



## THLR Contrôle (35 questions), Septembre 2016

Nom et prénom, lisibles :

XU.....  
 Christian.....  
 .....  
 .....

Identifiant (de haut en bas) :

☐0 ☐1 ☒2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9  
☒0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9  
☒0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9  
☒0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9  
☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☒8 ☐9

**Q.1** Ne rien écrire sur les bords de la feuille, ni dans les éventuels cadres grisés « ☒ ». Noircir les cases plutôt que cocher. Renseigner les champs d'identité. Les questions marquées par « ☒ » peuvent avoir plusieurs réponses justes. Toutes les autres n'en ont qu'une; si plusieurs réponses sont valides, sélectionner la plus restrictive (par exemple s'il est demandé si 0 est nul, non nul, positif, ou négatif, cocher nul). Il n'est pas possible de corriger une erreur, mais vous pouvez utiliser un crayon. Les réponses justes créditent; les incorrectes pénalisent; les blanches et réponses multiples valent 0.

☒ J'ai lu les instructions et mon sujet est complet: les 5 entêtes sont +251/1/xx+...+251/5/xx+.

**Q.2** Un alphabet est toujours muni d'une relation d'ordre :

☐ vrai ☒ faux

**Q.3** Pour  $L_1 = \{a, b\}^*$ ,  $L_2 = (\{a\}^*\{b\}^*)^*$  :

☐  $L_1 \subseteq L_2$  ☒  $L_1 = L_2$  ☐  $L_1 \not\subseteq L_2$  ☐  $L_1 \supseteq L_2$

**Q.4** Que vaut  $\{\varepsilon, a, b\} \cdot \{a, b\}$  ?

☐  $\{\varepsilon, a, b, aa, ab, ba, bb\}$  ☐  $\{aa, ab, ba, bb\}$  ☒  $\{a, b, aa, ab, ba, bb\}$  ☐  $\{aa, bb\}$

**Q.5** Que vaut  $\text{Pref}(\{ab, c\})$  :

☒  $\{ab, a, c, \varepsilon\}$  ☐  $\{a, b, c\}$  ☐  $\emptyset$  ☐  $\{b, \varepsilon\}$  ☐  $\{b, c, \varepsilon\}$

**Q.6** Que vaut  $\text{Fact}(\{a\}\{b\}^*)$  (l'ensemble des facteurs)

☐  $\{a, b\}^*\{b\}\{a, b\}^*$  ☐  $\{\varepsilon\} \cup \{a\}\{a\}\{a\}^*$  ☒  $\{a\}\{b\}^* \cup \{b\}^*$  ☐  $\{b\}\{a\}^* \cup \{b\}^*$

**Q.7** Pour toute expression rationnelle  $e$ , on a  $e + \emptyset \equiv \emptyset + e \equiv e$ .

☐ faux ☒ vrai

**Q.8** Pour toutes expressions rationnelles  $e, f$ , on a  $(ef)^*e \equiv e(ef)^*$ .

☒ faux ☐ vrai

**Q.9** Un langage quelconque

- ☐ peut être indénombrable  
☐ peut n'inclure aucun langage dénoté par une expression rationnelle  
☐ peut avoir une intersection non vide avec son complémentaire  
☒ contient toujours ( $\supseteq$ ) un langage rationnel

**Q.10** Soit  $\Sigma$  un alphabet. Pour tout  $a \in \Sigma$ ,  $L \subseteq \Sigma^*$ , on a  $\forall n > 1, L^n = \{u^n | u \in L\}$ .

☒ faux ☐ vrai

**Q.11** L'expression Perl '[+]?[0-9A-F]+([+/\*][+]?[0-9A-F]+)\*' n'engendre pas :



2/2

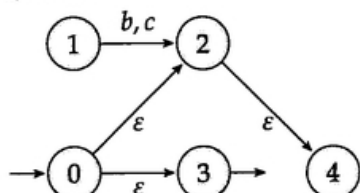
☐ '-42-42' ☒ '42+(42\*42)' ☐ '-42' ☐ '42+42'

Q.12 Un automate fini non-déterministe à transitions spontanées peut avoir une infinité d'états.

2/2

☐ vrai ☒ faux

Q.13



0/2

Quels états appartiennent à la fermeture avant de l'état 2 :

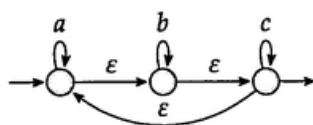
☐ 3 ☐ 1 ☐ 0 ☒ 2 ☒ 4  
☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Q.14 Combien d'états a l'automate de Thompson auquel je pense ?

