Dynamic Stochastic General Equilibrium Models

"An Estimated Stochastic Dynamic General Equilibrium Model of the Euro Area", ECB Working Paper 171, von Smets und Wouters 2002

Sommersemester 2012

Dr. Andrea Beccarini
Institut für Ökonometrie und Wirtschaftsstatistik
Lehrstuhl für empirische Wirtschaftsforschung

Westfälische Wilhelms-Universität Münster

Annika Schnücker
Rudolf-Harbig-Weg 2a
48149 Münster
Email: a.schnuecker@gmx.de

4. Semester
Matrikelnummer: 377503

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

Viele Zentralbanken nutzen Neu-Keynesianische DSGE Modelle, um ihre ökonomischen Prognosen durchzuführen und ihre Politikstrategien zu entwickeln. Die Besonderheit dieser DSGE Modelle ist die Verbindung von einem mikrofundierten Ansatz und empirischer Kalibrierung, die die stylized Facts der Ökonomie erfassen soll. Damit kann diese Modellklasse Problematiken früherer theoretischer Grundlagen überwinden, makroökonomische Prozesse adäquat analysieren zu können. Die Prämisse der Modelle ist es, die Analyse aller Prozesse auf das Optimierungskalkül der ökonomischen Agenten zu stützen. Eine Schätzung der Parameter wird so durchgeführt, dass die Dynamiken der Modelle die aktuellen makroökonomischen Daten widerspiegeln.

Ein Modell, das die Dynamiken ökonomischer Variablen in der Eurozone beschreibt und von der EZB genutzt wird, ist das von Smets und Wouters (2002) entwickelte Modell. Um bestmögliche empirische Konsistenz zu erhalten, berücksichtigen die Autoren bei der Modellierung der ökonomischen Entscheidungsprozesse bestimmte stylized Facts. So sind Löhne und Preise weder vollständig flexibel noch jederzeit anpassbar. Preise und Löhne folgen der Calvo-Regel, um diese Rigiditäten und eine Abhängigkeit von vergangener Inflation zu berücksichtigen. Konsumverhalten, Inflation sowie Investitionsverhalten sind persistent. Die Einführung einer Kapitalnutzungsrate schwächt die Reaktion von Kapitalverleih auf Output-Veränderungen ab. Die Berücksichtigung von Anpassungskosten für Kapital führt dazu, eine größere Persistenz im Investitionsverhalten abbilden zu können. Das Hinzufügen einer Gewohnheitsvariable in die Konsumgleichung verlangsamt Veränderungen im Konsum. Außerdem beinhaltet das Modell eine Vielzahl von Shocks, mithilfe derer stochastische Charakteristika in den Daten beachtet werden.

Im Folgenden soll nun die Theorie dieses Modells entwickelt und erklärt werden, um in einem zweiten Schritt das Modell mit bayesianischen Methoden anhand von simulierten Daten zu schätzen. Zunächst werden im ersten Teil die Entscheidungsprozesse der Wirtschaftsakteure erläutert, beginnend mit den Haushalten. Danach werden die Optimierungsprozesse der Unternehmen und abschließend das Marktgleichgewicht sowie die Regel der Zentralbank entwickelt. Im zweiten Teil wird das Smets und Wouters Modell mit Dynare geschätzt, wobei zunächst die Durchführung mit bayesianischen Methoden beschrieben wird. Daran anschließend werden die Ergebnisse der Schätzung dargestellt und die Impuls-Antwort-Funktionen interpretiert.

2. Theoretisches Modell

Das Modell von Smets und Wouters umfasst drei Wirtschaftsakteure: Haushalte, Unternehmen und die Zentralbank. Die Haushalte unterscheiden sich durch ihr differenziertes Arbeitsangebot und sind indexiert mit $\tau \epsilon (0,1)$. Sie entscheiden über ihren Konsum und ihre Investitionen. Sie bestimmen, wie viel sie arbeiten möchten und zu welchem Lohn. Die Unternehmen beschäftigen die Arbeiter und nutzen Kapital. Sie entscheiden, wie viel produziert wird und mit welchem Preis die Produkte verkauft werden. Die Zentralbank legt die Geldpolitik fest, indem sie ihre Verlustfunktion minimiert. Das Instrument der Zentralbank ist der nominale Zinssatz, der über die Gewichtung der Ziele Preisstabilität und Wachstum bestimmt wird. Das Modell geht von einer geschlossenen Volkswirtschaft aus. Um das Smets und Wouters Modell schätzen zu können, wird die linearisierte Form der Modellgleichungen benötigt. Hierzu werden die Optimalitätsbedingungen der Entscheidungsprozesse mithilfe einer Taylor Approximation erster Ordnung um die Steady-State Werte der Variablen linearisiert. Eine linearisierte Gleichung entspricht somit der Summe aus der Bewertung der Funktion an der Stelle der Steady-State Werte und den jeweiligen partiellen ersten Ableitungen aller in der Gleichung vorkommenden Variablen, bewertet mit Steady-State Werten, multipliziert mit der jeweiligen Variable im Steady-State sowie der prozentualen Abweichung der jeweiligen Variable vom Gleichgewichtswert. Alle Variablen der linearisierten Gleichungen sind als logarithmische Abweichungen vom Steady-State dargestellt. Das linearisierte Modell umfasst zehn Gleichungen, die im Folgenden bestimmt und deren nicht-linearisierten Formen hergeleitet werden.

2.1 Haushalte

Haushalte treffen in drei Bereichen Entscheidungen: sie entscheiden erstens über den Konsum, zweitens über das Arbeitsangebot und den Lohn sowie drittens über die Investitionen. Die Konsumentscheidungen trifft der Haushalt, indem er gegeben seiner intertemporalen Budgetrestriktion seinen erwarteten Nutzen maximiert. Die intertemporale Nutzenfunktion U_t^τ eines Haushaltes τ ist gegeben durch die Erwartungen über die Summe der mit der Rate β^t diskontierten Nutzen über einen infiniten Zeithorizont:

$$U_t^\tau = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \varepsilon_t^B \left[\frac{1}{1-\sigma_c}(C_t^\tau - H_t)^{1-\sigma_c} - \frac{\varepsilon_t^L}{1+\sigma_l}(l_t^\tau)^{1+\sigma_l} + \frac{\varepsilon_t^M}{1-\sigma_m}\left(\frac{M_t^\tau}{P_t}\right)^{1-\sigma_m}\right].$$

Die Nutzenfunktion des Haushaltes τ hängt positiv von dessen Konsum C_t^τ, negativ von dessen Arbeitsangebot l_t^τ und positiv von der realen Geldmengenhaltung $\frac{M_t^\tau}{P_t}$ ab. Der Konsum wird von einer Gewohnheitsvariable $H_t = h * C_{t-1}$ beeinflusst. Die Variabel ermöglicht es, die Persistenz im Konsumverhalten abzubilden und somit eine verzögerte Reaktion im

Konsumverhalten auf Schocks zu berücksichtigen. σ_c bestimmt die relative Risikoaversion. $\frac{1}{\sigma_c}$ misst die intertemporale Substitutionselastizität. $\frac{1}{\sigma_l}$ gibt die Reaktion des Arbeitsangebots auf eine Veränderung des Reallohns um 1% an und misst somit die Elastizität des Arbeitsaufwands bezüglich des Reallohns. $\frac{1}{\sigma_m}$ ist die Elastizität der realen Geldmengenhaltung bezüglich der Zinsen. Die Nutzenfunktion wird von einem Präferenzschock ε_t^B, einem Arbeitsangebotsschock ε_t^L und einem Geldnachfrageschock ε_t^M beeinflusst. Die intertemporale Budgetrestriktion eines Haushaltes ist gegeben durch:

$$C_t^\tau + I_t^\tau + \frac{M_t^\tau}{P_t} + b_t \frac{B_t^\tau}{P_t} = Y_t^\tau + \frac{M_{t-1}^\tau}{P_t} + \frac{B_{t-1}^\tau}{P_t},$$

wobei I_t^τ die Investitionen und B_t^τ Bonds sind. Bonds werden mit $b_t = \frac{1}{1+i_t} = \frac{1}{R_t}$ bepreist und sind somit abhängig vom Zinssatz i_t. Die Ausgaben des Haushaltes stehen dem Vermögen der Vorperiode und dem Einkommen Y_t^τ gegenüber. Ausgehend von den ersten Ableitungen nach Konsum, Bonds und Geldmenge der Nutzenmaximierung gegeben der intertemporalen Budgetrestriktion wird der Lagrange-Multiplikator, die Beziehung zwischen heutigem und zukünftigem Konsum sowie die Geldnachfrage bestimmt. Die Ableitung der Lagrange-Funktion nach dem Konsum ergibt: $\lambda_t = \varepsilon_t^B (C_t^\tau - H_t)^{-\sigma_c} = \frac{\partial U_t^\tau}{\partial C_t^\tau} = U_t^C$. Somit gibt der Lagrange-Multiplikator den marginalen Nutzen von Konsum an. Die Ableitung nach Bonds bestimmt folgende Beziehung zwischen heutigem und zukünftigem Konsum:
$E\left[\beta \frac{U_{t+1}^C}{U_t^C}(1+i_t)\frac{P_t}{P_{t+1}}\right] = 1$. Im Optimum muss das Verhältnis der marginalen Nutzen von Konsum in t und $t+1$ (marginal rate of substitiution) dem Preisverhältnis entsprechen. Die Linearisierung des Maximierungsproblems der Haushalte ergibt folgende Konsumgleichung:

$$(1) \quad C_t = \frac{h}{1+h} C_{t-1} + \frac{1}{1+h} C_{t+1} - \frac{1-h}{(1+h)\sigma_c}(R_t - \pi_{t+1}) + \frac{1-h}{(1+h)\sigma_c}\left(\varepsilon_t^b - \varepsilon_{t+1}^b\right).$$

Der Konsum, beziehungsweise die Abweichung des Konsums vom Steady-State Wert, hängt somit von der Gewohnheitsvariable, dem vergangenen und zukünftigen Konsum, der relativen Risikoaversion, der erwarteten Inflation und dem Präferenzschock ab, wobei alle Variablen die Abweichung zum Gleichgewichtswert darstellen. Über den nominalen Zinssatz beeinflusst die Zentralbank direkt die Konsumnachfrage.

