

注意：试卷共 5 页，满分 100 分

(2003 年 1 月)

一、选择题（将正确答案对应的字母填写在空格上。每小题 3 分，共 15 分）

1、质量为 m 的质点 M 在重力作用下铅垂下落，在运动过程中受到空气阻力的作用，阻力的大小与其速度的立方成正比，即 $F_R = cv^3$, c 为常量。质点 M 在图示坐标系中的运动微分方程为：

- A: $m\ddot{x} = -mg + c\dot{x}^3$; B: $m\ddot{x} = +mg + c\dot{x}^3$;
C: $m\ddot{x} = +mg - c\dot{x}^3$; D: $m\ddot{x} = -mg - c\dot{x}^3$;

E: A、B、C、D 中没有给出正确答案。

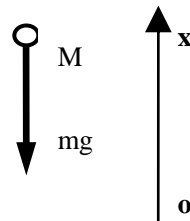


图 1

2、圆盘 A 放在光滑的水平地面上运动，杆 AB 通过圆柱铰链与圆盘中心 A 连接，系统在图示铅垂面内运动，如图 2 所示。若圆盘和杆为非匀质刚体，则有：

- A: 系统的机械能守恒;
B: 系统的动量在水平方向的投影守恒;
C: 圆盘对铰链 A 的动量矩守恒;
D: AB 杆对铰链 A 的动量矩守恒。

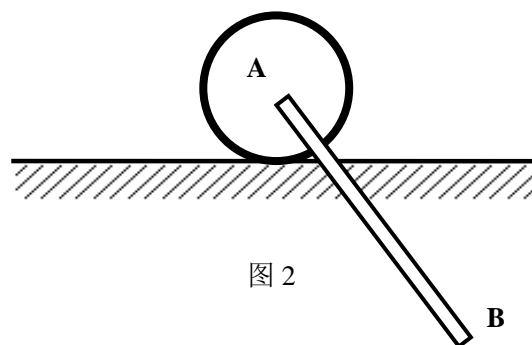


图 2

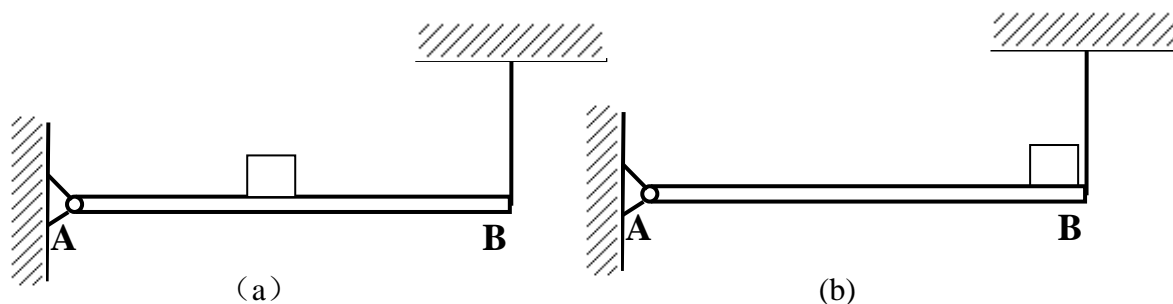
3、若定轴转动刚体的惯性力系向转轴上的某一点简化后为一惯性力偶，其力偶矩矢量平行与转轴，则该定轴转动刚体是：。

- A: 静平衡; B: 动平衡; C: 非静平衡; D: 非动平衡;
E: 非静平衡也非动平衡。

4、若质点系的动量恒为零，且对任意一点的动量矩也为零，则该质点系的动能：

- A: 一定不为零; B: 一定为零; C: 不一定为零。

- 5、长为 L ，质量为 m 的均质水平杆 AB 的 A 端用铰链与墙面固定， B 端用绳索铅垂吊起，杆上方有质量为 M 的重物（视为质点）。若（a）：重物放在 AB 杆的中点；（b）：重物放在 AB 杆的 B 端。当绳索剪断后的瞬时，忽略所有摩擦，比较哪种情况下， AB 杆的角速度大。答：_____。



