Dynamic-Stochastic-General-Equlibrium-Modelle

Marie-Christin Rische

Matrikelnr.: 350895

August 2012

Lehrveranstaltung:

DSGE-Modelle

Dr. Andrea Beccarini

Lehrstuhl für empirische Wirtschaftsforschung

Westfälische Wilhelms-Universität Münster

Inhalt

1. Einleitung

Dynamic-Stochastic-General-Equlibrium-Modelle (DSGE-Modelle) verbinden die beobachtbaren Daten mit theoretischen Modellen über das Verhalten der Volkswirtschaft. Im Vergleich zu früheren Modellen oder zum Beispiel Vektorautoregressiven Modellen basieren DSGE-Modelle somit stärker auf theoretische Zusammenhänge. Sie basieren auf Optimierungsentscheidungen einzelner Akteure. Diese Mikrofundierung impliziert, dass die Modelle möglichst detailliert und realistisch sein müssen, um die beobachteten Daten abbilden zu können. Smets und Wouters (2002) stellen ein komplexes DSGE-Modell vor, das diesen Anforderungen möglichst gut nachkommen soll. Es folgt der Real-Business-Cycle-Theorie (RBC-Modell). Es besteht aus drei verschiedenen Gruppen von Agenten: Den Haushalten, den Firmen, die sich in Endprodukthersteller und Zulieferer unterteilen, und der Zentralbank. Um die realen Entwicklungen in der Eurozone besser abzubilden, werden bei ihren Optimierungsproblemen einige spezifische Eigenschaften berücksichtigt. Dazu gehören der Einbezug von nominalen Preis- und Lohnrigiditäten, sowie Konsumgewohnheiten und Anpassungskosten bei Investitionen und eine flexible Kapitalauslastung. Eine Besonderheit des Modells ist die Anzahl an strukturellen Schocks: 2 Angebotsschocks, 3 Nachfrageschocks, 3 Preisschocks und 2 geldpolitische Schocks addieren sich zu insgesamt 10 Schocks. Im folgenden Kapitel 2 werden die einzelnen Optimierungskalküle der Haushalte, der Firmen und der Zentralbank vorgestellt. Im Kapitel 3 folgt dann eine beispielhafte Schätzung der Parameter eines einfacheren RBC-Modells in Anlehnung an Ireland (2004). Dazu werden bayesianische Schätzmethoden kurz vorgestellt und angewandt.

2. Das Model von Smets und Wouters

2.1 Die Haushalte

2.1.2 Konsumentscheidung

Zunächst werden die Optimierungsprobleme der Haushalte beschrieben. Im Smets-Wouters-Modell entscheiden diese über Konsum, Investition, Arbeitszeit und Lohn. Ausgangspunkt ist die Maximierung der intertemporalen Nutzenfunktion. Die intertemporale Nutzenfunktion entspricht der Summe aller zum heutigen Zeitpunkt erwarteten, mit dem Diskontfaktor β diskontierten, zukünftigen Nutzenniveaus:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U_t^\tau$$

Das jeweilige Nutzenniveau U_t^τ des Haushaltes $\tau \epsilon [0,1]$ zum Zeitpunkt t hängt dabei positiv vom Konsum C_t, negativ von der Arbeitseinsatz l_t und positiv von der realen Geldhaltung $\frac{Mt}{Pt}$ ab:

$$U_t^\tau = \varepsilon_t^B \left[\frac{1}{1-\sigma_c} (C_t^\tau - H_t)^{1-\sigma_c} - \frac{\varepsilon_t^L}{1+\sigma_l} (l_t^\tau)^{1+\sigma_l} + \frac{\varepsilon_t^M}{1-\sigma_m} \left(\frac{M_t^\tau}{P_t} \right)^{1-\sigma_m} \right]$$

σ_m entspricht der inversen Zins-Elastizität der Geldhaltung, σ_l der inversen Real-Lohn-Elastizität des Arbeitseinsatzes und σ_c der inversen intertemporalen Substitutionselastizität, die die relative Risikoaversion des Haushaltes beschreibt. ε_t^B ist ein Schock der die generellen

Präferenzen der Haushalte intertemporal verschiebt. ε_t^L misst den Arbeitsangebots-Schock und ε_t^M den Schock auf die Geldnachfrage. H_t repräsentiert externe Konsumgewohnheiten, die von dem Konsum der Periode abgezogen werden. Nur der Konsum der über die Menge an gewohntem Konsum hinausgeht stiftet somit Nutzen. Die Konsumgewohnheiten $H_t = hC_{t-1}$ hängen vom Konsum der Vorperiode ab.

Die Nutzenmaximierung erfolgt unter Berücksichtigung einer Nebenbedingung. Die intertemporale Budgetrestriktion muss immer erfüllt sein:

$$C_t^\tau + I_t^\tau + \frac{M_t^\tau}{P_t} + b_t \frac{B_t^\tau}{P_t} = Y_t^\tau{}_t + \frac{M_{t-1}^\tau}{P_t} + \frac{B_{t-1}^\tau}{P_t}$$

Die linke Seite der Budgetrestriktion stellt die Ausgaben des Haushaltes τ in Periode t dar. Sie setzen sich aus dem Konsum, den Investitionen I_t, dem realen Geldbestand $\frac{Mt}{Pt}$ und den Anleihen $\frac{Bt}{Pt}$ zusammen. Diese Ausgaben müssen durch das Einkommen und durch das Vermögen in Periode t finanziert werden, die durch die rechte Seite repräsentiert werden. Das Vermögen besteht aus dem Geldbestand und den Anleihen in Periode t-1. Das Einkommen Y_t^τsetzt sich wie folgt zusammen:

$$Y_t^\tau = (w_t^\tau l_t^\tau + A_t^\tau) + [r_t^k z_t^\tau K_{t-1}^\tau - \psi(z_t^\tau) K_{t-1}^\tau] + Div_t^\tau$$

Die erste Klammer stellt das reale Arbeitseinkommen, das sich aus dem Reallohn w_t^τ mal dem Arbeitseinsatz l_t^τ zusammensetzt, und die Einnahmen aus zustandsabhängigen Sicherheiten A_t^τ, die Haushalte vor Ausfällen des Arbeitseinkommen schützt, dar. Die zweite Klammer repräsentiert das Einkommen aus den Kapitalanlagen. Der Ertrag ergibt sich aus dem Zins r_t mal der Kapitalauslastungsrate z_t mal dem Kapitalbestand K in Periode t-1. Von diesem werden die Kosten abgezogen. Sie ergeben sich aus den Anpassungskosten für die Variation der Kapitalauslastung ψ(z), die von der Kapitalauslastungsrate z abhängen, mal dem Kapitalbestand in Periode t-1. Die letzte Einkommenskomponente Div beschreibt die Dividenden in Periode t, die sich durch den unvollkommenen Wettbewerb auf dem Zulieferer Markt ergeben.

Somit resultiert aus dem Maximierungsproblem der Haushalte folgende Lagrange-Funktion:

$$L = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \varepsilon_t^B \left[\frac{1}{1-\sigma_c} (C_t^\tau - H_t)^{1-\sigma_c} - \frac{\varepsilon_t^L}{1+\sigma_l} (l_t^\tau)^{1+\sigma l} + \frac{\varepsilon_t^M}{1-\sigma_m} \left(\frac{M_t^\tau}{P_t^\tau} \right)^{1-\sigma_m} \right]$$
$$- \beta \lambda_t \left[C_t^\tau + I_t^\tau + b_t \frac{B_t^\tau}{P_t} - \frac{B_{t-1}^\tau}{P_t} + \frac{M_t^\tau}{P_t} - \frac{M_{t-1}^\tau}{P_t} - Y_t^\tau \right]$$

Die First-Order-Conditions (FOC) der Lagrange-Funktion ergeben die Optimalitätsbedingungen für die Optimierung von Konsum und Geldnachfrage.

