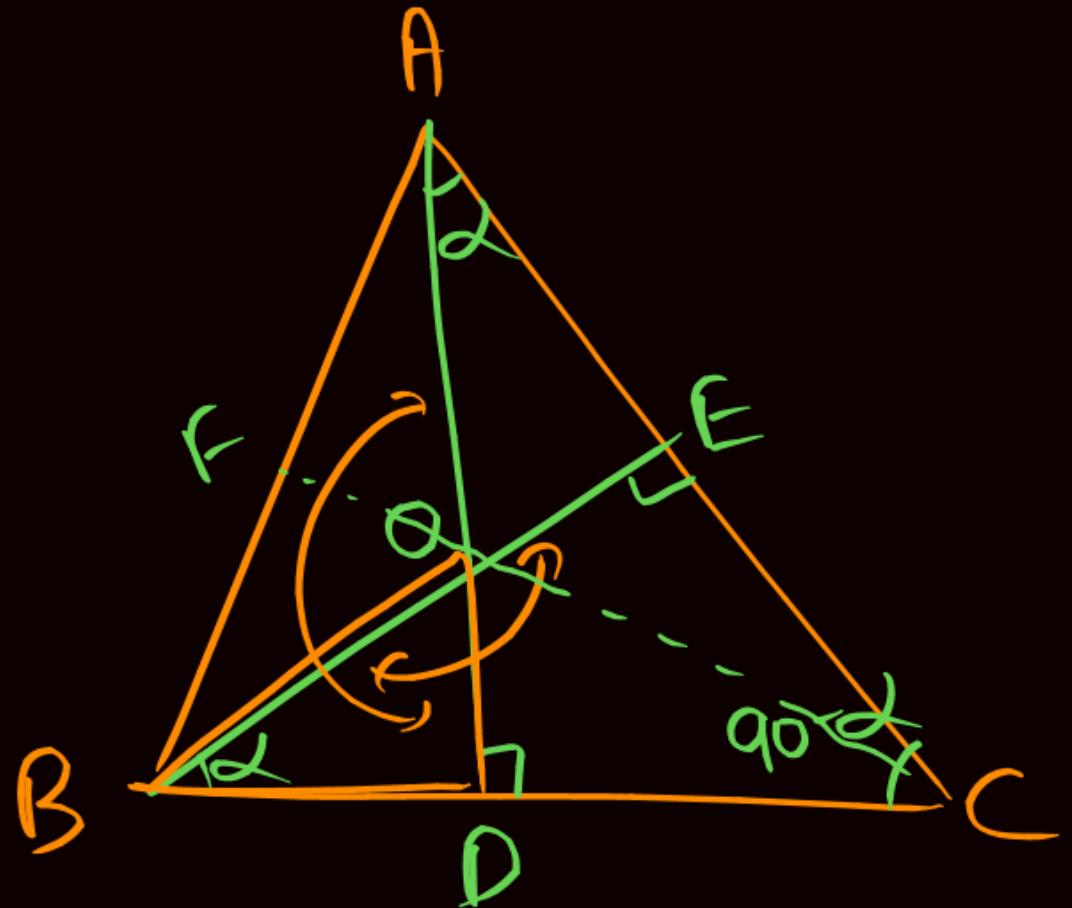
$$\frac{\text{Sum of height}}{\text{Sum of side}}$$

$$\text{area} = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height} = \frac{1}{2} BC \cdot AD = \frac{1}{2} BE \cdot AC = \frac{1}{2} CF \cdot AB$$



$$AD : BE : CF : \frac{1}{BC} : \frac{1}{AC} : \frac{1}{AB}$$

IMP



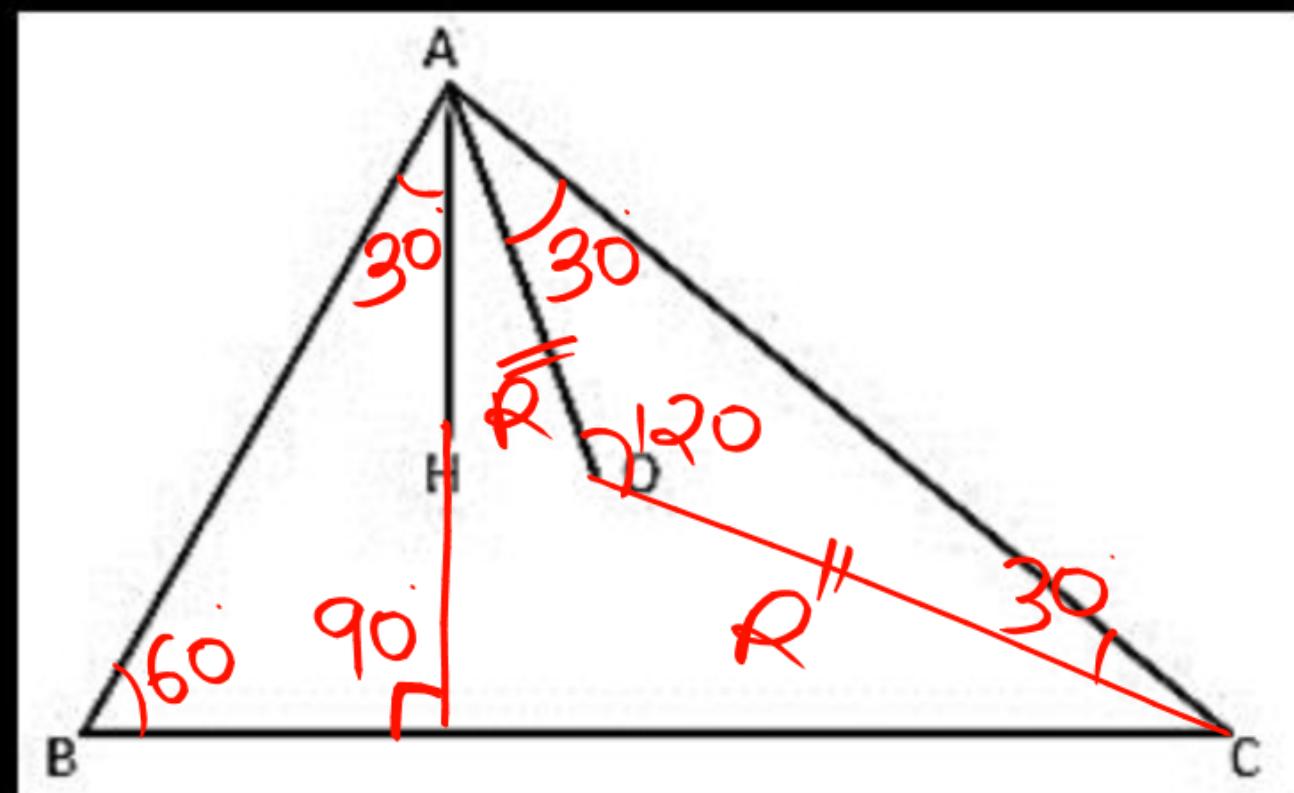
$$\sin \alpha = \frac{OD}{OB} = \frac{OE}{OA}$$

Similarly

$$OA \cdot OD = OB \cdot OE = OC \cdot OF$$

∴

3



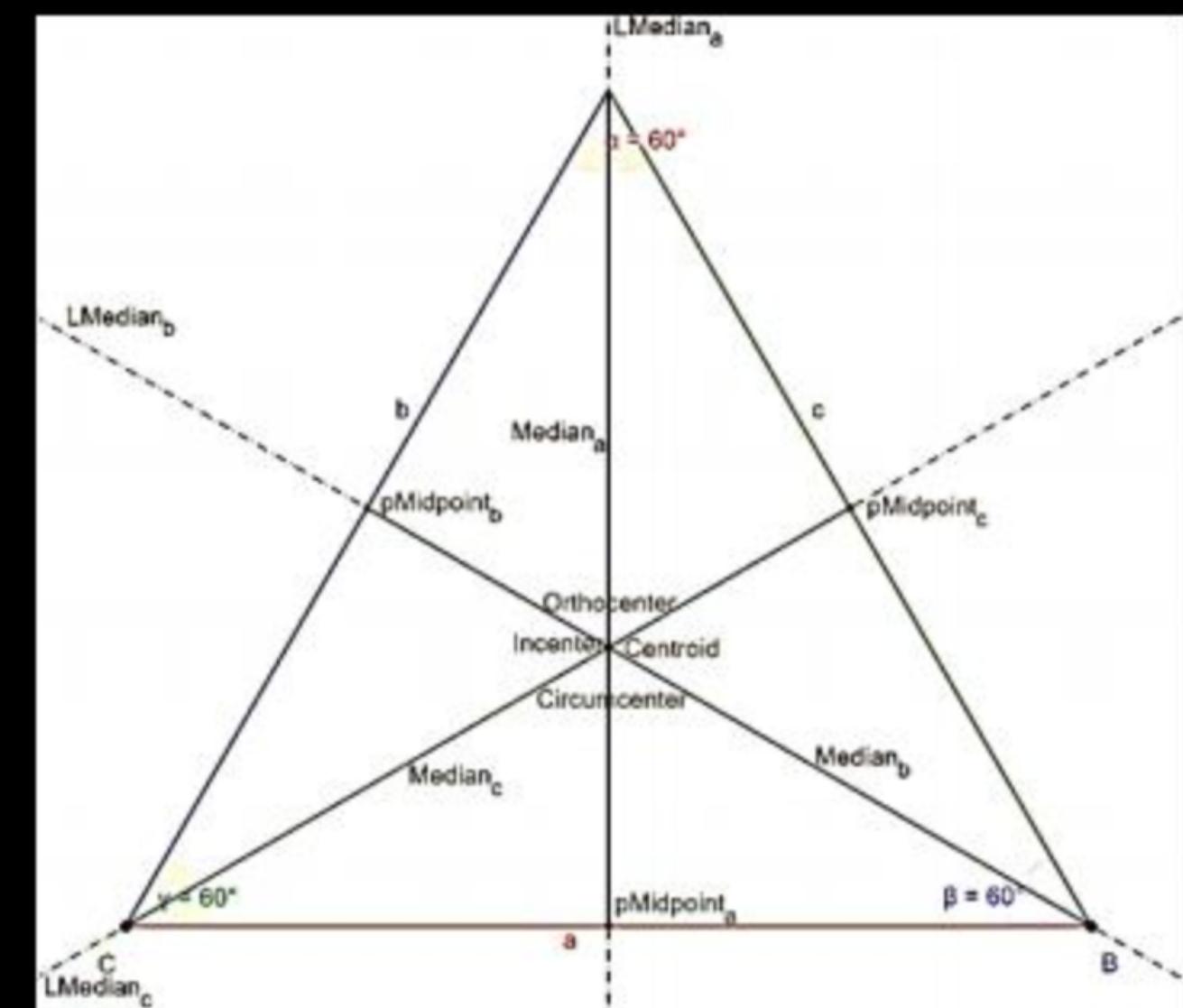
In $\triangle ABC$, H is the orthocenter, O is circumcentre. If $\angle BAH=30^\circ$, then find $\angle OAC$?

