

## 第五讲 频率域方法

### 5.1 基本要求

1. 正确理解频率特性的概念。
2. 熟练掌握典型环节的频率特性，熟记其幅相特性曲线及对数频率特性曲线。
3. 熟练掌握由系统开环传递函数绘制系统的开环对数幅频渐近特性曲线及开环对数相频曲线的方法。
4. 熟练掌握由具有最小相位性质的系统开环对数幅频特性曲线求开环传递函数的方法。
5. 熟练掌握乃奎斯特稳定判据和对数频率稳定判据及其它们的应用。
6. 熟练掌握稳定裕度的概念及计算稳定裕度的方法。
7. 理解闭环频率特性的特征量与控制系统阶跃响应的定性关系。
8. 理解开环对数频率特性与系统性能的关系及三频段的概念，会用三频段的分析方法对两个系统进行分析与比较。

### 5.2 重点讲解的问题

1. 频率特性概念的直接应用

(1) 计算正弦作用下的稳态误差

**例题5-1** 控制系统如图5-1所示，输入信号  $r(t) = 1(t)$ ，干扰信号  $n(t) = 0.1\sin 100t$ 。

要求系统的稳态误差不大于0.001，试确定  $k$  值的可调范围。

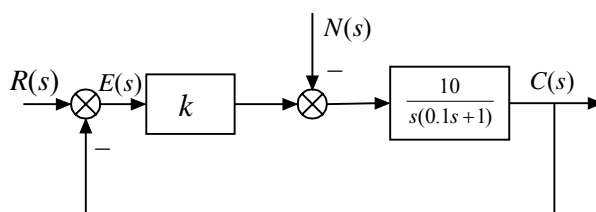


图5-1 例题5-1的控制系统结构图

**解：**在系统闭环特征方程  $0.1s^2 + s + 10k = 0$  中，若各系数大于零，则系统闭环稳定，故要求  $k > 0$ 。

系统的开环传递函数中积分环节的个数为1，即  $\nu = 1$ ，所以输入信号  $r(t) = 1(t)$  作用下的稳态误差  $e_{ssr} = 0$ 。

系统在正弦干扰作用下，误差的稳态部分为同频率的正弦振荡。

$$\text{误差传递函数为} \quad \varphi_{en}(s) = \frac{E(s)}{N(s)} = \frac{\frac{10}{s(0.1s+1)}}{1 + \frac{10k}{s(0.1s+1)}} = \frac{10}{0.1s^2 + s + 10k}$$

$$\text{误差稳态振荡的振幅} \quad |E(j\omega)| = |\varphi_{en}(j\omega)| A_n = \left| \frac{10}{0.1(j\omega)^2 + (j\omega) + 10k} \right| A_n$$

由  $n(t) = 0.1 \sin 100t$  , 知  $\omega = 100$  ,  $A_n = 0.1$  , 故

$$|E(j100)| = \left| \frac{10}{0.1(j100)^2 + j100 + 10k} \right| \times 0.1 = \frac{1}{\sqrt{(10k - 1000)^2 + 10^4}}$$

系统稳态误差的最大值

$$e_{ss \max} = e_{ssr} + |E(j100)| = 0 + \frac{1}{\sqrt{(10k - 1000)^2 + 10^2}} = \frac{1}{\sqrt{(10k - 1000)^2 + 10^2}}$$

系统要求稳态误差

$$e_{ss \max} \leq 0.001 ,$$

即

$$\frac{1}{\sqrt{(10k - 1000)^2 + 10^2}} \leq 0.001 ,$$

$$k^2 - 200k + 100 \geq 0 ,$$

那么

$$k \geq 199.5 \text{ 或 } k \leq 0.5$$

系统的稳定性要求  $k > 0$  , 故  $k \geq 199.5$  或  $0 < k \leq 0.5$

但从系统的闭环特征方程  $0.1s^2 + s + 10k = 0$  中看出,  $k$  值大,  $\omega_n$  就大, 阻尼比  $\xi$  就太小, 所以取  $0 < k \leq 0.5$  比较合适。

注: 不能用终值定理计算干扰信号  $n(t) = 0.1 \sin 100t$  时的稳态误差, 应用频率特性定义的物理意义来计算稳态误差比较方便。

(2) 根据实验数据确定模型参数

**例题 5-2** 已知系统的闭环传递函数为  $\Phi(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$  , 当输入  $r(t) = 2 \sin t$

时, 测得输出  $c_s(t) = 4 \sin(t - 45^\circ)$  , 试确定系统的参数  $\xi$  ,  $\omega_n$

**解:** 系统闭环幅频与相频特性分别为

$$|\Phi(j\omega)| = \frac{\omega_n^2}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2 \omega_n^2 \omega^2}}$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{2\xi\omega_n\omega}{(\omega_n^2 - \omega^2)}$$

