①

理论力学 AI（或 B）期末考试模拟试题

一、　　选择题（多选或单选，在正确答案上打 √。每题 2 分共 10 分）

1、 正方体上的六个面各作用有一个平面汇交力系，则该力系独立的平衡方程最多有：

A：4 个；　　B：6；　　C：8 个；　　D：12 个

2、 若质点的速度矢量（不为零）与加速度矢量（不为零）始终垂直，则质点可能作：

A：直线运动；　　B：平面曲线运动；　　C：空间曲线运动

3、 结构如图 1 所示，力 F 与杆 1 和杆 2 平行，不计各构件自重，则图示结构中的零力杆为：

A：1 杆；　　B：2 杆；　　C：3 杆

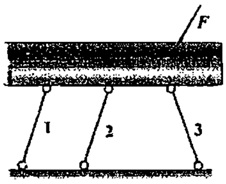


图 1

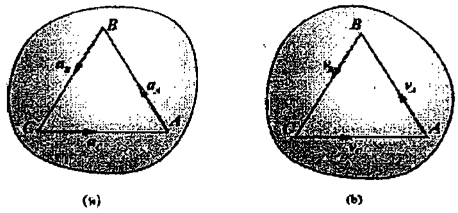


图 2

4、平面运动刚体上三个点 A、B、C 构成等边三角形，某瞬时各点加速度或速度矢量如图 2 所示。则图 2 中______所示的运动是可能的。

A：图 2（a）；　　B：图 2（b）；　　C：图 2 （a）和（b）

5、质心在转轴上的匀角速度定轴转动刚体，其惯性力系向转轴上的某点简化的结果可能是：

A：零力系；　　B：一个力偶；　　C：一个力；　　D：一个力螺旋

二、　　填空题（将正确答案的最简结果填在空格内，每空 5 分，共 50 分）

1、平面桁架如图 3 所示，该桁架是________________（选择：静定桁架或静不定桁架）。杆件 2 的内力 $F_2 =$ ____$\frac{\sqrt{2}}{2}F$____（拉力为正）。

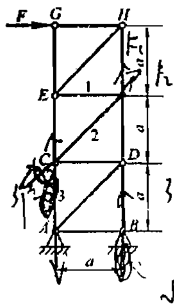


图 3

$\frac{\sqrt{2}F_2}{2} = 3F$

$F_1 - \frac{\sqrt{2}}{2}F_2 + 3F = 0$

F_1

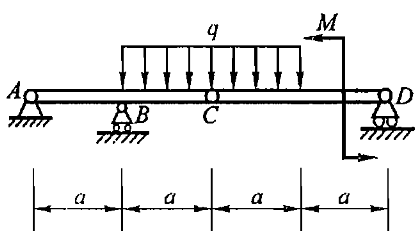


图 4

2、结构及其受力如图 4 所示，已知均布载荷集度 $q = 10\text{N/m}$，力偶矩的大小 $M = 5\text{N}\cdot\text{m}$，$a = 1\text{m}$，不计结构自重。则 CD 杆上 C 端所受的约束力的大小为 F=__________N。

3、系统如图 5 所示，杆 O_1A 重为 W，半径为 R 的均质圆盘重为 $2W$，杆与水平线的夹角为 $\theta = 45^0$，OC 铅垂，不计铰链处的摩擦。无论水平弹簧的拉力有多大，系统都能在图示位置实现自锁，则杆与圆盘间的最小静滑动摩擦因数 $f_{\min} =$__________

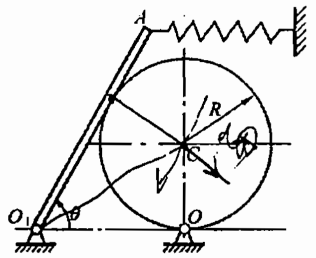


图 5

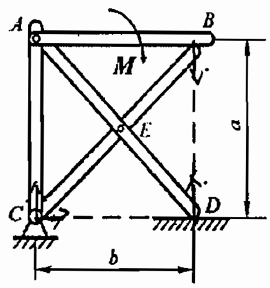


图 6

4、四根杆件用铰链连接如图 6 所示，在水平杆 AB 上作用有一力偶矩为 M 的力偶，不计构建自重，则系统平衡时，铅垂杆 AC 的内力 $F =$__________（拉力为正）。

5、质量为 m 的质点 M 在 OA 管内运动，OA 管绕水平轴 O 在铅垂面内运动，管子与质点 M 间的动滑动摩擦因数为 f。已知在图 7 所示瞬时，OA 管与水平面的夹角 $\theta = 30^0$，OA 管的角速度为 $\boldsymbol{\omega}$，角加速度为零，质点 M 到 O 轴的距离为 L，质点 M 相对管子的相对速度为 $\boldsymbol{v}_r$。则图示瞬时，质点 M 受到管子底部的滑动摩擦力的大小 $F =$__________；