Der zweite Entscheidungsprozess der Haushalte betrifft die Bestimmung des Arbeitsangebots und die Lohnsetzung. Im Arbeitsmarkt herrscht monopolistische Konkurrenz, denn die angebotene Arbeitskraft der Haushalte sind differenzierte Güter und somit imperfekte Substitute. Das Modell von Smets und Wouters berücksichtigt demnach durch die

Modellierung von der Preissetzungsmacht der Haushalte Unvollkommenheit im Arbeitsmarkt. Es ermöglicht ihnen, unfreiwillige Arbeitslosigkeit im Gleichgewicht in ihr Modell mit ein zu beziehen. Die Lohnsetzung folgt der Calvo-Regel. Löhne sind fix, da sie beispielsweise für einen bestimmten Zeitraum ausgehandelt wurden. Ein Teil der Löhne wird jedoch in jeder Periode verändert. Diese Lohnveränderungen sind stochastisch. Jeder Haushalt hat in jeder Periode t die konstante Wahrscheinlichkeit $1-\xi_w$, seinen Lohn neu zu setzen. Der Anteil ξ_w der Haushalte kann den Lohn nicht optimal anpassen, sondern dieser wird durch die vergangene Inflationsrate bestimmt. Somit hat hohe Inflation die Tendenz lange zu bestehen. Das Resultat ist Inflation Inertia, also die träge Entwicklung von Inflation. Der gesetzte Lohn eines Haushaltes τ in der Periode t wird somit bestimmt durch:

$$W_t^\tau = \begin{cases} \widetilde{W}_t & \text{mit } 1-\xi_w \\ \left(\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}}\right)^{\gamma_W} W_{t-1}^\tau & \text{mit } \xi_w \end{cases}.$$

γ_W misst den Grad der Indexierung des Lohns an die Inflation der Vorperiode $\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}}$. Ist $\gamma_W = 0$, dann bleibt der Lohn konstant, $W_t^\tau = W_{t-1}^\tau$. Je näher γ_W bei 1 ist, desto stärker ist die Indexierung. Der neugesetzte Lohn $\widetilde{W}_t$ wird von den Haushalten so gesetzt, dass er den Nutzen des Haushaltes bei gegebener Budgetrestriktion und Arbeitsnachfrage maximiert.
Die Arbeitsnachfrage wird von den Unternehmen durch Minimierung ihre Arbeitskosten über alle Haushalte unter der Restriktion der aggregierten Arbeitsnachfrage bestimmt:

$$L = \int_0^1 W_t^\tau l_t^\tau \, d\tau + W_t \left[L_t - \left(\int_0^1 (l_t^\tau)^{\frac{1}{1+\lambda_{w,t}}} d\tau \right)^{1+\lambda_{w,t}} \right].$$

Die aggregierte Arbeitsnachfrage wird mit einer Dixit-Stiglitz Funktion dargestellt. Sie setzt sich zusammen aus der aggregierten Nachfrage nach der Arbeit eines jeden Haushaltes τ und wird beeinflusst durch den Substitutionsparameter $\lambda_{w,t}$. Da die angebotene Arbeit der Haushalte imperfekte Substitute sind, muss gelten: $\lambda_{w,t} > 0$. Die Lösung des Optimierungsproblems ergibt die optimal Arbeitsnachfrage, die von dem Verhältnis des Lohnes eines Haushaltes τ zum Lohnindex $\frac{W_t^\tau}{W_t}$, der aggregierten Nachfrage nach Arbeit L_t und dem Substitutionsparameter $\lambda_{w,t}$ abhängt: $L_t = \left[\int_0^1 \left(\frac{W_t^\tau}{W_t}\right)^{\frac{-1}{\lambda_{w,t}}} L_t^{\frac{1}{1+\lambda_{w,t}}} d\tau \right]^{1+\lambda_{w,t}}$.

Gegeben dieser Arbeitsnachfrage und der Budgetrestriktion ergibt die nutzenmaximale Bestimmung des Lohns $\widetilde{W}_t$ des Haushaltes:

$$\frac{\widetilde{W}_t}{P_t} E_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \xi_w^i \left(\frac{P_{t+i-1}}{P_{t-1}}\right)^{\gamma_W} \frac{P_t}{P_{t+i}} \left(\frac{l_{t+i}^\tau U_{t+i}^C}{1+\lambda_{w,t+i}}\right) = E_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \xi_w^i \, l_{t+i}^\tau U_{t+i}^l.$$

Der neugesetzte Reallohn $\frac{\widetilde{W}_t}{P_t}$ wird so bestimmt, dass der diskontierte marginale Gewinn durch Arbeit einen mark-up über die diskontierten, erwarteten Kosten von Arbeit bildet. Bei voller Flexibilität der Löhne vereinfacht sich die Gleichung für den Reallohn auf $\frac{\widetilde{W}_t}{P_t} = (1 + \lambda_{w,t}) \frac{U_t^l}{U_t^c}$, wobei der Reallohn einen mark-up über das Verhältnis von heutigem marginalem Nutzen von Freizeit zu heutigem marginalem Nutzen von Konsum bildet. Ausgehend von der Optimierungsbedingung der Löhne wird die linearisierte Gleichung der realen Löhne bestimmt. Der Lohn ist somit abhängig von vergangenem und erwartetem Lohn, sowie von vergangener, heutiger und zukünftiger Inflation und einem Faktor, der Arbeitsangebot und Konsum sowie Schocks erfasst:

$$(2)\quad w_t = \frac{\beta}{1+\beta} w_{t+1} + \frac{1}{1+\beta} w_{t-1} + \frac{\beta}{1+\beta} \pi_{t+1} - \frac{1+\beta\gamma_w}{1+\beta} \pi_t + \frac{\gamma_w}{1+\beta} \pi_{t-1} - \frac{1}{1+\beta} \frac{(1-\beta\xi_w)(1-\xi_w)}{\left(1+\frac{(1+\lambda_w)\sigma_L}{\lambda_w}\right)\xi_w} \Big[w_t - \sigma_L L_t - \frac{\sigma_c}{1-h}(C_t - hC_{t-1}) + \varepsilon_t^L - \eta_t^w\Big].$$

Im dritten Entscheidungsprozess bestimmen die Haushalte das Investitionsvolumen und die Kapitalakkumulation. Der Kapitalstock K_t ist im Besitz der Haushalte und wird von diesen mit einer Rate r_t^k an die Unternehmen im Zwischensektor als Produktionsfaktor verliehen. Um das Angebot von Kapital zu verändern, können die Haushalte zum einen in neues Kapital für die Periode $t + 1$ in t investieren oder die Nutzungsrates des Kapitals z_t in der Periode t verändern. Die anpassbare Nutzungsrate glättet die Reaktion der marginalen Kosten von Kapital auf Outputschwankungen. Die Haushalte bestimmen den realen Wert von Kapital, die Investitionen und die Nutzungsrate von Kapital im Hinblick auf die Maximierung ihres Nutzens unter Berücksichtigung der Budgetrestriktion und Kapitalakkumulationsgleichung. Eine Erhöhung des Kapitals geht für die Haushalte zu Lasten von Konsum. Somit müssen die Haushalte bei der Optimierung ihres Nutzens den trade-off zwischen zusätzlichem Nutzen durch erhöhte Investitionen und Nutzenverlust durch verringerten Konsum berücksichtigen. Die Kapitalakkumulationsgleichung ist gegeben durch:

$$K_t = K_{t-1}(1 - \tau) + I_t \left[1 - S\left(\frac{\varepsilon_t^I I_t}{I_{t-1}}\right)\right].$$

Der Kapitalstock der Periode t setzt sich zusammen aus dem mit der Abschreibungsrate τ reduzierten Kapitalstock der Vorperiode und den Investitionen der Periode I_t. Diese werden um die Anpassungskosten, gegeben durch die Funktion $S(\cdot)$, reduziert. Die Hinzunahme der Anpassungskosten ermöglicht es dem Modell, allzu starke Schwankungen bei den Investitionen zu vermeiden. Die Kosten hängen von einem Schock ε_t^I und der prozentualen

Veränderung der Investitionen in t zu denen der Vorperiode, also der Wachstumsrate $\frac{I_t}{I_{t-1}}$, ab. Im Steady-State gilt $I_t = I_{t-1} = I$ und somit $S(1) = 0$. Die Annahme $S'(1) = 0$ bedeutet, dass in der näheren Umgebung des Steady-States eine marginale Erhöhung der Investitionen mit Anpassungskosten nahe 0 einhergeht. Die Nutzungsrate des Kapitals wird so bestimmt, dass die Rate, mit der das Kapital verliehen wird, also der marginale Gewinn des Kapitals, den marginalen Kosten $\Psi'(z_t)$ zu der Nutzungsrate gleicht, $r_t^k = \Psi'(z_t)$. Ist der Gewinn höher als die Kosten, dann ist es profitabel, die Nutzungsrate zu erhöhen bis die Gleichung wieder hält. Der Kapitalstock wird durch die folgende Gleichung bestimmt:

$$Q_t = E_t\left[\beta\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t}\left(Q_{t+1}(1-\tau) + z_{t+1}r_{t+1}^k - \Psi(z_{t+1})\right)\right].$$

Hierbei ist Q_t das Verhältnis des marginalen Wertes einer Erhöhung des Kapitalstocks zu den marginalen Opportunitätskosten und somit das marginal Tobin-Q. Q_t ist gleich den erwarteten und diskontierten Werten von Q_{t+1}, verringert um die Abschreibungen, und den Gewinnen, multipliziert mit der zukünftigen Nutzungsrate, verringert um die erwarteten, diskontierten Kosten bei der zukünftigen Nutzungsrate. Da im Steady-State $Q = 1$ gilt, gleichen die marginalen Gewinne den marginalen Kosten. Die Investitionen werden bestimmt durch:

$$E_t\left[-\beta^t\lambda_t - \beta^t\lambda_t Q_t\left(-1 + S\left(\frac{\varepsilon_t^I I_t}{I_{t-1}}\right) + I_t S'\frac{\varepsilon_t^I}{I_{t-1}}\right) - \beta^{t+1}\lambda_{t+1}Q_{t+1}\left(I_{t+1}S'\frac{-\varepsilon_{t+1}^I I_{t+1}}{I_t^2}\right)\right] = 0.$$

Diese Euler-Gleichung fordert, dass die marginalen Kosten von Investitionen den erwarteten marginalen Gewinnen gleichen. Aus diesen Gleichungen ergibt sich die linearisierte Form für Kapital, die Rate Q und die Investitionen. Kapitalakkumulation wird bestimmt über:

$$(3)\quad K_t = (1-\tau)K_{t-1} + \tau I_{t-1}.$$

Die linearisierte Q-Gleichung lautet:

$$(4)\quad Q_t = -(R_t - \pi_{t+1}) + \frac{1-\tau}{1-\tau+\bar{r}^k}Q_{t+1} + \frac{\bar{r}^k}{1-\tau+\bar{r}^k}r_{t+1}^k + \eta_t^Q.$$

Die Investitionen werden festgesetzt mit:

$$(5)\quad I_t = \frac{1}{1+\beta}I_{t-1} + \frac{\beta}{1+\beta}I_{t+1} + \frac{\varphi}{1+\beta}Q_t + \frac{\beta\varepsilon_{t+1}^I - \varepsilon_t^I}{1+\beta}, \text{ wobei gilt, dass } \varphi = \frac{1}{S''(1)}.$$

2.2 Unternehmen

Die Unternehmen operieren in zwei Sektoren. Im Endprodukt-Sektor wird unter perfektem Wettbewerb ein einziges Endprodukt von den Unternehmen produziert. Im Zwischengut-Sektor stellen die Unternehmen verschiedene, differenzierte Zwischenprodukte, die mit $j \in [0,1]$ indexiert werden, her. In diesem Sektor herrscht monopolistische Konkurrenz. Während im Endprodukt-Sektor die Preise über die Gleichsetzung von Grenzkosten und Grenzerlöse bestimmt werden, setzen die Unternehmen im Zwischenprodukt-Sektor die

Preise nach der Calvo-Regel. Im Endproduktsektor bestimmen die Unternehmen die Nachfrage nach den Inputgütern, die zur Produktion des Endproduktes notwendig sind, über die Minimierung ihrer Kostenfunktion unter Berücksichtigung der Produktionsfunktion. Das Endprodukt Y_t wird mit einer bestimmten Menge eines jeden Zwischenproduktes y_t^j produziert. Somit ergibt sich die Produktionsfunktion aus dem Integral über alle Zwischenprodukte:

$$Y_t = \left[\int_0^1 \left(y_t^j\right)^{\frac{1}{1+\lambda_{p,t}}} dj\right]^{1+\lambda_{p,t}},$$

wobei $\lambda_{p,t}$ den zeitvariierenden mark-up des Gütermarktes angibt, der durch Kostenschocks folgendermaßen beeinflusst wird: $\lambda_{p,t} = \lambda_p + \eta_t^p$ mit $\eta_t^p \sim N\left(0, \sigma_{\eta_t^p}^2\right)$. Die Lösung des Optimierungsproblems ergibt die optimale Nachfrage nach einem Zwischenprodukt abhängig von der Produktionsfunktion, dem Verhältnis des Preise des Gutes j zum Zeitpunkt t, p_t^j, zum Preisindex des Endproduktes P_t und dem Parameter $\lambda_{p,t}$: $y_t^j = Y_t \left(\frac{p_t^j}{P_t}\right)^{\frac{-\left(1+\lambda_{p,t}\right)}{\lambda_{p,t}}}$.