A: 情况（a）时 AB 杆的角加速度大；

B: 情况（b）时 AB 杆的角加速度大；

C: 条件不足，不能确定。

二、 填空题（第 8 小题 5 分，其余每空 4 分，共 65 分）

将计算的最简结果填写在空格上

- 1、定轴转动刚体绕 O 轴在铅垂面内运动，若其质量为 $2m$ ，对转轴的转动惯量为 J ，质心到转轴的距离 $OC=b$ ，根据系统的广义坐标（如图 3 所示），建立其运动微分方程。

答: 运动微分方程为: _____

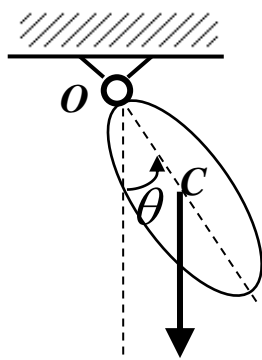


图 3

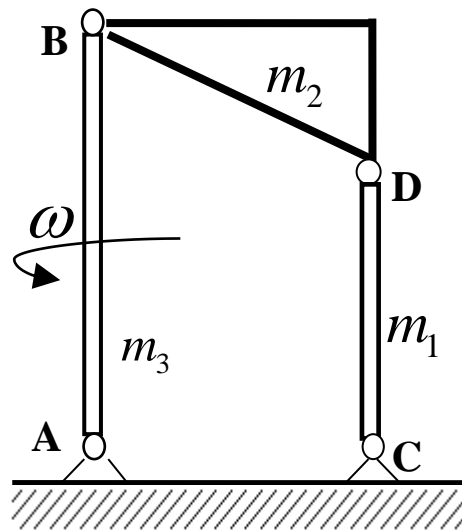


图 4

- 2、匀质三角板用圆柱铰链与铅垂的 AB 杆和 CD 杆连接，如图 4 所示。已知 $AB=2L$, $CD=AC=L$, 各刚体的质量分别为 m_1 , m_2 , m_3 , 若图示瞬时 AB 杆的角速度为 ω (方向如图)。求该瞬时系统动量的大小。

答：系统动量的大小 $P=$ _____。

- 3、质量为 m , 半径为 R 的均质圆盘在地面上**纯滚动** (运动在图 5 所示平面内), 若图示瞬时圆盘的角速度为 ω , $OC=L$ 。求此时圆盘对固定 O 动量矩的大小 M_0

$M_0=$ _____

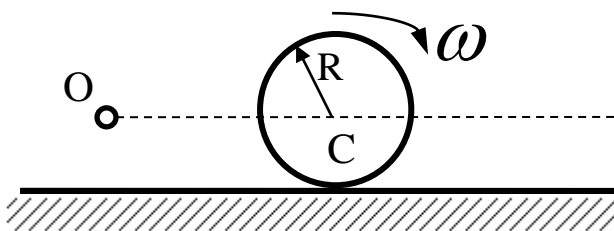
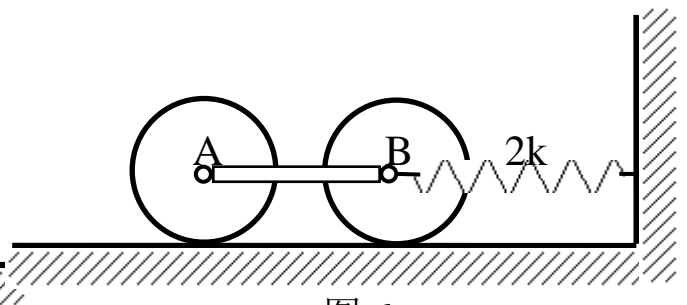


图 5



-图 6

- 4、两个相同的均质圆盘用一个刚性杆 AB 连接，在水平面上**纯滚动**，圆盘 B 用刚度系数为 $2k$ 的弹簧与固定墙壁连接(弹簧水平), 已知 AB 杆的质量为 m_1 , 每个圆盘的半径为 r , 质量为 m_2 。求系统振动的固有频率 ω 。

