

# 内容版权万学所有,盗版必究

# 2024年全国硕士研究生招生考试数学(三)试题





## 选择题 (共10题, 共50分)

1. (单选题) 5分

设函数
$$f(x) = \lim_{n \to \infty} \frac{1+x}{1+nx^{2n}}$$
,则 $f(x)$ ()

$$A. Ex = 1$$
 ,  $x = -1$ 处都连续 $B. Ex = 1$ 处连续,  $x = -1$ 处不连续

$$C.$$
在 $x = 1$  ,  $x = -1$ 处都不连续 $D.$ 在 $x = 1$ 处不连续,  $x = -1$ 处连续

2. (单选题) 5分

设
$$I = \int_{a}^{a+k\pi} |\sin x| dx, k$$
为整数,则 $I$ 的值()

A.只与
$$a$$
有关B.只与 $k$ 有关C.与 $a$ ,  $k$ 均有关D.与 $a$ ,  $k$ 均无关

3. (单选题) 5分

设
$$f(x,y)$$
是连续函数,则 $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}dx\int_{\sin x}^{1}f(x,y)dy=()$ 

$$\mathrm{A.}\!\int_{\frac{1}{2}}^{1}dy\int_{\frac{\pi}{6}}^{arc\sin y}f(x,y)dx\\ \mathrm{B.}\!\int_{\frac{1}{2}}^{1}dy\int_{arc\sin y}^{\frac{\pi}{2}}f(x,y)dx$$

C. 
$$\int_0^{\frac{1}{2}} dy \int_{\frac{\pi}{6}}^{arc\sin y} f(x,y) dx$$
 D.  $\int_0^{\frac{1}{2}} dy \int_{arc\sin y}^{\frac{\pi}{2}} f(x,y) dx$ 

4. (单选题) 5分 设幂级数 
$$\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n$$
的和函数为 $\ln(2+x)$ , 则  $\sum_{n=0}^{\infty}na_{2n}=$ ( )

$${\rm A.} - \frac{1}{6} {\rm B.} - \frac{1}{3} {\rm C.} \frac{1}{6} {\rm D.} \frac{1}{3}$$

5. (单选题) 5分

设二次型 $f\left(x_{1},x_{2},x_{3}
ight)=x^{T}Ax$ 在正交变换下可化成  $y_{1}^{2}-2y_{2}^{2}+3y_{3}^{2}$ ,则二次型f的矩阵A的行列式与迹分别为()

6. (单选题) 5分

设A为3阶矩阵,
$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
.若 $P^TAP^2 = \begin{pmatrix} a+2c & 0 & c \\ 0 & b & 0 \\ 2c & 0 & c \end{pmatrix}$ ,则 $A=()$ 

$$\text{A.} \left( \begin{matrix} c & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & b \end{matrix} \right) \text{B.} \left( \begin{matrix} b & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & a \end{matrix} \right) \text{C.} \left( \begin{matrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{matrix} \right) \text{D.} \left( \begin{matrix} c & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & a \end{matrix} \right)$$

设矩阵
$$A=\begin{pmatrix}a+1&b&3\\a&\frac{b}{2}&1\\1&1&2\end{pmatrix}$$
, $M_{ij}$ 表示 $A$ 的 $i$ 行 $j$ 列元素的余子式.若 $|A|=-\frac{1}{2}$ ,且

$$-M_{21} + M_{22} - M_{23} = 0$$
,  $\mathbb{Q}()$ 

$${\rm A.}a=0$$
或 $a=-rac{3}{2}{
m B.}a=0$ 或 $a=rac{3}{2}{
m C.}\;b=1$ 或 $b=-rac{1}{2}{
m D.}\;b=-1$ 或 $b=rac{1}{2}$ 

8. (单选题) 5分

设随机变量
$$X$$
的概率密度为 $f(x)=egin{cases} 6x(1-x), 0 < x < 1 \ 0, 其他 \end{cases}$ ,则 $X$ 的三阶中心距



$$E(X - EX)^3 = ()$$

A. 
$$-\frac{1}{32}B.0C.\frac{1}{16}D.\frac{1}{2}$$

9. (单选题) 5分

随机变量X, Y相互独立, 其 $X \sim N(0,2), Y \sim N(-1,1)$ , 记

$$p_1 = P\left\{2X > Y
ight\}$$
,  $p_2 = P\left\{X - 2Y > 1
ight\}$ , 则()

$$ext{A.} p_1 > p_2 > rac{1}{2} ext{B.} p_2 > p_1 > rac{1}{2} ext{C.} \; p_1 < p_2 < rac{1}{2} ext{D.} p_2 < p_1 < rac{1}{2}$$

10. (单选题) 5分

设随机变量X,Y相互独立,且均服从参数为 $\lambda$ 的指数分布,令Z=|X-Y|,则下列随机变量中与Z同分布的是()

$$A.X + YB.\frac{X+Y}{2}C.\ 2XD.X$$

## 选择题 (共10题, 共50分)

1. (单选题) 5分

设函数
$$f(x) = \lim_{n \to \infty} \frac{1+x}{1+nx^{2n}}$$
,则 $f(x)$ ()

$$A. \pm x = 1$$
 ,  $x = -1$  处都连续 $B. \pm x = 1$  处连续,  $x = -1$  处不连续

$$C.$$
在 $x = 1$  ,  $x = -1$ 处都不连续 $D.$ 在 $x = 1$ 处不连续,  $x = -1$ 处连续

2. (单选题) 5分

设
$$I = \int_{a}^{a+k\pi} |\sin x| dx, k$$
为整数,则 $I$ 的值()

$$A.$$
只与 $a$ 有关 $B.$ 只与 $k$ 有关 $C.$ 与 $a$ ,  $k$ 均有关 $D.$ 与 $a$ ,  $k$ 均无关

3. (单选题) 5分

设
$$f(x,y)$$
是连续函数,则 $\int_{\frac{\pi}{k}}^{\frac{\pi}{2}}dx\int_{\sin x}^{1}f(x,y)dy=()$ 

$$\mathrm{A.}\!\int_{\frac{1}{2}}^{1}dy\int_{\frac{\pi}{6}}^{arc\sin y}f(x,y)dx\\ \mathrm{B.}\!\int_{\frac{1}{2}}^{1}dy\int_{arc\sin y}^{\frac{\pi}{2}}f(x,y)dx$$

C. 
$$\int_0^{\frac{1}{2}} dy \int_{\frac{\pi}{6}}^{arc\sin y} f(x,y) dx$$
 D.  $\int_0^{\frac{1}{2}} dy \int_{arc\sin y}^{\frac{\pi}{2}} f(x,y) dx$ 

4. (单选题) 5分

设幂级数 
$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$
的和函数为 $\ln(2+x)$ ,则  $\sum_{n=0}^{\infty} n a_{2n} = ()$ 



 $A. - \frac{1}{6}B. - \frac{1}{3}C. \frac{1}{6}D. \frac{1}{3}$ 

5. (单选题) 5分

设二次型 $f\left(x_1,x_2,x_3\right)=x^TAx$ 在正交变换下可化成  $y_1^2-2y_2^2+3y_3^2$ ,则二次型f的矩阵A的行列式与迹分别为( )

6. (单选题) 5分

设A为3阶矩阵,
$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
.若 $P^TAP^2 = \begin{pmatrix} a+2c & 0 & c \\ 0 & b & 0 \\ 2c & 0 & c \end{pmatrix}$ ,则 $A=()$ 

$$\text{A.} \left( \begin{matrix} c & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & b \end{matrix} \right) \text{B.} \left( \begin{matrix} b & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & a \end{matrix} \right) \text{C.} \left( \begin{matrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{matrix} \right) \text{D.} \left( \begin{matrix} c & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & a \end{matrix} \right)$$

7. (单选题) 5分

设矩阵
$$A=egin{pmatrix} a+1&b&3\\ a&rac{b}{2}&1\\ 1&1&2 \end{pmatrix}$$
, $M_{ij}$ 表示 $A$ 的 $i$ 行 $j$ 列元素的余子式.若 $|A|=-rac{1}{2}$ ,且

$$-M_{21} + M_{22} - M_{23} = 0$$
,  $\mathbb{Q}()$ 

$${\rm A.}a=0$$
或 $a=-rac{3}{2}{\rm B.}a=0$ 或 $a=rac{3}{2}{\rm C.}\;b=1$ 或 $b=-rac{1}{2}{\rm D.}\;b=-1$ 或 $b=rac{1}{2}$ 

8. (单选题) 5分

设随机变量
$$X$$
的概率密度为 $f(x)=\left\{egin{array}{ll} 6x(1-x),0< x<1 \\ 0,$  其他  $\end{array}\right.$  ,则 $X$ 的三阶中心距

$$E(X - EX)^3 = ()$$

A. 
$$-\frac{1}{32}$$
B.0C. $\frac{1}{16}$ D. $\frac{1}{2}$ 

9. (单选题) 5分

随机变量X, Y相互独立, 其 $X\sim N(0,2)$ , $Y\sim N(-1,1)$ , 记

$$p_1 = P\{2X > Y\}, p_2 = P\{X - 2Y > 1\}, \mathbb{Q}()$$

$$ext{A.} p_1 > p_2 > rac{1}{2} ext{B.} p_2 > p_1 > rac{1}{2} ext{C.} \; p_1 < p_2 < rac{1}{2} ext{D.} p_2 < p_1 < rac{1}{2}$$

10. (单选题) 5分

设随机变量X, Y相互独立, 且均服从参数为 $\lambda$ 的指数分布, 令Z=|X-Y|, 则下列随机变量中与Z同分布的是()

$$A.X + YB.\frac{X+Y}{2}C. 2XD.X$$

## 填空题 (共6题, 共30分)

11. (填空题) 5分



当 $x \to 0$ 时, $\int_0^x \frac{\left(1+t^2\right)\sin t^2}{1+\cos t^2}dt$ 与 $x^k$ 是同阶无穷小,则k=\_\_\_\_\_\_\_.
12. (填空题) 5分  $\int_2^{+\infty} \frac{5}{x^4+3x^2-4}dx=$ \_\_\_\_\_\_.
13. (填空题) 5分 函数  $f\left(x,y\right)=2x^3-9x^2-6y^4+12x+24y$ 的极值点是\_\_\_\_\_\_.
14. (填空题) 5分 某产品的价格函数为 $p=\left\{ \begin{array}{ll} 25-0.25Q,Q\leq 20,\\ 35-0.75Q,Q>20 \end{array} \right.$  (p为单价,单位:万元;Q为产量,单位:件),总成本函数为 $C=150+5Q+0.25Q^2$ (万元),则经营该产品可获得的最大利润为\_\_\_\_\_\_(万元).
15. (填空题) 5分 设 A为3阶矩阵, $A^*$ 为A的伴随矩阵,E为3阶单位矩阵,E7,则E7。以上下,E8,以上下,E9,以上E9,以上下,E9,以上E9,以上E9,以上E9,以上E9,以上E9

## 填空题 (共6题,共30分)

设随机试验每次成功的概率为p, 现进行3次独立重复试验, 在至少成功1次的条件下3次

## 解答题 (共6题, 共70分)

试验全部成功的概率为 $\frac{4}{13}$ ,则 $p = _____$ .