Bei steigendem Preis eines Gutes im Verhältnis zum Preisindex sinkt die Nachfrage nach diesem Produktionsfaktor. Ein Kostenschock erhöht den Parameter $\lambda_{p,t}$ und führt zu einer geringeren Nachfrage. Einsetzen der optimalen Nachfragefunktion in die Produktionsfunktion ergibt, dass sich der Preis des Endproduktes P_t aus den Preisen der Zwischengüter zusammensetzt und zusätzlich vom Parameter $\lambda_{p,t}$ beeinflusst wird: $P_t = \left[\int_0^1 \left(p_t^j\right)^{\frac{-1}{\lambda_{p,t}}} dj\right]^{-\lambda_{p,t}}$.

Im Zwischenproduktsektor maximieren die Unternehmen ihren erwarteten Profit. Der Profit ist gegeben durch die Gewinne abzüglich der Kosten $\pi_t^j = p_t^j y_t^j - MC_t\left(y_t^j + \Phi\right)$, wobei Φ die Fixkosten des Unternehmens sind. Die marginalen Kosten MC_t sind konstant und somit nicht abhängig vom produzierten Zwischenprodukt. Sie werden durch die Ableitung der Kostenfunktion $C_t = W_t L_{j,t} + r_t^k \widetilde{K}_{j,t}$ bestimmt. Die Kosten bestehen aus Lohnkosten und Kapitalkosten und hängen somit von den eingesetzten Mengen von Arbeit und Kapital sowie dem Lohn und der dem Haushalt zu zahlenden Kapitalzinsen ab. Um die Menge der Produktionsfaktoren optimal bestimmen zu können, minimieren die Unternehmen ihre Kosten gegeben der Cobb-Douglas-Produktionsfunktion $y_t^j = \varepsilon_t^a \widetilde{K}_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{1-\alpha} - \Phi$ mit ε_t^a als Produktivitätsschock, dem genutzten Kapitalstock $\widetilde{K}_{j,t} = z_t K_{j,t-1}$ und dem Index der genutzten, differenzierten Arbeit $L_{j,t}$. Die Produktionselastizitäten α und $1-\alpha$ geben an, wie eine Änderung der eingesetzten Produktionsfaktoren die Outputmenge verändert. Da sie sich zu 1 summieren, hat die Produktionsfunktion konstante Skalenerträge. Die optimale Einsatzmenge der Produktionsfaktoren ergibt sich somit aus folgender Beziehung:

$$\frac{W_t L_{j,t}}{r_t^k \tilde{K}_{j,t}} = \frac{1-\alpha}{\alpha}.$$

Das Preisverhältnis der Faktoren (economic rate of substitution) muss dem Nutzungsverhältnis der Faktoren entsprechen (technical rate of substitution). Ist die Gleichung nicht erfüllt, so wird die eingesetzte Arbeitsmenge verringert und Kapital erhöht beziehungsweise vice versa bis das Verhältnis dem Preisverhältnis entspricht und somit die optimale Menge gefunden ist. Die Linearsierung der Optimalitätsbedingung ergibt folgende linearisierte Arbeitsnachfrage, die negativ vom Lohn und positiv vom Kapitalzins sowie dem vergangenen Kapitalstock abhängt:

$$\text{(6)} \quad L_t = -w_t + (1+\psi) r_t^k + K_{t-1}.$$

Die Preise im Zwischenproduktsektor werden gemäß der Calvo-Regel gesetzt, um Preisrigiditäten modellieren zu können. Wie bei den Löhnen, ist ein Teil der Preise fix, dadurch, dass beispielsweise Preise zwischen Unternehmen auf eine bestimmte Zeit oder in Katalogen schriftlich festgelegt worden sind. Die Bestimmung der Preise läuft analog zu der oben beschriebenen Bestimmung der Löhne ab. Der gesetzte Preis eines Unternehmens für ein Zwischenprodukt j in der Periode t wird somit bestimmt durch:

$$p_t^j = \begin{cases} \tilde{p}_t & \text{mit } 1-\xi_p \\ \left(\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}}\right)^{\gamma_p} P_{t-1}^j & \text{mit } \xi_p \end{cases}.$$

Hierbei ist $\tilde{p}_t$ der Preis, den ein Unternehmen mit der Wahrscheinlichkeit $1-\xi_p$ neu optimal setzen kann. Mit der Wahrscheinlichkeit ξ_p ist der Preis fix und abhängig von der vergangenen Inflation. Die Indexierung wird mit dem Parameter γ_p bestimmt. $\tilde{p}_t$ wird nach folgender Optimalitätsbedingung neu gesetzt:

$$E_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \xi_p^i \frac{\lambda_{t+i}}{\lambda_t} y_{t+i}^j \left[\frac{\tilde{p}_t}{P_t} \left(\frac{P_{t+i-1}}{P_{t-1}} \right)^{\gamma_p} \frac{P_t}{P_{t+i}} - \left(1+\lambda_{p,t+i}\right) \frac{MC_{t+i}}{P_{t+i}} \right] = 0,$$

wobei sich bei flexiblen Preisen die Gleichung auf $\tilde{p}_t = \left(1+\lambda_{p,t}\right) MC_t$ vereinfachen würde. Der optimal neu gesetzte Preis hängt von den marginalen Kosten ab und wird so bestimmt, dass er einen mark-up über die gewichteten marginalen Kosten bildet. Ausgehend von dieser Optimierungsbedingung wird die folgende linearisierte Phillipskurve bestimmt, die eine Abhängigkeit der heutigen Inflation von vergangener und erwarteter Inflation, sowie Lohn und Kapitalzins beschreibt und von Schocks beeinflusst wird:

$$(7)\quad \pi_t = \frac{\beta}{1+\beta\gamma_p}\pi_{t+1} + \frac{\gamma_p}{1+\beta\gamma_p}\pi_{t-1} + \frac{1}{1+\beta\gamma_p}\frac{(1-\beta\xi_p)(1-\xi_p)}{\xi_p}\left[\alpha r_t^k + (1-\alpha)w_t - \varepsilon_t^a + \eta_t^p\right].$$

2.3 Marktgleichgewicht und Zentralbank

Der Gütermarkt ist im Gleichgewicht, wenn $Y_t = C_t + G_t + I_t + \psi(z_t)K_{t-1}$ erfüllt ist. Die Produktion ist gleich dem Konsum, den Staatsausgaben G_t und den Investitionen, die zu einem Teil $\psi(z_t)K_{t-1}$ über die Anpassungskosten bestimmt werden. Das linearisierte Gütermarktgleichgewicht wird bestimmt über:

$$(8)\quad Y_t = \left(1 - \tau k_t - g_y\right)C_t + \tau k_t I_t + g_y\varepsilon_t^G,$$

wobei k_t das Verhältnis von Kapital zu Output im Steady-State und g_y das Verhältnis von Staatsausgaben zu Output im Steady-State ist. Die zweite Bedingung für ein Gütermarktgleichgewicht basiert auf der Produktionsfunktion.

$$(9)\quad Y_t = \phi\varepsilon_t^a + \phi\alpha K_{t-1} + \phi\alpha\psi r_t^k + \phi(1-\alpha)L_t.$$

Der Kapitalmarkt und der Arbeitsmarkt sind im Gleichgewicht, wenn die Nachfrage der Unternehmen nach Kapital beziehungsweise Arbeit dem Angebot durch die Haushalte entspricht.

Die geldpolitische Reaktionsfunktion der Zentralbank hat die folgende linearisierte Form

$$(10)\quad R_t = \rho R_{t-1} + (1-\rho)[\bar{\pi}_t + r_\pi(\pi_{t-1} - \bar{\pi}_t) + r_Y Y_t] + r_{\Delta\pi}(\pi_t - \pi_{t-1}) + r_{\Delta y}(Y_t - Y_{t-1}) - r_a\eta_t^a - r_L\eta_t^L + \eta_t^R.$$

Die Gleichung ist eine verallgemeinerte Taylor-Regel, die über die Minimierung der Verlustfunktion der Zentralbank hergeleitet wird. Die Abweichung des nominalen Zinssatzes vom Gleichgewichtszins hängt mit dem Parameter ρ, der Persistenz misst, gewichtet vom vergangen Zinssatz und dem optimalen Zinssatz ab. Zusätzlich bestimmen vier Schocks den Zinssatz, η_t^a , η_t^L , η_t^R und $\bar{\pi}_t$, wobei die ersten beiden Schocks Veränderungen des Potenzialoutputs abfangen und die zweiten beiden Schocks geldpolitische Schocks auf den Zinssatz und das Inflationsziel darstellen. Der optimale Zinssatz wird vom Inflationsgap und Outputgap, sowie deren Abweichungen vom vorherigen Gap, jeweils gewichtet mit r_i für $i = \pi, Y, \Delta\pi, \Delta Y$, beeinflusst. Das Outputgap ist die Abweichung des Output vom Potenzialoutput, das Inflationsgap misst die Abweichung der Inflation vom Inflationsziel.

3. Schätzung des Modelles mit Dynare

Das Smets und Wouters Modell besteht aus zwei Systemen, einem flexiblen und einem inflexiblen System. Im ersten System werden Löhne und Preise als voll flexibel angenommen. Das Ergebnis der Schätzung diese Systems bestimmt das Potenzialoutput. Das zweite System setzt Preise und Löhne gemäß der Calvo-Regel und berücksichtigt somit Rigiditäten. Im Folgenden wird nur das inflexible System geschätzt. Somit wird implizit ein Wert für den Potenzialoutput angenommen, indem der Startwert von Y_t gleich Null gesetzt wird, also Output dem Potenzialoutput entspricht.

In der Schätzung werden die Parameter der zehn linearisierten Gleichungen geschätzt. Zunächst werden die Variablen und Parameter spezifiziert. Das Gleichungssystem besteht aus zehn Variablen $(C, w, K, Q, I, r, \pi, L, Y, R)$. Für sechs Variablen werden Daten simuliert $(C, w,\ I,\ \pi, L, Y)$. Die Modellgleichungen beinhalten zehn Schocks. Die Technologie- und Präferenzschocks ε_t^a, ε_t^b, ε_t^I, ε_t^L und ε_t^G, sowie der geldpolitische Schock $\bar{\pi}_t$ folgen einem AR(1)-Prozess $\varepsilon_t^i = \rho_i \varepsilon_{t-1}^i + \eta_t^i$ mit $\eta_t^i \sim N(0,1)$. Die Kostenschocks η_t^w, η_t^p und η_t^Q, sowie der zweite geldpolitische Schock η_t^R sind unabhängig und identisch verteilt mit $N\left(0, \sigma_{\eta_t^i}^2\right)$. Die Koeffizienten ρ_i und die Standardabweichungen $\sigma_{\eta_t^i}$ müssen ebenfalls geschätzt werden. Als exogene Variablen werden in Dynare somit die zehn η_t^i deklariert. Um die Schätzung durchführen zu können, werden drei Änderungen an den linearisierten Gleichungen des Working Papers durchgeführt. In Gleichung (31) und (32) des Working Papers werden die Schocks in $t+1$ gleich null gesetzt, da die Schocks im Erwartungswert null sind. In Gleichung (36) wird das Vorzeichen vor ε_t^L verändert.

