EPITA / S3# — Mars 2018

NOM : ABRAHAM PRENOM : Vich GROUPE : A1

Contrôle 1 de Physique

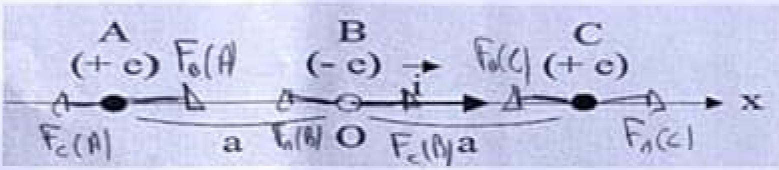
Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés.

Réponses exclusivement sur le sujet

16,5/20 JB

Exercice 1 (7 points)

Trois charges électriques ponctuelles de valeurs respectives, +e, -e et +e, alignées sur l'axe (Ox) sont espacées d'une distance a. On pose $\vec{i}$ le vecteur unitaire de l'axe $(\overrightarrow{Ox})$.



1 1- a) Représenter sur le schéma les forces électriques créées aux points A, B et C.

b) Exprimer les **normes** F(A), F(B) et F(C) en fonction de k, e et a.

$F_e = \frac{k|q_1||q_2|}{d^2}$

$F(A) = F_B(A) - F_C(A)$

$= \frac{ke^2}{a^2} - \frac{ke^2}{(2a)^2} = \frac{4ke^2 - ke^2}{(2a)^2} = \frac{3ke^2}{(2a)^2}$

$F(B) = 0$

1

$F(C) = F_A(C) - F_B(C)$

$= \frac{ke^2}{(2a)^2} - \frac{ke^2}{a^2} = \frac{ke^2 - 4e^2}{(2a)^2}$

$= \frac{-3ke^2}{(2a)^2}$ norme > 0 !

c) En déduire les **normes** des vecteurs champs électriques $\vec{E}(A)$, $\vec{E}(B)$ et $\vec{E}(C)$ en fonction de (k, e, a).

D'après la relation champs Force : $\vec{F_e} = Q \times \vec{E}$

Ainsi : $E(A) = \dfrac{F(A)}{Q}$

$= \dfrac{\frac{3ke^2}{2a^2}}{e} = \cancel{\dfrac{3ke}{2a^2}}$

0p

$F = \dfrac{3}{4}\dfrac{ke^2}{a^2}$

$E = \dfrac{3}{4}\dfrac{ke}{a^2}$

0p $E(B) = 0$

$E(C) = \cancel{-\dfrac{3ke}{2a^2}}$

3-a) Exprimer les potentiels V(A), V(B) et V(C), en fonction de (k, e, a).

$V(A) = V_B(A) + V_C(A)$

$= -\dfrac{2ke}{2a} + \dfrac{ke}{2a} = -\dfrac{ke}{2a}$

$V = \dfrac{kq}{d}$

1p

$V(B) = V_A(B) + V_C(B)$

$= \dfrac{ke}{a} + \dfrac{ke}{a} = \dfrac{2ke}{a}$

$V(C) = V_A(C) + V_B(C)$

$= \dfrac{ke}{2a} - \dfrac{ke}{a} = -\dfrac{ke}{2a}$

b) En déduire les énergies potentielles électriques des trois charges, en fonction de (k, e, a).

$E_p = q(B) \times V(B)$

Ainsi

$E_p(A) = -\dfrac{ke^2}{2a}$

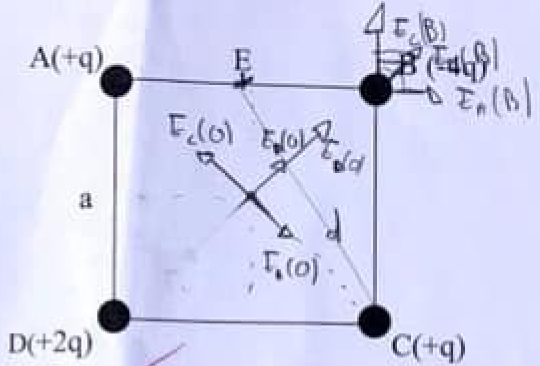
1p

$E_p(B) = \dfrac{2ke^2}{a}$

$E_p(C) = -\dfrac{ke^2}{2a}$

Exercice 2 (8 points)

On considère quatre charges ponctuelles, placées respectivement aux quatre sommets ABCD d'un carré de côté a.



$$\boxed{d = \frac{\sqrt{2a^2}}{2}}$$

1- Représenter les vecteurs champs électriques créés par les quatre charges au point O : centre du carré.

