



## THLR Contrôle (35 questions), Septembre 2016

Nom et prénom, lisibles :

Odile Guillaume

Identifiant (de haut en bas) :

☐0 ☐1 ☒2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

☒0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

☒0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☒7 ☐8 ☐9

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☒5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

**Q.1** Ne rien écrire sur les bords de la feuille, ni dans les éventuels cadres grisés « ». Noircir les cases plutôt que cocher. Renseigner les champs d'identité. Les questions marquées par « » peuvent avoir plusieurs réponses justes. Toutes les autres n'en ont qu'une; si plusieurs réponses sont valides, sélectionner la plus restrictive (par exemple s'il est demandé si 0 est nul, non nul, positif, ou négatif, cocher nul). Il n'est pas possible de corriger une erreur, mais vous pouvez utiliser un crayon. Les réponses justes créditent; les incorrectes pénalisent; les blanches et réponses multiples valent 0.

J'ai lu les instructions et mon sujet est complet: les 4 entêtes sont +201/1/xx+...+201/4/xx+.

**Q.2** Que ne traite pas la théorie des langages ?

☐ l'écrit ☒ la voix ☐ HTML ☐ l'ADN ☐ Java

**Q.3** Pour tout langage  $L$ , le langage  $L^+ = \cup_{i>0} L^i$

☐ contient toujours  $\epsilon$  ☐ ne contient pas  $\epsilon$  ☒ peut contenir  $\epsilon$  mais pas forcément

**Q.4** Que vaut  $\emptyset \cdot L$  ?

☐  $\{\epsilon\}$  ☐  $\epsilon$  ☐  $L$  ☒  $\emptyset$

**Q.5** Que vaut  $\text{Fact}(L)$  (l'ensemble des facteurs) :

☐  $\text{Pref}(\text{Pref}(L))$  ☐  $\text{Pref}(\overline{\text{Pref}(L)})$  ☐  $\text{Suff}(\text{Suff}(L))$  ☐  $\text{Suff}(\overline{\text{Pref}(L)})$   
☒  $\text{Suff}(\text{Pref}(L))$

**Q.6** Que vaut  $\text{Fact}(\{a\}\{b\}^*)$  (l'ensemble des facteurs)

☒  $\{a\}\{b\}^* \cup \{b\}^*$  ☐  $\{\epsilon\} \cup \{a\}\{a\}\{a\}^*$  ☐  $\{a\}\{b\}^*\{a\}$  ☐  $\{a, b\}^*\{b\}\{a, b\}^*$   
☐  $\{b\}\{a\}^* \cup \{b\}^*$

**Q.7** Pour toutes expressions rationnelles  $e, f$ , on a  $e + f \equiv f + e$ .

☒ vrai ☐ faux

**Q.8** Pour toutes expressions rationnelles  $e, f$ , on a  $(e + f)^* \equiv (e^* + f)^*$ .

☒ faux ☒ vrai

**Q.9** Un langage quelconque

☐ peut avoir une intersection non vide avec son complémentaire  
☐ n'est pas nécessairement dénombrable  
☐ peut n'être inclus dans aucun langage dénoté par une expression rationnelle  
☒ est toujours inclus ( $\subseteq$ ) dans un langage rationnel

**Q.10** Soit  $\Sigma$  un alphabet. Pour tout  $a \in \Sigma, L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*, n > 1$ , on a  $L_1^n = L_2^n \implies L_1 = L_2$ .

☐ vrai ☒ faux

**Q.11** Ces deux expressions rationnelles :

$(a^* + b)^* + c((ab)^*(bc))^*(ab)^*$   $c(ab + bc)^* + (a + b)^*$



-1/2

- ☐ sont identiques    ☒ ne sont pas équivalentes    ☒ sont équivalentes  
☐ dénotent des langages différents

2/2

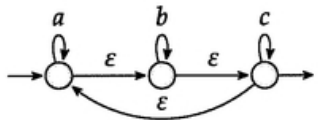
Q.12 Un automate fini ne reconnaît que des langages finis  
☒ faux    ☐ vrai

2/2

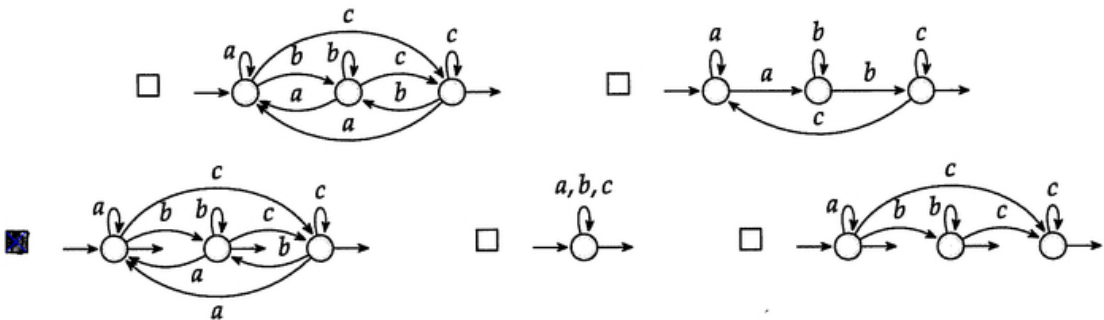
Q.13 L'automate de Thompson de l'expression rationnelle  $(ab)^*c$   
☐ est déterministe    ☒ a 8, 10, ou 12 états    ☐ n'a aucune transition spontanée  
☐ ne contient pas de cycle

