# 数 学 作 业 纸

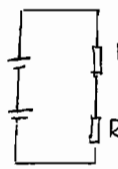
（科目：自控元件）

班级：390322　　姓名：李梦玮　　编号：39032202.　　第 1 页

1.1. 解，因为铁磁物质的$\mu$值不是常数，其值的大小与磁场强度及铁磁物质的磁状态的情况有关，所以在磁路计算中采用$H$的形式，先由$B$值查到对应的$H$，再乘以磁路长度$l$.

而气隙的磁导率$\mu_0$是常数，所以，当气隙长度不变时，其磁阻值不变，故采用~~重R~~ 重R或重$\Lambda$计算.

1.2 解：(1)



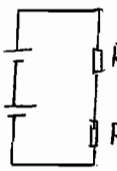

(a)

磁动势

$F = I_1N_1 + I_2N_2 = (I_1 + I_2)N$

$= IN.$

(2)



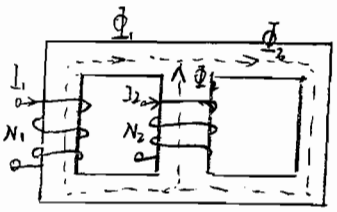

(b)

磁动势

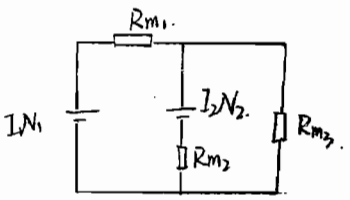
$F = I_1N_1 + I_2N_2$

$= 2IN.$

1.3 解：




$$\begin{cases} \Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 = 0. \\ I_1N_1 - I_2N_2 = \Phi_1 R_{m1} - \Phi_2 R_{m2}. \\ \Phi_1 R_{m1} + \Phi_3 R_{m3} = I_1N_1 \end{cases}$$




(1) $\Phi_1 = 0$

~~2 $R_{m1} = \mu \frac{S}{l_1}$ $R_{m2} = \mu \frac{S}{l_2}$ $R_{m3} = \mu \frac{S}{l_3}$~~

$R_{m1} = \frac{l_1}{\mu S}$　$R_{m2} = \frac{l_2}{\mu S}$　$R_{m3} = \frac{l_3}{\mu S}$

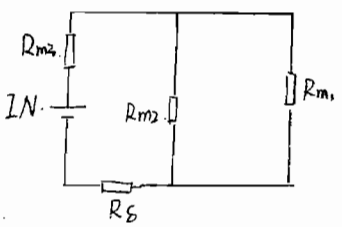
$\therefore R_{m1} : R_{m2} : R_{m3} = 3 : 1 : 3.$

(1) $\Phi_1 = 0.$　$\Phi_2 = \Phi_3.$　$\therefore I_1N_1 / I_2N_2 = 3/4$

(2) $\Phi_2 = 0$　$\Phi_1 = \Phi_3$　$\therefore I_1N_1 / I_2N_2 = 6/3 = 2.$

(3) $\Phi_3 = 0.$　$\Phi_1 = -\Phi_2.$　$\therefore I_1N_1 / I_2N_2 = 3/(-1) = -3.$

1.4 解：等效磁路如图.




$$\begin{cases} \Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 = 0. \quad ① \\ IN = H_3l_3 + H_2l_2 + \Phi_3 \cdot \frac{\mu_0 l_\delta}{S_3} + H_3l_4 \quad ② \\ IN = H_3l_3 + H_3l_4 + H_1l_1 + \Phi_3 \frac{\mu_0 l_\delta}{S_3} \quad ③ \end{cases}$$

$\because H_3 = \frac{B_3}{\mu_3}$　$H_2 = \frac{B_2}{\mu_2}$　$H_1 = \frac{B_1}{\mu_1}.$

$B_1S_1 = \Phi_1$　$B_2S_2 = \Phi_2$　$B_3S_3 = \Phi_3$

# 数 学 作 业 纸

（科目：自控元件）

班级： 姓名： 编号： 第 2. 页

由②=③ 得 $H_1l_1 = H_2l_2$. 由① 得 $B_2 - B_1 = 0.4T$ $\because B_2 = 0.8T$

查表得 $H_2 = 137$ A/m $\therefore H_1 = 51.97$ A/m. 又 ~~$\frac{B_2-B_1}{H_2-H_1} = \frac{B_2-B_1}{H_2-H_1} = \frac{0.05}{6}$~~

