

Contents

1	Introduction	2
2	Question 1: Estimation de la courbe de rendement NS et Svensson	2
2.1	Définition	2
2.2	Importation des données sur WRDS	3
2.3	Explication de notre code	3
2.4	Présentation des résultats	4
3	Question 2: Comparaison de nos résultats à ceux de la FED	5
3.1	Définition	5
3.2	Explication de notre code	7
3.3	Présentation des résultats	9
4	Question 3: Discussion de deux changements majeurs dans la structure des taux	10
5	Question 4: Analyse de l'évolution du spread de crédit	12
5.1	Définition	12
5.2	Explication de notre code	12
5.3	Présentation des résultats	13
6	Conclusion	14
A	Annexe	15
A.1	Images	15

1 Introduction

La modélisation de la courbe des rendements des obligations est un aspect essentiel de l'analyse financière et de la gestion des risques. Dans ce rapport, nous nous penchons sur l'estimation de la courbe de rendement NS (Nelson-Siegel) et du modèle de Svenson, en explorant les techniques économétriques nécessaires à cette fin. Nous examinons également la comparaison des résultats obtenus avec ceux de la FED (Réserve fédérale des États-Unis) afin de valider notre modèle. Enfin, nous discutons des changements majeurs observés dans la structure à terme des taux d'intérêt et analysons l'évolution du spread de crédit pour les obligations à haut rendement par rapport aux obligations de première qualité sur une période définie.

2 Question 1: Estimation de la courbe de rendement NS et Svenson

2.1 Définition

Le modèle Nelson-Siegel (1987) est utilisé pour générer la structure par terme des taux d'intérêt et l'estimation de la courbe des rendements. Des techniques de modélisation économétrique sont nécessaires pour calibrer les valeurs de plusieurs entrées de ce modèle. Pratiquement n'importe quelle forme de courbe de rendement peut être interpolée à l'aide du modèle Nelson-Siegel (1987), largement utilisé par les banques du monde entier. Le modèle Nelson-Siegel augmenté (1987) est exécuté avec 6 paramètres d'estimation de courbe. S'il est correctement modélisé, il peut être adapté à presque toutes les formes de courbe de rendement. Le calibrage des entrées de ce modèle nécessite une maîtrise des techniques de modélisation économétrique et d'optimisation des erreurs.

La fonction de Svenson ou Nelson-Siegel augmenté est donnée par la formule suivante:

$$y_t(n) = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1 - \exp\left(-\frac{n}{\tau_1}\right)}{\frac{n}{\tau_1}} \right) \quad (1)$$

$$+ \beta_2 \left(\frac{\frac{n}{\tau_1}}{1 - \exp\left(-\frac{n}{\tau_1}\right)} - \exp\left(-\frac{n}{\tau_1}\right) \right) \quad (2)$$

$$+ \beta_3 \left(\frac{\frac{n}{\tau_2}}{1 - \exp\left(-\frac{n}{\tau_2}\right)} - \exp\left(-\frac{n}{\tau_2}\right) \right) \quad (3)$$

Où $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \tau_1$ et τ_2 sont les paramètres constants et T est le délai jusqu'à l'échéance en unités annuelles.

Nelson-Siegel est obtenu en posant $\beta_3 = 0$.

$$y_t(n) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1 - \exp\left(-\frac{n}{\tau_1}\right)}{n/\tau_1} \quad (4)$$

$$+ \beta_2 \left[\frac{n/\tau_1}{1 - \exp\left(-\frac{n}{\tau_1}\right)} \right] \quad (5)$$

Dans le cadre de ce devoir, nous avons importé les données du marché des obligations zéro coupons de maturité partant de 1 an, jusqu'à 30 ans à partir de notre compte WRDS.

2.2 Importation des données sur WRDS

La procédure d'importation était la suivante:

- Nous nous sommes connecté à notre compte étudiant WRDS
- Nous avons cliqué sur l'ongat "Get Data"
- Nous avons cliqué sur l'ongat "CRSP"
- Nous avons cliqué sur le bouton "Treasuries"
- Nous avons cliqué sur le bouton "Daily Time Series"
- Puis nous avons sélectionné la plage de temps qui allait du 14 Juin 1961 à aujourd'hui
- Puis nous avons configuré quelques contraintes, comme la suppression des obligation de moins de 3 mois, et de plus de 30 ans.
- Puis nous avons join notre adresse mail HEC et nous avons envoyé la requête à WRDS
- WRDS nous a envoyé un mail contenant le lien vers la page pour télécharger le fichier csv des données que nous avons importée

Nous avons quelques données manquantes en ce qui concerne les taux de certaines échéances intermédiaires.

2.3 Explication de notre code

Nous importons les bibliothèques et des données : Le code commence par l'importation de bibliothèques utiles, puis on charge les données à partir de notre fichier CSV. Nous faisons un prétraitement des données : ici, on définit une plage de dates et on filtre les données en fonction de cette plage, nous le faisons par souci de puissance de calcul, mais aussi pour s'assurer que nous

ayons les mêmes plages de comparaison avec les données de la FED à la question suivante. Nous faisons un tracé de la courbe des taux du marché : on trace des graphiques montrant les courbes des taux d'échantillon , puis les courbes des taux de Nelson Siegel non estimé. Nous faisons une estimation des paramètres du modèle de Nelson-Siegel : on initialise les paramètres du modèle de Nelson-Siegel et on estime ensuite les paramètres à partir des données fournies. Nous visualisons des résultats du modèle de Nelson-Siegel : On trace la courbe de rendement estimée à partir des paramètres estimés. Nous faisons ensuite une estimation des paramètres du modèle de Svenson : on suit le même processus que décrit précédemment pour l'estimation des paramètres du modèle de Nelson-Siegel, mais cette fois-ci pour le modèle de Svenson. Nous visualisons les résultats du modèle de Svenson : on trace la courbe de rendement estimée à partir des paramètres estimés pour le modèle de Svenson. Nous sauvegardons les résultats : Enfin, on sauvegarde les résultats dans des fichiers Excel. Le fichier `data_treated_ns.xlsx` et `data_treated_svenson.xlsx` Pour le modèle de Nelson Siegel et le modèle de Svenson respectivement. Le code est bien structuré, avec des commentaires expliquant chaque étape.

