Number System: বিভিন্ন সাংকেতিক চিহ্ন বা অঙ্ক (ডিজিট) ব্যবহার করে সংখ্যা লেখা ও প্রকাশ করার পদ্ধতিকে সংখ্যা পদ্ধতি বলে।

Digit: সংখ্যা তৈরীর ক্ষুদ্রতম প্রতীকই হচ্ছে ডিজিট বা অঙ্ক।

Base: কোন সংখ্যা পদ্ধতির ভিত্তি বলতে ঐ সংখ্যা পদ্ধতিতে ব্যবহৃত মোট অঙ্ক বা প্রতীকসমূহের সংখ্যাকে বুঝায়।

সংখ্যা পদ্ধতি	Base	প্রতীক বা চিহ্ন	Example
Decimal	10	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	$(397)_{10}$
Binary	2	0, 1	$(110110)_2$
Octal	8	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	$(287)_8$
Hexa-decimal	16	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F	$(5AD)_{16}$

Subscript

Bit: Binary Digit। বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতির 0 এবং 1 এই দুটি মৌলিক অঙ্ককে Bit বলে।

Byte: 8 bit = 1 byte ; 1 byte = 1 character ; 1 nibble = 4 bit;

শব্দ: এক বা একাধিক বিট বা বাইট নিয়ে গঠিত শব্দকে কম্পিউটার শব্দ বলে। ∴ 8 bit = 1 byte or 1 character,

16 bit = 2 character

স্থানীয় মান: সংখ্যাটির যে স্থানে অঙ্কটি বা প্রতীকটির অবস্থান তাকে স্থানীয় মান বলা হয়।

Classification of Number System

① Positional Numbering System.

② Non-Positional Numbering System

Positional Numbering System

Properties of positional numbering system –

1) সংখ্যাটিতে ব্যবহৃত অঙ্কগুলোর নিজস্ব মান।

2) Base

3) স্থানীয় মান।

Most Significant Bit (MSB) → 567.12 ← Least Significant Bit (LSB)

↑ Radix Point

Non-Positional Numbering System: এই পদ্ধতিতে সংখ্যায় উপস্থাপিত প্রতীকসমূহের অবস্থান সংখ্যার মানে কোন পরিবর্তন আনে না বা কোন রকম প্রভাব বিস্তার করে না।

Positional Numbering System are 4 types:

① Decimal Number System

② Binary Number System

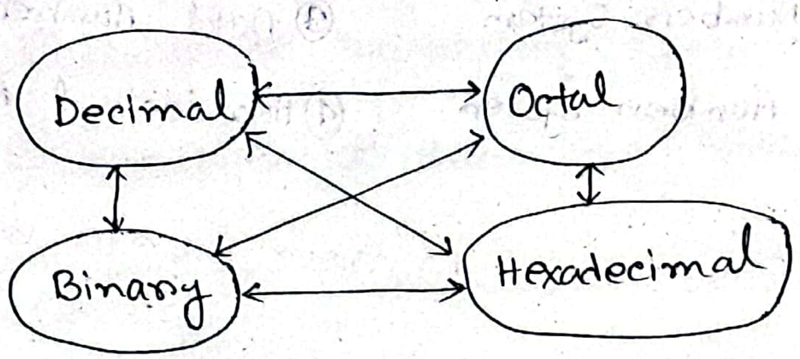
③ Octal Number System

④ Hexadecimal Number System.

Note: Radix = Base; Radix 10 আবার Base 10 একই কথা।

Decimal	Binary	Octal	Hexadecimal
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	12	9
10	1010	13	A
11	1011	14	B
12	1100	15	C
13	1101	16	D
14	1110	17	E
15	1111	20	F

Conversion of Number System



Type 1 : Decimal $\longleftrightarrow$ All Number System

Case-01: Decimal to Binary

পূর্ণসংখ্যা
- i) 2 দ্বারা ভাগ
- ii) যতক্ষণ পর্যন্ত ভাগফল শূন্য (0) না হয়।

ভগ্নাংশ
- i) 2 দ্বারা গুণ
- ii) যতক্ষণ ভগ্নাংশ শূন্য (0) না হয়।

Example : $(38.05)_{10} = (?)_2$

Answer: পূর্ণ অংশ

$$\begin{array}{r|l}
2 & 38 \\
\hline
2 & 19 - 0 \\
\hline
2 & 9 - 1 \\
\hline
2 & 4 - 1 \\
\hline
2 & 2 - 0 \\
\hline
2 & 1 - 0 \\
\hline
 & 0 - 1
\end{array}$$

ভগ্নাংশ:

এখানে 0 লিখবেনা। কারণ এটা উত্তর-এ add হবে না।

$$\begin{array}{r|l}
 & .05 \\
 & \times 2 \\
\hline
0 & .10 \\
 & \times 2 \\
\hline
0 & .20 \\
 & \times 2 \\
\hline
0 & .40 \\
 & \times 2 \\
\hline
0 & .80 \\
 & \times 2 \\
\hline
1 & .60
\end{array}$$

$\therefore (38.05)_{10} = (100110.00001\ldots\ldots)_2$

Example: $(125.125)_{10} = (?)_2$

Answer:

$$\begin{array}{r|l}
2 & 125 \\
\hline
2 & 62 - 1 \\
\hline
2 & 31 - 0 \\
\hline
2 & 15 - 1 \\
\hline
2 & 7 - 1 \\
\hline
2 & 3 - 1 \\
\hline
2 & 1 - 1 \\
\hline
 & 0 - 1
\end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 & .125 \\
 & \times 2 \\
\hline
0 & .25 \\
 & \times 2 \\
\hline
0 & .50 \\
 & \times 2 \\
\hline
1 & .00
\end{array}$$

$\therefore (125.125)_{10} = (1111101.001)_2$

Case-02: Decimal to Octal

পূর্ণাংশ
- i) 8 দ্বারা ভাগ
- ii) যতক্ষণ পর্যন্ত ভাগফল শূন্য (0) না হয়।

ভগ্নাংশ
- i) 8 দ্বারা গুণ
- ii) যতক্ষণ পর্যন্ত ভগ্নাংশ শূন্য (0) না হয়।

Example: $(999.177)_{10} = (?)_8$

Answer:

8	999	
8	124	7
8	15	4
8	1	7
	0	1

	.177 × 8
1	.416 × 8
3	.328 × 8
2	.626

$(999.177)_{10} = (1747.132\ldots)_8$

Example: $(175.15)_{10} = (?)_8$

Answer:

8	175	
8	21	7
8	2	5
	0	2

	.15 × 8
1	.20 × 8
1	.60 × 8
4	.80 × 8
6	.40 × 8
3	.20

$(175.15)_{10} = (257.11463)_8$

Case-03: Decimal to Hexadecimal

পূর্ণাংশ
- i) 16 দ্বারা ভাগ
- ii) যতক্ষণ পর্যন্ত ভাগফল শূণ্য (0) না হয়।

ভগ্নাংশ
- i) 16 দ্বারা গুণ
- ii) যতক্ষণ পর্যন্ত ভগ্নাংশ শূণ্য (0) না হয়।

10	$\rightarrow$ A
11	$\rightarrow$ B
12	$\rightarrow$ C
13	$\rightarrow$ D
14	$\rightarrow$ E
15	$\rightarrow$ F

Example: $(5879.5879)_{10} = (?)_{16}$

Answer:

Divisor	Quotient	Remainder
16	5879	
16	367	7
16	22	15 (F)
16	1	6
	0	1

Integer	Fraction
	.5879 × 16
9	.4064 × 16
6	.5024 × 16
8	.0384

$\therefore (5879.5879)_{10} = (16F7.968\ldots)_{16}$

Case 04 : Binary to Decimal

Binary digit গুলোকে নিজস্ব স্থানীয় মান দিয়ে গুণ করে প্রাপ্ত গুণফলকে যোগ করলেও বাইনারি সংখ্যাটির সমান দশমিক সংখ্যা পাওয়া যায়।

Example: $(1001)_2 = (?)_{10}$

Answer: $1\times 2^3 + 0\times 2^2 + 0\times 2^1 + 1\times 2^0$

$= 8+0+0+1 = 9$

$\therefore (1001)_2 = (9)_{10}$

Example: $(\overset{6}{1}\overset{5}{1}\overset{4}{0}\overset{3}{1}\overset{2}{0}\overset{1}{0}\overset{0}{1}.\overset{-1}{1}\overset{-2}{1}\overset{-3}{0}\overset{-4}{1}\overset{-5}{0}\overset{-6}{0}\overset{-7}{1})_2 = (?)_{10}$

Answer: $(1\times 2^6)+(1\times 2^5)+(0\times 2^4)+(1\times 2^3)+(0\times 2^2)+(0\times 2^1)+$
$(1\times 2^0)+(1\times 2^{-1})+(1\times 2^{-2})+(0\times 2^{-3})+(1\times 2^{-4})+(0\times 2^{-5})$
$+(0\times 2^{-6})+(1\times 2^{-7})$

$= 64+32+0+8+0+1+\left(1\times\frac{1}{2}\right)+\left(1\times\frac{1}{4}\right)+0+\left(1\times\frac{1}{16}\right)$
$+0+0+\left(1\times\frac{1}{128}\right)$

$= 105+0.50+0.25+0+0.0625+0+0+0.0078125$

$= (105.8203125)_{10}$

Case-05: Octal to Decimal

অক্টাল সংখ্যার স্থানীয় মান দিয়ে গুণ করে গুণফলসমূহ যোগ করে অক্টাল সংখ্যাকে দশমিক সংখ্যায় রূপান্তর করা যাবে।

Example: $(130.130)_8 = (?)_{10}$

Answer: $(1\times8^2)+(3\times8^1)+(0\times8^0)+(1\times8^{-1})+(3\times8^{-2})+(0\times8^{-3})$

$= 64+24+0+(1\times\frac{1}{8})+(3\times\frac{1}{64})+0$

$= 88+0.125+0.0156+0$

$= 88+140625$

$= (88.140625)_{10}$

Case-06: Hexadecimal to Decimal

হেক্সাডেসিমাল সংখ্যাকে স্থানীয় মান দিয়ে গুণ করে দশমিক সংখ্যায় রূপান্তর করা হয়।

Example: $(9AF.8)_{16} = (?)_{10}$

Answer: $(9\times16^2)+(A\times16^1)+(F\times16^0)+(8\times16^{-1})$

$=(9\times256)+(10\times16)+(15\times1)+(8\times\frac{1}{16})$

$= 2304+160+15+0.50$

$= (2479.50)_{10}$

Type-02 : Binary ⟷ Octal & Hexadecimal

Case-01: Binary to Octal

বাইনারি থেকে অকটাল সংখ্যায় রূপান্তর করতে হলে 0 থেকে 7 পর্যন্ত অকটাল সংখ্যাগুলোর বাইনারি মান মনে রাখলে সুবিধা। Binary to Octal রূপান্তর করতে হলে পূর্ণ সংখ্যার জন্য ডান দিক থেকে বাম দিকে এবং ভগ্নাংশ সংখ্যার জন্য বাম দিক থেকে ডান দিকে প্রতিটি তিন বিট একত্র নিয়ে ছোট ছোট ভাগ করতে হবে।

Example: $(11110111.0011)_2 = (?)_8$

Binary	Octal
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

Answer:

$$\overleftarrow{11\,110\,111} \,.\, \overrightarrow{001\,1}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 011 & 110 & 111 & . & 001 & & 100 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & & \\ 3 & 6 & 7 & . & 1 & & 4 \end{array}$$

$$\therefore (1111011.0011)_2 = (367.14)_8$$

Case-02 : Binary to Hexadecimal

বাইনারি পূর্ণ সংখ্যাকে ডান থেকে বামে এবং বাইনারি ভগ্নাংশ সংখ্যাকে বাম দিক থেকে ডান দিকে চারটি ডিজিট নিয়ে আলাদা গ্রুপে ভাগ করতে হয়।

Binary	Hexadecimal
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

Example: $(1010110.010111)_2 = (?)_{16}$

Answer: 1010110 . 010111

0101 0110 . 0101 1100

$\downarrow$ $\downarrow$. $\downarrow$ $\downarrow$

5 6 . 5 12/C

$\therefore (1010110.010111)_2 = (56.5C)_{16}$

Example: $(1010011.101101)_2 = (?)_{16}$

Answer: 1010011 . 101101

0101 0011 . 1011 0100

$\downarrow$ $\downarrow$. $\downarrow$ $\downarrow$

5 3 . B 4

$\therefore (1010011.101101)_2 = (53.B4)_{16}$

Case-03: Octal to Binary

অক্টালের প্রতিটি ডিজিটকে তার সমতুল্য তিন বিট করে বাইনারিতে লিখতে হবে।

Example: $(170205.2017)_8 = (?)_2$

$$\begin{array}{cccccccccc} 1 & 7 & 0 & 2 & 0 & 5 \; . & 2 & 0 & 1 & 7 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 001 & 111 & 000 & 010 & 000 & 101 & 010 & 000 & 001 & 111 \end{array}$$

$\therefore (170205.2017)_8 = (1111000010000101.010000001111)_2$

Case-04: Hexadecimal to Binary

Hexadecimal সংখ্যার প্রতিটি ডিজিটকে আলাদাভাবে চার ডিজিটের Binary-তে পরিবর্তন করে একত্রিত করলে প্রাপ্ত সংখ্যাটি Hexadecimal সংখ্যার সমমানের Binary সংখ্যা পাওয়া যায়।

Example: $(A09.E2)_{16} = (?)_2$

Answer:

$$\begin{array}{cccccc} A & 0 & 9 & . & E & 2 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ 1010 & 0000 & 1001 & . & 1110 & 0010 \end{array}$$

$\therefore (A09.E2)_{16} = (101000001001.11100010)_2$

Type-3: Hexadecimal ⟷ Octal

Case 01: Octal to Hexadecimal

প্রথমে Octal-কে Binary-তে রূপান্তর করতে হবে তারপরে Binary থেকে Hexadecimal-এ রূপান্তর করতে হবে।

Example: $(527.375)_8 = (?)_{16}$

Answer:

$$\begin{array}{cccccccc} 5 & 2 & 7 & . & 3 & 7 & 5 & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ 101 & 010 & 111 & . & 011 & 111 & 101 & \\ \\ 0001 & 0101 & 0111 & . & 0111 & 1110 & 1000 & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ 1 & 5 & 7 & . & 7 & E & 8 & \end{array}$$

$\therefore (527.375)_8 = (157.7E8)_{16}$

Case-02: Hexadecimal to Octal

Hexadecimal ⟶ Binary ⟶ Octal

Example: $(207.58)_{16}$

Answer:

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & 0 & 7 & . & 5 & 8 & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \\ 0010 & 0000 & 0111 & . & 0101 & 1000 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccc} 001 & 000 & 000 & 111 & . & 010 & 110 & 000 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 0 & 0 & 7 & . & 2 & 6 & 0 \end{array}$$

$\therefore (207.58)_{16} = (1007.260)_8$

Type 4 : Conversion from any base to any base

Example: $(321)_5 = (?)_7$

Answer: ① Base 5 থেকে Base 10 এ রূপান্তর

$$= (3\times5^2) + (2\times5^1) + (1\times5^0)$$

$$= (86)_{10}$$

② Base 10 থেকে Base 7 এ রূপান্তর

$$\begin{array}{r|l}
7 & 86 \\ \hline
7 & 12 - 2 \\ \hline
7 & 1 - 5 \\ \hline
 & 0 - 1
\end{array}$$