~~解得 $H_3 = H_1 + 48 = 99.97$ A/m $\approx 100$ A/m. $B_3 = 0.65$.~~

$\therefore \frac{0.30-0.25}{55-49} = \frac{B_1-0.25}{H_1-49}$ $\therefore B_1 = 0.27T$ $\therefore B_3 = 0.67T$

$\frac{0.70-0.65}{110-100} = \frac{0.67-0.65}{H_3-100}$ $\therefore H_3 = 104$ A/m

$\therefore IN = H_3(l_3+l_4) + H_1l_1 + B_3S_2 \cdot \frac{l_6}{\mu_0 S_2}$ = 578.3 (安匝)

$104 \times 0.289 + 51.97 \times 0.29 + 0.66 \times 0.001$

$= 4.76$

# 数 学 作 业 纸

（科目：自控元件）

班级：390322　　姓名：李梦玮　　编号：39032202.　　第 1 页

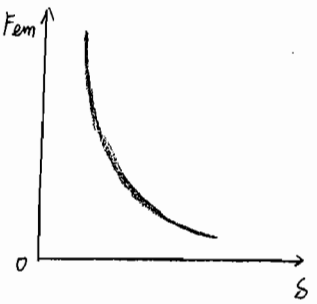
2.3解：由吸力公式 $F_{em} = -\frac{1}{2}U_\delta^2 \frac{d\Lambda}{d\delta}$　忽略漏磁通变化

∵ $\Lambda_\delta = \mu_0 S/\delta$　其中S为气隙极靴面积. 为常数

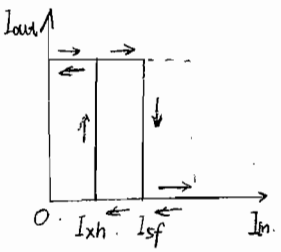
∴ $\frac{d\Lambda}{d\delta} = -\frac{\mu_0 S}{\delta^2}$

又 $U_\delta = IN$　∴ $F_{em} = \frac{1}{2}(IN)^2 \cdot \frac{\mu_0 S}{\delta^2} = C/\delta^2 = F_{em}(\delta)$

其中 $C = \frac{1}{2}(IN)^2 \mu_0 S$. 为常数. 为二次双曲线函数




2.6解：




10.6

# 数 学 作 业 纸

（科目：自控元件）

班级：390322　　姓名：李梦玮　　编号：39032202　　第 1 页

3.5 解：额定功率是电刷端输出功率. 发电机的功率是输出电功率, 电动机功率是机械功率

3.6 解：励磁绕组固定. 不切割磁感线. 没有感应电动势, 电枢绕组切割磁感线, 产生感应电动势.

3.7 解：机械角 $\alpha_m$ 为导体旋转的角度. 电角 $\alpha$：导体电动势的相位变化

$$\alpha = P\alpha_m$$

3.9 解：发电机的电枢电势与电枢电流同向. 为电源电动势

发电机的电枢电势与电枢电流反向, 为反电势

3.10 解：发电机：电磁转矩与 $n$ 反向. 为制动转矩.

电动机：电磁转矩与 $n$ 同向. 为驱动转矩.

3.13 解：$a=P=3$　$N=398$　$\Phi=0.021\,Wb$.

$$E_a = C_E\Phi_n = \frac{PN}{60a}\cdot\Phi\cdot n$$

① $n=1500\,r/min$　$E_a=208.95V$

② $n=500\,r/min$　$E_a=69.65V$.

③ $T_{em} = G\Phi I_a = \frac{PN}{2a\pi}\Phi I_a$　$\therefore T_{em}=13.31N.m$.

若为单波绕组　$a=1$　$P=3$　则 $T'_{em}=3T_{em}=39.93N.m$.

3.14 解：单波绕组　$a=1$　$P=2$　$N=372$　$\Phi=0.011\,Wb$　$n=1500\,r/min$

$$E_a = C_E\Phi_n = \frac{PN}{60a}\Phi\cdot n = 204.6V.$$

$U = E_a + I_a R_a$　$R_a=0.208\Omega$　$U=220V$.　$\therefore I_a=74.04A$

$\because E_a < U$　$\therefore$ 工作在电动机状态.