2.4 Présentation des résultats

Nous illustrons l'allure des taux du marché, à partir des deux graphes suivants pour la journée du 08 MARS 2022.

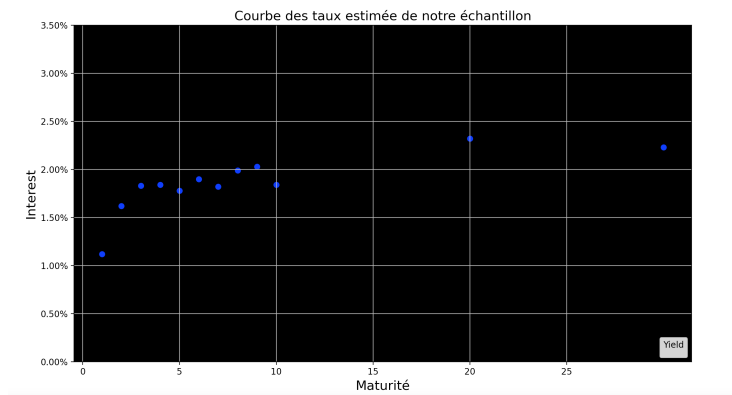


Figure 1: Courbe des taux de notre échantillon

Nous voyons bien le creux qu'il y a sur les données de wrds, du au manque des échéances de 11 à 19 ans et de 21 à 29 ans.

Estimation estimation du paramètre du modèle de Nelson Siegel Augmenté ou Svenson:

Nous avons développé les fonctions de Nelson-Siegel et Svenson ci-dessus. Nous avons également développé une fonction pour le calcul de MSE (Mean

square error) que nous cherchons à minimiser. Nous avons initialisé nos paramètres à estimer $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \tau_1$ et τ_2 , par 0.1 pour les beta et 1.0 pour les theta, ce qui est reconnu dans la littérature comme étant une bonne pratique courante.

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (6)$$

où:

- n est le nombre d'observations,
- Y_i est le taux reel observé i ,
- \hat{Y}_i est le taux estimé par la méthode de NS ou Svenson i

Nous pouvons visualiser au fins de comparaison les taux du marché, et ceux calculés à partir de la fonction de Nelson Siegel non ajusté:

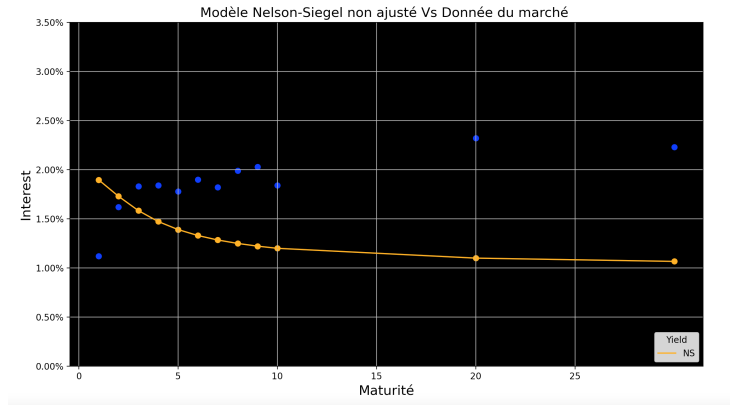


Figure 2: Modèle Nelson-Siegel non ajusté vs donnée wrds

Ci-après la courbe de Nelson-Siegel ajustée aux données de wrds:

Distribution de la série des moyennes de taux de l'échantillon estimé avec le modèle de Nelson Siegel:

3 Question 2: Comparaison de nos résultats à ceux de la FED

3.1 Définition

Pour ce faire, en raison de notre puissance de calcul limitée, nous avons pris les données de la FED sur une plage de quelques années, nous avons estimé notre modèle NS sur ces données. Ensuite nous avons comparé les données issues de

Table 1: Paramètres initiaux et estimés des modèles Nelson-Siegel et Svenson

Paramètre	Valeur Initiale	Valeur Estimée
Nelson-Siegel		
β_0	0.01	0.02
β_1	0.01	-0.02
β_2	0.01	-0.01
λ	1.00	0.70
Svenson		
β_0	0.01	0.02
β_1	0.01	0.00
β_2	0.01	-0.01
β_3	0.01	-0.02
λ	1.00	2.83
k	1.00	0.00

Table 2: Mean Squared Error (MSE) pour les modèles de Nelson Siegel et Svenson

Modèle	MSE
Nelson Siegel	0.0006026021501394089
Svenson	0.0008219673396522851

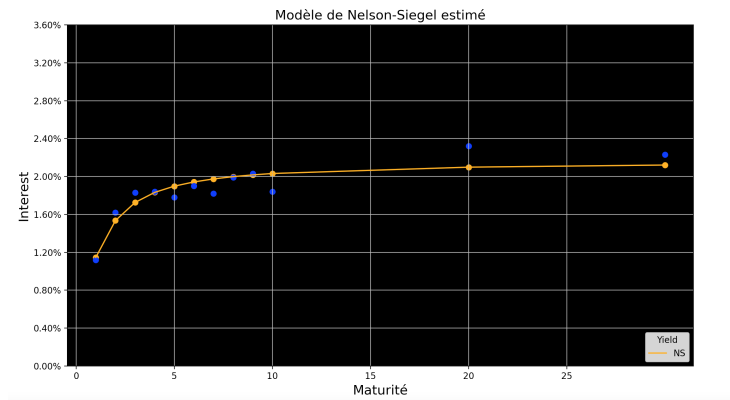


Figure 3: Modèle de Nelson-Siegel estimé avec les données wrds

notre estimation et celle de la FED.