$\therefore (321)_5 = (152)_7$

Example: $(4E)_{16} = (?)_9$

Answer: ① Base 16 থেকে Base 10 এ রূপান্তর

$$= (4\times16^1) + (14\times16^0)$$

$$= (78)_{10}$$

② Base 10 থেকে Base 9 এ রূপান্তর

$$\begin{array}{r|l}
9 & 78 \\ \hline
9 & 8 - 6 \\ \hline
 & 0 - 8
\end{array}$$

$\therefore (4E)_{16} = (86)_9$

Arithmatic Operation

Decimal + Decimal = Decimal

→ 357
125
482

[7+5=12 ; 12−10=2 ; 1 বার বিয়োগ করায় carry থাকবে 1]

Octal + Octal = Octal

→ 7777
555
10554

Hexadecimal + Hexadecimal = Hexadecimal

→ ABCD.EF
8D40.A
1390E.8F

Binary + Binary = Binary

① 1011.11
101.11
10001.10

② 10011.01
11111.11
01001.01
111100.01

A	B	A+B	Carry
0	0	0	N/A
0	1	1	N/A
1	0	1	N/A
1	1	0	1

Binary − Binary = Binary

① 1011
101
110

② 1011011
101110
0101101

③ 1001100
11111
101101

A	B	A−B	Carry
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

④ 101001.00
11001.11
0110 0
11111.01

⑤ 11101.101
1001.001
10100.100

⑥ 1100
101
01
1111

⑦ 1110
1011
10
0011

⑧ 1100
101
01
111

Binary × Binary = Binary

① 10110
×1001
10110
000000
0000000
10110000
11000110

0.0 = 0
0.1 = 0
1.0 = 0
1.1 = 1

② ~~11.01~~
~~× .110~~
~~00000~~
~~110100~~
~~00~~

11.01
× .110
00 000
1 1 0 1 0 X
1 1 0 1 0 X
10.0 1 1 1 0 0

Binary ÷ Binary = Binary

① 11) 1001 (11
11
11
11
X

② 101) 1111 (11
101
101
101
X

0/0 = অসংজ্ঞায়িত
0/1 = 0
1/0 = অসংজ্ঞায়িত
1/1 = 1

15/03/2021
2nd class

TechN Natore Youtube channal থেকে নেয়া কিছু তথ্য

Complement/সম্পূরক: গণিত ও কম্পিউটিং এর মধ্যে সম্পূরক পদ্ধতি হল, একটি কৌশল যা সংখ্যাগুলির ঋণাত্মক যোগসূত্র ব্যবহার করে আরেকটি সংখ্যা বিয়োগ করতে ব্যবহৃত হয়।

Example: $3-3 = 3+(-3) = 0$

Compliment ~~are~~ are used in digital electronics in order to simplify the subtraction operation and for the logical manipulation

It is faster to subtract by adding complements than by performing true subtraction.

কোন সংখ্যার সম্পূরক/Complement ২ ধরনের।

① Base of Radix complement

② One less then the base complement

Base of Radix complement are 4 types:

1) 10's complement
2) 2's complement
3) 8's complement
4) 16's complement

One less then the base complement are 4 types:

1) 9's complement
2) 1's complement
3) 7's complement
4) 15's complement

① Obtain 9's complement of $(184)_{10}$

↳ $(184)_{10}$ এর প্রতিটি digit-কে আমরা decimal এর সর্বোচ্চ digit যা হচ্ছে 9 তা দ্বারা বিয়োগ করব।

$$\begin{array}{r} 999 \\ -184 \\ \hline 815 \end{array}$$

∴ $(815)_{10}$ is the 9's complement.

② Obtain 10's complement of $(184)_{10}$

↳ 9's complement এর সাথে 1 যোগ করলেই 10's complement হয়।

$$\begin{array}{r} 999 \\ -184 \\ \hline 815 \\ +1 \\ \hline 816 \end{array}$$

815 ⟶ 9's complement

816 ⟶ 10's complement

③ Obtain 1's complement of $(1010)_2$

↳ 0 থাকলে 1 এবং 1 থাকলে 0 হবে।

1010

0101 ⟶ 1's complement

④ Obtain 2's complement of $(1010)_2$

↳ 1's complement এর সাথে 1 যোগ করলেই 2's complement.

$$\begin{array}{r} 1010 \\ 0101 \\ +1 \\ \hline 0110 \end{array}$$

0101 ⟶ 1's complement

0110 ⟶ 2's complement

⑤ Obtain 7's complement of $(367)_8$

↳ Octal number system এর সর্বোচ্চ digit 7 । প্রদত্ত সংখ্যার প্রতিটি digit-কে 7 দ্বারা বিয়োগ করব।

$$\begin{array}{r} 777 \\ -\ 367 \\ \hline 410 \end{array} \longrightarrow 7\text{'s complement}$$

⑥ Obtain 8's complement of $(367)_8$

↳ 7's complement এর সাথে 1 যোগ করলেই 8's complement

$$\begin{array}{r} 777 \\ -367 \\ \hline 410 \\ +1 \\ \hline 411 \end{array}$$

410 ⟶ 7's complement

411 ⟶ 8's complement

⑦ Obtain 15's complement of $(7CA)_{16}$

↳ Hexadecimal-এ সর্বোচ্চ digit হচ্ছে F(15) । প্রদত্ত সংখ্যার প্রতিটি digit-কে F(15) দ্বারা বিয়োগ করব।

$$\begin{array}{r} FFF \\ -\ 7CA \\ \hline 835 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \longrightarrow 15 \quad 15 \quad 15 \\ \longrightarrow 7 \quad 12 \quad 10 \\ \hline \quad\ \ 8 \quad\ 3 \quad\ 5 \end{array} \longrightarrow 15\text{'s complement}$$

⑧ Obtain 16's complement of $(7CA)_{16}$

↳ 15's complement এর সাথে 1 যোগ করলেই 16's complement হয়

$$\begin{array}{r} FFF \\ -\ 7CA \\ \hline 835 \\ +1 \\ \hline 836 \end{array}$$

835 ⟶ 15's complement

836 ⟶ 16's complement

Complements

Complements are used in digital computers for simplifying the subtraction operation and for logical manipulations. There are two types of complements for each base-r system :

1) the r's complement

2) the (r−1)'s complement

প্রতিস্থাপিত

When the value of the base is substituted, the two types receive the names 2's and 1's complement for binary numbers. or 10's and 9's complement for decimal numbers.

The r's Complement

Given a positive number N in base r with an integer part of n digits, the r's complement of N is defined as $r^n - N$ for $N \neq 0$ and 0 for $N = 0$.

So, n = number of digit

N = Given positive number

r = Base of the given number.

Example:

① The 10's complement of $(52520)_{10}$ is $= r^n - N$

$= 10^5 - 52520$

$= 47480$.

↳ The number of digits in the number is $n = 5$

② The 10's complement of $(0.3267)_{10}$ is $= r^n - N$

$= (10)^0 - 0.3267$

$= 1 - 0.3267$

$= 0.6733$

↳ No, integer part,

So, $10^n = 10^0 = 1$

③ The 10's complement of $(25.639)_{10}$ is $= r^n - N$

$= 10^2 - 25.639$

$= 74.361$

④ The 2's complement of $(101100)_2$ is $= r^n - N$

10 Base থেকে 2 Base করতে হবে;

$= (2)^6_{10} - (101100)_2$

$= (1000000)_2 - (101100)_2$

$= 010100$

⑤ The 2's complement of $(0.0110)_2$ is $= r^n - N$

Shortcut:
যতক্ষণ না প্রথম 1 পাব পরিবর্তন হবে না। তারপর থেকে বামগুলো পরিবর্তন হবে;

$= (2)^0_{10} - (0.0110)_2$

$= 1 - 0.0110$

$= 0.1010$

The $(r-1)$'s complement

Given a positive number N in base r with a integer part of n digits and a fraction part of m digits, the $(r-1)$'s complement of N is defined as $r^n - r^{-m} - N$.

n = number of digit in integer part

m = " " " fractional part

r = base of the given number.

N = Given number.

CamScanner

① The 9's complement of $(52520)_{10}$ is $= r^n - r^{-m} - N$

↳ No fraction part,

$= 10^5 - 10^{-0} - 52520$

so, $10^{-m} = 10^0 = 1$.

$= 47479$

② The 9's complement of $(0.3267)_{10}$ is $= r^n - r^{-m} - N$

↳ No integer part,

$= 10^0 - 10^{-4} - 0.3267$

so, $10^n = 10^0 = 1$.

$= 0.6732$

③ The 9's complement of $(25.639)_{10}$ is $= r^n - r^{-m} - N$

$= 10^2 - 10^{-3} - 25.639$

$= 74.360$

④ The 1's complement of $(101100)_2$ is $= r^n - r^{-m} - N$

$= (2^6)_{10} - (2^{-0})_{10} - (101100)_2$

10 base থেকে 2 base এ রূপান্তর

$= (64)_{10} - 1 - 101100$

$= 1000000 - 1 - 101100$

$= 010011$.

⑤ The 1's complement of $(0.0110)_2$

is $= r^n - r^{-m} - N$

$= (2^0)_{10} - (2^{-4})_{10} - 0110$.

$= (0.1111 - 0.0110)_2 = 0.1001$

29-03-2021
3rd class

TechN Natore Youtube channel থেকে নেয়া কিছু তথ্য

10's complement ব্যবহার করে decimal সংখ্যার বিয়োগ করার নিয়ম :-

$$(554)_{10} - (475)_{10}$$

$(475)_{10}$ → বিয়োজ্য

$(554)_{10}$ → বিয়োজক

1) বিয়োজ্য এর 10's complement করতে হবে।
2) বিয়োজ্য এর 10's complement বের করার পরে যে মান আসবে তার সাথে বিয়োজক এর সাথে যোগ করতে হবে।

3) Carry থাকলে, তা Ignore করতে হবে।

4) Carry না থাকলে, বিয়োজ্য ও বিয়োজক এর যোগফলকে আবার 10's complement বের করে তার আগে (-) minus চিহ্ন দিতে হবে।

Example: $(554)_{10} - (475)_{10}$

Answer: 10's complement of the subtract 475.

$$\begin{array}{r} 999 \\ -\ 475 \\ \hline 524 \end{array} \longrightarrow 9\text{'s complement}$$

$$\begin{array}{r} 524 \\ +1 \\ \hline 525 \end{array} \longrightarrow 10\text{'s complement}$$

$$
\begin{array}{r}
554 \\
+\ 525 \\
\hline
1079
\end{array}
$$

∴ $1 \rightarrow$ Carry টা ignore করে বাদ দিতে হবে।

∴ 10's complement of the subtract $= (79)_{10}$

Example: $(475)_{10} - (554)_{10}$

Answer: 10's complement of the subtract $(554)_{10}$

$$
\begin{array}{r}
999 \\
-\ 554 \\
\hline
445 \rightarrow \text{9's complement} \\
+1 \\
\hline
446 \rightarrow \text{10's complement}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
475 \\
+\ 446 \\
\hline
921
\end{array}
$$

$\rightarrow$ No carry

∴ Carry নাই তাই 921 কে আবার 10's complement করতে হবে।

$$
\begin{array}{r}
999 \\
-\ 921 \\
\hline
78 \\
+1 \\
\hline
79
\end{array}
$$

> Note: একই নিয়মে 2's complement এর substraction করা যায়। শুধু 10's এর জায়গায় 2's complement হবে।

∴ $(475)_{10} - (554)_{10} = (-79)_{10}$

Subtraction with r's complements

The subtraction of two positive numbers $(M - N)$, both of base r, may be done as follows.

Here, M = minuend/ বিয়োজ্য

N = subtrahend/ বিয়োজক

① Add the minuend M to the r's complement of the subtrahend N.

② Inspect the result obtained in step 1 for an end carry:

a) If an end carry occurs, discard it.

b) If an end carry does not occur, take the r's complement of the number obtained in step 1 and place a negative sign in front.

Example 1.5:- Using 10's complement, subtract 72532 - 3250

Here, $M = 72532$

$N = 03250 \longrightarrow$ *** উপরে 5টি digit নিচে 4টি digit। তাই নিচেরটাকে 5টি digit বানানোর জন্য 0 বসানো হল।

*** ভুলে যাব

$\therefore$ 10's complement of $N = r^n - N$

$$(03250)_{10} = 10^5 - 03250$$

$$= 96750$$

Now,

$$M = 72532$$

$$\text{10's complement of } N = 96750$$

$$+$$

$$1\,69282$$

$\llcorner\!\longrightarrow$ carry তাই বাদ পড়বে।

$\therefore$ ~~75~~ $72532 - 3250 = 69282$

Example 1.6:- Subtract; $(3250 - 72532)_{10}$

Here, $M = 03250$

$N = 72532$

$\therefore$ 10's complement of $N = r^n - N$

$$(72532)_{10} = 10^5 - 72532$$

$$= (27468)_{10}$$

Now,

$$M = 03250$$

$$10\text{'s complement of } N = 27468$$

$$(+)$$

$$\overline{\quad 030718 \quad}$$

→ No carry

Since ~~Because~~ we have no ~~carry~~ carry so we have to 10's complement 30718 and put a (-)ve before it.

$$10\text{'s complement of } (30718)_{10} = r^n - N$$

$$= 10^5 - 30718$$

$$= 69282$$

So, the answer is $= -69282$

Example 1.7: Use 2's complement to perform M − N with the given binary numbers.

a) M = 1010100
N = 1000100

b) M = 1000100
N = 1010100

~~a) Here, M = 1010100 ; N = 10001000~~

~~So, 2's complement of N, 10001000~~

~~01110111 → 1's complement~~

~~+1~~

~~01111000 → 2's complement~~

~~Now,~~

~~M = 10001000~~

~~2's complement of of N = 01111000~~

~~+~~

~~100000000~~

~~→ carry bit~~

a) Here, M = 1010100 ; N = 1000100

So, 2's complement of N =

$$
\begin{array}{rl}
1000100 & \\
0111011 & \rightarrow \text{1's complement} \\
+1 & \\
\hline
0111100 & \rightarrow \text{2's complement}
\end{array}
$$

Now,

$$
\begin{array}{rr}
M = & 1010100 \\
\text{2's complement of } N = & 0111100 \\
+ & \\
\hline
 & 1/0010000
\end{array}
$$

→ carry bit / end carry

$\therefore$ 1010100 − 1000100 = 0010000

b) Here, $M = 1000100$

$N = 1010100$

2's complement of N = 1010100

0101011 → 1's complement

+1

0101100 → 2's complement

Now,

$M = 1000100$

2's complement of N = 0101100

(+)

1110000

no carry

Since, we don't have any carry the we have to 2's complement 1110000 and put a (-)ve sign before it.

2's complement of = 1110000

0001111

+1

0010000

Answer : -10000

Reflected code/ Gray code

→ Also known as Reflected Binary Code (RBC).

→ Developed by frank gray.

→ Unweighted code. There is no positional weight in case of gray code.

→ Minimum error code

→ Unit distance code (একবার chng হয় next সংখ্যায় যাওয়ার সময়)

** There is a change of single bit in two successive codes

** Reduces process of switching.

Binary to Gray code

5 → 0101

0 —⊕→ 1 —⊕→ 0 —⊕→ 1

↓ ↓ ↓ ↓

| 0 | 1 | 1 | 1 |

5 এর Gray code = 0111

XOR

A	B	A ⊕ B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

* Record the MSB as it is. $g_3 = b_3$
* Add the MSB to the next bit, record the sum and neglect the carry. $g_2 = b_2 \oplus b_3$
* Repeat

Gray to Binary code

5 এর Gray code = 0 1 1 1

$$
\begin{array}{ccccccc}
0 & & 1 & & 1 & & 1 \\
\downarrow & \oplus & \downarrow & \oplus & \downarrow & \oplus & \downarrow \\
\boxed{0} & & \boxed{1} & & \boxed{0} & & \boxed{1}
\end{array}
$$

5 এর Binary code = 0 1 0 1

→ Today Gray code is widely use to facilitate error correction in digital communication such as cable TV systems.

