

Partiel n° 1 de Physique

*Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés.
Réponses exclusivement sur le sujet. Un formulaire est donné en annexe*

Exercice 1 (5points)

Les questions a et b sont indépendantes

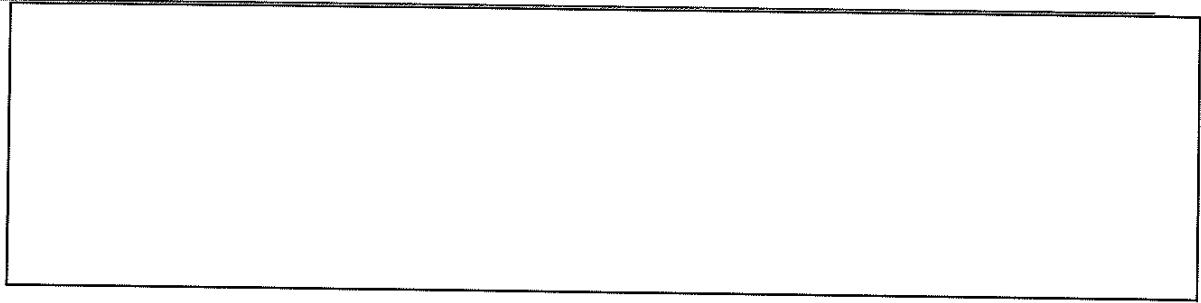
- a- Soit $T(x, y, z)$ une fonction scalaire de température. Sachant que la fonction $T(x, y, z)$ est différentielle totale exacte, montrer que : $\text{rot}(\text{grad}(T)) = \vec{0}$

- b- Une distribution sphériques de charges électriques crée un potentiel électrique $V(r)$, dont l'expression en un point M de l'espace est $V(r) = K.r \exp(-\alpha.r)$; Où α et K sont des constantes.
En coordonnées sphériques :

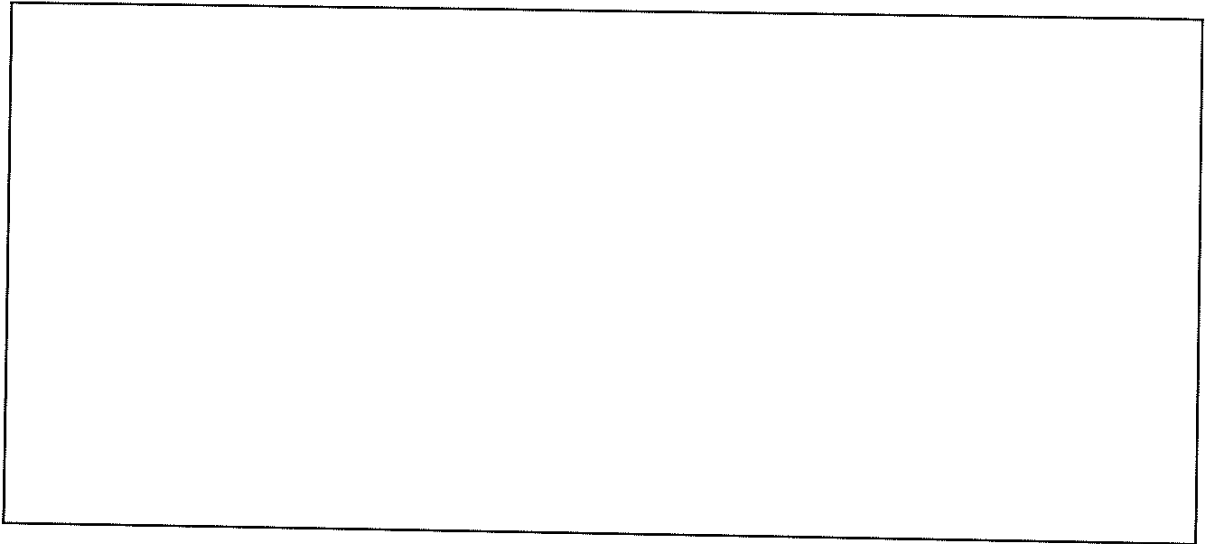
$$\vec{\text{grad}}(f(r, \theta, \varphi)) = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r} \sin \theta \frac{\partial f}{\partial \varphi} \vec{e}_\varphi$$

$f(r, \theta, \varphi)$ est une fonction quelconque.