答： $\omega=$ _____。

5、棱长为 L 的正方体绕 O 点作定点运动 (如图 7 所示), 已知图示瞬时刚体的

角速度为 ω (方向由 O 点指向 A 点), 角加速度

为 α (方向由 O 点指向 B 点)。求正方体上顶点

B 的速度 v_B 和加速度 a_B 。

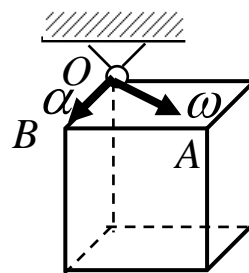


图 7

答: B 点速度的大小 $v_B =$ _____

(方向画在图上)

B 点加速度的大小 $a_B =$ _____ (方向画在图上)

6、半径为 R 质量为 m 的均质圆盘 C 在质量为 M 的水平板 AB 上纯滚动,

AB 板放在光滑的水平地面上 (如图 8 所示), 已知圆盘在某主动力偶的作

用下, 其角加速度为 α 。求圆盘中心 C 的加速度 a_C 。

答: 圆盘中心 C 加速度的大小 $a_C =$ _____

方向画在图上

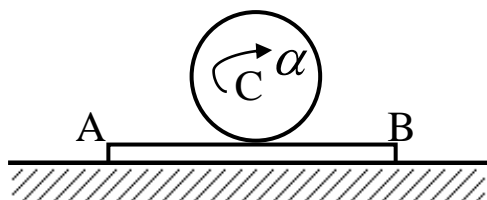


图 8

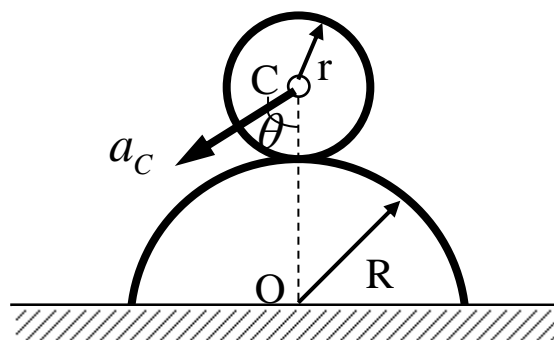


图 9

7、半径为 r 的圆盘在半径为 R ($R=3r$) 的固定半圆盘上纯滚动, 已知图示瞬

时圆盘中心 C 的加速度为 a_C , 其方向与 OC 连线的夹角为 θ (如图 9 所

示)。求该瞬时圆盘的角速度的大小 ω 和角加速度的大小 α 及其转向 (答案

用 r, θ, a_C 表示)。

$\omega =$ _____; $\alpha =$ _____ (转向画在图上)

- 8、质量为 m ，边长为 L 的正方形均质板静止放在光滑的水平地面上。若在板上作用一水平冲量 I ，使板获得最大的动能，该冲量将如何作用在板上，并求板获得的最大动能 T 。

答：板获得的最大动能 $T = \underline{\hspace{2cm}}$

将冲量 I 的作用点和作用线画在图上

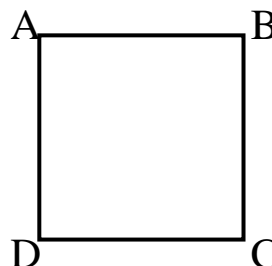
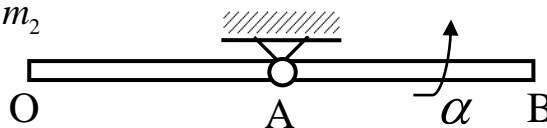


图 10

已知板对质心的转动惯量为 $\frac{1}{6}mL^2$

- 9、定轴转动的 OAB 杆是由两个质量分别为 m_1 (AB 杆) 和 m_2 (OA 杆) 的均质细杆焊接而成，已知 $OA=AB=R$ ，在图 11 所示瞬时，杆的角速度为零，角加速度为 α 。将 OAB 杆的惯性力向转轴 A 点简化，给出简化结果的主矢 F_{IR} 和主矩 M_{IA} 。已知 $m_1 > m_2$