2/2

Q.14 Combien d'états a l'automate de Thompson auquel je pense?  
☐ 9    ☐ 1    ☐ 7    ☒ 4

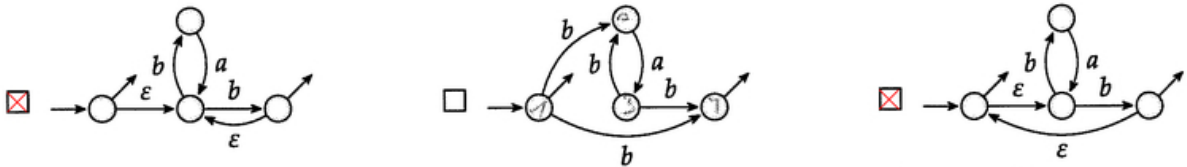
Q.15  Quel est le résultat d'une élimination arrière des transitions spontanées?

2/2



0/2

Q.16 Parmi les 3 automates suivants, lesquels sont équivalents?



☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

0/2

Q.17 Le langage  $\{\sigma^n \varphi^n \mid \forall n \in \mathbb{N} : n < 242^{51} - 1\}$  est  
☒ rationnel    ☐ non reconnaissable par automate fini    ☐ infini    ☐ vide

2/2

Q.18 A propos du lemme de pompage  
☐ Si un langage le vérifie, alors il est rationnel  
☐ Si un langage ne le vérifie pas, alors il n'est pas forcément rationnel  
☒ Si un langage ne le vérifie pas, alors il n'est pas rationnel

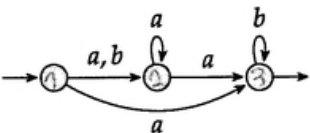
2/2

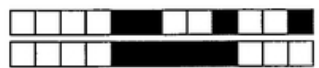
Q.19 Si un automate de  $n$  états accepte  $a^n$ , alors il accepte...  
☐  $(a^n)^m$  avec  $m \in \mathbb{N}^*$     ☐  $a^{n+1}$     ☐  $a^n a^m$  avec  $m \in \mathbb{N}^*$   
☒  $a^p (a^q)^*$  avec  $p \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{N}^* : p + q \leq n$

2/2

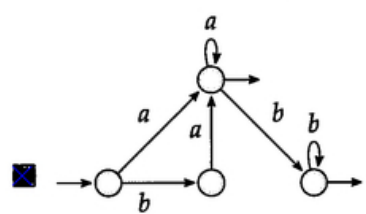
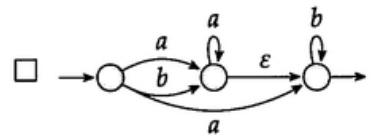
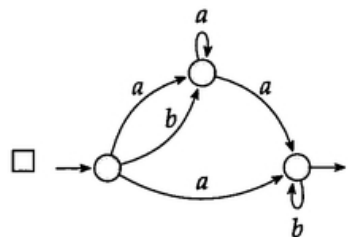
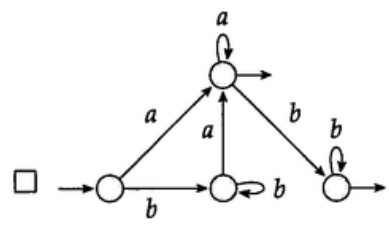
Q.20 Combien d'états au moins a un automate déterministe émondé qui accepte les mots sur  $\Sigma = \{a, b, c, d\}$  dont la  $n$ -ième lettre avant la fin est un  $a$  (i.e.,  $(a + b + c + d)^* a (a + b + c + d)^{n-1}$ ):

- ☒  $2^n$     ☐ Il n'existe pas.    ☐  $\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$     ☐  $4^n$

Q.21 Déterminiser cet automate. 



2/2



Q.22 ☸ Quelle(s) opération(s) préserve(nt) la rationalité?

1.2/2

- ☒ Pref ☒ Fact ☒ Suff ☒ Transpose ☒ Sous-mot  
☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Q.23 Soit  $Rec$  l'ensemble des langages reconnaissables par DFA, et  $Rat$  l'ensemble des langages définissables par expressions rationnelles.

0/2

- ☐  $Rec \subseteq Rat$  ☐  $Rec \supseteq Rat$  ☐  $Rec \not\subseteq Rat$  ☒  $Rec = Rat$

Q.24 ☸ Quelle(s) opération(s) préserve(nt) la rationalité?

