Haushalte

$$L = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\log(C_t) - e^{\tau_t} \cdot \frac{N_t^{1+\phi}}{1+\phi} \right)$$

Gewinne

$$- \lambda_t \left[C_t + \frac{B_{t+1}}{P_t} - \frac{W}{P_t} \cdot N_t - \frac{R_{t-1}}{P_t} \cdot B_t - \cancel{T}_t \right]$$

$$\frac{\partial L}{\partial C_t} = \beta^t \cdot \frac{1}{C_t} - \lambda_t \overset{!}{=} 0 \Leftrightarrow \lambda_t = \beta^t \cdot \frac{1}{C_t} \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial N_t} = \beta^t (-e^{\tau_t}) \cdot N_t^{\phi} + \lambda_t \cdot \frac{W_t}{P_t} \overset{!}{=} 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{W_t}{P_t} = \frac{\beta^t \cdot e^{\tau_t} \cdot N_t^{\phi}}{\lambda_t}$$

$$\frac{\partial L}{\partial B_{t+1}} = \frac{-\lambda_t}{P_t} + \lambda_{t+1} \cdot \frac{R_t}{P_{t+1}} \overset{!}{=} 0$$

$$\Leftrightarrow \lambda_{t+1} \cdot \frac{R_t}{P_{t+1}/P_t} = \lambda_{t+1} \cdot \frac{R_t}{\Pi_{t+1}} = \lambda_t \quad (3)$$

(1) in (3): $$\frac{1}{C_t} = \beta \cdot E_t \cdot \frac{1}{C_{t+1}} \cdot \frac{R_t}{\Pi_{t+1}} \quad \mathrm{I}$$

(1) in (2): $$\frac{W_t}{P_t} = e^{\tau_t} \cdot C_t \cdot N_t^{\phi}$$

HH ~~w~~ Arbeits [illegible]

Final Goods

$$\text{Profit} = P_t \cdot Y_t - \int_0^1 P_{i,t} \cdot Y_{i,t}\, di$$

$$= P_t \cdot \left[\int_0^1 Y_{i,t}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di\right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} - \int_0^1 P_{i,t} \cdot Y_{i,t}\, di$$

$$\frac{\partial \text{Profit}}{\partial Y_{i,t}} = P_t \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \left[\int_0^1 Y_{i,t}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di\right]^{\frac{\varepsilon-(\varepsilon-1)}{\varepsilon-1}} \cdot \left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\right) \cdot Y_{i,t}^{\frac{\varepsilon-1-\varepsilon}{\varepsilon}} - P_{i,t} \overset{!}{=} 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{P_{i,t}}{P_t} = \left[\int_0^1 \dots\right]^{\frac{1}{\varepsilon-1}} \cdot Y_{i,t}^{-\frac{1}{\varepsilon}} \quad \Big|\, (\,)^{\varepsilon}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{P_{i,t}}{P_t}\right)^{\varepsilon} = Y_t \cdot Y_{i,t}^{-1}$$

$$\Leftrightarrow Y_{i,t} = \left(\frac{P_{i,t}}{P_t}\right)^{-\varepsilon} \cdot Y_t \qquad \varepsilon\text{: Nachfrageelast.}$$

Einsetzen in $Y_t = \left[\int_0^1 Y_{i,t}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di\right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$

$$= \left[\int_0^1 Y_t^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \cdot \left(\frac{P_{i,t}}{P_t}\right)^{1-\varepsilon} di\right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

$$\Leftrightarrow P_t = \left[\int_0^1 P_{i,t}^{1-\varepsilon} di\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

Zwischengütersektor

$$Y_{i,t} = A_t \cdot N_{i,t} \quad , \quad A_t = e^{a_t}$$

$$\Delta a_t = \rho_a \cdot \Delta a_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta a_t = a_t - a_{t-1}$$

Nominale Kosten

$$C_{i,t} = (1-v) \cdot W_t \cdot N_{i,t} = (1-v) \cdot W_t \cdot \frac{Y_{i,t}}{A_t}$$

$$MC_{i,t} = \frac{\partial C_{i,t}}{\partial Y_{i,t}} = \frac{(1-v) \cdot W_t}{A_t} = MC_t$$ unabhängig von i!