Die FOC für C_t liefert den marginalen Nutzen des Konsums $\lambda_t = \varepsilon_t^B (C_t^\tau - H_t)^{-\sigma_c}$. Wenn man dies in die FOC für B_t, einsetzt, erhält man die sogenannte Euler-Gleichung, die die die optimale Aufteilung zwischen heutigem und zukünftigem Konsum beschreibt:

$$E_t \left[\beta \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \frac{1}{b_t} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right] = E_t \left[\beta \frac{\varepsilon_{t+1}^B (C_{t+1} - hC_t)^{-\sigma_c}}{\varepsilon_t^B (C_t - hC_{t-1})^{-\sigma_c}} R_t \frac{P_t}{P_{t+1}} \right] = 1$$

Da der marginale Nutzen des Konsums für alle Haushalte identisch ist, können die Indizes τ weggelassen werden. R_t entspricht der Brutto-Rendite der Anleihen: $R_t = 1 + i_t = \frac{1}{b_t}$.

Für die Schätzung der Parameter des Modells sind allerdings lineare Funktionen notwendig. Deshalb muss der Zusammenhang der beiden FOCs linearisiert werden. Dies geschieht mit Hilfe der Taylor-Approximation 1. Ordnung um die Steady-State-Werte der zu optimierenden Variablen. Die Ergebnisse entsprechen log-Abweichungen vom Steady-State-Wert, beschrieben durch ein ^ über der Variable. Dadurch ergibt sich als Abweichung des Konsums in Periode t:

$$(2.1)\hat{C}_t = \frac{h}{1+h}\hat{C}_{t-1} + \frac{1}{1+h}E_t\hat{C}_{t+1} - \frac{1-h}{(1+h)\sigma_c}\left(\hat{R}_t - E_t\hat{\pi}_{t+1}\right) + \frac{1-h}{(1+h)\sigma_c}\left(\hat{\varepsilon}_t^b - E_t\hat{\varepsilon}_{t+1}^b\right)$$

Dies ist die erste wichtige Gleichung für die Schätzung des Modells. Es lässt sich erkennen, dass in die Konsumentscheidung in t der vergangene und der erwartete zukünftige Konsum eingehen. Außerdem wird die Entscheidung negativ durch die Höhe der Zinsen und positiv durch Präferenzschocks beeinflusst. π_t ist die Inflationsrate in t. Die Gewichtung bzw. die Konsum-Elastizität der einzelnen Faktoren wird dabei durch den Parameter h, der den Einfluss des Konsums der Vorperiode auf die Höhe der gewohnte Konsummenge misst, beeinflusst.

Wenn man das obige Optimierungsproblem betrachtet und in die FOC für M_t die FOCs für C_t und B_t einsetzt, erhält man die Geldnachfrage, bzw. die neukeynesianische LM-Funktion:

$$\varepsilon_t^M \left(\frac{M_t}{P_t}\right)^{-\sigma_m} = (C_t - H_t)^{-\sigma_c} - \frac{1}{1+i_i}$$

Sie hängt somit positiv vom Überschuss-Konsum über die gewohnte Menge und negativ vom inversen nominalen Zinssatz ab. Da sich die Geldhaltung additiv aus der Nutzenfunktion separieren lässt, geht sie nicht in die Strukturgleichungen ein.

2.1.2 Arbeitsangebot und Lohn

Als nächstes folgt die Herleitung der Optimalitätsbedingungen für das Arbeitsangebot und die Lohnsetzung der Haushalte. Die Haushalte setzen die Löhne so, dass ihre intertemporale Nutzenfunktion maximiert wird. Diesmal wird neben der Budgetrestriktion auch die Arbeitsnachfrage als Nebenbedingung einbezogen. Die Arbeitsnachfrage l_t^τ ergibt sich aus dem Optimierungskalkül der Firmen. Die Firmen minimieren die aggregierten Lohnkosten unter der Nebenbedingung, dass das aggregierte Arbeitsangebot L_t und die aggregierte Arbeitsnachfrage sich entsprechen müssen. Die Arbeitsnachfrage resultiert als:

$$l_t^\tau = \left(\frac{W_t^\tau}{W_t}\right)^{-\frac{1+\lambda_{w,t}}{\lambda_{w,t}}} L_t$$

Wobei die aggregierte Arbeitsnachfrage L_t gegeben ist durch:

$$L_t = \left[\int_0^1 (l_t^\tau)\frac{1}{1+\lambda_{w,t}}d\tau\right]^{1+\lambda_{w,t}}$$

Und der aggregierte Nominallohn W_t gegeben ist durch:

$$W_t = \left[\int_0^1 (W_t^\tau)^{-\frac{1}{\lambda_{w,t}}} d\tau\right]^{-\lambda_{w,t}}$$

Die aggregierten Funktionen entsprechen dem Dixit-Stiglitz-Typ. $\lambda_{w,t}$ ist ein Parameter , der die Substituierbarkeit zwischen den individuellen Arbeitsangeboten l_t^τ beschreibt. Denn die Firmen sehen die Arbeitsangebote der Haushalte l_t^τ als unvollkommene Substitute an.

Bei der Lohnsetzung werden Lohnrigiditäten einbezogen, damit die in der Realität langsame Lohnanpassung modelliert werden kann. Dies erfolgt mit Hilfe der Calvo-Regel. Nach ihr kann immer nur ein Anteil von $1-\xi_w$ aller Haushalte τ in jeder Periode den Lohn setzen. Der Rest der Haushalte $\xi_w\tau$ kann den Lohn in dieser Periode nicht optimieren. Dadurch ergibt sich die Lohn-Funktion für Haushalt τ in Periode t folgendermaßen:

$$W_t^\tau = \begin{cases} \widetilde{W}_t & mit\ Wahrscheinlichkeit\ 1-\xi_w \\ \left(\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}}\right)^{\gamma_w} W_{t-1}^\tau & mit\ Wahrscheinlichkeit\ \xi_w \end{cases}$$

$\widetilde{W}$ ist somit der neu optimierbare Lohn. Der nicht-optimierbare Lohn entspricht dem Lohn der vergangenen Periode mal der Inflationsrate. Allerdings hängt der Einfluss der Inflationsrate von der Höhe der Indexierung Υ_w ab.

Schließlich ergibt sich somit das Optimierungskalkül der Haushalte, die den Lohn anpassen dürfen:

$$L_t = E_t \sum_{i=0}^{\infty} \xi_w^i \beta^i \left[U(C_t^\tau, I_t^\tau, M_t^\tau) - \lambda_{t+i}\left(C_t^\tau + I_t^\tau + b_t\frac{B_t^\tau}{P_t} - \frac{B_{t-1}^\tau}{P_t} + \frac{M_t^\tau}{P_t} - \frac{M_{t-1}^\tau}{P_t} - Y_t^\tau\right) \right.$$
$$\left. - \mu_t\left(l_{t+i}^\tau - L_{t+i}\left(\frac{W_{t+i}^\tau}{W_{t+i}}\right)^{\frac{-(1+\lambda_{w,t+i})}{\lambda_{w,t+i}}}\right)\right]$$

Sie maximieren ihre intertemporale Nutzenfunktion durch die Lohnsetzung unter Berücksichtigung der Budgetrestriktion und der Arbeitsnachfrage. Aus der resultierenden FOC folgt unter Berücksichtigung von $\lambda_t = U_t^C$:

$$\frac{\widetilde{W}_t}{P_t} E_t\left[\sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \xi_w^i \left(\frac{P_{t+i-1}}{P_{t-1}}\right)^{\gamma_w} \frac{P_t}{P_{t+i}}\left(\frac{l_{t+i}^\tau U_{t+i}^C}{1+\lambda_{w,t+i}}\right)\right] = E_t\left[\sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \xi_w^i l_{t+i}^\tau U_{t+i}^l\right]$$

U_t^l steht dabei für den marginalen negativen Grenznutzen von Arbeit. Daraus ergibt sich, dass die Haushalte den Lohn so setzen, dass der Barwert des marginalen Ertrags der Arbeit auf den Barwert der marginalen Kosten der Arbeit aufgeschlagen wird.