3.1 Durchführung der Schätzung

Nach der Deklarierung der Variablen und Parameter werden im zweiten Schritt Werte für alle Parameter festgesetzt. Die Parameterwerte beruhen auf den Angaben für feste Parameter und auf den Schätzwerten des Working Papers. Smets und Wouters setzen den Diskontierungsfaktor β auf 0,99. Die Abschreibungsrate τ wird mit 0,025 für ein Quartal festgelegt. Der Parameter α aus der Produktionsfunktion wird gleich 0,3 gesetzt. Das Gleichgewichtsverhältnis von Kapital zu Output k beträgt 2,2. Das Verhältnis von Staatsausgaben zu Output im Gleichgewicht ist g=0,18. Es wird bestimmt über die Anteile im Steady-State von Investitionen und Konsum zu Output (1-0,22-0,6). Der mark-up in der Lohnsetzungsgleichung λ_w wird ebenfalls im Paper festgesetzt auf 0,5. Der gleichgewichtige Kapitalzins bestimmt sich über die Gleichung $r_k = \frac{1}{\beta} - 1 + \tau$.

Die restlichen Parameter werden über die geschätzten Werte von Smets und Wouters bestimmt. Beispielsweise wird die Gewohnheitsvariable h auf den Wert 0,541 geschätzt. Die Parameter der Calvo-Regel sind 0,91 für den Anteil der Preise, die fix sind, und 0,763 für den Anteil der Löhne, die nicht neu gesetzt werden. Die Indexierung auf vergangene Inflation beträgt 0,408 für die Preise und 0,656 für die Löhne. Die Koeffizienten aus der geldpolitischen Regle liegen zwischen 0 und 1,7. Die Parameter ρ^i der AR(1)-Prozesse der Schocks liegen zwischen 0,8 und 0,97.

Im dritten Schritt werden die Modellgleichungen spezifiziert. Über die zehn linearisierten Gleichungen des Modells werden die jeweiligen Abweichungen der Variablen zu ihren Steady-State Werten bestimmt. Der vierte Schritt umfasst die Bestimmung der Schocks. Für die sechs Schocks, die mithilfe eines AR(1)-Prozesses modelliert werden, wird die Standardabweichung gemäß der Normalverteilung des jeweiligen Störterms mit Erwartungswert 0 und Varianz 1 auf 1 gesetzt. Für die restlichen vier Schocks, die normalverteilt mit Erwartungswert 0 und Varianz $\sigma^2_{\eta^i_t}$ sind, wird die Standardabweichung geschätzt. Im fünften Schritt werden die Startwerte der Variablen festgelegt. Alle Startwerte werden gleich null gesetzt, da die Variablen prozentuale Abweichungen vom Steady-State sind.

Im sechsten Schritt wird das System mithilfe bayesianischer Methoden geschätzt. Zunächst werden Daten für die zuvor als beobachtbar deklarierten Variablen für 10.000 Perioden simuliert und Impuls-Antwort-Funktionen für 100 Perioden ausgegeben. Die Parameter, die geschätzt werden, sind $h, \sigma_c, \sigma_L, \varphi, \gamma_p, \xi_p, \gamma_w$ und ξ_w. Die bayesianische Schätzung der Parameter wird über die Minimierung der erwarteten Verlustfunktion des Parameters, die den Verlust bestimmt, wenn der wahre Wert mit dem Punktschätzer geschätzt wird, berechnet. Der bayesianische Punktschätzer für den Parameter θ ist somit:

$$\hat{\theta} = argmin_{\omega} E(L(\omega, \theta)),$$

wobei $L(\omega, \theta)$ die Verlustfunktion ist und ω ein beliebiger Schätzer für den Parameter. Abhängig von der gewählten Nutzenfunktion kann der bayesianische Punktschätzer über verschiedene Momente der Posteriori-Verteilung der Parameter bestimmt werden. Im Fall von Dynare wird der Modus als Schätzer verwendet solange keine Iterationen des Metropolis-Hastings-Algorithmus durchgeführt wurden. Nach Ausführung des Algorithmus wird der bayesianische Schätzer des Parameters über den Erwartungswert der Posteriori-Verteilung bestimmt. Um die Schätzer berechnen zu können, werden somit die Posteriori-Verteilungen benötigt. Die Posteriori-Verteilung ist die Verteilung eines Parameters θ, gegeben der Daten y. Sie ist proportional zu dem Produkt aus Likelihood der Daten gegeben der Parameter $f(y|\theta)$ und der Priori-Verteilung eines Parameters $\pi(\theta)$, die eine subjektive Einschätzung über die Verteilung ohne Kenntnis der Daten ist. Die Posteriori-Verteilung hat somit die folgende Gleichung:

$$\pi(\theta|y) \propto f(y|\theta)\pi(\theta).$$

Zunächst wird die Priori-Verteilung bestimmt. Die Festlegung der Priori-Verteilungen ermöglicht es, Informationen über die Verteilung der Parameter aus vorheriger Literatur in das Modell einzuspeisen. Dem Working Paper folgend wird angenommen, dass die Parameter beta-, normal- oder invers-gammaverteilt sind mit jeweils festgesetzten Erwartungswert und Standardabweichung. Die Koeffizienten aus der geldpolitischen Regel haben alle einen normalverteilten Priori. Für die Koeffizienten der Schocks, die einem AR(1)-Prozess folgen, wird angenommen, dass sie betaverteilt sind mit Erwartungswert 0,85 und Standardabweichung 0,1. Die Standardabweichungen der vier Schocks, die unabhängig, identisch verteilt sind, sind invers-gammaverteilt.

Unter der Annahme, dass die unbeobachtbaren Variablen des Gleichungssystems anfangs normalverteilt sind, lässt sich die Likelihood über den Kalman-Filter berechnen. Ziel des Kalman-Filters ist es, die unbeobachtbaren Variablen zu bestimmen. Ausgehend von der Schätzung dieser Variablen und der Normalverteilungsannahme des Prognosefehlers, kann die Likelihoodfunktion für die Daten festgesetzt werden. Sie ist das Produkt der normalverteilten Dichtefunktionen über den Beobachtungszeitraum. Der Kalman-Filter besteht aus zwei Stufen, dem Filtern und Glätten. Im Filtern werden der bedingte Erwartungswert und die bedingte Kovarianz der unbeobachtbaren Variablen im Zeitpunkt t gegeben der beobachtbaren Variablen im Zeitpunkt t bestimmt. Im Glätten hingegen werden der bedingte Erwartungswert und die bedingte Kovarianz der Variablen im Zeitpunkt t gegeben aller Information des gesamten Zeitraums T (wobei $t \in T$) berechnet. Das Filtern ist somit vorwärts gerichtet, während das Glätten rückwärts gerichtet ist. Nach Durchführung von Filtern und Glätten können somit die unbeobachtbaren Variablen im Zeitpunkt $t=1,...,T$ über die bedingten Erwartungswerte dieser Variablen im jeweiligen Zeitpunkt gegeben der Informationen des gesamten Zeitraumes bestimmt werden.
Mithilfe des Metropolis-Hastings-Algorithmus kann im nächsten Schritt die Posteriori-Verteilung berechnet werden. Der Algorithmus ermöglicht es, eine Folge von Zufallsvariablen zu generieren, die aus einer Vorschlagsverteilung gezogen werden und deren Verteilung zu der Posteriori-Verteilung konvergiert. Die Vorschlagsverteilung muss so gewählt werden, dass sie die Posteriori-Verteilung überdeckt. Die Ränder der Verteilung müssen also die Ränder der Posteriori-Verteilung umfassen, damit aus der ganzen Breite der Verteilung gezogen werden kann. Die Ziehung der Parameter θ hängt von der Annahmewahrscheinlichkeit α und der vorherigen Ziehung ab. Die Ziehung eines neuen Wertes θ_t wird mit α akzeptiert. Falls die neue Ziehung nicht akzeptiert wird, dann ist $\theta_t = \theta_{t-1}$. Die Annahmewahrscheinlichkeit wird nach dem Independence Kernel bestimmt,

über den Quotienten aus dem Posterior-Kernel des neuen Wertes, multipliziert mit der Vorschlagsdichte des alten Wertes und dem Posterior-Kernel des alten Wertes, multipliziert mit der Vorschlagsdichte des neuen Wertes.

Es werden zwei parallele Ketten des Algorithmus durchgeführt, wobei der Algorithmus 10.000 Mal wiederholt wird. Damit die Konvergenz zur Posteriori-Verteilung gewährleistet ist, wird die Burn-in-Phase abgeschnitten. Die Annahmewahrscheinlichkeit kann über den Wert von *mh_jscale* in Dynare angepasst werden. Bei einem Wert von 0,9 liegt die Wahrscheinlichkeit innerhalb der in der Literatur geforderten 20 bis 30%. Für die bayesianische Schätzung muss gewährleitet sein, dass die Anzahl der Schocks mit der Anzahl der beobachtbaren Variablen übereinstimmt, um die eindeutige Identifizierung der Parameter sicher zu stellen. Die Anzahl der als Variablen deklarierten Schocks liegt genau wie die Anzahl der als beobachtbar deklarierten Variablen bei sechs.

3.2 Ergebnisse der Schätzung

Die Blanchard-Khan-Bedingungen sind erfüllt, was bedeutet, dass die Anzahl der Eigenwerte, die betragsmäßig größer oder gleich eins sind, der Anzahl der Variablen entspricht, die im Voraus bestimmt werden. Somit existiert ein stabiler Sattelpfad und das Teilsystem konvergiert. Die Annahmewahrscheinlichkeit des Metropolis-Hastings-Algorithmus liegt für den ersten Block bei 0,2401 und für den zweiten Block bei 0, 2390.

Die geschätzten Werte der Parameter sind signifikant, sie liegen im Konfidenzintervall (Tabelle 1). Der Gewohnheitsparameter h wird mit dem Wert 0,5350 geschätzt. Der Wert ist somit deutlich geringer als der angenommene Erwartungswert der Priori-Verteilung von 0,7 bei einer Standardabweichung von 0,1. Die Priori-Verteilung hat die typische breite und flache Form der Betaverteilung. Die Posteriori-Verteilung hat sehr schmale Ränder und ist spitz zulaufend über dem Wert des geschätzten Parameters (Graph 1 für alle Priori- und Posteriori-Verteilungen). Die Veränderung zeigt, dass die Daten Erklärungsgehalt für den Parameter haben.

Der heutige Konsum hängt somit zu 53,50% vom vergangenen Konsum ab und zeigt demnach ein persistentes Verhalten. Der geschätzte Wert von Smets und Wouters ist leicht höher mit 0,541. Die relative Risikoaversion beziehungsweise die inverse intertemporale Substitutionselastizität σ_c wird auf 1,6115 geschätzt. Der mit Erwartungswert von 1 normalverteilte Prior ist breiter und flacher als die deutlich spitzere Posteriori-Verteilung. Smets und Wouters schätzen einen Wert von 1,607. Ausgehend von der linearisierten

Konsumgleichung bestimmt der Term $\frac{1-h}{(1+h)\sigma_c}$ den Effekt einer Änderung der durch die Zentralbank festgelegten Zinsen, des erwarteten Inflationsgaps und des Präferenzschocks auf den Konsum (als Abweichung zum Steady-State Wert) der Haushalte. Werden beispielsweise die Zinsen um 1% erhöht, so verringert sich der Konsum um $\frac{1-0{,}5350}{(1+0{,}5350)1{,}6115} = 0{,}18798$. Eine leichte Erhöhung von σ_c oder h würde zu einer Verringerung des Effektes führen.

