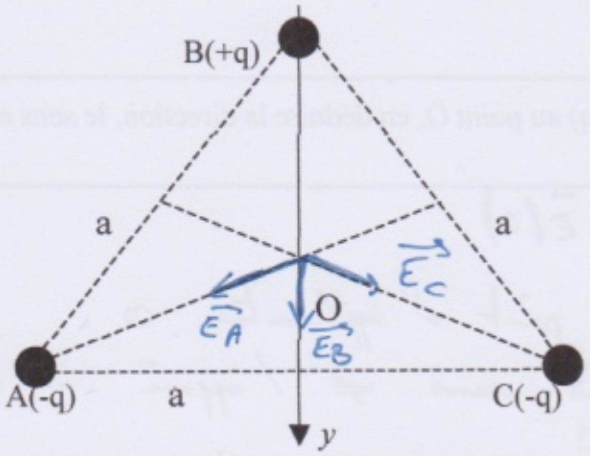
Contrôle 1 de Physique

Corrigé.

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés.
Réponses exclusivement sur le sujet

Exercice 1 (8 points)

Trois charges ponctuelles -q, +q et - q (avec q > 0) placées respectivement aux points A, B et C d'un **triangle équilatéral** de côté a. AB = BC = CA = a.



1- Représenter sur le schéma ci-dessus les vecteurs champs électriques $\vec{E}_A(O)$, $\vec{E}_B(O)$ et $\vec{E}_C(O)$ créés par les trois particules chargées au centre O du triangle.

2- Exprimer les normes de chacun des vecteurs $\vec{E}_A(O)$, $\vec{E}_B(O)$, $\vec{E}_C(O)$, ainsi que celle du vecteur champ total : $E(O)$, en fonction de k, q, a.

$$\|\vec{E}_A\| = \|\vec{E}_B\| = \|\vec{E}_C\| = k\frac{q}{AO^2} = k\, q/(a/\sqrt{3})^2 = \frac{3kq}{a^2}$$

$$\vec{E}(O) = \sum_i \vec{E}_i(O) = k\frac{q}{(a/\sqrt{3})^3}(-\vec{AO} - \vec{CO} + \vec{BO})$$

Mais $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0}$ (centre de gravité).

d'où $\vec{E}(O) = k\frac{q}{(a/\sqrt{3})^3}(2\vec{BO})$

et donc $E(O) = \frac{6kq}{a^2}$.

3- *On place une charge négative (-q) au point O, en déduire la direction, le sens et la norme de la force* électrique qu'elle subit.

$\vec{F}_{elec}(O) = -q\,\vec{E}(O)$

→ $\hat{m}$ point d'application O.

→ mais sens ≠ / opposé à celui du champ $\vec{E}$

→ $F_{elec} = q\,E(O)$.

4-a) Calculer les potentiels V(A), V(B) et V(O), en fonction de k, q et a. (En tenant compte de la charge –q au point O), en fonction de k, q et a.

. $V(A) = V_B(A) + V_C(A) + V_O(A) = V_O(A)$

$= -k\dfrac{q}{a/\sqrt{3}} = -\dfrac{kq\sqrt{3}}{a}$

. $V(B) = 2V_A(B) + V_O(B) = -\dfrac{2kq}{a} - \dfrac{kq\sqrt{3}}{a}$

. $V(O) = V_A(O) + V_B(O) + V_C(O)$

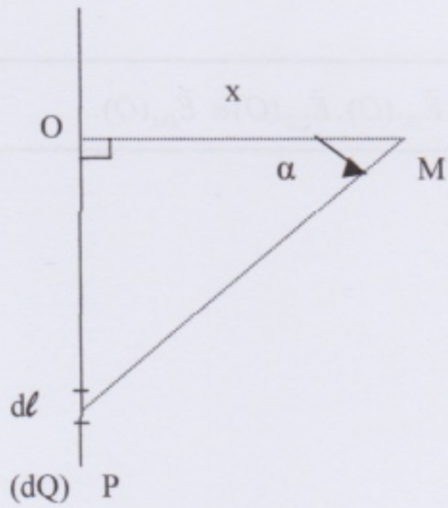
$= V_A(O) = -k\dfrac{q}{a}\sqrt{3}$

b) En déduire l'énergie potentielle électrique de la charge (-q) placée au point O.