→ আবার যদি 3 এবং 4 এর Binary code খেয়াল করি তাহলে,

3 = 0011 } এখানে 3 থেকে 4 এ যেতে অথবা 4 থেকে 3
4 = 0100 } এ যেতে 3টা digit পরিবর্তন বা ON/OFF করতে হয়।

3 = 0010 } কিন্তু Gray Code এর ক্ষেত্রে 1টি
4 = 0110 } মাত্র bit change করলেই হয়।

7 = 0111 } Binary
8 = 1000 } code

7 = 0100 } Gray code
8 = 1100 }

∴ একটি bit change করলেই পরবর্তী সংখ্যা পাওয়া যায় তাই একে, unit distance code বলে।
এবং এর ফলে Switching operation reduce হয়।

Decimal	Binary	Gray Code
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111
11	1011	1110
12	1100	1010
13	1101	1011
14	1110	1001
15	1111	1000

Two values differend in only one bit.

Binary numbe is convert to gray code to reduce switching circuit.

Properties

① Swicthing operation reduce ✓

② Error dectoion

③ Unweigthed code

④ Mimimal error code ✓

⑤ Unit distance code.

Boolean Algebra & Logic Gates

Chapter-02

13 Operator precedence

The operator precedence for evaluating boolean expression

1) Parentheses
2) NOT
3) AND
4) OR

Example: $(x+y)'$ Here, $x = 1$; $y = 0$

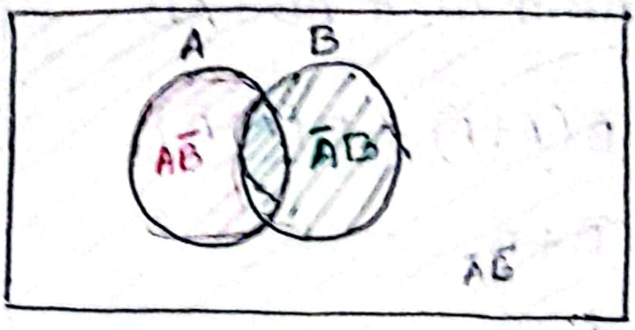
$\therefore (1+0)' = 1' = 0$ Ans

14 Venn Diagram

A helpful illustration that may be used to visualize the relationships among the variables of a Boolean expression is the Venn diagram.

→ Venn diagram for two variables (A, B)

rectangle এর ভিতরে ২টি variable আছে A এবং B। Boolean-এ circle এর ভিতরের মান 1 এবং বাহিরে সবকে 0 ধরা হয়।



লাল দাগের অংশটুকু যেখানে দেখা যায়। A Present আছে তাই A = 1 কিন্তু B Present নাই তাই B=0। তাহলে আমরা লিখতে পারি,

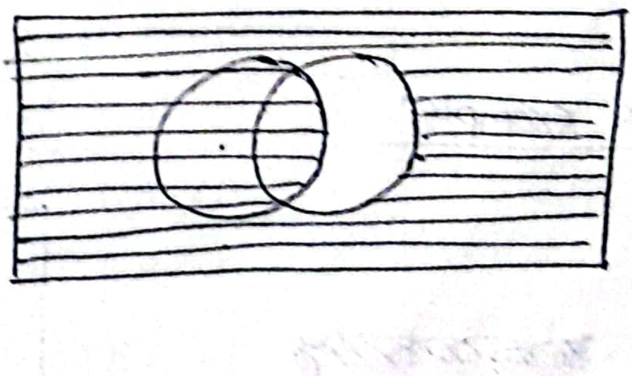
$A\bar{B}$

সবুজ দাগের অংশটুকু এর ক্ষেত্রে. A=0; b=1। $\bar{A}B$

নীলের " " " ", A=1; b=1। AB

বেগুনির " " " ", A=0; b=0। $\bar{A}\bar{B}$

Example: Minimize the SOP expression for shaded region.



$Y = \bar{A}\bar{B} + A\bar{B} + AB$

$= A\bar{B}(\bar{A}+A) + AB$

$= \bar{B}.1 + AB$

$= \bar{B} + AB$

$= (\bar{B}+A).(\bar{B}+B)$ [Distributed theorem: $A+(B.C) = (A+B).(A+C)$]

$= \bar{B}+A$

Ans

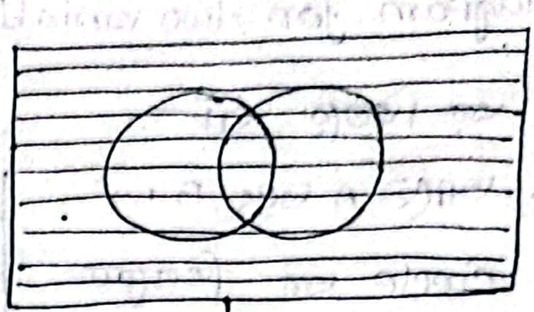
Example:

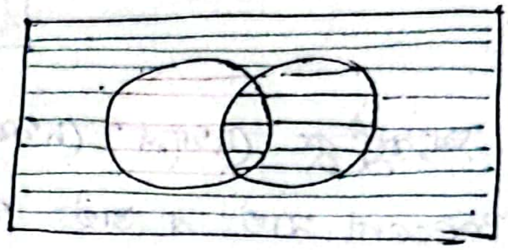
$$Y = \bar{A}\bar{B} + A\bar{B} + AB + \bar{A}B$$

$$= \bar{B}(\bar{A}+A) + B(A+\bar{A})$$

$$= \bar{B} + B$$

$$= 1$$





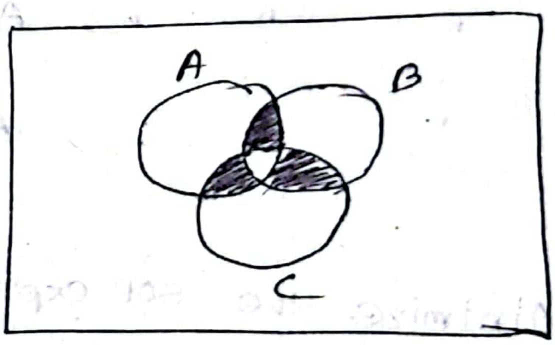
Example: নিচের কোনটি সত্য :-

a) $(AB + BC + CA)\bar{E}$

b) $(AB\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}C)\bar{E}$

c) $(ABC + \bar{A}\bar{B}\bar{C})\bar{E}$

d) $\bar{C}\bar{B}\bar{A} + A\bar{B}\bar{C} + \bar{E}$



example:

$$Y = x\bar{y} + xy$$

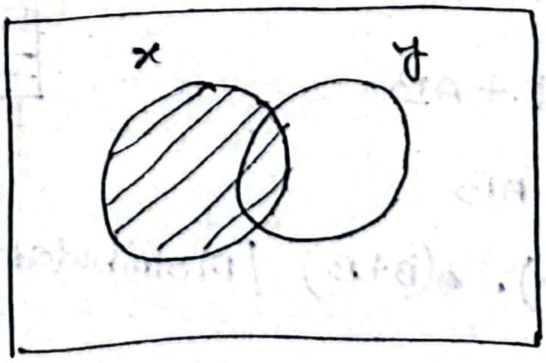


Figure 2-2:

$x = xy + x$

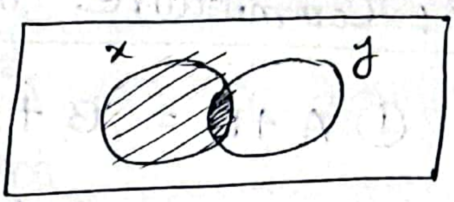
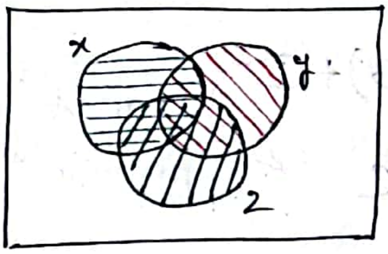
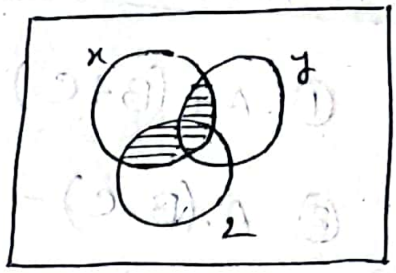


Figure 2-3:



$x(y+z)$



$xy + xz$

Basic Theorems & Properties of Boolean Algebra

Basic Theorem

	OR-Operation	Duality principle	AND operation
Postulate 2 →	① $0+A=A$		① $0.A=0$
Theorem 2 →	② $1+A=1$		② $1.A=A$
Theorem 2 →	③ $A+A=A$		③ $A.A=A$
Postulate 5	④ $A+\bar{A}=1$		④ $A.\bar{A}=0$

$4A = 1$

Postulate 3: Commutative Theorm

① $A + B = B + A$

② $A \cdot B = B \cdot A$

Duality principle

Theorem 4: Associative theorem

① $A + (B + C) = (A + B) + C$

② $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$

Duality principle

Postulate 4: Distributive theorem

① $A \cdot (B + C) = AB + AC$

Duality principle

② $A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$ ***

Proove: R.H.S $= (A+B) \cdot (A+C)$

$= A \cdot A + A \cdot C + B \cdot A + B \cdot C$

$= A + AC + AB + BC \quad [\because A \cdot A = A]$

$= A \cdot 1 + AC + AB + BC \quad [\because A \cdot 1 = A]$

$= A(1 + C + B) + B \cdot C$

$= A \cdot 1 + B \cdot C \quad [\because A + 1 = 1]$

$= A + B \cdot C \quad [\because A \cdot 1 = A]$

$=$ L.H.S

Priority : $- / ' > \cdot > +$

(iii) $\bar{A} + A\bar{B} = \bar{A} + \bar{B}$

Prove: $L.H.S = \bar{A} + A\bar{B}$

$= \bar{A}\cdot 1 + A\bar{B}$

$= \bar{A}\cdot(1+\bar{B}) + A\bar{B}$

$= \bar{A}\cdot 1 + \bar{A}\bar{B} + A\bar{B}$

$= \bar{A} + \bar{B}(\bar{A}+A)$

$= \bar{A} + \bar{B}$ $[\because A+\bar{A} = 1]$

$= R.H.S$

(iv) $A \oplus B = \bar{A}B + A\bar{B}$ / $A\bar{B} + \bar{A}B$

(v) $\overline{A \oplus B} = \bar{A}\bar{B} + AB$

4 Secondary Theorem

(1) $A(A+B) = A$

Prove: $L.H.S = A(A+B)$

$= A.A + A.B$

$= A + A.B$

$= A.1 + A.B$

$= A(1+B)$ $[\because A+1 = 1]$

$= A.1 = A$

$= R.H.S$

(ii) $A + AB = A$

Prove: $A + AB = A$ এর প্রমাণ পূর্বে লাল দাগ দিয়ে দেওয়া।

(iii) $A + \bar{A}B = A + B$

Prove: $L.H.S = A + \bar{A}B$

$$= A.1 + \bar{A}B$$
$$= A.(1+B) + \bar{A}B$$
$$= A.1 + A.B + \bar{A}B$$
$$= A + AB + \bar{A}B$$
$$= A + B(A + \bar{A})$$
$$= A + B.1$$
$$= A + B \quad = R.H.S$$

(iv) $\bar{A} + AB = \bar{A} + B$

Prove: $L.H.S = \bar{A} + AB$

$$= \bar{A}.1 + AB$$
$$= \bar{A}.(1+B) + AB$$
$$= \bar{A}.1 + \bar{A}B + AB$$
$$= \bar{A} + B(\bar{A} + A)$$
$$= \bar{A} + B.1$$
$$= \bar{A} + B \quad = R.H.S$$

(v) $A + \bar{A}\bar{B} = A + \bar{B}$

Prove: $L.H.S = A + \bar{A}\bar{B}$

$= A.1 + \bar{A}\bar{B}$

$= A.(1 + A\bar{B}) + \bar{A}\bar{B}$

$= A.1 + A.A.\bar{B} + \bar{A}\bar{B}$

$= A + A.\bar{B} + \bar{A}\bar{B}$

$= A + \bar{B}(A + \bar{A})$

$= A + \bar{B}.1$

$= A + \bar{B} = R.H.S$

(vi) $\bar{\bar{A}} = A \longrightarrow$ Theorem 3 (Involution).

Theorem 6: Absorption Theorem

1. $A + AB = A$ → Prove: Secondary Theorem
2. $A(A+B) = A$ → Prove: Secondary Theorem
3. $A(\bar{A}+B) = AB$

Prove: $L.H.S = A(\bar{A}+B)$

$= A.\bar{A} + A.B$

$= 0 + A.B$

$= AB$

$= R.H.S$

Theorem 5: DeMorgam Theorem

① $\overline{A+B} = \bar{A}.\bar{B}$ | ① $\overline{A+B+C} = \bar{A}.\bar{B}.\bar{C}$

② $\overline{A.B} = \bar{A}+\bar{B}$ | ② $\overline{A.B.C} = \bar{A}+\bar{B}+\bar{C}$

$$\left.\begin{aligned} \overline{A\cup B} &= \bar{A}\cap\bar{B} \\ \overline{A\cap B} &= \bar{A}\cup\bar{B} \end{aligned}\right\} \text{Set Theory}$$

Proof of some theorem (Page: 40)

Theorem 1 (a) $\Rightarrow x+x = x$

$$\begin{aligned} L.H.S &= x+x \\ &= (x+x).1 \\ &= (x+x)(x+\bar{x}) \quad [\because A+\bar{A}=1] \\ &= x+x\bar{x} \quad [\because A+(BC)=(A+B)(A+C)] \\ &= x+0 \\ &= x \end{aligned}$$

Theorem 3: $\overline{(\bar{x})} = x$; From postulates, we have $x+\bar{x}=1$ and $x.x'=0$, which defines the complement of x. The complement of x' is x and is also $\overline{(\bar{x})}$. Therefore, since the complement is unique, we have that $(x')' = x$.

Theorem 1(b): $x.x = x$

$L.H.S = x.x$

$= x.x + 0$

$= x.x + x.\bar{x}$ $[\because A.\bar{A} = 0]$

$= x(x + \bar{x})$

$= x.1$

$= x$ $= R.H.S$

Theorem 2(a): $x+1 = x.$

$L.H.S = x+1$

$= 1.(x+1)$

$= (x+\bar{x})(x+1)$ $[\because (A+B)(A+C) = A+(B.C)$

$= x + \bar{x}.1$

$= x+\bar{x}$

$= 1$

Theorem 2(b) $\Rightarrow x.0 = 0$

by duality principle

Theorem 6(a): $x + xy = x.$

$L.HS = x + xy$

$= x.1 + xy$

$= x(1+y)$

$= x.1$ $(\because 1+A = 1)$

$= x$

$= R.H.S$

Theorem 6(b)

$x(x+y) = x$

by duality principle

Boolean Functions

① $F_1 = xyz'$; The function F_1 is equal to 1 if $x=1$ and $y=1$ and $z=0$; otherwise $F_1 = 0$.