- 1- Sans faire de calcul, donner la direction du vecteur champ électrique \vec{E} , sachant que:
 $\vec{E} = -\text{grad}(V)$.



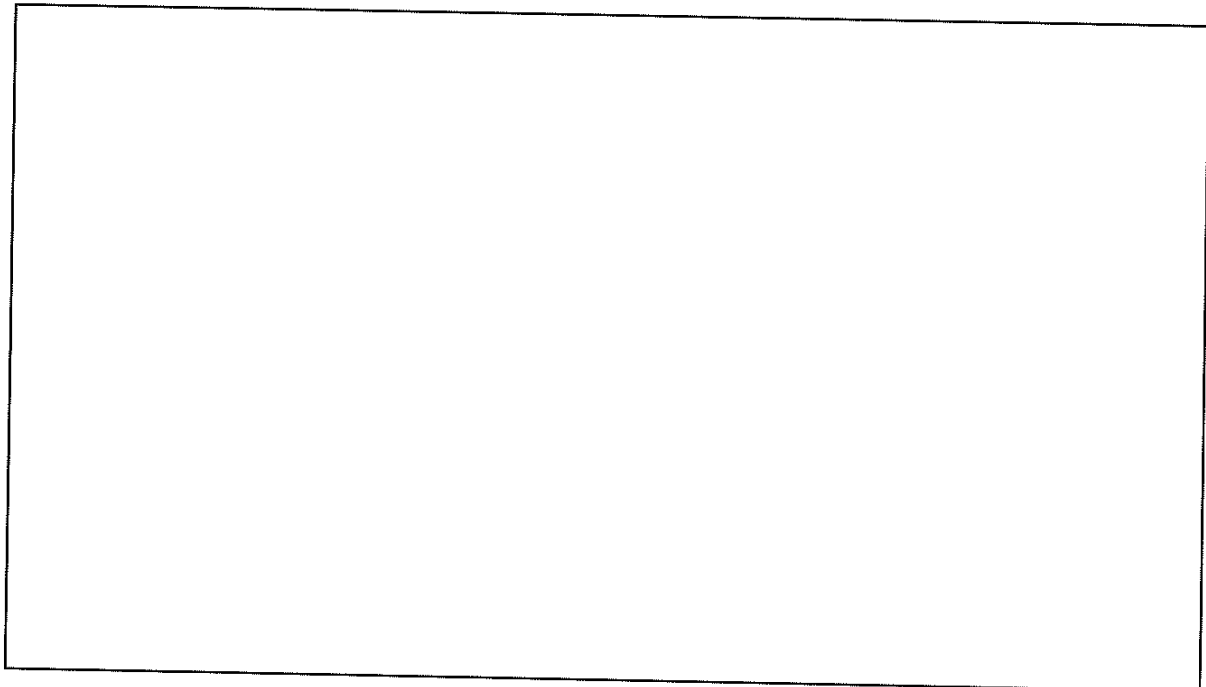
- 2- Utiliser cette dernière formule pour exprimer les composantes du champ électrostatique \vec{E} créé par cette distribution.



Exercice 2 (8 points)

Les questions I, II et III sont indépendantes

I- a) Retrouver la deuxième équation de Maxwell.