Damit die Schätzung des Modells ermöglicht wird, muss auch dieser Zusammenhang linearisiert werden. Die Taylor-Approximation um den Steady-State-Wert führt zu folgender Abweichung des Reallohns in Periode t:

(2.2) $$\widehat{w}_t = \frac{\beta}{1+\beta}\widehat{w}_{t+1} + \frac{1}{1+ß}\widehat{w}_{t-1} + \frac{\beta}{1+\beta}\hat{\pi}_{t+1} - \frac{1+\beta\gamma_w}{1+\beta}\hat{\pi}_t + \frac{\gamma_w}{1+\beta}\hat{\pi}_{t-1} - \frac{1}{1+\beta}\frac{(1-\beta\xi_w)(1-\xi_w)}{\left(1+\frac{(1+\lambda_w)\sigma_L}{\lambda_w}\right)\xi_w}\left[\widehat{w}_t - \sigma_L\hat{L}_t - \frac{\sigma_c}{1-h}\left(\hat{C}_t - h\hat{C}_{t-1}\right) - \hat{\varepsilon}_t^L - \eta_t^w\right]$$

Der Reallohn wird durch die vergangenen und zukünftigen erwarteten Reallohnabweichungen beeinflusst. Außerdem steht er im Zusammenhang mit der vergangenen und zukünftig zu erwartenden Inflationsabweichung. Der letzte Term entspricht der Diffrenz der Abweichung des Reallohns vom Steady-State von der Abweichung des Lohns, der sich in einem flexiblen Arbeitsmarkt ergeben würde. Dieser Effekt geht negativ in die Funktion ein und hängt vom Ausmaß der Lohn-Rigidität und den Nachfrage- und Angebotselastizitäten der Arbeit ab.

2.1.3 Investitionen und Kapitalauslastung

Die Haushalte entscheiden im Modell von Smets und Wouters auch über Investitionen. Sie verleihen ihr Kapital an Zulieferer-Firmen und erhalten dafür Zinsen in Höhe von r_t^k. Durch Investitionen in t-1 steigt der Kapitalstock in t. Die Haushalte können die Höhe des verliehenen Kapitals entweder durch eine Erhöhung des Kapitalstocks oder durch eine Änderung der Kapitalauslastungsrate z_t beeinflussen. Um ihren intertemporalen Nutzen zu maximieren wählen sie die Höhe des Kapitalstocks, die Höhe der Investitionen und die Höhe der Kapital-auslastungsrate. Dabei beziehen sie die Budgetrestriktion und die Gleichung der Kapital-Akkumulation als Nebenbedingungen ein. Der Kapitalstock in Periode t ergibt sich durch:

$$K_t = K_{t-1}(1-\tau) + I_t\left[1 - S\left(\frac{\varepsilon_t^I I_t}{I_{t-1}}\right)\right]$$

Hierbei steht τ für die Abschreibungsrate. Die Funktion S() repräsentiert die Anpassungskosten, die durch Variation der Investitionen entstehen. Sie hängen von dem Investitionswachstum und einem Kostenschock ε_t^I ab. Dadurch wird die Anpassungsreaktion der Investitionen vermindert und die Realität besser abgebildet. Wenn keine Anpassungen stattfinden gilt S(1)=0. Der Kapitalstock der Periode t besteht also aus dem abgeschriebenen Kapitalstock der Vorperiode und den aktuellen Investitionen abzüglich der durch sie verursachten Kosten. Aus der notwendigen Linearisierung resultiert folgender Zusammenhang für die Entwicklung des Kapitalstocks:

(2.3) $\widehat{K}_t = (1-\tau)\widehat{K}_{t-1} + \tau\hat{I}_{t-1}$

Vor dem obigen Hintergrund lautet das Maximierungsproblem der Haushalte also:

$$L_t = E_0\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left[U(C_t^\tau, l_t^\tau, M_t^\tau) - \lambda_t\left(C_t^\tau + I_t^\tau + b_t\frac{B_t^\tau}{P_t} - \frac{B_{t-1}^\tau}{P_t} + \frac{M_t^\tau}{P_t} - \frac{M_{t-1}^\tau}{P_t} - Y_t^\tau\right) - \lambda_t Q_t\left(K_t - K_{t-1}(1-\tau) - I_t + I_t S\left(\frac{\varepsilon_t^I I_t}{I_{t-1}}\right)\right)\right]$$

Der Lagrange-Multiplikator setzt sich aus $\beta^t\lambda_t Q_t$ zusammen. Die FOC der Kapitalauslastungsrate lautet:

$$r_t^k = \psi'(z_t)$$

Das bedeutet, dass der marginale Kapitalertrag der Auslastung im Optimum den marginalen Kosten $\Psi'(z_t)$ entspricht. Zusätzliche Gewinne gleichen zusätzlichen Kosten. Durch die variable in jeder Periode optimierte Kapitalauslastungsrate wird der Effekt von Output-Schwankungen auf den Zinssatz und damit auf die marginalen Kosten gemindert.

Die FOC in Bezug auf den Kapitalstock ist:

$$Q_t = E_t\left[\beta \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t}\left(Q_{t+1}(1-\tau) + z_{t+1} r_{t+1}^k - \psi(z_{t+1})\right)\right]$$

$\lambda_t Q_t$ entspricht dem Wert des Kapitalstocks in Periode t. Dieser setzt sich aus dem nicht abgeschriebenen Wert des Kapitalstocks der nächsten Periode und den erwarteten Erträgen der zukünftigen Kapitalauslastung abzüglich der resultierenden Kosten zusammen. Q_t selbst wird auch marginales Tobin-Q genannt und misst das Verhältnis des durch eine Kapitalstockerhöhung bedingten marginalen Kapitalwertes zu den marginalen Opportunitätskosten.

Die Linearisierung des Wertes des Kapitalstocks liefert das folgende Ergebnis:

$$(2.4)\quad \hat{Q}_t = -\left(\hat{R}_t - \hat{\pi}_{t+1}\right) + \frac{1-\tau}{1-\tau+r^k} E_t \hat{Q}_{t+1} + \frac{r^k}{1-\tau+r^k} E_t \hat{r}_{t+1}^k + \eta_t^Q$$

Somit ergeben sich ein negativer Zusammenhang zur vergangenen realen Inflationsabweichung und ein positiver Zusammenhang zur erwarteten Abweichung des Zinsniveaus. Zusätzlich fließen der erwartete Wert des Kapitalstocks in der Folgeperiode und ein eingefügter Schock η_t^Q mit ein. Dieser soll Auswirkungen einer veränderten externen Refinanzierungsprämie erfassen.