φ ist ein Koeffizient für die Anpassungskosten von Investitionen. Der Parameter wird über die Inverse der zweiten Ableitung der Anpassungskostenfunktion an der Stelle 1 im Steady-State bestimmt. Der geschätzte Wert für φ beträgt 5,7691 und ist damit höher als der Erwartungswert von 4 des normalverteilten Priors. Der von Smets und Wouters geschätzte Wert liegt bei 5,911. In der linearisierten Investitionsgleichung misst φ den Effekt einer Veränderung von Q auf die Investitionen. Bei einem konstanten β von 0,99 erhöht eine 1 prozentige Veränderung des Q's die Investitionen in Abweichung zum Steady State um 2,899. Steigt der Parameter φ, hat sich also der Wert der Anpassungskostenfunktion verringert, so erhöht sich auch der Einfluss einer Veränderung von Q auf die Investitionen. Je höher die Anpassungskosten also sind, desto persistenter sind die Investitionen bedingt durch eine geringere Auswirkung einer Veränderung von Q.

Der Parameter σ_L misst die inverse Elastizität des Arbeitsangebots. Der geschätzte Parameter hat einen Wert von 0,7684 und liegt somit deutlich unter dem Erwartungswert von 2 des normalverteilten Priors. Auch hier ist die Posteriori-Verteilung eindeutig spitzer um den geschätzten Wert und zeigt somit einen Informationszugewinn für den Parameter durch die Daten. Im linearisierten Modell beeinflusst σ_L den Effekt der Reallöhne, der Arbeits- und Lohnschock, des Konsums und der Arbeitsnachfrage in der Gleichung der Reallöhne. Die Elastizität des Arbeitsangebots $\frac{1}{\sigma_L}$ ist somit relativ hoch, was bedeutet, dass eine Veränderung des Reallohns eine starke Veränderung des Arbeitsangebotes nach sich zieht.

Die Parameter, die die Calvo-Regel betreffen, sind alle signifikant und zeigen somit, dass die angenommenen Rigiditäten der Löhne und Preise sowie die Indexierung auf vergangene Inflation eine Rolle spielen. ξ_p und ξ_w, die den Anteil der Preise beziehungsweise Löhne messen, die in der Periode nicht optimal bestimmt werden, sondern auf vergangene Inflation indexiert werden, werden mit den Werten 0,9105 und 0,7619 geschätzt. Die betaverteilten Priors um den Erwartungswert 0,75 sind deutlich breiter als die um die geschätzten Werte spitz zulaufenden Posteriori-Verteilungen. Für ξ_p ist die Posteriori-Verteilung noch schmaler als für den Lohnparameter und scheint kaum von den Rändern der Priori-Verteilung überdeckt zu sein. Auffällig ist, dass anders als die Annahme, dass die Inflexibilität von Löhnen und Preisen gleich hoch ist, verdeutlicht in den angenommen Priori-Verteilungen, die geschätzten Werte der Parameter ergeben, dass Preise deutlich inflexibler sind als Löhne und ein erstaunlich geringer Anteil von 0,09 in jeder Periode optimal bestimmt wird. Smets und Wouters erklären diese Ungleichheit mit den verschiedenen Annahmen über die marginalen Kosten. Die marginalen Kosten der Haushalte bezüglich des Arbeitsangebots zeigen einen steigenden Verlauf aufgrund des negativen Nutzens von Arbeit, während die marginale Kostenkurve der Unternehmen des Zwischenproduktsektors flach und für alle Unternehmen dieselbe ist aufgrund von konstanten Skalenerträgen. Durch diese zugrunde liegenden Annahmen wird die Inflexibilität der Preise nach oben verzerrt. Die Parameter γ_p und γ_w, die die Indexierung der Preise und Löhne auf vergangene Inflation bestimmen, haben die Werte 0,4114 und 0,6394. Die Werte liegen unter den Erwartungswerten von 0,75 der Priori-Verteilungen. Die Posteriori-Verteilung von γ_w ist breiter und hat eine geringere Höhe als die des Parameters der Preise. Bei einem konstanten β von 0,99 erhöht - nach der linearisierten Inflationsgleichung - eine 1 prozentige Veränderung der vergangenen Inflation die heutige Inflation um 0,2923, wobei jeweils die Abweichung zur Inflation im Steady State genommen wird. Ausgehend von der linearisierten Reallohngleichung erhöht eine Veränderung der vergangenen Inflation um 1% den Reallohn um 0,3213. Da die Indexierung der Löhne auf die Inflation der Vorperiode stärker ist, hat auch eine Veränderung der vergangenen Inflation einen größeren Effekt auf den heutigen Reallohn als auf die heutige Inflation. Die geschätzten Werte von Smets und Wouters für die vier Parameter sind ξ_p= 0,91, ξ_w= 0,763, γ_p= 0,408 und γ_w= 0,656.

Die Diagnosticplots zeigen einen guten Fit des Modells, denn die Enden der Graphen konvergieren für alle Parameter zusammen. Für die Parameter einzeln ist das Bild ambivalenter. Die Graphen von φ , σ_L , ξ_w und γ_w zeigen leicht divergentes Verhalten, während alle anderen Graphen der Parameter konvergentes Verhalten zeigen. Bei den Checkplots aller Parameter liegt der log Likelihood Kernel genau auf der Log Posteriori-Verteilung und trifft das Maximum. Die robusten Ergebnisse der Schätzung waren zu erwarten, da das Modell mit simulierten Daten geschätzt worden ist. Die Ergebnisse der Schätzung sind alle im Einklang mit den Ergebnissen von Smets und Wouters.

3.3 Impuls-Antwort-Funktionen

Die Analyse der Impuls-Antwort-Funktionen verdeutlicht die Reaktion der Variablen auf Veränderungen eines Schocks. Die Funktionen zeigen die Entwicklung der Variablen nach einem Schock, der in der ersten Periode den Wert eins annimmt, über 100 Perioden. Nach einigen Perioden ist die Wirtschaft zurück in ihrem Gleichgewicht bei Konstanthaltung aller anderen Schocks. Die Variablen erreichen somit ihren Steady-State Wert nach einiger Zeit oder nähern sich diesem innerhalb der 100 Perioden an.

Ein positiver Produktivitätsschock ε_t^a (Graph 2) führt zu einem Boom in der Wirtschaft. Ein solcher Schock beeinflusst direkt positiv die Gleichung des Gütermarktgleichgewichts über die Produktionsfunktion und negativ die Inflationsgleichung. Output, Investitionen und Konsum steigen an und es kommt außerdem, leicht zeitlich versetzt, zu einer Erhöhung des Kapitalstocks und einer eher schwachen Erhöhung des Reallohnes. Zusätzlich sinkt das Beschäftigungsniveau, was im Kontrast zu den Ergebnissen der Real Business Cycel Modelle ohne Rigiditäten steht. Das generelle Sinken des Preisdrucks führt zunächst zu einem Rückgang der Inflation und sinkenden Zinsen. Als ein Schock der Nachfrageseite hat ein positiver Präferenzschock ε_t^b (Graph 3) einen direkten Einfluss auf die Konsumgleichung und führt zu einem Anstieg des Konsums. Der zunehmende Konsum beeinflusst direkt das Output-Niveau und lässt zunächst auch den Output steigen. Gegeben der Entscheidungsprozesse der Haushalte führt ein steigender Konsum zu einer Verdrängung der Investitionen. Abnehmende Investitionen führen somit zu einem sinkenden Kapitalstock, da sich dieser aus den Investitionen der Vorperiode und dem Kapitalstock, verringert um den abgeschriebenen Kapitalstock, zusammensetzt. Die gestiegene Nachfrage lässt sowohl Preise als auch Löhne steigen und führt zu einem Anstieg des Beschäftigungsniveaus, um den erhöhten Nachfragebedarf bedienen zu können. Auf die erhöhte Inflation und Einkommen der Wirtschaft reagiert die Zentralbank mit einer Erhöhung der Zinsen, um beide Variablen auf ihre Zielwerte zu senken. Dem Präferenzschock entgegengesetzt beeinflusst ein positiver Investitionsschock ε_t^I (Graph 4) die Investitionsgleichung negativ und lässt die Investitionen sinken. Die abnehmenden Investitionen lassen aufgrund des trade-offs in der Optimierungsentscheidung der Haushalte den Konsum steigen und reduzieren den Kapitalstock. Gleichzeitig schrumpft die Wirtschaft, denn der Output sinkt. Durch den Rückgang des Outputs bei steigendem Konsum nehmen Inflation und Löhne zu, während das Beschäftigungsniveau abnimmt. Die Zentralbank reagiert zunächst mit einem Senken der Zinsen, um durch steigende Investitionen die Wirtschaft zu stimulieren.

Die Kostenschocks η_t^w und η_t^p (Graph 5 und 6) beeinflussen direkt die Gleichung des Reallohns und der Inflation, indem der mark-up erhöht wird. Sie haben eine ähnliche Wirkung auf die Wirtschaft. Der Lohnschock erhöht den Reallohn. Ein Preisschock führt zu einem hohen Anstieg der Inflation. Beide Schocks verschlechtern die wirtschaftliche Lage und lassen Output, Konsum, Investitionen, Kapital, Q und Beschäftigungsniveau sinken. Der Lohnschock führt ebenso zu einer steigenden Inflation, während der Preisschock zusätzlich den Reallohn senkt. Um die Inflation zu senken, erhöht die Zentralbank zunächst den Zinssatz.

Die geldpolitischen Schocks, eine Veränderung des Inflationsziels $\bar{\pi}_t$ und der temporäre Schock auf Zinsraten η_t^R, wirken direkt auf die Bestimmung des Zinssatzes durch die geldpolitische Regel. Ein temporärer Geldpolitikschock (Graph 7) lässt die Zinsen ansteigen. Leicht verzögert hat der geldpolitische Schock den erwarteten Effekt auf die Realwirtschaft. Inflation und Output sinken. Der Schock verringert die Investitionen und den Konsum, wobei der Effekt auf die Investitionen um einiges höher ist als der auf den Konsum. Durch den Rückgang der Investitionen nimmt verzögert der Kapitalstock ab. Zusätzlich sinken die Löhne. Ein Schock (Graph 8), der das Inflationsziel verändert, bedeutet eine Verschiebung der Reaktionsfunktion der Zentralbank. Die Auswirkungen des Schocks auf die einzelnen Variablen sind nahezu spiegelbildlich zu denen des temporären Schocks. Der Schock resultiert in einem verzögerten Rückgang der Zinsen, der wiederrum die Realwirtschaft stimuliert und den Preisdruck verstärkt. Die zwei von Smets und Wouters beschriebenen Effekte, kein Liquiditätseffekt und geringere Effekt auf den Output, sind nicht eindeutig zu erkennen.

4. Zusammenfassung

Das Smets und Wouters Modell modelliert die europäische Wirtschaft anhand der Entscheidungsprozesse der Haushalte, der Unternehmen und der Zentralbank. Um empirische Konsistenz zu gewährleisten, wird anhand einer Gewohnheitsvariablen Persistenz im Konsumverhalten und mithilfe von Anpassungskosten Persistenz im Investitionsverhalten der Unternehmen berücksichtigt. Rigiditäten von Preisen und Löhnen werden über die Bestimmung dieser anhand der Calvo-Regel modelliert. Eine Vielzahl von Schocks erfasst stochastische Elemente innerhalb der makroökonomischen Daten. Die Ergebnisse der Schätzung des Smets und Wouters Modells mit simulierten Daten zeigen, dass das Modell mit den getroffenen Annahmen statistisch signifikante Parameter liefert und angemessene Reaktionen auf Schocks zeigt. Die im Modell zusätzlich angenommenen Friktionen für

Investitionen, Konsum und Inflation sowie die Rigiditäten für Preise und Löhne sind relevant, was die Parameterschätzung zeigt. Alle Schocks beeinflussen die Realwirtschaft.