त्रिभुज ABC में, बिन्दु H त्रिभुज का लम्बकेन्द्र है O परिकेन्द्र है। यदि $\angle BAH = 30^\circ$ तब $\angle OAC$ का मान ज्ञात करे ?

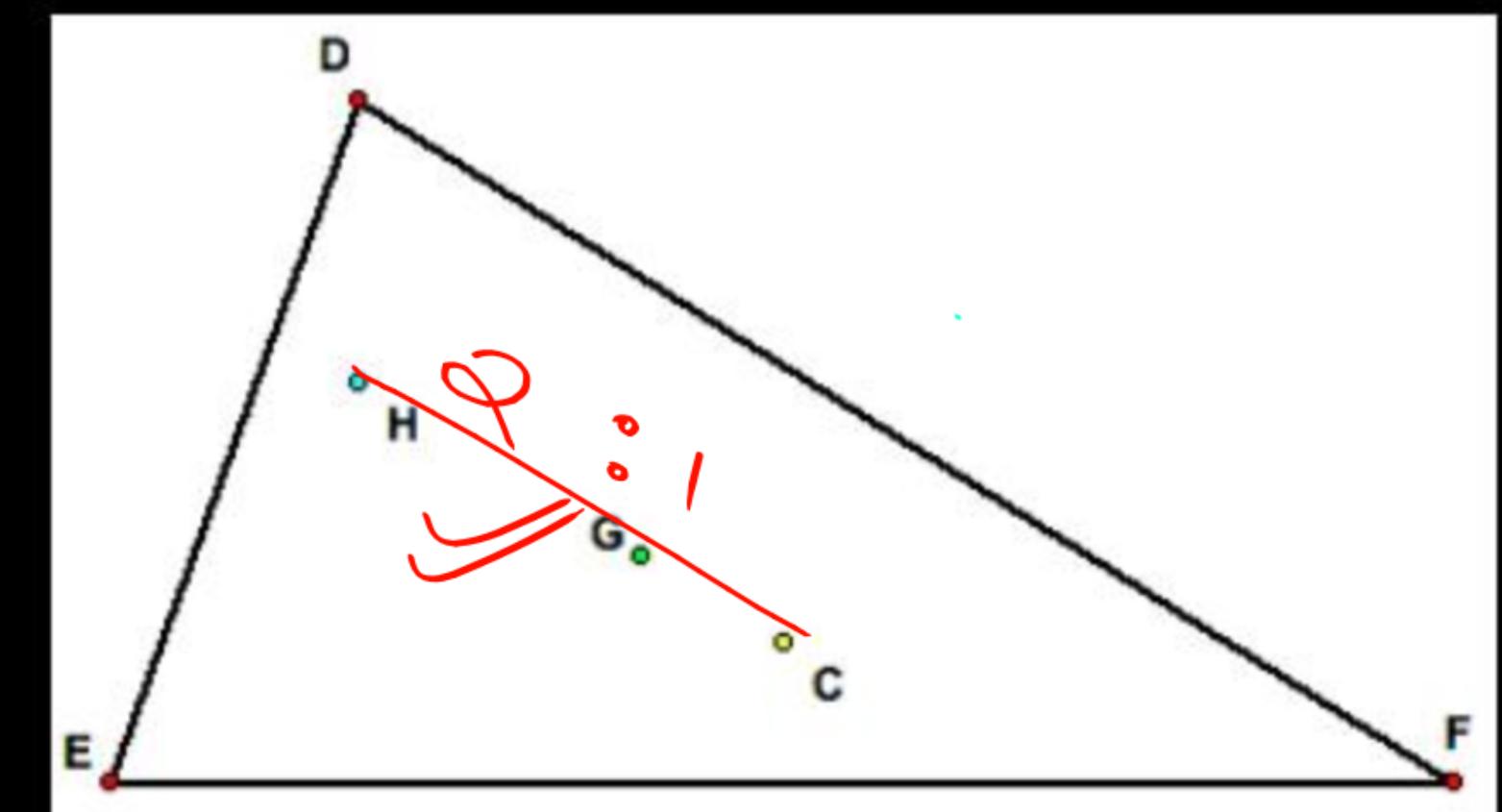
- (a) 15°
- (b) 45°
- (c) 30°
- (d) 60°

Mixed Properties of centres of a Triangle (त्रिभुज के केंद्रों के मिश्रित गुण)

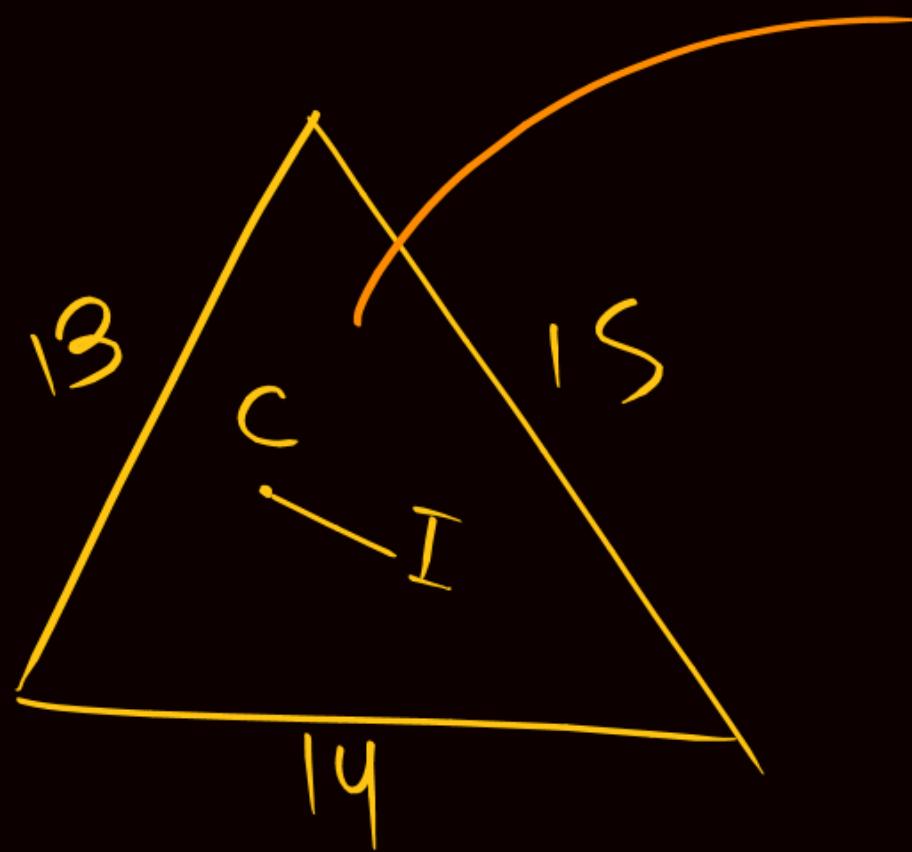
- In an equilateral Triangle all the four centres are coincident i.e., centroid, incentre, circumcentre and orthocentre of an equilateral triangle lie at the same point.
- एक समबाहु त्रिभुज में सभी चार केंद्र संपाती होते हैं अर्थात्, एक समबाहु त्रिभुज का केन्द्रक, अंतःकेंद्र, परिकेन्द्र और लंबकेन्द्र एक ही बिंदु पर स्थित होते हैं।



- Centroid (G), orthocentre (H) and circumcentre (C) of a triangle are always collinear (i.e., lie in a straight line) and $PG : GO = 2 : 1$
- त्रिभुज का केन्द्रक (G), लम्बकेन्द्र (H) और परिकेंद्र (C) हमेशा संरेख होता है (अर्थात्, एक सीधी रेखा में स्थित होता है) और $HG : GC = 2 : 1$



distance between circumcentre and incentre = $\sqrt{R^2 - 2Rr}$



area = 84 (heron formula)

$$R = \frac{13 \cdot 14 \cdot 15}{4 \cdot 84} = \frac{65}{8}$$

$$\text{abc} = \frac{abc}{4R}$$

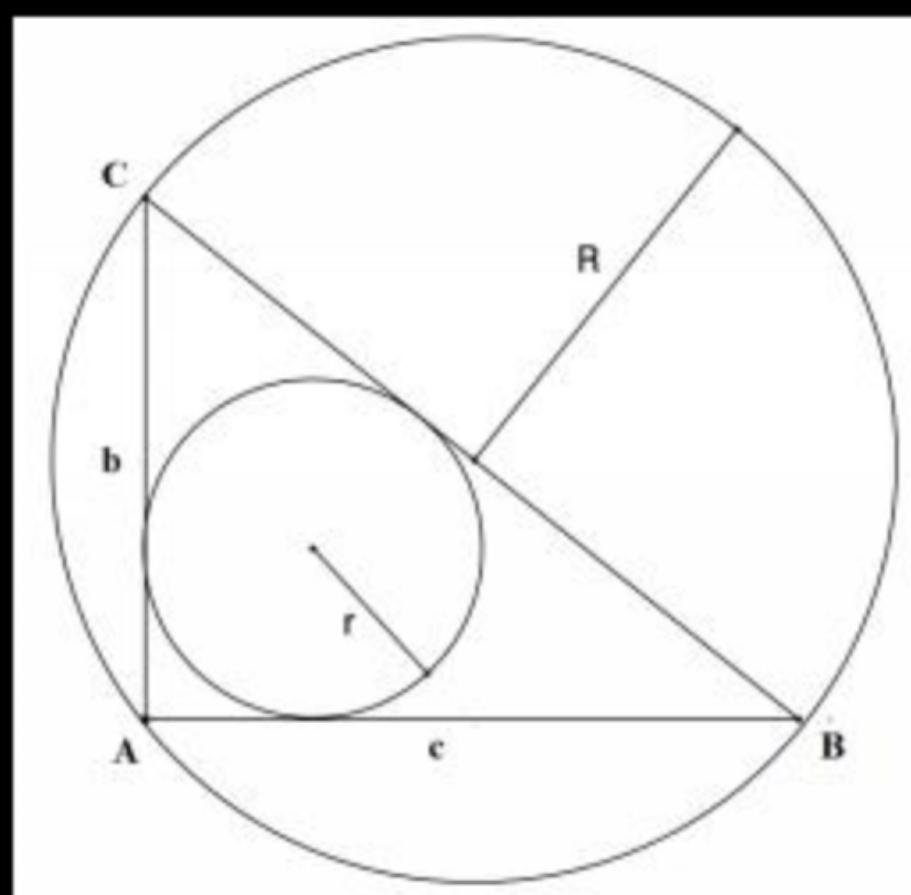
$$r = \frac{\Delta}{s} = \frac{84}{21} = 4$$