根据题意

$$c_s(t) = 4 \sin(t - 45^\circ) = 2A(1) \sin(t + \varphi(1))$$

即

$$A(1) = \frac{\omega_n^2}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2 \omega_n^2 \omega^2}} \bigg|_{\omega=1} = \frac{\omega_n^2}{\sqrt{(\omega_n^2 - 1)^2 + 4\xi^2 \omega_n^2}} = 2$$

$$\varphi(1) = -\arctg \frac{2\xi\omega_n\omega}{\omega_n^2 - \omega^2} \bigg|_{\omega=1} = -\arctg \frac{2\xi\omega_n}{\omega_n^2 - 1} = -45^\circ$$

由以上两式，得

$$\begin{aligned}\omega_n^4 &= 4[(\omega_n^2 - 1)^2 + 4\xi^2 \omega_n^2] \\ 2\xi \omega_n &= \omega_n^2 - 1\end{aligned}$$

解得  $\omega_n = 1.24$        $\xi = 0.22$

## 2. 系统频率特性测试的原理方案

频率特性的定义和物理概念是频率域实验研究控制系统的基础，频率域实验研究方法在工程实际中有重要的应用。对精确建立模型比较困难的系统，无疑通过实验的方法获得系统或部件的频率特性是可行的途径。获得频率特性的原理方案如图 5-2 所示，图 5-2 中输入信号的幅度要合适，要考虑待测系统的线性范围。

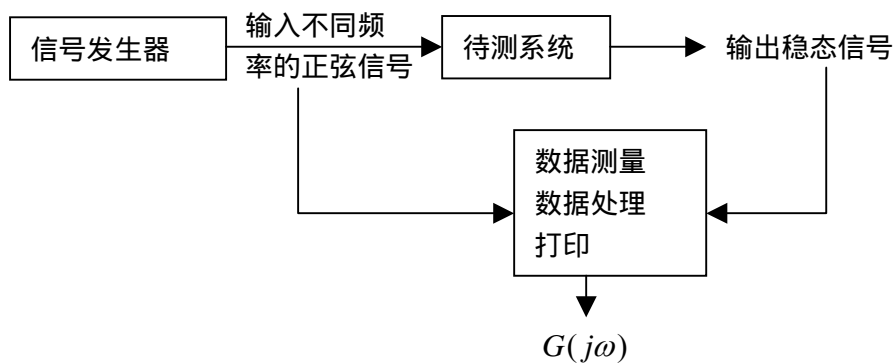


图 5-2 频率特性测试的原理方案

在我国，五十年代有超低频系列仪器获得频率特性，后来又发展了 BT-6 型频率特性测试仪，和 CF-500 频谱分析仪等更方便的功能更强的仪器。随着计算技术、测量技术及软件技术的发展，获得频率特性的手段和数据处理技术可以说是与时俱进地发展着。

## 3. 应用乃氏判据判别系统闭环稳定性的方法：

由系统的开环传递函数确定积分环节数  $\nu$  及开环传递函数位于右半  $s$  平面的极点数  $P$ 。

绘制开环幅相特性  $G(j\omega)$  曲线。

若  $\nu \neq 0$ ，需要补全曲线，补线的原则是：当  $\omega$  很小时，若  $G(j\omega) \approx \frac{K}{(j\omega)^\nu}$ ，在  $G(j\omega)$

曲线上  $\omega = 0^+$  的点处开始逆时针补画模值为无穷大，角度为  $\nu \frac{\pi}{2}$  的弧线。当  $\omega$  很小时，若

$G(j\omega) \approx \frac{-K}{(j\omega)^\nu}$ ，在  $G(j\omega)$  曲线上  $\omega = 0^+$  的点处开始顺时针补画模值为无穷大，角度为

$\nu \frac{\pi}{2}$  的弧线。

检查  $G(j\omega)$  曲线是否满足乃氏判据的条件，从而确定系统闭环是否稳定。

**例题 5-3** 控制系统结构图如图 5-3 所示，图中  $K, T, \tau$  均为正数。试用乃氏判据判别闭环系统稳定性，并给出闭环系统稳定时参数  $K, T, \tau$  的取值范围。

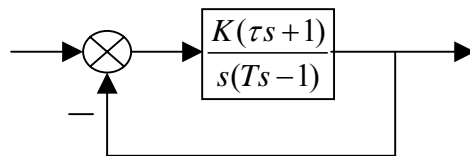


图 5-3 例题 5-3 系统结构图

**解** 系统开环传递函数中包含了一个不稳定环节。开环正根数  $p=1$ ，系统的开环频率特性为

$$G(j\omega) = \frac{K(\tau j\omega + 1)}{j\omega(Tj\omega - 1)} = \frac{K[-(T + \tau)\omega + (1 - \tau T\omega^2)j]}{\omega(1 + T^2\omega^2)}$$

