



## THLR Contrôle (35 questions), Septembre 2016

Nom et prénom, lisibles :

Ducrocq  
Michael

Identifiant (de haut en bas) :

☐0 ☐1 ☒2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9  
☒0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9  
☐0 ☒1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9  
☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☒8 ☐9  
☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☒6 ☐7 ☐8 ☐9

**Q.1** Ne rien écrire sur les bords de la feuille, ni dans les éventuels cadres grisés « ». Noircir les cases plutôt que cocher. Renseigner les champs d'identité. Les questions marquées par « » peuvent avoir plusieurs réponses justes. Toutes les autres n'en ont qu'une; si plusieurs réponses sont valides, sélectionner la plus restrictive (par exemple s'il est demandé si 0 est nul, non nul, positif, ou négatif, cocher nul). Il n'est pas possible de corriger une erreur, mais vous pouvez utiliser un crayon. Les réponses justes créditent; les incorrectes pénalisent; les blanches et réponses multiples valent 0.

J'ai lu les instructions et mon sujet est complet: les 5 entêtes sont +88/1/xx+...+88/5/xx+.

**Q.2** Soit  $L$  un langage sur l'alphabet  $\Sigma$ . Si  $\bar{L} = \emptyset$  alors

☐  $L = \emptyset$  ☐  $L = \{\varepsilon\}$  ☒  $L = \Sigma^*$

**Q.3** Si  $L$  est un langage récursif alors  $L$  est un langage récursivement énumérable.

☒ vrai ☒ faux

**Q.4** Que vaut  $\{\varepsilon, a, b\} \cdot \{\varepsilon, a, b\}$  ?

☐  $\{aa, ab, ba, bb\}$  ☐  $\{aa, bb\}$  ☒  $\{\varepsilon, a, b, aa, ab, ba, bb\}$  ☐  $\{a, b, aa, ab, ba, bb\}$   
☐  $\{aa, ab, bb\}$

**Q.5** Que vaut  $\text{Fact}(L)$  (l'ensemble des facteurs) :

☐  $\text{Pref}(\text{Pref}(L))$  ☒  $\text{Suff}(\text{Pref}(L))$  ☐  $\text{Pref}(\overline{\text{Pref}(L)})$  ☐  $\text{Suff}(\overline{\text{Pref}(L)})$   
☐  $\text{Suff}(\text{Suff}(L))$

**Q.6** Que vaut  $\text{Fact}(\{a\}\{b\}^*)$  (l'ensemble des facteurs)

☐  $\{a\}\{b\}^*\{a\}$  ☐  $\{a, b\}^*\{b\}\{a, b\}^*$  ☒  $\{a\}\{b\}^* \cup \{b\}^*$  ☐  $\{\varepsilon\} \cup \{a\}\{a\}\{a\}^*$   
☐  $\{b\}\{a\}^* \cup \{b\}^*$

**Q.7** Pour toute expression rationnelle  $e$ , on a  $e + e \equiv e$ .

☐ faux ☒ vrai

**Q.8** Il est possible de tester si une expression rationnelle engendre un langage vide.

☒ Toujours vrai ☐ Toujours faux ☐ Souvent faux ☐ Souvent vrai

**Q.9** Un langage quelconque

☐ peut être indénombrable  
☐ peut avoir une intersection non vide avec son complémentaire  
☐ peut n'inclure aucun langage dénoté par une expression rationnelle  
☒ contient toujours ( $\supseteq$ ) un langage rationnel

**Q.10** Soit  $\Sigma$  un alphabet. Pour tout  $a \in \Sigma$ ,  $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ ,  $n > 1$ , on a  $L_1^n = L_2^n \implies L_1 = L_2$ .

☐ vrai ☒ faux



Q.11 Ces deux expressions rationnelles :

$$(a^* + b)^* + c((ab)^*(bc))^*(ab)^* \quad c(ab + bc)^* + (a + b)^*$$

-1/2

- ☐ sont identiques    ☐ dénotent des langages différents    ☒ sont équivalentes  
☒ ne sont pas équivalentes

Q.12 Un automate fini non-déterministe à transitions spontanées peut avoir plusieurs états initiaux.