#### 17. (解答题) 10分

设平面有界区域D位于第一象限,由曲线 $xy=\frac{1}{3},xy=3$ 与直线 $y=\frac{1}{3}x$ ,y=3x围成,计算  $\int\limits_{D} \big(1+x-y\big)dxdy$ .

#### 18. (解答题) 12分

设函数z=z(x,y)由方程 $z+e^x-y\ln(1+z^2)=0$ 确定,求  $(rac{\partial^2 z}{\partial x^2}+rac{\partial^2 z}{\partial y^2})|_{(0,0)}$ .

## 19. (解答题) 12分

设t>0, 平面有界区域D由曲线 $y=xe^{-2x}$ 与直线x=t, x=2t及x轴围成, D的面积为 $S\left(t\right)$ , 求 $S\left(t\right)$ 的最大值.

#### 20. (解答题) 12分

设函数f(x)具有2阶导数,且f'(0) = f'(1), $|f''(x)| \leq 1$ .证明:

(1) 当
$$x \in (0,1)$$
时, $|f(x)-f(0)(1-x)-f(1)x| \le \frac{x(1-x)}{2}$ ;

(2) 
$$\left| \int_0^1 f(x) dx - \frac{f(0) + f(1)}{2} \right| \le \frac{1}{12}$$
.

设矩阵A = 
$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$
, B =  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & a & a - 1 \\ 2 & -3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ , 向量

$$\alpha = \begin{pmatrix} l \, 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \ \beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

- (1) 证明: 方程组 $Ax = \alpha$ 的解均为方程组 $Bx = \beta$ 的解;
- (2) 若方程组 $Ax = \alpha$ 与方程组 $Bx = \beta$ 不同解,求a的值.

## 22. (解答题) 12分

设总体X服从 $[0,\theta]$ 上的均匀分布,其中 $\theta\in(0,+\infty)$ 为未知参数. $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体X的简单随机样本,记  $X_{(n)}=\max\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$ ,

$$T_c = cX_{(n)}$$
.

- (1) 求c, 使得 $E(T_c) = \theta$ ;
- (2) 记 $h(c) = E(T_c \theta)^2$ , 求c使得h(c)最小.

## 解答题 (共6题, 共70分)

#### 17. (解答题) 10分

设平面有界区域D位于第一象限,由曲线 $xy=\frac{1}{3}, xy=3$ 与直线 $y=\frac{1}{3}x$ ,y=3x围成,计算  $\int\limits_{D} \big(1+x-y\big)dxdy$ .

## 18. (解答题) 12分

设函数z=z(x,y)由方程 $z+e^x-y\ln(1+z^2)=0$ 确定,求 $(rac{\partial^2 z}{\partial x^2}+rac{\partial^2 z}{\partial y^2})|_{(0,0)}.$ 

19. (解答题) 12分



设t>0, 平面有界区域D由曲线 $y=xe^{-2x}$ 与直线x=t, x=2t及x轴围成, D的 面积为S(t), 求S(t)的最大值.

20. (解答题) 12分

设函数f(x)具有2阶导数,且f'(0) = f'(1),  $|f''(x)| \leq 1$ .证明:

(1) 当
$$x \in (0,1)$$
时, $|f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x| \le \frac{x(1-x)}{2}$ ;
(2)  $|\int_0^1 f(x) dx - \frac{f(0) + f(1)}{2}| \le \frac{1}{12}$ .

$$(2) \left| \int_0^1 f(x) dx - \frac{f(0) + f(1)}{2} \right| \le \frac{1}{12}.$$

21. (解答题) 12分

设矩阵
$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$
,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & a & a - 1 \\ 2 & -3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ , 向量

$$\alpha = \begin{pmatrix} l \, 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

- (1) 证明: 方程组 $Ax = \alpha$ 的解均为方程组 $Bx = \beta$ 的解;
- (2) 若方程组 $Ax = \alpha$ 与方程组 $Bx = \beta$ 不同解,求a的值.
- 22. (解答题) 12分

设总体X服从 $[0,\theta]$ 上的均匀分布,其中 $\theta \in (0,+\infty)$ 为未知参数. $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体X的简单随机样本,记 $X_{(n)} = \max\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ ,

 $T_c = cX_{(n)}$ .

- (1) 求c, 使得 $E(T_c) = \theta$ ;
- (2) 记 $h(c) = E(T_c \theta)^2$ , 求c使得h(c)最小.

# 答案与解析

# 答案与解析

## 选择题

1. (单选题)

[正确答案] D [试题解析]:

$$f(x) = \left\{egin{array}{l} x+1, |x| < 1, \ 0, 其他 \ \oplus \mp \lim_{x o 1^-} f(x) = 2, \lim_{x o 1^+} f(x) = 0, \end{array}
ight.$$

所以f(x)在x = 1处不连续.

$$\lim_{x o -1^-} f(x) = 0$$
 ,  $\lim_{x o -1^+} f(x) = 0$  ,

所以
$$\lim_{x \to -1} f(x) = 0 = f(-1)$$
,

所以f(x)在x = -1处连续.



故选(D).

#### 2. (单选题)

[正确答案] B

[试题解析]:

由于 $|\sin x|$ 的周期是 $\pi$ ,

所以

$$I = \int_a^{a+k\pi} |\sin x| \, \mathrm{d}x$$

$$= \int_0^{k\pi} |\sin x| \, \mathrm{d}x = k \int_0^{\pi} |\sin x| \, \mathrm{d}x = 2k,$$

因此,该积分值只与k有关.

故选(B).

#### 3. (单选题)

[正确答案] A

[试题解析]:

$$\int_{rac{\pi}{6}}^{rac{\pi}{2}}dx\int_{\sin x}^{1}f(x,y)dy=\int_{rac{1}{2}}^{1}dy\int_{rac{\pi}{6}}^{rcsin y}f(x,y)dx$$
,故选A.

4. (单选题)

[正确答案] A

[试题解析]:

$$\ln(2+x) = \ln 2 + \ln\left(1 + \frac{1}{2}x\right)$$

$$= \ln 2 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^n}{n}.$$

所以,
$$a_n = \begin{cases} \ln 2, & n = 0 \\ (-1)^{n-1} \frac{1}{n2^2}, & n \geq 1 \end{cases}$$
  
当 $n \geq 1$ , $a_{2n} = -\frac{1}{2n \cdot 2^{2n}}$ .  
所以, $\sum_{n=0}^{\infty} n a_{2n} = \sum_{n=1}^{\infty} n a_{2n}$ 

所以, 
$$\sum_{n=0}^{\infty} n a_{2n} = \sum_{n=1}^{\infty} n a_{2n}$$

$$=\sum_{n=1}^{\infty}n\cdot\left(-\frac{1}{2\,n\cdot2^{\,2\,n}}\right)$$

$$= -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{2n+1}} = -\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^3}{1-\frac{1}{4}} = -\frac{1}{6},$$

故选(A).

## 5. (单选题)

[正确答案] C

[试题解析]:

由题可知,A的特征值为1,-2,3,

故
$$|A| = 1 imes (-2) imes 3 = -6$$
,  $tr(A) = 1 + (-2) + 3 = 2$ , 故选C.

6. (单选题)

[正确答案] C



則 
$$A = (P^T)^{-1} \begin{pmatrix} a+2c & 0 & c \\ 0 & b & 0 \\ 2c & 0 & c \end{pmatrix} (P^2)^{-1}$$

$$= (P^{-1})^T \begin{pmatrix} a+2c & 0 & c \\ 0 & b & 0 \\ 2c & 0 & c \end{pmatrix} (P^{-1})^2$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a+2c & 0 & c \\ 0 & b & 0 \\ 2c & 0 & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}^2$$

$$= \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix},$$
故选C.

政选C.

## 7. (单选题)

[正确答案] B

[试题解析]:

于是
$$b=a+1$$
.

$$|A| = \begin{vmatrix} a+1 & a+1 & 3 \\ a & \frac{a+1}{2} & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \frac{(1-a)(2a-1)}{2} = -\frac{1}{2},$$

 $得a = 0 或a = \frac{3}{2}.$ 

故选(B).

## 8. (单选题)

[正确答案] B

[试题解析]: 
$$EX = \int_0^1 x \cdot 6x(1-x) dx = \frac{1}{2},$$
 
$$E(X - EX)^3 = \int_0^1 (x - EX)^3 \cdot 6x(1-x) dx$$
 
$$= \int_0^1 (x - \frac{1}{2})^3 \cdot 6x(1-x) dx = 0.$$
 故选(B).

9. (单选题)

[正确答案] B



$$Y-2X\sim N(-1,3^2)$$
, 则  $p_1=\Phi(\frac{0+1}{3})=\Phi(\frac{1}{3})>\Phi(0)=\frac{1}{2}$ .  $2Y-X\sim N(-2,\sqrt{6}^2)$ , 则  $p_2=\Phi(\frac{-1+2}{\sqrt{6}})=\Phi(\frac{\sqrt{6}}{6})>\Phi(0)=\frac{1}{2}$ . 因为  $\Phi(x)$  单增,  $\frac{\sqrt{6}}{6}>\frac{1}{3}$ ,所以  $p_2>p_1>\frac{1}{2}$ . 故选(B). 10. (单选题) [正确答案] D [试题解析]: 令  $Z=|X-Y|$ , 则  $F_Z(z)=P\{Z\leq z\}=P\{|X-Y|\leq z\}$ . 当  $z<0$  时,  $F_Z(z)=0$ ; 当  $z\geq0$  时,  $F_Z(z)=0$ ;  $F_Z(z)=0$ ;  $F_Z(z)=0$ ;  $F_Z(z)=0$ 0 计  $F_Z(z)=0$ 1  $F_Z(z)=0$ 2  $F_Z(z)=0$ 3  $F_Z(z)=0$ 4  $F_Z(z)=0$ 5  $F_Z(z)=0$ 6  $F_Z(z)=0$ 7  $F_Z(z)=0$ 9  $F_Z(z)=0$ 9

所以
$$F_Z(z) = \left\{ \begin{array}{c} x & y \\ 1 & 1 \end{array} \right.$$

所以
$$F_Z(z) = \begin{cases} 0, z < 0 \\ 1 - e^{-\lambda z}, z \ge 0 \end{cases}$$
. 显然 $Z = |X - Y|$ 与 $X$ 同分布.

故选(D).

## 选择题

[正确答案] D

$$f(x)=\left\{egin{array}{ll} x+1,|x|<1,\ 0,$$
其他 由于  $\lim_{x o 1^-}f(x)=2$ ,  $\lim_{x o 1^+}f(x)=0,$ 

所以f(x)在x = 1处不连续.

$$\lim_{x o -1^-} f(x) = 0$$
 ,  $\lim_{x o -1^+} f(x) = 0$  ,

所以
$$\lim_{x \to -1} f(x) = 0 = f(-1)$$
,

所以f(x)在x = -1处连续.

故选(D).