$T_{em} = G\Phi I_a = \frac{PN}{2a\pi}\Phi I_a = 94.44\,N.m$.　10-13

$P_{em} = T_{em}\Omega = T_{em}\cdot\frac{2\pi n}{60} = 14827.08W$.

$P_0 = P_2 + P_{Fe} = 566W$.　输入功率 $P_1 = UI_a = 16288.8W$.

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 - P_{cuo} - P_0}{P_1} = \frac{P_1 - I_a^2R_a - P_0}{P_1} = 89.52\%$$

# 数 学 作 业 纸

（科目：自控元件）

班级：390322　　姓名：李梦玮　　编号：39032202　　第 1 页

4.1解. 理想的测速发电机的输出电压 $U$ 与转速 $n$ 成线性关系 且

$U = \frac{C_E \Phi}{1+\frac{r_a}{R_L}} = k_n n$ 称 $k_n$ 为输出斜率，与主磁通，电枢绕组电阻 $r_a$ 和负载电阻 $R_L$ 有关

4.5解: 直流伺服电动机用机械时间常数来表示其动态特性，数学表达式为 $T_m = 0.105 J \frac{R}{C_E C_T \Phi^2}$

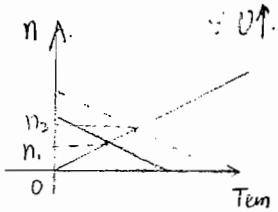
影响因素有负载惯量 $J_L$ 与电机的转动惯量 $J_D$，放大器内阻 $R_i$ 和机械特性斜率 $k_1$

4.6解: $U = E_a + I_a R_a = C_E \Phi n + \frac{T_{em}}{C_T \Phi} R_a$　　由题，励磁电流不变即 $\Phi$ 不变，负载转矩不变.

当 $U$↑ 时，$n$ 由于惯性不会马上变化 ∴$E_a$ 不会马上变化 ∴ 电枢电流增加.

$I_a$减小 $T_{em}$减小

∵ $T_{em} = C_T \Phi I_a$ ∴$T_{em}$增加. 导致 转速 $n$ 增加，$T_s$ 增加. 直至 $n$ 不再增加




∵ $U$↑. ∴ 机械曲线向上平移. 由左图可知 平衡后 $n$↑, $T_{em}$↑ ∴ $I_a$↑

综上，电枢电流 $I_a$ 先增大，后减小，但比初始时大.

转速 $n$ 变大

4.9解: $U = I_a R + E_a$.　　$I_a = \frac{T_{em}}{C_T \Phi}$

$E_a = U - I_a R = 110 - 0.4 \times 50 = 90\ V$.

∵ $E_a = C_E \Phi n$　　∴ $C_E \Phi = \frac{E_a}{n} = \frac{90}{3600} = 0.025\ Wb$.

∴ $C_T \Phi = \frac{C_E \Phi}{0.105} = 0.238\ Wb$

∴ $T_{em} = I_a C_T \Phi = 0.095\ N \cdot m$.

∵ $T_{em} = T_0 + T_s$.

∴ $T_s = T_{em} - T_0 = 0.095 - 0.015 = 0.08\ N \cdot m$

4.10解: $n = \frac{U_a}{C_E \Phi} - \frac{R_a}{C_E C_T \Phi^2} T_{em}$　当 $n=0$ 时始动电压 $U_s = U_a = \frac{R_a}{C_T \Phi} T_{em} = 4V$.

∵ $U_a = E_a + I_a R_a = C_E \Phi n + \frac{T_{em}}{C_T \Phi} R_a = C_E \Phi n + U_s$.

当 $U_a=50V$ 时 $n=1500r/min$ $\because U_a-U_s=C_E\Phi n \propto n$

$\therefore$ 若要求 $n_1=3000r/min$ 则 $U_{a1}=\frac{U_a-U_s}{n}\cdot n_1+U_s=96V$.

4.12解: $T_m=0.105J\cdot\frac{R}{C_E G\Phi^2}$. $\because U=R_aI_a+E_a=R_aI_a+C_E\Phi n$.

$\therefore C_E\Phi=\frac{U-R_aI_a}{n}=\frac{110-16}{1500}=0.063Wb$.

$G\Phi=\frac{C_E\Phi}{0.105}=0.60Wb$.