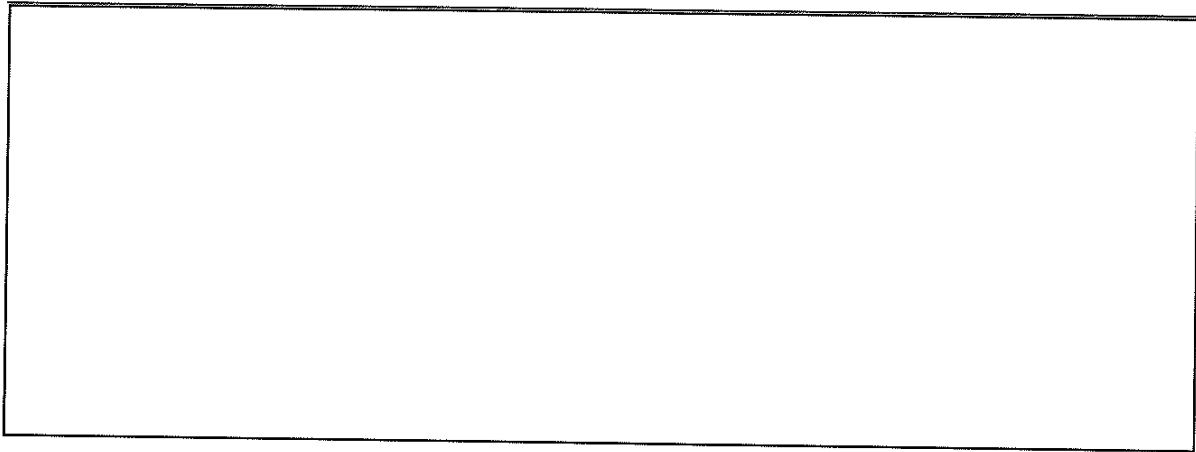
I-b) Interpréter cette équation.

II) Retrouver la première équation de Maxwell.

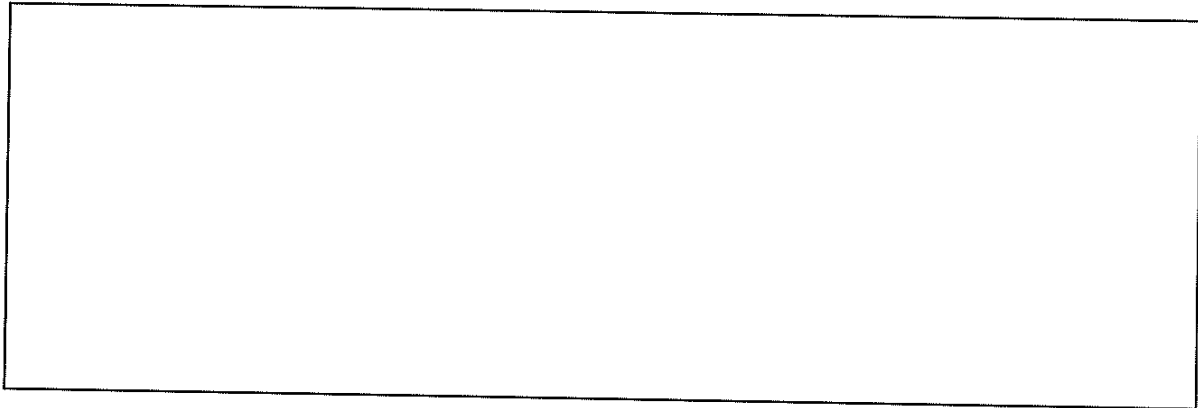
III- a) Utiliser les équations de Maxwell pour retrouver l'équation de propagation du champ magnétique dans un milieu matériel quelconque, donnée par :

$$\Delta \vec{B} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = -\mu \text{rot}(\vec{J}).$$

