### Numerical Methods Overview

### Root Finding

Calculator এ সরাসরি করা যাবে, মান ১০০% accurate নাও হতে পারে। বা অংক করার পর উত্তর সমীকরনে বসিয়ে সিদ্ধ করা যাবে।

| Topic                    | Synonyms / Variants                    | Notes   |
|--------------------------|--|---|
| Iteration Method         | Fixed Point Iteration/<br>Substitution | একপাশে x কে আনতে হবে, তারপর iteration<br>( f(x) = 0 ) into ( x = g(x) ) |
| Bisection Method         | Binary search for roots                | সবসময় কাজ করবে কিন্তু ধীরগতির<br>f(a)f(b) < 0                          |
| False Position<br>Method | lLine                                  | Like bisection but uses a secant line to improve speed.  f(a)f(b) < 0   |
| Newton-Raphson<br>Method | Tangent method                         | Fast + derivate + ভালো একটা guess                                       |

### Theory

- 1. Convergence criteria of iteration method
- 2. Show 2 scenario in iteration there's convergence and divergence
- 3. False position method proof derivation (book page 135)
- 4. What is bracketing method? What is bracketing?
- 5. Intermediate value theorem?
- 6. Bisection vs iteration
- 7. bisection vs false position
- 8. case where bisection is preferable over false position  $(x^{10}-1)$
- 9. advantages of false position
- 10. when can newton raphson diverge
- 11. advantages and disadvantages of newton raphson

Secant method পড়ানো হয় নি। সবুজ স্যার কেবল assignment দিয়েছিলো, আর কিছু না। কারো সন্দেহ থাকলে পড়ে নিতে পারেন। Secant ও root finding এর জন্যই ব্যবহৃত হয়।

# Linear Equation Solve

Calculator এ সরাসরি করা যাবে চার ডিগ্রী পর্যন্ত। এবং উত্তর সমীকরণে বসিয়ে সিদ্ধ করা যাবে।

| Topic                          | Synonyms / Also<br>Known As           | Difficulty        | Notes   |
|--------------------------------|---------------------------------------|-------------------|---|
| Cramer's Rule                  | Determinant<br>method                 | ★☆☆ (Easy)        | Direct formula for solving small systems (2x2, 3x3) using determinants.                             |
| Gauss<br>Elimination<br>Method | lelimination, Back                    | ★★☆<br>(Moderate) | Step-by-step elimination of variables; used in numerical solvers.                                   |
| Gauss–Jordan<br>Elimination    | Reduced Row<br>Echelon Form<br>(RREF) |                   | Extension of Gauss elimination to fully diagonalize the matrix. Useful in computer implementations. |

#### Theories

- 1. Use cases of cramers rule
- 2. what is forward elimination/ backword elimination/ row echelon form?
- 3. What is reduced row echelon form/ pivot?
- 4. Gauss elimination vs gauss jordan

## Value Estimation

Polynomial/ Linear Function estimation

উত্তর কেমন হতে পারে, খালি চোখেই তার একটা আগাম ধারণা নেয়া যাবে...

যদি প্রশ্নে train করতে বলে, বা এই টাইপের কিছু চোখে পড়ে, তাহলে linear/ SGD/ logistic হবে

| Topic  | Synonyms / Related<br>Terms     | Notes   |
|--|---------------------------------|---|
| Interpolation (Diagonal & Horizontal differences)  | Finite Difference Table         | Only একটা function প্রশ্নে দিয়ে দিলেই<br>হলো   |
| Lagrange Interpolation Method  | Polynomial interpolation        | কিছু value দেয়া থাকলে একটা ছকের মধ্যে, x<br>আর y এর ছোট পরিসরে, এবং x এর কোনো<br>value এর জন্য y বের করতে বললে       |
| Least Squares Regression/ Linear Regression/ Multiple Linear Regression/ Polynomial Regression/ Gradient Descent | Curve fitting, Best-fit<br>line | প্রশ্নে যাই বলুক না কেনো, gradient descent<br>দিয়েই solve করা যাবে   |
| Stochastic Gradient Descent  | SGD, optimized loss function    | প্রশ্নে যদি বলে দেয় তাহলে, gradient<br>descent এর পরিবর্তে এটা ব্যবহার করা যাবে<br>যদি বেশী performance এর দরকার হয় |
| Logistic Regression  | Sigmoid-based<br>classification | লিনিয়ার/ পলিনমিয়াল regression এর যে<br>output সেই ফাংশনটাই sigmoid এ বসিয়ে<br>দিলেই হবে                            |

### Theory

- 1. Forward vs backward interpolation
- 2. Advantages of Lagrange interpolation
- 3. Least square regression, squared error
- 4. R<sup>2</sup> (R Squared)
- 5. Gradient Descent (GD) vs SGD
- 6. What is logistic regression
- 7. Linear regression vs logistic regression

## **Integral Approximation**

Integration বা ক্সেত্রফল বের করতে বলতে পারে। মেথড কোনটা ব্যবহার করতে হবে সেটা নির্ভর করবে আমাদের গ্রাফ কেমন হবে এবং কেমন accuracy চাই...

Calcultor এ সলভ করা যাবে (integration), খুব বেশী জটিল equation না হলে। তারপর কাছাকাছিই উত্তর আসবে, তবে মিলবে না I guess...। বা উত্তরে খুব বেশী পার্থক্য হলেও চিন্তার কিছু নেই...

| Topic              | Synonyms / Variants          | Notes  |
|--------------------|------------------------------|--|
| Trapezoidal Rule   | First order                  | Approximates area using trapeziums.            |
| Simpson's 1/3 Rule | Parabolic rule/ Second order | Fits 2nd-degree polynomials between intervals. |
| Simpson's 3/8 Rule | Cubic rule/ Third order      | Fits cubic polynomials for better precision.   |

## Theory

- 1. Explanation with graphs
- 2. How can we eliminate the error in the Trapezoidal rule by applying Simpson's rule?

## Ordinary Differential Equation

প্রমের pattern এমন হবে, একটা derivative term দেয়া থাকবে, আর initial x এর একটা value এর জন্য y এর একটা value দেয়া থাকবে, যেমন, y(0) = 1, আর milnes এর জন্য বেশ কিছু value দেয়া থাকবে...check slide

| Topic           | Synonyms / Related Terms                          | Notes   |
|-----------------|---|---|
| Euler's Method  | First-order Taylor method/<br>Tangent Line method | Simple, but errors accumulate fast.   |
| Milne's Method  | Predictor-Corrector                               | একটু বড়সড়, দুই step এ সলভ করতে হয় :(   |
| Picard's Method | Successive approximations                         | Iterative method, সাধারণত iteration বাড়ালে precision বাবড়ার কথা। স্যার যেহেতু তিনটা করে শিখিয়েছেন, এবাবেই answer করাটা বেটার। এমনিতে বাস্তবে যতোক্ষণ না converge হয় ততোক্ষন পর্যন্ত করতে হয়। |

### Theory

1. What is ordinary differential equation?

Range-Kutta স্যার পড়ায় নি, কিন্তু স্যারের slide এ keyword টা আছে, এবং সবুজ স্যার একদিন সিলেবাস চেয়েছিলো সেখানেও range kutta mention করা হয়েছিলো। তাই পড়ে নেয়াটা বেটার। অনেকটাই Euler's এর মতো। একে improved Euler ও বলা হয়।

- https://python.sharafat.xyz/differential-equations