-1/2

- ☒ faux    ☒ vrai

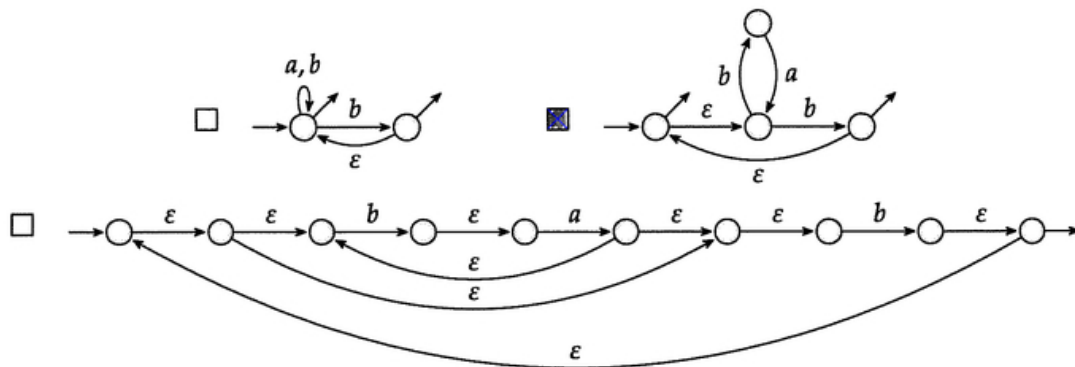
Q.13 Un automate fini qui a des transitions spontanées. . .

-1/2

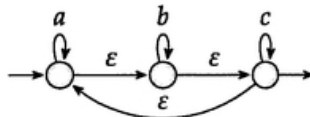
- ☒ accepte  $\epsilon$     ☐ n'accepte pas  $\epsilon$     ☐ est déterministe    ☒ n'est pas déterministe

Q.14 Quel automate reconnaît le langage décrit par l'expression  $((ba)^*b)^*$

2/2

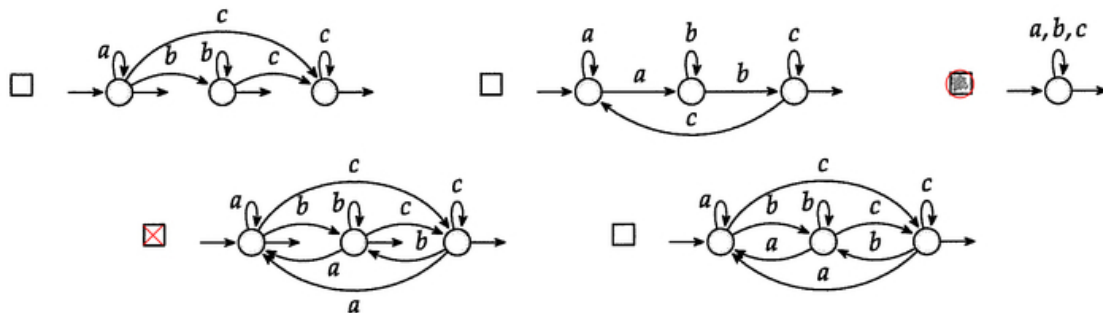


Q.15



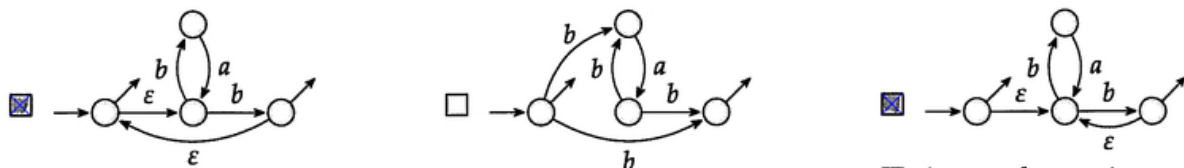
Quel est le résultat d'une élimination arrière des transitions spontanées ?

-1/2



Q.16 Parmi les 3 automates suivants, lesquels sont équivalents ?

2/2



☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Q.17 Le langage  $\{a^n a^n \mid \forall n \in \mathbb{N}\}$  est

2/2

- ☐ fini    ☒ non reconnaissable par automate fini    ☐ rationnel    ☐ vide

Q.18 Un automate fini qui a des transitions spontanées. . .