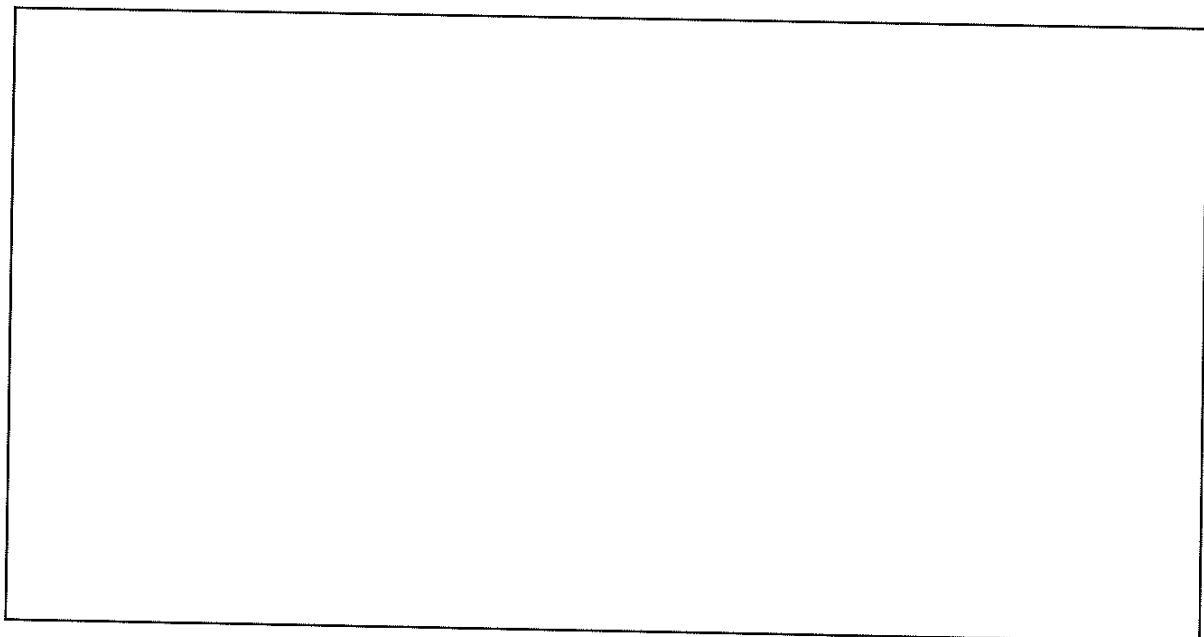
On donne : $\Delta \vec{U} = \text{grad}(\text{div}(\vec{U})) - \text{rot}(\text{rot}(\vec{U}))$ pour un vecteur \vec{U} quelconque.

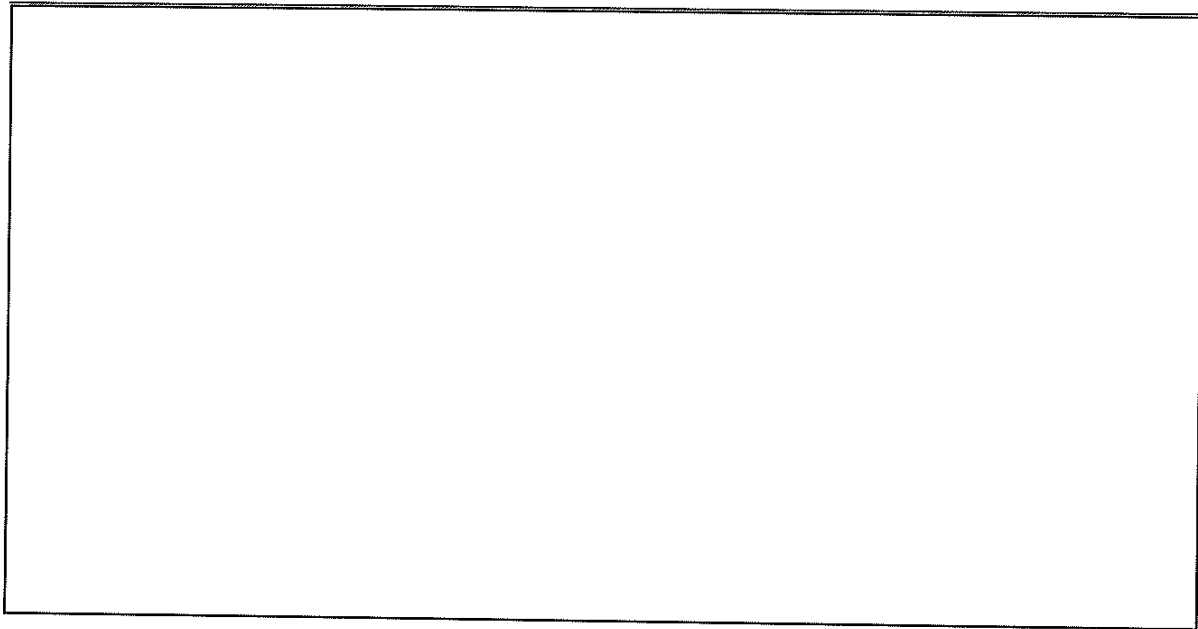


III-b) Réécrire cette équation dans le milieu air (ou vide). Donner la signification de la constante $\mu_0 \cdot \epsilon_0$. En déduire la célérité dans le milieu vide (ou air) des ondes électromagnétiques.