## 2. (单选题)

[正确答案] B

[试题解析]:

由于 $|\sin x|$ 的周期是 $\pi$ ,

所以

$$\begin{split} I &= \int_a^{a+k\pi} |\sin x| \, \mathrm{d}x \\ &= \int_0^{k\pi} |\sin x| \, \mathrm{d}x = k \int_0^\pi |\sin x| \, \mathrm{d}x = 2k \,, \end{split}$$



因此,该积分值只与k有关.

故选(B).

3. (单选题)

[正确答案] A

[试题解析]:

$$\int_{rac{\pi}{6}}^{rac{\pi}{2}} dx \int_{\sin x}^{1} f(x,y) dy = \int_{rac{1}{2}}^{1} dy \int_{rac{\pi}{6}}^{rcsin y} f(x,y) dx$$
,故选A.

4. (单选题)

[正确答案] A

[试题解析]:

同の 
$$(2+x)$$
 =  $\ln 2 + \ln \left(1 + \frac{1}{2}x\right)$  =  $\ln 2 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(-1\right)^{n-1} \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^n}{n}$ .

所以, $a_n = \begin{cases} \ln 2, & n=0 \\ \left(-1\right)^{n-1} \frac{1}{n2^2}, & n \ge 1 \end{cases}$  当 $n \ge 1$ , $a_{2n} = -\frac{1}{2n \cdot 2^{2n}}$ .

所以, $\sum_{n=0}^{\infty} n a_{2n} = \sum_{n=1}^{\infty} n a_{2n}$  =  $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \left(-\frac{1}{2n \cdot 2^{2n}}\right)$  =  $-\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{2n+1}} = -\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^3}{1-\frac{1}{4}} = -\frac{1}{6}$ ,

故选(A).

5. (单选题)

[正确答案] C

[试题解析]:

由题可知, A的特征值为1,-2,3,

故
$$|A|=1 imes(-2) imes3=-6$$
,  $tr(A)=1+(-2)+3=2$ , 故选C.

6. (单选题)

[正确答案] C



$$=\begin{pmatrix}1&0&-1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a+2c&0&c\\0&b&0\\2c&0&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\-1&0&1\end{pmatrix}^2\\=\begin{pmatrix}a&0&0\\0&b&0\\0&0&c\end{pmatrix},$$

故选C.

#### 7. (单选题)

[正确答案] B

[试题解析]:

由
$$-M_{21}+M_{22}-M_{23}=0$$
, 得 $A_{21}+A_{22}+A_{23}=0$ .

于是
$$b = a + 1$$
.

$$|A| = egin{array}{ccccc} |a+1 & a+1 & 3 \ a & \frac{a+1}{2} & 1 \ | & 1 & 1 & 2 \ \end{array} = rac{(1-a)(2\,a-1)}{2} = -rac{1}{2},$$

$$得a = 0或a = \frac{3}{2}.$$

故选(B).

## 8. (单选题)

[正确答案] B

[试题解析]:

$$EX = \int_0^1 x \cdot 6x(1-x) dx = \frac{1}{2},$$
 $E(X - EX)^3 = \int_0^1 (x - EX)^3 \cdot 6x(1-x) dx$ 
 $= \int_0^1 (x - \frac{1}{2})^3 \cdot 6x(1-x) dx = 0.$ 
故选(B).

## 9. (单选题)

[正确答案] B

$$Y-2X\sim N(-1,3^2)$$
, 则  $p_1=\Phi(\frac{0+1}{3})=\Phi(\frac{1}{3})>\Phi(0)=\frac{1}{2}$ .  $2Y-X\sim N(-2,\sqrt{6}^2)$ , 则  $p_2=\Phi(\frac{-1+2}{\sqrt{6}})=\Phi(\frac{\sqrt{6}}{6})>\Phi(0)=\frac{1}{2}$ . 因为  $\Phi(x)$  单增,  $\frac{\sqrt{6}}{6}>\frac{1}{3}$ ,所以  $p_2>p_1>\frac{1}{2}$ . 故选(B).



#### 10. (单选题)

[正确答案] D

[试题解析]:

#### 填空题

令 
$$f(x) = \int_0^x \frac{\left(1+t^2\right)\sin t^2}{1+\cos t^2} dt$$
 ,则  $f'(x) = \frac{(1+x^2)\sin x^2}{1+\cos^2 x} \sim \frac{x^2}{2}$ ,所以  $f(x) \sim \frac{x^3}{6}$  ,则  $k=3$  .

自
$$\begin{cases} f'_x(x,y) = 6x^2 - 18x + 12 = 0 \\ f'_y(x,y) = -24y^3 + 24 = 0 \end{cases}$$
 得: 驻点 $(1,1)$ 和 $(2,1)$   $f''_{xx}(x,y) = 12x - 18$ ,  $f''_{yy}(x,y) = -72y^2$ ,  $f''_{xy}(x,y) = 0$ .



1)对于驻点(1,1): A=-6, B=0, C=-72, 由 $AC-B^2>0$ 且A<0可知,驻点(1,1)是f(x,y)的极小值点. 2)对于驻点(2,1): A=6, B=0, C=-72, 由 $AC-B^2<0$ 可知,驻点(2,1)不是f(x,y)的极值点. 故f(x,y)的极值点是(1,1).

#### 14. (填空题)

$$L(Q) = R - C = PQ - C$$
 $= \begin{cases} -0.5Q^2 + 20Q - 150, Q \leq 20 \\ -Q^2 + 30Q - 150, Q > 20 \end{cases}$ 
 $L'(Q) = \begin{cases} -Q + 20, Q < 20 \\ -2Q + 30, Q > 20 \end{cases}$ 
 $L'_{+}(20) = -10, L'_{-}(20) = 0,$ 
则 $Q = 20$ 为 $L(Q)$ 的不可导点.
 $Q < 20$ 时, $L'(Q) > 0$ ;  $Q > 20$ 时, $L'(Q) < -10 < 0$ ,则 $Q = 20$ 为唯一极大值点,也是最大值点.
 $L(20) = 50$ ,所以最大利润为 $50$ .

## 15. (填空题)

$$r(2E-A)=1$$
, 故 $\lambda=2$ 至少为 $A$ 的二重特征值. 由 $r(E+A)=2$ , 故 $\lambda=-1$ 至少为 $A$ 的一重特征值, 故 $A$ 的特征值为u $\lambda_1=\lambda_2=2$ ,  $\lambda_3=-1$ , 则 $|A|=-4$ ,  $|A^*|=|A|^2=16$ .

## 16. (填空颢)

设随机变量
$$X$$
表示三次试验中成功的次数,则 $X\sim B(3,p)$ . 所以 $P\{X=3|X\geq 1\}=\frac{P\{X=3,X\geq 1\}}{P\{X\geq 1\}}=\frac{P\{X=3\}}{P\{X\geq 1\}}=\frac{C_3^3p^3}{1-C_3^0(1-p)^3}=\frac{4}{13}$ ,故 $p=\frac{2}{3}$ .

## 填空题

## 11. (填空题)

令
$$f(x) = \int_0^x \frac{\left(1+t^2\right)\sin t^2}{1+\cos t^2} dt$$
,则 $f'(x) = \frac{(1+x^2)\sin x^2}{1+\cos^2 x} \sim \frac{x^2}{2}$ ,所以 $f(x) \sim \frac{x^3}{6}$ ,则 $k = 3$ .

## 12. (填空题)



$$= \frac{(x-1)(x+1)(x^2+4)}{(x-1)(x+1)(x^2+4)}$$

$$= \frac{(A+B+C)x^3 + (A-B+D)x^2 + (4A+4B-C)x + (4A-4B-D)}{(x-1)(x+1)(x^2+4)}$$

$$\begin{cases} A+B+C=0 & A=\frac{1}{2} \\ A-B+D=0 \\ AA+AB-C=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A=\frac{1}{2} \\ C=0 \\ AA-AB-D=5 \\ AA-AB-D=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} D=-1 \\ AB-AB-D=5 \\ AB-AB-D=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} AB-BB-D=5 \\ AB-AB-D=5 \\ AB-AB-D=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} AB-AB-AB-D=5 \\ AB-AB-D=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} AB-AB-AB-D=5 \\ AB-AB-D=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} AB-AB-AB-D=5 \\ AB-AB-AB-D=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} AB-AB-AB-D=5 \\ AB-AB-AB-D=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} AB-AB-AB-D=5 \\ AB-AB-AB-D=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} AB-AB-AB-AB-D=5 \\ AB-AB-AB-AB-D=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} AB-AB-AB-AB-$$

#### 13. (填空题)

$$\oplus \begin{cases} f'_{x}(x,y) = 6x^{2} - 18x + 12 = 0 \\ f'_{y}(x,y) = -24y^{3} + 24 = 0 \end{cases}$$

得: 驻点(1,1)和(2,1)

$$f^{\prime\prime}{}_{xx}(x,y)=12x-18$$
 ,  $f^{\prime\prime}{}_{yy}(x,y)=-72y^2$  ,  $f^{\prime\prime}{}_{xy}(x,y)=0$  .

1)对于驻点
$$(1,1)$$
:  $A=-6$ ,  $B=0$ ,  $C=-72$ ,

由
$$AC - B^2 > 0$$
且 $A < 0$ 可知,驻点 $(1,1)$ 是 $f(x,y)$ 的极小值点.

2)对于驻点
$$(2,1)$$
:  $A=6$ ,  $B=0$ ,  $C=-72$ ,

由
$$AC - B^2 < 0$$
可知,驻点 $(2,1)$ 不是 $f(x,y)$ 的极值点.

故f(x,y)的极值点是(1,1).

## 14. (填空题)

$$L(Q) = R - C = PQ - C$$
 $= \begin{cases} -0.5Q^2 + 20Q - 150, Q \le 20 \\ -Q^2 + 30Q - 150, Q > 20 \end{cases}$ ,
 $L'(Q) = \begin{cases} -Q + 20, Q < 20 \\ -2Q + 30, Q > 20 \end{cases}$ ,
 $L'_{+}(20) = -10, L'_{-}(20) = 0$ ,

则Q = 20为L(Q)的不可导点.

$$Q < 20$$
时,  $L'(Q) > 0$ ;  $Q > 20$ 时,  $L'(Q) < -10 < 0$ ,

则Q=20为唯一极大值点,也是最大值点.

L(20) = 50 , 所以最大利润为50.

## 15. (填空题)

$$r(2E-A)=1$$
, 故 $\lambda=2$ 至少为 $A$ 的二重特征值. 由 $r(E+A)=2$ , 故 $\lambda=-1$ 至少为 $A$ 的一重特征值, 故 $A$ 的特征值为u $\lambda_1=\lambda_2=2$ ,  $\lambda_3=-1$ , 则 $|A|=-4$ ,  $|A^*|=|A|^2=16$ .

## 16. (填空题)

设随机变量X表示三次试验中成功的次数,则 $X \sim B(3,p)$ .