由  $\text{Im } G(j\omega) = 0$ ，可得  $\omega = 1/\sqrt{\tau T}$ ，代入  $G(j\omega)$  的实部，可得

$$G(j\frac{1}{\sqrt{\tau T}}) = -K\tau$$

分析  $G(j\omega)$  曲线：积分环节的相角是  $-90^\circ$ ，随  $\omega$  由 0 变化到  $+\infty$ ，一阶微分环节相角由零度变化到  $90^\circ$ ，而不稳定环节的相角从  $-180^\circ$  变化到  $-90^\circ$ 。故  $G(j\omega)$  的相角由  $-270^\circ$  随变化到  $-90^\circ$ 。频率特性的补线应是由  $-180^\circ$  画到  $-270^\circ$  的大圆弧。 $G(j\omega)$  的大致图形如图 5-7 所示。

A)  $K\tau > 1$ ， $N_- = \frac{1}{2}$ ， $N_+ = 1$ ， $p = 1$

$$N_+ - N_- = 1 - \frac{1}{2} = \frac{p}{2}$$

闭环系统稳定。

B)  $K\tau < 1$ ， $N_- = \frac{1}{2}$ ， $N_+ = 0$ ， $p = 1$

$$N_+ - N_- = 0 - \frac{1}{2} \neq \frac{p}{2}$$

闭环系统不稳定。

C)  $K\tau = 1$ ， $G(j\omega)$  曲线穿过  $(-1, j0)$  点，闭环有纯虚根，也属不稳定情况。

闭环系统稳定时参数应满足的条件为： $K\tau > 1$ 。

**例题 5-4** 已知单位负反馈系统的开环传递函数为

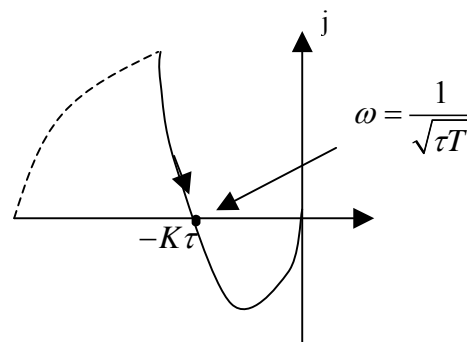


图 5-4 例题 5-3 的乃氏曲线

$$G(s) = \frac{2(s+2)}{(s+1)(s^2+2s-3)}$$

用乃奎斯特稳定判据判断闭环系统的稳定性。(要求画出乃奎斯特曲线的大致形状来说明。)  
解

$$G(s) = \frac{2(s+2)}{(s+1)(s^2+2s-3)} = \frac{2(s+2)}{(s+1)(s-1)(s+3)}$$

系统开环传递函数中包含了一个不稳定环节。开环正根数  $p=1$ ，系统的开环频率特性为

$$G(j\omega) = \frac{2(j\omega+2)}{-(\omega^2+1)(j\omega+3)} = \frac{2(j\omega+6+\omega^2)}{-(\omega^2+1)(\omega^2+3^2)}$$

显然  $G(j\omega)$  曲线位于第三象限，且  $\omega=0, G(j0) = \frac{-4}{3}$ ， $G(j\omega)$  曲线见图 5-8。

因为  $N_+ = \frac{1}{2}, N_- = 0, N_+ - N_- = \frac{1}{2} = \frac{p}{2}$ ，所以闭环系统稳定。

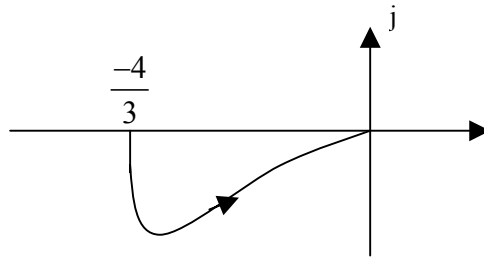


图 5-5 例题 5-4 的乃氏曲线

4. 开环对数幅频渐近特性曲线的绘制

a, 对数幅频特性曲线的低频渐近线  $L_0(\omega)$

当  $\omega \rightarrow 0$  时有

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} G(j\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{K}{(j\omega)^\nu} = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{K}{\omega^\nu} \cdot \angle -\nu \frac{\pi}{2}$$