质点 M 相对于管子的相对加速度 $\boldsymbol{a}_r =$__________（方向标在图中）。

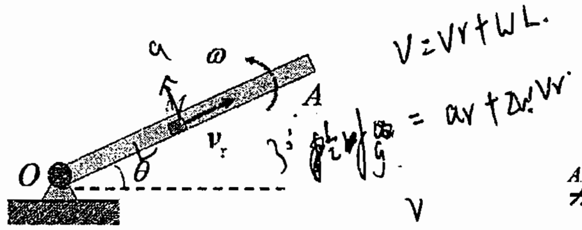


图 7

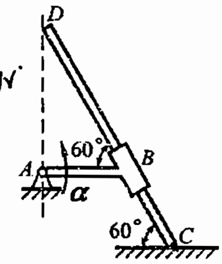


图 8

6、长为 R 绕 A 轴转动的杆 AB 的右端固连套筒 B，长为 3R 的杆 CD 可沿套筒滑动，其 C 端放在水平地面上，如图 8 所示。已知在图示瞬时，$AD \perp AB$，AB 杆的角速度为零，角加速度为 $\boldsymbol{\alpha}$。则在图示瞬时，CD 杆上 C 点相对 AB 杆的相对加速度的大小 $a_r =$__________，C 点的绝对加速度的大小 $a_a =$__________。

7、质量为 m 长为 L 的均质杆 OAB 在铅垂平面内绕水平轴 O 转动。初始时杆由水平位置无初速度释放，如图 9 所示，则该瞬时杆中点 A 横截面弯矩的大小：

$M_A =$ ________________

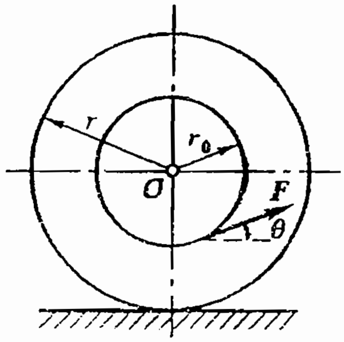
图 9

三、 计算题（本题 40 分， 每小题 20 分）

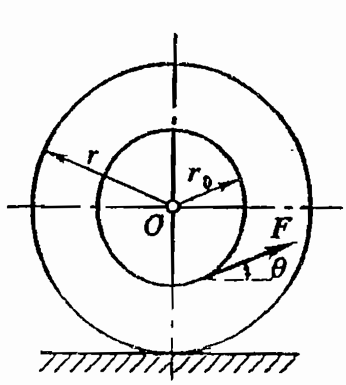
注：将解题的基本公式和依据及其简洁的解题过程写在试卷上，画出必要的受力图、速度图和加速度图。

1、质量为 m 半径为 $r = 2r_0$，质心位于中心轴 O 的轮子放在水平地面上，绕在半径为 r_0 的鼓轮上的绳子（不计绳子质量）受到常力 F 的作用，该力与水平面的夹角 $\theta = 30^0$，轮子对中心轴 O 的转动惯量 $J_O = 2mr_0^2$，如图所示。若轮子在地面上纯滚动，初始时轮心的速度为零。求轮心移动 S 距离后，（1）力 F 所作的功 W；（2）轮子的角速度 ω 的大小和转向；（3）轮子的角加速度 α 的大小和转向；（4）地面作用在轮子上的摩擦力 F_s 的大小和方向。

注：计算最终结果用 F, S, m, r_0 表示



受力图



速度、加速度图

解：由题意

水平方向上

$$F\cdot\cos\theta - f = m\cdot a_O.$$

动量矩定理：

$$f\cdot 2r_0 - F\cdot r_0 = 2mr_0^2\cdot\alpha$$

而 $\alpha\cdot 2r_0 = a_O$

$$a_O = \frac{2}{3}(\cos\theta - \frac{1}{2})\cdot F/m.$$

$\frac{1}{2}a_O\cdot t^2 = S \quad \therefore \quad V = \sqrt{2a\cdot S}$

$$\therefore \quad W = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}2mr_0^2\left(\frac{V}{2r_0}\right)^2$$

$$= \frac{(\sqrt{3}-1)}{2}\cdot F\cdot S$$

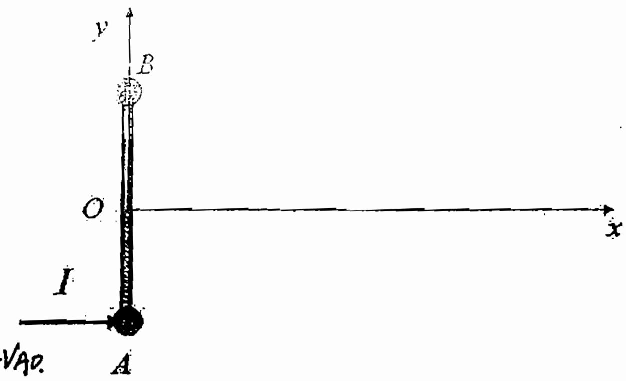
$\therefore$ 角速度 $\omega = \frac{V}{2r_0} = \sqrt{\frac{(\sqrt{3}-1)F\cdot S}{6mr_0^2}}$

转向：顺时针.