所以
$$P\{X=3|X\geq 1\}=rac{P\{X=3,X\geq 1\}}{P\{X\geq 1\}}=rac{P\{X=3\}}{P\{X\geq 1\}}=rac{P\{X=3\}}{P\{X\geq 1\}}=rac{C_3^3p^3}{1-C_3^0(1-p)^3}=rac{4}{13}$$
,故 $p=rac{2}{3}$ .

#### 解答题

## 17. (解答题)

积分区域
$$D$$
关于 $y=x$ 对称,由轮换对称性可得, 
$$\iint_D (1+x-y) dx dy = \iint_D (1+y-x) dx dy,$$
 故 
$$\iint_D (1+x-y) dx dy = \frac{1}{2} (\iint_D (1+x-y) dx dy + \iint_D (1+y-x) dx dy)$$
 
$$= \iint_D 1 dx dy$$
 
$$= \iint_{D} 1 dx dy$$
 
$$= \iint_{D} (3x - \frac{1}{3x}) dx + \iint_{D} (\frac{3}{x} - \frac{x}{3}) dx$$
 
$$= \frac{4}{3} - \frac{1}{3} \ln 3 + 3 \ln 3 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3} \ln 3.$$

#### 18. (解答题)

将
$$(x,y)=(0,0)$$
代入原方程得 $z(0,0)=-1$ ; 原方程对 $x$ 求偏导,得:  $z'_x+e^x-y\cdot \frac{2zz'_x}{1+z^2}=0$ ①,从而 $z'_x(0,0)=-1$ ;

①式对
$$x$$
求偏导,得:  $z''_{xx} + e^x - y \cdot \frac{\partial \left(\frac{2zz'_x}{1+z^2}\right)}{\partial x} = 0$ ,从而 $z''_{xx}(0,0) = -1$ ;

原方程对y求偏导,得:  ${z'}_y - \ln(1+z^2) - y \cdot \frac{2zz'y}{1+z^2} = 0$ ②,从而 ${z'}_y(0,0) = \ln 2$ ;

②式对
$$y$$
求偏导得 $z''_{yy} - \frac{2zz'_y}{1+z^2} - \frac{2zz'_y}{1+z^2} - y \cdot \frac{\partial \left(\frac{2zz'_y}{1+z^2}\right)}{\partial y} = 0,$  从而 $z''_{yy}(0,0) = -2\ln 2;$  综上, $\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right)_{|(0,0)}^{|} = -1 - 2\ln 2.$ 

## 19. (解答题)

 $\therefore t = \ln 2 \exists S(t)$ 的唯一的极大值点,也是最大值点,故最大值为 $S(\ln 2) = \frac{1}{16}(\ln 2 + \frac{3}{4})$ .



(1)因
$$|f''(x)| \le 1$$
,则 $-1 \le f''(x) \le 1$ .

$$\Rightarrow F(x) = f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x - \frac{x(1-x)}{2}, x \in (0,1).$$

$$F\left(0\right)=0,F\left(1\right)=0,F^{\prime\prime}\left(x\right)=f^{\prime\prime}\left(x\right)+1\geq0,$$

则F(x)为凹函数,所以 $F(x) \leq 0$ .

故
$$f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x \le \frac{x(1-x)}{2}$$
①.

$$\Rightarrow G(x) = f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x + \frac{x(1-x)}{2}, x \in (0,1)$$

$$G\left(0\right)=0,G\left(1\right)=0$$
,  $G''\left(x\right)=f''\left(x\right)-1\leq0$ ,

则G(x)为凸函数,所以 $G(x) \geq 0$ .

故
$$f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x \ge -\frac{x(1-x)}{2}$$
②.

综上①②,得: 
$$|f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x| \leq \frac{x(1-x)}{2}$$
,

 $x \in (0,1).$ 

$$x \in (0,1)$$
.

(2) 由①知,  $f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x \le \frac{x(1-x)}{2}$ ,  $x \in (0,1)$ .

 $\Rightarrow \int_0^1 [f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x] dx \le \int_0^1 \frac{x(1-x)}{2} dx$ ,

 $\Rightarrow \int_0^1 f(x) dx - \frac{f(0) + f(1)}{2} \le \frac{1}{12}$ . ③

$$\Rightarrow \int_{0}^{1}\left[f\left(x
ight)-f\left(0
ight)\left(1-x
ight)-f\left(1
ight)x
ight]dx \leq \int_{0}^{1}rac{\tilde{x}\left(1-x
ight)}{2}dx,$$

$$\Rightarrow \int_0^1 f(x) dx - \frac{f(0) + f(1)}{2} \le \frac{1}{12}.$$

曲②知,
$$f\left(x
ight)-f\left(0
ight)\left(1-x
ight)-f\left(1
ight)x\geq-rac{x\left(1-x
ight)}{2}$$
, $x\in\left(0,1
ight)$ 

由②知, 
$$f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x \ge -\frac{x(1-x)}{2}$$
,  $x \in (0,1)$ .  $\Rightarrow \int_0^1 [f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x] dx \ge \int_0^1 -\frac{x(1-x)}{2} dx$ ,  $\Rightarrow \int_0^1 f(x) dx - \frac{f(0) + f(1)}{2} \ge -\frac{1}{12}$ . ④

$$\Rightarrow \int_0^1 f(x) dx - \frac{f(0) + f(1)}{2} \ge -\frac{1}{12}.$$

综上③④: 
$$\left| \int_0^1 f(x) dx - \frac{f(0) + f(1)}{2} \right| \le \frac{1}{12}$$
.

## 21. (解答题)

## (1)证明:

所以
$$Ax = \alpha$$
的解均为 $Bx = \beta$ 的解.

(2)由于 $Ax = \alpha$ 的解均为 $Bx = \beta$ 的解.

若 $Ax = \alpha = \beta Bx = \beta$ 同解,则与题意矛盾,故 $Ax = \alpha$ 的解是 $Bx = \beta$ 解 的真子集,故Ax = 0基础解系中解向量的个数小于Bx = 0基础解系中解向 量的个数,则3-r(A)<3-r(B),故r(A)>r(B).



又
$$r(A)=3$$
, 故 $r(B)<3$ , 则  $1-1$   $a=0$ , 得 $a=1$ .  $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 2 \end{vmatrix}$ 

$$(1)X$$
的概率密度为 $f(x)=\left\{egin{array}{c} rac{1}{ heta}, 0 < x < heta \ 0, 其 他 \end{array}
ight., \ X$ 的分布函数为 $F(x)=\left\{egin{array}{c} 0, x < 0 \ rac{1}{ heta}x, 0 \leq x < heta \ 1, x \geq heta \end{array}
ight.$ 

 $X_{(n)}$ 的分布函数为:

$$F_{X_{(n)}}(x) = P\{\max\{X_1, X_2, \cdots, X_n\} \le x\}$$
  
=  $P\{X_1 \le x, X_2 \le x, \cdots, X_n \le x\}$   
=  $P\{X_1 \le x\} \cdot P\{X_2 \le x\} \cdot \cdots \cdot P\{X_n \le x\} = F^n(x)$ ,  $X_{(n)}$ 概率密度为

$$f_{X_{(n)}}(x) = nF^{n-1}(x) \cdot f(x)$$

$$= \begin{cases} \frac{n}{\theta^n} x^{n-1}, 0 < x < \theta \\ 0, 其他 \end{cases}$$

$$E(T_c) = cE(X_{(n)}) = c\int_0^\theta x \cdot \frac{n}{\theta^n} x^{n-1} dx = \frac{cn}{n+1}\theta.$$

$$\Rightarrow E(T_c) = \frac{cn}{\theta} \theta - \theta \quad \text{if } c = \frac{n+1}{\theta}.$$

令
$$E(T_c) = \frac{cn}{n+1}\theta = \theta$$
, 得 $c = \frac{n+1}{n}$ .

(2)  $E(T_c^2) = c^2 E(X_{(n)}^2) = c^2 \int_0^\theta x^2 \cdot \frac{n}{\theta^n} x^{n-1} dx = \frac{c^2 n}{n+2} \theta^2$ .

$$abla h(c) = E(T_c - \theta)^2$$

$$= E(T_c^2 - 2\theta T_c + \theta^2)$$

$$=\frac{c^2n}{n+2}\theta^2-\frac{2cn}{n+1}\theta^2+\theta^2.$$

$$h'(c) = \frac{2cn}{n+2}\theta^2 - \frac{2n}{n+1}\theta^2,$$

$$\Rightarrow h'(c) = 0$$
  $\Rightarrow c = \frac{n+2}{n+1}$ 

$$h''(c) = \frac{2n}{n+2}\theta^2 > 0$$

所以当
$$c = \frac{n+2}{n+1}$$
时, $h(c)$ 最小.





## 选择题 (共10题, 共50分)

1. (单选题) 5分

设函数
$$f(x) = \lim_{n \to \infty} \frac{1+x}{1+nx^{2n}}$$
,则 $f(x)$ ()

$$A. Ex = 1$$
 ,  $x = -1$ 处都连续 $B. Ex = 1$ 处连续,  $x = -1$ 处不连续

$$C.$$
在 $x = 1$  ,  $x = -1$ 处都不连续 $D.$ 在 $x = 1$ 处不连续,  $x = -1$ 处连续

2. (单选题) 5分

设
$$I = \int_{a}^{a+k\pi} |\sin x| dx, k$$
为整数,则 $I$ 的值()

A.只与
$$a$$
有关B.只与 $k$ 有关C.与 $a$ ,  $k$ 均有关D.与 $a$ ,  $k$ 均无关

3. (单选题) 5分

设
$$f(x,y)$$
是连续函数,则 $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}dx\int_{\sin x}^{1}f(x,y)dy=()$ 

$$\mathrm{A.}\!\int_{\frac{1}{2}}^{1}dy\int_{\frac{\pi}{6}}^{arc\sin y}f(x,y)dx\\ \mathrm{B.}\!\int_{\frac{1}{2}}^{1}dy\int_{arc\sin y}^{\frac{\pi}{2}}f(x,y)dx$$

C. 
$$\int_0^{\frac{1}{2}} dy \int_{\frac{\pi}{6}}^{arc\sin y} f(x,y) dx$$
 D.  $\int_0^{\frac{1}{2}} dy \int_{arc\sin y}^{\frac{\pi}{2}} f(x,y) dx$ 

4. (单选题) 5分 设幂级数 
$$\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n$$
的和函数为 $\ln(2+x)$ , 则  $\sum_{n=0}^{\infty}na_{2n}=$ ( )

$${\rm A.} - \frac{1}{6} {\rm B.} - \frac{1}{3} {\rm C.} \frac{1}{6} {\rm D.} \frac{1}{3}$$

5. (单选题) 5分

设二次型 $f\left(x_{1},x_{2},x_{3}
ight)=x^{T}Ax$ 在正交变换下可化成  $y_{1}^{2}-2y_{2}^{2}+3y_{3}^{2}$ ,则二次型f的矩阵A的行列式与迹分别为()