$\therefore T_m=0.105J\cdot\frac{R_a}{C_E\Phi\cdot G\Phi}=0.105\times0.15\times10^{-5}\times\frac{40}{0.063\times0.60}=1.67\times10^{-4}s$.

4.14解: 空载输出电压 $U_0=C_E\Phi n$ $\therefore C_E\Phi=\frac{U_0}{n}=0.069Wb$

加入负载后: $C_E\Phi n=U_0=U+I_a\cdot R_L=U+\frac{U_0R_L}{R_a+R_L}$

$\therefore R_a=\frac{U_0-U}{U}R_L=40\Omega$.

当 $n=1000r/min$ 时 $U_0'=C_E\Phi n'=69.33V$.

$R_L=2000\Omega$. $R_a=40\Omega$

$\therefore$ 输出电压 $U=\frac{U_0\cdot R_L}{R_a+R_L}=67.97V$.

10.20

# 数学作业纸

（科目：自控元件）

班级：390322　　姓名：李梦玮　　编号：39032202　　第 1 页

5.1解：变压器铁心中的主磁通由一次边电压 $U_1$ 决定，$U_1 = 4.44 f_1 N_1 \Phi_m$

一次边电压增加，主磁通 $\Phi_m$ 增加　　铁心截面增加，主磁通 $\Phi_m$ 不变

二次线圈匝数增加，主磁通 $\Phi_m$ 不变　　电源频率增加，主磁通 $\Phi_m$ 增加

因为 $U_1 = 4.44 f_1 N_1 \Phi_m$ 与铁心截面积无关，所以铁心截面变化时主磁通不变

5.4解：① $f \downarrow$　漏电抗 $X_1 = \omega L_1 = 2\pi f L_1$　$\therefore X_1$ 减小

② 又 $U_1$ 不变　$I_0 = \dfrac{U}{Z_m + Z_1}$　$f \downarrow$ 时，$X_1 \downarrow$，$X_m = 2\pi f L_m \downarrow$　$\therefore Z_m + Z_1 \downarrow$　$I_0$ 增加

③ 空载损耗 $P_0 = U_1 I_0$，增大。

5.6解：空载电流有 ① 无功分量，即磁化电流 $i_{0u}$，其值与主磁通 $\Phi$ 有关，也与磁路饱和与否有关

② 有功分量，包括铁耗电流 $i_{0a}'$ 与涡流电流 $i_{0a}''$，是磁滞与涡流造成的，与铁耗有关

有功分量为铁耗电流，由磁滞和涡流造成，与一次边的有效电阻无关。

空载时　$U_1 \uparrow$，　$U_1 = 4.44 f_1 N_1 \Phi_m$　$\therefore \Phi_m \uparrow$　$\therefore I_{0u} \uparrow$

又 $f_1$ 不变　$\therefore I_{0a}$ 不变　$\therefore \varphi_0 \uparrow \rightarrow \cos\varphi_0 \downarrow$

由于磁路饱和或铁损耗等原因，使空载电流与主磁呈非线性关系，∴为非正弦。

5.7解：空载时二次绕组中没有铜损耗，一次绕组产生铜损耗，但 $I_0$ 较小，总的产生铜损耗相对于铁损耗可以忽略；短路时，两边绕组电流达到额定值，两边产生的铜损耗相当于额定负载时铜损耗，但由于 $U_k$ 小，∴ $\Phi_m$ 小，主磁通小，励磁电流 $I_0 \approx 0$，铁损耗可忽略不计。

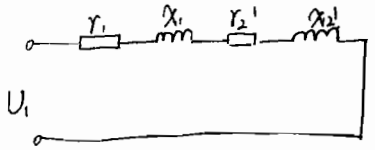
5.11解：$r_1$，$r_2$，$x_2$，$x_1$，$r_m$，$x_m$。

空载实验　$K = U_1 / U_{20}$　　$Z_0 = U_1 / I_0 = Z_1 + Z_m \approx Z_m$　（∵ $Z_m >> Z_1$）

$r_m = P_0 / I_0^2$　　$x_m = \sqrt{Z_m^2 - r_m^2}$

短路实验．　$Z_k = U_k / I_k$　　$r_k = P_k / I_k^2$　　$x_k = \sqrt{Z_k^2 - r_k^2}$　　$x_1 = x_2' = \frac{1}{2} x_k$　　$x_2' = k^2 x_2$

