



登记号 \_\_\_\_\_

**北京航空航天大学**  
B E I H A N G U N I V E R S I T Y

# 数字信号处理实验四

## 指 导 书

机械与控制工程国家级虚拟仿真实验教学中心

2020 年 5 月

## 目录

实验四 线性卷积与圆周卷积 .....	1
一、实验目的 .....	1
二、实验内容 .....	1
三、实验原理 .....	3
四、实验要求 .....	4
五、参考资料 .....	5
六、实验报告要求 .....	5

## 实验四 线性卷积与圆周卷积

### 一、实验目的

1. 掌握线性卷积和圆周卷积的计算方法
2. 掌握线性卷积和圆周卷积的等效条件
3. 掌握用圆周卷积计算线性卷积的方法

### 二、实验内容

本次实验共 4 个学时，主要包括：1) 有限长序列的线性卷积计算、2) 有限长序列的圆周卷积计算、3) 基于圆周卷积计算线性卷积等内容。

#### 1、有限长序列的线性卷积计算

本项内容包括线性卷积函数的编写、有限长序列的线性卷积计算两部分。

##### (1) 线性卷积函数的编写

利用卷积公式： $y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k]$ ，编写线性卷积计算函数，实现两个有限长序列的线性卷积计算。注意：本人利用 function 语句编写 MATLAB 函数，不得调用 MATLAB 中已有的卷积函数 conv。

##### (2) 有限长序列的线性卷积的计算

假定原始序列为  $x[n] = [3, 11, 7, 0, -1, 4, 2]$ ，单位脉冲响应序列为  $h[n] = [2, 3, 0, -5, 2, 1]$ 。利用本人编写的线性卷积函数和 MATLAB 的 conv 函数两种方法，求  $x[n]$  与  $h[n]$  的线性卷积  $y_1[n]$  与  $y_2[n]$ ，并对比结果。

##### (3) 要求

- ① 生成原始序列  $x[n]$  和单位脉冲响应序列  $h[n]$ ，调用 subplot 函数，将  $x[n]$  与  $h[n]$  绘制在同一个 figure 窗口上。注意：横坐标、纵坐标要标注完整；
- ② 利用自己编写的卷积函数，实现  $x[n]$  与  $h[n]$  的线性卷积  $y_1[n]$  计算，使用 MATLAB 的 conv 函数，实现  $x[n]$  与  $h[n]$  的卷积  $y_2[n]$  计算，调用 subplot 函数将  $y_1[n]$ 、 $y_2[n]$  与  $x[n]$ 、 $h[n]$  绘制在同一个 figure 窗口上。注意：横坐标、纵坐标要标注完整。

③ 对两个函数的计算结果进行分析对比。

## 2、有限长序列的圆周卷积计算

本项内容包括圆周卷积函数的编写、有限长序列的圆周卷积计算两部分。

### (1) 圆周卷积函数的编写

参照教材 P79 图 3.2.3，通过调用 MATLAB 的 `fft` 和 `ifft` 函数，编写圆周卷积计算函数，实现两个有限长序列的圆周卷积。

### (2) 有限长序列的圆周卷积的计算

假定数字序列  $x_1[n]$  和  $x_2[n]$  分别是长度  $N = 15$  和  $M = 20$  的矩形序列，利用编写的圆周卷积函数计算给定长度  $L$ （可取  $L = 28$  或其他不大于  $M + N - 1$  的长度）的圆周卷积。

### (3) 要求

- ① 生成矩形序列  $x_1[n]$  和  $x_2[n]$ ，绘制两个序列的时域波形，长度均为  $L$ 。调用 `subplot` 函数，将  $x_1[n]$  和  $x_2[n]$  绘制在同一个 `figure` 窗口上。注意：两个序列需补零，横坐标、纵坐标要标注完整；
- ② 利用自己编写的圆周卷积函数，计算  $x_1[n]$  与  $x_2[n]$  的  $L$  点长度的圆周卷积  $y_c[n]$ ，并将圆周卷积结果与原序列  $x_1[n]$ 、 $x_2[n]$  绘制在同一个 `figure` 窗口上。注意：横坐标、纵坐标要标注完整。
- ③ 对上述实验结果进行简要分析。