故有低频渐近线：

$$L_0(\omega) = 20 \lg K - 20\nu \lg \omega \quad (5-1)$$

在单对数坐标系中它是一条直线，它可由直线上两点或直线上一点及直线斜率来决定，直线斜率为： $-20\nu \text{db/dec.}$ 。通常所取的两点为：

$$\omega = 1 \quad L_0(1) = 20 \lg K \quad (5-2)$$

$$L_0 = 0 \quad \omega = \sqrt[\nu]{K} \quad (\omega^\nu = K) \quad (5-3)$$

b, 基于  $L_0(\omega)$  开环对数幅频渐近特性曲线  $L(\omega)$  的绘制的步骤

将开环传递函数化为各典型环节传递函数相乘的形式,并且将分子分母中各因式的 $s^0$ 项系数化为1。

确定开环增益 $K$ 及积分环节数目 $\nu$ 。计算 $20\lg K$

确定各环节的转折频率 $\omega_i$ 。若依次排列为: $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \omega_4 < \dots$

作低频渐近线 $L_0(\omega)$ ,在 $\omega_1$ 之前取 $L(\omega) = L_0(\omega)$ ,在 $\omega_1$ 处要转折直线,转折多少由 $\omega_1$ 处是什么典型环节而决定例如如果 $\omega_1$ 是惯性环节的转折频率,过 $\omega_1$ 后直线斜率在原有基础上再增加-20db/dec.,若 $\omega_1$ 是一阶微分环节的转折频率,过 $\omega_1$ 后直线斜率在原有基础上再增加+20db/dec.

由低频到高频依次对所有的转折频率 $\omega_i$ ,重复上述转折直线的做法,就得到开环对数幅频渐近特性曲线。如果需要比较精确的对数幅频特性还应当进行修正。

5. 应用对数频率稳定判据判别系统闭环稳定性的方法:

由系统的开环传递函数确定积分环节数 $\nu$ 及开环不稳定根的个数 $P$ 。

绘制系统开环对数幅频和相频特性曲线。

若 $\nu \neq 0$ ,需要补全相频曲线,在计算正、负穿越时,应将补画的虚线看成对数相频曲线的一部分。补线的原则:当 $\omega$ 很小时,若 $G(j\omega) \approx \frac{K}{(j\omega)^\nu}$ ,在对数相频曲线上 $\omega = 0^+$ 的点处用虚线向上补画 $\nu \frac{\pi}{2}$ 角。当 $\omega$ 很小时,若 $G(j\omega) \approx \frac{-K}{(j\omega)^\nu}$ ,在对数相频曲线上 $\omega = 0^+$

的点处用虚线向下补画 $\nu \frac{\pi}{2}$ 角。

根据稳定条件判别闭环系统稳定性。

**例题 5-5** 系统的开环传递函数 $G(s) = \frac{10(0.5s+1)}{s^2(0.1s+1)}$ ,试用对数频率稳定判据判别系统的闭环稳定性。

**解:**首先画出系统的开环对数频率特性曲线如图 5-6 所示。开环正极点数 $P = 0$ 。

开环传递函数有两个积分环节,需要在系统的开环相频曲线 $\omega = 0^+$ 处开始向上补画 $2 \times (\frac{\pi}{2})$ 角。曲线在 $L(\omega) > 0db$ 的频率范围内,对应的相频曲线对 $-\pi$ 线没有穿越,故 $N_+ = N_- = 0$ ,

根据对数频率稳定判据 $N = N_+ - N_- = 0 - 0 = P/2$ ,故系统闭环稳定。

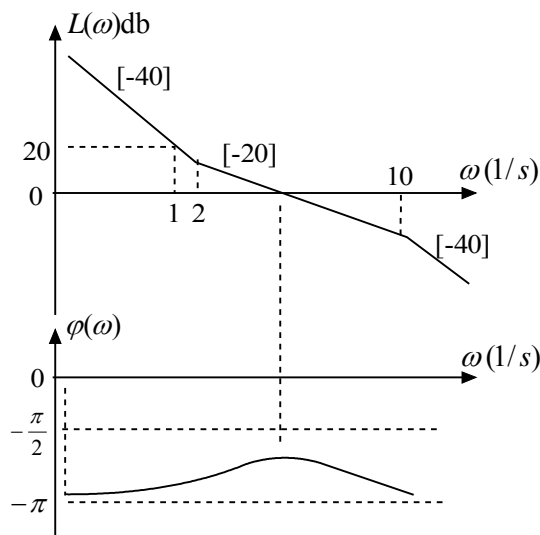


图 5-6 例题 5-5 开环对数频率特性曲线

注：应用对数频率稳定判据时要画出相频特性曲线，不能由仅截止频率计算  $\omega = \omega_c$  处的相角  $\angle G(j\omega_c)$  来判别系统闭环稳定性。