② $F_2 = x + y'z$; $F_2 = 1$ if $x=1$ or if $y=0$, while $z=1$.

③ $F_3 = x'y'z + x'yz + xy'$

④ $F_4 = xy' + x'z$

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	0	0

Truth table of F_1, F_2, F_3, F_4.

Logic Gates

① Basic Logic Gates : i) OR Gates

ii) AND Gates

iii) NOT Gates

② Compound Logic Gates : i) NOR Gates

ii) NAND Gates

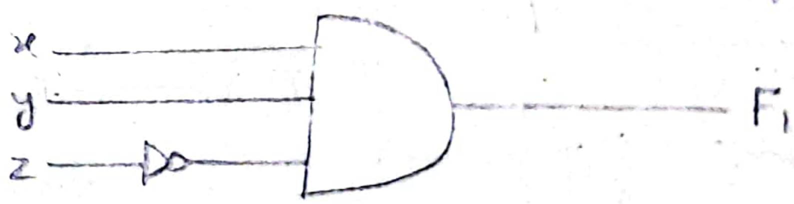
iii) XOR Gate

iv) XNOR Gate

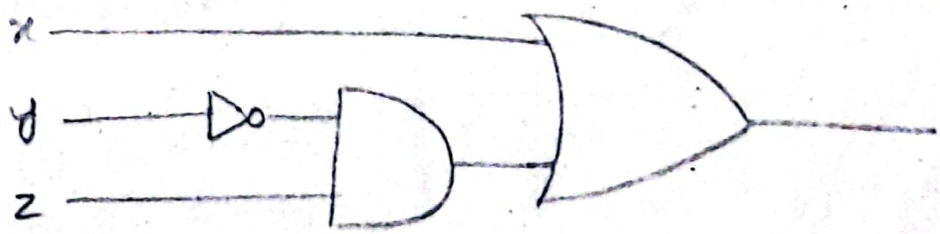
} Special Gate.

Implementation of Boolean function with gates

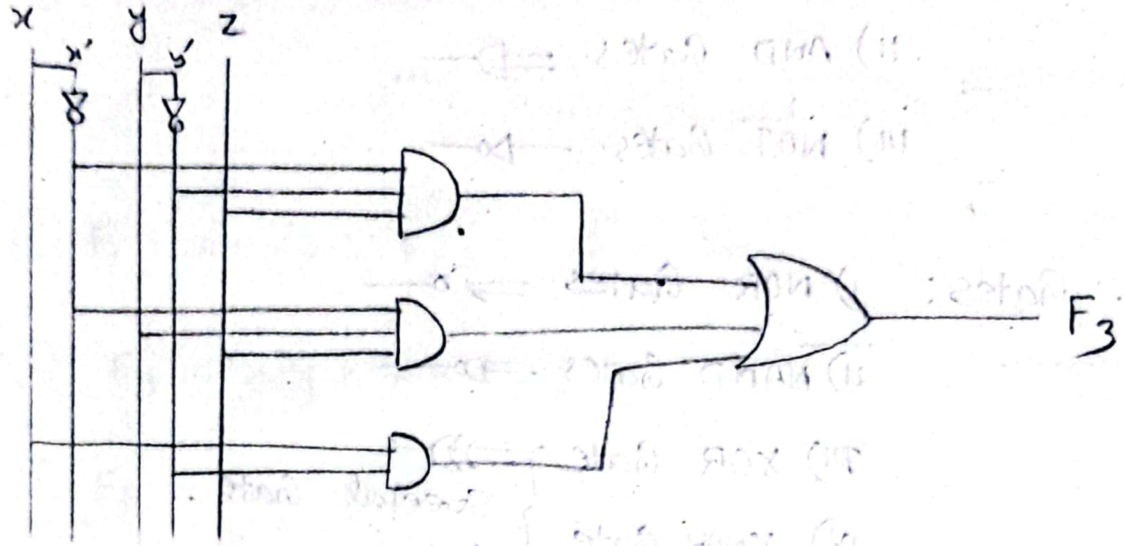
① $F_1 = xyz'$



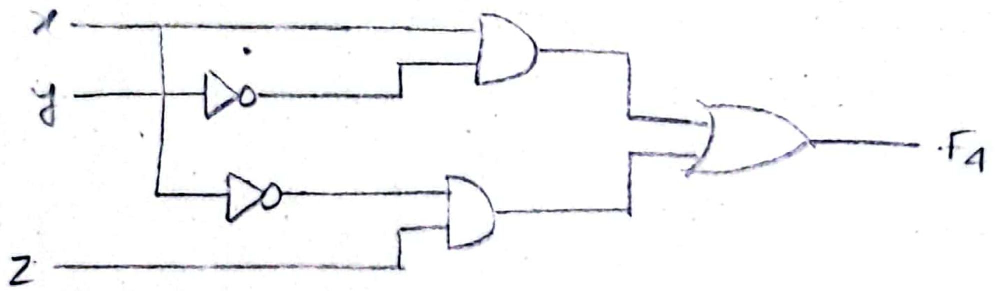
② $F_2 = x + y'z$



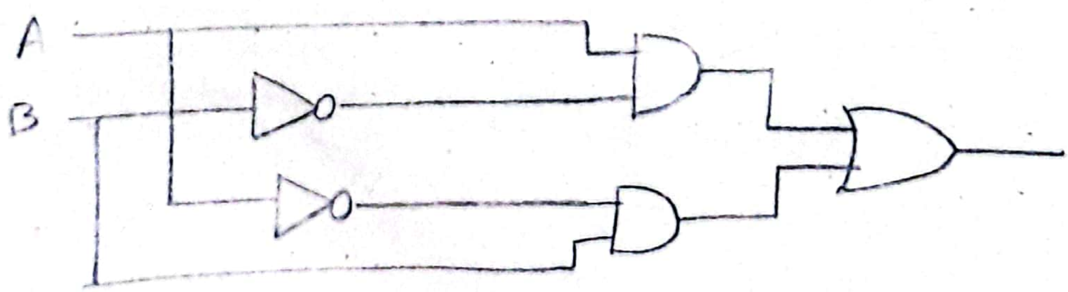
③ $F_3 = x'y'z + x'yz + xy'$



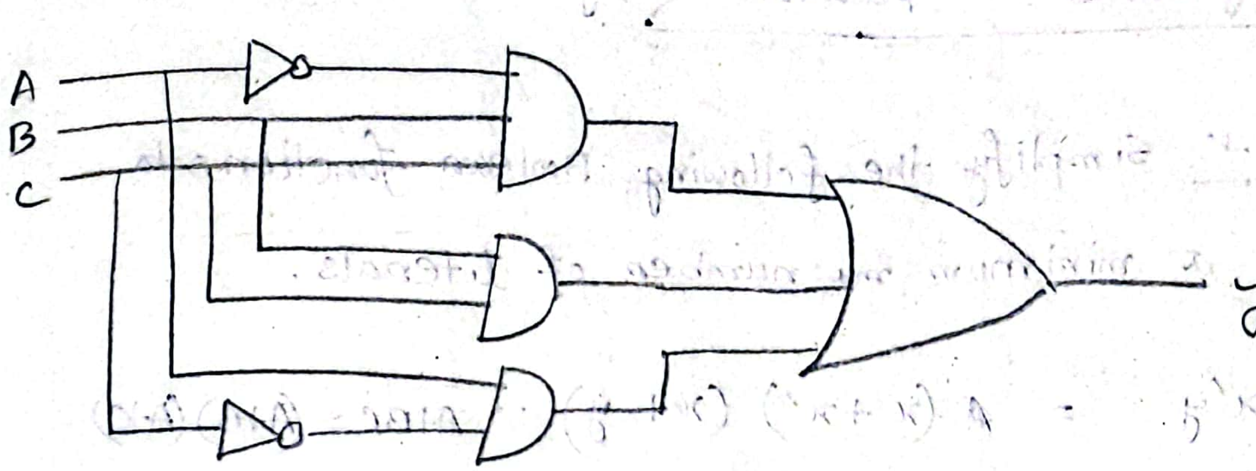
④ $F_4 = xy' + x'z$



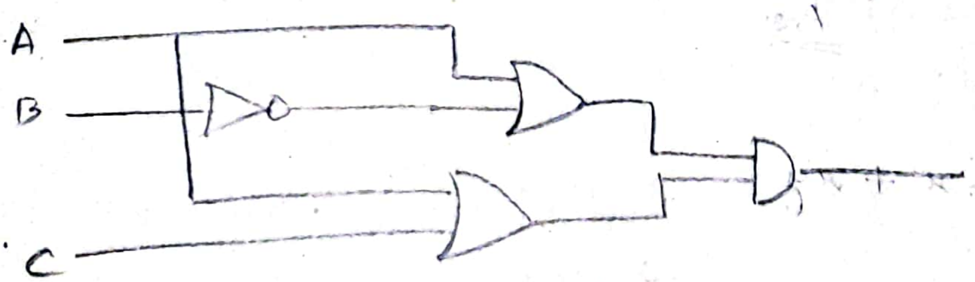
⑤ $F = A\bar{B} + \bar{A}B$



⑥ $y = \bar{A}BC + BC + A\bar{C}$



⑦ $F = (A+\bar{B}).(A+C)$



Duality principle

The duality principle states that when both sides are replaced by their duals the Boolean identity remains valid.

(i) $0 \longleftrightarrow 1$ } Duals
(ii) OR $\longleftrightarrow$ AND

Algebraic Manipulation

Example 2-1: Simplify the following Boolean functions to a minimum number of literals.

① $x + x'y = (x+x')(x+y)$ ∵ $A+BC = (A+B)(A+C)$

$= 1.(x+y)$

$= x+y$

Ans.

② $x(x'+y) = x.x' + xy$

$= 0 + xy$

$= xy$ Ans.

③ $x'y'z + x'yz + xy' = x'z(y'+y) + xy'$

$= x'z.1 + xy'$

$= x'z + xy'$

Ans.

④ $xy + x'z + yz = xy + x'z + yz(x + x')$

$= xy + x'z + xyz + x'yz$

$= xy + xyz + x'z + x'yz$

$= xy(1+z) + x'z(1+y)$

$= xy + x'z \quad [\because 1 + A = 1]$

Ans:

⑤ $(x+y)(x'+z)(y+z) = (x+y)(x'+z)$ by duality from Question 4 (Previous problem)

Complement of function

→ De-Morgan's Law ধরে complement বের করতে হবে।

Example 2-2: Find the complement of the functions $F_1 = x'yz' + x'y$ and $F_2 = x(y'z' + yz)$. Applying De Morgan's theorem as many times as necessary, the complements are obtained as follows:

$F_1 = (x'yz' + x'y'z)'$

$= (x'yz')'(x'y'z)' \quad [\because \overline{A+B} = \overline{A}\cdot\overline{B}]$

$= (\overline{\overline{x}} + \overline{y} + \overline{\overline{z}}) \cdot (\overline{\overline{x}} + \overline{\overline{y}} + \overline{z}) \quad [\because \overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}]$

$= (x + y' + z)(x + y + z') \quad [\because \overline{\overline{A}} = A]$

Ans:

$$F_2 = \left[x(y'z'+yz)\right]'$$

$$= \bar{x} + \overline{(\bar{y}\bar{z}+yz)} \quad \text{[De Morgan]}$$

$$= \bar{x} + \overline{(\bar{y}\bar{z})} \cdot \overline{yz} \quad \text{[De Morgan]}$$

$$= \bar{x} + (\bar{\bar{y}} + \bar{\bar{z}}) \cdot (\bar{y}+\bar{z}) \quad \text{[De Morgan]}$$

$$= \bar{x} + (y+z)(\bar{y}+\bar{z})$$

Ans.

→ De-morgan's law ছাড়া complement বের করতে হবে।

Example 2-3: Find the complement of the functions F_1 and F_2 of Example 2-2 by taking their duals and complementing each literal.

① $F_1 = x'yz' + x'y'z$

The dual/duality of F_1 is $(x'+y+z')(x'+y'+z)$

Complement each literal $(x+y'+z)(x+y+z') = F_1'$

Ans

আক্ষরিক/ অর্থাৎ
প্রতিটি অক্ষরকে
complement

② $F_2 = x(y'z' + yz)$

The dual of F_2 is $x + (y' + z')(y + z)$

Complement each literal: $x' + (y+z)(y'+z') = F_2'$

Tech Gurukul Youtube Channel

59. SUM of Products (SOP Form) P-1

→ Possible combination of input 2^n ; n = variable এর সংখ্যা

$\therefore n = 3$ হলে ; $2^n = 2^3 = 8$ টি possible combination হবে।

→ যে কোন Output/Logical function-কে ২ ভাবে লিখা যায়।

1) SOP (Sum of Product)

2) POS (Product of Sum)

Sum of Product: SOP representation এ যদি কোন variable এর মান 0 আসে তাহলে তাকে complement আকারে লিখতে হয় এবং যদি 1 আসে তাহলে complement হবে না।

Exp: A = 0 হয় SOP-তে $\bar{A}$ লিখবো

A = 1 " SOP তে A লিখবো

Note: SOP তে যখনই কোন equⁿ লিখতে হয় যখন output high অথবা 1 হয় তখনই SOP Form এ লিখি।

নিচের Truth table এর জন্য SOP হবে।

Decimal equivalant → O/P ধরে নেওয়া হয়েছে।

Decimal Equivalent	Variable A	B	C	Minterm m_i	Output (O/P) Y
0	0	0	0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C} = m_0$	0
1	0	0	1	$\bar{A}\bar{B}C = m_1$	0
2	0	1	0	$\bar{A}B\bar{C} = m_2$	1
3	0	1	1	$\bar{A}BC = m_3$	0
4	1	0	0	$A\bar{B}\bar{C} = m_4$	1
5	1	0	1	$A\bar{B}C = m_5$	1
6	1	1	0	$AB\bar{C} = m_6$	1
7	1	1	1	$ABC = m_7$	1

high output যার জন্য SOP লিখব

$\therefore$ Output $Y = \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$

কে SOP form এ লিখা হল | এই equation কে SOP form বলে।

এটাকে sum of Products বলা হয় কারণ। যদি প্রতিটি term/পদ হচ্ছে Product (গুণ) আকারে। এবং গুণগুলোকে পরস্পর Sum/যোগ করা হয়েছে। তাই এটাকে sum of products বলে।

$$Y = \underbrace{\bar{A}B\bar{C}} + \underbrace{A\bar{B}\bar{C}} + \underbrace{A\bar{B}C} + \underbrace{AB\bar{C}} + \underbrace{ABC}$$

Minterms : এইখানের প্রতিটি term-কে minterm ও বলে।

Y function এর দিকে খেয়াল করলে দেখা যায় প্রতিটি minterm-এ truth table এ দেওয়া তিনটি variable (A, B, C) দেওয়া আছে। এ ~~ক্রমান্বয়ে~~ আছে. যে equn এ প্রতিটি term এ প্রতিটি-variable/literals থাকবে তাই সে complement আকারে থাকুক অথবা Normal আকারে থাকুক তাকে আমরা canonical form ~~...~~ বলব।

Cannonical SOP Form : Cannonical SoP form means Cannonical Sum of Product form. In this form, each product term contains all literals. So, these product terms are nothing but the min terms. Hence, canonical SoP form is also called as sum of min terms. form.

$$Y = \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

$$= m_2 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7$$

$$= \Sigma m(2, 4, 5, 6, 7) \longrightarrow$$ এইভাবে Question এ দেওয়া থাকতে পারে। minterm এর দ্বারা representation

$$Y = \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

$$= \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}(\bar{C}+C) + AB(\bar{C}+C)$$

$$= \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}.1 + AB.1$$

$$= \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B} + AB$$

$$= \bar{A}B\bar{C} + A(\bar{B}+B)$$

$$= \bar{A}B\bar{C} + A$$

$= \bar{A}.X + A$ [ধরি: $B\bar{C} = X$]

$= X + A$ [$\because A + \bar{A}B = A + B$]

$= B\bar{C} + A \longrightarrow$ minimal SOP Form.

