10

EPITA /S_2 #   Janvier 2019

NOM : DARCHE .... PRENOM : Flavien .... Groupe : A2#

Partiel de Physique

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés.

Réponses exclusivement sur le sujet

18,5 / 20

T.13

QCM (4 points, sans points négatifs)

1- Lorsqu'un système fermé (**gaz parfait**) subit une transformation **isotherme**, la quantité de chaleur échangée avec le milieu extérieur est

a) $Q=0$ b) $Q=\Delta U$ c) $Q=W$ d) $Q=-W$

2- La loi de Laplace en fonction de la température et le volume d'un gaz parfait s'écrit :

a) $T^{\gamma}.V=c$ b) $T^{\gamma-1}.V=c$ c) $T.V^{\gamma-1}=c$ d) $T.V^{\gamma+1}=c$

« c » est une constante

3- Lors d'un cycle la variation d'énergie interne vérifie :

a) $\Delta U>0$ b) $\Delta U<0$ c) $\Delta U=0$

4- Le travail W pour une détente **isobare d'une mole de gaz parfait**, du volume V_1 vers le volume V_2 est

a) $W = RT\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$ c) $W = -RT\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

b) $W=0$ d) $W = -P(V_1 - V_2)$

3,5 / 4

5- Un gaz parfait subit une transformation **adiabatique** de l'état (1) de variables (P_1,V_1) vers l'état (2) de variables (P_2,V_2). Le volume V_2 vérifie alors :

a) $V_2 = V_1.\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/\gamma}$ b) $V_2 = V_1.\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1/\gamma}$ c) $V_2 = V_1.\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{-\gamma}$ d) $V_2 = \gamma.V_1$

6- Parmi les grandeurs physiques suivantes, laquelle ne représente pas une fonction d'état ?

a) L'enthalpie H

b) L'énergie interne U

c) Le travail des forces de pression W

7- La différentielle de l'énergie interne dU d'un gaz, donnée par le premier principe s'écrit :

a) $dU = -PdV + Q$ b) $dU = -PdV + \delta Q$ c) $dU = -PdV + dQ$

8- Les grandeurs d'état températures et volumes d'un gaz parfait qui subit une transformation **isobare**, de l'état (1) vers l'état (2) vérifient :

a) $T_1.V_2 = T_2.V_1$ b) $T_1.V_1 = T_2.V_2$ c) $\frac{V_1}{T_2} = \frac{T_1}{V_2}$

Exercice 1 (4 points) **Les questions 1 et 2 sont indépendantes**

1- Dans un calorimètre de capacité thermique 100 $J.K^{-1}$, on introduit 100 g d'eau, l'ensemble est à 20°C. On y ajoute 100 g d'huile à 100°C (température inférieure à sa température d'ébullition). La température finale est de 40°C.
Calculer la capacité massique de l'huile. On donne : $C_{eau} = 4200\ J.kg^{-1}.K^{-1}$

$m_1 = 100g \quad m_2 = 100g \qquad \sum Q_i = 0$

$\theta_1 = 20°C \quad \theta_2 = 100°C$

$\theta_{eq} = 40°C$

$m_1 C_e(\theta_{eq} - \theta_1) + m_2 C_h(\theta_{eq} - \theta_2) + C_{cal}(\theta_{eq} - \theta_1) = 0$

$(\theta_{eq} - \theta_1)(m_1 C_e + C_{cal}) = -m_2 C_h(\theta_{eq} - \theta_2)$

$C_h = \dfrac{-(\theta_{eq} - \theta_1)(m_1 C_e + C_{cal})}{m_2(\theta_{eq} - \theta_2)}$

2

AN: $\dfrac{-(40-20)(0{,}1 \times 4200 + 100)}{0{,}1 \times (400-100)} = \dfrac{-20 \times 520}{0{,}1 \times -60} = \dfrac{-20 \times 520}{-6}$