III-c) Sachant que le champ magnétique $\vec{B}(y, t) = B_0 \cos(k \cdot y - \omega t) \vec{e}_z$ est solution de l'équation de propagation dans l'air, retrouver une relation entre ω et k .

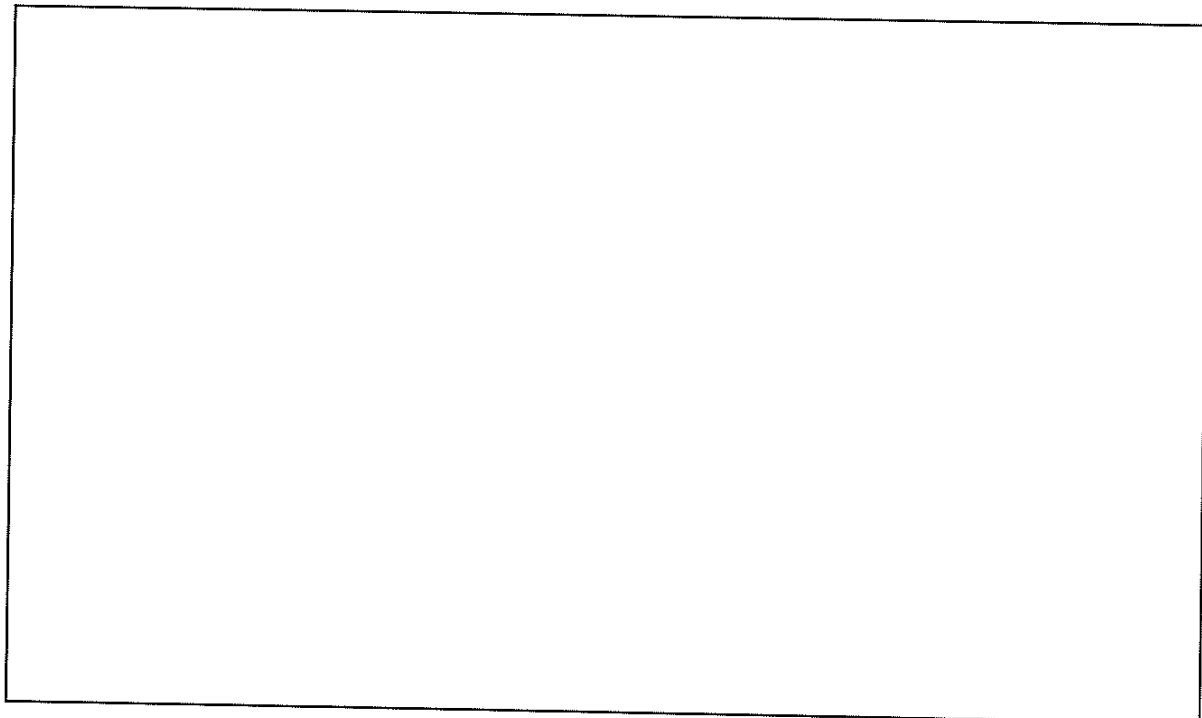


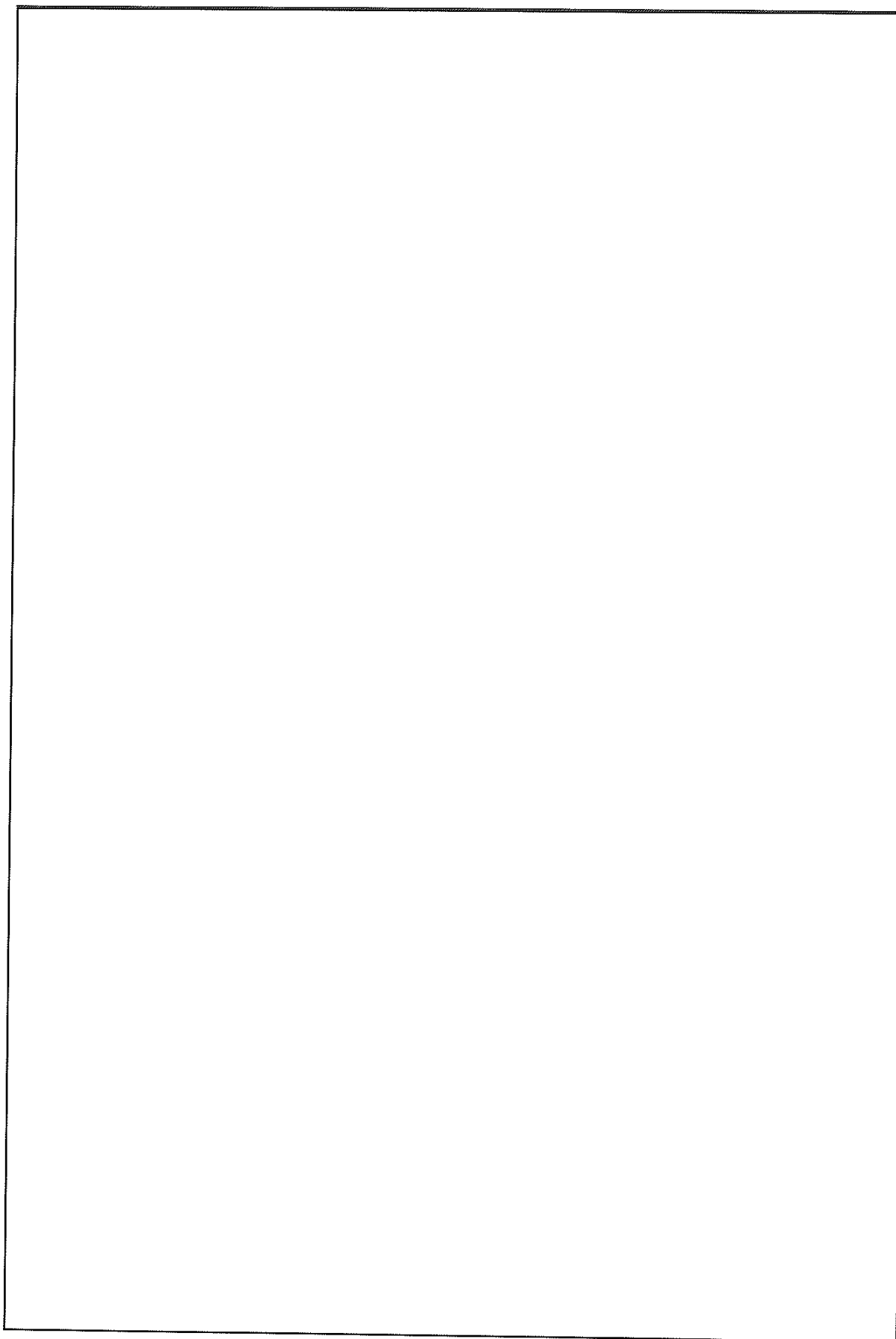
**Exercice 3** (7 points)