Example: $Y = (A+BC)(B+\bar{C}A)$ কে SOP form এ লিখ।

Answer:

$$Y = (A+BC)(B+\bar{C}A)$$

$$= A(B+\bar{C}A) + BC(B+\bar{C}A)$$

$= AB + A.\bar{C}A + BC.B + BC.\bar{C}A$ [$C.\bar{C} = 0$]

$$= AB + A\bar{C} + BC + 0$$

$= AB + A\bar{C} + BC \longrightarrow$ SOP Form (minimal)

min-term → কিন্তু canonical form এ নাই।

Canonical form: Each term of boolean exp. contain all input variables either in true from or in complement form.

Exp: $F(A,B,C) = A\bar{B}C + ABC$

$\hookrightarrow$ Canonical SOP

Standard form: If there exists at least one term that does not contain all variables.

Exp: $F(A,B,C,D) = AB + BC + \bar{A}\bar{B}C\bar{D}$

$\hookrightarrow$ It is standard SOP

① $F_1(A,B,C) = (A+B+C)$

$\hookrightarrow$ এটা POS হিসাবে ধরলে Canonical POS

$\hookrightarrow$ এটা SOP " " Standard SOP

Note's Date / /

$F_2(A, B, C) = AB + BC + AC$

$\longrightarrow$ SSOP

$F_3(A, B, C) = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C}$

$\longrightarrow$ CSOP

$F_4(A, B) = \bar{A}\bar{B} + AB$

$\longrightarrow$ CSOP

60. Sum of Products (SOP) P-2

~~Standard or~~ Cannonical SOP form:

$$F = ABC + \bar{A}BC + \bar{A}\bar{B}C$$

↳ Each minterm having all the variables.

Standard/ Minimal SOP form:

$$F = A\bar{B} + A\bar{C} + BC$$

↳ Each minterm does not have all variables.

Question: Write the truth table for logic expression & minimize

$$Y = \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$$

Answer: প্রথমেই check করতে হবে expression কী SOP form এ আছে নাকি POS form এ আছে।

$$Y = \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$$

SOP $\begin{cases} A = 0 \Rightarrow \bar{A} \\ A = 1 \Rightarrow A \end{cases}$

আমরা জানি, SOP অবস্থায় high output এর জন্য আসে। অর্থাৎ, প্রতিটি minterm Y এর O/P high হবে।

P.T.O

$$Y = \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$$
$$\quad 010 \quad\; 001 \quad\; 011 \quad\; 000$$

Tabular Form

	A	B	C	Y(o/p)	
m_0	0	0	0	1	$\rightarrow \bar{A}\bar{B}\bar{C}$
m_1	0	0	1	1	$\rightarrow \bar{A}\bar{B}C$
m_2	0	1	0	1	$\rightarrow \bar{A}B\bar{C}$
m_3	0	1	1	1	$\rightarrow \bar{A}BC$
m_4	1	0	0	0	
m_5	1	0	1	0	
m_6	1	1	0	0	
m_7	1	1	1	0	

$$\therefore Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC$$
$$= \bar{A}\bar{B}(\bar{C}+C) + \bar{A}B(\bar{C}+C)$$
$$= \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B$$
$$= \bar{A}(\bar{B}+B)$$
$$= \bar{A}\cdot 1$$
$$Y = \bar{A}$$

এখন যদি Truth table এর সাথে compare করি, A এর মান যত Y এর মান A এর compliment.

$$Y(A, B, C) = m_0 + m_1 + m_2 + m_3$$
$$= \sum m(0, 1, 2, 3)$$

61. Product of Sum (PoS Form) P-1

PoS :→ Opposite of SoP

SoP	PoS	
$A=0 \Rightarrow \bar{A}$	$A=0 \Rightarrow A$	Output যখন low বা 0 হয় তখন PoS ব্যবহার করি।
$A=1 \Rightarrow A$	$A=1 \Rightarrow \bar{A}$	

Decimal Equivalent	Variable			Maxterms	O/P
	A	B	C	M_i	Y
0	0	0	0	$A+B+C = M_0$	0
1	0	0	1	$A+B+\bar{C} = M_1$	0
2	0	1	0	$A+\bar{B}+C = M_2$	1
3	0	1	1	$A+\bar{B}+\bar{C} = M_3$	0
4	1	0	0	$\bar{A}+B+C = M_4$	1
5	1	0	1	$\bar{A}+\bar{B}+\bar{C} = M_5$	1
6	1	1	0	$\bar{A}+\bar{B}+C = M_6$	1
7	1	1	1	$\bar{A}+\bar{B}+\bar{C} = M_7$	1

$$Y = (A+B+C)(A+B+\bar{C})(A+\bar{B}+\bar{C})$$

→ ~~Standard~~ Cannonical PoS Form.

Maxterm

$$Y(A,B,C) = M_0 \cdot M_1 \cdot M_3$$

$$= \pi M(0,1,3)$$

$$Y = (A+B+C)(A+B+\bar{C})(A+\bar{B}+\bar{C})$$

$$= (X+C)(X+\bar{C})(A+\bar{B}+\bar{C}) \quad [ধরি, A+B = X]$$

$$= (X+C.\bar{C})(A+\bar{B}+\bar{C}) \quad [\because A+BC = (A+B)(A+C)]$$

$$= (A+B+0)(A+\bar{B}+\bar{C})$$

$$= (A+B)(A+\bar{B}+\bar{C})$$

$$= (A+B)(A+X) \quad [ধরি\ \bar{B}+\bar{C}]$$

$$= A+BX$$

$$= A+B(\bar{B}+\bar{C})$$

$$= A+B.\bar{B}+B.\bar{C}$$

$$= A+0+B.\bar{C}$$

$$= (A+B).\bar{C} \rightarrow \text{(Minimal PoS form)}$$

Example: $Y = (A+BC)(B+\bar{C}A)$ কে PoS form এ লিখ।

Answer: $Y = (A+BC)(B+\bar{C}A)$

$$= (A+B)(A+C)(B+\bar{C}A) \quad [\because A+BC = (A+B)(A+C)]$$

$$= (A+B)(A+C)(B+\bar{C})(B+A)$$

$$= (A+B)(A+C)(B+\bar{C})(A+B)$$

$$= (A+B)(A+C)(B+\bar{C}) \quad [\because A.A = A]$$

$\hookrightarrow$ PoS Form (minimal PoS form).

62. Product of Sum (PoS Form) P-2

~~Standard or~~ Canonical PoS form:

Each maxterm having all variables.

$\rightarrow F = (A+B+C)(\bar{A}+B+\bar{C})(\bar{A}+B+C)$

standard/ Minimal PoS form

Each maxterm does not have all variables.

$\rightarrow F = (A+B)(\bar{B}+C)(\bar{A}+\bar{C})$

Question: For the truth table minimize expression in PoS form.

	A	B	C	F
m_0	0	0	0	1
m_1	0	0	1	1
m_2	0	1	0	1
m_3	0	1	1	0 ✓
m_4	1	0	0	0 ✓
m_5	1	0	1	1
m_6	1	1	0	0 ✓
m_7	1	1	1	0 ✓

Answer: যেহেতু - PoS low voltage বা 0 o/p এর জন্য কাজ করে।

$PoS \rightarrow A=0 \rightarrow A$

$A=1 \rightarrow \bar{A}$

$$Y = (A+\bar{B}+\bar{C})(\bar{A}+B+C)(\bar{A}+\bar{B}+C)(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})$$

$$= (A+\bar{B}+\bar{C})(X+B)(X+\bar{B})(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})$$

[ধরি, $\bar{A}+C = X$]

$$= (A+\bar{B}+\bar{C})(X+\underbrace{B.\bar{B}}_{0})(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})$$

$\because A+BC = (A+B)(A+C)$

$$= (A+\bar{B}+\bar{C})(\bar{A}+C)(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})$$

$$= \{\bar{B}+\bar{C}+(A.\bar{A})\}.(\bar{A}+C) \quad [\because A+BC = (A+B)(A+C)]$$

$= (\bar{B}+\bar{C})(\bar{A}+C)$ (minimal PoS form)

$F = (A+\bar{B}+\bar{C}) \cdot (\bar{A}+\bar{B}+C)(\bar{A}+\bar{B}+C)(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})$

$F = \pi(M_3 \cdot M_4 \cdot M_6 \cdot M_7)$

PoS $\boxed{F = \pi M(3, 4, 6, 7)}$ → যদি Question আসে F এর SoP form তৈরী কর, তাহলে যে সংখ্যার গুলো নাই সেগুলোই হবে SoP। কারণ, PoS form, SoP form এর সম্পূর্ণ উল্টো। vice-viensa.

SoP $\boxed{F = \Sigma m(0, 1, 2, 5)}$

$\therefore$ $\boxed{\text{Maxterm} = \text{Complement of Minterms}}$

$M_j = \bar{m}_j \quad [j = 0, 1, 2, \ldots (2^n - 1)]$

63: SOP To POS Conversion

Things we have learn from previous lectures

SoP Form

$A = 0 \Rightarrow \bar{A}$

$A = 1 \Rightarrow A$

PoS form

$A = 0 \Rightarrow A$

$A = 1 \Rightarrow \bar{A}$

De Morgan's Theorem

$\overline{A.B.C} = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$

$\overline{A+B+C} = \bar{A}.\bar{B}.\bar{C}$

⇒ Maxterm = Complement of minterms

$M_j = \overline{m_j}$; $j = 0, 1, 2, \ldots (2^n - 1)$

n = no. of I/P (Input) variables.

Decimal Equivalent	A	B	C	m_i	M_i
0	0	0	0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C} = m_0$	$A+B+C = M_0$
1	0	0	1	$\bar{A}\bar{B}C = m_1$	$A+B+\bar{C} = M_1$
2	0	1	0	$\bar{A}B\bar{C} = m_2$	$A+\bar{B}+C = M_2$
3	0	1	1	$\bar{A}BC = m_3$	$A+\bar{B}+\bar{C} = M_3$
4	1	0	0	$A\bar{B}\bar{C} = m_4$	$\bar{A}+B+C = M_4$
5	1	0	1	$A\bar{B}C = m_5$	$\bar{A}+B+\bar{C} = M_5$
6	1	1	0	$AB\bar{C} = m_6$	$\bar{A}+\bar{B}+C = M_6$
7	1	1	1	$ABC = m_7$	$\bar{A}+\bar{B}+\bar{C} = M_7$

Question: $f(A,B,C) = \sum m(3,4,6,7)$; change this into PoS form. $m_3 + m_4 + \ldots$

Answer: $f(A,B,C) = \sum m(3,4,6,7)$

∵ $\sum m$ আছে তাই অবশ্যই এটা SoP Form এ আছে। এখন, Expression এ variable use করা হয়েছে 3 টি (A,B,C) তাহলে আমাদের combination হবে $2^n = 2^3 = 8$ টি অর্থাৎ, 0—7 পর্যন্ত। এখন $f(A,B,C)$ কে complement করলেই আমরা POS পাব। Complement হবে (0-7) এর combination এর মধ্যে।

$$\therefore f(A,B,C) = \sum m(3,4,6,7)$$

$$\overline{f(A,B,C)} = \sum m(0,1,2,5)$$

$$= \underset{000}{m_0} + \underset{001}{m_1} + \underset{010}{m_2} + \underset{101}{m_5}$$

$$\Rightarrow \overline{f(A,B,C)} = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}C$$

$$\Rightarrow \overline{\overline{f(A,B,C)}} = \overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}C}$$

$$= (\overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}})(\overline{\bar{A}\bar{B}C})(\overline{\bar{A}B\bar{C}})(\overline{A\bar{B}C})$$

$$= (\bar{\bar{A}} + \bar{\bar{B}} + \bar{\bar{C}})(\bar{\bar{A}} + \bar{\bar{B}} + \bar{C})(\bar{\bar{A}} + \bar{B} + \bar{\bar{C}})(\bar{A} + \bar{\bar{B}} + \bar{C})$$

$$\Rightarrow f(A,B,C) = (A+B+C)(A+B+\bar{C})(A+\bar{B}+C)(\bar{A}+B+\bar{C})$$

$$f(A,B,C) = M_0 \cdot M_1 \cdot M_2 \cdot M_5$$
$$= \prod M(0,1,2,5)$$

64: POS to SOP Conversion

$\Rightarrow$ Minterm = Complement of Maxterms

$m_j = \overline{M_j}$; $j = 0, 1, 2, \ldots\ldots (2^n - 1)$

n = no. of I/P variable.

<u>SOP form</u>	<u>POS form</u>	<u>De Morgan's Theorem</u>
$A=0 \Rightarrow \overline{A}$	$A=0 \Rightarrow A$	$\overline{A.B.C} = \overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$
$A=1 \Rightarrow A$	$A=1 \Rightarrow \overline{A}$	$\overline{A+B+C} = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}$

<u>Question:</u> $f(A,B,C) = (A+B+C)(A+B+\overline{C})(A+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+\overline{C})$ কে ~~POS~~ SOP form এ লিখ।

<u>Answer:</u> আমরা ইচ্ছা করলে table টা create করা ছাড়াই math টা করতে পারি।

যেমন, $A+B+\overline{C}$

$\underbrace{0 \quad 0 \quad 1}$ → POS এর

→ সমতুল্য Decimal 1

অর্থাৎ, M_1

এভাবেই আগে SOP এর তৈরি করা যায়।

$$f(A,B,C) = \underset{000}{(A+B+C)}\,\underset{001}{(A+B+\bar{C})}\,\underset{010}{(A+\bar{B}+C)}\,\underset{101}{(\bar{A}+B+\bar{C})} \longrightarrow \text{POS}$$

$$= M_0 \cdot M_1 \cdot M_2 \cdot M_5$$

$$f(A,B,C) = \pi M(0,1,2,5)$$

$$\therefore \overline{f(A,B,C)} = \pi M(3,4,6,7)$$

$$= \underset{011}{M_3} \cdot \underset{100}{M_4} \cdot \underset{110}{M_6} \cdot \underset{111}{M_7} \longrightarrow \text{POS}$$

$$\Rightarrow \overline{f(A,B,C)} = (A+\bar{B}+\bar{C})(\bar{A}+B+C)(\bar{A}+\bar{B}+C)(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})$$

$$\Rightarrow \overline{\overline{f(A,B,C)}} = \overline{(A+\bar{B}+\bar{C})(\bar{A}+B+C)(\bar{A}+\bar{B}+C)(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})}$$

$$= \overline{(A+\bar{B}+\bar{C})} + \overline{(\bar{A}+B+C)} + \overline{(\bar{A}+\bar{B}+C)} + \overline{(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})}$$

$$= (\bar{A}.\bar{\bar{B}}.\bar{\bar{C}}) + (\bar{\bar{A}}.\bar{B}.\bar{C}) + (\bar{\bar{A}}.\bar{\bar{B}}.\bar{C}) + (\bar{\bar{A}}.\bar{\bar{B}}.\bar{\bar{C}})$$

$$= \underset{011}{\bar{A}BC} + \underset{100}{A\bar{B}\bar{C}} + \underset{110}{AB\bar{C}} + \underset{111}{ABC} \longrightarrow \text{SOP}$$

$$= m_3 + m_4 + m_6 + m_7$$

$$= \Sigma m(3,4,6,7)$$

Ans.