Nominale Gewinn:

$$Gew_{i,t} = P_{i,t} \cdot Y_{i,t} - MC_t \cdot Y_{i,t}$$ Nachfrage für $Y_{i,t}$ einsetz.

$$= \left(P_{i,t} - MC_t\right) \cdot \left(\frac{P_{i,t}}{P_t}\right)^{-\varepsilon} \cdot Y_t$$

Normalerweise: (ohne Preisfriktionen)

$$\frac{\partial Gew_{i,t}}{\partial P_{i,t}} = \left(\frac{P_{i,t}}{P_t}\right)^{-\varepsilon} \cdot Y_t \cancel{+ (P_{i,t} - MC_t)}$$

$$+ \left(P_{i,t} - MC_t\right) \cdot Y_t \cdot (-\varepsilon) \cdot \left(\frac{P_{i,t}}{P_t}\right)^{-\varepsilon-1} \cdot \frac{1}{P_t} \overset{!}{=} 0$$

$$\Leftrightarrow P_{i,t} = \underbrace{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}_{\text{Markup}} \cdot MC_t$$ → unabhängig von i

→ $P_{i,t} = P_{j,t} \quad \forall i,j$

$$P_t = \left[\int_0^1 P_{i,t}^{1-\varepsilon}\, di\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} = \left[P_j^{1-\varepsilon} \int_0^1 1 \cdot di\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} = P_j = P_i$$

Markup:

$$\cancel{P}\; P_t = P_{i,t} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \cdot MC_t = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \cdot \frac{(1-v) \cdot W_t}{A_t}$$

$$\Leftrightarrow 1 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} (1-v) \cdot \frac{W_t / P_t}{A_t}$$

$$\xlongequal{\text{HH-Arbeit}} \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} (1-v) \cdot \frac{e^{\tau_t} \cdot C_t \cdot N_t^{\phi}}{A_t}$$

$$\Leftrightarrow A_t = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} (1-v) \cdot e^{\tau_t} \cdot C_t \cdot N_t^{\phi}$$

Alle i sind gleich $\Rightarrow$ $N_{i,t} = N_{j,t} = N_t$

$Y_{i,t} = Y_{j,t} = Y_t$

$$\Rightarrow Y_t = A_t \cdot N_t$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial N_t} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} (1-v) \cdot \left(-\frac{U_{N,t}}{U_{C,t}}\right)$$

Effizient ist also $(1-v) = \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}$

dann wird effiziente Beschäftigung gewählt und Monopolpower beseitigt.

Effiziene Allokation:

- Keine Monopolpower $(1-\nu)=\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}$ (E1)
- Keine Inflation $\Rightarrow$ $\Pi = 1$ (E2)

$$Y_t = A_t \cdot N_t = C_t$$

einsetzen in $A_t = e^{\underbrace{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}(1-\nu)}_{=1}} \cdot e^{\gamma_t} \cdot C_t \cdot N_t^{\phi}$

$$\Leftrightarrow N_t^{\phi+1} = e^{-\gamma_t}$$

$$\Rightarrow N_t^{*} = \exp\left(\frac{-\gamma_t}{1+\phi}\right) \quad (E3)$$

$\rightarrow$ reagiert nicht auf Technologie!

$\rightarrow$ Keine intertemporalen Überlegungen

$\cancel{(1-\nu)=\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}$ ~~E1~~

$$Y_t^{*} = C_t^{*} = A_t \cdot N_t^{*} \quad (E4)$$

Natürlicher Zins bringt Konsum und Beschäftigung auf natürliches Niveau bringt

Berechnung mit I

$$\cancel{R_t}\ \frac{1}{C_t} = \beta \cdot E_t \frac{1}{C_{t+1}} \cdot \frac{R_t}{\underbrace{\Pi_{t+1}}_{=1}}$$

$$\Rightarrow R_t^* = \frac{1}{\beta} \cdot E_t \left(\frac{C_{t+1}^*}{C_t^*} \right)$$

$$= \frac{1}{\beta} E_t \exp\left(\delta a_{t+1} - \frac{\tau_{t+1} - \tau_t}{\pi \theta} \right)$$

$$(E5)$$

ABER nun: Preisfriktionen! Calvo

$$P_{i,t} = \begin{cases} \tilde{P}_t & \text{mit W'keit } 1-\theta \\ P_{i,t-1} & \text{mit W'keit } \theta \end{cases}$$

$\tilde{P}_t$ Preis falls Unternehmen optimieren kan

~~Als~~ Also beim Optimieren beachte nur Zustände in denen ~~du~~ das Untern. in Zukunft nie wieder optimieren darf

Erwarteten Gewinn:

$$E_t \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j \mu_{t+j} \cdot \theta^j \cdot \left[(\tilde{P}_t - MC_t) \cdot Y_{i,t+j} \right]$$

Warum:

$$\frac{P_{t+3}}{P_t} = \frac{P_{t+3}}{P_{t+2}} \cdot \frac{P_{t+2}}{P_{t+1}} \cdot \frac{P_{t+1}}{P_t} = \Pi_{t+3} \cdot \Pi_{t+2} \cdot \Pi_{t+1}$$