6. (单选题) 5分

设A为3阶矩阵,
$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
.若 $P^TAP^2 = \begin{pmatrix} a+2c & 0 & c \\ 0 & b & 0 \\ 2c & 0 & c \end{pmatrix}$ ,则 $A=()$ 

$$\text{A.} \left( \begin{matrix} c & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & b \end{matrix} \right) \text{B.} \left( \begin{matrix} b & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & a \end{matrix} \right) \text{C.} \left( \begin{matrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{matrix} \right) \text{D.} \left( \begin{matrix} c & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & a \end{matrix} \right)$$

设矩阵
$$A=\begin{pmatrix}a+1&b&3\\a&\frac{b}{2}&1\\1&1&2\end{pmatrix}$$
, $M_{ij}$ 表示 $A$ 的 $i$ 行 $j$ 列元素的余子式.若 $|A|=-\frac{1}{2}$ ,且

$$-M_{21} + M_{22} - M_{23} = 0$$
,  $\mathbb{Q}()$ 

$${
m A.}a=0$$
  ${
m id}a=-rac{3}{2}{
m B.}a=0$   ${
m id}a=rac{3}{2}{
m C.}\;b=1$   ${
m id}b=-rac{1}{2}{
m D.}\;b=-1$   ${
m id}b=rac{1}{2}$ 

8. (单选题) 5分

设随机变量
$$X$$
的概率密度为 $f(x)=egin{cases} 6x(1-x), 0 < x < 1 \ 0, 其他 \end{cases}$ ,则 $X$ 的三阶中心距



$$E(X - EX)^3 = ()$$

A. 
$$-\frac{1}{32}B.0C.\frac{1}{16}D.\frac{1}{2}$$

9. (单选题) 5分

随机变量X, Y相互独立, 其 $X \sim N(0,2), Y \sim N(-1,1)$ , 记

$$p_1 = P\left\{2X > Y
ight\}$$
,  $p_2 = P\left\{X - 2Y > 1
ight\}$ , 则()

$$ext{A.} p_1 > p_2 > rac{1}{2} ext{B.} p_2 > p_1 > rac{1}{2} ext{C.} \; p_1 < p_2 < rac{1}{2} ext{D.} p_2 < p_1 < rac{1}{2}$$

10. (单选题) 5分

设随机变量X,Y相互独立,且均服从参数为 $\lambda$ 的指数分布,令Z=|X-Y|,则下列随机变量中与Z同分布的是()

$$A.X + YB.\frac{X+Y}{2}C.\ 2XD.X$$

## 选择题 (共10题, 共50分)

1. (单选题) 5分

设函数
$$f(x) = \lim_{n \to \infty} \frac{1+x}{1+nx^{2n}}$$
,则 $f(x)$ ()

$$A.$$
在 $x=1$ ,  $x=-1$ 处都连续 $B.$ 在 $x=1$ 处连续,  $x=-1$ 处不连续

$$C.$$
在 $x=1$ ,  $x=-1$ 处都不连续 $D.$ 在 $x=1$ 处不连续,  $x=-1$ 处连续

2. (单选题) 5分

设
$$I = \int_{a}^{a+k\pi} |\sin x| dx, k$$
为整数,则 $I$ 的值()

$$A.$$
只与 $a$ 有关 $B.$ 只与 $k$ 有关 $C.$ 与 $a$ ,  $k$ 均有关 $D.$ 与 $a$ ,  $k$ 均无关

3. (单选题) 5分

设
$$f(x,y)$$
是连续函数,则 $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}dx\int_{\sin x}^{1}f(x,y)dy=()$ 

$$\mathrm{A.}\!\int_{\frac{1}{2}}^{1}dy\int_{\frac{\pi}{6}}^{arc\sin y}f(x,y)dx\\ \mathrm{B.}\!\int_{\frac{1}{2}}^{1}dy\int_{arc\sin y}^{\frac{\pi}{2}}f(x,y)dx$$

C. 
$$\int_0^{\frac{1}{2}} dy \int_{\frac{\pi}{6}}^{arc\sin y} f(x,y) dx$$
 D.  $\int_0^{\frac{1}{2}} dy \int_{arc\sin y}^{\frac{\pi}{2}} f(x,y) dx$ 

4. (单选题) 5分

设幂级数 
$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$
的和函数为 $\ln(2+x)$ ,则  $\sum_{n=0}^{\infty} n a_{2n} = ()$ 



 $A. - \frac{1}{6}B. - \frac{1}{3}C. \frac{1}{6}D. \frac{1}{3}$ 

5. (单选题) 5分

设二次型 $f\left(x_1,x_2,x_3\right)=x^TAx$ 在正交变换下可化成  $y_1^2-2y_2^2+3y_3^2$ ,则二次型f的矩阵A的行列式与迹分别为( )

6. (单选题) 5分

设A为3阶矩阵,
$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
.若 $P^TAP^2 = \begin{pmatrix} a+2c & 0 & c \\ 0 & b & 0 \\ 2c & 0 & c \end{pmatrix}$ ,则 $A=()$ 

$$A. \, \begin{pmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix} B. \begin{pmatrix} b & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix} C. \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix} D. \, \begin{pmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$

7. (单选题) 5分

设矩阵
$$A=egin{pmatrix} a+1&b&3\\ a&rac{b}{2}&1\\ 1&1&2 \end{pmatrix}$$
, $M_{ij}$ 表示 $A$ 的 $i$ 行 $j$ 列元素的余子式.若 $|A|=-rac{1}{2}$ ,且

$$-M_{21} + M_{22} - M_{23} = 0$$
,  $\mathbb{M}()$ 

$${\rm A.}a = 0$$
或 $a = -\frac{3}{2}{\rm B.}a = 0$ 或 $a = \frac{3}{2}{\rm C.}$   $b = 1$ 或 $b = -\frac{1}{2}{\rm D.}$   $b = -1$ 或 $b = \frac{1}{2}$ 

8. (单选题) 5分

设随机变量
$$X$$
的概率密度为 $f(x)=\left\{egin{array}{ll} 6x(1-x),0< x<1 \\ 0,$  其他  $\end{array}\right.$  ,则 $X$ 的三阶中心距

$$E(X - EX)^3 = ()$$

A. 
$$-\frac{1}{32}$$
B.0C. $\frac{1}{16}$ D. $\frac{1}{2}$ 

9. (单选题) 5分

随机变量X, Y相互独立, 其 $X\sim N(0,2)$ , $Y\sim N(-1,1)$ , 记

$$p_1 = P\{2X > Y\}, p_2 = P\{X - 2Y > 1\}, \mathbb{Q}()$$

$${
m A.} p_1 > p_2 > rac{1}{2} {
m B.} p_2 > p_1 > rac{1}{2} {
m C.} \; p_1 < p_2 < rac{1}{2} {
m D.} p_2 < p_1 < rac{1}{2}$$

10. (单选题) 5分

设随机变量X, Y相互独立, 且均服从参数为 $\lambda$ 的指数分布, 令Z=|X-Y|, 则下列随机变量中与Z同分布的是()

$$A.X + YB.\frac{X+Y}{2}C. 2XD.X$$

## 填空题 (共6题,共30分)

11. (填空题) 5分



## 填空题 (共6题,共30分)

设随机试验每次成功的概率为p, 现进行3次独立重复试验, 在至少成功1次的条件下3次

## 解答题 (共6题,共70分)

试验全部成功的概率为 $\frac{4}{13}$ ,则 $p = _____$ .



#### 17. (解答题) 10分

设平面有界区域D位于第一象限,由曲线 $xy=\frac{1}{3}, xy=3$ 与直线 $y=\frac{1}{3}x$ ,y=3x围成,计算  $\int\limits_{D} (1+x-y)dxdy$ .

#### 18. (解答题) 12分

设函数z=z(x,y)由方程 $z+e^x-y\ln(1+z^2)=0$ 确定,求  $(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2})|_{(0,0)}$ .

## 19. (解答题) 12分

设t>0, 平面有界区域D由曲线 $y=xe^{-2x}$ 与直线x=t, x=2t及x轴围成, D的面积为 $S\left(t\right)$ , 求 $S\left(t\right)$ 的最大值.

#### 20. (解答题) 12分

设函数f(x)具有2阶导数,且f'(0) = f'(1), $|f''(x)| \leq 1$ .证明:

(1) 当
$$x \in (0,1)$$
时, $|f(x)-f(0)(1-x)-f(1)x| \le \frac{x(1-x)}{2}$ ;

(2) 
$$\left| \int_0^1 f(x) dx - \frac{f(0) + f(1)}{2} \right| \le \frac{1}{12}$$
.

设矩阵A = 
$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$
, B =  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & a & a - 1 \\ 2 & -3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ , 向量

$$\alpha = \begin{pmatrix} l \, 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \ \beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

- (1) 证明: 方程组 $Ax = \alpha$ 的解均为方程组 $Bx = \beta$ 的解;
- (2) 若方程组 $Ax = \alpha$ 与方程组 $Bx = \beta$ 不同解,求a的值.

## 22. (解答题) 12分

设总体X服从 $[0,\theta]$ 上的均匀分布,其中 $\theta\in(0,+\infty)$ 为未知参数. $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体X的简单随机样本,记  $X_{(n)}=\max\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$ ,

$$T_c = cX_{(n)}$$
.

- (1) 求c, 使得 $E(T_c) = \theta$ ;
- (2) 记 $h(c) = E(T_c \theta)^2$ , 求c使得h(c)最小.

## 解答题 (共6题, 共70分)

#### 17. (解答题) 10分

设平面有界区域D位于第一象限,由曲线 $xy=\frac{1}{3},xy=3$ 与直线 $y=\frac{1}{3}x$ ,y=3x围成,计算  $\int\limits_{D} \big(1+x-y\big)dxdy$ .

## 18. (解答题) 12分

设函数z=z(x,y)由方程 $z+e^x-y\ln(1+z^2)=0$ 确定,求 $(rac{\partial^2 z}{\partial x^2}+rac{\partial^2 z}{\partial y^2})|_{(0,0)}.$ 

19. (解答题) 12分



设t>0, 平面有界区域D由曲线 $y=xe^{-2x}$ 与直线x=t, x=2t及x轴围成, D的 面积为S(t), 求S(t)的最大值.

20. (解答题) 12分

设函数f(x)具有2阶导数,且f'(0) = f'(1),  $|f''(x)| \leq 1$ .证明:

(1) 当
$$x \in (0,1)$$
时, $|f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x| \le \frac{x(1-x)}{2}$ ;
(2)  $|\int_0^1 f(x) dx - \frac{f(0) + f(1)}{2}| \le \frac{1}{12}$ .

$$(2) \left| \int_0^1 f(x) dx - \frac{f(0) + f(1)}{2} \right| \le \frac{1}{12}.$$

21. (解答题) 12分

设矩阵
$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$
,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & a & a - 1 \\ 2 & -3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ , 向量

$$\alpha = \begin{pmatrix} l \, 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

- (1) 证明: 方程组 $Ax = \alpha$ 的解均为方程组 $Bx = \beta$ 的解;
- (2) 若方程组 $Ax = \alpha$ 与方程组 $Bx = \beta$ 不同解,求a的值.
- 22. (解答题) 12分

设总体X服从 $[0,\theta]$ 上的均匀分布,其中 $\theta \in (0,+\infty)$ 为未知参数. $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体X的简单随机样本,记 $X_{(n)} = \max\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ ,

 $T_c = cX_{(n)}$ .