(3). $\alpha = \frac{a_O}{2r_0} = \frac{(\sqrt{3}-1)F}{6mr_0}$

(4). $f_s = \frac{(\sqrt{3}+2)}{6}\cdot F.$

2、质量各为 m 的两个相同的小球（视为质点）用长为 L （不计其质量）的细杆 AB 固连，静止放在光滑的水平面上，初始时 B 点的坐标为（0，L/2），细杆在 y 轴上，如图所示。当小球 A 受到冲量 I（平行于 x 轴）的作用后，系统在水平面内运动。 求（1）冲击结束后的瞬时杆 AB 的角速度 ω_{AB}；（2）系统在运动过程中杆的内力 F_{AB}；（3）小球 B 的运动方程 $x_B = x_B(t)$，$y_B = y_B(t)$；(4)当杆 AB 第一次与 x 轴平行时，小球 B 运动轨迹的曲率半径 ρ。



解：(1). 由动量矩守恒

可得：

$$I\cdot\frac{L}{2} = L_0 + L_{A0} + L_{B0}$$

$$= 0 + \cancel{2L_{A0}}\ L_{A0} + L_{B0}$$

$$= 2\cdot V_{A0}\frac{L}{2}\cdot m = m\cdot L\cdot V_{A0}$$

$$= m\cdot L\cdot \omega\cdot\frac{L}{2}$$

$$\therefore \omega = \frac{I}{m\cdot L}$$

(2). o点匀速运动. 则有对于A. $F_N = m\cdot\omega^2\cdot\frac{L}{2} = m\frac{I^2}{m^2L^2}\cdot\frac{L}{2}$

$$= \frac{I^2}{2mL}$$

(3) $\vec{V_B} = \vec{V_0} + \vec{\omega}\times\vec{r}$

$\therefore \begin{cases} V_{Bx} = V_0 - \omega\cdot\frac{L}{2}\cdot\cos\theta = V_0 - \omega\cdot\frac{L}{2}\cos(\omega t) \\ V_{By} = -\omega\cdot\frac{L}{2}\cdot\sin\theta \end{cases}$ 令 $\theta = \omega\cdot t$.

$$= -\omega\cdot\frac{L}{2}\cdot\sin\omega t$$

$$= \frac{I}{2m}\cdot t - \frac{L}{2}\cdot\sin\frac{I}{2m}\cdot t$$

$$\therefore\ x_B(t) = \int_0^t V_{Bx}\,dt = V_0 t - \frac{L}{2}\cdot\sin\omega t = V_0\cdot t - \frac{L}{2}\cdot\sin\frac{I}{mL}\cdot t$$

$$y_B(t) = \int_0^t V_{By}\,dt = \frac{L}{2}\cdot\cos\omega t = \frac{L}{2}\cdot\cos\frac{I}{mL}\cdot t.$$

当 $\omega t = \frac{\pi}{2}$ 时. $y_B = 0$. AB//方向 则有.

$V_{Bx} = V_0 - \cancel{\omega\frac{L}{2}}$　　$V_{By} = -\omega\cdot\frac{L}{2} = -\frac{I}{2m}$.

此时. $F_N = \frac{I^2}{2mL}$ $\therefore a_B = \frac{I^2}{2m^2L} = \frac{V_B^2}{\rho}$

$$= \frac{\sqrt{2}I^2}{2m^2\cdot\rho} \quad \therefore \rho = \sqrt{2}L$$

理论力学 AI（或 B）答案

一、 单项及多项选择题

1、B　　　　2、BC

5、AB

二、填空题

1、静不定桁架，　　$F_2=\sqrt{2}F$

2、$F=10N$　　　　3、$f_{\min}=\tan 22.5^0$

4、$F=0$

5、$F=fm(2\omega v_r+\frac{\sqrt{3}}{2}g)$　　$a_r=\omega^2 L-f(2\omega v_r+\frac{\sqrt{3}g}{2})-\frac{g}{2}$（沿 OA 向上）