Nous avons notamment calculé le spread ou la différence entre ces données, que nous avons illustrées avec un graphique. Pour finir, nous avons calculé la

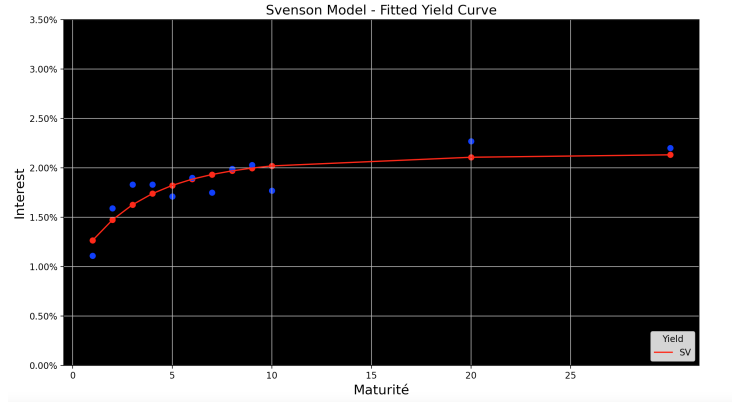


Figure 4: Modèle de Svenson ajustée aux donnée wrds

Table 3: Statistiques descriptives de la moyenne de l'échantillon estimé avec les modèles de Nelson Siegel et Svenson

Statistique	Nelson Siegel	Svenson
Count	12	12
Mean	0.016926	0.017004
Std	0.003878	0.003825
Min	0.007672	0.007709
25%	0.015620	0.015941
50%	0.017977	0.018132
75%	0.019185	0.019202
Max	0.021435	0.021221

moyenne par colonne des taux estimés de notre échantillon wrds et la moyenne par colonne des taux estimés de la FED, pour une même période. Nous avons comparé ces moyennes avec leurs statistiques et leur distribution respective.

3.2 Explication de notre code

Nous faisons une importation des données à partir de fichiers CSV de la FED. Nous filtrons les données pour sélectionner uniquement celles comprises dans la plage de date qui correspond à la même plage que la question précédente, ceci pour mieux faire la comparaison. Avec plus de puissance de calcul, on peut augmenter la longueur de la plage. Nous faisons l'estimation des paramètres d'un modèle de Nelson-Siegel à l'aide de la méthode des moindres carrés, sur les données de la FED. Nous calculons des taux de Svenson à partir des paramètres estimés et nous comparons avec les données observées. Nous avons choisi Sven-

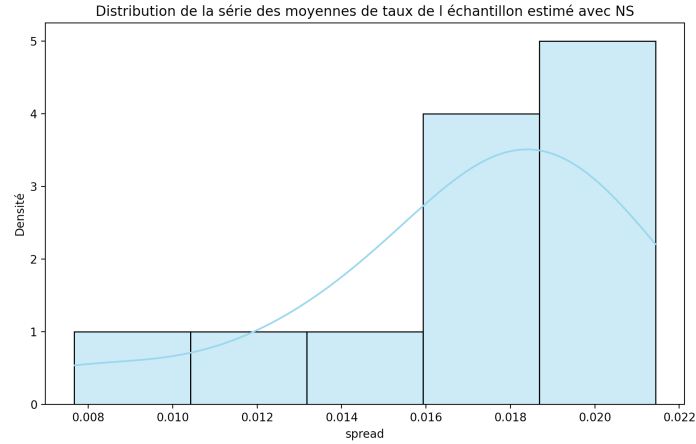


Figure 5: Distribution de la série temporelle des moyennes de taux de l'échantillon wrds estimé avec Nelson-Siegel

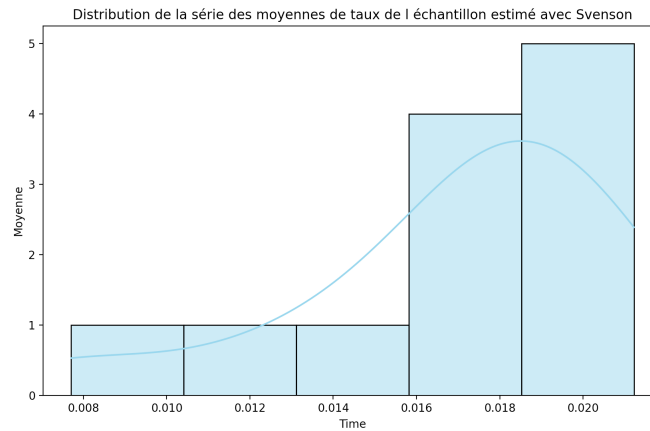


Figure 6: Distribution de la série temporelle des moyennes de taux de l'échantillon wrds estimé avec Nvenson

son car comme nous l'avons vu à la question précédente, il est meilleur que le modèle de Nelson Siegel, de plus les données de la FED semblent être estimées avec un modèle de Svensson car nous voyons bien 6 paramètres dans le fichier, ce qui correspond bien au modèle de Svensson. Nous calculons les spreads des taux entre les taux observés et les taux estimés, ce qui nous permet de vérifier que notre modèle est bien spécifié. Nous comparaisons les moyennes par échéance (maturité) des taux estimés des données de l'échantillon et de la FED, et nous explorons leurs statistiques et leur distribution respective, pour mieux faire la

comparaison. Sauvegarde des résultats dans un fichier Excel. Le code est bien structuré, avec des commentaires expliquant chaque étape.