5.15解：




$K = U_1 / U_2 = N_1 / N_2 = 0.34$

$r_2' = K^2 r_2 = 18.33\,\Omega$　　$r_k = r_1 + r_2' = 33.33\,\Omega$

$x_2' = K^2 x_2 = 2.86\,\Omega$　　$x_k = x_1 + x_2' = 4.86\,\Omega$。

$I_{1N} = \frac{U_1}{|Z_k|} = \frac{U_1}{\sqrt{X_k^2 + r_k^2}} \leq 500mA$. $\therefore U_1 \leq 16.84V$

即最大不超过 16.84V.

5.17解: (1) $k = \frac{U_{1N}}{U_{2N}} = 10$. $r_k = r_1 + k^2 r_2 = 8\Omega$ $X_k = X_1 + k^2 X_2 = 30\Omega$. $Z' = k^2 Z_L = 1000 + j500\Omega$

$\therefore Z_{总} = r_k + jX_k + Z' = 1008 + j530\Omega$.

$I_1 = \frac{U_{1N}}{|Z_{总}|} = \frac{U_{1N}}{\sqrt{1008^2 + 530^2}} = 0.97A$. $I_2 = kI_1 = 9.7A$

$U_2' = I_2 \cdot |Z_L| = 108.45V$

(2) $\tan\varphi = \frac{530}{1008} = 0.526$ $\therefore \cos\varphi = 0.885$

$P_1 = U_1 I_1 \cos\varphi = 944.3W$

(3) $\Delta = U_{2N} - U_2 = 110 - 108.4V = 1.6V$. $\Delta U = \frac{\Delta}{U_{2N}} = \frac{1.6}{110} \times 100\% = 1.45\%$

(4) $P_2 = U_2 \cdot I_2 = 1051.965W$ $P_1 = U_{1N} I_1 = 1167W$

$\eta = \frac{P_2}{P_1} \times 100\% = 90.14\%$

11.3

# 数 学 作 业 纸

（科目：自控元件）

班级：390322　　姓名：李梦华　　编号：39032202　　第 1 页

6.1 解：1）三相对称电流，三相绕组在空间同轴，即为两极三相异步电机的工作状态，能产生大小不变，方向随时间匀速变化的旋转圆形磁场.

（2）三相电流同相，三相绕组对称，则产生的磁场相互抵消，不能产生旋转磁场

6.4 解：转差率为转速 $n$ 与同步转速 $n_1$ 的差值 $(n_1-n)$ 与同步转速 $n_1$ 的比值 即 $S=\frac{n_1-n}{n_1}$

异步电机作电动机运行时，转差率范围在 0 到 1 之间

6.5 解：转子所产生的磁动势在空间的转速与旋转磁场的实际转速相同，不会改变.

旋转磁场以相对转速 $n_2=n_1-n$ 切割转子绕组，在转子上产生频率为 $f_{2s}$ 的感应电动势.

且 $f_{2s}=\frac{pn_2}{60}$ 因而得到频率为 $f_{2s}$ 的转子电流，其建立旋转磁动势 $F_{2s}$.

相对转子转速为 $n_{2s}=\frac{60f_{2s}}{p}=n_2=n_1-n$

故转子产生的磁动势在空间的转速与旋转磁场的实际转速相同

6.7 解：若把旋转的异步电动机上转子的电动势 $E_{2s}$ 等效为静止的异步电动机上的电动势 $E_2$.

且保持转子电流的大小和相位不变，由 $I_{2s}=\frac{E_{2s}}{\sqrt{r_2^2+x_{2s}^2}}=\frac{sE_{e2}}{\sqrt{r_2^2+(sx_2)^2}}=\frac{E_2}{\sqrt{(r_2/s)^2+x_2^2}}=I_2$

只需转子电阻增加到 $r_2/s$ 倍，转子电抗保持 $x_2$ 不变即可.

即达到用一个静止的转子来代替旋转的转子的目的，其对定子的反应不变.

$(1-s)\cdot r_2'/s$ 是纯电阻负载，其上所消耗的电功率实际为电动机发出的机械功率.

称为负载电阻.