#### 6. 由系统开环对数幅频渐近特性求系统传递函数

在右半  $s$  平面中既无开环极点又无开环零点的环节(或系统)，幅频特性与相频特性有一一对应关系，故由开环对数幅频渐近特性可以求出系统的开环传递函数。

求传递函数的主要步骤：

- (1) 根据低频段斜率，确定积分环节数  $\nu$ 。
- (2) 根据开环对数幅频渐近特性的转折点确定环节转折频率，根据该转折频率后边的线段斜率比该转折频率前的线段斜率的变化，确定该转折频率所对应的环节及参数。
- (3) 根据开环幅频特性给出的条件求系统的开环增益  $K$ ，通常用：

如果在  $\omega < 1$  的频段没有转折频率，可有  $\omega = 1$  处  $L(\omega)$  曲线的分贝数求  $K$ ，即

$L(1) = 20 \lg K$  的值求  $K$ ，见式(5-1)。

由低频段或低频段延长线与零分贝线的交点  $\omega_k$  确定  $K$  值，见式(5-3)。

由截止频率处模值为零的表达式求  $K$ 。

$$|G(j\omega_c)| = 1 \text{ 或 } 20 \lg |G(j\omega_c)| = 0 \quad (5-4)$$

注意：在式(5-4)中要写出放大环节，积分环节，以及转折频率小于  $\omega_c$  的诸环节的渐近对数幅相特性表达式。

**例题 5-6** 某控制部件具有最小相位性质，其对数幅频如图 5-7 所示，其中虚线部分为转折频率附近的精确曲线，试求其传递函数。

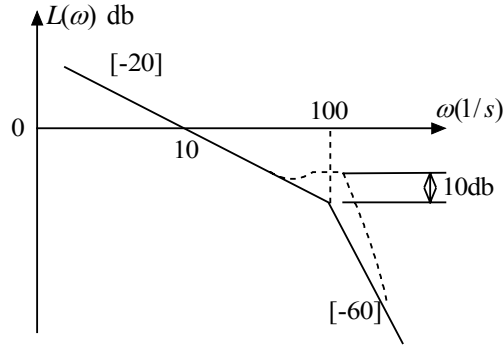


图 5-7 例题 5-6 对数幅频特性曲线

**解：**渐近幅频曲线的斜率在  $\omega = 100$  处由  $[-20]$  变为  $[-60]$ ，且在该处精确幅频有峰值，所以该控制部件由积分、比例、震荡三个环节串联组成，传递函数

$$G(s) = \frac{k\omega_n^2}{s(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)}$$

$\omega_n$  即转折频率 100，在  $\omega_n = 100$  时，振荡环节的幅频应为  $1/(2\xi)$ ，由图 5-7 知，此处

精确幅频与渐近幅频之差为  $10\text{dB}$ ，故  $20\lg \frac{1}{2\xi} = 10$ ，得  $\xi = 0.158$ 。

截止频率  $\omega_c = 10$  时，渐近幅频为零分贝，那么  $|k/s|_{s=j\omega_c} = k/10 = 1$ ， $k = 10$

所以控制部件的传递函数

$$G(s) = \frac{10 \times 10^4}{s(s^2 + 2 \times 0.158 \times 100s + 10^4)} = \frac{10^5}{s(s^2 + 31.6s + 10^4)}$$

**例题 5-7** 已知最小相位系统的对数幅频渐近特性曲线如图 5-8 所示，试确定系统的传递函数。

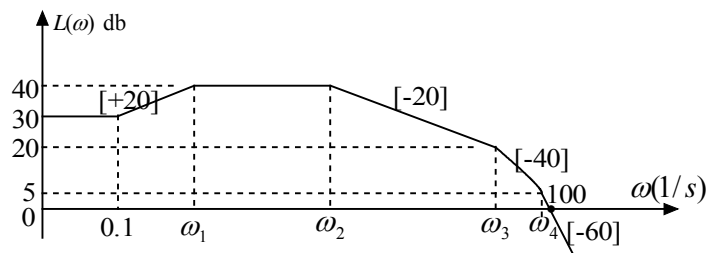


图 5-8 例题 5-7 对数幅频渐近特性曲线

**解：**由图 5-8 可知系统有 6 个典型环节组成，低频段的斜率为零，说明系统不含积分环节；在  $\omega = 0.1$  处幅频斜率由  $[0]$  变为  $[+20]$ ，有一微分环节加入；在  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$  处幅频斜率各变化  $[-20]$ ，说明依次共有 4 个惯性环节加入；系统的传递函数形式为

$$G(s) = \frac{K(\frac{s}{0.1} + 1)}{(\frac{s}{\omega_1} + 1)(\frac{s}{\omega_2} + 1)(\frac{s}{\omega_3} + 1)(\frac{s}{\omega_4} + 1)}$$



$$\begin{aligned}
20 \lg K &= 30 \text{db} & K &= 31.62 \\
40 - 30 &= 20 \times (\lg \omega_1 - \lg 0.1) & \omega_1 &= 0.32 \\
5 - 0 &= -60 \times (\lg \omega_4 - \lg 100) & \omega_4 &= 82.54 \\
20 - 5 &= -40 \times (\lg \omega_3 - \lg \omega_4) & \omega_3 &= 34.81 \\
40 - 20 &= -20 \times (\lg \omega_2 - \lg \omega_3) & \omega_2 &= 3.48
\end{aligned}$$