65. Minimal to Canonical ~~standard~~ SoP Conversion

Canonical/~~Standard~~ form : All minterm have all the variable.

Previous
Boolean Algebra
SoP form
PoS form
$A+\bar{A}=1$
$A+A=1$

Question: $Y = AB + A\bar{C} + BC$ এই minimal form কে Canonical/~~Standard form~~ এ transfer কর।

Answer: Step 1: Expression এ কয়েকটি variable আছে।

Step 2: প্রতি term এ missing variable চিহ্নিত করো।

Step 3: $F = ABC + AB\bar{C}$

$= AB(C+\bar{C}) = AB.1 = AB$

$Y = AB + A\bar{C} + BC$

C   B   A → missing variable

$= AB.1 + A.1.\bar{C} + 1.BC$

$= AB(C+\bar{C}) + A(B+\bar{B})\bar{C} + (A+\bar{A})BC$

$= ABC + AB\bar{C} + AB\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + ABC + \bar{A}BC$

$= ABC + AB\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC$ [$\because A+A=A$]

↳ ~~Standard~~/ Canonical form.

66. Minimal to Canonical/Standard PoS Form

Canonical Form: All maxterms have all the variable

Previous
Boolean Algebra
SoP Form
PoS Form
$A+B = B+A$
$A+BC = (A+B)(A+C)$
$A.A = A$
$A.\bar{A} = 0$
$A+A = A$

Step 1: No of variable

Step 2: missing variable in each term

Step 3: Logic

$$f = (A+B+C)(A+B+\bar{C})$$

$$= A+B+C.\bar{C} \quad [A+BC = (A+B)(A+C)]$$

$$= A+B+0$$

$$= \cancel{AB}\ A+B$$

Question: $Y = (A+BC)(B+\bar{C}A)$ transfer this to canonical form

Answer:

Given that,

$Y = (A+BC)(B+\bar{C}A) \rightarrow$ এটা সম্পূর্ণ PoS form এ নাই। কারণ প্রতিটি variable/litaral

$= (A+B)(A+C)(B+\bar{C})(B+A)$

$[\because A+BC = (A+B)(A+C)]$ ব্যবহার করলাম।

$= (A+B)(A+C)(B+\bar{C})(A+B)$

$= (A+B)(A+C)(B+\bar{C}) \rightarrow$ minimal PoS form যাকে canonical করতে হবে।

$Y = (A+B)\ (A+C)\ (B+\bar{C})$

C B A → missing

$= (A+B+0)\ (A+0+C)\ (0+B+\bar{C})$

$= (\underbrace{A+B+C.\bar{C}}_{A+BC})\ (\underbrace{A+B.\bar{B}+C}_{A+BC})\ (\underbrace{A.\bar{A}}_{BC}+\underbrace{B+\bar{C}}_{A})$

$= (A+B+C)(A+B+\bar{C})\ (A+C+B)\ (A+C+\bar{B})\ (B+\bar{C}+A)\ (B+\bar{C}+\bar{A})$

$= \underline{(A+B+C)}\ (A+B+\bar{C})\ \underline{(A+B+C)}\ (A+\bar{B}+C)\ (A+B+\bar{C})\ (\bar{A}+B+\bar{C})$

$= (A+B+C)\ (A+B+\bar{C})\ (A+\bar{B}+C)\ (\bar{A}+B+\bar{C})$

↳ ~~[illegible]~~/ Canonical form

67. SOP & POS Form Example

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

SoP of the given Table

SoP → high → 1

$A=0 \Rightarrow \bar{A}$
$A=1 \Rightarrow A$

$\therefore F(A,B,C) = \Sigma m(1, 3, 6, 7)$

$\therefore F(A,B,C) = (\bar{A}\bar{B}C) + (\bar{A}BC) + (AB\bar{C}) + (ABC)$ → Canonical SoP form

$= \bar{A}C(\bar{B}+B) + AB(\bar{C}+C)$

$= \bar{A}C.1 + AB.1$

$= \bar{A}C + AB$ → minimal SoP form

PoS of the Given table

PoS → Voltage low → 0

$A = 0 \Rightarrow A$

$A = 1 \Rightarrow \bar{A}$

$F(A, B, C) = \pi M(0, 2, 4, 5)$

$= (A+B+C)(A+\bar{B}+C)(\bar{A}+B+C)(\bar{A}+B+\bar{C})$ → Standard form

$= (\underbrace{A+C+B}_{A+B})(\underbrace{A+C+\bar{B}}_{A+C})(\underbrace{\bar{A}+B+C}_{A+B})(\underbrace{\bar{A}+B+\bar{C}}_{A+C})$

$= (A+C+B.\bar{B})(\bar{A}+B+C\bar{C})$ $[\because A+BC = (A+B)(A+C)]$

$= (A+C+0)(\bar{A}+B+0)$

$= (A+C)(\bar{A}+B)$ → minimal form

Book Example 2-1: Express the boolean function $F = A + B'C$ in a sum of minterms.

Answer: The function has three variables A, B, C.

The first term A is missing two variables; therefore:

$$A = A(B+B') = AB + AB'$$

This is still missing one variable:

$$A = AB(C+C') + AB'(C+C')$$
$$= ABC + ABC' + AB'C + AB'C'$$

The second term $B'C$ is missing one variable:

$$B'C = B'C(A+\bar{A})$$
$$= AB'C + A'B'C$$

Combining all terms, we have:

$$F = A + B'C$$
$$= ABC + ABC' + AB'C + AB'C' + AB'C + A'B'C$$

minterm → SoP

A = 0 → $\bar{A}$

A = 1 → A

$$= ABC + ABC' + AB'C' + AB'C + A'B'C \quad [\because A + A = A]$$
$$\quad 111 \quad 110 \quad 100 \quad 101 \quad 001$$
$$= m_7 + m_6 + m_4 + m_5 + m_1$$
$$= m_1 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7$$
$$= \Sigma m(1, 4, 5, 6, 7)$$

Book Example 2-5: Express the Boolean function $F = xy + x'z$ in a product of max-term form.

Answer: First convert the function into OR terms using the distributive law:

$$F = xy + x'z$$
$$= (\underbrace{xy}_{BC} + \underbrace{x'}_{A})(xy + z) \quad [\because A + BC = (A+B)(A+C)]$$
$$= (x' + x)(x' + y)(z + x)(z + y) [\because \quad]$$
$$= (x + x')(x' + y)(x + z)(y + z)$$
$$= (x' + y)(x + z)(y + z)$$

The function has three variables: x, y, and z. Each OR term is missing one variable; therefore:

$$x' + y = x' + y + zz' = (x' + y + z)(x' + y + z')$$
$$x + z = x + yy' + z = (x + y + z)(x + y' + z)$$
$$y + z = xx' + y + z = (x + y + z)(x' + y + z)$$

Combining all the terms and removing those that apear more than once, we finally obtain:

$$F = \underset{000}{(x + y + z)}\ \underset{010}{(x + y' + z)}\ \underset{100}{(x' + y + z)}\ \underset{101}{(x' + y + z')}$$
$$= M_0 M_2 M_4 M_5 \quad = \Pi M(0, 2, 4, 5)$$

Ans

max term → PoS
$P \cdot 0 \Rightarrow P$
$P \cdot 1 \Rightarrow P$

Simplification of Boolean Function's

Chapter — 3

↗ Veitch diagram

Karnaugh Map (K-Map) from onnoRokom Pathshala

2 variable (K-map)

$2^n = 2^2 = 4$

	$\overbrace{\quad}^{B}$
$\bar{A}\bar{B} = 00 = 0$	$\bar{A}B = 01 = 1$
A — $A\bar{B} = 10 = 2$	$AB = 11 = 3$

K-Map-এ complimant হয় মান → 0
এবং; Normal variable হয় মান → 1
→ SoP system হয় তাই।

Example: $\bar{A}\bar{B} + \bar{A}B$

	B
1	1

(A: second row)

$\therefore \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B = \bar{A}$

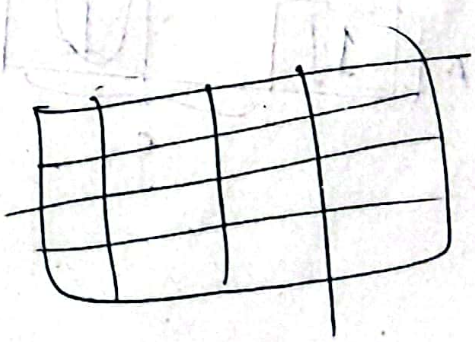
যেটা constant থাকে।

Example 2: $AB + \bar{A}B$

	B
	1
	1

(A: second row)

$\therefore AB + \bar{A}B = B$



3 variable k-map

$2^n = 2^3 = 8$ টি cell হবে।

	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	BC	$B\bar{C}$
$\bar{A}$	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ 000 =0	$\bar{A}\bar{B}C$ 001 =1	$\bar{A}BC$ 011 =3	$\bar{A}B\bar{C}$ 010 =2
A	$A\bar{B}\bar{C}$ 100 =4	$A\bar{B}C$ 101 =5	ABC 111 =7	$AB\bar{C}$ 110 =6

Example: $ABC + A\bar{B}C + ABC + \bar{A}C$ → যেহেতু B নাই তাই $\bar{A}$ এবং C এর common ভাংগা দিবে।

	00	01	11	10
0		1	1	
1 A		1	1	

Ans: C

Example: $\bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C} + ABC$

A \ BC	00	01	11	10
0			1	
1 A	1		1	1

$= BC + A\bar{C}$

BC এর মধ্যে common হয়।

AC এর মধ্যে common হয়।

Example:

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Answer

	00	01	11 (B)	10 (B)
	000	001	011 1	010 1
A	100	101 1	111 1	110 1

C

$F = B + AC$

4 variable KMap

$2^n = 2^4 = 16$ cell

		C	C	
$\bar A\bar B\bar C\bar D$	$\bar A\bar B\bar C D$	$\bar A\bar B C D$	$\bar A\bar B C\bar D$	
$\bar A B\bar C\bar D$	$\bar A B\bar C D$	$\bar A B C D$	$\bar A B C\bar D$	B
$A B\bar C\bar D$	$A B\bar C D$	$A B C D$	$A B C\bar D$	B
$A\bar B\bar C\bar D$	$A\bar B\bar C D$	$A\bar B C D$	$A\bar B C\bar D$	
	D	D		

Example: $ABCD + AB\bar C\bar D + A\bar B\bar C\bar D + AB\bar C D + ABC\bar D$

Ans:

			C	C	
					B
A	1	1	1	1	B
A	1				
		D	D		

$\therefore AB + A\bar C\bar D$

From Book

Three variable K-map:

Example 3-1: Simplify the Boolean function:

$$F = x'yz + x'yz' + xy'z' + xy'z$$

Solution

		y	
$\bar x\bar y\bar z$ 0	$\bar x\bar y z$ 1	$\bar x y z$ 1 3	$\bar x y\bar z$ 1 2
x: $x\bar y\bar z$ 1 4	$x\bar y z$ 1 5	xyz 7	$xy\bar z$ 6
	z	z	

$$F = \bar x y + x\bar y$$

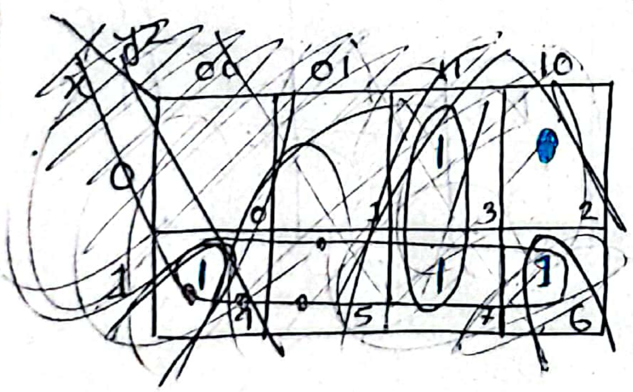
Example 3-2: Simplify the Boolean function:

$$F = x'yz + xy'z' + xyz + xyz' \longrightarrow \text{SoP form}$$

$$\;\;011 \quad\; 100 \quad\; 111 \quad\; 110$$

$A = 0 \Rightarrow \bar A$

$A = 1 \rightarrow A$



$$F = yz + x\bar z$$

$x \backslash yz$	00	01	11	10
0	0	1	1 3	2
1	1 4	5	1 7	1 6

From tutorial

3 variable K-map (missing variable)

$$F = x'y'z' + x'y'z + x'yz + x.z$$
$$= x'y'z' + x'y'z + x'yz + xz.1$$
$$= x'y'z' + x'y'z + x'yz + xz(y+y')$$
$$= x'y'z' + x'y'z + x'yz + xzy + xzy' \rightarrow \text{SOP form}$$

$x.1 = x$

$x + \bar{x} = 1$

$0 \rightarrow \bar{A}$

$1 \rightarrow A$

$$= x'y'z' + x'y'z + x'yz + xyz + xy'z$$

000 001 011 111 101

x \ yz	00	01	11	10
0	1	1	1	
1		1	1	

K-Map তৈরী করার পর প্রথম কাজ Group তৈরী করা। সবসময় সবচেয়ে বড় Group তৈরী করতে হবে। ∴ 3 টি variable এর জন্যে বড় গ্রুপ $8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

নীল রং দেওয়া 4 টি ঘরের একটি Group। তখন 1 টি জায়গায় গ্রুপ করলে

হয় নাই। তাই তাকে এখন না করে অন্য একটির সাথে Group করা যায়।

লাল আঁকা ঘরের আরেকটি Group তৈরী করা হল। মনে রাখতে

হবে 3টি ঘরের গ্রুপ তৈরী না করে।

Note: minimize করার সময় যার value change হলে তাকে নিবো না।

নীল আঁকাতে দেখছি x এর value 0 ও আসে আবার 1 ও আসে তাই x নিবো না। y এর value ও change হয়। তাই y নিবো না। কিন্তু z পরিবর্তন হয় না, তাই z নিবো, $z = 1$; লাল আঁকা $x = 0$ হবে, z পরিবর্তন হয় কিন্তু y পরিবর্তন হয় নাই। $y = 0$

$$\therefore F = \underbrace{z}_{\text{নীল}} + \underbrace{\bar{x}\bar{y}}_{\text{লাল}}$$

From book

Example 3-3: Simplify the boolean function:

$$F = A'C + A'B + AB'C + BC$$

$$= A'C(B+\bar{B}) + A'B(C+\bar{C}) + AB'C + (A+\bar{A})BC$$

$$= A'BC + A'B'C + A'BC + A'BC' + AB'C + ABC + A'BC$$

$$= A'BC + A'B'C + A'BC' + AB'C + ABC$$ ↳ SoP form

011   001   010   101   111

$0 \rightarrow \bar{A}$

$1 \rightarrow A.$

A \ BC	00	01	11	10
0	[0]	1 [1]	1 [3]	1 [2]
1 (A)	[4]	1 [5]	1 [7]	[6]

B (columns 11, 10); C (columns 01, 11)

$$F = C + A'B$$

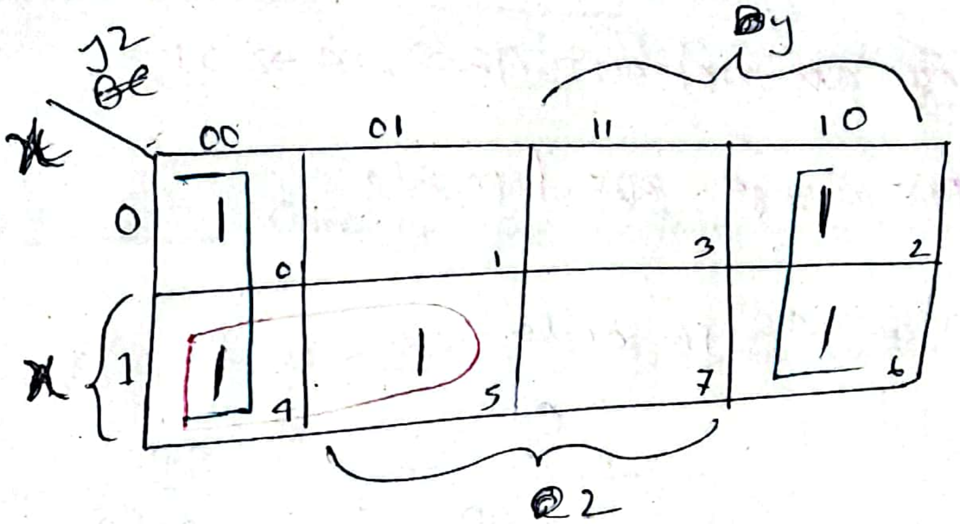
Ans

Example 3-4: Simplify the Boolean function:

$$F(x,y,z) = \Sigma(0,2,4,5,6)$$

Solution: $F(x,y,z) = \Sigma(0,2,4,5,6)$ → Convert the to binary.