$= \dfrac{5200}{3} JK^{-1}$

2- Quelle est la quantité de chaleur nécessaire pour convertir 10 g de glace à -20°C en vapeur à 100°C ?
Capacité massique de l'eau : $Ce = 4200\ J.kg^{-1}.K^{-1}$
Chaleur latente de fusion de la glace : $L_f = 335.10^3 J.kg^{-1}$
Capacité massique de la glace : $Cg = 2.10^3 J.kg^{-1}.K^{-1}$
Chaleur latente de vaporisation : $Lv = 225.10^4\ J.kg^{-1}$

$-20°C \xrightarrow{C_g} 0°C \xrightarrow{L_f} 0°C \xrightarrow{C_e} 100°C \xrightarrow{L_v} 100°C$

1

20

$m_1 C_g(0-20) + m_1 L_f + m_1 C_e(100-0) + L_v m_1 = Q_{tot}$

$\Leftrightarrow m_1(-20C_g + L_f + 100C_e + L_v)$

AN: $0{,}01 \times (-20 \times 2 \times 10^3 + 335 \times 10^3 + 100 \times 4200 + 225 \times 10^4)$

$= 0{,}01 \times (295 \times 10^3 + 420 \times 10^3 + 2250 \times 10^3)$

$= 0{,}01 \times 2965 \times 10^3$

$= 29\,650\ JK^{-1}$

$100g = 10^{-1} kg$

<u>Exercice 2</u> ***Partie Cours**. Les questions sont indépendantes* (5 points)

1- Lors d'une transformation **adiabatique** d'un gaz parfait, l'énergie interne élémentaire dU et l'enthalpie élémentaire dH s'écrivent : $dU = -PdV = C_V\, dT$ et $dH = VdP = C_p\, dT$.
<u>En déduire l'expression de la loi de Laplace.</u>

$$\frac{dH}{dU} = \frac{VdP}{-PdV} = \frac{c_p}{c_v} = \gamma$$

$$\Leftrightarrow VdP = -\gamma PdV$$

$$\Leftrightarrow \frac{dP}{-P} = \gamma \frac{dV}{V} \quad \Leftrightarrow -\ln(P) = \gamma \ln(V) + cst$$

$$\Leftrightarrow -\ln(P) + cst = \ln(V^\gamma) + cst$$

$$\Leftrightarrow \ln(P) + \ln(V^\gamma) = cst$$

$$\Leftrightarrow PV^\gamma = cst$$

2

2- Utiliser la relation de Meyer et la définition du coefficient de Laplace γ, pour retrouver **les capacités molaires** c_v et c_p, en fonction de la constante des gaz parfaits R et le coeficient de Laplace γ.

$$\frac{c_p}{c_v} = \gamma \qquad c_p - c_v = nR$$

$$\begin{cases} \frac{c_p}{c_v} = \gamma \\ c_p - c_v = nR \end{cases}$$

1

Dans le système en remplaçant on trouve

$$c_v = \frac{R}{\gamma - 1} \qquad c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$$

3- Donner le travail des forces de pression W_{AB} d'une transformation isobare de A vers B d'un gaz parfait, en déduire que la quantité de chaleur à pression constante s'écrit: $Q_p = nc_p\Delta T$

Transformation isobare : $P = cst$

$H = U + PV \qquad W_{AB} = -\int PdV = -P\int dV = -P(V_B - V_A)$

$dH = dU + dPV$

$dH = \delta Q + \delta W + dPV \Leftrightarrow mc_p dT = \delta Q - PdV + d(PV)$

~~$\delta Q = dH$~~ $\qquad \Leftrightarrow mc_p dT = \delta Q \cancel{-PdV} + \underbrace{VdP}_{=0} \cancel{+PdV}$

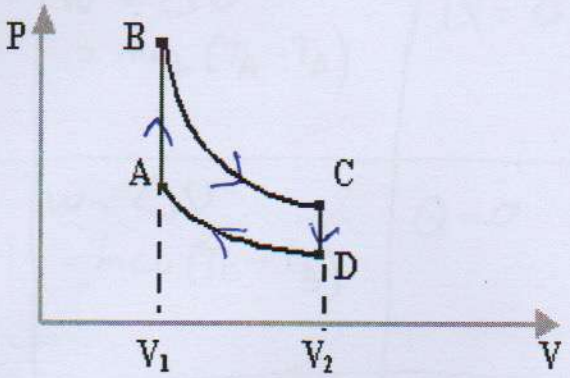
$\Leftrightarrow \delta Q = mc_p\, dT$

$Q = mc_p \Delta T$

2

Exercice 3 (7 points)