所以系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{31.62 \left( \frac{s}{0.1} + 1 \right)}{\left( \frac{s}{0.32} + 1 \right) \left( \frac{s}{3.48} + 1 \right) \left( \frac{s}{34.81} + 1 \right) \left( \frac{s}{82.54} + 1 \right)}$$

## 7. 稳定裕度的计算

由频率特性模值等于 1 的条件直接求出  $\omega_c$  一般是困难的，通常是用图解法，即画出对数幅频特性曲线  $L(\omega)$ ，求出  $L(\omega)$  与零分贝线交点处的频率值  $\omega_{c1}$ ，作为  $\omega_c$  的近似值。

然后代入  $\gamma = 180^\circ + \angle G(j\omega_c)H(j\omega_c)$ ，近似求出相稳定裕度  $\gamma$ 。

**例题 5-8** 已知单位负反馈系统的开环传递函数

$$G(s) = \frac{10}{s(0.5s+1)(0.02s+1)}$$

求系统的相稳定裕度和模稳定裕度。

**解：**绘制系统的开环对数频率特性曲线如图 5-9 所示。

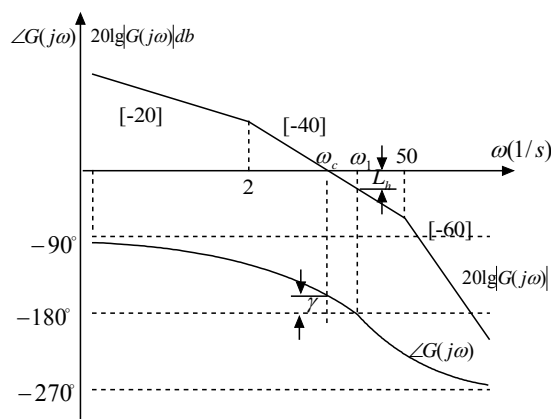


图 5-9 例题 5-8 开环对数频率渐近特性曲线

开环传递函数有 1 个积分环节，需要在系统的开环相频曲线  $\omega = 0^+$  处开始向上补画  $1 \times (\frac{\pi}{2})$  角。根据对数频率稳定判据，系统闭环稳定。

(1) 求截止频率与相稳定裕度：

当  $\omega = \omega_c$  时， $20 \lg |G(j\omega_c)| = 0$ ，由此得  $\omega_c = 4.47$

$$\gamma = 180^\circ + \angle G(j\omega_c) = 180^\circ - 90^\circ - \arctg(0.5\omega_c) - \arctg(0.02\omega_c) = 19^\circ$$

(2) 求模稳定裕度：

$$\text{当 } \omega = \omega_1 \text{ 时, } \angle G(j\omega_1) = -180^\circ$$

$$-90^\circ - \arctg(0.5\omega_1) - \arctg(0.02\omega_1) = -180^\circ$$

$$\lg[\arctg(0.5\omega_1) + \arctg(0.02\omega_1)] = \lg 90^\circ, \text{ 由此得 } \omega_1 = 10$$

$$L_h = 20\lg|G(j\omega_1)| = 14\text{db}$$

系统的相稳定裕度和模稳定裕度分别为  $19^\circ$  和  $14\text{db}$ 。

#### 8. 典型二阶系统开环对数幅频渐近特性曲线

典型二阶系统结构图如图 5-10 所示。其中  $K, T$  均为正数。

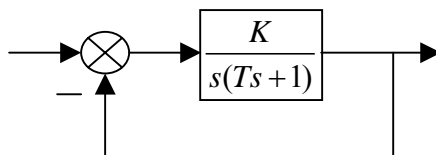


图 5-10 二阶系统结构图

$K, T$  与  $\omega_n, \zeta$  的关系为

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{T}}, \quad \zeta = \frac{1}{2\sqrt{TK}}$$

这个二阶系统开环对数幅频渐近特性曲线有三种形式，如图 5-11(a)、(b)、(c)所示，分别对应于阻尼比  $\zeta = 0.5, \zeta > 0.5, \zeta < 0.5$  三种情况：

$$(a) \quad KT = 1, \quad \zeta = 0.5, \quad \omega_c = K = 1/T, \quad \gamma = 45^\circ$$

$$(b) \quad KT < 1, \quad \zeta > 0.5, \quad \omega_c = K, \quad \gamma > 45^\circ$$

$$(c) \quad KT > 1, \quad \zeta < 0.5, \quad \omega_c = \omega_n = \sqrt{K/T}, \quad \gamma < 45^\circ$$