$$(I = ?)$$

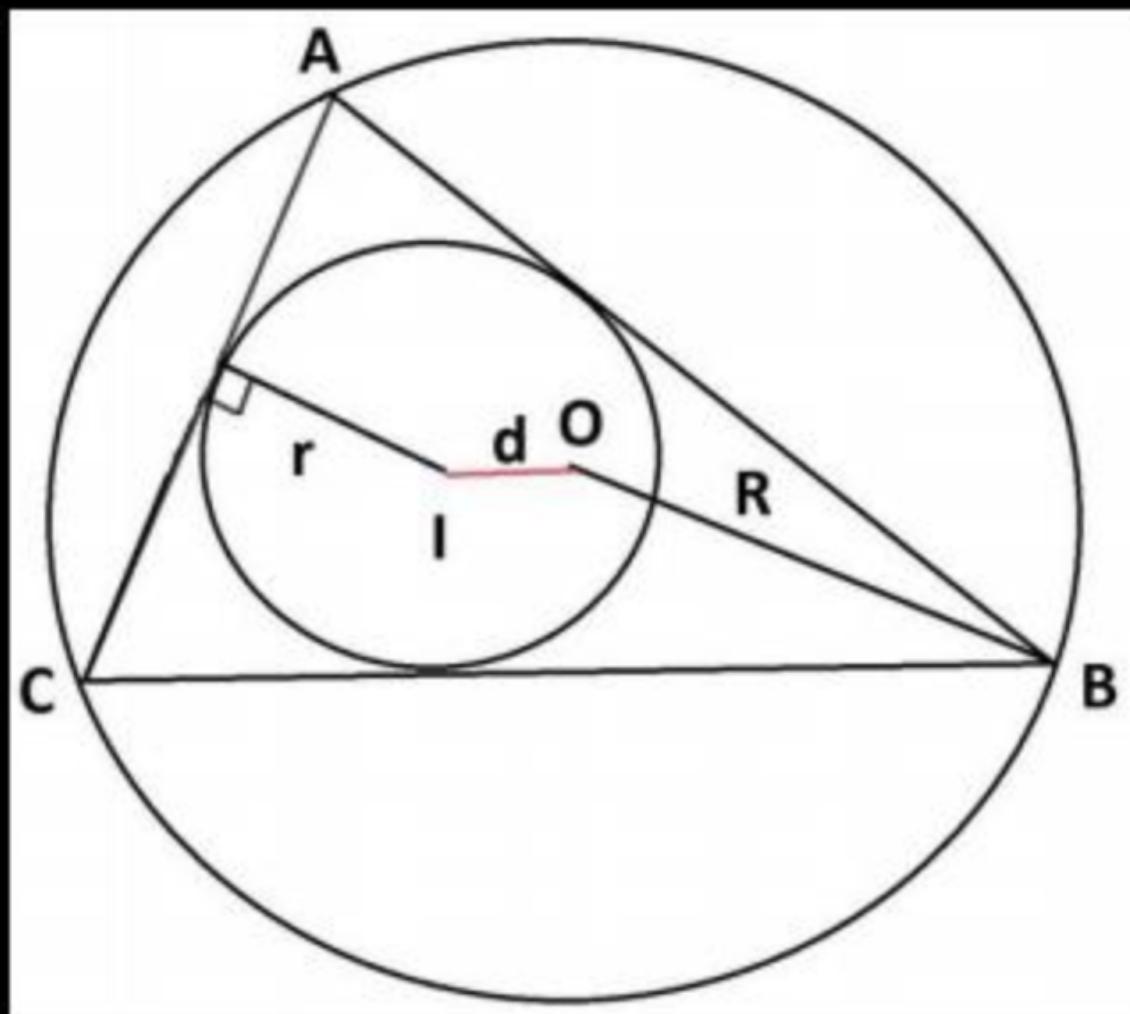
$$\begin{aligned} s &= \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+14+15}{2} \\ &= \frac{42}{2} = 21 \end{aligned}$$

$$q = \sqrt{R^2 - 2Rr} = \sqrt{\frac{65}{8} \left(\frac{65}{8} - 8 \right)} = \sqrt{\frac{65}{8}}$$

- The sum of diameters of circumcircle and in-circle of right angled triangle is equal to the sum of its perpendicular sides.
 - समकोण त्रिभुज के परिवृत्त और अंतःवृत्त के व्यासों का योग इसकी लंबवत् भुजाओं के योग के बराबर होता है।
 - In the given figure ABC is a right angled triangle with $\angle A = 90^\circ$. If radius of circumcircle and in-circle of the triangle be respectively R and r.
 - दी गई आकृति में ABC एक समकोण त्रिभुज है जिसमें $\angle A = 90^\circ$ है। यदि त्रिभुज के परिवृत्त और अंतःवृत्त की त्रिज्या क्रमशः R और r हैं।
- Then, $2(R + r) = b + c$



- The distance between incentre and circumcentre of a triangle is $\sqrt{R^2 - 2rR}$ where R is circumradius and r is inradius.
- त्रिभुज के अंतःकेंद्र और परिकेंद्र के बीच की दूरी $\sqrt{R^2 - 2rR}$ है जहां R परित्रिज्या है और r अंतःत्रिज्या है।



- In an equilateral triangle, radius of circumcircle is equal to twice the radius of its in-circle i.e., if $\triangle ABC$ is an equilateral triangle, then $R = 2r$.
- एक समबाहु त्रिभुज में, परिवृत्त की त्रिज्या उसके अंतःवृत्त की त्रिज्या के दोगुने के बराबर होती है, अर्थात् यदि $\triangle ABC$ एक समबाहु त्रिभुज है, तो $R = 2r$

□ In-radius of an equilateral triangle (r) = $\frac{a}{2\sqrt{3}}$

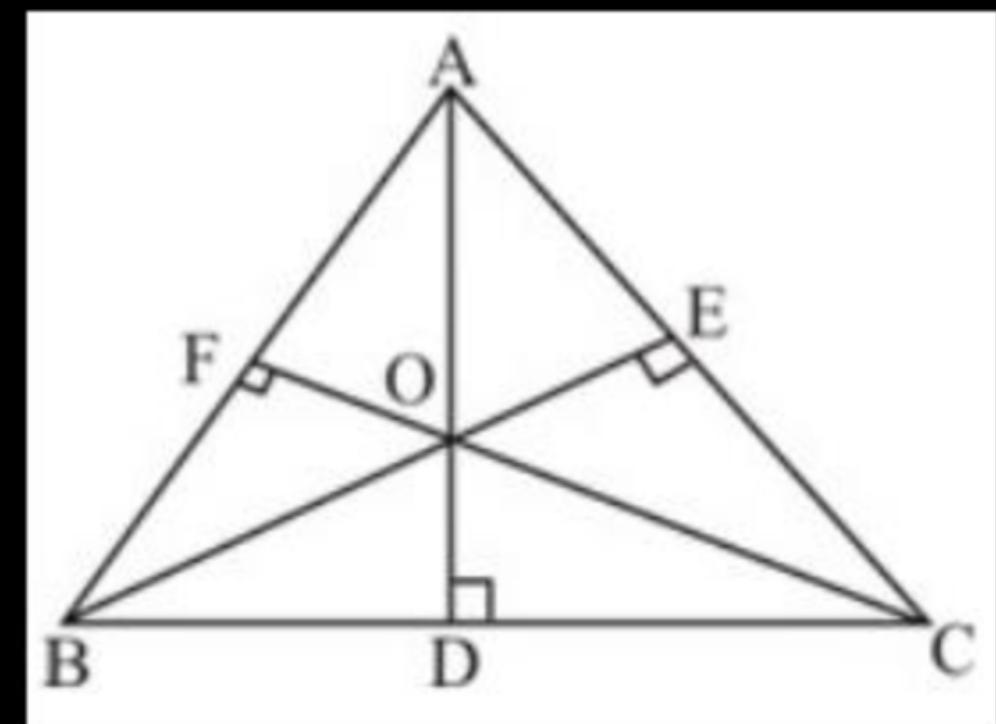
□ Circumradius of an equilateral triangle (R) = $\frac{a}{\sqrt{3}}$

□ $R : r = \frac{a}{\sqrt{3}} : \frac{a}{2\sqrt{3}} = 2 : 1$

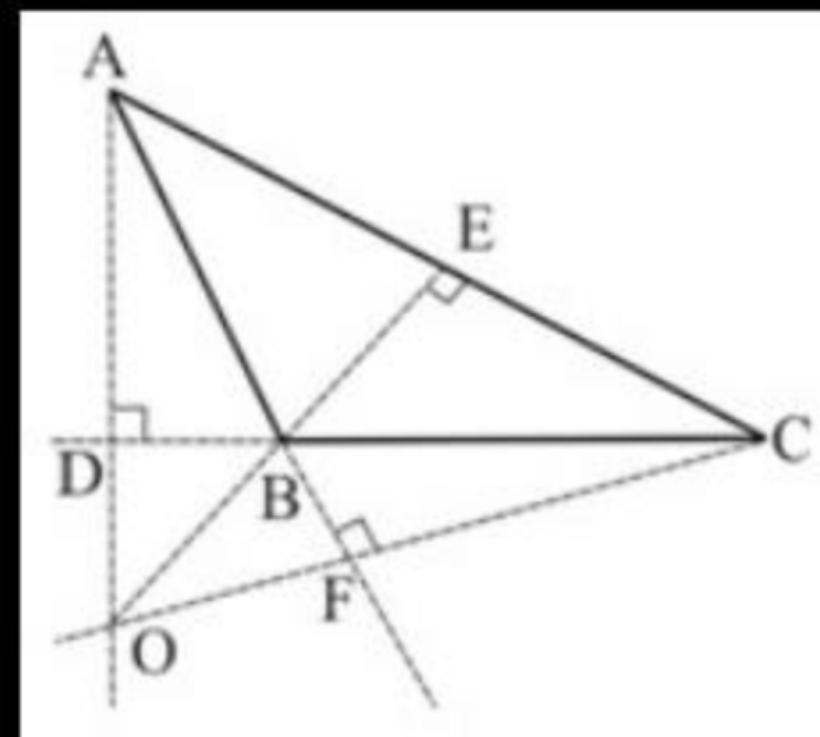


Position of orthocentre in different triangles (विभिन्न त्रिभुजों में लम्बकेन्द्र की स्थिति)

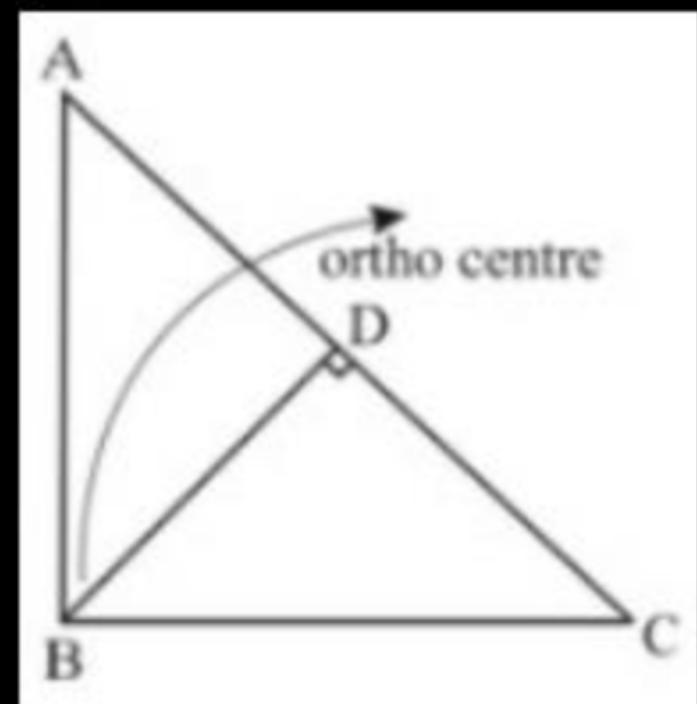
- In Acute angle Triangle : Orthocentre lies inside the triangle.