Die FOC in Bezug auf die Investitionen lautet:

$$E_t\left[-\beta^t \lambda_t - \beta^t \lambda_t Q_t \left(-1 + S\left(\frac{\varepsilon_t^I I_t}{I_{t-1}}\right) + I_t S'\left(\frac{\varepsilon_t^I I_t}{I_{t-1}}\right)\frac{\varepsilon_t^I}{I_{t-1}}\right)\right.$$
$$\left. - \beta^{t+1} \lambda_{t+1} Q_{t+1} \left(I_{t+1} S'\left(\frac{\varepsilon_{t+1}^I I_{t+1}}{I_t}\right) \frac{-\varepsilon_{t+1}^I I_{t+1}}{I_t^2}\right)\right]$$

Es zeigt sich, dass im Optimum die Kosten von marginalen Investitionserhöhungen den erwarteten marginalen Erträgen durch die Erhöhung entsprechen müssen. Der linearisierte Zusammenhang lautet:

$$(2.5)\ \hat{I}_t = \frac{1}{1+\beta}\hat{I}_{t-1} + \frac{1}{1+\beta} E_t \hat{I}_{t+1} + \frac{1}{S''(1)(1+\beta)}\hat{Q}_t + \frac{\beta E_t \hat{\varepsilon}_{t+i}^I - \hat{\varepsilon}_t^I}{1+\beta}$$

Wiederum spielen vergangene und erwartete zukünftige Werte der betrachteten Variablen eine Rolle. Die Abweichung des Kapitalwertes von dessen Steady-State in Periode t und die Entwicklung des Anpassungskosten-Schocks fließen zusätzlich mit ein.

2.2 Unternehmen

2.2.1 Produktion und Preisbildung auf dem Endproduktmarkt

Die Firmen entscheiden im Smets-Wouters Modell über die Produktionsmenge und die Preise der Güter. Es wird nur ein Endprodukt, aber ein Kontinuum an Zwischenprodukten j∊[0,1] hergestellt. Auf dem Markt für die Zwischenprodukte herrscht monopolistischer Wettbewerb, da jedes Unternehmen ein etwas anderes Zulieferer-Gut fertigt. Auf dem Markt für das Endprodukt, das von den Haushalten konsumiert wird, herrscht hingegen vollständiger Wettbewerb. Die Produktionsfunktion des Endproduktes Y_t lautet:

$$Y_t = \left[\int_0^1 (y_t^j)^{\frac{1}{1+\lambda_{p,t}}} dj\right]^{1+\lambda_{p,t}}$$

Wobei y_t^j die Produktionsmenge der Firma j zum Zeitpunkt t repräsentiert. $\lambda_{p,t} = \lambda_p + \eta_t^p$ ist ein zeitvariabler Aufschlag, in den der Preisschock η_t^p eingeht. Die Firmen minimieren nun ihre Produktionskosten unter Einbezug der Produktionsfunktion als Nebenbedingung. Daraus resultiert folgende Lagrange-Funktion:

$$L = \int_0^1 p_t^j y_t^j d_j + P_t\left(Y_t - \left[\int_0^1 (y_t^j)^{\frac{1}{1+\lambda_{p,t}}} d_j\right]^{1+\lambda_{p,t}}\right)$$

Hierbei steht p_t^j für den Preis des Produktes des Zulieferer-Unternehmens j in Periode t. Multipliziert mit der jeweiligen Produktionsmenge ergeben sich über alle Firmen aggregiert die zu minimierende Produktionskosten. P_t ist der Lagrange-Multiplikator, der auch den Preis des Endproduktes darstellt. Aus der FOC in Bezug auf y_t^j ergibt sich:

$$P_t = \left[\int_0^1 (p_t^j)^{\frac{-1}{\lambda_{p,t}}} dj\right]^{-\lambda_{p,t}}$$

Das Preisniveau hängt also von den Preisen für die Zwischenprodukte und dem Aufschlag ab.

3.2.2 Preisbildung und Arbeitsnachfrage auf dem Zulieferermarkt

Aufgrund des monopolistischen Wettbewerbs verfügen die Zulieferer über Preismacht für ihre spezifischen Güter. Es gilt folgende Produktionsfunktion vom Typ Cobb-Douglas:

$$y_t^j = \varepsilon_t^a \widetilde{K}_{j,t}^{\alpha} L_{j,t}^{1-\alpha} - \Phi$$

$\widetilde{K}_{j,t} = z_t K_{j,t-1}$ ist der von den Haushalten zur Verfügung gestellte nutzbare Kapitalstock. $L_{j,t}$ ist der Index der individuellen Arbeitseinsätze der Haushalte und Φ steht für die Fixkosten der Produktion. ε_t^a ist ein Produktions-Schock. Über die Kostenminimierungsbedingung ergeben sich die marginalen Produktionskosten MC_t, die für alle Zulieferer identisch sind. Die Gewinnfunktion definiert sich wie folgt:

$$\pi_t^j = (p_t^j - MC_t)\left(\frac{p_t^j}{P_t}\right)^{-\frac{1+\lambda_{p,t}}{\lambda_{p,t}}} (Y_t) - MC_t\Phi$$

Die Preissetzung folgt einer Calvo-Regel, um realistische Preisrigiditäten zu erfassen. Das bedeutet, dass jeder Zulieferer nur mit Wahrscheinlichkeit 1-ξ_p den Preis in Periode t anpassen darf. Die Preise für die Zwischenprodukte unterliegen also folgender Funktion:

$$p_t^j = \begin{cases} \tilde{p}_t & mit\ Wahrscheinlichkeit\ 1-\xi_p \\ \left(\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}}\right)^{\gamma_p} P_{t-1}^j & mit\ Wahrscheinlichkeit\ \xi_p \end{cases}$$

Der nicht-anpassbare Preis hängt damit von der Inflationsrate der Vorperiode und deren Indexierungsparameter γ_p, sowie vom Preisniveau der Vorperiode ab. Das Optimierungsproblem der Zulieferer, die den Preis in Periode t variieren dürfen, ergibt sich zu:

$$L = E_t \sum_{i=0}^{\infty} \xi_p^i \beta^i \rho_{t+i} \left[\left[\left(\frac{P_{t+i-1}}{P_{t-1}}\right)^{\gamma_w} \tilde{p}_t - MC_{t+i} \right] Y_{t+i} \left(\frac{\left(\frac{P_{t+i-1}}{P_{t-1}}\right)^{\gamma_p} \tilde{p}_t}{P_{t+i}} \right)^{\frac{-(1+\lambda_{p,t+i})}{\lambda_{p,t+i}}} - \Phi MC_{t+i} \right]$$

Aus der FOC für die Preissetzung von $\tilde{p}_t$ ergibt sich folgende Bedingung:

$$E_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \xi_p^i \frac{\lambda_{t+i}}{\lambda_t} y_{t+i}^j \left[\frac{\tilde{p}_t}{P_t} \left(\frac{\left(\frac{P_{t+i-1}}{P_{t-1}}\right)^{\gamma_p}}{\frac{P_{t+i}}{P_t}} \right) - (1+\lambda_{p,t+i}) \frac{MC_{t+i}}{P_{t+i}} \right] = 0$$

Es lässt sich erkennen, dass der optimal gesetzte Preis einem Aufschlag auf die gewichteten Marginalen Produktionskosten entspricht. Der Aufschlag ist zeitvariabel und reagiert auf exogene Schocks, wie Nachfrageschocks.