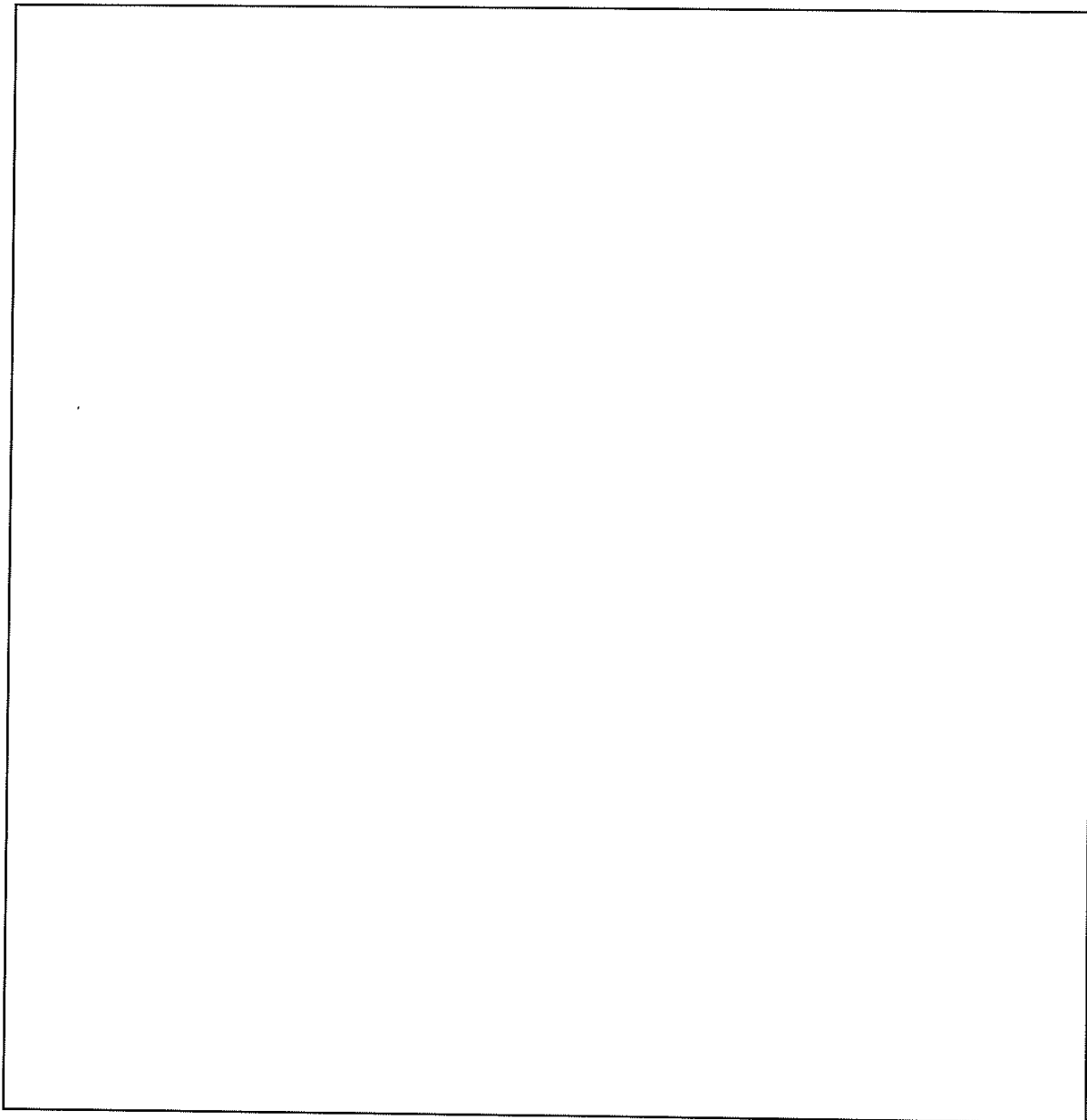
Les vecteurs champs électromagnétiques d'une onde plane progressive et sinusoïdale qui se propage dans l'air sont d'expressions :

$$\begin{cases} \vec{E}(x,t) = E_0 \cos(k.x - \omega.t) \vec{e}_y \\ \vec{B}(x,t) = \frac{E_0}{c} \cos(k.x - \omega.t) \vec{e}_z \end{cases}$$

Montrer que ces deux vecteurs vérifient les quatre équations de Maxwell (dans l'air), sachant que : $\omega = k.c$.







Formulaire

Equations de Maxwell dans un milieu quelconque :

$$1) \operatorname{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

$$3) \operatorname{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$2) \operatorname{div}(\vec{B}) = 0$$

$$4) \operatorname{rot}(\vec{B}) = \mu \cdot \vec{J} + \mu \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Théorème de Gréen-Ostrogradski : $\oiint_S \vec{U} \cdot d\vec{S} = \iiint_{\tau} \operatorname{div}(\vec{U}) d\tau$