Un moteur fonctionne selon le Cycle de Beau de Rochas : n moles de gaz parfait décrivent le cycle **ABCDA** représenté sur la figure ci-dessous. (de A vers B vers C vers D vers A)



Les transformations **DA et BC sont des adiabatiques** alors que les transformations CD et AB sont des **isochores**. On désigne par **a =V_2 / V_1 :** le rapport des volumes.

1- a) Donner une écriture de la loi de Laplace en fonction **de la température et du volume**.

$PV^\gamma = cst$

$PV = mRT$

$P = \frac{mRT}{V}$

$\frac{mRT}{V} \times V^\gamma = cst$

$\frac{T}{V} \times V^\gamma = cst$

$T \times V^{\gamma-1} = cst$

1

b) En déduire les relations suivantes : $T_B(V_1)^{\gamma-1} = T_C(V_2)^{\gamma-1}$ et $T_A(V_1)^{\gamma-1} = T_D(V_2)^{\gamma-1}$.

adiabatique B → C

$\boxed{T \times V^{\gamma-1} = cst}$

$T_B \times V_1^{\gamma-1} = T_C \times V_2^{\gamma-1}$

$V_B = V_1$

$V_C = V_2$

adiabatique D → A

$T_D \times V_2^{\gamma-1} = T_A \times V_1^{\gamma-1}$

$V_D = V_2$

$V_A = V_1$

1

2- Exprimer les quantités de chaleur Q et les travaux W pour chacune des transformations du cycle.

Transformation	$W = -\int P dV$	$Q = \Delta U - W$	$\Delta U = mc_V \Delta T$
D → A adiabatique	$W = \Delta U = mc_V(T_A - T_D)$	$Q = 0$	$\Delta U = mc_V(T_A - T_D)$
B → C adiabatique	$W = \Delta U = mc_V(T_C - T_B)$	$Q = 0$	$\Delta U = mc_V(T_C - T_B)$
A → B isochore	$W = 0$	$Q = \Delta U = mc_V(T_B - T_A)$	$\Delta U = mc_V(T_B - T_A)$
C → D isochore	$W = 0$	$Q = \Delta U = mc_V(T_D - T_C)$	$\Delta U = mc_V(T_D - T_C)$

3

3- En déduire le rendement du cycle donné par : $r = \frac{Q_{AB}+Q_{CD}}{Q_{AB}}$ en fonction des températures.

$$r = \frac{Q_{AB}+Q_{CD}}{Q_{AB}} = 1 + \frac{Q_{CD}}{Q_{AB}} = 1 + \frac{mc_V(T_D-T_C)}{mc_V(T_B-T_A)}$$

$$= 1 + \frac{T_D-T_C}{T_B-T_A}$$

1P

4- Montrer que ce rendement s'exprime en fonction de **a** et γ, tel que : $a = V_2 / V_1$
Faire le calcul pour : $\mathbf{a = 9}$; $\boldsymbol{\gamma = 1{,}4}$. On donne : $9^{-0,4} \approx 0{,}4$

Indice de calcul : $\frac{T_C-T_D}{T_B-T_A} = \frac{T_D}{T_A} = \frac{T_C}{T_B}$

$$1 + \frac{T_D-T_C}{T_B-T_A} = 1 - \frac{T_C-T_D}{T_B-T_A}$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{T_D}{T_A} \Leftrightarrow 1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

$$\Leftrightarrow 1 - a^{\gamma-1}$$

1,5

$$AN : 1 - 9^{1,4-1} = 1 - 9^{0,4} = 1 - 0{,}4$$

$$= 0{,}6$$

Rendement de $\simeq$ 60 %