3.3 Présentation des résultats

Table 4: Statistiques descriptives du spread de taux entre le modèle et la FED

Statistique	Valeur
Count	3.00×10^1
Mean	-3.50×10^{-10}
Std	7.85×10^{-4}
Min	-3.11×10^{-3}
25%	-2.28×10^{-4}
50%	2.48×10^{-5}
75%	1.05×10^{-4}
Max	1.76×10^{-3}

Commentaire: Nous voyons que la moyenne des différence entre les taux de la FED et ceux de notre modèle NS est relativement faible (3%), ce qui montre que notre modèle est bien spécifié. De plus, la volatilité des écarts de taux entre la FED et le modèle NS est de 2%, ce qui illustre la stabilité de notre modèle qui fit bien aux données de la FED.

Table 5: Paramètres de Nelson Siegel estimés pour notre modèle et celui de la FED

Paramètre	Estimation échantillon WRDS	Estimation de la FED
β_0	0.02	0.03
β_1	-0.02	-0.02
β_2	-0.0	-0.0
λ	0.7	12.74

Table 6: Mean Squared Error (MSE) estimé par l'échantillon WRDS et par la FED

Estimateurs	Estimation échantillon WRDS	La FED
MSE	0.0006026021501394089	0.003031743737499709

On a la distribution de la série des moyennes des taux de FED estimé avec le modèle de Nelson Siegel:

On a la distribution des séries de moyennes des taux de la FED et de notre échantillon WRDS

Table 7: Comparaison des statistiques descriptives de la moyenne des taux estimés avec le modèle de Nelson Siegel par WRDS et la FED

Statistique	WRDS	FED
Count	30	12
Mean	0.016026	0.016926
Std	0.004229	0.003878
Min	0.007410	0.007672
25%	0.013133	0.015620
50%	0.017180	0.017977
75%	0.019563	0.019185
Max	0.021052	0.021435

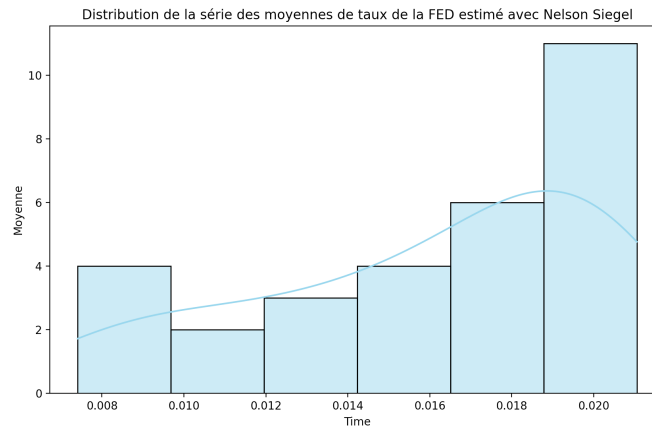


Figure 7: Distribution de la série des moyennes des taux de FED estimé avec le modèle de Nelson Siegel

Commentaire: Nous voyons un léger gap entre la série de la moyenne des taux de la FED et la série de la moyenne des taux de notre échantillon WRDS. Ceci s'explique par le fait les données de la FED disposent de plusieurs échéances d'obligation contrairement à notre échantillon WRDS. Or nous savons que plus on augmente les données mieux le modèle performant.

4 Question 3: Discussion de deux changement majeur dans la structure des taux

Pour répondre à cette question, nous avons un dataframe "résultat2" qui présente les taux des obligation de la FED par échéance (les colonnes) et par date (les lignes). Nous avons divisé le dataframe en trois parties. La première partie est

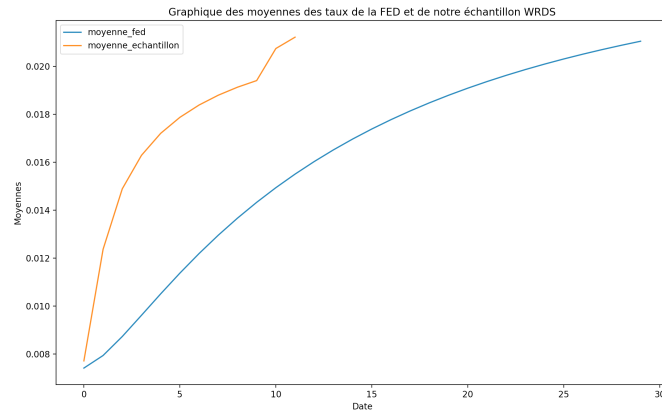


Figure 8: Distribution des séries de moyennes des taux de la FED et de notre échantillon WRDS

le groupe des obligation d'échéance de court terme, la deuxième partie celle des moyens terme, et la troisième partie, celle des longs terme. Puis nous avons tracé une courbe qui présente l'évolution de chacune de ces trois parties dans le temps.