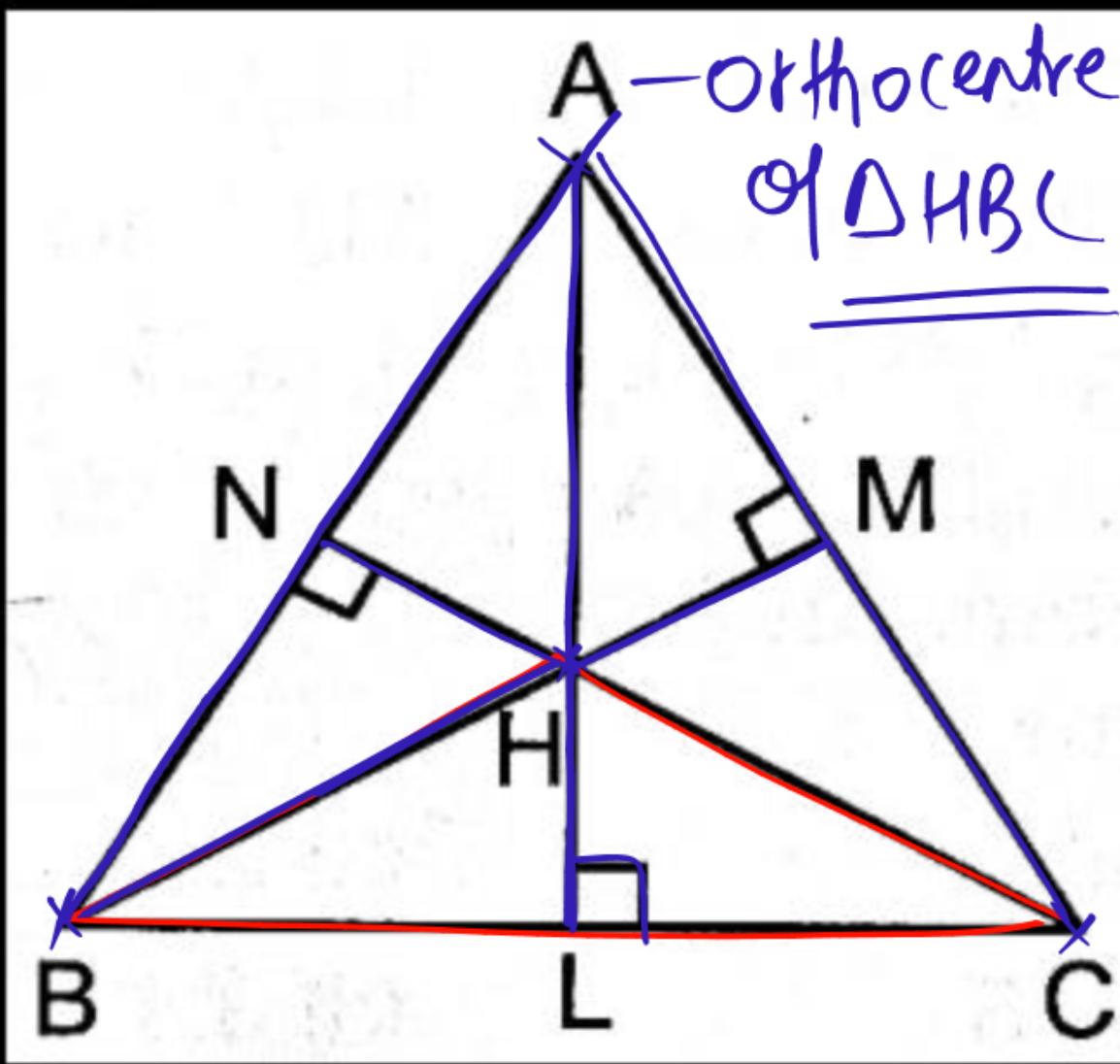
□ In Obtuse angle Triangle : Orthocentre lies outside the triangle.



□ In Right angle Triangle : Orthocenter lies on the vertex, where 90° angle is formed.



Q



If H is the ortho-centre of $\triangle ABC$, then in the given figure the ortho-centre of $\triangle HBC$ is?

यदि H, $\triangle ABC$ का लम्बकेन्द्र है, तो दी गई आकृति में $\triangle HBC$ का लम्बकेन्द्र क्या है?

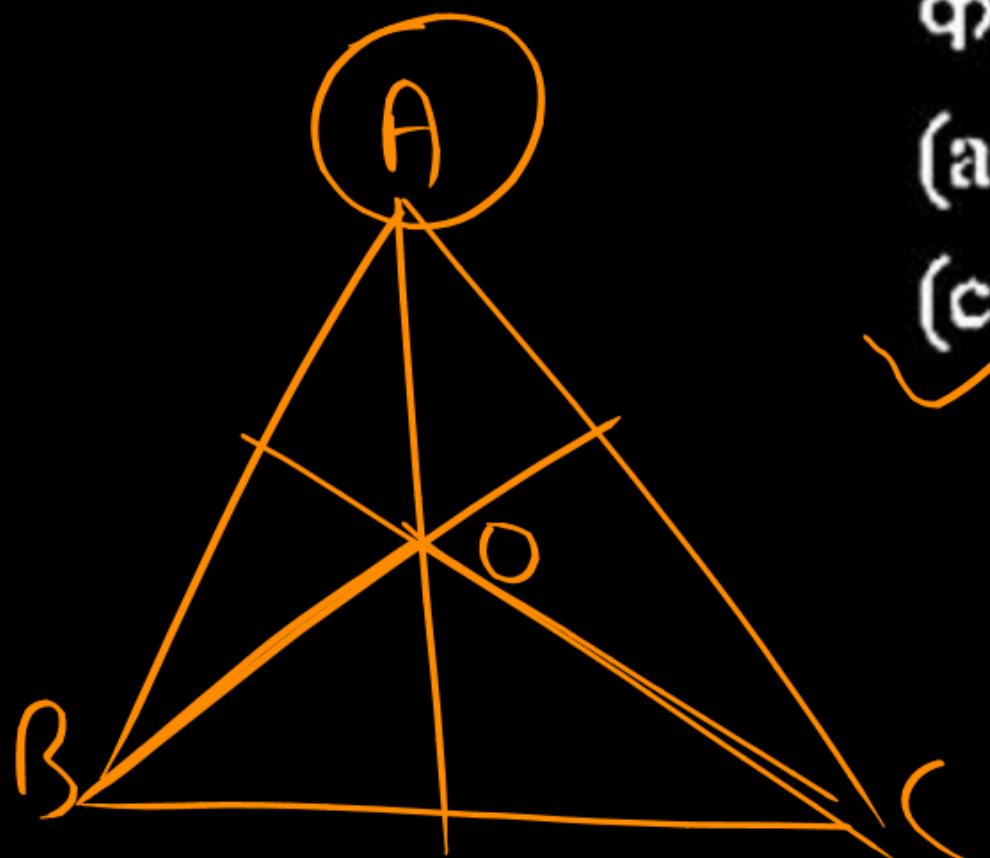
- (a) N
- (b) A
- (c) L
- (d) M

6

O is a orthocenter of $\triangle ABC$, then, A is a orthocenter of which triangle?

यदि O, ΔABC , का लम्ब केंद्र है तो A किस त्रिभुज का लम्ब केन्द्र होगा?

- (a) ΔABC (b) ΔACB
~~(c) ΔBOC~~ (d) ΔCOA



B- ΔABC का Orthocentre

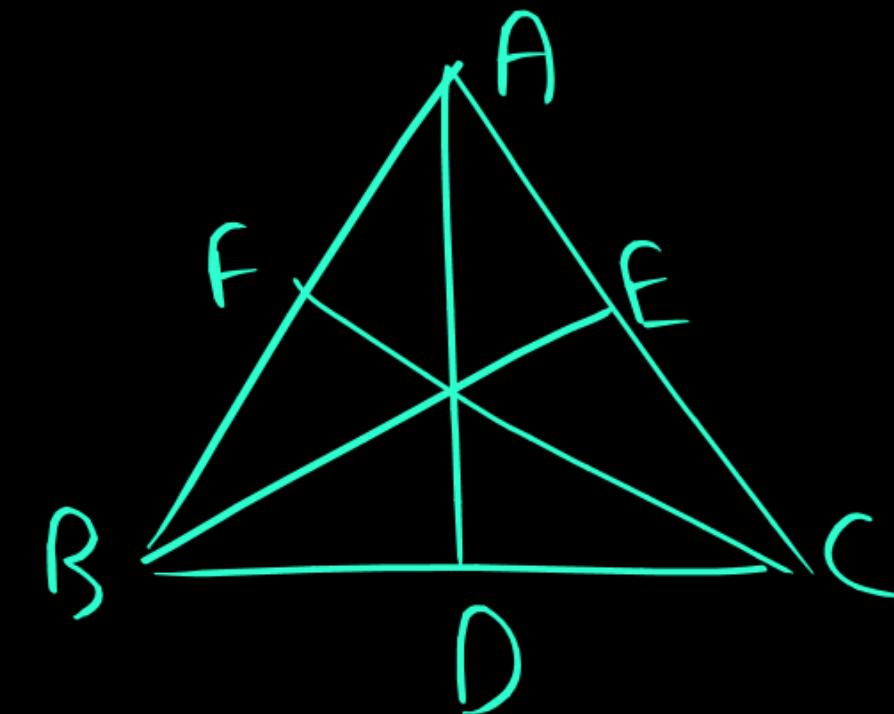
6

In $\triangle ABC$, AD , BE and CF are the altitudes in the ratio $1 : 2 : 3$ respectively, then the ratio of $AB : BC : CA$ is ?