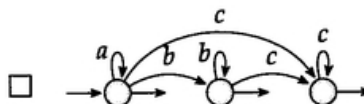
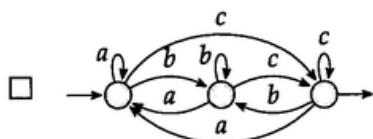
2/2

☐ 1 ☐ 7 ☐ 9 ☒ 4

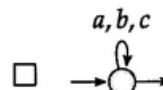
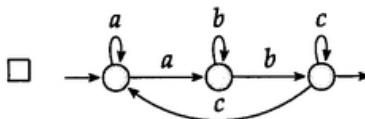
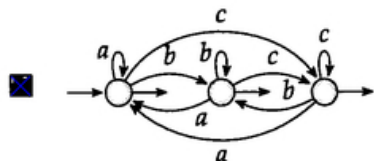
Q.15



Quel est le résultat d'une élimination arrière des transitions spontanées ?

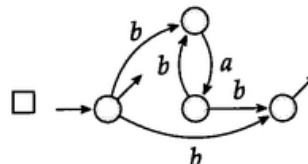
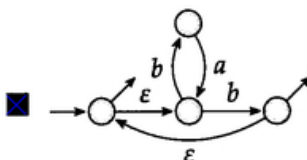
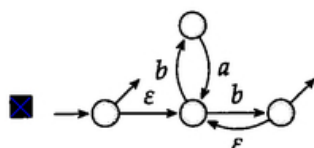


2/2



Q.16 Parmi les 3 automates suivants, lesquels sont équivalents ?

2/2



☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Q.17 Le langage  $\{a^n \mid \forall n \in \mathbb{N}\}$  est

2/2

☐ fini ☒ rationnel ☐ vide ☐ non reconnaissable par automate

Q.18 Un langage quelconque

2/2

- ☐ peut n'être inclus dans aucun langage dénoté par une expression rationnelle
- ☐ peut avoir une intersection non vide avec son complémentaire
- ☒ est toujours inclus ( $\subseteq$ ) dans un langage rationnel
- ☐ n'est pas nécessairement dénombrable

Q.19 Si un automate de  $n$  états accepte  $a^n$ , alors il accepte...

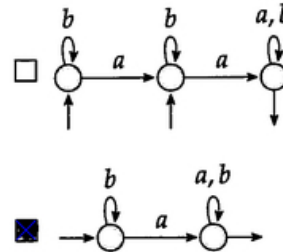
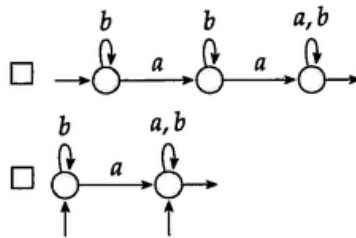
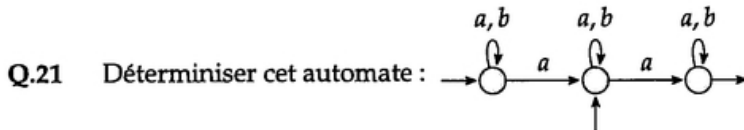
2/2

☒  $a^p(a^q)^*$  avec  $p \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{N}^* : p + q \leq n$  ☐  $a^{n+1}$  ☐  $(a^n)^m$  avec  $m \in \mathbb{N}^*$   
☐  $a^n a^m$  avec  $m \in \mathbb{N}^*$

Q.20 Combien d'états au moins a un automate déterministe émondé qui accepte les mots sur  $\Sigma = \{a, b, c, d\}$  dont la  $n$ -ième lettre avant la fin est un  $a$  (i.e.,  $(a + b + c + d)^* a (a + b + c + d)^{n-1}$ ) :

2/2

☐ Il n'existe pas. ☐  $\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$  ☐  $4^n$  ☒  $2^n$



Q.22 Soit  $Rec$  l'ensemble des langages reconnaissables par DFA, et  $Rat$  l'ensemble des langages définissables par expressions rationnelles.

☐  $Rec \not\subseteq Rat$  ☐  $Rec \subseteq Rat$  ☒  $Rec = Rat$  ☐  $Rec \supseteq Rat$

Q.23 Quelle(s) opération(s) préserve(nt) la rationalité?

☒ Intersection ☒ Différence ☒ Différence symétrique ☒ Complémentaire  
☒ Union ☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Q.24 Quelle(s) opération(s) préserve(nt) la rationalité?

☒ Fact ☒ Pref ☒ Suff ☒ Transpose ☒ Sous-mot  
☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Q.25 On peut tester si un automate déterministe reconnaît un langage non vide.

☐ Seulement si le langage n'est pas rationnel ☒ Oui ☐ Cette question n'a pas de sens  
☐ Non

Q.26 Si  $L_1, L_2$  sont rationnels, alors :

☐  $\overline{L_1 \cap L_2} = \overline{L_1} \cap \overline{L_2}$  ☐  $L_1 \subseteq L_2$  ou  $L_2 \subseteq L_1$  ☐  $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} L_1^n \cdot L_2^n$  aussi  
☒  $(L_1 \cap \overline{L_2}) \cup (\overline{L_1} \cap L_2)$  aussi

Q.27 En soumettant à un automate un nombre fini de mots de notre choix et en observant ses réponses, mais sans en regarder la structure (test boîte noire), on peut savoir s'il...

☐ a des transitions spontanées ☒ accepte le mot vide ☐ accepte un langage infini  
☐ est déterministe

Q.28 Si  $L$  et  $L'$  sont rationnels, quel langage ne l'est pas nécessairement?