2- Calculer la norme du champ total créé au point O. On donne $k = 9.10^9$S.I, $q = 2.10^{-8}$C et a = 2m.

$\vec{E}(O) = \vec{E}_C(O) + \vec{E}_D(O) + \vec{E}_A(O) + \vec{E}_B(O)$

$= \vec{E}_D(O) + \vec{E}_B(O)$

• Les charges sont alignée et de même sens. Ainsi

$E(O) = E_D(O) + E_B(O)$

$= \frac{2kq}{d^2} + \frac{4kq}{d^2} = \frac{6kq}{d^2} = \frac{6kq}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{6kq}{\left(\frac{\sqrt{2a^2}}{2}\right)^2} = \frac{6kq}{\frac{2a^2}{2}}$

A.N : $E(O) = \frac{6 \times 9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-8}}{\frac{4}{2}} = 6 \times 9 \times 10 = 540$ V/m

3- a) Calculer le potentiel V(O), O étant le centre du carré.

$V(O) = V_A(O) + V_B(O) + V_C(O) + V_D(O)$

$= \frac{kq - 4kq + kq + 2kq}{\frac{\sqrt{2a^2}}{2}} = 0$

b) Exprimer le potentiel électrique V(E), E étant le milieu du segment AB, en fonction de k, q et a.

$$V(E) = V_A(E) + V_B(E) + V_C(E) + V_D(E)$$
$$= kq - 4kq + \frac{kq}{\sqrt{a^2+1}} + \frac{2kq}{\sqrt{a^2+1}}$$
$$= -3kq + \frac{3kq}{\sqrt{a^2+1}}$$

4- Exprimer en fonction de k ,q et a, la norme du champ électrique total créé au point B.

$$E(B) = E_A(B) + E_C(B) + E_D(B)$$

projection

$$\begin{cases} E_x(B) = E_A(B) + E_D(B)\cos(45) \\ E_y(B) = E_C(B) + E_D(B)\cos(45) \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_x(B) = \frac{kq}{a^2} + \frac{2kq}{2a^2}\cos(45) \\ E_y(B) = \frac{kq}{a^2} + \frac{2kq}{2a^2}\cos(45) \end{cases}$$

2

Ainsi

$$E(B) = \sqrt{\left(\frac{kq}{a^2} + \frac{2kq}{2a^2}\cos(45)\right)^2 + \left(\frac{kq}{a^2} + \frac{2kq}{2a^2}\cos(45)\right)^2}$$
$$= \left(\frac{kq}{a^2} + \frac{2kq}{2a^2}\cos(45)\right)\sqrt{2}$$

Exercice 3 (5 points)

Une simulation numérique a donné l'expression d'un potentiel électrique V(M), créé par une distribution sphérique de charges électriques : $V(r,\theta,\varphi)=\frac{C_1}{r}\sin(\theta)\exp(-C_2.\varphi)$; C_1 et C_2 sont des constantes.

1- Exprimer les composante E_r, E_θ et E_φ du vecteur champ électrique, qui dérive de ce potentiel. On donne les composantes de l'opérateur gradient en coordonnées sphériques :

$$\overrightarrow{grad}=(\frac{\partial}{\partial r};\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta};\frac{1}{r\sin(\theta)}\frac{\partial}{\partial\varphi})$$

$\vec{E}=-\overrightarrow{grad}(V)$ → détailler les expressions des composantes

$E_r=+\left(+\frac{1}{r^2}C_1\sin(\theta)\exp(-C_2.\varphi)\right)$

$E_\theta=-\left(\frac{C_1}{r}\cos(\theta)\exp(-C_2.\varphi)\right)$

2

$E_\varphi=-\left(\frac{C_1}{r}\sin(\theta)\times(-C_2\exp(-C_2.\varphi))\right)$

à simplifier

2- Calculer ces composantes au point M (r = 1cm, θ = π/2, φ = 0, $C_1=10^{-3}$V.m et C_2=1rad^{-1}), en déduire la norme du vecteur champ $\vec{E}(M)$.

On a : $E_r=10$

$E_\theta: 0$

$E_\varphi: 10\left(-\frac{10^{-3}}{10^{-2}}\times1\times(-1e^{(0)})\right)$

2

La norme du vecteur E(M) est donc : $\sqrt{10.10}$

$=10\sqrt{2}$ V/m