

Contrôle TD blanc

Question de cours

Énoncer avec soin la condition nécessaire de convergence des séries, la condition de convergence des séries de Riemann, les règles de comparaison des séries à termes positifs, les critères de d'Alembert et de Cauchy.

Exercice 1

- En utilisant le critère de Cauchy, déterminer la nature de la série $\sum \frac{n^\alpha}{\alpha^n}$ en fonction de $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$
- Déterminer la nature de la série $\sum \frac{\sin(\beta n)}{n^2}$ en fonction de $\beta \in \mathbb{R}$

Exercice 2

Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\cos\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{n^2}{n^2+1}}{\ln(n^2+1) - \ln(n^2)}$

Exercice 3

À l'aide d'un développement limité, déterminer la nature de $\sum n \sin\left(\frac{1}{n}\right) - \cos\left(\frac{1}{n}\right)$.