Solución al Problema 1: Conversión de Expresiones Regulares a AFD

Materia: Teoría de la Computación

Introducción

Para cada expresión regular se muestra:

1. Construcción del NFA (Thompson).
2. Tabla de transición del NFA.
3. Conversión por subconjuntos al AFD.
4. Tabla de transición del AFD.

(a) $(a \mid t)\, c$

1. NFA (Thompson) Estados $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, inicial q_0, final q_2,

$$\delta(q_0, a) = \{q_1\}, \quad \delta(q_0, t) = \{q_1\}, \quad \delta(q_1, c) = \{q_2\}.$$

2. Tabla del NFA

Estado	a	t	c
$\to q_0$	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$	$\emptyset$
q_1	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_2\}$
$*q_2$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

3. AFD (subconjuntos) Estados $A = \{q_0\}$, $B = \{q_1\}$, $C = \{q_2\}$, $D = \emptyset$; inicial A, final C.

$$\begin{aligned}
&\delta_D(A, a) = B, \quad \delta_D(A, t) = B, \quad \delta_D(A, c) = D,\\
&\delta_D(B, a) = D, \quad \delta_D(B, t) = D, \quad \delta_D(B, c) = C,\\
&\delta_D(C, \cdot) = D, \quad \delta_D(D, \cdot) = D.
\end{aligned}$$

4. Tabla del AFD

Estado	a	t	c
$\to A$	B	B	D
B	D	D	C
$*C$	D	D	D
D	D	D	D

(b) $(a \mid b)^*$

1. NFA Un solo estado q_0, inicial y final, con bucle en a, b.

2. Tabla del NFA

$\to *q_0$	a	b
	$\{q_0\}$	$\{q_0\}$

3. AFD Idéntico.

4. Tabla del AFD

$\to *\{q_0\}$	a	b
	$\{q_0\}$	$\{q_0\}$

(c) $(a^* \mid b^*)^*$

Observación: $(a^* \mid b^*)^* = (a \mid b)^*$, idéntico al inciso (b).

(d) $((\varepsilon \mid a) \mid b^*)^*$

Se simplifica también a $(a \mid b)^*$.

(e) $(a \mid b)^* \, a \, b \, b \, (a \mid b)^*$

1. NFA Estados $\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, inicial q_0, final q_3,

$$\begin{aligned} \delta(q_0, a) &= \{q_0, q_1\}, & \delta(q_0, b) &= \{q_0\}, \\ \delta(q_1, b) &= \{q_2\}, & \delta(q_2, b) &= \{q_3\}, \\ \delta(q_3, a) &= \{q_3\}, & \delta(q_3, b) &= \{q_3\}. \end{aligned}$$

2. Tabla del NFA

Estado	a	b
$\to q_0$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
q_1	$\emptyset$	$\{q_2\}$
q_2	$\emptyset$	$\{q_3\}$
$*q_3$	$\{q_3\}$	$\{q_3\}$

3. AFD (subconjuntos) $S_0 = \{q_0\}$, $S_1 = \{q_0, q_1\}$, $S_2 = \{q_0, q_2\}$, $S_3 = \{q_0, q_3\}$, $\emptyset$.

4. Tabla del AFD

Estado	a	b
$\to S_0$	S_1	S_0
S_1	S_1	S_2
S_2	S_1	S_3
$*S_3$	S_3	S_3
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

(f) $0?1?0^*$

1. NFA (Thompson) Estados $p_0, \ldots, p_5$, inicial p_0, final p_5:

$$\begin{aligned} &p_0 \xrightarrow{\varepsilon} p_1, \quad p_0 \xrightarrow{\varepsilon} p_2, \\ &p_1 \xrightarrow{0} p_2, \quad p_2 \xrightarrow{\varepsilon} p_3, \\ &p_3 \xrightarrow{1} p_4, \quad p_4 \xrightarrow{\varepsilon} p_5, \\ &p_5 \xrightarrow{0} p_5. \end{aligned}$$

2. Tabla del NFA con ε

	0	1	ε
p_0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{p_1, p_2\}$
p_1	$\{p_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
p_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{p_3\}$
p_3	$\emptyset$	$\{p_4\}$	$\emptyset$
p_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{p_5\}$
p_5	$\{p_5\}$	$\emptyset$	$\emptyset$

3. AFD (subconjuntos) ε-cierre inicial $S_0 = \{p_0, p_1, p_2\}$, luego imágenes bajo 0 y 1 con cierres.

4. Tabla del AFD (parcial)

Estado	0	1
$\{p_0, p_1, p_2\}$	$\{p_2, p_5\}$	$\{p_4\}$
$\{p_2, p_5\}$	$\{p_3, p_5\}$	$\emptyset$
$\{p_3, p_5\}$	$\{p_5\}$	$\{p_4\}$
$\{p_5\}$	$\{p_5\}$	$\emptyset$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

(g) `if([ae]+){[ei]+}({[jl]+})?|`

1. NFA (Thompson) Se crean estados $q_0, \ldots, q_{17}$ con fragmentos para cada literal, clase con + y la parte opcional con ε.

2. Transiciones no-ε (resumen)

$$\begin{aligned} \delta(q_0, i) &= \{q_1\}, & \delta(q_1, f) &= \{q_2\}, \\ \delta(q_2, \texttt{(}) &= \{q_3\}, & \delta(q_3, [ae]) &= \{q_4\}, \\ \delta(q_4, [ae]) &= \{q_5\}, & \delta(q_5, \texttt{)}) &= \{q_6\}, \\ \delta(q_6, \{) &= \{q_7\}, & \delta(q_7, [ei]) &= \{q_8\}, \\ \delta(q_8, [ei]) &= \{q_9\}, & \delta(q_9, \}) &= \{q_{10}\}, \\ \delta(q_{10}, \texttt{\textbackslash n}) &= \{q_{11}\}, & \delta(q_{11}, e) &= \{q_{12}\}, \ldots \end{aligned}$$

3. AFD Aplicación del algoritmo de subconjuntos desde el ε-cierre de q_0.

4. Observación El AFD tendrá a lo sumo $2^{18} - 1$ estados, aunque sólo unos pocos sean alcanzables.

(h) `[ae03]+@[ae03]+{com|net|org)({gt|cr|co))?|`

1. NFA (Thompson) Estados $p_0, \ldots, p_{13}$ con fragmentos para clases, literales `@`, ., opciones y opcionalidad.

2. Transiciones no-ε (resumen)

$$\begin{aligned}
\delta(p_0, [ae03]) &= \{p_1\}, & \delta(p_1, [ae03]) &= \{p_2\},\\
\delta(p_2, @) &= \{p_3\}, & \delta(p_3, [ae03]) &= \{p_4\},\\
\delta(p_4, [ae03]) &= \{p_5\}, & \delta(p_5, .) &= \{p_6\},\\
\delta(p_6, \mathrm{com}) &= \{p_7\}, & \delta(p_6, \mathrm{net}) &= \{p_8\},\\
\delta(p_6, \mathrm{org}) &= \{p_9\}, & \delta(p_9, .) &= \{p_{10}\},\\
\delta(p_{10}, \mathrm{gt}) &= \{p_{11}\}, & \delta(p_{10}, \mathrm{cr}) &= \{p_{12}\},\\
\delta(p_{10}, \mathrm{co}) &= \{p_{13}\}.
\end{aligned}$$

3. AFD Conversión por subconjuntos con cierres ε.

4. Conclusión Resultado: AFD que reconoce cadenas conforme al patrón dado.