Die DSGE-Modellierung der europäischen Wirtschaft kann im Weiteren dazu dienen, die Politikstrategien der Zentralbank zu analysieren. Im Zuge der Krise im Euroraum wächst der Druck auf die Europäische Zentralbank, Maßnahmen zur Stimulierung der Wirtschaft zu unternehmen. Das Modell von Smets und Wouters kann hier einen Hinweis liefern, inwiefern eine Veränderung der Gewichtung der Ziele, in erster Linie der Bekämpfung der Inflation und der Wachstumsförderung, in der Gleichung der Zentralbank die Realwirtschaft betreffen. Um eine leichte Verringerung der Gewichtung des Inflationsziels und eine geringe Erhöhung der Gewichtung des Outputziels zu modellieren, werden die Werte für r_π und r_y verändert. r_π wird auf 1 verringert und r_y auf 0,5 erhöht, so dass eine Abweichung der Inflation von der Zielinflation einen leicht geringeren Einfluss auf die Festlegung des nominalen Zinssatzes hat, während eine Abweichung des Outputs vom Potenzialoutput nun eine stärkere Reaktion der Zentralbank fordert. Die Gewichtungen der Veränderungen der Gaps werden beibehalten.
Es zeigt sich, dass ein temporärer geldpolitischer Schock (Graph 9) nun geringere Auswirkungen auf die Realwirtschaft hat, da die Zinsniveaus schwächer ansteigen und somit der dämpfenden Effekt auf die Wirtschaft geringer ausfällt.

Was noch zu untersuchen wäre, ist, in wieweit die hohe Anzahl an stochastischen Schocks und zu schätzenden Parametern die Hauptursache für die Güte des Modelles zur Modellierung der Dynamiken im Euroraum ist. Es könnte sich also als kritisch erweisen, dass die getroffenen Annahmen von Rigiditäten und Persistenzen hauptsächlich aufgrund der besseren Abbildung von makroökonomischen Daten hinzugefügt wurden. Somit wäre der Hauptgrund zur Modellierung von Strukturen, die mikroökonomische Daten zeigen, nur zweitrangig. Weiterhin wäre zu klären, welche Problematiken die Fundierung des Modelles auf die Entscheidungsprozesse von einzelnen Wirtschaftsakteuren auf Fragen nach sinnvoller Aggregation und der Berücksichtigung von Heterogenität ergibt.[1]

[1] Eine ausführliche Kritik ist beispielsweise bei Blanchard, O. J. (2008): "The State of Macro", NBER Working Papers 14259, zu finden.

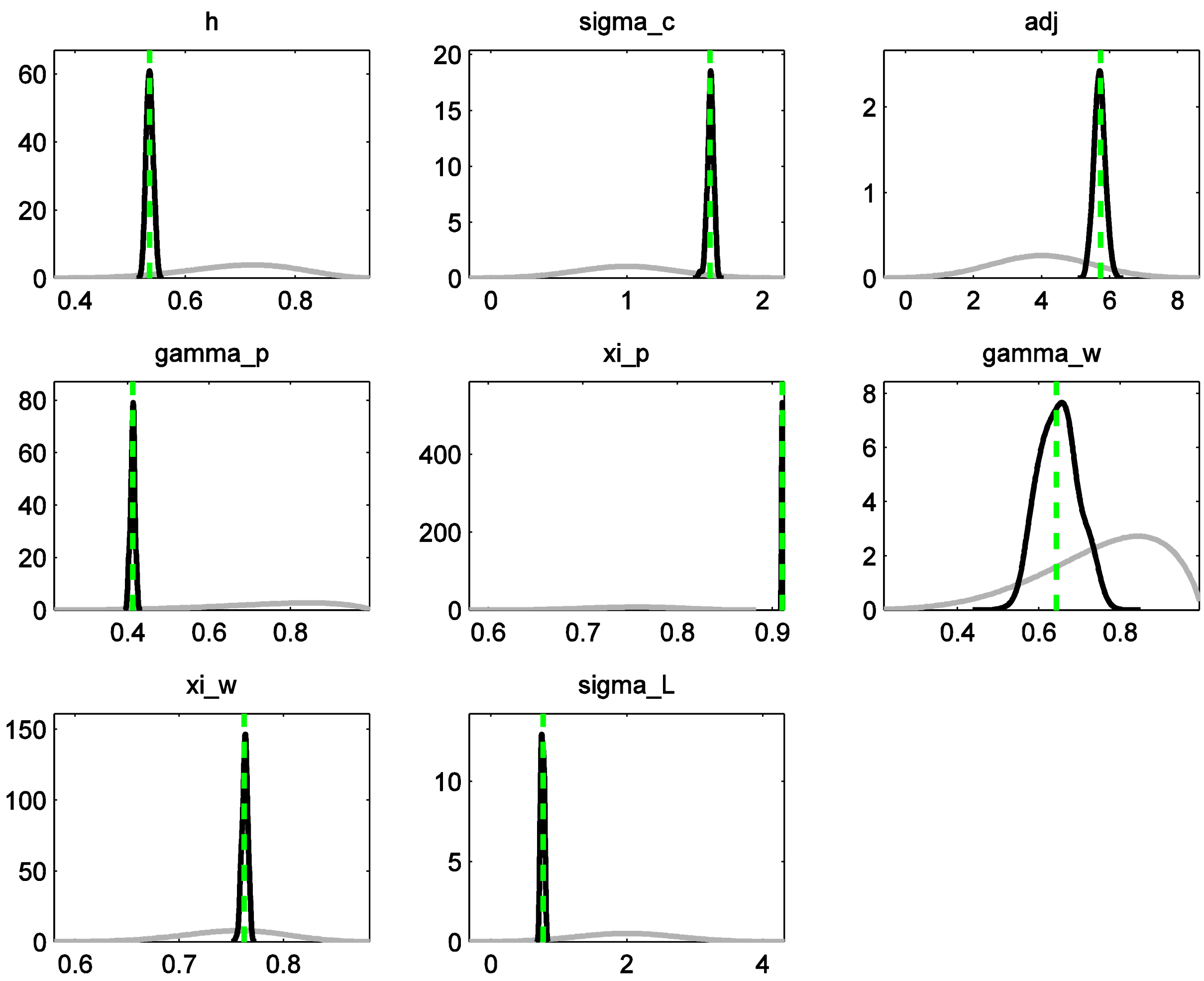
Anhang

Tabelle 1: Ergebnisse der Parameterschätzung

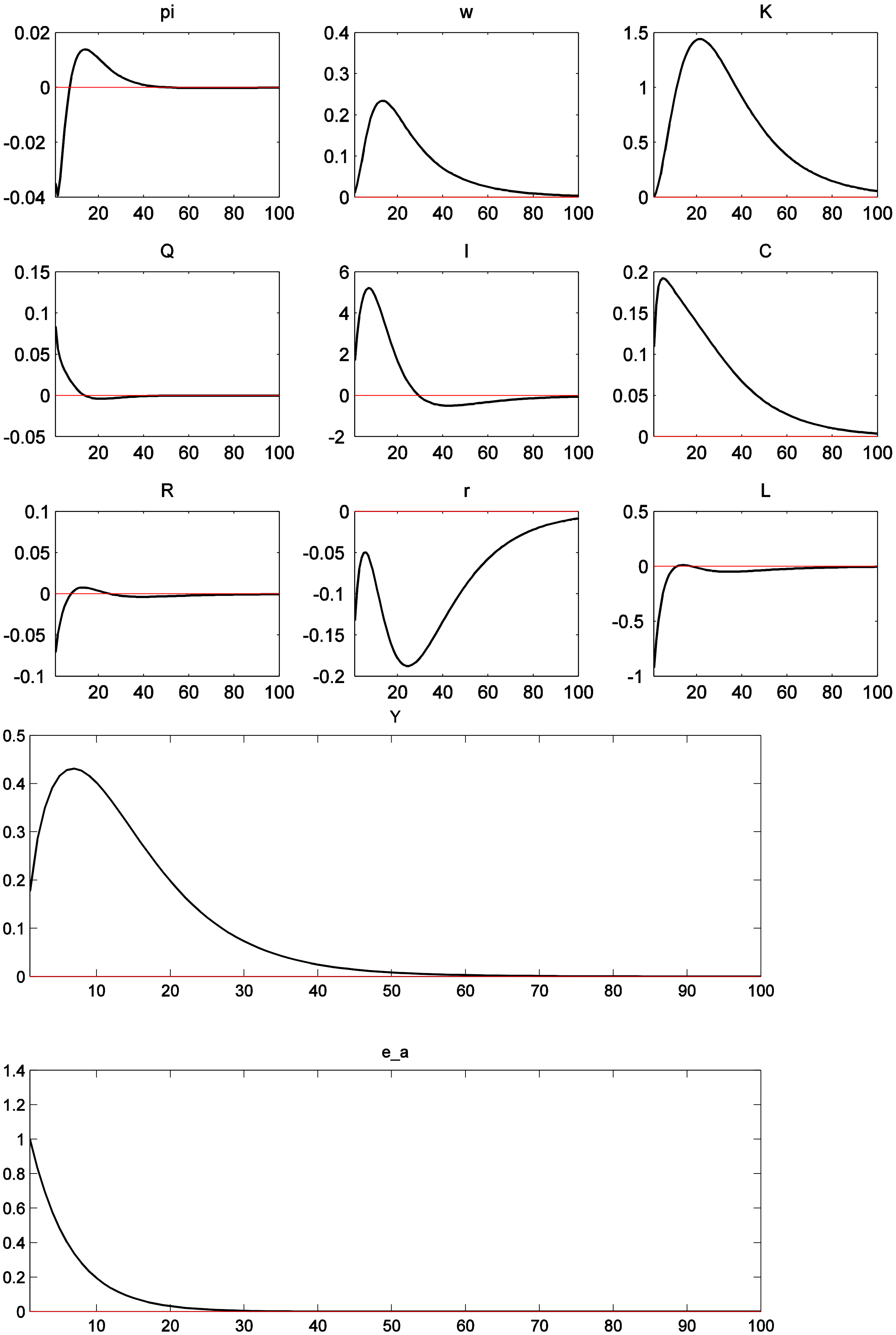
	μ Priori	μ Posteriori	Konfidenzintervall		Priori	σ Posteriori
h	0,7	0,535	0,5264	0,5432	beta	0,1
sigma_c	1	1,6115	1,5761	1,6452	normal	0,375
adj	4	5,7691	5,46	6,0554	normal	1,5
gamma_p	0,75	0,4114	0,4022	0,4204	beta	0,15
xi_p	0,75	0,9105	0,9095	0,9113	beta	0,05
gamma_w	0,75	0,6394	0,5673	0,7176	beta	0,15
xi_w	0,75	0,7619	0,7573	0,7665	beta	0,05
sigma_L	2	0,7684	0,7283	0,8209	normal	0,75

