

**MAE5911/IME: Fundamentos de Estatística e Machine Learning.**  
**Prof.: Alexandre Galvão Patriota**

**Questão 01:** Seja  $(Z_1, \dots, Z_n)$  uma amostra aleatória de  $Z \sim \text{Ber}(\theta)$ ,  $\theta \in (0, 1)$ .

- (a) Encontre o EMV para  $g(\theta) = P_\theta(Z = 0)$ .
- (b) Encontre o EMV para  $g(\theta) = \text{Var}_\theta(Z)$ .
- (c) Considere que os dados foram observados  $(0, 0, 1, 0, 0, 1)$ . Encontre as estimativas de MV nos itens acima.
- (d) Construa o valor-p para a hipótese  $H: \theta = 0.1$  usando os dados do item anterior.

**Resposta:**

O estimador de máxima verossimilhança encontra o valor do parâmetro  $\theta$  que torna os dados observados mais prováveis.

**Questão 02:** Seja  $(Z_1, \dots, Z_n)$  uma amostra aleatória de  $Z \sim \text{Exp}(\theta)$ ,  $\theta \in (0, \infty)$ .

- (a) Encontre o EMV para  $g(\theta) = P_\theta(Z > 1)$ .
- (b) Encontre o EMV para  $g(\theta) = P_\theta(0.1 < Z < 1)$ .
- (c) Encontre o EMV para  $g(\theta) = \text{Var}_\theta(Z)$ .
- (d) Considere que os dados foram observados  $(0.2, 0.6, 0.3, 0.2, 0.8, 0.12)$ . Encontre um IC aproximado de 95% de confiança para  $g(\theta)$  nos itens acima.
- (e) Faça uma simulação de Monte Carlo para verificar se os IC's aproximados obtidos no passo anterior têm cobertura próxima do nível de confiança estabelecido. Caso não tenham, proponha um tamanho amostral que produza IC's mais confiáveis para cada caso.

**Resposta:**

---

**Questão 03:** Seja  $(Z_1, \dots, Z_n)$  uma amostra aleatória de  $Z \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\theta = (\mu, \sigma^2) \in (-\infty, \infty) \times (0, \infty)$ .

- (a) Encontre o EMV para  $g(\theta) = E_\theta(Z)$ .
- (b) Encontre o EMV para  $g(\theta) = P_\theta(Z < 2)$ .
- (c) Encontre o EMV para  $g(\theta) = P_\theta(2.6 < Z < 4)$ .
- (d) Encontre o EMV para  $g(\theta) = \text{Var}_\theta(Z)$ .
- (e) Considere que os dados foram observados  $(2.4, 2.7, 2.3, 2, 2.5, 2.6)$ . Encontre as estimativas de MV nos itens acima.

**Resposta:**

---

**Questão 04:** Seja  $(Z_1, \dots, Z_n)$  uma amostra aleatória de  $Z \sim f_\theta$ ,  $\theta \in (0, \infty)$ , tal que a função densidade de probabilidade é dada por

$$f_\theta(x) = \theta x^{\theta-1}, \quad x \in (0, 1),$$

e  $f_\theta(x) = 0$ , caso contrário.

- (a) Encontre o EMV para  $g(\theta) = E_\theta(Z)$ .
- (b) Encontre o EMV para  $g(\theta) = P_\theta(Z > 0.3)$ .
- (c) Encontre o EMV para  $g(\theta) = P_\theta(0 < Z < 0.1)$ .
- (d) Encontre o EMV para  $g(\theta) = \text{Var}_\theta(Z)$ .
- (e) Considere que os dados foram observados  $(0.12, 0.50, 0.20, 0.23, 0.30, 0.11)$ . Encontre as estimativas de MV para os itens acima.

**Resposta:**

---