☐  $\{u \in \Sigma^* \mid u \in L \wedge u \in L'\}$  ☐  $\{u \in \Sigma^* \mid u \in L \wedge u \notin L'\}$  ☐  $\{u \in \Sigma^* \mid u \in L\}$   
☒  $\{u^n v^n \mid u \in L, v \in L', n \in \mathbb{N}\}$

Q.29 Combien d'états a l'automate minimal qui accepte le langage  $\{a, b, c, \dots, y, z\}^+$ ?

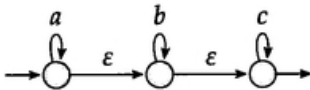
☐ 26 ☐ 1 ☐ Il en existe plusieurs! ☐ 52 ☒ 2

Q.30 Il est possible de déterminer si une expression rationnelle et un automate correspondent au même langage.

☐ vrai en temps constant ☐ faux en temps infini ☐ faux en temps fini  
☒ vrai en temps fini



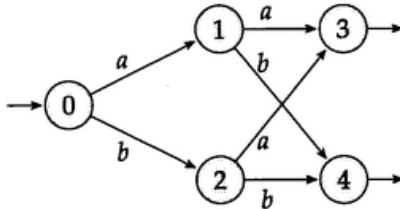
Q.31



Si on élimine les transitions spontanées de cet automate, puis qu'on applique la déterminisation, alors l'application de BMC conduira à une expression rationnelle équivalente à :

- ☐  $(a + b + c)^*$     ☐  $a^* + b^* + c^*$     ☒  $a^*b^*c^*$     ☐  $(abc)^*$

Q.32 ⚡ Quels états peuvent être fusionnés sans changer le langage reconnu.

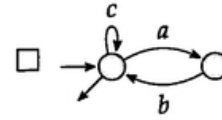
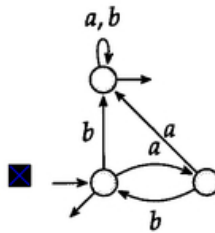
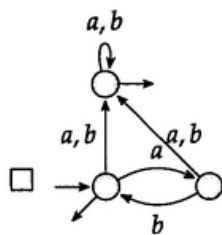
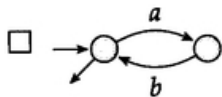


- ☒ 1 avec 2  
☐ 1 avec 3  
☐ 2 avec 4  
☐ 0 avec 1 et avec 2  
☒ 3 avec 4  
☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

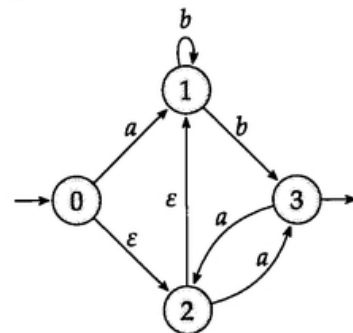
Q.33 Considérons  $\mathcal{P}$  l'ensemble des *palindromes* (mot  $u$  égal à son transposé/image miroir  $u^R$ ) de longueur paire sur  $\Sigma$ , i.e.,  $\mathcal{P} = \{v \cdot v^R \mid v \in \Sigma^*\}$ .

- ☐ Il existe un  $\varepsilon$ -NFA qui reconnaisse  $\mathcal{P}$     ☐ Il existe un DFA qui reconnaisse  $\mathcal{P}$   
☐ Il existe un NFA qui reconnaisse  $\mathcal{P}$     ☒  $\mathcal{P}$  ne vérifie pas le lemme de pompage

Q.34 Sur  $\{a, b\}$ , quel est le complémentaire de ?



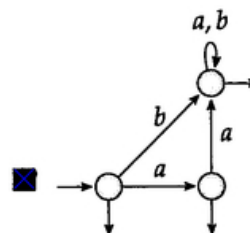
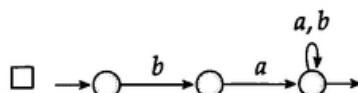
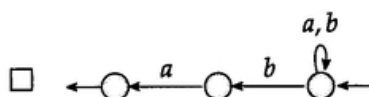
Q.35



Quel est le résultat de l'application de BMC en éliminant 1, puis 2, puis 3 et enfin 0?

- ☐  $(ab^* + (a + b)^*)(a + b)^+$   
☐  $(ab^* + (a + b)^*)a(a + b)^*$   
☐  $(ab^* + a + b^*)a(a + b^*)$   
☐  $(ab^* + a + b^*)a(a + b)^*$   
☒  $(ab^* + a + b^*)(a(a + b^*))^*$

Q.36 Sur  $\{a, b\}$ , quel automate reconnaît le complémentaire du langage de ?



2/2

2/2

2/2

2/2

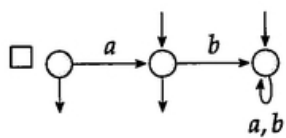
2/2

2/2



+251/5/12+

2/2



Fin de l'épreuve.

+251/6/11+