- 1/2 ☐ est déterministe ☒ n'est pas déterministe ☒ accepte  $\varepsilon$  ☐ n'accepte pas  $\varepsilon$

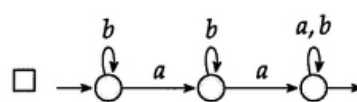
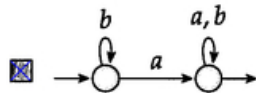
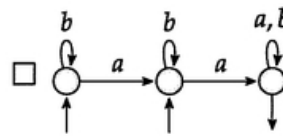
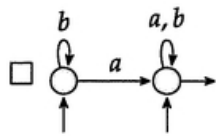
Q.19 Si  $L_1 \subseteq L \subseteq L_2$ , alors  $L$  est rationnel si :

- 2/2 ☐  $L_2$  est rationnel ☐  $L_1$  est rationnel ☒  $L_1, L_2$  sont rationnels et  $L_2 \subseteq L_1$   
☐  $L_1, L_2$  sont rationnels

Q.20 Quelle séquence d'algorithmes teste l'appartenance d'un mot au langage d'une expression rationnelle ?

- 2/2 ☐ Thompson, déterminisation, Brzowski-McCluskey.  
☐ Thompson, déterminisation, élimination des transitions spontanées, évaluation.  
☒ Thompson, élimination des transitions spontanées, déterminisation, minimisation, évaluation.  
☐ Thompson, déterminisation, évaluation.

Q.21 Déterminiser cet automate :



Q.22 Quelle(s) opération(s) préserve(nt) la rationalité ?

- 1.2/2 ☒ Complémentaire ☒ Union ☒ Différence symétrique ☒ Intersection  
☒ Différence ☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Q.23 Quelle(s) opération(s) préserve(nt) la rationalité ?

- 1.6/2 ☒ Transpose ☒ Pref ☒ Sous-mot ☒ Fact ☒ Suff  
☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Q.24 Soit  $Rec$  l'ensemble des langages reconnaissables par DFA, et  $Rat$  l'ensemble des langages définissables par expressions rationnelles.

- 2/2 ☐  $Rec \subseteq Rat$  ☐  $Rec \supseteq Rat$  ☐  $Rec \not\subseteq Rat$  ☒  $Rec = Rat$

Q.25 Si  $L_1, L_2$  sont rationnels, alors :

- 2/2 ☐  $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} L_1^n \cdot L_2^n$  aussi ☐  $\overline{L_1 \cap L_2} = \overline{L_1} \cap \overline{L_2}$  ☒  $(L_1 \cap \overline{L_2}) \cup (\overline{L_1} \cap L_2)$  aussi  
☐  $L_1 \subseteq L_2$  ou  $L_2 \subseteq L_1$

Q.26 On peut tester si un automate déterministe reconnaît un langage non vide.

- 2/2 ☐ Cette question n'a pas de sens ☐ Seulement si le langage n'est pas rationnel ☐ Non  
☒ Oui

Q.27 On peut tester si un automate nondéterministe reconnaît un langage non vide.

- 2/2 ☐ jamais ☐ rarement ☐ souvent ☒ oui, toujours

Q.28 Combien d'états a l'automate minimal qui accepte le langage  $\{a, b, c, \dots, y, z\}^+$  ?

- 2/2 ☐ Il en existe plusieurs ! ☐ 26 ☐ 52 ☒ 2 ☐ 1

Q.29 Combien d'états a l'automate minimal qui accepte le langage  $\{a, ab, abc\}$  ?

- 2/2 ☐ 6 ☐ Il n'existe pas. ☐ 7 ☒ 4



Q.30 Si  $L$  et  $L'$  sont rationnels, quel langage ne l'est pas nécessairement ?

2/2

- ☒  $\{u^n v^n \mid u \in L, v \in L', n \in \mathbb{N}\}$ 
☐  $\{u \in \Sigma^* \mid u \in L\}$ 
☐  $\{u \in \Sigma^* \mid u \in L \wedge u \in L'\}$   
☐  $\{u \in \Sigma^* \mid u \in L \wedge u \notin L'\}$

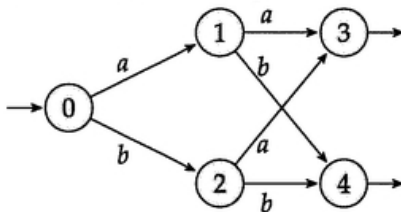
Q.31 Considérons  $\mathcal{P}$  l'ensemble des *palindromes* (mot  $u$  égal à son transposé/image miroir  $u^R$ ) de longueur paire sur  $\Sigma$ , i.e.,  $\mathcal{P} = \{v \cdot v^R \mid v \in \Sigma^*\}$ .

