自控原理复习资料

3603A 党支部供

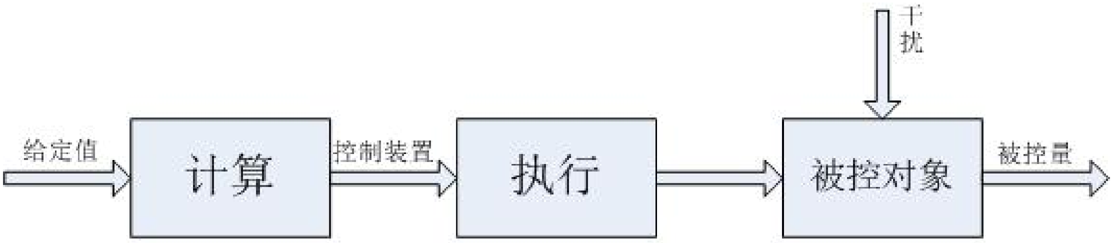
第一章 自动控制的一般概念

1、概念

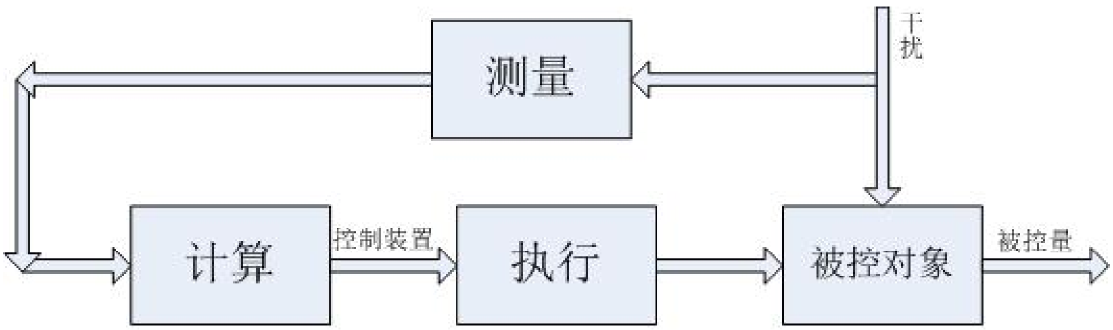
自动控制的任务：使被控对象的被控量等于给定值。

自动控制系统：是指能够完成自动控制任务的设备，一般由控制装置和被控对象组成。

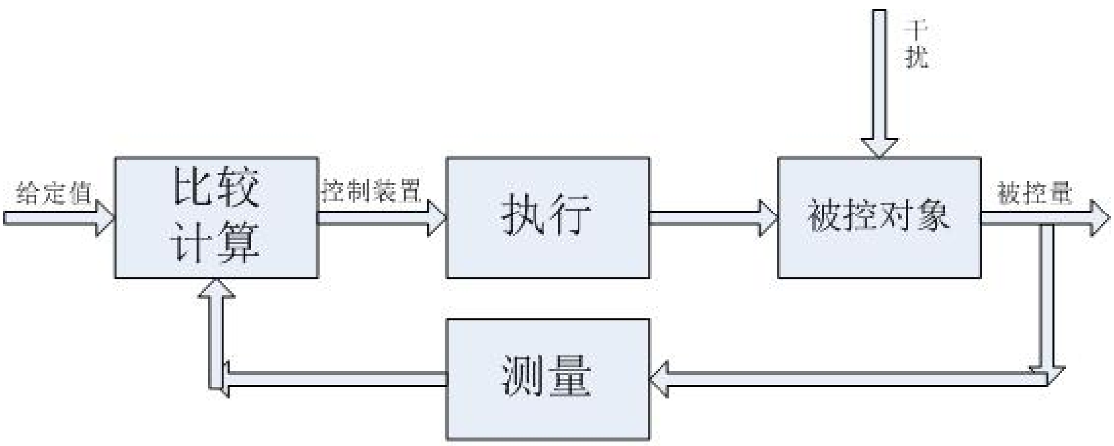
2、自动控制的基本方式



图一 按给定值操作的开环控制



图一 按干扰补偿的开环控制



图三 按偏差调节的闭环控制

3、本章重点

根据已知自动控制系统，能够画出系统的方框图，清楚系统属于何种控制方式，并能找出被控对象、被控量、给定值和干扰量。

第二章 自动控制系统的数学模型

1、控制系统微分方程的建立

根据系统内各变量之间的关系建立微分方程，确定系统和各元件的输入和输出变量。

2、传递函数

定义：零初始条件下，系统输出与输入的拉普拉斯变换之比，即$G(s)=C(s)/R(s)$，传递函数完全由系统的参数、结构决定，与外界输入无关。

3、典型环节的传递函数

（1）、比例环节，$G(s)=K$。

（2）、积分环节，$G(s)=\dfrac{1}{s}$。

（3）、微分环节，$G(s)=s$。

（4）、惯性环节，$G(s)=\dfrac{1}{Ts+1}$。

（5）、一阶微分环节，$G(s)=\tau s+1$。

（6）、二阶振荡环节，$G(s)=\dfrac{1}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n{}^2}$。