Anmerkung: μ = Erwartungswert, σ = Standardabweichung

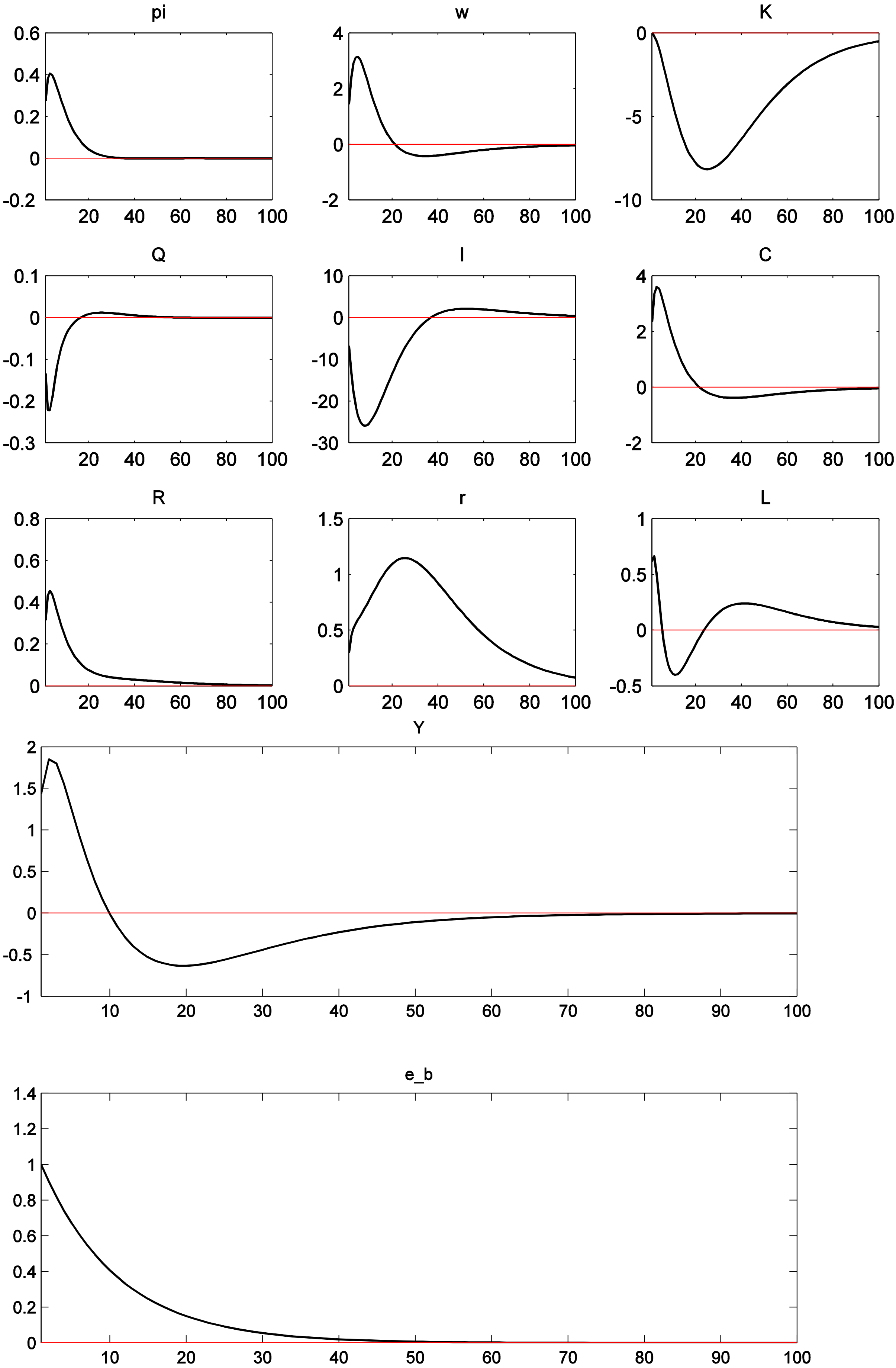
Graph 1: Priori- und Posteriori-Verteilungen



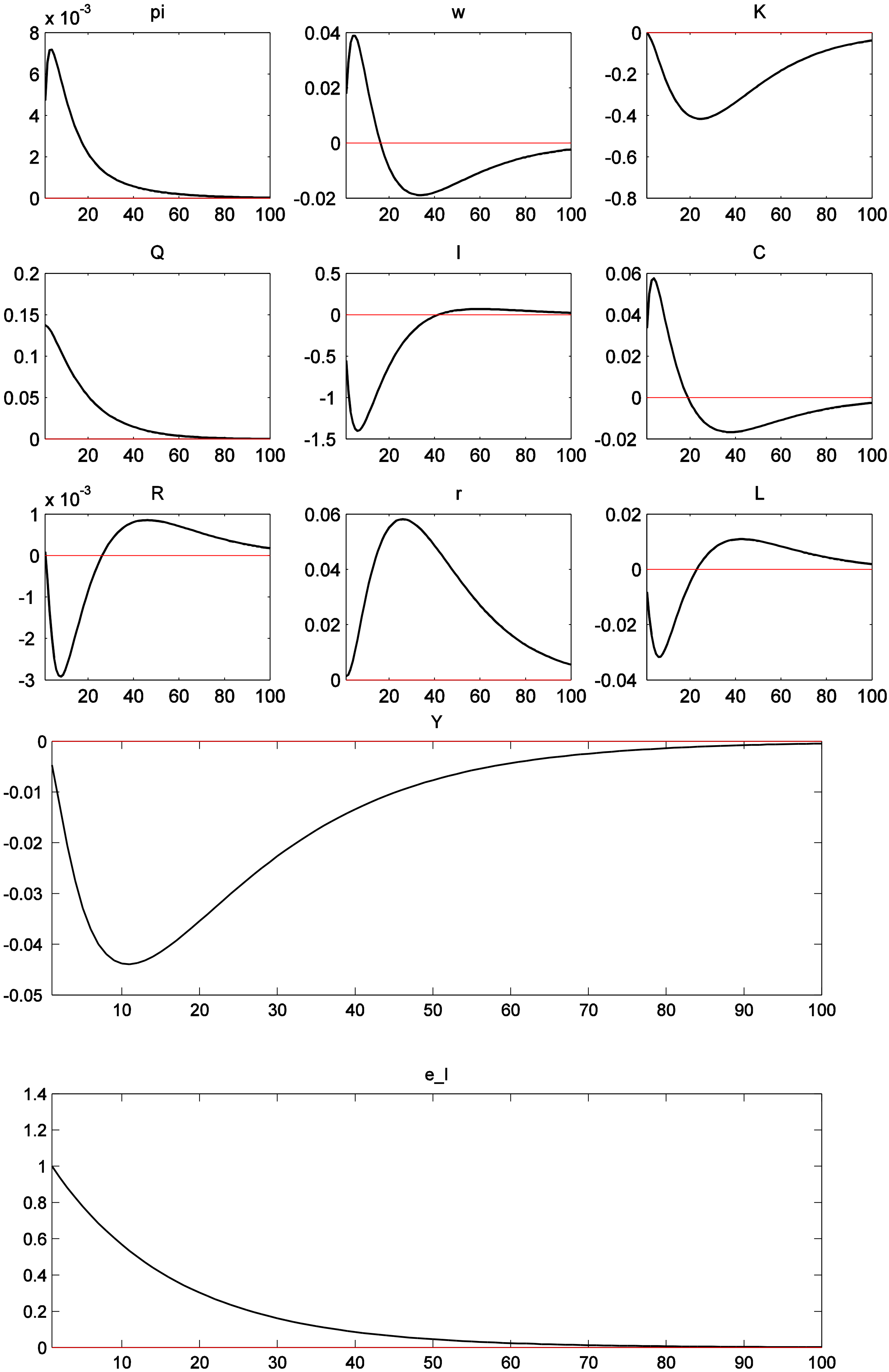
Graph 2: Impuls-Antwort-Funktionen - Produktivitätsschock



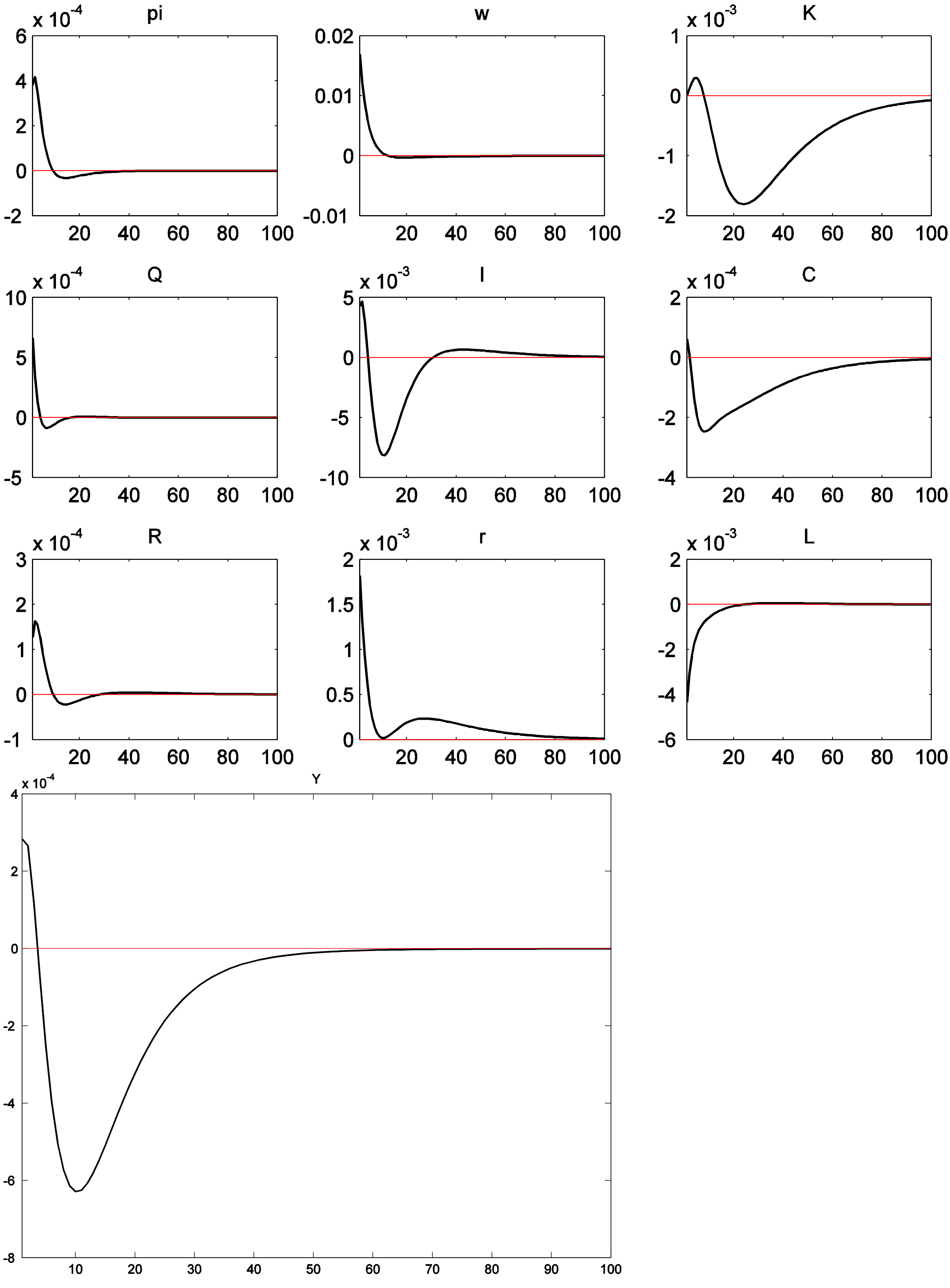
Graph 3: Impuls-Antwort-Funktionen - Präferenzschock