2/2

- ☐ Il existe un NFA qui reconnaisse  $\mathcal{P}$ 
☐ Il existe un DFA qui reconnaisse  $\mathcal{P}$   
☒  $\mathcal{P}$  ne vérifie pas le lemme de pompage
 ☐ Il existe un  $\varepsilon$ -NFA qui reconnaisse  $\mathcal{P}$

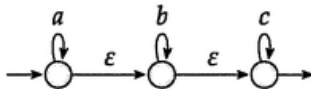
Q.32 ☞ Quels états peuvent être fusionnés sans changer le langage reconnu.

2/2



- ☐ 0 avec 1 et avec 2  
☒ 3 avec 4  
☐ 2 avec 4  
☐ 1 avec 3  
☒ 1 avec 2  
☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Q.33



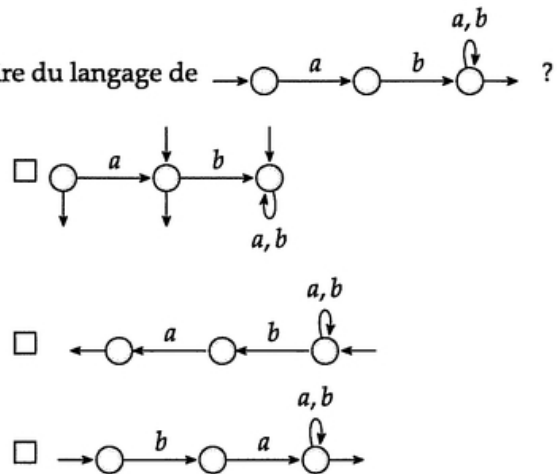
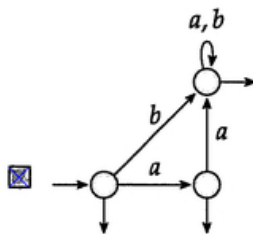
Si on élimine les transitions spontanées de cet automate, puis qu'on applique la déterminisation, alors l'application de BMC conduira à une expression rationnelle équivalente à :

2/2

- ☐  $(a + b + c)^*$ 
☐  $a^* + b^* + c^*$ 
☒  $a^* b^* c^*$ 
☐  $(abc)^*$

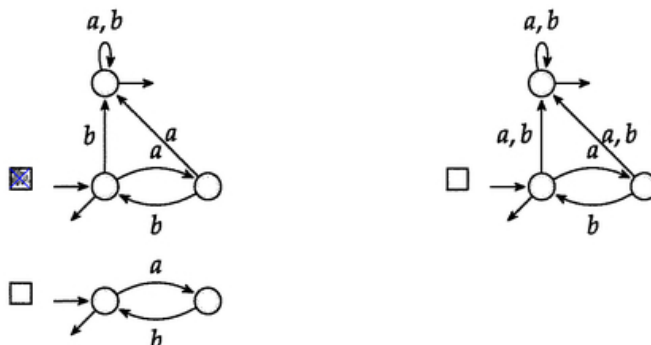
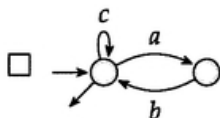
Q.34 Sur  $\{a, b\}$ , quel automate reconnaît le complémentaire du langage de ?

2/2



Q.35 Sur  $\{a, b\}$ , quel est le complémentaire de ?

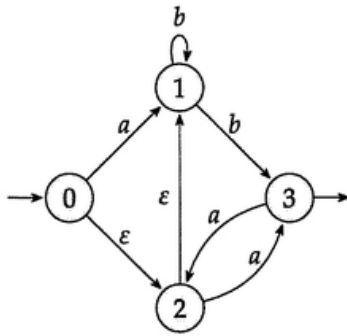
2/2



Q.36



2/2



Quel est le résultat de l'application de BMC en éliminant 1, puis 2, puis 3 et enfin 0?

- ☐  $(ab^* + a + b^*)a(a+b)^*$
- ☐  $(ab^* + (a+b)^*)(a+b)^+$
- ☒  $(ab^+ + a + b^+)(a(a+b^+))^*$
- ☐  $(ab^* + a + b^*)a(a+b^*)$
- ☐  $(ab^* + (a+b)^*)a(a+b)^*$

82



+88/6/33+