Betrachte: F:

$$F_{t+1} = E_{t+1} \sum_{j=0}^{\infty} (\beta\theta)^j \cdot \left(\frac{P_{t+1+j}}{P_{t+1}}\right)^{\varepsilon-1}$$

$$= 1 + \beta\theta \left(\frac{P_{t+2}}{P_{t+1}}\right)^{\varepsilon-1} + (\beta\cdot\theta)^2 \cdot \left(\frac{P_{t+3}}{P_{t+1}}\right)^{\varepsilon-1} + \dots$$

$$F_t = E_t \cdot \sum_{j=0}^{\infty} (\beta\theta)^j \cdot \left(\frac{P_{t+j}}{P_t}\right)^{\varepsilon-1}$$

$$= 1 + \beta\theta \cdot \left(\frac{P_{t+1}}{P_t}\right)^{\varepsilon-1} + (\beta\theta)^2 \cdot \left(\frac{P_{t+2}}{P_{t+1}} \frac{P_{t+1}}{P_t}\right)^{\varepsilon-1} + (\beta\cdot\theta)^3 \cdot \left(\frac{P_{t+3} \cdot P_{t+1}}{P_{t+1} \cdot P_t}\right)^{\varepsilon-1} + \dots$$

$$= 1 + \beta\theta \left(\frac{P_{t+1}}{P_t}\right)^{\varepsilon-1} \underbrace{\left(1 + (\beta\theta)\left(\frac{P_{t+2}}{P_{t+1}}\right)^{\varepsilon-1} + (\beta\theta)^2 \cdot \left(\frac{P_{t+3}}{P_{t+1}}\right)^{\varepsilon-1} + \dots\right)}_{= F_{t+1}}$$

$$= E_t \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j \cdot \theta^j \cdot \mu_{t+j} \left[(\hat{P}_t - MC_t) \cdot \left(\frac{\tilde{\hat{P}}_t}{P_{t+j}} \right)^{-\varepsilon} \cdot Y_{t+j} \right]$$

μ_{t+j} : marginaler Nutzen Wert des Profits$_t$ für die Haushalte (Konsumgüter)

$$\mu_{t+j} = \frac{U_{c,t+j}}{P_{t+j}} = \frac{1}{C_{t+j}} \cdot \frac{1}{P_{t+j}}$$

$$\Rightarrow E_t \sum_{j=0}^{\infty} (\beta\theta)^j \cdot \underbrace{\frac{Y_{t+j}}{C_{t+j}}}_{=1} \cdot P_{t+j}^{\varepsilon-1} \left[\tilde{P}_t^{1-\varepsilon} - MC_t \cdot P_t^{-\varepsilon} \right]$$

Ableiten nach $\tilde{P}_t$, durch $(1-\varepsilon) \cdot \hat{\tilde{P}}_t^{\varepsilon-1}$ teilen

$$\Rightarrow E_t \sum_{j=0}^{\infty} (\beta\theta)^j \cdot \frac{P_{t+j}^{\varepsilon}}{P_t^{\varepsilon}} \left[\frac{\hat{P}_t}{P_{t+j}} - \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \cdot \underbrace{\frac{MC_{t+j}}{P_{t+j}}}_{\substack{\text{Reale GK} \\ = S_{t+j}}} \right] \overset{!}{=} 0$$

Nach $\hat{P}_t$ umformen und durch P_t^{ε} teilen

$$\frac{\hat{P}_t}{P_t} = \frac{E_t \sum_{j=0}^{\infty} (\beta\theta)^j \cdot \left(\frac{P_{t+j}}{P_t} \right)^{\varepsilon} \cdot \left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right) \cdot S_{t+j}}{E_t \sum_{j=0}^{\infty} (\beta\theta)^j \cdot \left(\frac{P_{t+j}}{P_t} \right)^{\varepsilon-1}} = \frac{K_t}{F_t}$$

~~Ana~~. $F_t = 1 + \beta\Theta \cdot \Pi_{t+1}^{\varepsilon-1} \cdot F_{t+1}$ II

Analog $K_t = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \cdot S_t + \beta\Theta \cdot E_t \Pi_{t+1}^{\varepsilon} \cdot K_{t+1}$

III

Bewegungsgleichung für Preise

Calvo-Logit:

$(1-\Theta)$ Unternehmen wählen $\tilde{P}_t$

Θ Unternehmen behält $P_{i,t-1}$

$$P_t = \left[\int_0^1 P_{i,t}^{1-\varepsilon} di \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

$$P_t^{1-\varepsilon} = \underbrace{\int P_{i,t}^{1-\varepsilon} di}_{\text{Unternehmen die optimieren}} + \underbrace{\int P_{i,t}^{1-\varepsilon} di}_{\text{Unt., die nicht optimieren}}$$

$$P_t^{1-\varepsilon} = (1-\theta)\,\tilde{P}_t^{\,1-\varepsilon} + P_{t-1}^{1-\varepsilon}$$

$$\Leftrightarrow \cancel{B}\ \underset{\nearrow \text{klein}}{\tilde{p}_t} = \frac{\tilde{P}_t}{P_t} = \left[\frac{1-\theta\cdot\Pi_t^{\varepsilon-1}}{1-\theta}\right] = \frac{K_t}{F_t}$$