6.11 解：1）$n_1=\frac{60f_1}{p}=\frac{60\times50}{2}=1500\ r/min$

$S=\frac{n_1-n}{n_1}=\frac{1500-1452}{1500}=\frac{48}{1500}=0.032.$

（2）$\frac{P_N}{P_1}$ $\frac{P_N}{U_{1N}}=I_1=26.32A.$

~~$I_2^2\sqrt{r_2^2+x_2^2}=P_{Cu}=1915.08W.$~~

$I_2'=I_1\cdot$ $\sqrt{r_m^2+(x_m+$ $+\sqrt{}$

$(I_2')^2 = \dfrac{U_1^2}{(r_1 + C_1\frac{r_2'}{s})^2 + (x_1 + C_1 x_2')^2}$ 其中 $C_1 = 1 + \frac{x_1}{x_m} = 1.021$ $(I_2')^2 = 102.98\ A^2$

$P_{em} = m_1 (I_2')^2 \cdot \frac{r_2'}{s} = 10810.10\ W$. $P_m = (1-s) P_{em} = 10464.17\ W$

$T_{em} = \frac{P_m}{\Omega} = 68.81\ N \cdot m$.

或 $T_{em} = \dfrac{m_1 p U_1^2 r_2'/s}{2\pi f_1 [(r_1 + C_1\frac{r_2'}{s})^2 + (x_1 + C_1 x_2')^2]} = 66.78\ N \cdot m$.

$P_2 = P_m - p_m - p_s = 7607.56\ W$.

$\therefore T_2 = P_2/\Omega = 50.03\ N \cdot m$ 两种方法

6.12解：

$P_1 = 6.32\ kW \longrightarrow P_{cu1} = 341\ W \longrightarrow P_{Fe} = 167.5\ W \longrightarrow P_{cu2} = 237.5\ W \longrightarrow P_m = 45\ W \longrightarrow P_s = 29\ W$

$P_1$ 输入功率 $P_{em}$ 电磁功率 $P_m$ 机械功率 输出功率 $P_2$

(1) $\eta = \dfrac{P_2}{P_1} = \dfrac{P_1 - \Sigma p}{P_1} = 97.03\%$.

(2) $1 - s = \dfrac{P_m}{P_{em}} = \dfrac{6320 - 341 - 167.5 - 237.5}{6320 - 341 - 167.5} = 0.9591$

$\therefore s = 0.041$

(3) $n_1 = 60 f_1 / p = \dfrac{60 \times 50}{2} = 1500\ r/min$. $s = \dfrac{n_1 - n}{n_1}$.

$\therefore n = (1-s) n_1 = 1438.70\ r/min$.

(4) $T_{em} = \dfrac{P_m}{\Omega} = \dfrac{P_m \times 60}{60 \cdot 2\pi n} = 37.00\ N \cdot m$

(5) $T_2 = \dfrac{P_2}{\Omega} = \dfrac{P_2 \times 60}{2\pi n} = 36.51\ N \cdot m$.

# 数 学 作 业 纸

（科目：自控元件）

班级： 姓名： 编号： 第 3 页

6.15 解：(1). ∵ $P_{em}(1-S)=P_m$ $P_m>P_2$ $P_{em}<P_1$ ∴ $1-S>\eta=0.9$ $S=\frac{n_1-n_N}{n_1}<0.1$ ∴ $n_1=\frac{60f_1}{p}<1600r/$

(2) $n_1=60f_1/p=1500r/min$. $S=\frac{n_1-n_N}{n_1}=\frac{60}{1500}=0.04$. ∵ $n_1>n_N$ ∴ $n_1=1500r/mie$

(3) $n_1=60f_1/p.=1500r/min$

(4) $f_2=sf_1=0.04\times50Hz=2Hz$

(5) $n_2=n_1-n_N=60r/min$

(6) $n_2'=n_1=1500r/min$

(7) $n_1'=n_2'-n_1=0$

(8) $P_1=\frac{P_2}{\eta}=50kW$

(9) $T_N=\frac{P_2}{\Omega}.=\frac{P_2\times60}{2\pi n_N}=298.42N\cdot m.$

(10) ~~I_N~~ $P_1=50kW.=3P_N$ $P_N=U_1I_{1N}\cos\varphi$

∴ 相电流 $I_{1N}=49.84A$

∴ 额定线电流 $I_N=\sqrt{3}I_{1N}=$ ~~49.84A~~ $86.33A$

11.10