$\triangle ABC$ में, AD , BE और CF शीर्षलंब क्रमशः $1 : 2 : 3$ के अनुपात में हैं, तो $AB : BC : CA$ का अनुपात कितना है?

(a) $3 : 2 : 1$ (b) $1 : 2 : 3$ (c) $1 : 4 : 9$ (d) $2 : 6 : 3$

$$\begin{aligned}BC : AC : AB &= \frac{1}{1} : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} \\&= 6 : 3 : 2\end{aligned}$$



Q



O and C are respectively the ortho-centre and the circumcentre of an acute angle triangle PQR. the points P and O are joined and produced to meet the side QR at Sif $\angle PQS = 50^\circ$ and $\angle QCR = 110^\circ$ then find $\angle RPS$?

O और C एक न्यूनकोण त्रिभज PQR के क्रमशः लम्बकेन्द्र और परिकेन्द्र हैं। बिंदुओं P और O को जोड़ा जाता है और भुजा QR से मिलने के लिए Sif $\angle PQS = 50^\circ$ और $\angle QCR = 110^\circ$ पर बढ़ाया जाता है, तो $\angle RPS$ ज्ञात करें?

- A) 10
- B) 15
- C) 20
- D) 25

⑥

O and C are respectively the ortho-center and circum-center of an acute-angled triangle PQR. The points P and O are joined and produced to meet the side QR at S. If $\angle PQS = 60^\circ$ and $\angle QCR = 130^\circ$, then $\angle RPS = ?$

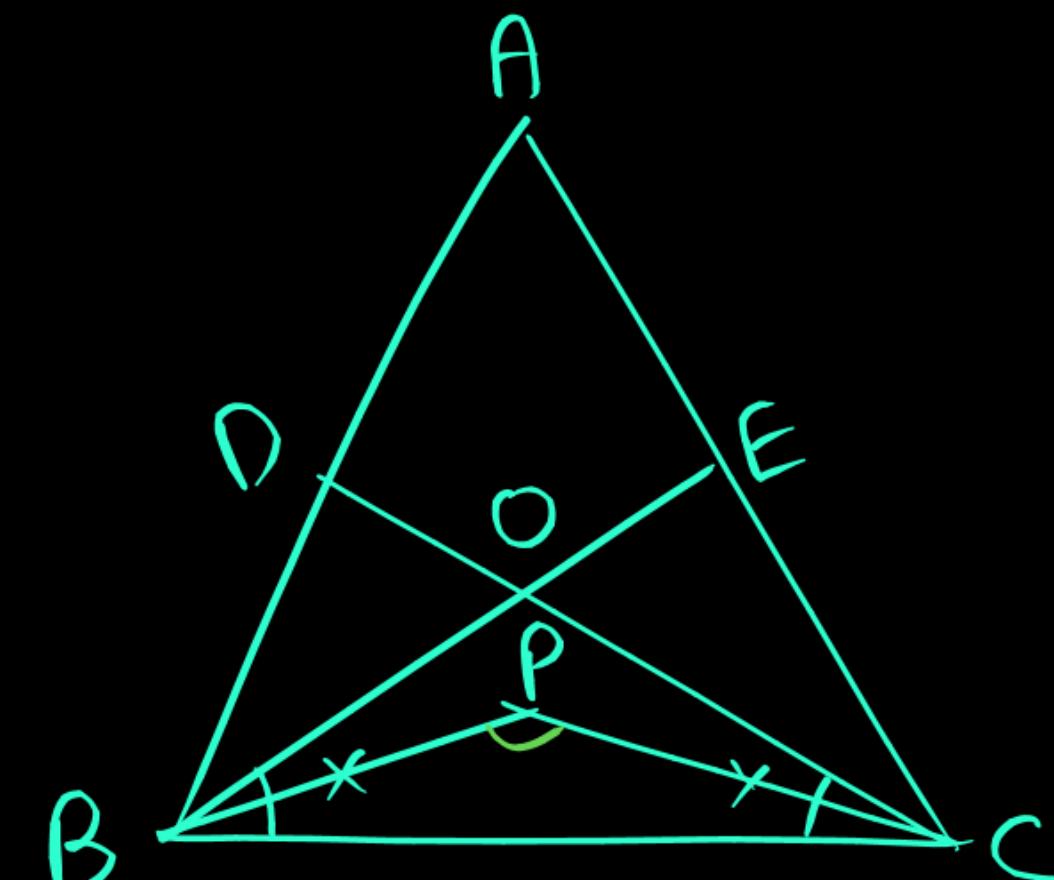
O और C एक न्यून कोण वाले त्रिभुज PQR के क्रमशः लम्बकेन्द्र और परिकेन्द्र हैं। बिंदुओं P और O को जोड़ा जाता है और S पर भुजा QR से मिलने के लिए बढ़ाया जाता है। यदि $\angle PQS = 60^\circ$ और $\angle QCR = 130^\circ$, तो $\angle RPS = ?$

Rw

- (a) 30°
- (b) 100°
- (c) 35°
- (d) 60°

(SSC CHSL, 04.12.2011)

⑤



P-Incentre of $\triangle OBC$

$$\angle BPC = 90 + \frac{\angle BOC}{2}$$

$$138 = 90 + \frac{96}{2}$$

In $\triangle ABC$, $BE \perp AC$, $CD \perp AB$. BE and CD intersect each other at O . The bisectors of $\angle OBC$ and $\angle OCB$ meet at P . If $\angle BPC = 138^\circ$, then what is the measure of $\angle A$?

$\triangle ABC$ में, $BE \perp AC$, $CD \perp AB$, BE और CD एक दूसरे को O पर काटते हैं। $\angle OBC$ और $\angle OCB$ के समद्विभाजक P पर मिलते हैं। यदि $\angle BPC = 138^\circ$ है, तो $\angle A$ का माप क्या है?

O-Orthocentre of $\triangle ABC$

- (a) 64°
- (b) 84°
- (c) 70°
- (d) 42°

$$\angle BOC = 180 - \angle A$$

$$96 = 180 - \angle A$$

$$\angle A = 84$$

⑩

In $\triangle ABC$, $BE \perp AC$ and $CF \perp AB$,
 perpendicular BE and CF cuts each other at O if
 $\angle BAC = 70^\circ$ then $\angle BOC = ?$

$\triangle ABC$, में $BE \perp AC$ और $CF \perp AB$, खींचा गया
 है तथा लम्ब BE और CF एक दूसरे को बिंदु O पर
 काटते हैं यदि $\angle BAC = 70^\circ$ तब $\angle BOC$ का मान
 ज्ञात कीजिये?

- (a) 110°
- (b) 140°
- (c) 145°
- (d) 130°

$$180^\circ - \angle A$$

$$= 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

(11)

In triangle ABC, $\angle A = 58^\circ$ and O is the orthocentre of the triangle. BO and CO are produced to meet AC and AB respectively at point E and F. if the angle bisectors of $\angle OBC$ and $\angle OCB$ meet at point P, then the measure of $\angle BPC = ?$

त्रिभुज ABC में, $\angle A = 58^\circ$ और O त्रिभुज का लम्बकेंद्र है। BO और CO को AC तथा AB पर क्रमशः बिंदु E तथा F पर मिलाने के लिए बढ़ाया गया है। यदि $\angle OBC$ और $\angle OCB$ के कोण समद्विभाजक बिंदु P पर मिलते हैं, तो कोण $\angle BPC$ की माप क्या है?

$$\angle BOC = 180 - 58 \\ = 122$$

P- Incentre

$$\angle BPC = 90 + \frac{\angle BOC}{2}$$

$$151^\circ = 90 + \frac{122}{2}$$

(a) 151°

(b) 125°

(c) 155°

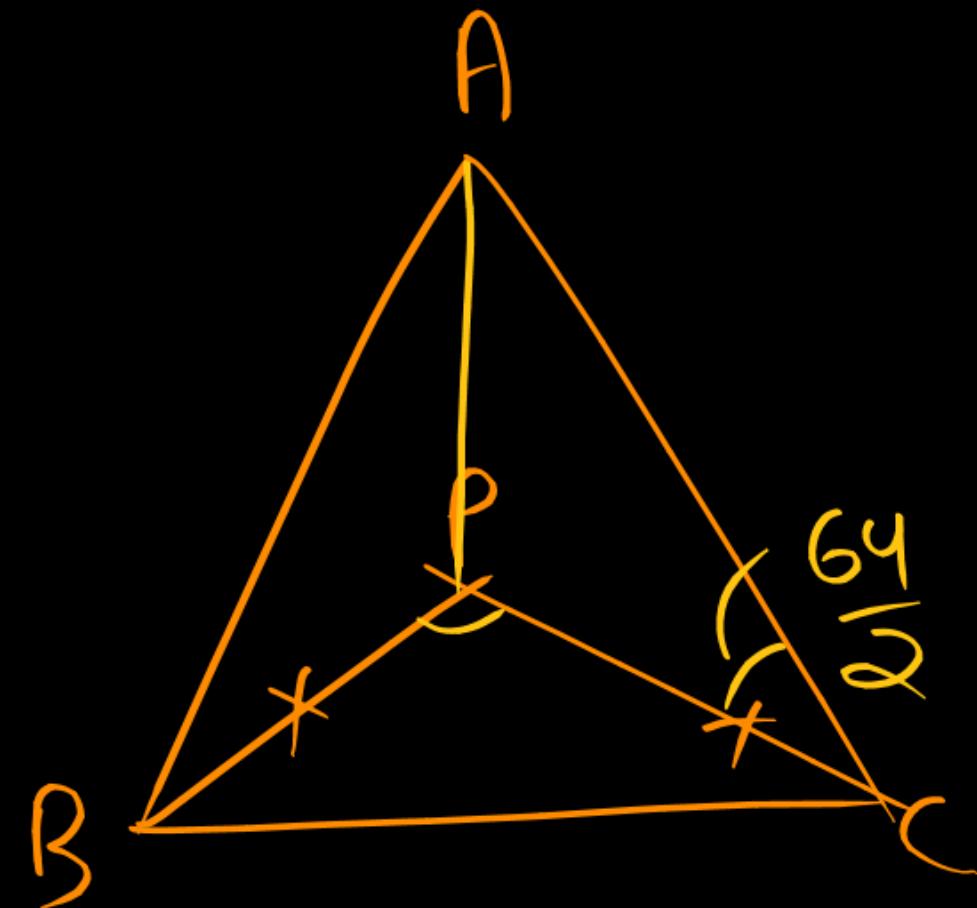
(d) 152°

(12)

In $\triangle ABC$, $\angle A = 66^\circ$ and $\angle B = 50^\circ$. If the bisectors of $\angle B$ and $\angle C$ meet at P, then,
 $\angle BPC - \angle PCA = ?$

$\triangle ABC$ में, $\angle A = 66^\circ$ और $\angle B = 50^\circ$ है। यदि $\angle B$ और $\angle C$ समद्विभाजक विंदु P पर मिलते हैं, तो $\angle BPC - \angle PCA$ का मान कितना है?