（7）、二阶微分环节，$G(s)=s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n{}^2$。

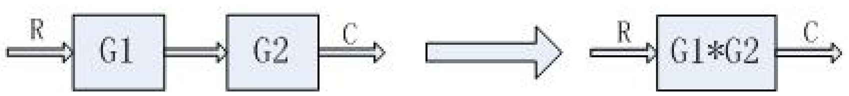
（8）、延时环节，$G(s)=e^{-\tau s}$。

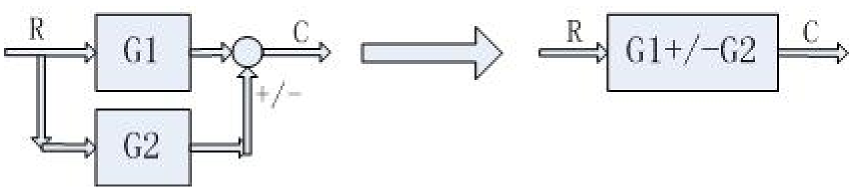
其中，前面七种典型环节的传递函数经常使用，大家要记住。

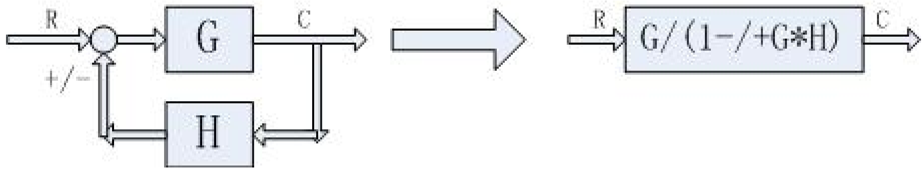
4、动态结构图

（1）、动态结构图一般由四种基本单元组成：信号线，方框，引出点，综合点。

（2）、动态结构图的几种常用等效变换







5、梅森公式

梅森公式一般形式为$G(s)=\dfrac{\sum_{k=1}^{n}P_k\Delta_k}{\Delta}$。

式中，$G(s)$——待求传递函数；

Δ——特征式，且$\Delta=1-\sum L_i+\sum L_iL_j-\sum L_iL_jL_k\cdots$；

P_k——第 k 条前向通道的总传递函数；

Δ_k——特征式中，将与第 k 条前向通道接触的回路所在项出去后的余下部分，称为余子式；

$\sum L_i$——各回路的“回路传递函数”之和；

$\sum L_iL_j$——两两不接触的回路的“回路传递函数”乘积之和；

$\sum L_iL_jL_k$——三三不接触的回路的“回路传递函数”乘积之和。

6、本章重点

熟记常用的典型环节的传递函数；熟练化简系统结构图，得到系统传递函数；熟练掌握梅森公式，并应用其化简复杂结构图得传递函数。

第三章 时域分析法

1、系统的时间响应

一个系统的时间响应c(t)，取决于系统本身结构、参数（即传递函数），系统初始状态以及外界输入。典型初始状态为零状态。

2、典型外作用

（1）、单位阶跃作用，$L[1(t)]=\dfrac{1}{s}$；

（2）、单位斜坡作用，$L[t*1(t)]=\dfrac{1}{s^2}$；

（3）、单位脉冲作用，$L[\delta(t)]=1$；

（4）、正弦作用，$L[A\sin(\omega t)*1(t)]=\frac{A\omega}{s^2+\omega^2}$。

3、阶跃响应的重要性能指标

（1）、调节时间 t_s：在单位阶跃响应曲线的稳态值附近，取±5%（或±2%）作为误差带，响应曲线达到并不再超出该误差带的最小时间，标志系统进入稳态过程反映系统的快速性。

（2）、超调量 $\sigma\%$：在响应过程中，超出稳态值的最大偏离量与稳态值的比值，$\sigma\%=\frac{h(t_p)-h(\infty)}{h(\infty)}\times 100\%$，反应系统的平稳性。

（3）、稳态误差 e_{ss}：时间趋于无穷时，系统单位阶跃响应的实际值（稳态值）与期望值之差，即 $e_{ss}=1-h(\infty)$，反映系统的响应精度。

4、一、二阶系统单位阶跃响应

（1）、一阶系统

1）、传递函数 $\Phi(s)=\frac{1}{Ts+1}$，T 为时间常数。

2）、单位阶跃响应

$$C(s)=\Phi(s)*R(s)=\frac{1}{Ts+1}*\frac{1}{s},\quad c(t)=L^{-1}[\frac{1}{Ts+1}*\frac{1}{s}]=1-e^{-\frac{1}{T}t},t\geq 0。$$

对应 5%误差带的调节时间 t_s=3T

对应 2%误差带的调节时间 t_s=4T

（2）、二阶系统

1）、传递函数 $\Phi(s)=\frac{\omega_n{}^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n{}^2}$，$\zeta$ 为阻尼比，ω_n 为无阻尼振荡频率。

2）、系统特征方程：$s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n{}^2$=0。$s_{1,2}=-\zeta\omega_n\pm\omega_n\sqrt{\zeta^2-1}$

当 0<ζ<1 时，特征方程有一对实部为负的共轭复根，系统时间响应具有振荡性，为欠阻尼状态。

当ζ=1 时，特征方程有两个相等的负实根，为临界阻尼状态。

当ζ>1 时，特征方程有两个不相等的负实根，为过阻尼状态。对于临界阻尼和过阻尼状态，系统的时间响应均无振荡。

当ζ=0 时，特征方程有一对纯虚根，，为零阻尼状态，系统时间响应为等幅振荡。

当ζ=0 时，特征方程有正实部的根，为负阻尼状态，此时系统不稳定。

3）、阶跃响应

$\zeta>1$ 过阻尼状态时，$s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n{}^2=(s+\frac{1}{T_1})(s+\frac{1}{T_2}),(T_1>T_2)$，相当于两个时间常数不同的惯性环节串联。调节时间：$T_1=T_2$时，$t_s=4.75T_1$；$T_1=4T_2$，ζ=1.25，$t_s=3.3T_1$；$T_1>4T_2$，ζ>1.25，$t_s=3T_1$。此时，过阻尼状态无超调量。