000 010 110 101 110



$$F = z' + xy'$$

Note: আমাদের K-map তৈরী করার সময় 00 → 01 → 11 → 10 এই-
ভাবে লিখি। কিন্তু প্রশ্ন হয় 00 → 01 → 10 → 11 হয় না কেন।
কারণ K-map Gray code follow করে। 00 → 01 → 11 → 10
তে প্রতিবার 1টি bit পরিবর্তন হয়। কিন্তু 00 → 01 → 10 → 11
এ 01 → 10 তে 2টি bit পরিবর্তন হয়।

From Tutorial

4-variable K-map

$$F = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD + ABCD$$
$$\quad 0000 \quad\quad 0010 \quad\quad 0100 \quad\quad 0101 \quad\quad 0110 \quad\quad 0111 \quad\quad 1111$$

$$+ AB\bar{C}D + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D}$$
$$\quad 1101 \quad\quad 1000 \quad\quad 1010$$

or, $F(A,B,C,D) = \Sigma(0, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 13, 15)$

① সবচেয়ে বড় গ্রুপ তৈরী করব (16→8→4→2→1)

② value যদি change হলে নিবো না।

4 variable = $2^n = 2^4 = 16$ cells

AB \ CD	00	01	11	10
00	1 (0)	(1)	(3)	1 (2)
01	1 (4)	1 (5)	1 (7)	1 (6)
11	(12)	1 (13)	1 (15)	(14)
10	1 (8)	(9)	(11)	1 (10)

C: CD = 11, 10; B: AB = 01, 11; A: AB = 11, 10; D: CD = 01, 11

SoP
$0 \rightarrow \bar{A}$
$1 \rightarrow A$

$$F = BD + A'B + \bar{B}\bar{D}$$

↓

C, D এর দিকে 4 টি ঘর এ C ও D এর মান পরিবর্তন হয়। তাই CD নিচ্ছি না।

From book

m_0	m_1	m_3	m_2
m_4	m_5	m_7	m_6
m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

wx \ yz	00	01	11	10
00	$\bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	$\bar{w}\bar{x}\bar{y}z$	$\bar{w}\bar{x}yz$	$\bar{w}\bar{x}y\bar{z}$
01	$\bar{w}x\bar{y}\bar{z}$	$\bar{w}x\bar{y}z$	$\bar{w}xyz$	$\bar{w}xy\bar{z}$
11	$wx\bar{y}\bar{z}$	$wx\bar{y}z$	$wxyz$	$wxy\bar{z}$
10	$w\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	$w\bar{x}\bar{y}z$	$w\bar{x}yz$	$w\bar{x}y\bar{z}$

(y: columns 11, 10; x: rows 01, 11; w: rows 11, 10; z: columns 01, 11)

Example 3-5: Simplify the boolean function

$$F(w,x,y,z) = \Sigma(0, 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 12, 13, 14)$$

Solution:

wx \ yz	00	01	11	10
00	1	1		1
01	1	1		1
11	1	1		1
10	1	1		

(y: columns 11, 10; x: rows 01, 11; w: rows 11, 10; z: columns 01, 11)

Box তৈরী করতে হবে তবে opposite পাশাপাশি দিতে হবে নতুবা হবে না

$0 \rightarrow \bar{A}$

$1 \rightarrow A$

$$F = \bar{Y} + \bar{W}\bar{Z} + X\bar{Z}$$

Example 3-6: Simplify the Boolean function

$$F = A'B'C' + B'CD' + A'BCD' + AB'C'$$

$$= A'B'C'(D+D') + (A+A')B'CD' + A'BCD' + AB'C'(D+D')$$

0→$\bar{A}$
1→A

$$= \underset{0001}{A'B'C'D} + \underset{0000}{A'B'C'D'} + \underset{1010}{AB'CD'} + \underset{0010}{A'B'CD'} + \underset{0110}{A'BCD'}$$

$$+ \underset{1001}{AB'C'D} + \underset{1000}{AB'C'D'}$$

$\cancel{A'B'C'D + A'B'C'D' + AB'CD' + A'B'CD' + A'BCD' + AB'C'D} + AB'C'D'$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1		1
01				1
11				
10	1	1		1

C, B, A, D

$$F = \bar{B}\bar{C} + A\bar{C}\bar{D} + \bar{B}\bar{D}$$

From tutorial

5-variable K-Map

F(PQRST) 5টি variable $2^n = 2^5 = 32$টি cell হবে। এখন 32টি cell আমরা 2 ভাগে ভাগ করব 16 করে তাহলে 4টি variable এর কাজ শেষ। এবং একটি ঘর 16 এর Box এ P=0 ধরবো এবং আরেকটি 16 এর Box এ P=1 ধরব।

P = 0

QR \ ST	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

P = 1

QR \ ST	00	01	11	10
00	16	17	19	18
01	20	21	23	22
11	28	29	31	30
10	24	25	27	26

মনে করি আমরা নীল অংশের অবস্থান জানতে চাচ্ছি।

QR \ ST	01
01	

P=0

$\therefore \bar{P}\bar{Q}R\bar{S}T$

লাল অংশের ক্ষেত্রে -

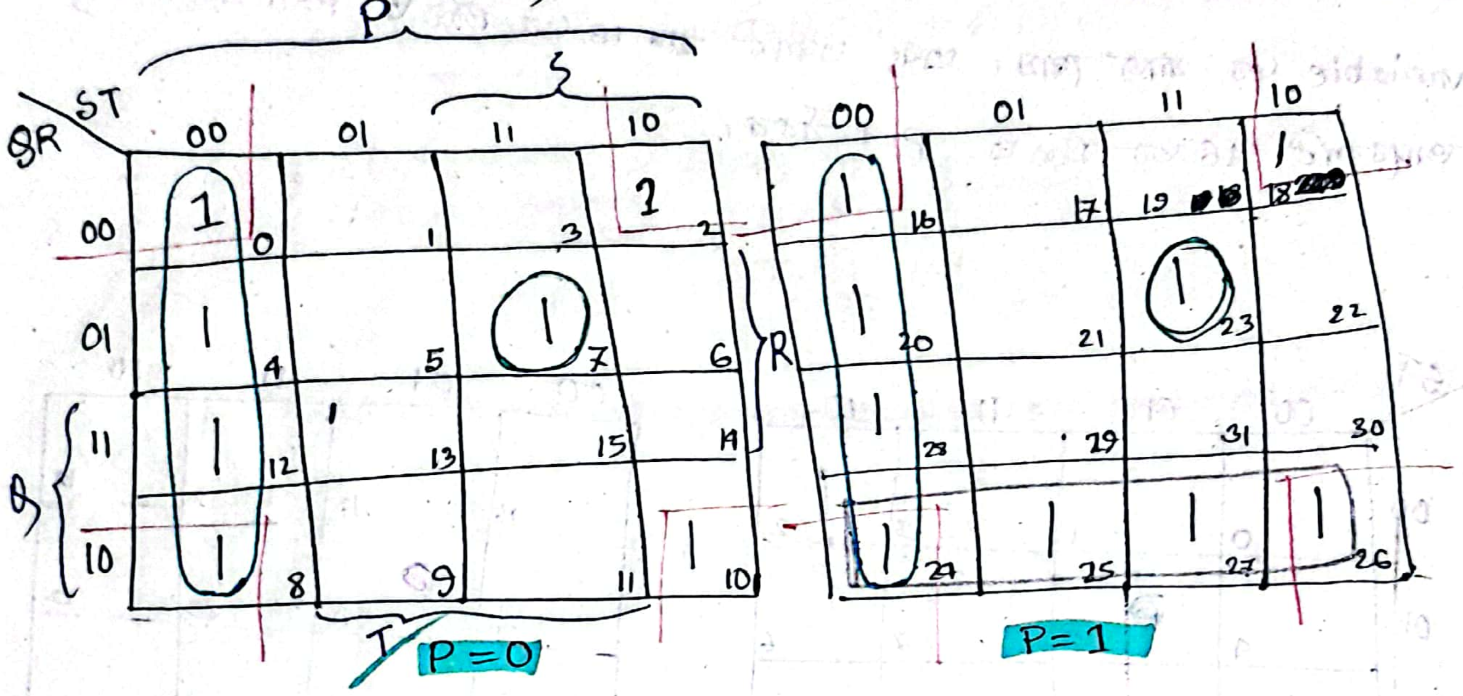
QR \ ST	01
01	

P=1

$\therefore P\bar{Q}R\bar{S}T$

Question :

$F(PQRST) = \Sigma(0, 2, 4, 7, 8, 10, 12, 16, 18, 20, 23, 24, 25, 26, 27, 28)$



প্রথম কাজ হচ্ছে, একটি cell set কে অন্যটির উপর overlap করা।

Overlape করলে দেখা যাবে নীল অংশ একটি Group।

লাল অংশ একটি Group। সবুজ অংশ একটি Group.

Pencile অংশ একটি আলাদা Group।

→ নীল অংশে P এর মান change হচ্ছে। QR এর এর মান পরিবর্তন হয়।

$\therefore \bar{S}\bar{T}$

→ লাল অংশে R,T অপরিবর্তিত, $\bar{R}\bar{T}$

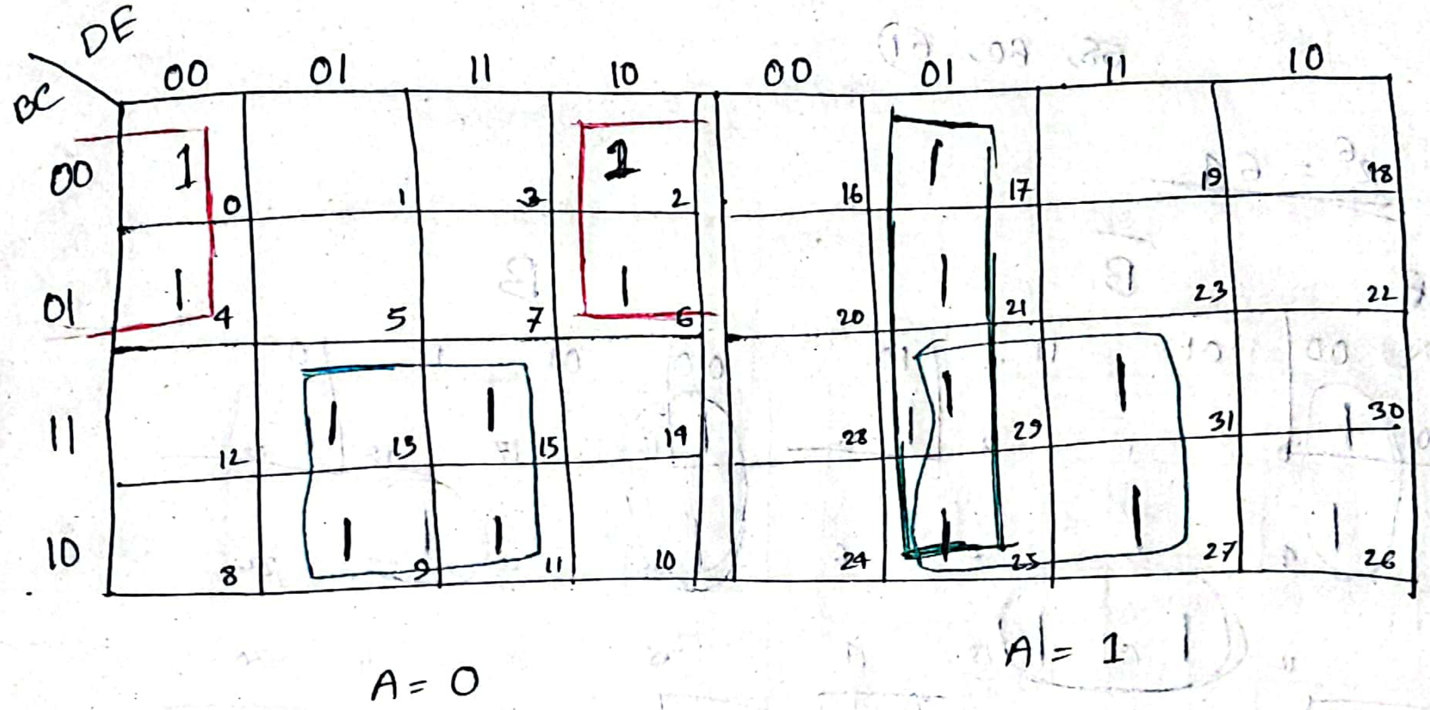
→ সবুজ " একটি Row ও col ; $\bar{Q}RST$

→ পেন্সিল " P=1 অংশে ; ST এর মান পরিবর্তন হয়। $PQ\bar{R}$

$$\therefore F = \bar{S}\bar{T} + \bar{R}\bar{T} + \bar{Q}RST + PQ\bar{R}$$

Example 3-7: Simplify the Boolean function:

$$F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,2,4,6,9,11,13,15,17,21,25,27,29,31)$$