Aus der Taylor-Approximation 1. Ordnung resultiert folgender linearer Zusammenhang für die Abweichung der Inflationsrate von ihrem Steady-State-Wert:

$$(2.6) \qquad \hat{\pi}_t = \frac{\beta}{1-\beta\gamma_p} E_t \hat{\pi}_{t+1} + \frac{\gamma_p}{1+\beta\gamma_p} \hat{\pi}_{t-1} + \frac{(1-\beta\xi_p)(1-\xi_p)}{(1+\gamma_p)} \left[\alpha \hat{r}_t^k + (1-\alpha)\hat{w}_t - \hat{\varepsilon}_t^a + \eta_t^p \right]$$

Die Inflationsrate hängt demnach von der vergangenen und erwarteten zukünftigen Inflationsentwicklung ab. Die Indexierung γ_w bestimmt dabei das Ausmaß des Einflusses der vergangenen Inflation. Des Weiteren besteht ein positiver Zusammenhang zu den marginalen Kosten, die durch den Term in der eckigen Klammer repräsentiert werden. Deren Höhe hängt neben den klassischen Kosten für die Inputfaktoren auch vom Produktivitäts-Schock und dem Preis-Schock ab.

Schließlich muss noch die Arbeitsnachfrage linearisiert werden. Dies geschieht ausgehend von der Kostenminimierungsbedingung. Es resultiert:

$$(2.7) \quad \hat{L}_t = -\hat{w}_t + \left(1 + \frac{\Psi'(1)}{\Psi''(1)}\right) \hat{r}_t^k + \hat{K}_{t-1}$$

Die linearisierte Arbeitsnachfrage steht also im negativen Zusammenhang zum Reallohn und hängt positiv von der Kapitalmarkt-Zinshöhe in t und dem Kapitalstock der Vorperiode ab. Der zweite Summand in der Klammer repräsentiert die inverse Elastizität der Kostenfunktion der Kapitalauslastung.

2.3 Die Zentralbank

Die Zentralbank ist für die Geldpolitik zuständig. Die Geldpolitik wird im Smets-Wouter Modell durch eine verallgemeinerte Taylor-Regel dargestellt, deren Herleitung aus der Minimierung der Verlustfunktion der Zentralbank resultiert. Die bereits lineare geldpolitische Reaktionsfunktion lautet:

$$(2.8)\quad \hat{R}_t = \rho\hat{R}_{t-1} + (1-\rho)\left[\bar{\pi}_t + r_\pi(\hat{\pi}_{t-1} - \bar{\pi}_t) + r_Y\hat{Y}_t\right] + r_{\Delta\pi}(\hat{\pi}_t - \hat{\pi}_{t-1}) + r_{\Delta Y}\left(\hat{Y}_t - \hat{Y}_{t-1}\right) + \eta_t^R$$

R ist der nominale Zins. $\widehat{Y}$ steht für die Abweichung des Outputs vom potentiellen Output, dem sogenannten Output-Gap. ρ ist eine Zinsglättungs-komponente, die den Einfluss der vorherigen Zinspolitik erfasst. $\bar{\pi}_t = \rho_\pi\bar{\pi}_{t-1} + \eta_t^\pi$ ist das Inflationsziel, das durch einen persistenten Schock η_t^π beeinflusst wird. η_t^R hingegen beschreibt einen temporären geldpolitischen Schock auf das Zinsniveau. Die Variation des Zinses hängt also auch von der Abweichung der vergangenen Inflationsrate vom Inflationsziel ab. Außerdem greift eine Feedback-Regel, die die Abweichung des Output-Gaps der aktuellen Periode vom Output-Gap der Vorperiode einbezieht. Diese Feedback-Regel wird nach demselben Prinzip auch auf die Inflationsraten angewandt.

2.4 Das Marktgleichgewicht

Im Gütermarktgleichgewicht muss die Höhe der Produktion der Summe aus Konsum, Staatsausgaben, Investitionen und den Kosten für die Anpassung der Kapitalauslastung entsprechen:

$$Y_t = C_t + G_t + I_t + \Psi(z_t)K_{t-1}$$

Durch Linearisierung dieser Bedingung ergibt sich:

$$(2.9)\ \hat{Y}_t = \phi\hat{\varepsilon}_t^a + \phi\alpha\widehat{K}_{t-1} + \phi\alpha\frac{\psi'(1)}{\psi''(1)}\hat{r}_t^k + \phi(1-\alpha)\hat{L}_t$$

Dabei steht ϕ für den Anteil an Fixkosten der Produktion plus 1. Demnach gehen die Steady-State-Abweichungen des Produktions-Schocks, des Kapitalstocks der Vorperiode, des Kapitalmarkt-Zinses und der Arbeitsnachfrage in die Bedingung ein.

Auf dem Geldmarkt müssen sich die Kapitalnachfrage der Zulieferer-Firmen und das Kapitalangebot der Haushalte entsprechen, damit ein Gleichgewicht existiert. Der Arbeitsmarkt befindet sich im Gleichgewicht, wenn das Arbeitsangebot der Haushalte der Arbeitsnachfrage der Unternehmen gleichkommt.

3. Schätzung eines einfachen DSGE-Modells

3.1 Das reduzierte Modell

Die linearisierten Strukturgleichungen eines Modells bilden einen möglichen Ausgangspunkt für die Schätzung der zugehörigen Parameter. Es gibt auch nichtlineare Lösungsverfahren, aber die werden im Folgenden nicht relevant. In Abschnitt 2 wurde die Herleitung und Linearisierung des Modells von Smets und Wouters beschrieben. Die Gleichungen 2.1 bis 2.9 bilden das linearisierte System, das als Ausgangsunkt dient. In diesem Abschnitt wird nun die Parameter-schätzung an Hand eines einfachen Modells durchgeführt. Die Schätzung des Smets-Wouters – Modell würde analog erfolgen. Ireland (2004) verwendet ein Real-Business-Cycle-Modell von Hansen (1985) um es als sogenanntes Hybrid-Modell zu schätzen. Dazu kombiniert er die Methode zur Schätzung eines DSGE-Modells mit der eines VAR-Modells. Im Folgenden soll das zugrunde liegende Modell nun als klassisches DSGE-Modell geschätzt werden. Im Unterschied zu Ireland (2004) werden dazu außerdem bayesianische Schätzmethoden an Stelle von der Maximum-Likelihood-Methode angewandt.

Das Real-Business-Cycle-Modell von Hansen beinhaltet nicht teilbare Arbeitseinsätze, was bedeutet, dass jeder Arbeiter eine konstante Zeit arbeitet und Variationen im Faktor Arbeit insgesamt nur durch die Anzahl an Arbeitern bzw. Arbeitslosen entstehen. Das Modell besteht zunächst aus 6 nicht-linearen Gleichungen. Ähnlich wie in dem oben beschriebenen Modell von Smets und Wouters ergeben sie sich aus einem Optimierungsproblem unter Nebenbedingungen. Das Modell beinhaltet allerdings nur 6 Variablen: dem Konsum C, dem Arbeitseinsatz H, dem Kapital K, den Investitionen I, dem Produktionsoutput Y und dem Schock A. So hängt die Nutzenfunktion der Haushalte zum Beispiel nur vom Konsum und der Arbeitszeit ab:

$$E\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\,[ln(C_t)-\gamma H_t]$$

Arbeit ist ein homogener unteilbarer Faktor. Es gibt keine Rigiditäten oder unvollständige Wettbewerbssituationen. Der einzige Schock A ist ein autoregressiver Technologie-Schock in der Produktionsfunktion. Das Gleichungssytem aus Nebenbedingungen und FOCs lautet:

(3.1) $Y_t = A_t K_t{}^{\theta}(\eta^t H_t)^{1-\theta}$

(3.2) $\ln(A_t) = (1-\rho)\ln(A) + \rho\ln(A_{t-1}) + \varepsilon_t$

(3.3) $Y_t = C_t + I_t$

(3.4) $K_t = (1-\delta)K_{t-1} + I_{t-1}$

(3.5) $\gamma C_t H_t = (1-\theta)Y_t$

(3.6) $\dfrac{1}{C_t} = \beta E_t\left\{\left(\dfrac{1}{C_{t+1}}\right)\left[\theta\left(\dfrac{Y_{t+1}}{K_{t+1}}\right)+1-\delta\right]\right\}$

Die Gleichungen müssen auf Grund des Trends zunächst stationarisiert und dann log-linearisiert werden. Das resultierende lineare System beschreibt die Abweichungen der stationarisierten Variablen um ihre Steady-State-Werte.