0<ζ<1 欠阻尼状态时，$s_{1,2}=-\zeta\omega_n\pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$，令 $\sigma=\zeta\omega_n$，$\omega_d=\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$，则 $s_{1,2}=-\sigma\pm j\omega_d$，$\omega_d$ 成为阻尼角振荡频率。阻尼角 $\beta=\arccos\zeta$。性能指标：上升时间 $t_r=\frac{\pi-\beta}{\omega_d}$；峰值时间 $t_p=\frac{\pi}{\omega_d}$；超调量 $\sigma\%=e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}}\times100\%$；调节时间：$\zeta$<0.8 时，$t_s=\frac{3.5}{\zeta\omega_n}$（对应 5%误差带），$t_s=\frac{4.5}{\zeta\omega_n}$（对应 2%误差带）。

5、系统稳定性分析

1）、概念：系统的稳定性只取决于系统的结构参数，与初始条件及外作用无关。
2）、稳定的数学条件：系统的闭环传递函数的特征方程（即闭环传递函数的分母）的所有特征根都具有负实部，即在 s 平面的左半平面，当实部为零时，处于稳定与不稳定的临界状态，由于受到扰动后不能恢复原来的状态，亦归为不稳定状态。
3）、稳定性判据
见课本 90-93 页，大家重点掌握劳思判据。

6、稳态误差分析及计算

1）稳态误差一般有两种定义：a、$e(t)=r(t)-c(t)$，b、$e(t)=r(t)-b(t)$，当系统为单位负反馈时，两种定义统一。

2）、稳态误差计算公式：$e_{ss}=\lim\limits_{t\to\infty}e(t)=\lim\limits_{s\to0}sE(s)$，式中

$E(s)=\Phi_{ER}(s)R(s)+\Phi_{EN}N(s)$，前提是，$sE(s)$ 所有极点均具有负实部。

大家注意看看课本 P100 例 3-12.

7、稳态误差与系统结构参数的关系

设 ν 为系统开环传递函数中积分环节的数目。

$\nu=0$，系统为 0 型系统，其对阶跃输入的稳态误差为常值，对斜坡输入和等加速输入的稳态误差均为 ∞。

$\nu=1$，系统为 I 型系统，其对阶跃输入稳态误差为 0，对斜坡输入稳态误差为常值，对等加速输入稳态误差为 ∞。

$\nu=2$，系统为 II 型系统，其对阶跃输入和斜坡输入的稳态误差为 0，对等加速输入的稳态误差为常值。

第四章 根轨迹法

1、根轨迹：指开环传递函数中某个参数（一般是开环增益 K）从零变化到无穷时闭环特征根在 S 平面内移动的轨迹。当变化的参数为开环增益 K 时，为常规根轨迹；当变化参数为其他参数时，如开环零、极点，为广义根轨迹；系统为正反馈时，对应于零度根轨迹；系统为负反馈时，对应于 180° 根轨迹。

请大家注意开环传递函数中开环增益 K 与开环根轨迹增益 K^* 的概念及关系。以

$G(s)=\dfrac{K}{s(0.5s+1)}=\dfrac{K^*}{s(s+2)},(K^*=2K)$ 为例，开环增益 K 对应的开环传递函数的形式为 $G(s)=\dfrac{K}{s(0.5s+1)}$，开环根轨迹增益 K^* 对应的开环传递函数的形式为 $G(s)=\dfrac{K^*}{s(s+2)}$，注意分母 s 的系数。

2、根轨迹方程

闭环特征方程：$D(s)=1+G(s)H(s)=0$，即 $G(s)H(s)=-1$。

设开环传递函数具有 m 个零点和 n 个极点，则有

$$G(s)H(s)=\frac{K^*\prod_{i=1}^{m}(s-z_i)}{\prod_{i=1}^{n}(s-p_i)}=-1$$

模值方程

$$G(s)H(s)=\frac{K^*\prod_{i=1}^{m}|s-z_i|}{\prod_{i=1}^{n}|s-p_i|}=1$$

相角方程

$$\sum_{i=1}^{m}\angle(s-z_i)-\sum_{i=1}^{n}\angle(s-p_i)=(2k+1)\pi$$

其中，相角方程是决定系统闭环根轨迹的充要条件，即只要 s 满足相角方程就可以确定该点是根轨迹上的点，模值方程用于求开环根轨迹增益 K^* 和开环增益 K，即一旦确定某点是根轨迹上的点，即可带入模值方程中求出 K^*，再由 K^* 求出 K。