Nous trouvons alors la courbe suivante:

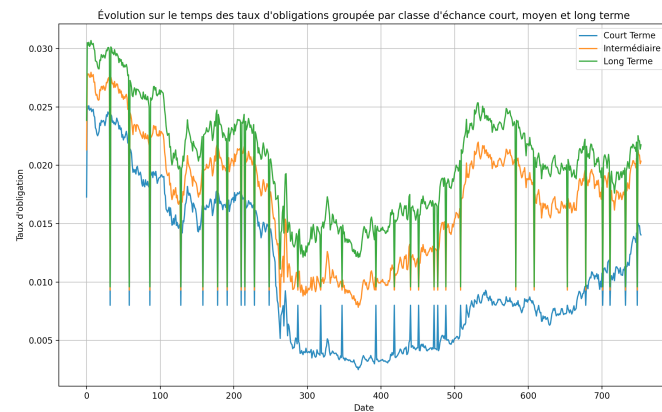


Figure 9: Evolution des taux des obligations de court, moyen et long terme en fonction du temps

Les deux changements majeurs observés dans la structure à terme des taux d'intérêt des obligations de notre échantillon sont:

- La baisse significative des taux d'intérêt à long terme : Depuis quelques

années, on observe une tendance générale à la baisse des taux d'intérêt à long terme, ce qui a entraîné une courbure de la courbe des rendements.

- La baisse de la volatilité des taux d'intérêt : Une autre évolution majeure depuis plusieurs années est la diminution de la volatilité des taux d'intérêt. Alors que les fluctuations des taux d'intérêt étaient beaucoup plus importantes dans les années précédentes, les marchés ont connu une période de stabilité relative depuis quelques années, avec des mouvements de taux d'intérêt moins prononcés et des périodes de volatilité plus faible.

Ceci peut s'expliquer par la politique monétaire accommodante des banques centrales, dont la FED, qui a abaissé les taux directeurs et favorisé l'assouplissement quantitatif, entraînant la baisse des taux à long terme. La stabilité économique et financière accrue a incité les investisseurs à rechercher des actifs sûrs, contribuant également à la baisse des taux. Parallèlement, l'innovation financière, notamment les produits dérivés et les techniques de gestion des risques, a réduit la volatilité des taux. Ces changements ont des implications majeures sur les marchés financiers, l'économie et la gestion des risques.

5 Question 4: Analyse de l'évolution du spread de crédit

5.1 Définition

Les obligations de première qualité représentent des obligations qui ont de très bonne cotation ou note. Il est question d'analyser l'évolution du spread de crédit de ces obligations avec les obligations à haut rendement. Pour ce faire, nous avons exploré le fichier `trace.CSV` pour récupérer les données qui nous seront utiles pour cette analyse.

5.2 Explication de notre code

Pour analyser l'évolution de la structure à terme des spreads de crédit pour les obligations à haut rendement par rapport aux obligations de première qualité de 2007 à 2010 à partir du fichier `CSV`, vous pouvez suivre ces étapes :

- On charge les données du fichier `CSV` dans un `DataFrame`.
- On sélectionne les colonnes pertinentes, notamment les dates, les spreads de crédit, les rendements et les notes de crédit.
- On filtre les données pour inclure uniquement les années 2007 à 2010.
- On divise les données en deux groupes : obligations à haut rendement et obligations de première qualité (haute notation).
- On calcule les moyennes des spreads de crédit pour chaque groupe pour chaque année.

- On visualise l'évolution des moyennes des spreads de crédit au fil du temps pour chaque groupe.

5.3 Présentation des résultats

Table 8: Statistiques descriptives pour les rendements haut et première qualité

Statistique	Haut Rendement	Première Qualité
Count	4	4
Mean	17.94	22.45
Std	13.63	23.85
Min	5.85	4.03
25%	7.97	4.79
50%	15.18	15.44
75%	25.15	33.11
Max	35.58	54.90

Commentaire : La moyenne des spreads des obligations de haut rendement est de 17.94, tandis que celle des obligations de première qualité est plus élevée à 22.45. Cela suggère que les spreads des obligations de première qualité sont généralement plus élevés que ceux des obligations à haut rendement. Pour les hauts rendements nous avons un écart type de 13.63, indiquant une variabilité modérée des valeurs. En ce qui concerne les premières qualités, l'écart type est beaucoup plus élevé à 23.85, suggérant une plus grande dispersion des valeurs autour de la moyenne.

Nous avons le graphique suivant:

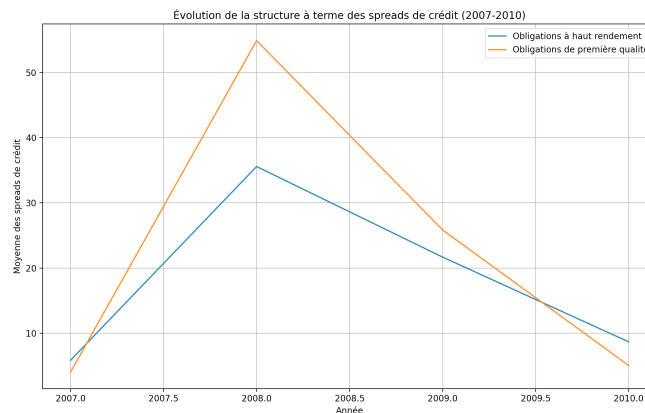


Figure 10: Evolution de la structure à terme des spreads de crédit des obligations à haut rendement et des obligations de premières qualité

Les spreads de crédit des obligations de première qualité sont supérieurs à ceux des obligations de haut rendement en raison de la perception accrue des investisseurs quant aux risques de défaut associés à ces dernières, malgré leur rendement potentiellement plus élevé.