(3.7) $\hat{Y}_t = \hat{A}_t + \theta\hat{K}_t + (1-\theta)\hat{H}_t$

(3.8) $\hat{A}_t = \rho \hat{A}_{t-1} + \varepsilon_t$

(3.9) $\left(\frac{\eta}{\beta} - 1 + \delta\right) \hat{Y}_t = \left[\left(\frac{\eta}{\beta} - 1 + \delta\right) - \theta(\eta - 1 + \delta)\right] \hat{C}_t + \theta(\eta - 1 + \delta)\hat{I}_t$

(3.10) $\eta \widehat{K}_t = (1 - \delta)\widehat{K}_{t-1} + (\eta - 1 + \delta)\hat{I}_{t-1}$

(3.11) $\hat{C}_t + \widehat{H}_t = \hat{Y}_t$

(3.12) $0 = \left(\frac{\eta}{\beta}\right) \hat{C}_t - \left(\frac{\eta}{\beta}\right) E_t \hat{C}_{t+1} + \left(\frac{\eta}{\beta} + 1 - \delta\right) E_t \hat{Y}_{t+1} - \left(\frac{\eta}{\beta} + 1 - \delta\right) \widehat{K}_{t+1}$

Die zu schätzenden Parameter sind: Die Produktionselastizität vom Kapital θ, der Gewichtungsparameter des autoregressiven Schockprozesses ρ, der technische Fortschritt in Bezug auf den Einsatz der Arbeit η, der Diskontfaktor β und die Abschreibungsrate δ. Das linearisierte System entspricht der allgemeinen Form mit rationalen Erwartungen. Die reduzierte Form des Modells ergibt sich zu:

$$\boldsymbol{A x_{t+1} = B x_t + C \upsilon_{t+1} + D \eta_{t+1} + E}$$

Wobei A, B, C und D Funktionen des Parameter-Vektors der zu schätzenden Parameter sind. Der Vektor x_t beinhaltet die stationären Variablen und der Vektor υ_t die Schocks zum Zeitpunkt t. η_t ist der Vektor der nicht prognostizierbaren Erwartungsfehler. E beinhaltet eventuell vorhandene Konstante. Die Lösung kann mit Hilfe verschiedener Algorithmen, z.B. dem Sims-Algorithmus, erfolgen.

3.2 Bayesianische Schätzung

Zur Schätzung eines DSGE-Modells gibt es verschiedene Ansätze. Für die folgende Schätzung wird der der vollständigen Informationsschätzung gewählt. Dieser Ansatz strebt eine vollständige Charakterisierung der vorliegenden beobachteten Daten an. Dazu wird entweder die Maximum-Likelihood-Methode oder die Bayesianische Schätzmethode herangezogen. In Anlehnung an das Modell von Smets und Wouters wird für das vorliegende Modell der Bayesianische Ansatz durchgeführt.

Zunächst wird das Modell in die sogenannte State-Space-Repräsentation gebracht:

$$\boldsymbol{X_t = F(\mu) X_{t-1} + G(\mu) \upsilon_t}$$

F und G sind Funktionen des Parametervektors. Die Observation-Equation bzw. Messgleichung verknüpft die beobachteten Daten X_t mit den Variablen des Modells x_t:

$$\boldsymbol{X_t = H(\mu)' x_t + e_t}$$

Ausgehend von dieser Gleichung wird dann mit Hilfe des Kalman-Filters die Log-Likelihood Funktion der auf die Parameter bedingten beobachteten Daten bestimmt:

$$\log \mathcal{L}(\boldsymbol{X}|\boldsymbol{\mu}) = \sum_{t=0}^{T} log\ \mathcal{L}(\boldsymbol{X}|\boldsymbol{\mu})$$

Die Bayesianische Schätzung verbindet diese Likelihood mit a-priori Informationen über die Verteilung der Parameter. Somit können Informationen aus der mikroökonomischen Theorie oder anderen Schätzungen eingebunden werden. Diese Einbindung von Informationen ist ein großer Vorteil der Bayesianischen Schätzung. Als Ergebnis dieser Kombination aus Priori-Dichte und Likelihoodfunktion resultiert das sogenannte Posterior-Kernel der Parameter $\wp(\boldsymbol{\mu}|\boldsymbol{X})$:

$$\wp(\mu|\boldsymbol{X}) = \frac{\mathcal{L}(\boldsymbol{X}|\mu)\wp(\mu)}{\int \wp(\mu)\mathcal{L}(\boldsymbol{X}|\mu)d\mu} \propto \mathcal{L}(X|\mu)\wp(\mu)$$

Es wird mit Hilfe von Monte-Carlo-Methoden, wie zum Beispiel dem Metropolis-Hastings-Algorithmus, ermittelt. Der Modus des Log-Posterior-Kernels ist der sogenannte bayesianische Schätzer $\hat{\mu}_B$ für den wahren Parametervektor:

$$\widehat{\boldsymbol{\mu}}_B = argmax\{\log \wp(\boldsymbol{\mu}|\boldsymbol{X})\}$$

3.3 Ergebnisse

Die Parameter des Modells werden nun nach dem oben beschriebenen Verfahren geschätzt. Die Daten werden in diesem Fall mit den Ergebnissen von Ireland (2004) simuliert. Für die bayesianische Schätzung muss für jeden Parameter eine priori Verteilung angegeben werden. Der Diskontfaktor 0<β<1 misst die zeitliche Präferenz der Haushalte. Ein hoher Diskontfaktor bedeutet, dass Zukunfts- und Gegenwartsnutzen ähnlich präferiert werden. Ein niedriger Wert drückt aus, dass Haushalten der Nutzen in der Gegenwart wichtiger ist. In der Literatur wird der Diskontfaktor häufig bereits als 0.99 kalibriert.[1] Deshalb wird hier die auf den Intervall [0,1] beschränkte Beta-Verteilung mit Mean 0.99 als Prior ausgewählt. Für die Abschreibungsrate δ wird ebenfalls eine Beta-Verteilung als Prior gesetzt. Der Mean wird in Anlehnung an die Literatur ausgewählt auf 0,03 aufgerundet.[2] Eine Rate von 0.025 entspricht bei Quartalsdaten etwa 10% pro Jahr. Der Mean der Produktionselastizität des Kapitals θ wird als 0,3 angenommen, das bedeutet der Anteil des Inputfaktors Kapital an der Produktion liegt bei etwa einem Drittel. Als priori Verteilung wird wieder eine Beta-Verteilung gewählt, damit der Intervall zwischen 0 und 1 liegt. ρ soll zwischen -1 und 1 liegen und gewichtet den Einfluss der Technologieschocks der Vorperiode auf den der aktuellen Periode. Wegen der bei Technologie anzunehmenden hohen Persistenz, wird eine Betafunktion mit Mean 0,95 angenommen. Der technische Fortschritt in Bezug auf den Einsatz der Arbeit η ist der einzige zu schätzende Parameter, der per Modelldefinition größer als ein sein muss. Als Mean für die priori Verteilung wird hier 1,1 angenommen, damit der Fortschritt nicht zu extrem ist. Die Verteilungsannahme lautet normalverteilt.