3、根轨迹基本法则

（1）、根轨迹支分数：支数=开环特征方程 $G(s)$ 分母的阶数 n，即与开环极点个数相同。

（2）、根轨迹是连续曲线，且对称于实轴。

（3）、根轨迹起始于开环极点，终止于开环零点。

（4）、实轴上的根轨迹：若实轴上某一段右边开环实数零、极点的个数之和为奇数，则该段为根轨迹。

（5）、根轨迹的渐近线：根轨迹共有（n-m）条渐近线。

$$\varphi_a=\frac{(2k+1)\pi}{n-m}$$

$$\sigma_a=\frac{\sum p_i-\sum z_i}{n-m}$$，以上 k=0，1，2，……，n-m-1。

σ_a 为所有渐近线与实轴的交点，且，交点相同；φ_a 为各个根轨迹与实轴的交角。

（6）、根轨迹起始角与终止角：

起始角：$\theta_{p_i}=(2k+1)\pi+\sum\varphi_{z_j p_i}-\sum_{j\neq i}\theta_{p_j p_i}$

终止角：$\varphi_{z_j}=(2k+1)\pi-\sum_{i\neq j}\varphi_{z_j z_i}+\sum\theta_{p_j z_i}$

（7）、根轨迹分离点 d：

根轨迹分离点坐标公式：$\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{d-p_i}=\sum_{j=1}^{m}\frac{1}{d-z_j}$，注意：分离点必须满足在根轨迹上，因此满足这个方程的 d 并不一定是分离点，还需要根据实际情况进行取舍。

（8）、分离角与会合角：

分离角：$\theta_d=\frac{1}{l}[(2k+1)\pi+\sum_{i=1}^{m}\angle(d-z_i)-\sum_{i=l+1}^{n}\angle(d-s_i)]$

会合角：$\varphi_d=\frac{1}{l}[(2k+1)\pi-\sum_{i=l+1}^{n}\angle(d-s_i)+\sum_{i=1}^{n}\angle(d-p_i)]$

式中，l 为分离点处相遇或分开的根轨迹条数。

（9）、根轨迹与虚轴交点

由开环传递函数 $G(s)$ 得出闭环特征方程 $D(s)$，令 $D(s)=0$，将 $s=j\omega$ 代入方程，再分别令其实部和虚部为 0 求得 ω 和 K^* 和 K 。

（10）、根之和与根之积

当 $n-m\geq 2$ 时，根之和与 K^* 无关，是个常数，因此，当 K^* 增加时，闭环的根如果有一部分向左移动，那么一定有一部分向右移动，以保证根之和不变。

4、广义根轨迹

当开环传递函数中变化的参数不是开环增益 K，而是开环零、极点，则对应时的根轨迹为广义根轨迹。此时，我们需要对闭环特征方程做一些转化，以得到常规根轨迹的形式。例如，

$G(s)=\frac{K^*(s-z_1)}{s(s^2+2s+2)}$ (z_1 为具有负实部零点)

得 $D(s)=s(s^2+2s+2)+K^*(s-z_1)=0$

$$D(s)=s(s^2+2s+2)+K^*s-K^*z_1=0$$

两边同除以 $s(s^2+2s+2)+K^*s$，得

$$1+\frac{-K^{*}z_1}{s(s^2+2s+2)+K^{*}s}=0$$

则等效开环传递函数为 $G_1(s)=\dfrac{-K^{*}z_1}{s(s^2+2s+2)+K^{*}s}$

此时可以将此视为常规根轨迹来绘根轨迹图。此方法可以实现的重点在于，两种开环传递函数下，闭环特征方程没有发生变化，即根轨迹不会发生变化。

5、零度根轨迹

（1）、若系统为正反馈或者具有某些非最小相位系统，则会出现零度根轨迹。即 $G(s)H(s)-1=0$，则 $G(s)H(s)=1$，此时，模值方程不变，但相角方程变为 $\sum_{i=1}^{m}\angle(s-z_i)-\sum_{i=1}^{n}\angle(s-p_i)=2k\pi$，因此成为零度根轨迹。

（2）、零度根轨迹画法

与常规根轨迹比较，只有以下四个法则发生变化，其余不变。

法则四 实轴上的根轨迹：若实轴上某一段右边开环实数零、极点的个数之和为偶数，则该段为根轨迹。

法则五 根轨迹的渐近线：$\varphi_a=\dfrac{2k\pi}{n-m}$，$\sigma_a$ 计算公式不变。

发展六 根轨迹的起始角与终止角

起始角：$\theta_{p_i}=2k\pi+\sum\varphi_{z_j p_i}-\sum_{j\neq i}\theta_{p_j p_i}$

终止角：$\varphi_{z_j}=2k\pi-\sum_{i\neq j}\varphi_{z_j z_i}+\sum\theta_{p_j z_i}$

法则八 分离角与会合角

分离角：$\theta_d=\dfrac{1}{l}[2k\pi+\sum_{i=1}^{m}\angle(d-z_i)-\sum_{i=l+1}^{n}\angle(d-s_i)]$

会合角：$\varphi_d=\dfrac{1}{l}[(2k+1)\pi-\sum_{i=l+1}^{n}\angle(d-s_i)+\sum_{i=1}^{n}\angle(d-p_i)]$

6、闭环零、极点分布与阶跃响应的关系

1)、用闭环零、极点表示阶跃响应式

$$\Phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{K^{*}\prod_{i=1}^{m}(s-z_i)}{\prod_{i=1}^{n}(s-p_i)}$$

输入单位阶跃信号，即 $R(s)=\dfrac{1}{s}$，得

$$C(s)=\frac{K^{*}\prod_{i=1}^{m}(s-z_i)}{\prod_{i=1}^{n}(s-p_i)}*\frac{1}{s}=\frac{A_0}{s}+\sum_{k=1}^{n}\frac{A_k}{s-s_k}$$