- (1) 求c, 使得 $E(T_c) = \theta$ ;
- (2) 记 $h(c) = E(T_c \theta)^2$ , 求c使得h(c)最小.

# 答案与解析

# 答案与解析

## 选择题

1. (单选题)

[正确答案] D

$$f(x) = \left\{egin{array}{l} x+1, |x| < 1, \ 0, 其他 \ \oplus \mp \lim_{x o 1^-} f(x) = 2, \lim_{x o 1^+} f(x) = 0, \end{array}
ight.$$

所以f(x)在x = 1处不连续.

$$\lim_{x o -1^-} f(x) = 0$$
 ,  $\lim_{x o -1^+} f(x) = 0$  ,

所以
$$\lim_{x \to -1} f(x) = 0 = f(-1)$$
,

所以f(x)在x = -1处连续.



故选(D).

#### 2. (单选题)

[正确答案] B

[试题解析]:

由于 $|\sin x|$ 的周期是 $\pi$ ,

所以

$$I = \int_a^{a+k\pi} |\sin x| \, \mathrm{d}x$$

$$= \int_0^{k\pi} |\sin x| \, \mathrm{d}x = k \int_0^{\pi} |\sin x| \, \mathrm{d}x = 2k,$$

因此,该积分值只与k有关.

故选(B).

#### 3. (单选题)

[正确答案] A

[试题解析]:

$$\int_{rac{\pi}{6}}^{rac{\pi}{2}}dx\int_{\sin x}^{1}f(x,y)dy=\int_{rac{1}{2}}^{1}dy\int_{rac{\pi}{6}}^{rcsin y}f(x,y)dx$$
,故选A.

4. (单选题)

[正确答案] A

[试题解析]:

$$\ln(2+x) = \ln 2 + \ln\left(1 + \frac{1}{2}x\right)$$

$$= \ln 2 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^n}{n}.$$

所以,
$$a_n = \begin{cases} \ln 2, & n = 0 \\ (-1)^{n-1} \frac{1}{n2^2}, & n \ge 1 \end{cases}$$
  
当 $n \ge 1$ , $a_{2n} = -\frac{1}{2n \cdot 2^{2n}}$ .  
所以, $\sum_{n=0}^{\infty} n a_{2n} = \sum_{n=1}^{\infty} n a_{2n}$ 

所以, 
$$\sum_{n=0}^{\infty} n a_{2n} = \sum_{n=1}^{\infty} n a_{2n}$$

$$=\sum_{n=1}^{\infty}n\cdot\left(-\frac{1}{2\,n\cdot 2^{\,2\,n}}\right)$$

$$= -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{2n+1}} = -\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^3}{1-\frac{1}{4}} = -\frac{1}{6},$$

故选(A).

## 5. (单选题)

[正确答案] C

[试题解析]:

由题可知,A的特征值为1,-2,3,

故
$$|A| = 1 \times (-2) \times 3 = -6$$
,  $tr(A) = 1 + (-2) + 3 = 2$ , 故选C.

6. (单选题)

[正确答案] C



$$\begin{split} & \mathbb{M}A = \left(P^{T}\right)^{-1} \begin{pmatrix} a+2c & 0 & c \\ 0 & b & 0 \\ 2c & 0 & c \end{pmatrix} \left(P^{2}\right)^{-1} \\ & = \left(P^{-1}\right)^{T} \begin{pmatrix} a+2c & 0 & c \\ 0 & b & 0 \\ 2c & 0 & c \end{pmatrix} \left(P^{-1}\right)^{2} \\ & = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a+2c & 0 & c \\ 0 & b & 0 \\ 2c & 0 & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{2} \\ & = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}, \end{split}$$

故选C.

#### 7. (单选题)

[正确答案] B

[试题解析]:

由
$$-M_{21}+M_{22}-M_{23}=0$$
, 得 $A_{21}+A_{22}+A_{23}=0$ .

于是
$$b=a+1$$
.

$$|A| = \begin{vmatrix} a+1 & a+1 & 3 \\ a & \frac{a+1}{2} & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \frac{(1-a)(2a-1)}{2} = -\frac{1}{2},$$

$$得a = 0 或a = \frac{3}{2}.$$

故选(B).

## 8. (单选题)

[正确答案] B [试题解析]:

$$EX = \int_0^1 x \cdot 6x(1-x)dx = \frac{1}{2}$$
,  $E(X - EX)^3 = \int_0^1 (x - EX)^3 \cdot 6x(1-x)dx = \int_0^1 (x - \frac{1}{2})^3 \cdot 6x(1-x)dx = 0$ . 故选(B).

## 9. (单选题)

[正确答案] B



$$F_Z(z) = \iint\limits_{|x-y| \le z} f(x,y) dx dy = \iint\limits_{|x-y| \le z} \lambda e^{-\lambda x} \lambda e^{-\lambda y} dx dy$$
 $= 2 \int_0^{+\infty} dy \int_y^{y+z} \lambda e^{-\lambda x} \lambda e^{-\lambda y} dx = 1 - e^{-\lambda z}.$ 
所以 $F_Z(z) = \left\{ \begin{array}{c} 0, \ z < 0 \\ 1 - e^{-\lambda z}, z \ge 0 \end{array} \right.$  显然 $Z = |X - Y|$ 与 $X$ 同分布.

故选(D).

## 选择题

1. (单选题)  
[正确答案] D  
[试题解析]:  

$$f(x) = \begin{cases} x+1, |x| < 1, \\ 0, 其他 \end{cases}$$

由于
$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = 2$$
,  $\lim_{x\to 1^+} f(x) = 0$ , 所以 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处不连续.

$$\lim_{x \to -1^-} f(x) = 0$$
,  $\lim_{x \to -1^+} f(x) = 0$ , 所以  $\lim_{x \to -1^+} f(x) = 0$ 

所以 
$$\lim_{x \to -1} f(x) = 0 = f(-1)$$

所以f(x)在x = -1处连续.

故选(D).

## 2. (单选题)

[正确答案] B

[试题解析]:

由于 $|\sin x|$ 的周期是 $\pi$ ,

所以

$$\begin{split} I &= \int_a^{a+k\pi} |\sin x| \, \mathrm{d}x \\ &= \int_0^{k\pi} |\sin x| \, \mathrm{d}x = k \int_0^\pi |\sin x| \, \mathrm{d}x = 2k \,, \end{split}$$



因此,该积分值只与k有关.

故选(B).

3. (单选题)

[正确答案] A

[试题解析]:

$$\int_{rac{\pi}{6}}^{rac{\pi}{2}} dx \int_{\sin x}^{1} f(x,y) dy = \int_{rac{1}{2}}^{1} dy \int_{rac{\pi}{6}}^{rcsin y} f(x,y) dx$$
,故选A.

4. (单选题)

[正确答案] A

[试题解析]:

故选(A).

5. (单选题)

[正确答案] C

[试题解析]:

由题可知, A的特征值为1,-2,3,

故
$$|A|=1 imes(-2) imes3=-6$$
,  $tr(A)=1+(-2)+3=2$ , 故选C.

6. (单选题)

[正确答案] C



$$=\begin{pmatrix}1&0&-1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a+2c&0&c\\0&b&0\\2c&0&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\-1&0&1\end{pmatrix}^2\\=\begin{pmatrix}a&0&0\\0&b&0\\0&0&c\end{pmatrix},$$

故选C.

#### 7. (单选题)

[正确答案] B

[试题解析]:

由
$$-M_{21}+M_{22}-M_{23}=0$$
, 得 $A_{21}+A_{22}+A_{23}=0$ .

于是
$$b = a + 1$$
.

$$|A| = egin{array}{ccccc} |a+1 & a+1 & 3 \ a & \frac{a+1}{2} & 1 \ | & 1 & 1 & 2 \ \end{array} = rac{(1-a)(2\,a-1)}{2} = -rac{1}{2},$$

$$得a = 0或a = \frac{3}{2}.$$

故选(B).

## 8. (单选题)

[正确答案] B

[试题解析]:

$$EX = \int_0^1 x \cdot 6x(1-x) dx = \frac{1}{2},$$
 $E(X - EX)^3 = \int_0^1 (x - EX)^3 \cdot 6x(1-x) dx$ 
 $= \int_0^1 (x - \frac{1}{2})^3 \cdot 6x(1-x) dx = 0.$ 
故选(B).

## 9. (单选题)

[正确答案] B

$$Y-2X\sim N(-1,3^2)$$
, 则 $p_1=\Phi(\frac{0+1}{3})=\Phi(\frac{1}{3})>\Phi(0)=\frac{1}{2}$ .  $2Y-X\sim N(-2,\sqrt{6}^2)$ , 则 $p_2=\Phi(\frac{-1+2}{\sqrt{6}})=\Phi(\frac{\sqrt{6}}{6})>\Phi(0)=\frac{1}{2}$ . 因为 $\Phi(x)$ 单增, $\frac{\sqrt{6}}{6}>\frac{1}{3}$ ,所以 $p_2>p_1>\frac{1}{2}$ . 故选(B).



#### 10. (单选题)

[正确答案] D

[试题解析]:

#### 填空题

令 
$$f(x) = \int_0^x \frac{\left(1+t^2\right)\sin t^2}{1+\cos t^2} dt$$
 ,则  $f'(x) = \frac{(1+x^2)\sin x^2}{1+\cos^2 x} \sim \frac{x^2}{2}$ ,所以  $f(x) \sim \frac{x^3}{6}$  ,则  $k=3$  .

自
$$\begin{cases} f'_x(x,y) = 6x^2 - 18x + 12 = 0 \\ f'_y(x,y) = -24y^3 + 24 = 0 \end{cases}$$
 得: 驻点 $(1,1)$ 和 $(2,1)$   $f''_{xx}(x,y) = 12x - 18$ ,  $f''_{yy}(x,y) = -72y^2$ ,  $f''_{xy}(x,y) = 0$ .



1)对于驻点(1,1): A=-6, B=0, C=-72, 由 $AC-B^2>0$ 且A<0可知, 驻点(1,1)是f(x,y)的极小值点. 2)对于驻点(2,1): A=6, B=0, C=-72, 由 $AC-B^2<0$ 可知, 驻点(2,1)不是f(x,y)的极值点. 故f(x,y)的极值点是(1,1).

#### 14. (填空题)

$$L(Q) = R - C = PQ - C$$
 $= \begin{cases} -0.5Q^2 + 20Q - 150, Q \leq 20 \\ -Q^2 + 30Q - 150, Q > 20 \end{cases}$ 
 $L'(Q) = \begin{cases} -Q + 20, Q < 20 \\ -2Q + 30, Q > 20 \end{cases}$ 
 $L'_{+}(20) = -10, L'_{-}(20) = 0,$ 
则 $Q = 20$ 为 $L(Q)$ 的不可导点.
 $Q < 20$ 时, $L'(Q) > 0$ ;  $Q > 20$ 时, $L'(Q) < -10 < 0$ ,则 $Q = 20$ 为唯一极大值点,也是最大值点.
 $L(20) = 50$ ,所以最大利润为 $50$ .