6 Conclusion

En conclusion, notre analyse démontre l'importance de la modélisation précise de la courbe des rendements dans la prise de décision financière. Nous avons réussi à estimer efficacement la courbe de rendement NS et le modèle de Svensson, ce qui nous a permis de comparer nos résultats avec ceux de la FED. Les statistiques et les graphiques obtenus attestent de la robustesse de notre modèle. De plus, l'analyse des changements structurels dans les taux d'intérêt souligne l'impact des politiques monétaires et de l'innovation financière sur les marchés. Enfin, notre analyse du spread de crédit met en lumière les différences significatives entre les obligations à haut rendement et celles de première qualité, fournissant des insights précieux pour les investisseurs et les décideurs financiers.

A Annexe

A.1 Images

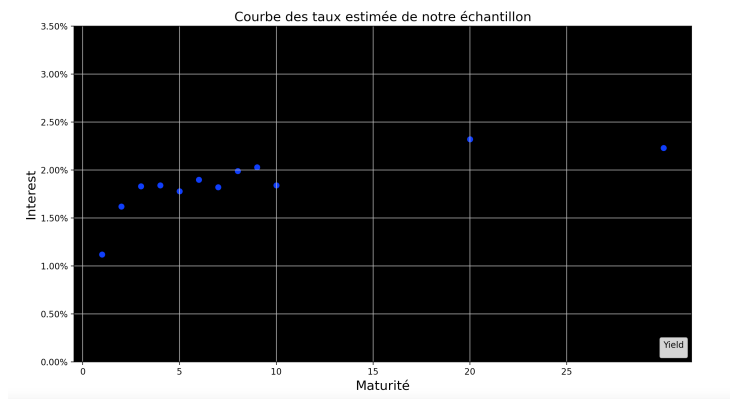


Figure 11: Courbe des taux de notre échantillon

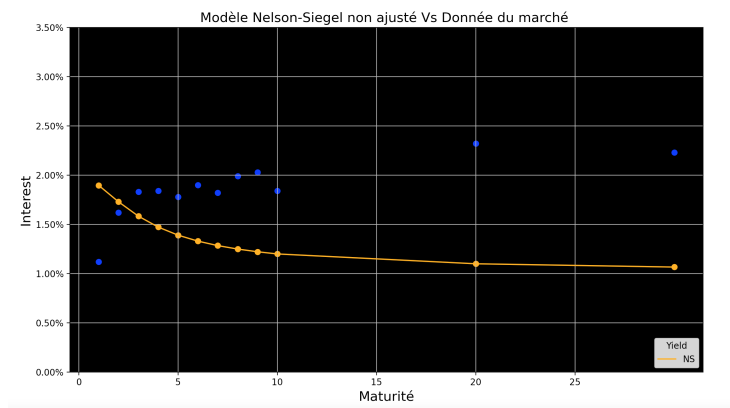


Figure 12: Modèle Nelson-Siegel non ajusté vs donnée wrds

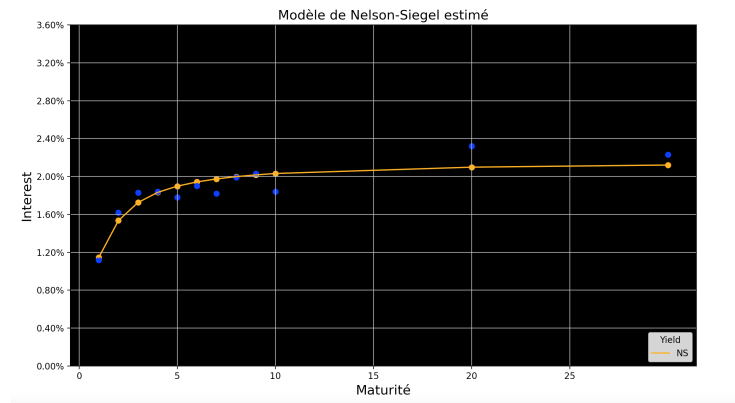


Figure 13: Modèle de Nelson-Siegel estimé avec les données wrds

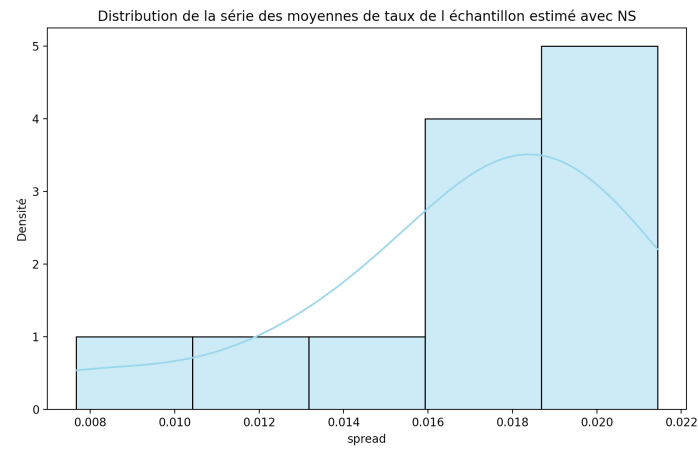


Figure 14: Distribution de la série temporelle des moyennes de taux de l'échantillon wrds estimé avec Nelson-Siegel