- (a) 93°
- (b) 91°
- (c) 81°
- (d) 83°



$$\begin{aligned} & (\angle A = 66^\circ) \\ & (\angle B = 50^\circ) \\ \therefore \angle C &= 180^\circ - 66^\circ - 50^\circ \\ &= 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ \end{aligned}$$

$$\frac{90 + \frac{66}{2} - \frac{64}{2}}{2}$$

SSC CGL MAINS 29 Jan 2022

$$90 + 1 - 64 = 91$$

(13)

In $\triangle ABC$, the perpendiculars drawn from A, B and C meet the opposite sides at D, E and F, respectively. AD, BE and CF intersect at point O. If $\angle EOD = 128^\circ$ and angle bisectors of $\angle A$ and $\angle B$ meet at point P, the measure of $\angle APB$?

एक $\triangle ABC$ में A, B और C से खींचे गए लम्ब क्रमशः AD, BE और CF बिंदु O पर एक दूसरे को काटते हैं। यदि $\angle EOD = 128^\circ$ और $\angle A$ और $\angle B$ के कोण समद्विभाजक बिंदु P पर मिलते हैं, तो $\angle APB$ का मान ज्ञात कीजिये?

- | | |
|-----------------|-----------------|
| (a) 110° | (b) 114° |
| (c) 115° | (d) 116° |

QW



In $\triangle ABC$, the perpendiculars drawn from A, B and C meet the opposite sides at D, E and F, respectively. AD, BE and CF intersect at point P. If $\angle EPD = 116^\circ$ and the bisectors of $\angle A$ and $\angle B$ meet at Q, then the measure of $\angle AQB$ is:

$\triangle ABC$ में, A, B और C से खींची गए लंब क्रमशः D, E और F पर विपरीत भुजाओं से मिलते हैं। AD, BE और CF बिंदु P पर एक दूसरे को काटती हैं। यदि $\angle EPD = 116^\circ$ और $\angle A$ और $\angle B$ के द्विभाजक बिंदु Q पर मिलते हैं, तो $\angle AQB$ का माप है:

- (a) 122°
- (b) 64°
- (c) 96°
- (d) 124°

(CGL Mains 2018)

Rω

(S)

In ΔABC , $\angle A = 50^\circ$ and O is the orthocentre of the triangle (BO and CO meet AC and AB at E and F respectively when produced). If the bisector of $\angle OBC$ and $\angle OCB$ meet at P, then measure of $\angle BPC$ is:

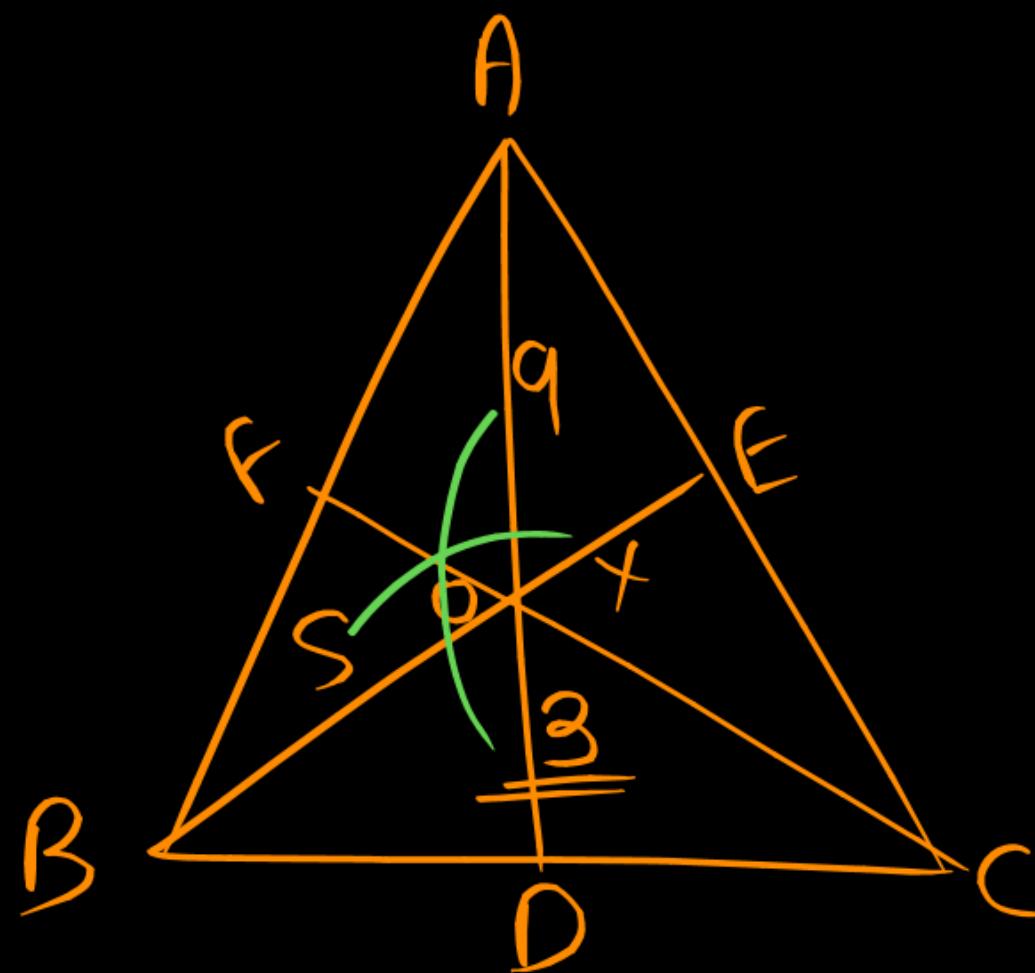
RW

ΔABC में, $\angle A = 52^\circ$ और O एक त्रिभुज का लंब केन्द्र हैं। (BO और CO तब क्रमशः E और F पर AC एवं AB से मिलते हैं जब उन्हें प्रोड्यूस किया जाता है) यदि $\angle OBC$ और $\angle OCB$ के द्विभाजक P पर मिलते हैं. तो $\angle BPC$ हैं:

- (a) 124° (b) 132° (c) 138° (d) 154°

(CGL Mains 2018)

Qb



$$9 \times 3 = 5 \times x$$

$$x = \frac{27}{5} = 5.4$$

In a $\triangle ABC$, AD, BE and CF are altitudes intersecting at O. If $AO = 9$ cm, $AD = 12$ cm and $BO = 5$ cm, then find the value (in cm) of BE?

एक $\triangle ABC$ में, AD, BE और CF शीर्षलम्ब हैं जो O पर एक दूसरे को काटते हैं यदि AO = 9 सेमी, AD = 12 सेमी और BO = 5 सेमी है, तो BE का मान (सेमी में) ज्ञात कीजिए?

$$= 5 + 5.4$$

$$= 10.4$$

- (a) 10.4cm
- (b) 5cm
- (c) 11cm
- (d) 10.5cm

(x)

In triangle ABC, AD, BE and CF are the altitudes intersecting at point O. if AD = 10cm, OD = 4cm and BO = 8cm then what is the value (in cm) of BE?

त्रिभुज ABC में, तीनों शीर्ष लम्ब AD, BE और CF एक-दूसरे को बिंदु O पर काटते हैं। यदि AD = 10cm, OD = 4cm और BO = 8cm तो BE की लम्बाई (सेमी में) क्या होगी?

(a) 12

(c) 11

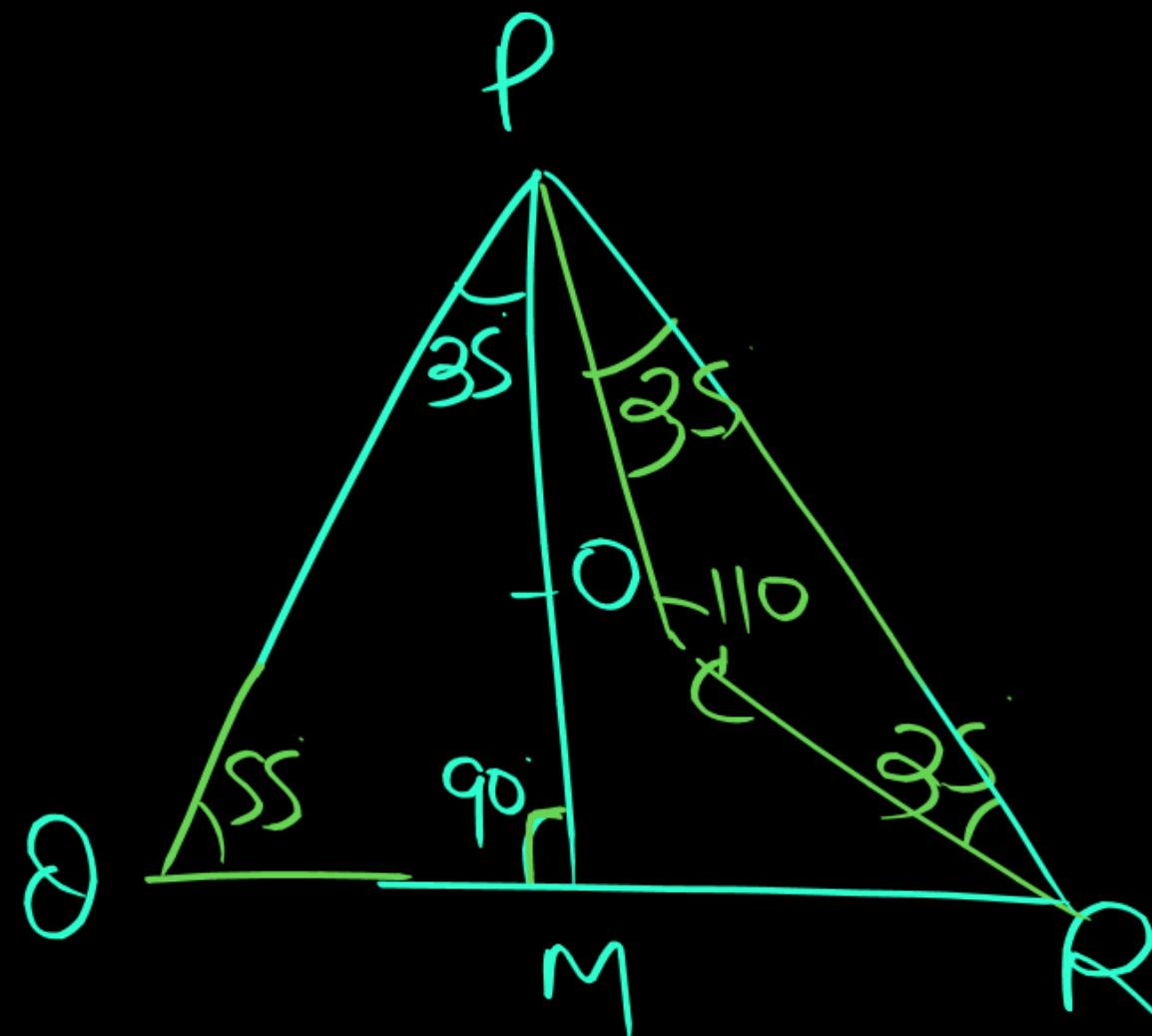
$$4 \times 6 = 8 \times x$$

(b) 6

(d) 13

x = 3

18



In $\triangle PQR$, O is the ortho-centre and C is the circumcentre. if $\angle QPO = 35^\circ$ then find $\angle RPC = ?$