A_0 和 A_k 为待定系数，其中 $A_0=\Phi(0)$，$A_k=\dfrac{K^{*}\prod_{k=1}^{m}(s_k-z_i)}{s_k\prod_{\substack{i=1\\ i\neq k}}(s_k-s_i)}$。

对 $C(s)$ 求拉普拉斯反变换得

$$c(t)=A_0+\sum_{k=1}^{n}A_k e^{s_k t}$$

可以看出，单位阶跃响应将由闭环极点 s_k 及系数 A_k 决定。

分析：

若要求系统的稳定性，则要求所有闭环极点 s_k 均具有负实部，即在 s 平面的左半部。

若要求系统快速性好，则要求每个闭环极点尽量远离虚轴，这样 $A_k e^{s_k t}$ 才能衰减的快。

若要求系统平稳性好，则复数极点最好设置在 s 平面与负实轴成 $\pm45^{\circ}$ 夹角线附近。

若要求动态过程尽快消失，则系数 A_k 小， $A_k = \dfrac{K^* \prod\limits_{k=1}^{m}(s_k - z_i)}{s_k \prod\limits_{\substack{i=1 \\ i\neq k}}(s_k - s_i)}$ ，则要求闭环极点之间间距 $(s_k - s_i)$ 要大，且闭环零点之间间距 $(s_k - z_i)$ 要小。

2）、主导极点与偶极子

离虚轴最近且附近没有闭环零点的一些闭环极点（复数极点或实数极点）对系统的动态过程影响最大，起着主导作用，即为主导极点，一般其他极点的实部比主导极点的实部大 6 倍以上，那么那些闭环极点就可以忽略。

我们将一对靠的很近的闭环零点和极点成为偶极子，当它们靠的很近时，之间的模值相差很小，则则分子分母中的它们可以抵消掉，从而使闭环特征方程降阶。

7、系统阶跃响应的根轨迹分析

大家将课本 P160-164 页的三道例题认真看看，熟悉解题的一般过程。

第五章 频率域方法

要点与重点

1、频率特性的定义

传递函数为 $\phi(s)$ 的稳定系统，在正弦函数 $Ar\sin\omega t$ 的作用下，输出的稳态部分也是频率为 ω 的正弦信号 $Ac\sin(\omega t+\varphi(\omega))$，其中需要牢记

$A(\omega)=\dfrac{Ac}{Ar}=\left|\phi(j\omega)\right|$ ， $\varphi(\omega)=\angle\phi(j\omega)$，其中 $A(\omega)$ 为幅频，$\varphi(\omega)$ 为相频，他们统称为幅相频率特性即 $A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}=\left|\phi(j\omega)\right|e^{j\angle\phi(j\omega)}$

2、频率特性 $\phi(j\omega)$ 通常可以用三种曲线表示，需要重点掌握

A、幅频特性曲线 $A(\omega)$ 与相频特性曲线 $\phi(j\omega)$；

B、幅相特性曲线或称乃奎斯特曲线，它是将频率 ω 作为参变量，在 $\phi(j\omega)$ 的函数值平面下所作出的曲线

C、对数频率特性曲线又称伯德图，包括对数幅频特性曲线和对数相频特性曲线。其中对数幅频特性曲线用 $L(\omega)=20\lg A(\omega)\,\mathrm{db}$

这三种曲线必须会根据传递函数，进行作图，这是后面的一些基础。

3、典型环节的频率特性

典型的环节包括有比例环节、积分环节、惯性环节（一阶系统）、振荡环节（二阶系统）、微分环节。其中大家应该重点掌握惯性环节（一阶系统）和振荡环节（二阶系统），其他的相对比较容易好掌握。

A、惯性环节

传递函数 $G(s)=\dfrac{1}{Ts+1}$，其频率特性 $G(j\omega)=\dfrac{1}{jT\omega+1}$

相应的幅频特性 $A(\omega)=\left|G(j\omega)\right|=\dfrac{1}{\sqrt{(T\omega)^2+1}}$

相频特性 $\varphi(\omega)=\angle G(j\omega)=-\arctan T\omega$

幅相特性 $G(j\omega)=\dfrac{1}{jT\omega+1}=\dfrac{1}{\sqrt{(T\omega)^2+1}}e^{-j-\arctan T\omega}$

这三种相应的曲线要掌握

对数频率特性

$$L(\omega)=20\lg A(\omega)=L(\omega)=20\lg A(\omega)=20\lg\frac{1}{\sqrt{(T\omega)^2+1}}=-20\lg\sqrt{(T\omega)^2+1}$$

在作图时一般做其渐近线

由其对数幅频表达式可知当 $T\omega<<\dfrac{1}{T}$ 时，可省略掉 $(T\omega)^2$，得

$L(\omega)=-20\lg 1=0db$，这是一条与坐标轴重合的直线，称为其低频渐近特性

当 $T\omega>>\dfrac{1}{T}$，可以省略根号中的 1，得 $L(\omega)=-20\lg T\omega$

这是一个直线方程。

所以在低频范围内，$L(\omega)$ 为一条 0db 直线，在高频范围内为-20db/dec 的直线，转折频率为 $\omega=\dfrac{1}{T}$ 处。