主矢的大小 $F_{IR} = \underline{\hspace{2cm}}$ (方向画



在图上)

图 11

主矩的大小 $M_{IA} = \underline{\hspace{2cm}}$ (方向画在图上)

- 10、质量为 m_0 的物块放在水平面上，其上有一半径为 R 的半圆槽，质量为 m 的小球 B 可在槽内运动，忽略所有摩擦，如图 12 所示。

- (1) 若取 x, φ 作为系统的广义坐标，用广义速度和广义坐标给出系统在任

意位置时动能和势能的表达式(取坐标原点为势能零点, 即 $V_{x=0, \varphi=0} = 0$)。

- (2) 若初始时，小球在 A 处，系统从无数初速开始运动。给出系统拉格朗日方程的首次积分。

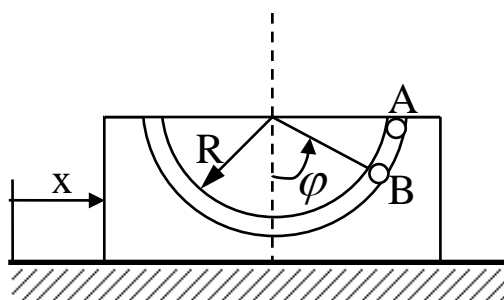


图 12

系统的动能 $T =$ _____

系统的势能 $V =$ _____

广义动量积分： _____

广义能量积分： _____

三、计算题（本题 20 分）

质量为 m ，长为 L 的均质杆，上端 B 靠在铅垂墙壁上，下端 A 用柱铰链与半径为 R 质量为 M 的均质圆盘中心连接，圆盘在水平地面上运动，忽略所有摩擦，系统如图 13 所示。已知图示瞬时 AB 杆与铅垂线的夹角为 θ ，其角速度为 ω_{AB} ，圆盘的角速度为 ω_A 。求该瞬时系统的动能 T ，AB 杆的角加速度 α_{AB} 、圆盘的角加速度 α_A 和地面作用在圆盘上的约束力。

要求：指明研究对象，画其速度图、加速度图和受力图；
根据上述图给出题解所需的基本定理和公式以及计算结果。

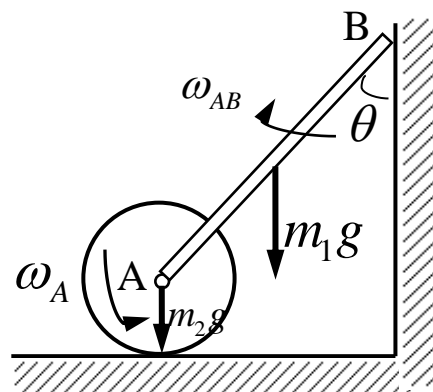
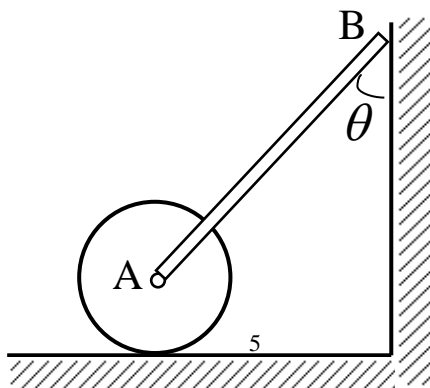
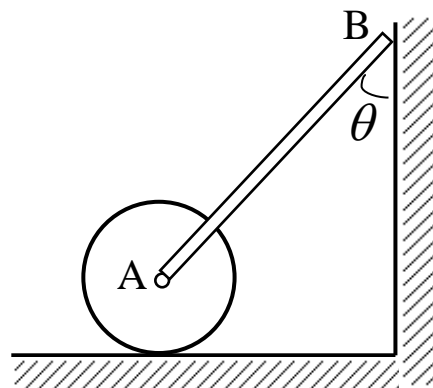


图 13



速度、加速度图



受力图