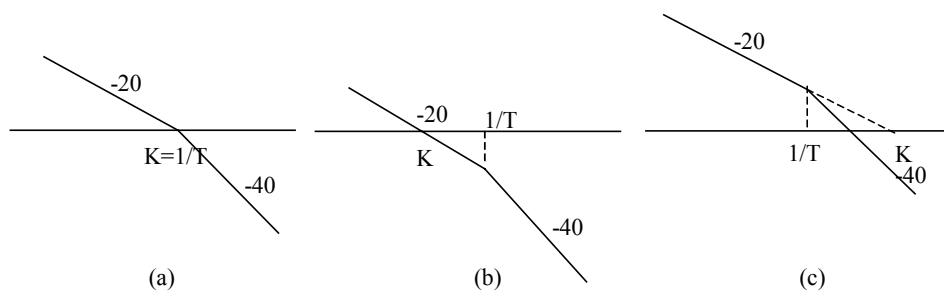


图 5-11 对数幅频渐近特性曲线的三种形式

**例题 5-9** 系统结构图如图 5-12 所示。

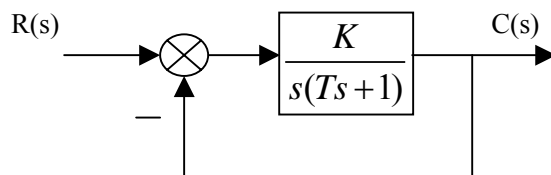


图 5-12 例题 5-9 系统结构图

- (1) 当输入为  $r(t) = \sin 10t$  时，稳态输出为  $\sin(10t - 90^\circ)$ ，求系统参数  $K, T$ 。
- (2) 要求绘制系统的开环对数渐近幅频特性曲线和相频曲线，并求开环对数渐近幅频曲线与零分贝线的交点频率： $\omega_c$ ，相稳定裕度： $\gamma$  和模稳定裕度： $h(\text{db})$ 。

**解** (1) 系统的闭环传递函数为  $\phi(s) = \frac{K}{s(Ts + 1) + K}$ ，由题中条件可知有

$$\angle \phi(j10) = -90^\circ \quad |\phi(j10)| = 1$$

因为

$$\phi(j10) = \frac{K}{j10(Tj10 + 1) + K} = \frac{K}{(K - 100T) + j10}$$

$$\angle \phi(j10) = -\tan^{-1} \frac{10}{K - 100T} = -90^\circ \quad K = 100T$$

将  $K = 100T$  代入  $|\phi(j10)| = \frac{K}{\sqrt{(K - 100T)^2 + 100}} = 1$ ，可得  $K = \sqrt{100} = 10$ ，因而

$T = 0.1$ 。

另一做法是利用二阶振荡环节频率特性的特征点，二阶振荡环节的频率特性在  $\omega = \omega_n$  相

位为  $-90^\circ$ ，模值为  $\frac{1}{2\zeta}$ ，由  $\omega_n = 10$ ， $\frac{1}{2\zeta} = 1$  可知

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{T}} = 10 \quad \zeta = \frac{1}{2} = \frac{1}{2\sqrt{KT}} \quad \sqrt{KT} = 1$$

则同样可得  $K = 10$ ， $T = 0.1$ 。

(2) 系统的开环对数渐近幅频特性曲线和相频曲线如图 5-13 所示。容易得到

$$\omega_c = 10 \quad \gamma = 45^\circ \quad h = +\infty$$

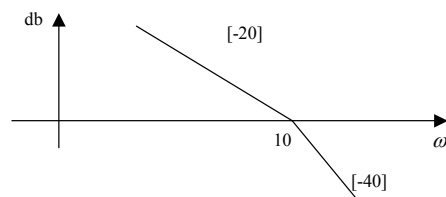


图 5-13 例题 5-9 对数频率特性曲线

9. 通过频率特性分析时域的性能的几点附注

(1) 频率域尺度与时间域尺度有反比关系这也可通过拉氏变换的关系式来说明。

$$\text{若 } L[f(t)] = F(s) \quad \text{则有: } L\left[f\left(\frac{t}{a}\right)\right] = \int_0^{+\infty} f\left(\frac{t}{a}\right) e^{-st} dt = a \int_0^{+\infty} f(\tau) e^{-sa\tau} d\tau = aF(as) \quad (a > 1)$$