Mit Hilfe dieser Priors werden die Parameter bayesianisch geschätzt. Aufgrund einer nicht positiv-definiten Hessematrix wird statt des klassischen Metropolis-Hastings-Algorithmus zuvor ein anderer, auf Monte-Carlo-Methoden basierender, Algorithmus durchgeführt. Das Ergebnis für den Modus von β lautet 1,0. Damit liegt der Wert eigentlich oberhalb des Definitionsbereiches, da β<1 sein sollte. Da der Prior Mean bei 0,99 lag und die Beta-Verteilung bis 1 geht, ist das Ergebnis vermutlich nur aufgrund des in der Hinsicht ungenauen Priors knapp außerhalb des Definitionsbereiches. In jedem Fall kann davon ausgegangen werden, dass der Diskontfaktor aber tatsächlich sehr groß ist und nahe 1 liegt. Somit ist den Haushalten der zukünftige Nutzen im Vergleich zum heutigen Nutzen quasi gleichbedeutend wichtig. Der Modus von θ ist 0,32 und entspricht damit ziemlich genau dem bereits erwarteten Wert. Der Anteil des

[1] Vgl. z.B. Smets, Wouters (2002) oder Ireland (2004).
[2] Vgl. z.B. Smets, Wouters (2002) oder Ireland (2004).

Kapitals entspricht also rund einem Drittel. Für η lautet der Modus 1,027. Damit ist der arbeitsvermehrende Fortschritt etwas kleiner als der durch den Prior Mean ausgedrückte erwartete Wert. Die Schätzung für δ ergibt 0,026. Damit liegt sie sehr nah an dem noch nicht aufgerundeten allgemein angenommenen Wert von einer vierteljährlichen Abschreibungsrate von 0,25. Für ρ ergibt sich ein Modus von 0,998. Somit ist der Schock der vergangenen Periode noch persistenter als priori angenommen.

Tabelle 1 im Anhang zeigt die Ergebnisse der Schätzung im Vergleich zu den wahren Werten, mit denen die Daten simuliert wurden. Im Fall von β liegen der wahre Wert, Priori Mean und posteriori Modus dicht zusammen. Der wahre Wert von θ liegt hingegen unter den sich in etwa entsprechenden Werten der priori und posteriori Verteilung. Die Schätzung ist somit ungenau und eventuell von den nicht passenden priori Informationen verzerrt. Im Gegensatz dazu liegen die posteriori Werte für η näher am wahren Wert, als die priori Annahmen. Gleiches gilt für δ und ρ, bei denen die posteriori Werte fast genau den richtigen Wert treffen. Die Schätzung ist für diese Werte also sehr genau und stark von den Daten korrigiert worden. Grafik 2 zeigt die priori und die posteriori Verteilung, sowie den Modus. Für β und δ entsprechen die posteriori Verteilungen in etwa den priori Verteilungen. Für ρ und η sind die posteriori Verteilungen enger um den Modus, der nah am wahren Wert liegt. Hier werden die priori Informationen durch die Daten also deutlich verdichtet. Bei θ liegt die posteriori Verteilung etwas verschoben neben der priori Verteilung. Wie oben bereits erwähnt, entspricht bereits die priori Verteilung nicht genau dem wahren Wert. Die posteriori Verteilung ist allerdings noch weiter von ihm entfernt, obwohl die Daten eigentlich die Verzerrung durch die ungenauen priori Informationen korrigieren müssten. Somit ist die Schätzung für diesen Parameter ungenau. Die leicht verfehlten priori Informationen begründen dies nur zum Teil.

Die Parameter liefern Erkenntnisse über das Verhalten des Modells. Grafik 2 zeigt die Impuls-Antwort-Funktionen für die einzelnen Variablen. Eine technologische Innovation zeigt sich durch einen positiven Schock auf ε_t, der die Technologiefunktion A_t erhöht. Die Impuls-Antwort-Funktionen stellen die Auswirkungen auf die einzelnen Variablen da. Da es sich bei den Variablen um log-Abweichungen von Steady-State-Gleichgewicht handelt, sollten sie nach den Auswirkungen des Schocks wieder zu Null konvergieren. Die Impulsfunktion für A zeigt deutlich, dass der in Periode Null erfolgte Schock von $\varepsilon_t=1$ sofort auf A durchschlägt und für eine positive log-Abweichung vom Steady-State in Höhe von 1 sorgt. Daraufhin ebbt die Erhöhung sehr langsam ab, man erkennt dass A auch nach 500 Perioden noch deutlich vom Steady-State-Wert abweicht. Der Grund dafür ist der hohe autoregressive Parameter $\rho=0.99$, der die Auswirkungen des Schocks quasi vollständig in die nächste Periode überträgt. Technologie-Schocks sind in diesem RBC-Modell also extrem konsistent. Das führt dazu, dass auch die Auswirkungen auf die anderen Variablen lange andauern. Durch die erhöhte Produktivität steigen Produktion, Konsum, Investitionen und der Kapitalstock an. Die Produktion weicht in der 0. Periode um etwas mehr als 5 vom Steady-State ab, fällt dann schnell auf Werte um 1 und nimmt daraufhin sehr langsam weiter ab. Die log-Abweichung des Konsums steigt bis zur 2. Periode auf etwa 1,5 und sinkt dann ebenfalls. Auch hier ist nach 500 Perioden immer noch eine positive Abweichung vorhanden. Die Abweichung der Investitionen beträgt zunächst rund 35 und sinkt bereits um die 3. Periode auf etwa 1. Danach gehen sie langsam zurück. Der Kapitalstock steigt aufgrund des verzögerten Einfluss der Investitionen erst in Periode 1 um knapp 1 an und fällt kurz daraufhin auch kontinuierlich ab. Die Abweichung der Arbeitszeit konvergiert als einziger Wert schnell wieder gegen 0. In Periode 0 beträgt sie rund 5 und in der 5. Periode liegt sie bereits wieder bei ihrem Steady-State-Wert von 0. Die Entscheidung über die Arbeitszeit wird also nicht persistent beeinflusst. Im Unterschied zu diesem RBC-Modell fällt im Modell von Smets und Wouters mit Preis- und Lohnrigiditäten die Arbeitszeit in Folge eines Produktivitätsschocks.

4. Fazit

DSGE-Modelle bieten den Vorteil, dass sie reale Daten mit theoretischen Zusammenhängen verbinden. Dies impliziert allerdings auch, dass die theoretischen Modelle möglichst gut und realistisch sind. Das im 3. Kapitel vorgestellte RBC-Modell von Hansen (1985) bzw. von Ireland (2004) eignet sich nur sehr begrenzt. Eine erste Schätzung Irelands mit realen US Daten führte teilweise zu unrealistischen Parametern.[3] Ein Modell, das Abweichungen nur durch einen Schock erklärt, erscheint zu simpel um die Realität vernünftig abzubilden. Ein komplexeres Modell, wie das in Kapitel 2 vorgestellte Modell von Smets und Wouters (2002), gewährleistet eine bessere Darstellung. Der Einbezug von geldpolitischen Institutionen, komplexeren Produktionsmärkten und Nutzenfunktionen, sowie Phänomenen wie Preis- und Lohnrigiditäten führen zu realistischeren Modellen mit verschiedenen Schocks. Trotzdem gibt es weiterhin Potential für Erweiterungen, wie zum Beispiel einem komplexeren Finanzmarkt.