IV

Aggregierte Inputs & Outputs

(Yak-Yun-Algebra)

Definiere: $Y_t^* = \int_0^1 Y_{i,t}\,di = \int_0^1 A_t\cdot N_{i,t}\,di \underset{\uparrow}{=} A_t N_t$

Arbeitsmarkt GG

$$= Y_t \int_0^1 \left(\frac{P_{i,t}}{P_t}\right)^{-\varepsilon} di$$

$$= Y_t \cdot P_t^{\varepsilon} \cdot \int_0^1 P_{i,t}^{-\varepsilon}\,di$$

Definiere $P_t^* = \left[\int_0^1 P_{i,t}^{-\varepsilon}\,di\right]^{-\frac{1}{\varepsilon}}$

$$\Rightarrow Y_t^* = Y_t \cdot P_t^{\varepsilon} \cdot (P_t^*)^{-\varepsilon}$$

$$\Leftrightarrow Y_t = \underbrace{\left(\frac{P_t^*}{P_t}\right)^{\varepsilon}}_{=p_t^*} \cdot Y_t^* = \underset{\nearrow \text{kleines}}{p_t^*} \cdot \cancel{A_t} A_t \cdot N_t$$

~~p_t~~ p_t^* ist „efficiency distortion"

$\to p_t^* = \begin{cases} \leq 1 & \text{ineffizient!} \\ 1 & \Rightarrow p_{i,t} = p_{j,t}\ \forall j,i \end{cases}$

kleines

Bewegungsgleichung für ~~p_t~~ p_t^* aus Calvo-Bewegungsgleichung

$$p_t^* = \left[(1-\theta)\left(\frac{1-\theta \cdot \Pi_t^{\varepsilon-1}}{1-\theta}\right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} + \frac{\theta \cdot \Pi_t^{\varepsilon}}{p_{t-1}^*}\right]^{-1}$$

VI

(I) $$\frac{1}{C_t} = \beta \cdot E_t \frac{1}{C_{t+1}} \cdot \frac{R_t}{\Pi_{t+1}}$$

$$F_t = 1 + \beta \cdot \theta \cdot E_t \Pi_{t+1}^{\varepsilon-1} \cdot F_{t+1}$$

$$K_t = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \cdot e^{\tau_t} \cdot \frac{N_t^{\varphi} \cdot C_t}{e^{a_t}} + \beta \cdot \theta \cdot E_t \Pi_{t+1}^{\varepsilon} \cdot K_{t+1}$$

$$\frac{K_t}{F_t} = \left[\frac{1-\theta \cdot \Pi_t^{\varepsilon-1}}{1-\theta}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

$\Delta a_{t+1} = \rho_a \cdot \Delta a_t + \varepsilon_{t+1}^a$

$\tau_{t+1} = \rho_\tau \cdot \tau_t + \varepsilon_{t+1}^\tau$

$$C_t = Y_t = p_t^* \cdot e^{a_t} \cdot N_t$$

$$p_t^* = \left[(1-\theta)\left(\frac{1-\theta \cdot \Pi_t^{\varepsilon-1}}{1-\theta}\right)^{\varepsilon/\varepsilon-1} + \frac{\theta \cdot \Pi_t^{\varepsilon}}{p_{t-1}^*}\right]^{-1}$$

6 Gleichungen

Variablen $C_t, p_t^*, N_t, \Pi_t, K_t, F_t, R_t,$ ~~Δa_{t+1}~~ τ_t

Hier ~~neuen~~ fehlt eine Gleichung für Zins

Taylor-Rule, so dass $\Pi = 1$ im SS.

und $(1-\nu)\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}$

$$R_t = R_{t-1}^{\alpha} \cdot \left(R^*\right)^{1-\alpha} \cdot \Pi_t^{\phi_\pi(1-\alpha)} \cdot X_t^{\phi_x}$$

$$\cancel{X_{t+1} \; Y_t} \quad X_t = \frac{Y_t}{Y_t^*} = \frac{C_t}{C_t^*}$$

<u>SS</u>: $\Pi = 1, \quad R = \frac{1}{\beta}, \quad p^* = 1$

$F = K = \frac{1}{1-\beta\theta}, \quad N = \exp\left(\frac{-Tau}{1+\phi}\right)$

$r = 0, \quad a = da = 0$

$C = p^* \cdot e^a \cdot N = N$