在其相频特性曲线中，随着频率的增加，相位由 0 到-90 度转变，转折频率为 $\omega=\dfrac{1}{T}$ 时，角度为-45 度。

B、二阶系统

其传递函数 $G(s)=\dfrac{\omega n^2}{s^2+2\zeta\omega nS+\omega n^2}$

其相应的幅频特性中，有以下几个点需要比较重要

谐振频率 $\omega m=\omega n\sqrt{1-2\zeta^2}$ （0< ζ <0.707）

其中谐振峰值 $Am=\dfrac{1}{2\zeta\sqrt{1-2\zeta^2}}$

从上式可以得到振荡环节的 ζ 越小，峰值越大，这表明系统的平稳性越差，超调量越大，若取最佳阻尼比 ζ =0.707，则阶跃相应既快又平稳，这点与前面的时域分析连接在一起，也和后面的控制系统的校正有联系。

相频特性需要清楚，当 ω 由 0 到 ∞ 变化时，对应的 $\varphi(\omega)$ 的值由 0 度到-180 度，其中当 ω 为 ωn 时，其 $\varphi(\omega)$ 为-90 度

对数幅频特性，也是需要做其渐近线方程，再在其基础上做修正

$\dfrac{\omega}{\omega n}$ <<1，将幅频特性曲线等效于 $L(\omega)=-20\lg 1=0$ 为一条 0db 线

$\dfrac{\omega}{\omega n}$ >>1，将幅频特性曲线等效于 $L(\omega)=-20\lg\dfrac{\omega}{\omega n}^2$ = $-40\lg\dfrac{\omega}{\omega n}$，在高频特性为一条-40db/dec 的直线

对数幅频特性的作法是，以 ωn 为转折点，当频率小于 ωn 时，取 0db 线，当频率大于 ωn 时，取-40db/dec 直线

其中需要注意的是，用渐近线代替精确曲线会产生一定的误差，因为这是由于阻尼比 ζ 的影响，当 0.4< ζ <0.707 时，误差不大，当 ζ <0.4 时，误差会随着 ζ 的减小而增大，需作出以下修正

$L(\omega n)=-20\lg 2\zeta$ ， $L(\omega)=-20\lg 2\zeta\sqrt{1-2\zeta^2}$

4、频率稳定的判据

A、乃奎斯特稳定判据及应用

闭环系统稳定的充要条件是：当 ω 由 0 到 ∞ 变化时，开环幅相特性曲线绕（-1，j0）点逆时针方向转过 $\dfrac{P}{2}$ 圈。P 为系统开环传递函数位于右半 s 平面的极点数。

若系统开环稳定，即 P=0 时，开环幅相特性曲线不包括（-1，j0）点，则系统闭环稳定

若系统开环不稳定，则闭环在右半 s 平面极点数为

Z=P-2N，其中 N 为开环幅相特性曲线绕（-1，j0）点转过的圈数，其中逆时针方向旋转为正

B、对数频率的稳定判据

闭环系统稳定的充要条件是：在开环对数幅频 $20\lg\left|G(j\omega)\right|$>0 的频段内，对应的开环对数相频特性曲线对 $-\pi$ 线的正负穿越次数之差为 $\dfrac{P}{2}$。即

$N_{+}-N_{-}=\dfrac{P}{2}$　　P 为系统开环传递函数位于右半 s 平面的极点数。

注意：在开环对数幅频 $20\lg\left|G(j\omega)\right|$>0 的频段内，相频特性曲线由下往上穿越 $-\pi$ 线为正穿越。N_{+} 为正穿越次数。从 $-\pi$ 线开始往上称为半个正穿越

在开环对数幅频 $20\lg\left|G(j\omega)\right|$>0 的频段内，相频特性曲线由上往下穿越 $-\pi$ 线为负穿越。N_{-} 为负穿越次数。从 $-\pi$ 线开始往下称为半个负穿越。

5、稳定裕度

A、相稳定裕度 Υ：

幅相频率特性曲线上模值等于 1 的矢量与负实轴的夹角。在对数幅频特性曲线上，指的是 $20\lg\left|G(j\omega)\right|$=0 处的相频曲线 $\angle G(j\omega)$ 与 $-\pi$ 线的角差，即

$$\Upsilon=180^{\circ}+\angle G(j\omega)$$

B、模稳定裕度 h：

幅相频率特性曲线上，相角 $\angle G(j\omega)=-180^{\circ}$ 这一频率所对应的幅值的倒数，或者说幅相特性曲线 $G(j\omega)$ 与负实轴交点的模值的倒数

$$h=\frac{1}{\left|G(j\omega)\right|}$$

大家可以参照书上 211 页的图进行理解，这个两个稳定裕度是比较重要的，在后面的第六章控制系统校正中，它是一个很重要的关键点，望大家一定要掌握其概念和其计算方法。

6、闭环频率特性和系统阶跃响应的关系

频率性能指标

Ⅰ、谐振峰值 Mm：幅频特性 $M(\omega)$ 的最大值，反应了系统的平稳性。 Mm 越大，说明系统的阻尼越小，响应的超调量就越大，平稳性就差；Mm 小，系统的平稳性就好。

Ⅱ、零频幅值$M(0)$：指零频率ω=0 时的振幅比；反映系统在阶跃信号下是否有静差。$M(0)$=1，表明系统在阶跃作用下没有静差；$M(0)$不等于 1 时，表明系统在阶跃作用下有静差。