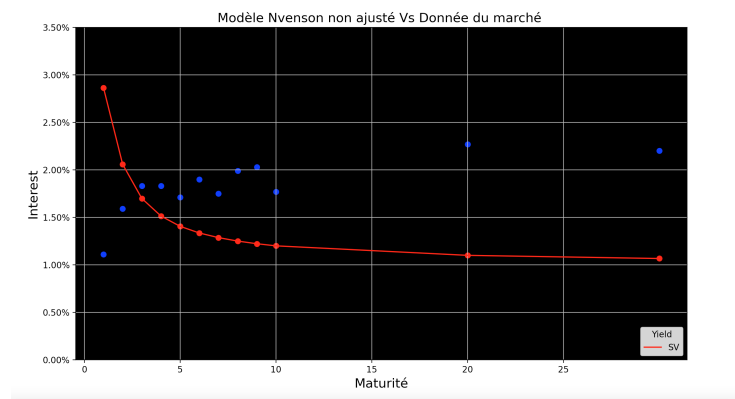


Figure 15: Modèle de Svenson non ajusté vs donnée wrds

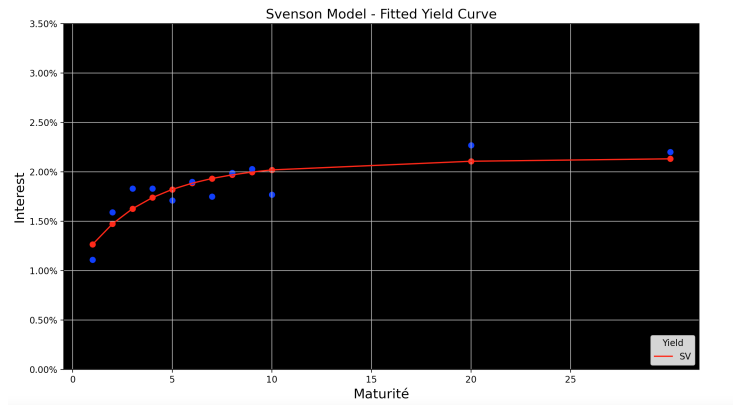


Figure 16: Modèle de Svenson ajustée aux donnée wrds

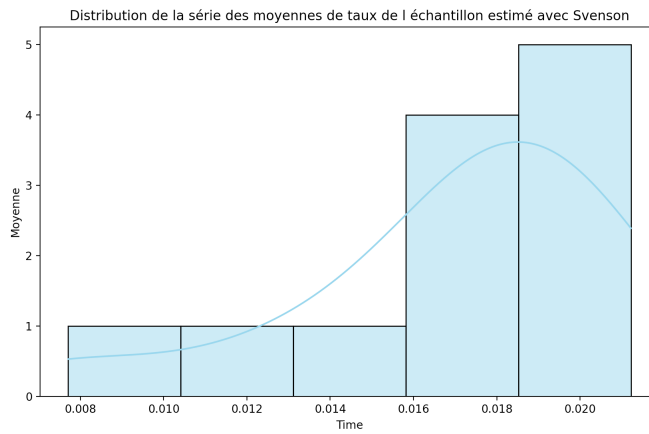


Figure 17: Distribution de la série temporelle des moyennes de taux de l'échantillon wrds estimé avec Nvenson