## 3、基于圆周卷积计算线性卷积

本项内容包括不同点数的圆周卷积计算、基于圆周卷积计算线性卷积两部分内容。

### (1) 不同点数的圆周卷积计算

对下列两序列： $x_3[n] = R_N[n]$ ， $h_3[n] = 0.98^n R_M[n]$ ， $N = 15$ ， $M = 20$ 。借助实验内容 2 编写的圆周卷积函数，计算以下点数的圆周卷积：

- a) 计算点数  $L_1 = M$  的圆周卷积  $y_{c1}[n]$
- b) 计算点数  $L_2 = 2N$  的圆周卷积  $y_{c2}[n]$
- c) 计算点数  $L_3 = N + M - 1$  的圆周卷积  $y_{c3}[n]$
- d) 计算点数  $L_4 = 2M$  的圆周卷积  $y_{c4}[n]$

## (2) 基于圆周卷积计算线性卷积

分析利用圆周卷积计算线性卷积的条件，基于圆周卷积函数计算 $x_3[n]$ 与 $h_3[n]$ 的线性卷积 $y_3[n]$ ，基于实验内容 1 编写的线性卷积函数计算 $x_3[n]$ 与 $h_3[n]$ 的线性卷积 $y_4[n]$ ，将两个函数的结果进行对比。

## (3) 要求

- ① 生成原始序列 $x_3[n]$ 和 $h_3[n]$ ，绘制序列的波形， $x_3[n]$ 和 $h_3[n]$ 的长度均为 $L$ （ $L$ 分别为 $M$ 、 $2N$ 、 $N + M - 1$ 、 $2M$ ）。调用 subplot 函数，将相同长度的 $x_3[n]$ 和 $h_3[n]$ 绘制在同一个 figure 窗口上。注意：(a) 序列 $x_3[n]$ 和 $h_3[n]$ 需根据 $L$ 的不同补零，横坐标、纵坐标要标注完整；(b) 每个 figure 窗口为相同点数的圆周卷积留出位置。
- ② 利用自己编写的圆周卷积计算函数，计算序列 $x_3[n]$ 和 $h_3[n]$ 的、不同点数 $L$ （ $L$ 分别为 $M$ 、 $2N$ 、 $N + M - 1$ 、 $2M$ ）的圆周卷积 $y_{c1}[n] \sim y_{c4}[n]$ 。调用 subplot 函数，将 $y_{c1}[n] \sim y_{c4}[n]$ 与各自相应点数的 $x_3[n]$ 和 $h_3[n]$ 绘制在同一个 figure 窗口上。注意：横坐标、纵坐标要标注完整。
- ③ 用圆周卷积函数计算序列 $x_3[n]$ 和 $h_3[n]$ 的 $L$ 点（注： $L$ 的长度由设计者自行选取）线性卷积 $y_3[n]$ ，直接用实验内容 1 设计的线性卷积函数计算序列 $x_3[n]$ 和 $h_3[n]$ 的线性卷积 $y_4[n]$ ，调用 subplot 函数，将原序列 $x_3[n]$ 和 $h_3[n]$ 与 $y_3[n] \sim y_4[n]$ 绘制在同一个 figure 窗口上。注意：横坐标、纵坐标要标注完整。
- ④ 针对不同点数 $L$ 对圆周卷积计算结果的影响，以及不同方法计算出的两个线性卷积的结果，给出具体分析。

## 三、实验原理

### 1、线性卷积

线性时不变系统（Linear Time-Invariant System, or L. T. I 系统）的输出 $y(n)$ 与单位脉冲响应 $h(n)$ 、系统输入 $x(n)$ 间的关系满足线性卷积： $y(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)h(n-m) = x(n) * h(n)$ 。

### 2、圆周卷积

长度分别为 $N$ 和 $M$ 的两个有限长序列 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ ，两个序列的 $L$ 点循环卷积（也称圆周卷积）定义为：

$$y_c(n) = \left[ \sum_{m=0}^{L-1} x_1(m)x_2((n-m))_L \right] R_L(n)$$

### 3、圆周卷积与线性卷积的关系（线性卷积的频域实现）

设 $h(n)$ 和 $x(n)$ 的长度分别为 $N$ 和 $M$ ， $y_c(n)$ 为 $h(n)$ 和 $x(n)$ 的 $L$ 点循环卷积即：

$$y_c(n) = h(n) \textcircled{L} x(n)$$

若 $H(k) = DFT[h(n)]_L$ 、 $X(k) = DFT[x(n)]_L$ ， $Y_c(k) = DFT[y_c(n)]_L = H(k)X(k)$ ， $k = 0, 1, 2, \dots, L-1$ ，则可以利用图 1 实现圆周卷积的计算：