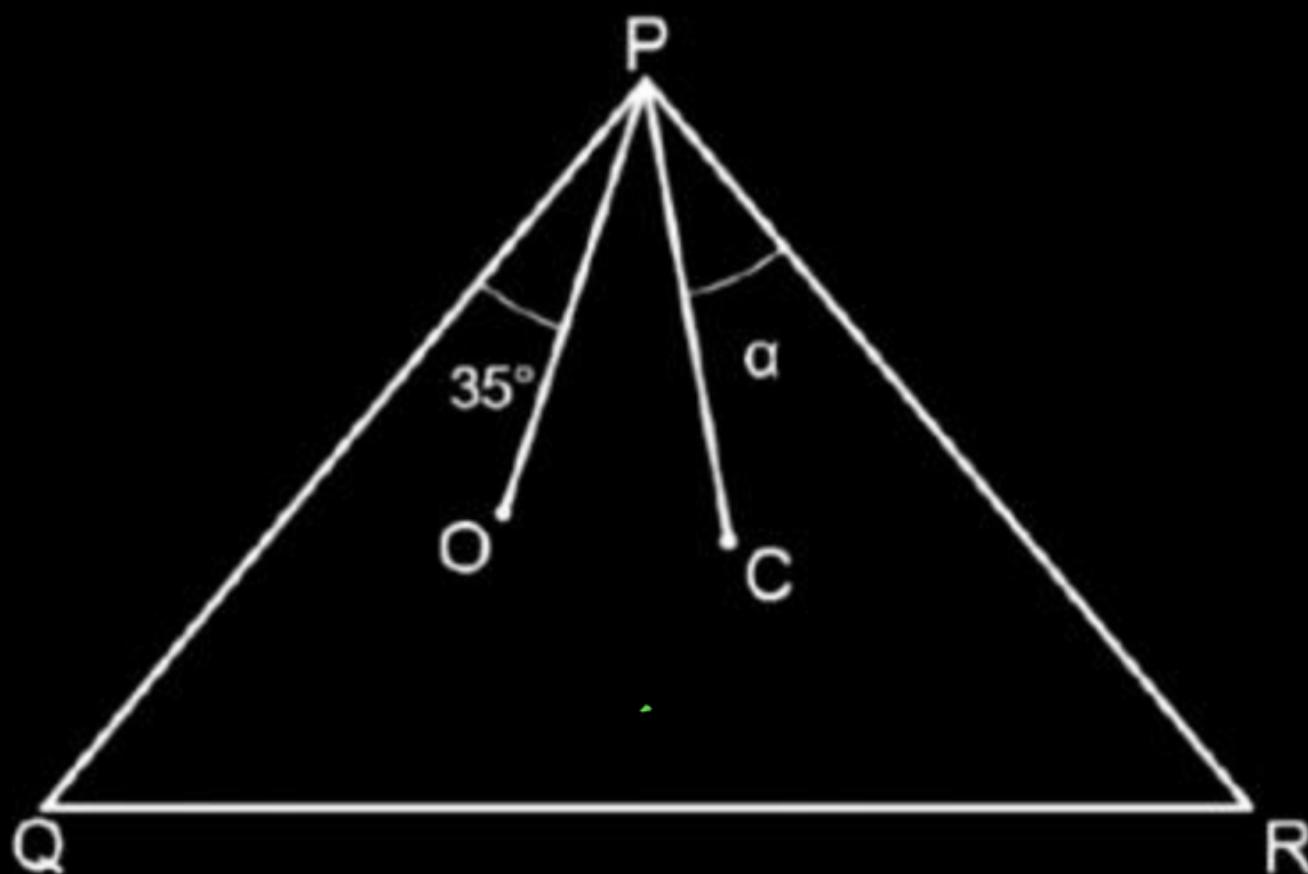
त्रिभुज $\triangle PQR$ बिंदु O त्रिभुज का लम्बकेंद्र है तथा C परिकेंद्र है। यदि $\angle QPO = 35^\circ$ तो $\angle RPC$ का मान क्या होगा?