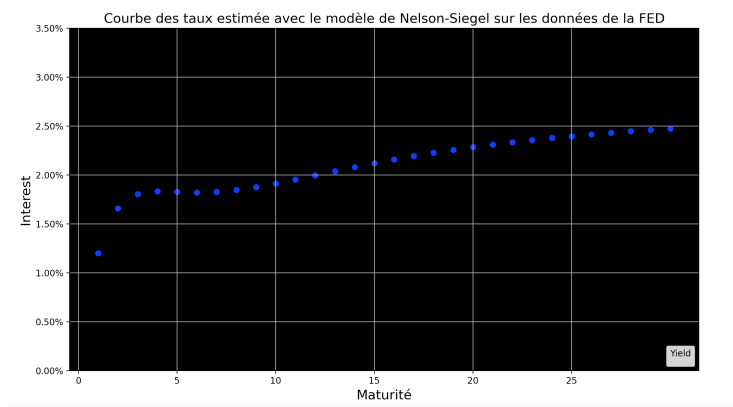


Figure 18: Courbe des taux des données de la FED

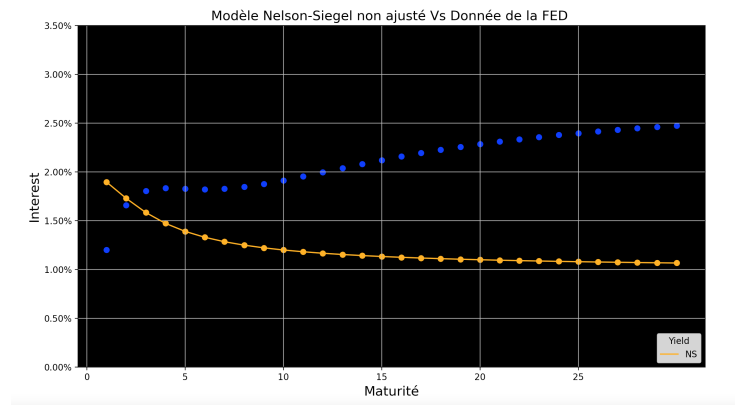


Figure 19: Modèle de Nelson-Siegel non ajusté vs donnée de la FED

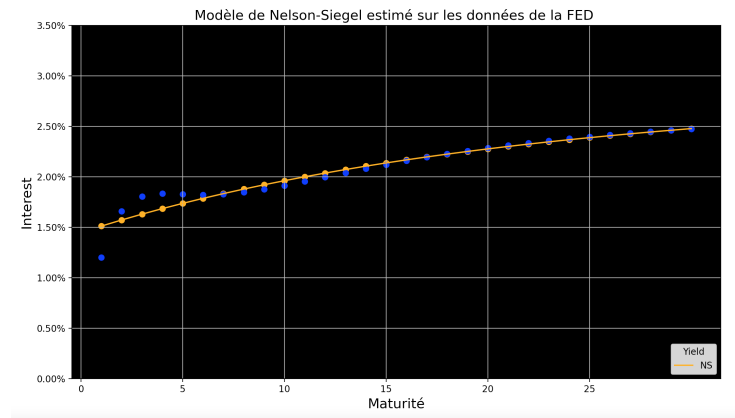


Figure 20: Modèle de Nelson-Siegel ajustée aux données de la FED

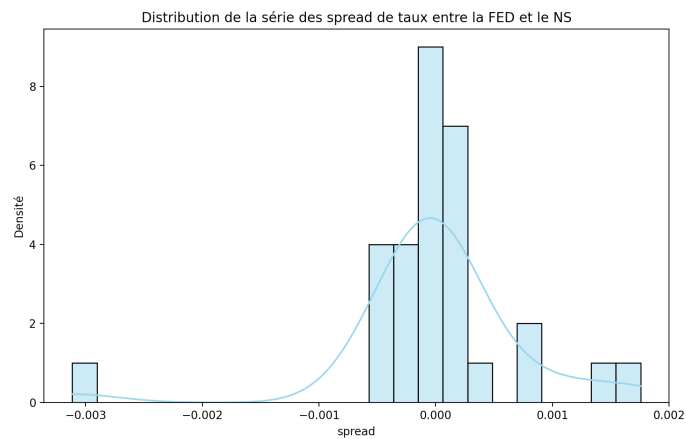


Figure 21: Distribution de la série des spreads de taux réels de la FED et les taux estimés par Nelson-Siegel

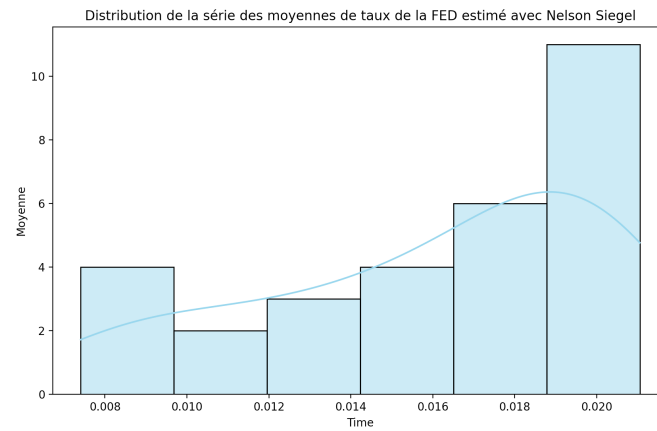


Figure 22: Distribution de la série temporelle des moyennes de taux de la FED estimé avec Nelson-Siegel

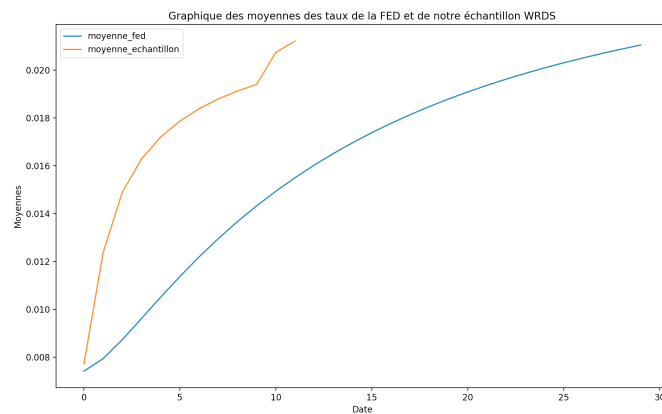


Figure 23: Graphique des moyennes des taux de la FED et l'échantillon wrds

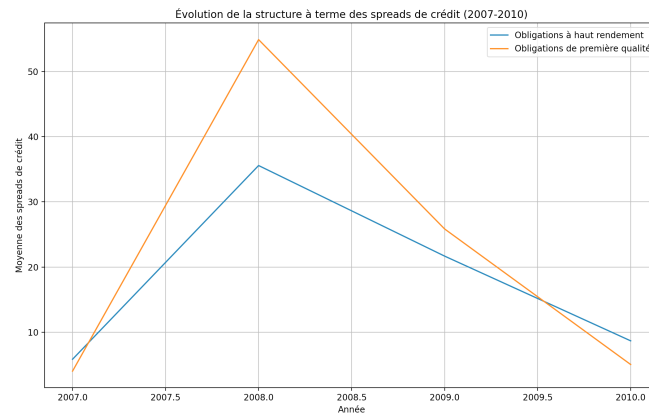


Figure 24: Evolution de la structure à terme des spreads de crédit des obligations à haut rendement et des obligations de premières qualité

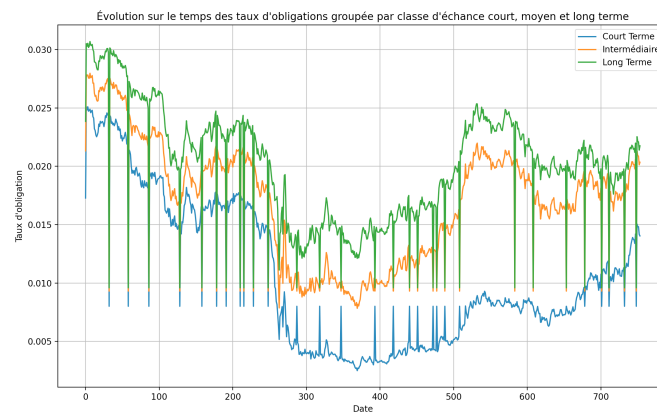


Figure 25: Evolution des taux des obligations de court, moyen et long terme en fonction du temps