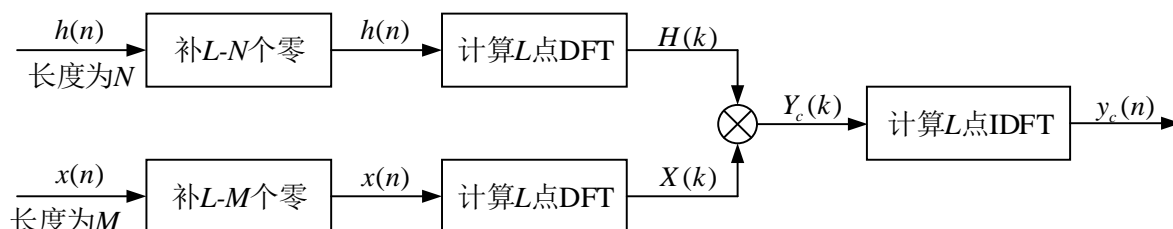


图1 利用DFT与IDFT计算循环（圆周）卷积流程图

## 四、实验要求

### 1、有限长序列的线性卷积计算

- (1) 线性卷积函数的编写：提交线性卷积函数的源代码。
- (2) 有限长序列的线性卷积计算：提交利用本人编写的线性卷积函数计算 $x[n]$ 和 $h[n]$ 的卷积 $y_1[n]$ 、利用 MATLAB 中的 `conv` 函数计算 $x[n]$ 和 $h[n]$ 卷积 $y_2[n]$ 的源代码及卷积计算结果，提交原始序列 $x[n]$ 和 $h[n]$ 的时域、两种卷积函数计算结果的 figure 图 1 幅，不少于 50 字的相关讨论或分析。

### 2、有限长序列的圆周卷积计算

- (1) 圆周卷积函数的编写：提交圆周卷积函数的源代码。
- (2) 有限长序列的圆周卷积计算：提交利用本人编写函数计算序列 $x_1[n]$ 与 $x_2[n]$ 的 $L$ 点圆周卷积 $y_c[n]$ 的源代码及计算结果，提交原始序列 $x_1[n]$ 与 $x_2[n]$ 、圆周卷积结果

的 figure 图 1 幅，不少于 50 字的相关讨论或分析。

### 3、基于圆周卷积计算线性卷积

- (1) 不同点数的圆周卷积计算：提交计算四种不同点数 $L$ （ $L$ 分别为 $M$ 、 $2N$ 、 $N + M - 1$ 、 $2M$ ）的圆周卷积 $y_{c1}[n] \sim y_{c4}[n]$ 的源代码及计算结果，每个 $L$ 需提交原始序列 $x_3[n]$ 与 $h_3[n]$ 与相应点数的圆周卷积计算结果的 figure 图 1 幅（共 4 幅），不少于 100 字的相关讨论或分析。
- (2) 基于圆周卷积计算线性卷积：提交利用圆周卷积函数计算线性卷积 $y_2[n]$ 、直接计算的线性卷积 $y_3[n]$ 的程序源代码及计算结果，包括原始序列 $x_3[n]$ 与 $h_3[n]$ 、两种方法计算的线性卷积结果在内的 figure 图 1 幅。不少于 150 字的相关讨论或分析。

## 五、参考资料

- [1] 高西全，丁玉美，阔永红. 数字信号处理——原理、实现及应用（第 3 版）[M]. 北京：电子工业出版社，2016.
- [2] A.V.奥本海姆，R.W.谢弗，J.R.巴克. 离散时间信号处理（第 2 版），西安交通大学出版社，2011.
- [3] 程佩青，数字信号处理教程（第 5 版），清华大学出版社，2017.

## 六、实验报告要求

### 1、实验报告内容

按照模板撰写实验报告且排版规范，要包含以下内容

- 1) 实验目的
- 2) 实验过程与实验结果，包含程序源代码
- 3) 结果分析与实验结论
- 4) 实验收获、体会及建议

### 2、提交实验报告时间

本次实验结束后，实验报告的 Word 版需在 1 周内提交到教务处实验系统。