Ⅲ、频带ωb：$M(\omega)$数值衰减到 $0.707M(0)$时所对应的频率，反映系统的快速性。ωb越高，反应了系统复现快速变化的信号能力强，失真小。

除开这些指标，还有其他如超调量$\delta\%$、截止频率ωc、相稳定裕度Υ、模稳定裕度h、调节时间ts等，希望大家正确理解这些指标，他们与前面的章节联系起来了，也是后面章节的基础，这些指标对于你很好的理解控制系统至关重要，对于设计一个比较好的控制系统这也是一个基础。

7、开环频率特性和系统阶跃反应的关系

系统开环对数幅频特性曲线三频段分为低频段、中频段、高频段：

低频段通常指的是曲线在第一个转折频率之前的区段，这一段有积分环节和开环增益决定。低频段主要反应其精度。

中频段指的是$20\lg|G(j\omega)|$曲线在截止频率ωc附近的区段，这段特性集中反应了系统的平稳性和快速性

高频段指的是$20\lg|G(j\omega)|$曲线在中频段以后区段，这段主要反映系统对于高频干扰的抑制能力。高频特性分贝值越低，其抗干扰能力越强。

第六章 控制系统的校正

要点与重点

1、系统的校正设计一些基础知识

A、性能指标

超调量$\delta\%$；调节时间ts；上升时间tr；无差度v；稳态误差或者开环增益（静态位置误差系数Kp；静态速度误差系数Kv）。

对于闭环频率特性：峰值比；峰值频率；频带ωb；

对于开环频率特性：截止频率ωc；相稳定裕度Υ；模稳定裕度h；

常用的复数域指标有：衰减度η与阻尼角φ

需要注意的是要弄清这些指标的具体意义，以及其之间的一些转换关系

B、几种校正方法

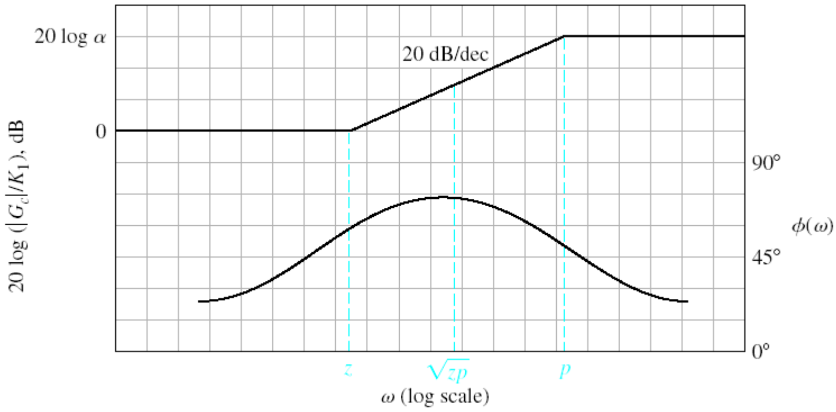
串联校正、反馈校正、前置校正和干扰补偿。而且一般校正设计的方法大体上分为

三类：频率法、根轨迹法、等效结构与等效传递方法

2、串联校正

A、相位超前校正

$$G(s)=\frac{1+\alpha Ts}{Ts+1}\quad(\alpha>1)$$



提供正的相移，相位超前主要发生在频段$(\frac{1}{\alpha T},\frac{1}{T})$，

而超前角的最大值为$\varphi_m=\arcsin\frac{\alpha-1}{\alpha+1}$

其对应的角频率为$\omega_m=\frac{1}{\sqrt{\alpha T}}$

超前校正主要用于展宽系统的频带和提高稳定裕度，以改善系统的快速性和振荡性，但它会使系统的高频增益增大，不利于系统抗高频干扰的能力

设计的基本原则应使相位超前发生在系统的中频段

频率域设计的一般步骤如下

① 根据稳态精度的要求调整开环增益 K;