这表明  $F(s)$  与  $F(as)$  相比,  $s$  域尺度拉宽了  $a (a > 1)$  倍, 而原函数  $f(t)$  与  $f\left(\frac{t}{a}\right)$  相比, 时间域尺度压缩了  $a (a > 1)$  倍, 这表明频带越宽, 时间过程越快。

(2) 在对数频率特性曲线图上, 中频段的宽窄是指中频段两端点频率之比, 而不是看频率值大小, 因为对数轴上距离就是频率之比值。

(3) 一般而言, 频带宽表示系统的快速性好, 而峰值小(或相稳定裕度大) 表示系统的振荡性小。但调节时间  $t_s$  是系统快速性和振荡性的综合结果。例如图 5-14 给出了两个系统(分别标记为 1 和 2)的幅频特性曲线, 图 5-14(a) 两个系统峰值相同, 系统 1 的频带比系统 2 的频带宽, 所以可断言  $t_{s1} < t_{s2}$ ; 图 5-14(b) 系统 1 的频带与系统 2 的频带相同, 系统 1 的峰值小于系统 2 的峰值, 所以可断言  $t_{s1} < t_{s2}$ ; 图 5-14(c), 系统 1 的频带比系统 2 的频带宽, 系统 1 的峰值小于系统 2 的峰值, 可断言  $t_{s1} < t_{s2}$ ; 但对图 5-14(d), 仅依靠定性的分析就难下结论。

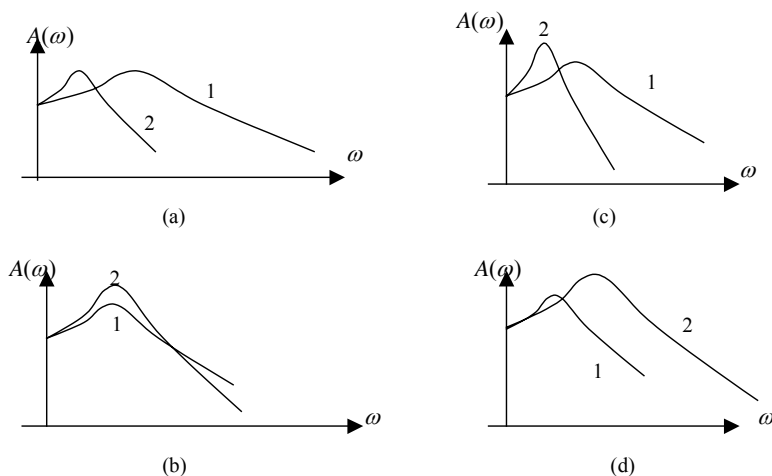


图 5-14 快速性和振荡性的综合分析

10, 本章知识点及主要线索如图 5-15 所示。

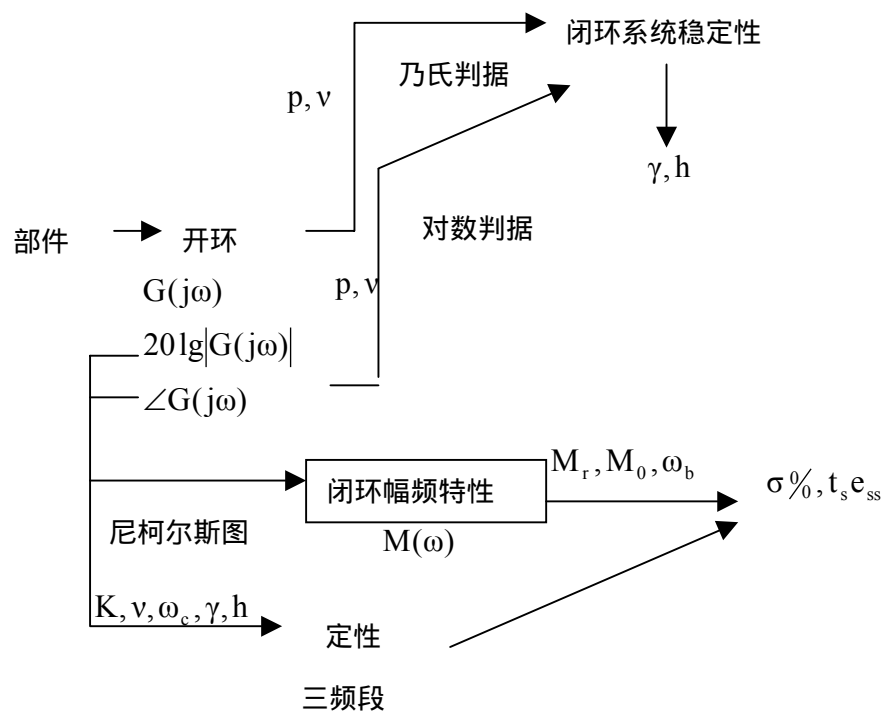


图 5-15 本章知识点及主要线索