Für die Parameterschätzung gibt es verschiedene Ansätze. Die durchgeführte bayesianische Schätzung zeigt, dass die Parameter der simulierten Daten relativ gut geschätzt werden konnten. Nur in einem Fall weichen die Ergebnisse der Schätzung noch weiter von den wahren Werten ab, als die zuvor getroffen Annahmen. Die Ergebnisse können deutlich von den priori Annahmen geprägt sein, was bedeutet, dass Vorwissen notwendig ist. Das kann vorteilhaft, bei Fehlspezifikationen aber auch nachteilhaft sein. Außerdem müssen Bedingungen, wie das die Anzahl der Schocks der Anzahl der beobachteten Daten entspricht, für die Anwendung der bayesianischen Schätzung erfüllt sein. Generell gehen bei linearen Lösungsverfahren mit rationalen Erwartungen über dies durch die Linearisierung Informationen verloren. Insgesamt gibt es also auch bei den Schätzverfahren noch Potential für Verbesserungen und Forschungsbedarf bezüglich möglicher Probleme, wie der Robustheit oder Identifizierbarkeit der Parameter.

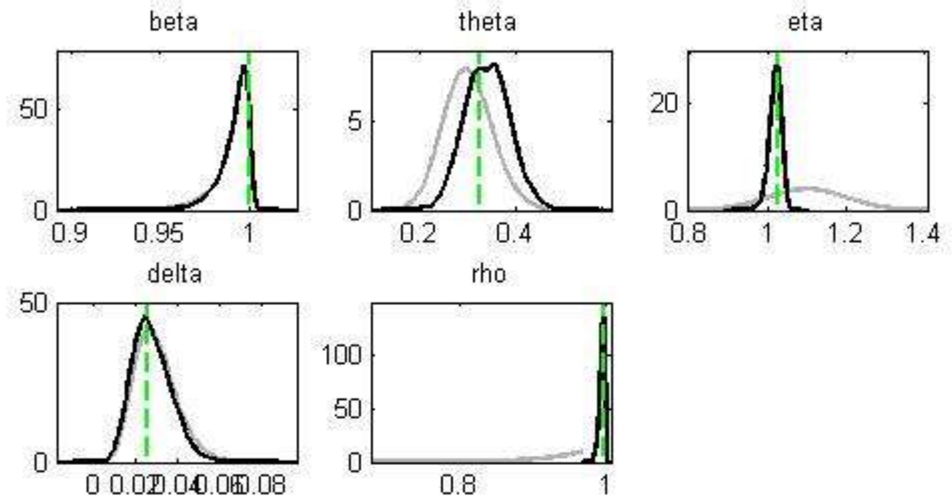
[3] Vgl. Ireland (2004), S. 1211.

Anhang

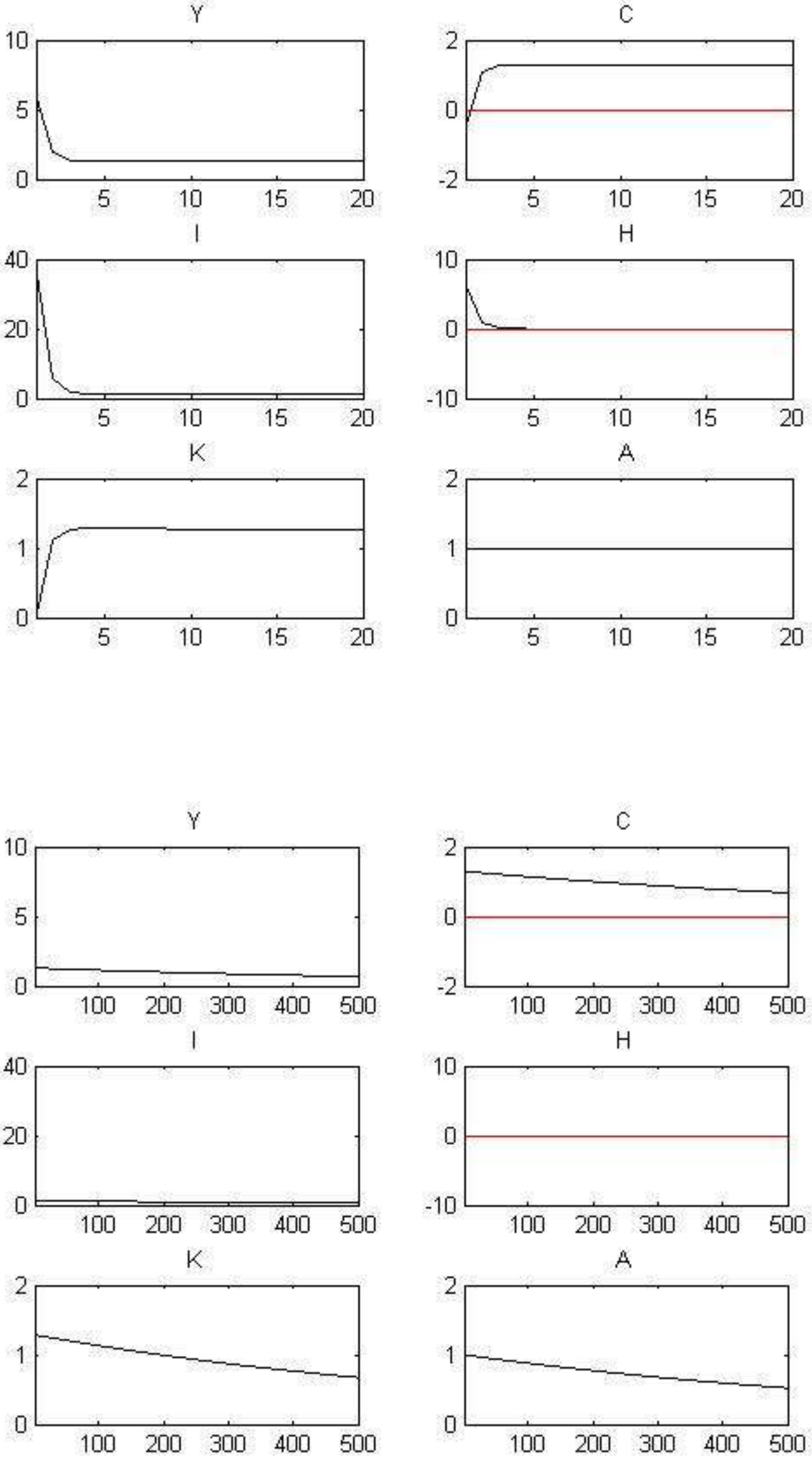
Tabelle 1: Wahre Werte und Schätzergebnisse

Parameter	Wahre Wert	Priori Verteilung (μ;σ)	Posterior Modus	Posterior Mean
β	0,99	βV (0,99;0,1)	1,0	0,9909
θ	0,2292	βV (0,3;0,05)	0,3227	0,3386
η	1,0051	NV (1,1;0,1)	1,0274	1,0168
δ	0,025	βV (0,03;0,01)	0,0261	0,0280
ρ	0,9987	βV (0,95;0,05)	0,9980	0,9952

Grafik 1: Priori (grau) und posteriori (schwarz) Verteilungen und Modus (grün)



Grafik 2: Impulsantwortfunktionen für 20 und 500 Perioden



Referenzen

Hansen, Gary, D.: *Indivisible labor and the business cycle,* Journal of Monetary Economics, No.16, S. 309-327, 1985.

Ireland, Peter N.: *A method for taking modelst o the data,* Journal of Economic Dynamics & Control, No. 28, S. 1205-1226, 2004.

Smets, Frank, **Wouters,** Raf: *An estimated stochastic dynamic general equilibrium model of the euro area,* European Central Bank Working Paper No. 171, 2002.