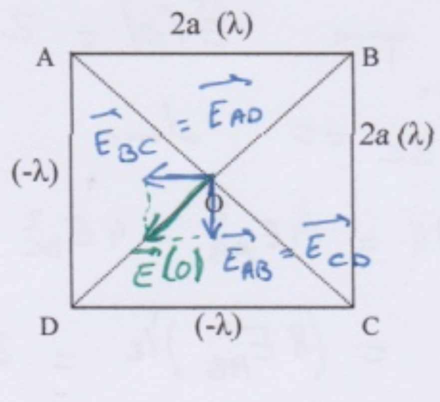
Ainsi $\mathcal{E}_{(-q)} = -q\,V(O) = k\,\frac{q^2}{a}\sqrt{3}$

Exercice 2 **(6 points)**

On montre qu'un élément de longueur $d\ell$ de charge dQ crée un champ électrique élémentaire au point M, d'expression $dE_x(M) = \frac{k.\lambda}{x}\cos(\alpha)d\alpha$, où OM = x : distance entre le point M et le fil.



1-a) Utiliser l'expression ci-dessus pour exprimer **les normes** des vecteurs champs électriques créés par chacun des fils AB, BC, CD et DA au centre O du carré de côté 2a, sachant que les fils AB, BC sont chargés avec une densité λ constante et **positive** alors que les fils CD et DA sont chargés avec une densité constante **négative** –λ.



D'où l'expression des normes :

$$E_{AB} = E_{BC} = E_{CD} = E_{DA}$$

$$= \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{k\lambda}{a} \cos\alpha \, d\alpha = \frac{k\lambda}{a}\sqrt{2}$$

b) Représenter les vecteurs $\vec{E}_{AB}(O)$, $\vec{E}_{BC}(O)$, $\vec{E}_{CD}(O)$ et $\vec{E}_{DA}(O)$.

Voir figure.

2- a) En déduire l'expression de la norme du champ total $\vec{E}(O)$.

b) Représenter ce vecteur.

On a montré que $\vec{E}(O) = 2\vec{E}_{AB} + 2\vec{E}_{BC}$

où $\vec{E}_{AB} \cdot \vec{E}_{BC} = 0$ donc

$$\|\vec{E}(O)\| = \left(4E_{AB}^2 + 4E_{BC}^2\right)^{1/2}$$

$$= \left(8E_{AB}^2\right)^{1/2} = 2\sqrt{2}\, E_{AB}$$

$$= 4\frac{k\lambda}{a}$$

Exercice 3 Les parties **I** et **II** sont indépendantes **(6 points)**

I- On considère le potentiel électrique d'expression $V(x,y,z) = 2x^2y - \frac{zy^3}{x}$.

1- Exprimer les composantes E_x, E_y et E_z du vecteur champ électrique, créé par cette distribution.

2- En déduire la norme du champ électrique $\vec{E}$ au point P (1, 1,1).

1) $\vec{E} = \begin{vmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 4xy + zy^3/x^2 \\ 2x^2 - 3zy^2/x \\ -y^3/x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -4xy - \frac{zy^3}{x^2} \\ -2x^2 + 3\frac{zy^2}{x} \\ \frac{y^3}{x} \end{vmatrix}$

2) $\vec{E}(1,1,1) = \begin{vmatrix} -5 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} \Rightarrow \|\vec{E}(1,1,1)\| = 3\sqrt{3}$

II- Un dipôle électrique (-Q,+Q) crée en un point M quelconque du plan (xoy), un potentiel électrostatique, d'expression : $V(r,\theta) = k.Q.a.\frac{\cos(\theta)}{r^2}$; Où k, Q, a sont des constantes positives.

On donne le gradient en coordonnées polaires : $\vec{grad}\left(\frac{\partial}{\partial r}, \frac{1}{r}.\frac{\partial}{\partial \theta}\right)$

1- Exprimer les composantes du vecteur champ électrique créé au point M.

2- Donner en fonction de k, Q, a et r_0 les composantes au point $\vec{E}(M_0)$, tel que: $r = r_0$, et $\theta_0 = \pi/4$.

1) $\vec{E} = \begin{vmatrix} E_r \\ E_\theta \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} kQa\,\frac{\cos\theta}{r^3} \times (-2) \\ \frac{kQa}{r}\,\frac{-\sin\theta}{r^2} \end{vmatrix} = \frac{kQa}{r^3}\begin{vmatrix} 2\cos\theta \\ \sin\theta \end{vmatrix}$

2) $\vec{E}(r_0, \pi/4) = \frac{kQa}{r_0^3}\begin{vmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2}/2 \end{vmatrix}$