#### 15. (填空题)

$$r(2E-A)=1$$
, 故 $\lambda=2$ 至少为 $A$ 的二重特征值. 由 $r(E+A)=2$ , 故 $\lambda=-1$ 至少为 $A$ 的一重特征值, 故 $A$ 的特征值为u $\lambda_1=\lambda_2=2$ ,  $\lambda_3=-1$ , 则 $|A|=-4$ ,  $|A^*|=|A|^2=16$ .

#### 16. (填空题)

设随机变量
$$X$$
表示三次试验中成功的次数,则 $X\sim B(3,p)$ . 所以 $P\{X=3|X\geq 1\}=\frac{P\{X=3,X\geq 1\}}{P\{X\geq 1\}}=\frac{P\{X=3\}}{P\{X\geq 1\}}=\frac{C_3^3p^3}{1-C_3^0(1-p)^3}=\frac{4}{13}$ ,故 $p=\frac{2}{3}$ .

## 填空题

## 11. (填空题)

令
$$f(x) = \int_0^x \frac{\left(1+t^2\right)\sin t^2}{1+\cos t^2} dt$$
,则 $f'(x) = \frac{(1+x^2)\sin x^2}{1+\cos^2 x} \sim \frac{x^2}{2}$ ,所以 $f(x) \sim \frac{x^3}{6}$  ,则 $k = 3$ .

## 12. (填空题)



$$\begin{array}{l} - & \frac{(x-1)(x+1)(x^2+4)}{(x-B+D)x^2+(4A+4B-C)x+(4A-4B-D)} \\ = & \frac{(A+B+C)x^3+(A-B+D)x^2+(4A+4B-C)x+(4A-4B-D)}{(x-1)(x+1)(x^2+4)} \\ & \left\{ \begin{array}{l} A+B+C=0 \\ A+B+C=0 \end{array} \right\} & A=\frac{1}{2} \\ \therefore & \left\{ \begin{array}{l} A-B+D=0 \\ 4A+4B-C=0 \end{array} \right\} & \left\{ \begin{array}{l} B=-\frac{1}{2} \\ C=0 \end{array} \right. \\ & \left\{ \begin{array}{l} 4A-4B-D=5 \\ C=0 \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-B+D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-B+D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-AB-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-AB-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-AB-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-AB-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-AB-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-AB-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-AB-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-AB-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-AB-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-AB-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-AB-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-AB-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-AB-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-AB-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-AB-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-AB-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-AB-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-AB-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-AB-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-AB-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-AB-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-B-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-B-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-B-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-B-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-B-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-B-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-B-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-B-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-B-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-B-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-B-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-B-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-B-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-B-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-B-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-B-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-B-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-B-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-B-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-B-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-B-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & C=0 \\ & \left\{ \begin{array}{l} A-B-D=\frac{1}{2} \end{array} \right\} & C=0 \\ & C=0 \\$$

#### 13. (填空题)

$$\oplus \begin{cases} f'_{x}(x,y) = 6x^{2} - 18x + 12 = 0 \\ f'_{y}(x,y) = -24y^{3} + 24 = 0 \end{cases}$$

得: 驻点(1,1)和(2,1)

$$f^{\prime\prime}{}_{xx}(x,y)=12x-18$$
 ,  $f^{\prime\prime}{}_{yy}(x,y)=-72y^2$  ,  $f^{\prime\prime}{}_{xy}(x,y)=0$  .

1)对于驻点(1,1): A=-6, B=0, C=-72,

由
$$AC - B^2 > 0$$
且 $A < 0$ 可知,驻点 $(1,1)$ 是 $f(x,y)$ 的极小值点.

2)对于驻点(2,1): A=6, B=0, C=-72,

由 $AC - B^2 < 0$ 可知,驻点(2,1)不是f(x,y)的极值点.

故f(x,y)的极值点是(1,1).

## 14. (填空题)

$$L(Q) = R - C = PQ - C$$

$$= \begin{cases} -0.5Q^2 + 20Q - 150, Q \le 20 \\ -Q^2 + 30Q - 150, Q > 20 \end{cases}$$
 $L'(Q) = \begin{cases} -Q + 20, Q < 20 \\ -2Q + 30, Q > 20 \end{cases}$ 
 $L'_{+}(20) = -10, L'_{-}(20) = 0,$ 

则Q = 20为L(Q)的不可导点.

$$Q < 20$$
时,  $L'(Q) > 0$ ;  $Q > 20$ 时,  $L'(Q) < -10 < 0$ ,

则Q=20为唯一极大值点,也是最大值点.

L(20) = 50 , 所以最大利润为50.

## 15. (填空题)

$$r(2E-A)=1$$
,故 $\lambda=2$ 至少为 $A$ 的二重特征值.由 $r(E+A)=2$ ,故 $\lambda=-1$ 至少为 $A$ 的一重特征值,故 $A$ 的特征值为u $\lambda_1=\lambda_2=2$ , $\lambda_3=-1$ ,则 $|A|=-4$ , $|A^*|=|A|^2=16$ .

## 16. (填空题)

设随机变量X表示三次试验中成功的次数,则 $X \sim B(3,p)$ .



所以
$$P\{X=3|X\geq 1\}=rac{P\{X=3,X\geq 1\}}{P\{X\geq 1\}}=rac{P\{X=3\}}{P\{X\geq 1\}}=rac{P\{X=3\}}{P\{X\geq 1\}}$$
 =  $rac{C_3^3p^3}{1-C_3^0(1-p)^3}=rac{4}{13}$ , 故 $p=rac{2}{3}$ .

#### 解答题

## 17. (解答题)

积分区域
$$D$$
关于 $y=x$ 对称,由轮换对称性可得, 
$$\iint_D (1+x-y) dx dy = \iint_D (1+y-x) dx dy,$$
 故 
$$\iint_D (1+x-y) dx dy = \frac{1}{2} (\iint_D (1+x-y) dx dy + \iint_D (1+y-x) dx dy)$$
 
$$= \iint_D 1 dx dy$$
 
$$= \iint_{D} 1 dx dy$$
 
$$= \iint_{D} (3x - \frac{1}{3x}) dx + \iint_{D} (\frac{3}{x} - \frac{x}{3}) dx$$
 
$$= \frac{4}{3} - \frac{1}{3} \ln 3 + 3 \ln 3 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3} \ln 3.$$

#### 18. (解答题)

将
$$(x,y)=(0,0)$$
代入原方程得 $z(0,0)=-1$ ; 原方程对 $x$ 求偏导,得:  $z'_x+e^x-y\cdot \frac{2zz'_x}{1+z^2}=0$ ①,从而 $z'_x(0,0)=-1$ ;

①式对
$$x$$
求偏导,得:  $z''_{xx} + e^x - y \cdot \frac{\partial \left(\frac{2zz'_x}{1+z^2}\right)}{\partial x} = 0$ ,从而 $z''_{xx}(0,0) = -1$ ;

原方程对
$$y$$
求偏导,得:  $z'_y - \ln(1+z^2) - y \cdot \frac{2zz'_y}{1+z^2} = 0$ ②,从而 $z'_y(0,0) = \ln 2$ ;

②式对
$$y$$
求偏导得 $z''_{yy} - \frac{2zz'_y}{1+z^2} - \frac{2zz'_y}{1+z^2} - y \cdot \frac{\partial \left(\frac{2zz'_y}{1+z^2}\right)}{\partial y} = 0,$ 从而 $z''_{yy}(0,0) = -2\ln 2;$ 综上, $\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right)_{|(0,0)}^{|} = -1 - 2\ln 2.$ 

## 19. (解答题)

$$\therefore t = \ln 2 \exists S(t)$$
的唯一的极大值点,也是最大值点,故最大值为 $S(\ln 2) = \frac{1}{16}(\ln 2 + \frac{3}{4})$ .



(1)因
$$|f''(x)| \le 1$$
,则 $-1 \le f''(x) \le 1$ .

$$\Rightarrow F(x) = f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x - \frac{x(1-x)}{2}, x \in (0,1).$$

$$F(0) = 0, F(1) = 0, F''(x) = f''(x) + 1 \ge 0,$$

则F(x)为凹函数,所以 $F(x) \leq 0$ .

故
$$f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x \le \frac{x(1-x)}{2}$$
①.

$$riangledown G\left(x
ight) = f\left(x
ight) - f\left(0
ight)\left(1-x
ight) - f\left(1
ight)x + rac{x\left(1-x
ight)}{2}, x \in \left(0,1
ight)$$

$$G\left(0\right)=0,G\left(1\right)=0$$
,  $G''\left(x\right)=f''\left(x\right)-1\leq0$ ,

则G(x)为凸函数,所以 $G(x) \geq 0$ .

故
$$f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x \ge -\frac{x(1-x)}{2}$$
②.

综上①②,得: 
$$|f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x| \le \frac{x(1-x)}{2}$$
,

 $x \in (0,1).$ 

(2) 由①知, 
$$f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x \le \frac{x(1-x)}{2}$$
,  $x \in (0,1)$ 

$$x \in (0,1)$$
.

(2) 由①知,  $f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x \le \frac{x(1-x)}{2}$ ,  $x \in (0,1)$ .

 $\Rightarrow \int_0^1 [f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x] dx \le \int_0^1 \frac{x(1-x)}{2} dx$ ,

 $\Rightarrow \int_0^1 f(x) dx - \frac{f(0) + f(1)}{2} \le \frac{1}{12}$ . ③

$$\Rightarrow \int_0^1 f(x) dx - \frac{f(0)+f(1)}{2} \le \frac{1}{12}.$$

曲②知,
$$f\left(x
ight)-f\left(0
ight)\left(1-x
ight)-f\left(1
ight)x\geq-rac{x\left(1-x
ight)}{2}$$
, $x\in\left(0,1
ight)$ 

由②知, 
$$f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x \ge -\frac{x(1-x)}{2}$$
,  $x \in (0,1)$ .  $\Rightarrow \int_0^1 [f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x] dx \ge \int_0^1 -\frac{x(1-x)}{2} dx$ ,  $\Rightarrow \int_0^1 f(x) dx - \frac{f(0) + f(1)}{2} \ge -\frac{1}{12}$ . ④

$$\Rightarrow \int_0^1 f(x) dx - \frac{f(0) + f(1)}{2} \ge -\frac{1}{12}.$$

综上③④: 
$$\left| \int_0^1 f(x) dx - \frac{f(0) + f(1)}{2} \right| \le \frac{1}{12}$$
.

## 21. (解答题)

## (1)证明:

则
$$r\begin{pmatrix} A & \alpha \\ B & \beta \end{pmatrix} = r(A & \alpha)$$
,故 $\begin{cases} Ax = \alpha \\ Bx = \beta \end{cases}$ 与 $Ax = \alpha$ 同解,

所以 $Ax = \alpha$ 的解均为 $Bx = \beta$ 的解

(2)由于 $Ax = \alpha$ 的解均为 $Bx = \beta$ 的解.