1.2/2

- ☒ Différence ☒ Différence symétrique ☒ Intersection ☒ Union  
☒ Complémentaire ☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Q.25 Si  $L_1, L_2$  sont rationnels, alors :

2/2

- ☒  $(L_1 \cap \overline{L_2}) \cup (\overline{L_1} \cap L_2)$  aussi ☐  $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} L_1^n \cdot L_2^n$  aussi ☐  $\overline{L_1 \cap L_2} = \overline{L_1} \cap \overline{L_2}$   
☐  $L_1 \subseteq L_2$  ou  $L_2 \subseteq L_1$

Q.26 On peut tester si un automate déterministe reconnaît un langage non vide.

0/2

- ☒ Oui ☐ Non ☐ Seulement si le langage n'est pas rationnel  
☐ Cette question n'a pas de sens

Q.27 En soumettant à un automate un nombre fini de mots de notre choix et en observant ses réponses, mais sans en regarder la structure (test boîte noire), on peut savoir s'il...

2/2

- ☐ a des transitions spontanées ☐ accepte un langage infini ☐ est déterministe  
☒ accepte le mot vide

Q.28 Si  $L$  et  $L'$  sont rationnels, quel langage ne l'est pas nécessairement?

2/2

- ☐  $\{u \in \Sigma^* \mid u \in L \wedge u \in L'\}$  ☐  $\{u \in \Sigma^* \mid u \in L\}$  ☒  $\{u^n v^n \mid u \in L, v \in L', n \in \mathbb{N}\}$   
☐  $\{u \in \Sigma^* \mid u \in L \wedge u \notin L'\}$

Q.29 Combien d'états a l'automate minimal qui accepte le langage  $\{a, ab, abc\}$ ?

2/2

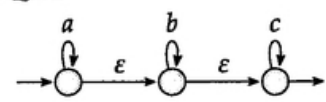
- ☐ Il n'existe pas. ☐ 7 ☒ 4 ☐ 6

Q.30 Combien d'états a l'automate minimal qui accepte le langage  $\{a, b, c, \dots, y, z\}^+$ ?

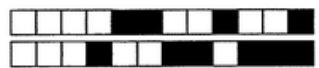
0/2

- ☐ 1 ☐ 52 ☒ 2 ☐ 26 ☐ Il en existe plusieurs!

Q.31



Si on élimine les transitions spontanées de cet automate, puis qu'on applique la déterminisation, alors l'application de BMC conduira à une expression rationnelle équivalente à :



- 2/2
- ☐  $(a + b + c)^*$
- ☐  $(abc)^*$
- ☐  $a^* + b^* + c^*$
- ☒  $a^*b^*c^*$

Q.32 Considérons  $\mathcal{P}$  l'ensemble des *palindromes* (mot  $u$  égal à son tranposé/image miroir  $u^R$ ) de longueur paire sur  $\Sigma$ , i.e.,  $\mathcal{P} = \{v \cdot v^R \mid v \in \Sigma^*\}$ .

- 2/2
- ☒  $\mathcal{P}$  ne vérifie pas le lemme de pompage
- ☐ Il existe un NFA qui reconnaisse  $\mathcal{P}$
- ☐ Il existe un  $\varepsilon$ -NFA qui reconnaisse  $\mathcal{P}$
- ☐ Il existe un DFA qui reconnaisse  $\mathcal{P}$

Q.33 Quels états peuvent être fusionnés sans changer le langage reconnu.

2/2

☐ 0 avec 1 et avec 2  
☒ 3 avec 4  
☒ 1 avec 2  
☐ 1 avec 3  
☐ 2 avec 4  
☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Q.34 Sur  $\{a, b\}$ , quel est le complémentaire de  $\rightarrow \text{---} \overset{a}{\curvearrowright} \text{---} \overset{b}{\curvearrowleft} \text{---} \rightarrow$  ?

2/2

☐

☒

☐

Q.35 Sur  $\{a, b\}$ , quel automate reconnaît le complémentaire du langage de  $\rightarrow \text{---} \overset{a}{\curvearrowright} \text{---} \overset{b}{\curvearrowright} \text{---} \overset{a,b}{\curvearrowright} \text{---} ?$

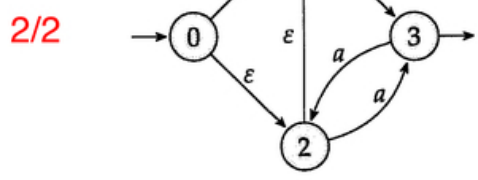
2/2

☐

☒

☐

Q.36



- Quel est le résultat de l'application de BMC en éliminant 1, puis 2, puis 3 et enfin 0 ?
- ☐  $(ab^* + (a + b)^*)(a + b)^+$
- ☐  $(ab^* + (a + b)^*)a(a + b)^*$
- ☐  $(ab^* + a + b^*)a(a + b^*)$
- ☒  $(ab^* + a + b^*)(a(a + b^*))^*$
- ☐  $(ab^* + a + b^*)a(a + b)^*$