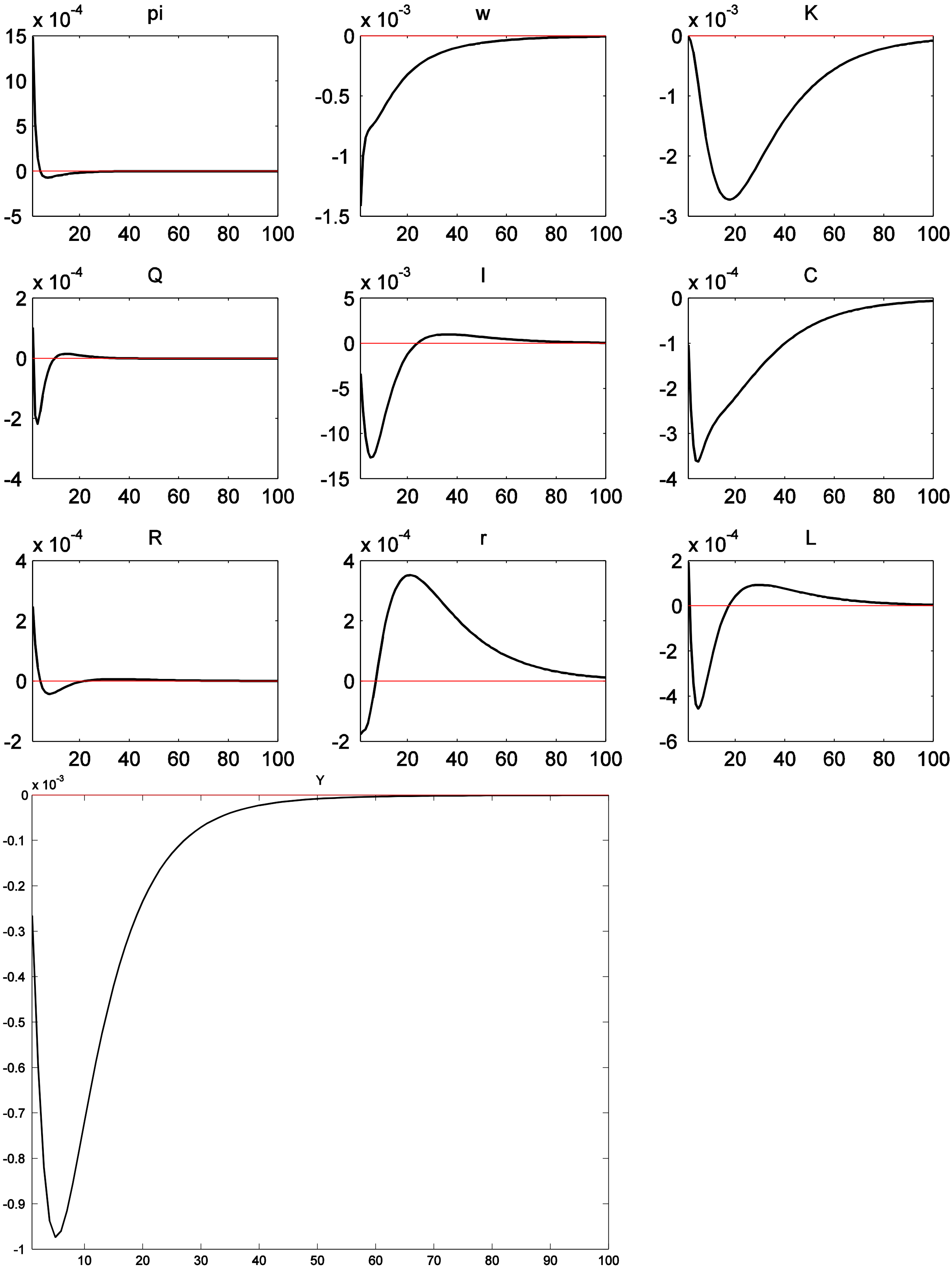
Graph 4: Impuls-Antwort-Funktionen - Investitionsschock



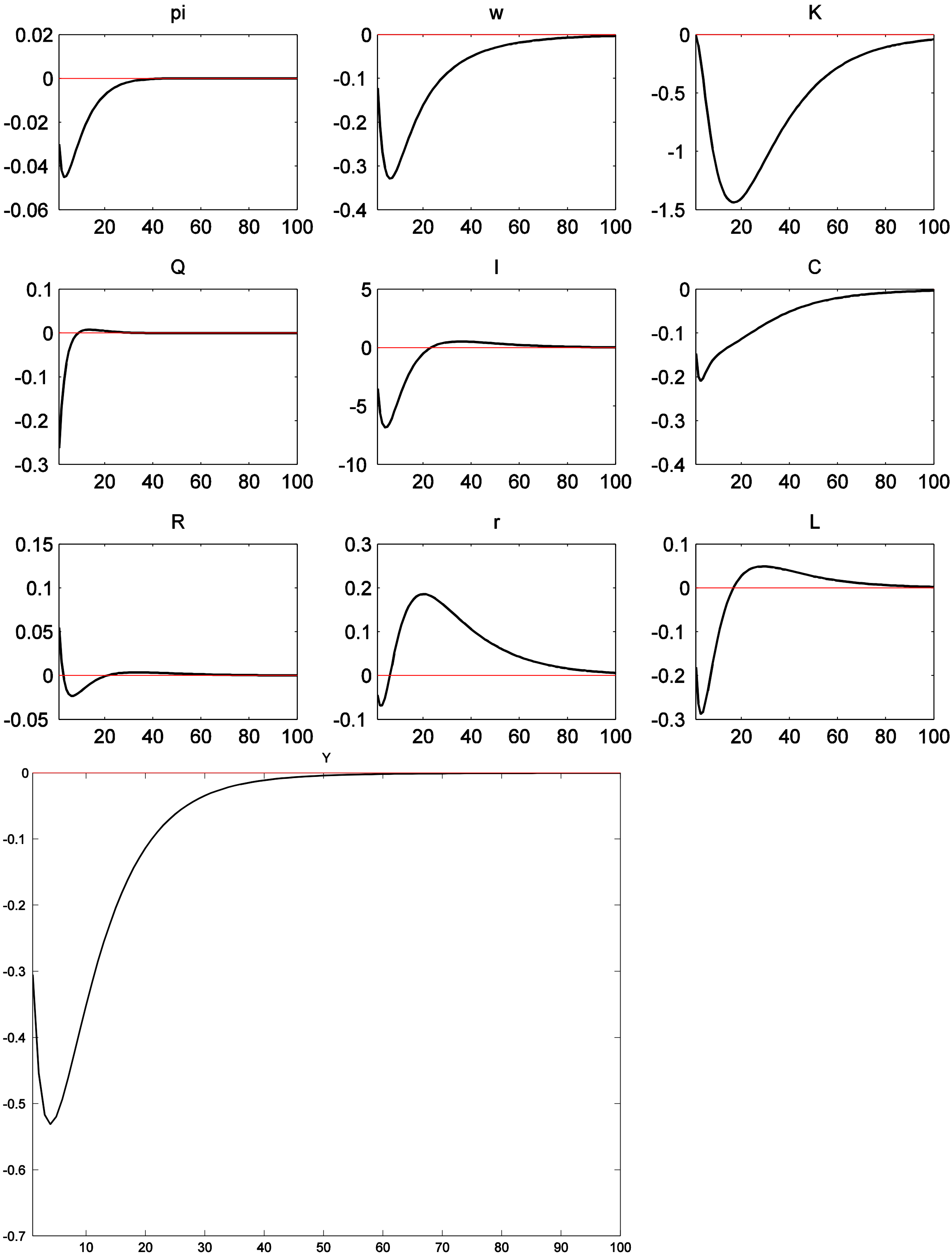
Graph 5: Impuls-Antwort-Funktionen - Lohnschock



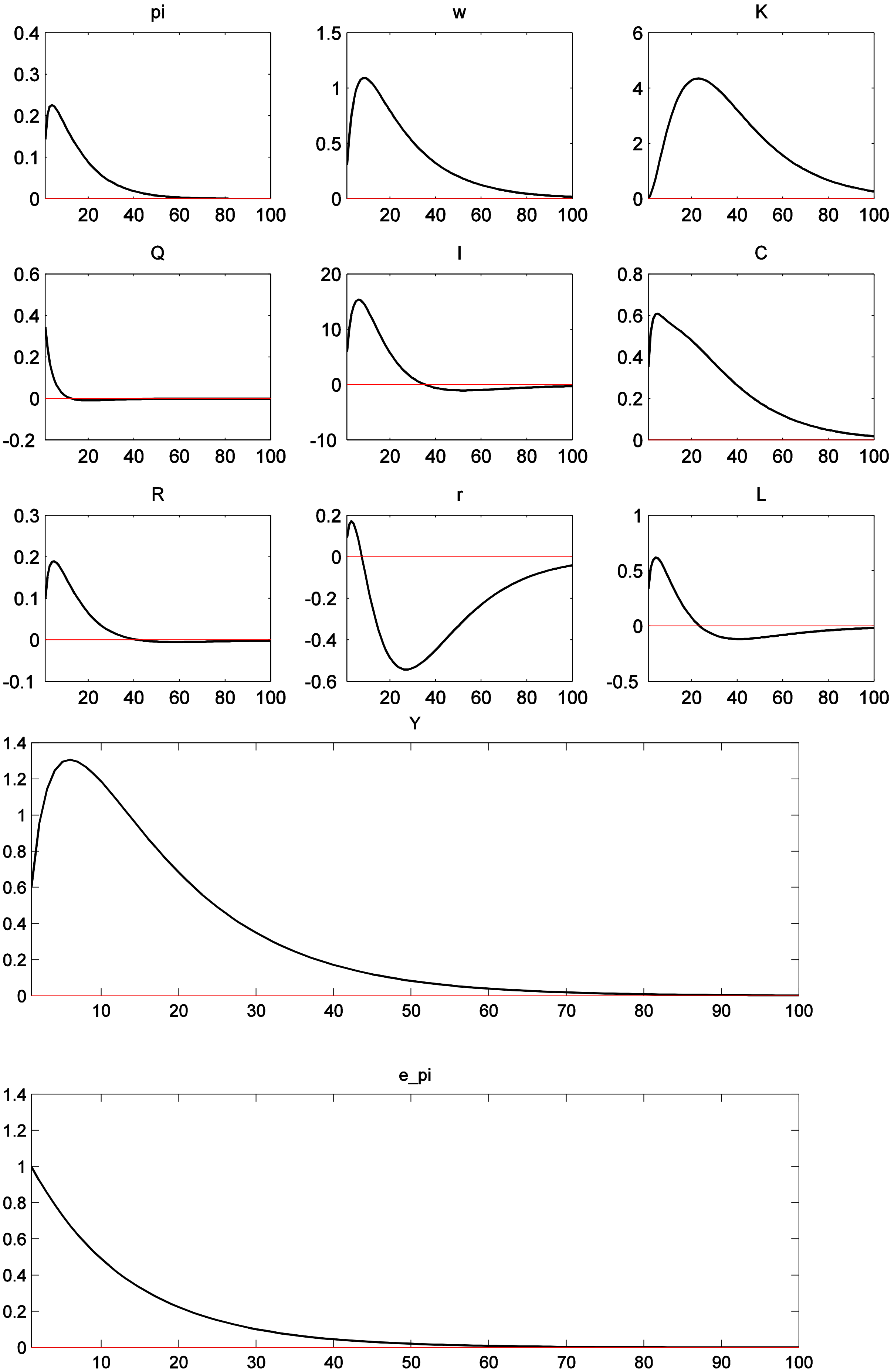
Graph 6: Impuls-Antwort-Funktionen - Preisschock



Graph 7: Impuls-Antwort-Funktionen - Zinsschock



Graph 8: Impuls-Antwort-Funktionen - Inflationszielschock



Graph 7: Impuls-Antwort-Funktionen - Zinsschock mit veränderter geldpolitischer Regel