*** সব সময় বেশী ঘর নিয়ে গ্রুপ করব। যেমন সবুজ রঙের করা হয়েছে।

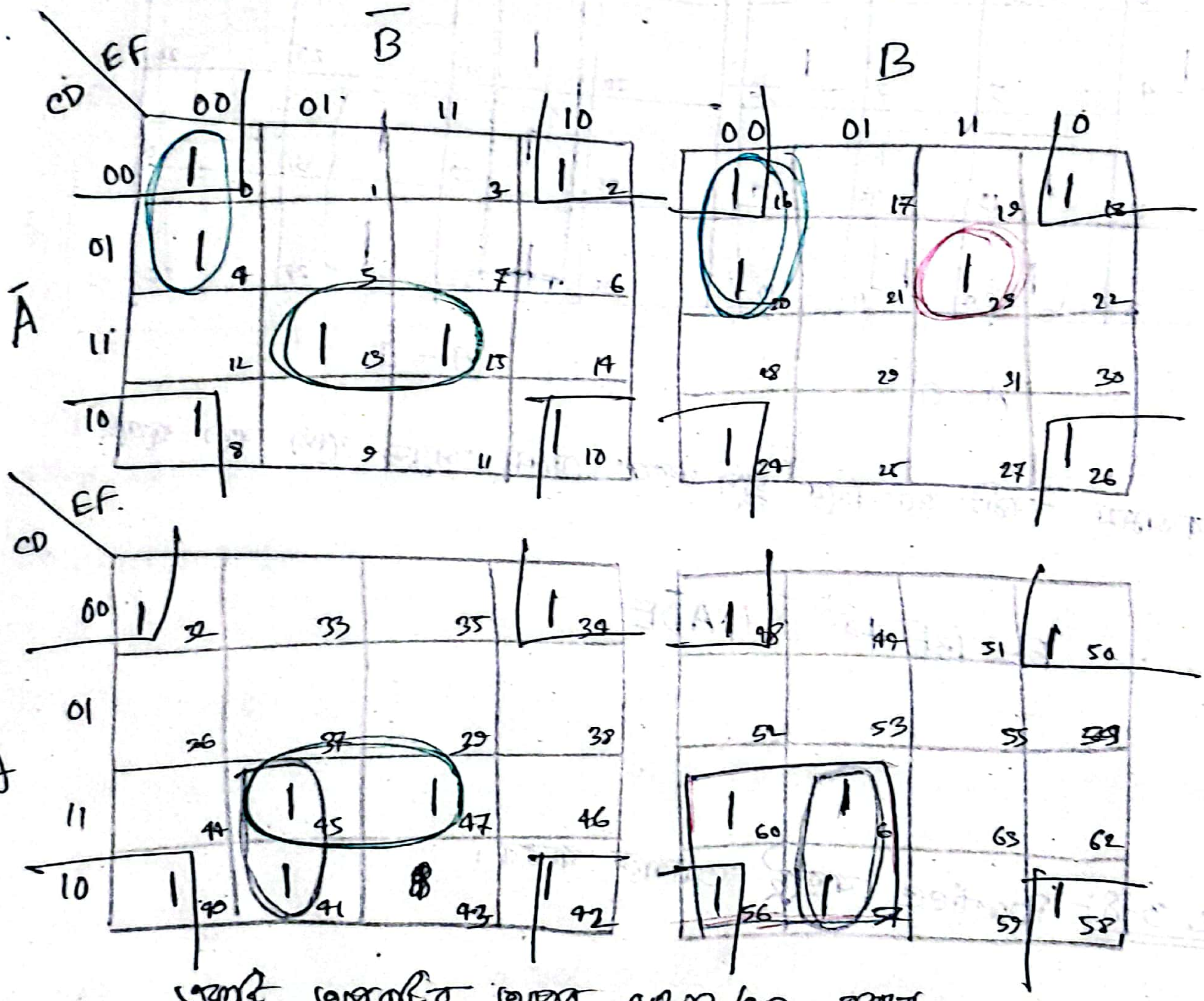
$$F = BE + \bar{A}\bar{B}\bar{E} + A\bar{D}E$$

Example 3-8:- Practice করছি তাদের করব।

6 variable K(map) → from Tutorial

$F(A,B,C,D,E,F) = \Sigma(0, 2, 4, 8, 10, 13, 15, 16, 18, 20, 23, 24, 26, 32, 34, 40, 41, 42, 45, 47, 48, 50, 56, 57, 58, 60, 61)$

$2^6 = 64$



একটি আরেকটির উপর এনে loop করবে।

$f = D'F' + A'C'E'F' + B'CDF + \bar{A}B\bar{C}DEF + ACE'F + ABCE'$

Don't Care Conditions

Don't Care condition মূলত circuit-এ কোন unspecified output হয়ে থাকে। এবং Don't Care condition কে X দ্বারা denote করা হয়।

① Unspecified output

② Denoted by X
- → যদি SOP হয় তাহলে X = 1
- → যদি POS " " X = 0 এর মত হবে।

SOP → 0 → $\bar{A}$, 1 → A
POS → 0 → A, 1 → $\bar{A}$

Do and Don't of don't care conditions

① যদি আমরা চাই যে function-কে minimize করতে হয় তাহলে don't care condition use করতে পারব।

	1	1	
	1	X	X

আমরা চাইলে পেন্সিল চিহ্নিত অংশ দিয়ে minimize function তৈরী করতে পারি কিন্তু ও বড় হবে, তাই ইচ্ছা করলে don't care সহ include করে Group তৈরী করা যায়।

② যতটুকু সম্ভব কম don't care condition আমরা function এর মধ্যে include করব।

X			
X			
1	X		
1	1	1	1

নীল অংশ আমাদের Group-I। কিন্তু একটি 1 খালি রইল। ঐ একে লাল অংশ দ্বারা Group তৈরী করা যায়। সবুজ অংশ দিলে don't care বেশী হয়ে যাবে। কিন্তু Group ছোট হবে। তাই Pancile অংশ Group-II হিসাবে দিলে don't care condition কম হবে।

Example 3-12: Simplify the Boolean function:

$$F(w, x, y, z) = \Sigma(1, 3, 7, 11, 15)$$

and the don't care condition:

$$d(w, x, y, z) = \Sigma(0, 2, 5)$$

Solution:

a) SOP Form:

wx \ yz	00	01	11	10
00	X 0	1 1	1 3	X 2
01	4	X 5	1 7	6
11	8	9	1 11	10
10	12	13	1 15	14

$$F = \overline{w}z + yz$$

b) PoS Form

$$F(w, x, y, z) = \Sigma(1, 3, 7, 11, 15)$$

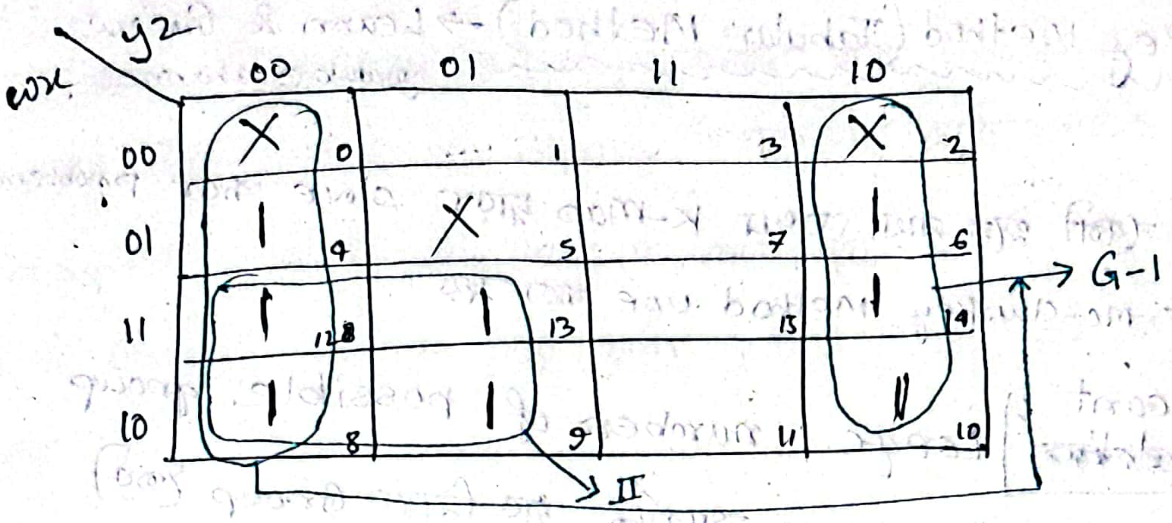
compliment

$$F(w, x, y, z)' = \pi(4, 6, 8, 9, 10, 12, 13, 14)$$

↳ 0, 2, 5 হবে না কারণ এরা don't care এ আছে।

$$\therefore \text{PoS} = \pi(4, 6, 8, 9, 10, 12, 13, 14)$$

$d = \pi(0, 2, 5)$ → don't care same থাকবে।



$$F = z(\overline{w} + y)$$

A

Mc-Cluskey Method (Tabular Method) → Learn & Grow youtube channel.

যখন variable বেশী হয়ে যায় তখন K-map দ্বারা slove করা problem হয়ে যায়। তখন Mc-cluskey Method use করা হয়।

Prime implicant: ~~[illegible]~~ Large number of possible group of 1। যেমন আমরা K-map এ সার্কেল করে নিয়ে Group তৈরি করি।

Essesial prime implicant: Atleast ১টি minterm যাদের আমরা combine করতে পারবো না অন্য Group এর সাথে।

Example: Simplify the following boolean function by using the tabulation method:

$$F(a, b, c, d) = \Sigma(0, 5, 8, 9, 10, 11, 14, 15)$$

Solution: প্রথমে কাজের সুবিধার জন্য minterms গুলোকে Binary-তে convert করি।

0 = 0000
5 = 0101
8 = 1000
9 = 1001
10 = 1010
11 = 1011
14 = 1110
15 = 1111

Step-1:

এই step-এ আমরা Group বানাবো এবং Group 0 থেকে numbering করব। Group-0 তে ঐ Binary থাকবে যার মধ্যে একটিও 1 নেই। Group-1-এ ঐ Binary থাকবে যার মধ্যে একটি 1 আছে। Group-2 এ ঐ Binary থাকবে যার মধ্যে ২টি 1 আছে। এই ভাবে আমরা Group করব।

Group	Minterm	A	B	C	D
0	0 ✓	0	0	0	0
1	8 ✓	1	0	0	0
2	5	0	1	0	1
	9 ✓	1	0	0	1
	10 ✓	1	0	1	0
3	11 ✓	1	0	1	1
	14 ✓	1	1	1	0
4	15 ✓	1	1	1	1

Step-2:

Any two minterms which differ from each other by only one variable can be combined.

প্রতিটি Group এর প্রতিটি minterm কে তার ঠিক নিচের Group এর সকল minterm এর সাথে compare করবে যে শুধুমাত্র একটি ১টি bit এর পার্থক্য ওয়ালা macted pair কতগুলো আছে। এবং এই গুলো দিয়ে আবার নতুন Group তৈরী করতে হবে। আর যেখানে bit এর পার্থক্য পাওয়া যাবে ঐ স্থানে (–) চিহ্ন দিব।

Step-1 এর table এ টিক চিহ্ন দিয়ে চিহ্নিত করলে যে গুলোতে macted pair আছে। এবং যেটির macted pair নেই তাকে আলাদা সংরক্ষণ করে রাখলাম।

Group	Matched pair	A	B	C	D
0	0, 8	–	0	0	0
1	8, 9 ✓	1	0	0	–
	8, 10 ✓	1	0	–	0
2	9, 11 ✓	1	0	–	1
	10, 11 ✓	1	0	1	–
	10, 14 ✓	1	–	1	0
3	11, 15 ✓	1	–	1	1
	14, 15 ✓	1	1	1	–

Step2 এ 5 কারোর সাথেই match হয় নাই।

Step-3| এই step-এ একই কাজ। আমরা যা step-2 তে করেছি কিন্তু এইবার (–) চিহ্ন ও compare করতে হবে। (–) ও যদি একটির সাথে differ করে তাও বাদ হবে, আগের মত আবার চিহ্নিত করবে এবং সংরক্ষণও করবে।

Group	Matched pair	Variable A	B	C	D
0	8, 9, 10, 11	1	0	–	–
	8, 10, 9, 11	1	0	–	–
2	10, 11, 14, 15	1	–	1	–
	10, 14, 11, 15	1	–	1	–

} $A\bar{B}$ (8, 9, 10, 11 / 8, 10, 9, 11)

} AC (10, 11, 14, 15 / 10, 14, 11, 15)

Step-2 এ unmatched → 0, 8   – 0 0 0 → $\bar{B}\bar{C}\bar{D}$

Step-1-এ unmatched   5   0 1 0 1 → $AB\bar{C}D$

Step-4:

এগুলো minterm question এ দেওয়া আছে।

Prime Implicant	0	5	8	9	10	11	14	15
8, 9, 10, 11 ✓			X	X	X	~~X~~		
~~[illegible]~~			~~X~~					
10, 11, 14, 15 ✓					X	X	X	X
0, 8	X		X					
5		X						

এখন যে সকল column এ single cross আছে এ সেই গুলোকে circle করে দেই।

যতগুলো Row তে Circle আছে সেই Row এর Prime implecant এর সবগুলো variable গুলোকে লিখব।

$$F = A\bar{B} + AC + \bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D$$

Examp → 3-14 solve করব।

Tabular Method

- Complexity of K-map increases with the increase in the number of variables.
- Tabulation method ensures to produce a simplified stand form (SoP or PoS) expression for a function.
- Suitable for machine computation.
- First formulated by Quine and later improved by ~~Maca~~ Mc-Cluskey
- It consits of two parts.
  - Determination of Prime implicants
  - Selection of Prime implicants determination essential prime implicants.

Mc-clus key method with don't care condition (Tabular Form)

Sir পড়াই নাই।
খুজিতে লিখছি।

$$f=(a,b,c,d)=\sum m(0,1,5,9,4,2,15)+d(13,6)$$

0 → 0 0 0 0

1 → 0 0 0 1

2 → 0 0 1 0

4 → 0 1 0 0

5 → 0 1 0 1

6 → 0 1 1 0

9 → 1 0 0 1

13 → 1 1 0 1

15 → 1 1 1 1

Step-1:

Group	minterms	Variable A	B	C	D
0	0 ✓	0	0	0	0
1	1 ✓	0	0	0	1
	2 ✓	0	0	1	0
	4 ✓	0	1	0	0
2	5 ✓	0	1	0	1
	6 ✓	0	1	1	0
	9 ✓	1	0	0	1
3	13 ✓	1	1	0	1
4	15 ✓	1	1	1	1

Step -2:

Group	Minterm	A	B	C	D
0	0, 1 ✓	0	0	0	–
	0, 2 ✓	0	0	–	0
	0, 4 ✓	0	–	0	0
1	1, 5 ✓	0	–	0	1
	1, 9 ✓	–	0	0	1
	2, 6 → $\bar{A}C\bar{D}$	0	–	1	0
	4, 5 ✓	0	1	0	–
	4, 6 ✓	0	1	–	0
2	5, 13 ✓	–	1	0	1
	9, 13 ✓	1	–	0	1
3	13, 15 → ABD	1	1	–	1

Step → 3

Group	Matched Pair	A	B	C	D	
0	0, 1, 4, 5	0	–	0	–	
	0, 2, 4, 6	0	–	–	0	$\rightarrow \bar{A}\bar{D}$
	0, 4, 1, 5	0	–	0	–	$\rightarrow \bar{A}\bar{C}$
1	1, 5, 9, 13	–	–	0	1	
	1, 9, 5, 13	–	–	0	1	$\bar{C}D$

2, 6 ⟶ 0 – 1 0 $\bar{A}C\bar{D}$

13, 15 ⟶ 1 1 – 1 ABD

Step-4:

P.I	0	1	2	4	5	9	15
$\bar{A}\bar{C}$	X	X		X	X		
$\bar{A}\bar{D}$	X		X	X			
$\bar{C}D$		X			X	X	
$\bar{A}C\bar{D}$			X				
ABD							X

don't care গুলো বাদ পড়বে।

$$F = ABD + \bar{C}D + \bar{A}\bar{D}$$

Answer টা সঠিক কিনা তা পরীক্ষা করি K-map দ্বারা

$$f(a,b,c;d) = \Sigma m(0,1,5,9,4,2,15) + d(13,6)$$

CD \ AB	00	01	11	10
00	1 (0)	1 (4)	(12)	(8)
01	1 (1)	1 (5)	X (13)	1 (9)
11	(3)	(7)	1 (15)	(11)
10	1 (2)	X (6)	(14)	(10)

$$\therefore F = \bar{C}D + \bar{A}\bar{D} + ABD$$