(a) 35°

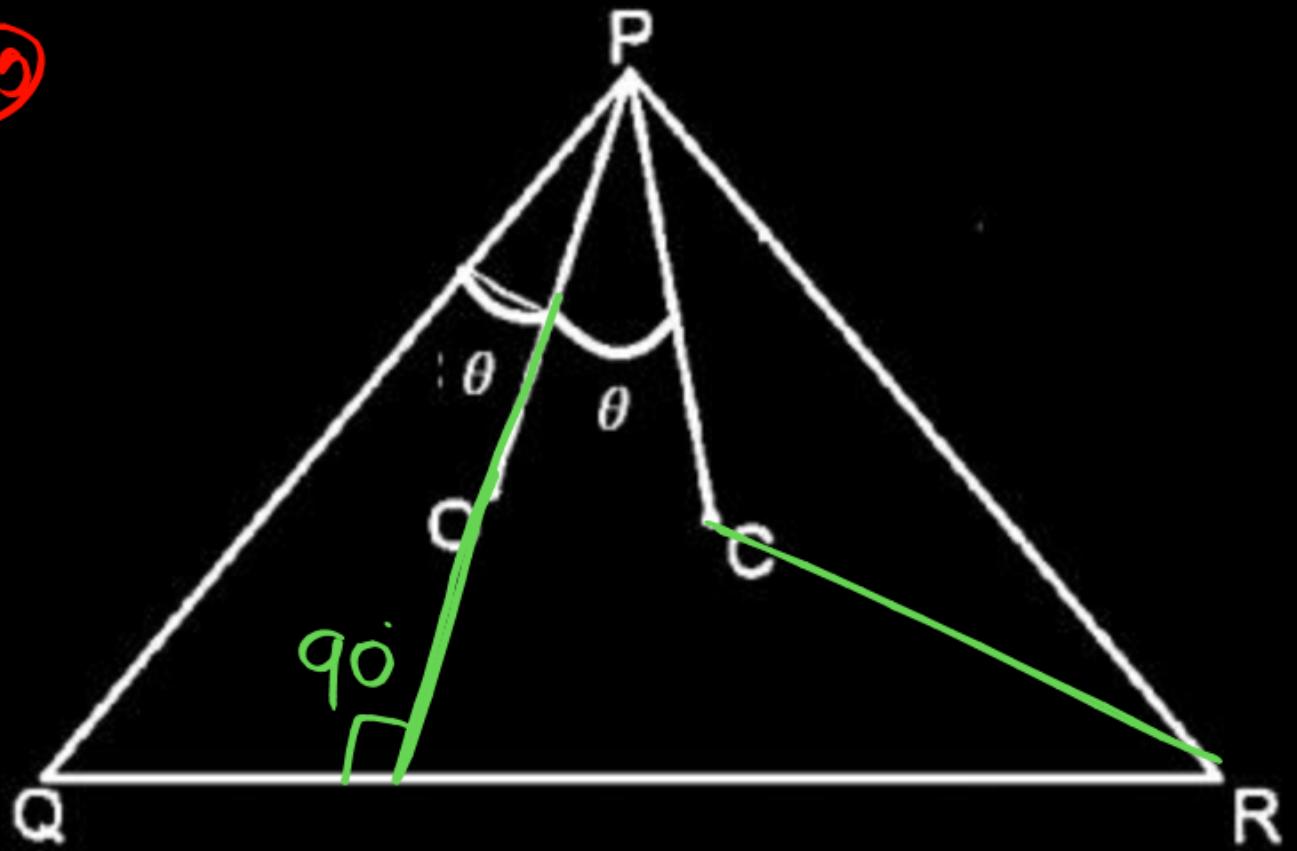
(b) 25°

(c) 45°

(d) 55°

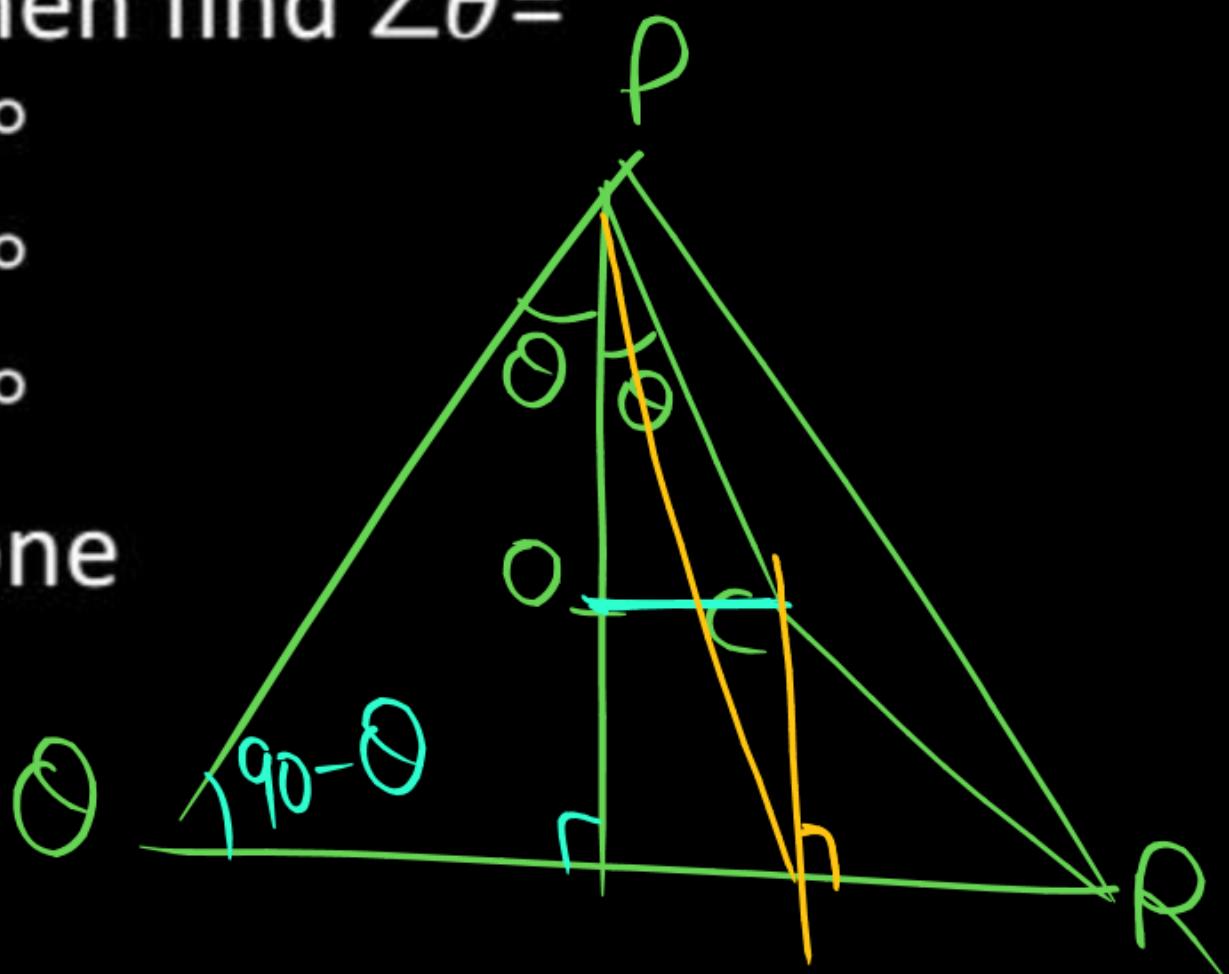


Q9

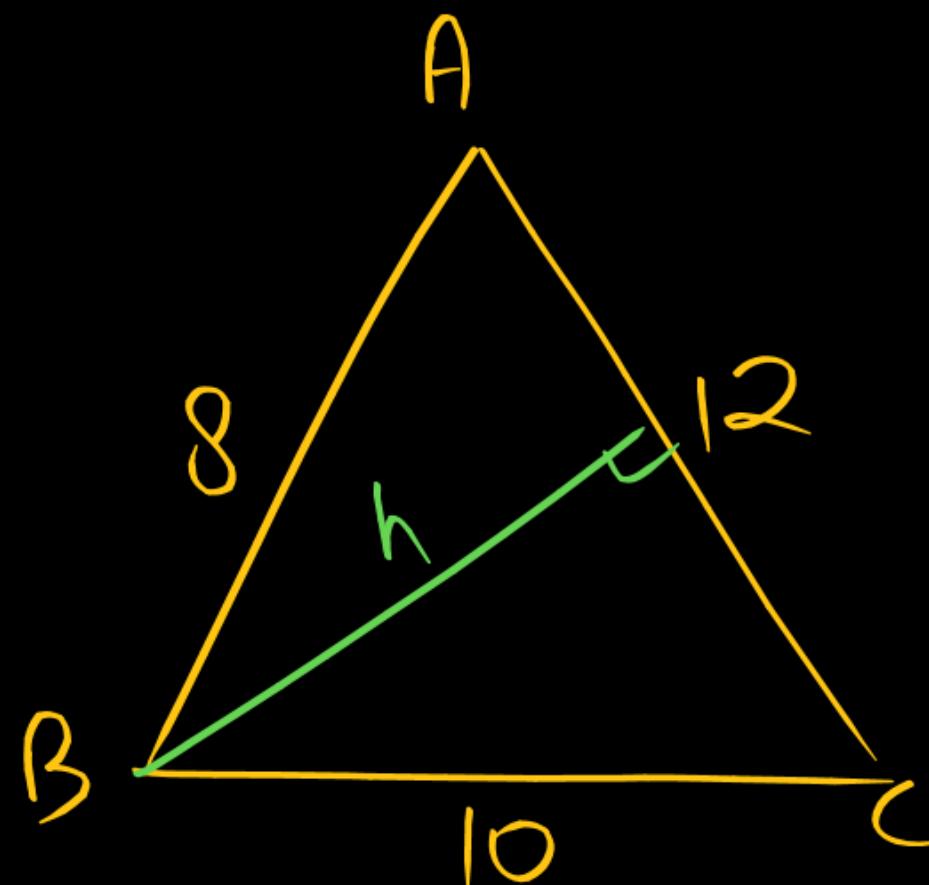


In $\triangle PQR$, O is the ortho-centre
and C is the circumcentre.
If $\angle QPO = \angle OPC = \theta$, and $OP =$
PC Then find $\angle \theta =$

- a) 20°
- b) 30°
- c) 45°
- d) None



20



In $\triangle ABC$, $AB = 8\text{cm}$ and $BC = 10\text{ cm}$ and $AC = 12\text{.cm}$ then find the length of the smallest perpendicular drawn.

$\triangle ABC$ में $AB = 8$ सेमी. और $BC = 10$ सेमी. और $AC = 12$ सेमी. है, तो सबसे छोटे लम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए?

$$D = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

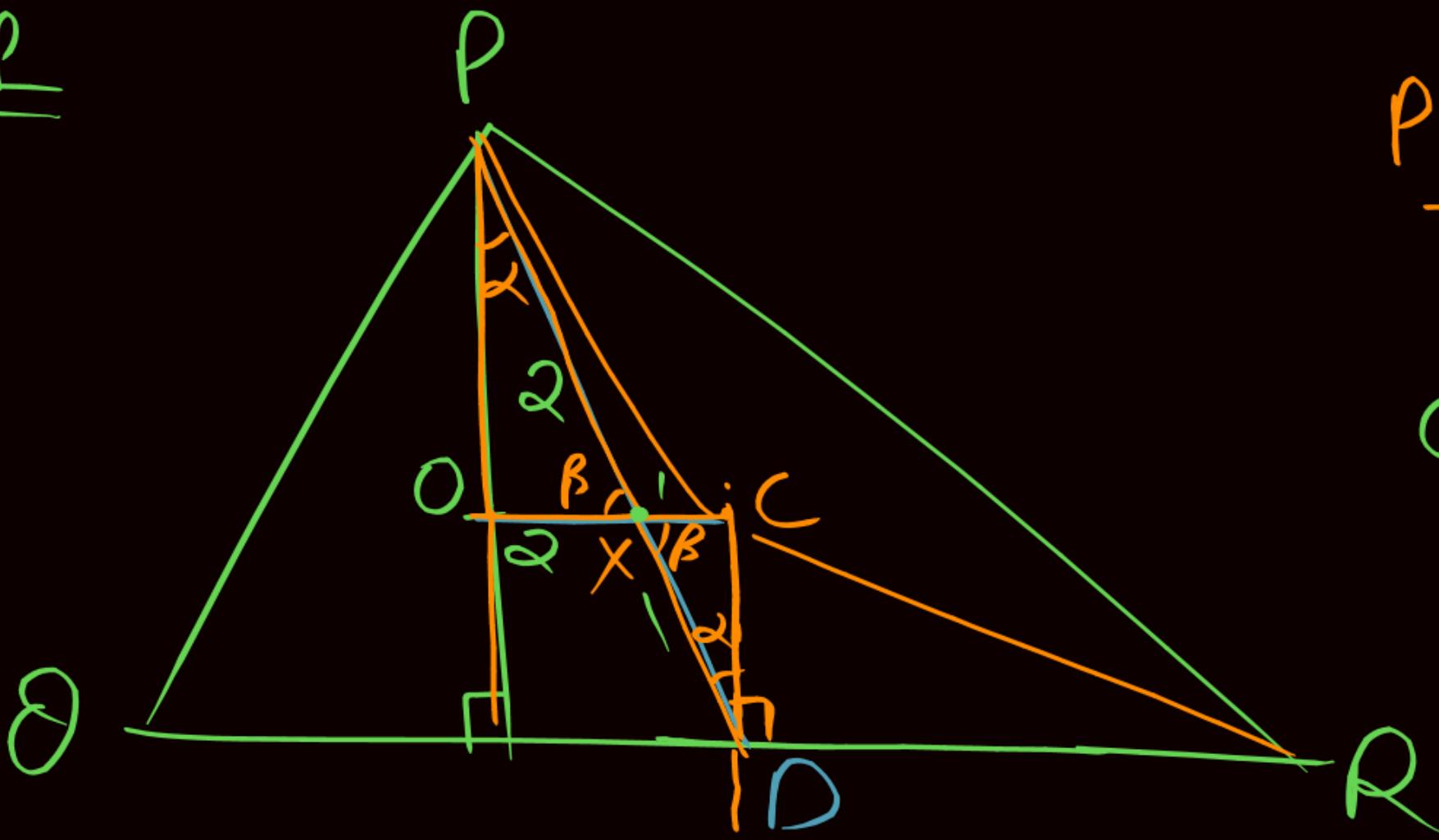
(a) $\frac{5}{2}$ (b) $\frac{2}{5}$

$$\begin{aligned}s &= \frac{8+10+12}{2} \\&= 15\end{aligned}$$

(c) $\frac{5}{2}\sqrt{3}$ (d) $\frac{5}{2}\sqrt{7}$

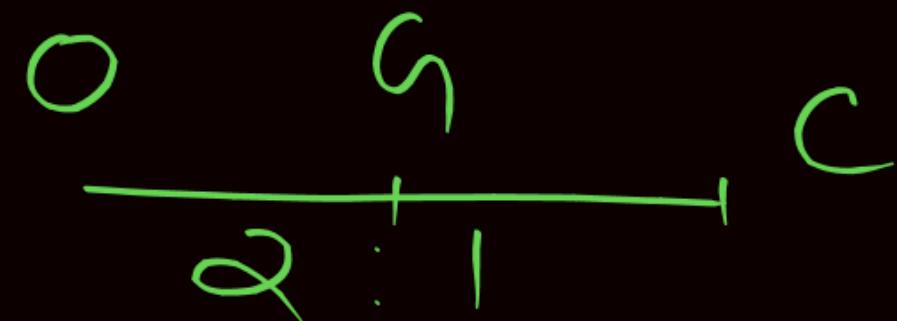
$$\begin{aligned}S\sqrt{7} &= \frac{1}{2} \times 12 \cdot h \\h &= \frac{S\sqrt{7}}{6}\end{aligned}$$

Imp



PD-median

$$\frac{PO}{OY} \sim CXD$$



R

centroid divides line
joining ortho and circum into
 $2:1$