② 根据取定的 K 值，作出未校正的伯德图，记为L_1，φ_1。如果ωc，Υ不能满足要求，均需要增大，则选用相位超前环节

③ 选取校正环节参数T、α。我们希望相位超前发生在新的截止频率上

④ 根据ωc的要求，在轴上取一点新的$\omega c'$，在L_1线上求出$\omega c'$处的分贝值$L_1(\omega c')$，由下式确定T、α：

$$10\lg\alpha=\left|L_1(\omega c')\right|$$

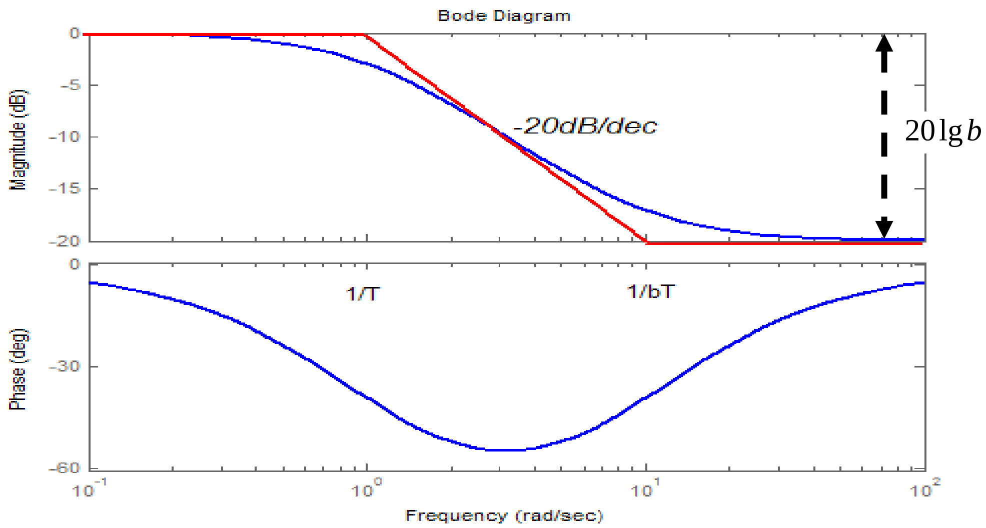
$$\omega c'=\frac{1}{\sqrt{\alpha T}}$$

⑤ 校验校正后的结果。作出校正后的伯德图 L_2，φ_2，判断 ωc，Υ 是否满足条件

B、相位滞后校正

相位滞后校正的传递函数为

$$G(s)=\frac{1+\beta Ts}{Ts+1} \qquad (\beta>1)$$



加入滞后校正主要是利用其高频衰减特性，以解决系统增益和稳定裕度之间的矛盾。又由于它会使高频增益减小，有利于提高系统的抗干扰能力

设计的原则是使幅频特性的衰减发生在系统的中频区和高频段，相位滞后发生在低频段。设计的基本步骤为

1、根据稳态精度的要求调整开环增益 K;

2、根据取定的 K 值，作出未校正的伯德图，记为 L_1，φ_1。如果 Υ 不能满足要求，需要增大，则选用相位滞后环节

3、选取校正环节的的参数 T、β。根据 Υ 的要求，在曲线 φ_1 上找出相移为 $-\pi+\Upsilon$（有时候可以略大于它）时的频率值 $\omega c'$，在 L_1 线上求出 $\omega c'$ 对应的分贝值 $L_1(\omega c')$，由下面两式确定参数 T、β。

$$20\lg\beta+\left|L_1(\omega c')\right|=0$$

$$\frac{1}{\beta T}\le 0.1\omega c'$$

4、校验校正后的结果。作出校正后的伯德图 L_2，φ_2，判断 Υ 是否满足条件

C、超前--滞后校正

其传递函数为

$$G_C(S)=\frac{(1+\alpha T_2 s)}{(T_2 s+1)}\frac{(1+\beta T_1 s)}{(T_1 s+1)}$$

$\alpha>1,\beta<1,\beta T_1>\alpha T_2$。在超前滞后校正中需要掌握其对应的伯德图，并能够结合其进行设计。

D、PID 校正

其又称为比例—积分-微分校正，其传递函数为

$$G_C(S)=K_p+K_d S+\frac{1}{Ts}$$

3、反馈校正

系统中的传递函数为$G_2(S)$的部分被传递到传递函数为$H(S)$的反馈环节所包围。从而形成了局部的反馈结构形式图。利用反馈改变结构、参数。

1、反馈包围积分环节

2、入速度反馈包围惯性、积分和放大环节

3、速度反馈包围一个小阻尼和和二阶振荡和放大环节

反馈校正的作用通常可以归纳为：

1、 改变系统某一局部的结构和参数

2、 削弱非线性因素的影响

3、 提高对模型摄动的不灵敏性

4、 抑制干扰

4、前置校正

1、对控制作用的附加前置校正（图见书本 258 页）

闭环系统的传递函数为

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\left[1+G_C(S)\right]\frac{G(s)}{1+G(s)}$$

误差完全补偿，即$E(s)=R(s)-C(s)=0$的条件为

$$G_C(S)=\frac{1}{G(s)}$$

本图中其加入前置校正后等效的单位负反馈系统的开环传递函数$G_0(S)$可由下式解出

$$\left[1+G_C(S)\right]\frac{G(s)}{1+G(s)}=\frac{G_0(S)}{1+G_0(S)}$$

$$G_0(S)=\frac{(1+G_C(S))G}{1-G_C(S)G}$$

2、对干扰作用的附加前置校正

图见书本 261 页图-30

干扰作用时，系统的输出为

$$C(s)=\frac{G_2(1+G_2G_1)}{1+G_2G_1}N(s)$$

对干扰完全补偿的条件为

$$G_C(S)=-\frac{1}{G_1(s)}$$

需要注意的是这种补偿条件是不太容易实现的，我们往往采用的是近似补偿方式，而且根据主要的信号如（阶跃响应和斜坡响应）进行相应的校正。

这一章是前几章的综合，需要第二章、第三章、第四章、第五章的坚实基础，大家在进行系统的校正时，可以结合着前面几章的时域分析法、根轨迹法和频率域方法的知识，进行计算，是一个综合的复习和掌握。

编者：

自控原理的这门课的各章复习要点和重点就写到这里了，当然会有很多不足的地方，希望大家结合着这个复习资料，以书本为主，这个作为一个提纲进行相应的指导性复习，抓住重点，在复习的过程中，首先是基本基础知识的掌握，然后才是综合的利用，各章节之间会有紧密的联系，在复习的过程中还需要通过做一定量的习题，书后老师布置的就可以，来进行配套的巩固和复习，这样会取得更好的效果。最后，希望大家取得好成绩，开开心心回家过年！

--------3603A 党支部