若 $Ax = \alpha = \beta Bx = \beta$ 同解,则与题意矛盾,故 $Ax = \alpha$ 的解是 $Bx = \beta$ 解 的真子集,故Ax = 0基础解系中解向量的个数小于Bx = 0基础解系中解向 量的个数,则3-r(A)<3-r(B),故r(A)>r(B).



又
$$r(A) = 3$$
, 故 $r(B) < 3$ , 则 1 -1  $a = 0$ , 得 $a = 1$ .  $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 2 \end{vmatrix}$ 

(解答题) 
$$(1)X$$
的概率密度为 $f(x)=\left\{ egin{array}{l} rac{1}{ heta},0< x< heta \\ 0, 其他 \end{array} \right.,$   $X$ 的分布函数为 $F(x)=\left\{ egin{array}{l} 0,x< 0 \\ rac{1}{ heta}x,0\leq x< heta \\ 1,x\geq heta \end{array} \right.$ 

$$\left\{ \begin{array}{c} 1, x \geq \theta \\ X_{(n)} \text{的分布函数为} \colon \\ F_{X_{(n)}}(x) = P\{\max\{X_1, X_2, \cdots, X_n\} \leq x\} \\ = P\{X_1 \leq x, X_2 \leq x, \cdots, X_n \leq x\} \\ = P\{X_1 \leq x\} \cdot P\{X_2 \leq x\} \cdot \cdots \cdot P\{X_n \leq x\} = F^n(x), \\ X_{(n)} \text{概率密度为} \\ f_{X_{(n)}}(x) = nF^{n-1}(x) \cdot f(x) \\ = \left\{ \begin{array}{c} \frac{n}{\theta^n} x^{n-1}, 0 < x < \theta \\ 0, \text{其他} \end{array} \right. \\ E(T_c) = cE(X_{(n)}) = c \int_0^\theta x \cdot \frac{n}{\theta^n} x^{n-1} dx = \frac{cn}{n+1} \theta. \\ \Leftrightarrow E(T_c) = \frac{cn}{n+1} \theta = \theta, \ \# c = \frac{n+1}{n}. \\ (2) E(T_c^2) = c^2 E(X_{(n)}^2) = c^2 \int_0^\theta x^2 \cdot \frac{n}{\theta^n} x^{n-1} dx = \frac{c^2n}{n+2} \theta^2. \\ Xh(c) = E(T_c - \theta)^2 \\ = E(T_c^2 - 2\theta T_c + \theta^2) \\ = E(T_c^2) - 2\theta E(T_c) + \theta^2 \\ = \frac{c^2n}{n+2} \theta^2 - \frac{2cn}{n+1} \theta^2 + \theta^2. \\ h'(c) = \frac{2cn}{n+2} \theta^2 - \frac{2n}{n+1} \theta^2, \\ \Leftrightarrow h'(c) = 0 \# c = \frac{n+2}{n+1}. \\ h''(c) = \frac{2n}{n+2} \theta^2 > 0, \\ \text{所以当} c = \frac{n+2}{n+1} \text{ th}, \ h(c) \text{ 最小}. \end{array}$$

## 解答题

## 17. (解答题)

积分区域D关于y = x对称,由轮换对称性可得,  $\iint\limits_{D} (1+x-y)dxdy = \iint\limits_{D} (1+y-x)dxdy$ ,  $\iint (1+x-y)dxdy$  $=rac{1}{2}(\iint\limits_{D}\left(1+x-y
ight)dxdy+\iint\limits_{D}\left(1+y-x
ight)dxdy)$  $= \iint 1 dx dy$ 



$$= \int_{\frac{1}{3}}^{1} \left(3x - \frac{1}{3x}\right) dx + \int_{1}^{3} \left(\frac{3}{x} - \frac{x}{3}\right) dx$$
$$= \frac{4}{3} - \frac{1}{3} \ln 3 + 3 \ln 3 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3} \ln 3.$$

将
$$(x,y)=(0,0)$$
代入原方程得 $z(0,0)=-1$ ;  
原方程对 $x$ 求偏导,得: $z'_x+e^x-y\cdot \frac{2zz'_x}{1+z^2}=0$ ①,  
从而 $z'_x(0,0)=-1$ ;

①式对
$$x$$
求偏导,得:  $z''_{xx} + e^x - y \cdot \frac{\partial \left(\frac{2zz'_x}{1+z^2}\right)}{\partial x} = 0$ ,从而 $z''_{xx}(0,0) = -1$ ;

原方程对
$$y$$
求偏导,得:  $z'_y - \ln(1+z^2) - y \cdot \frac{2zz'_y}{1+z^2} = 0$ ②,从而 $z'_y(0,0) = \ln 2$ ;

②式对
$$y$$
求偏导得 $z''_{yy} - \frac{2zz'_y}{1+z^2} - \frac{2zz'_y}{1+z^2} - y \cdot \frac{\partial \left(\frac{2zz'_y}{1+z^2}\right)}{\partial y} = 0,$ 从而 $z''_{yy}(0,0) = -2\ln 2;$ 综上, $\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right)_{|(0,0)}^{|} = -1 - 2\ln 2.$ 

# 19. (解答题)

$$\therefore t = \ln 2$$
为 $S(t)$ 的唯一的极大值点,也是最大值点,故最大值为 $S(\ln 2) = \frac{1}{16} (\ln 2 + \frac{3}{4})$ .

## 20. (解答题)

$$(1)$$
因 $|f^{\prime\prime\prime}(x)| \leq 1$ ,则 $-1 \leq f^{\prime\prime\prime}(x) \leq 1$ .

则F(x)为凹函数,所以 $F(x) \leq 0$ .

故
$$f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x \le \frac{x(1-x)}{2}$$
①.

$$\Rightarrow G(x) = f(x) - f(0)(1 - x) - f(1)x + \frac{x(1-x)}{2}, x \in (0,1)$$

$$G\left(0
ight)=0,G\left(1
ight)=0$$
 ,  $\left.G^{\prime\prime}\left(x
ight)=f^{\prime\prime}\left(x
ight)-1\leq0,$ 

则G(x)为凸函数,所以 $G(x) \geq 0$ .

故
$$f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x \ge -\frac{x(1-x)}{2}$$
②.

综上①②,得:
$$|f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x| \le \frac{x(1-x)}{2}$$
,

 $x \in (0, 1).$ 

(2) 由①知, 
$$f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x \le \frac{x(1-x)}{2}$$
,  $x \in (0,1)$ .



$$\begin{array}{l} \Rightarrow \int_0^1 \left[ f\left( x \right) - f\left( 0 \right) \left( 1 - x \right) - f\left( 1 \right) x \right] dx \leq \int_0^1 \frac{\bar{x}(1-x)}{2} dx, \\ \Rightarrow \int_0^1 f\left( x \right) dx - \frac{f(0) + f(1)}{2} \leq \frac{1}{12}. \Im \\ \\ \mathbb{B} ② 知 , \ f\left( x \right) - f\left( 0 \right) \left( 1 - x \right) - f\left( 1 \right) x \geq - \frac{x(1-x)}{2}, \ x \in (0,1). \\ \Rightarrow \int_0^1 \left[ f\left( x \right) - f\left( 0 \right) \left( 1 - x \right) - f\left( 1 \right) x \right] dx \geq \int_0^1 - \frac{x(1-x)}{2} dx, \\ \Rightarrow \int_0^1 f\left( x \right) dx - \frac{f(0) + f(1)}{2} \geq - \frac{1}{12}. \Im \\ \\ \text{$\mathsection{$\Leftrightarrow$} \pm \Im \oplus : \left| \int_0^1 f\left( x \right) dx - \frac{f(0) + f(1)}{2} \right| \leq \frac{1}{12}. } \end{array}$$

(1)证明:

所以 $Ax = \alpha$ 的解均为 $Bx = \beta$ 的解.

(2)由于 $Ax = \alpha$ 的解均为 $Bx = \beta$ 的解,

若 $Ax=\alpha$ 与 $Bx=\beta$ 同解,则与题意矛盾,故 $Ax=\alpha$ 的解是 $Bx=\beta$ 解的真子集,故Ax=0基础解系中解向量的个数小于Bx=0基础解系中解向量的个数,则3-r(A)<3-r(B),故r(A)>r(B).

又
$$r(A)=3$$
,故 $r(B)<3$ ,则 $1-1$   $a=0$ ,得 $a=1$ . $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 2 \end{vmatrix}$ 

## 22. (解答题)

(
解合題)
$$(1)X的概率密度为 $f(x) = \left\{ \begin{array}{c} \frac{1}{\theta}, 0 < x < \theta \\ 0, 其 他 \end{array} \right.$ 

$$X的分布函数为 $F(x) = \left\{ \begin{array}{c} 0, x < 0 \\ \frac{1}{\theta}x, 0 \leq x < \theta \\ 1, x \geq \theta \end{array} \right.$$$$$

 $X_{(n)}$ 的分布函数为:

$$F_{X_{(n)}}(x) = P\{\max\{X_1, X_2, \cdots, X_n\} \leq x\}$$
  $= P\{X_1 \leq x, X_2 \leq x, \cdots, X_n \leq x\}$   $= P\{X_1 \leq x\} \cdot P\{X_2 \leq x\} \cdot \cdots \cdot P\{X_n \leq x\} = F^n(x)$ ,  $X_{(n)}$ 概率密度为  $f_{X_{(n)}}(x) = nF^{n-1}(x) \cdot f(x)$ 



$$= \begin{cases} \frac{n}{\theta^n} x^{n-1}, & 0 < x < \theta \\ 0, & \sharp \, \text{他} \end{cases}$$

$$E(T_c) = c E(X_{(n)}) = c \int_0^\theta x \cdot \frac{n}{\theta^n} x^{n-1} dx = \frac{cn}{n+1} \theta.$$

$$\diamondsuit E(T_c) = \frac{cn}{n+1} \theta = \theta, & \exists c = \frac{n+1}{n}.$$

$$(2) E(T_c^2) = c^2 E(X_{(n)}^2) = c^2 \int_0^\theta x^2 \cdot \frac{n}{\theta^n} x^{n-1} dx = \frac{c^2n}{n+2} \theta^2.$$

$$\forall h(c) = E(T_c - \theta)^2 = E(T_c^2 - 2\theta T_c + \theta^2) = E(T_c^2) - 2\theta E(T_c) + \theta^2 = \frac{c^2n}{n+2} \theta^2 - \frac{2cn}{n+1} \theta^2 + \theta^2.$$

$$h'(c) = \frac{2cn}{n+2} \theta^2 - \frac{2n}{n+1} \theta^2,$$

$$\diamondsuit h'(c) = 0 \exists c = \frac{n+2}{n+1}.$$

$$h''(c) = \frac{2n}{n+2} \theta^2 > 0,$$

$$\text{所以当} c = \frac{n+2}{n+1} \text{ th}, & h(c) \\ \& h'. \end{cases}$$



# c

# 扫一扫,上传答案



打开海文考研APP, 扫描上方二维码, 即可查看解析, 线上答题