6、$a_r=a_a=\sqrt{3}\alpha R$　　　　7、$M_A=\frac{mgL}{16}$

三、 计算题

1、$W=\frac{\sqrt{3}-1}{2}FS$　　　　$\omega^2=\frac{\sqrt{3}-1}{6mr_0^2}FS$（顺时针）

$\alpha=\frac{\sqrt{3}-1}{6mr_0}F$（顺时针）　　　　$F_S=\frac{\sqrt{3}+2}{6}F$（水平向左）

2、$\omega_{AB}=\frac{I}{mL}$　　　　$F_{AB}=\frac{I^2}{2mL}$

$$\begin{cases} x_B=\frac{I}{2m}t-\frac{L}{2}\sin(\frac{I}{mL}t) \\ y_B=\frac{L}{2}\cos(\frac{I}{mL}t) \end{cases}$$

$\rho=\sqrt{2}L$

理论力学 AII 答案

一、 选择题（每题 2 分，共 10 分）

1、AB　　2、BD　　3、AB

4、B

5、ABD

二、填空题（每空 5 分，共 50 分）

1、$T_2=\dfrac{1}{2}mR^2\dot{\theta}^2 \quad T_1=0 \quad T_0=\dfrac{1}{2}mR^2\omega^2\sin^2\theta$

2、$\ddot{\theta}+\dfrac{3(mg+2kL)}{2mL}\theta=0$

3、$\omega=\sqrt{5}\omega_0 \quad \alpha=\omega_0^2$

4、$v=\omega R \quad a_N=\sqrt{2}\omega^2 R \quad a_R=\omega^2 R$

5、$\omega_0=2\sqrt{\dfrac{g}{R}}$

三、 计算题（共 40 分）

1、$T=\dfrac{5}{4}m\dot{x}^2+\dfrac{1}{6}mL^2\dot{\theta}^2+\dfrac{1}{2}mL\dot{x}\dot{\theta}\cos\theta$

$V=\dfrac{1}{2}mgL(1-\cos\theta)$

$\dfrac{\partial L}{\partial \dot{x}}=\dfrac{\partial T}{\partial \dot{x}}=\dfrac{5}{2}m\dot{x}+\dfrac{1}{2}mL\dot{\theta}\cos\theta=\dfrac{5}{2}mu$

$T+V=\dfrac{5}{4}mu^2$

2、$\omega_1=\dfrac{mgL}{J\omega_2}$,

$F_N=mg$, $\quad F=m\omega_1^2 L\sin\alpha$

①

②

北京航空航天大学

2003-2004 学年第一学期

宇航学院
学生会

考试统一用答题册

题号	一	二	三	四	五	六	总分
成绩							

考试课程 理论力学 A(A 卷)

班级__________ 成绩__________

姓名__________ 学号__________

2004 年理论力学期末考试试题

（试题单共 5 页）

一、　选择填空题（每题 2 分，共 10 分）（将正确答案的字母写在空格上，注：单选题）

D 1、若增加质点系的动量，则该质点系的动能__________。

A：一定增加，　B：一定不增加，C：一定守恒，　D：多种可能，不能确定.

A C 2、质量为 m 的均质圆盘在质量为 m 的均质板 AB 上纯滚动，板放在水平面上。若在板上作用一水平常力 $\mathbf{F}$(如图 1 所示)，系统由静止开始运动。当系统具有动能时，则________。

A：圆盘中心 C 点相对地面加速度的方向向右，　~~B~~：圆盘的角速度转向为顺时针

C：圆盘与板的接触点具有相同的加速度，X　D：A、B、C 均不正确

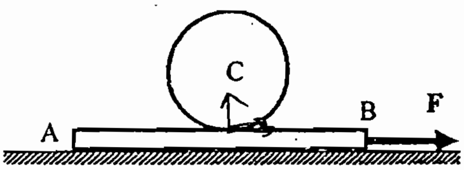


图 1

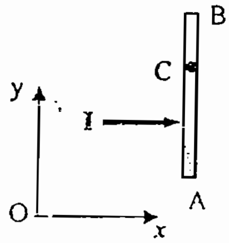


图 2

A 3、图 2 所示非均质细杆 AB 静止地放在光滑水平面上(oxy 平面内，杆 AB 平行于 y 轴)，杆的质心位于 C 点，且 AC ＞ BC。若垂直于 AB 杆作用一水平冲量 I（平行于 x 轴)，则该冲量作用于杆上的______时，当冲击结束后，杆对 O 点的动量矩矢量的模最大。

A：A 点　　　B：B 点　　　C：C 点　　　D：杆上任意一点

D 4、两个相同的均质杆 AC、BC（各质量为 m 长为 L）由铰链 C 连接在图示平面内运动。已知图示瞬时铰链 C 速度的大小为 u，杆的角速度的大小为 ω，方向如图 3A-D 所示，则该瞬时图 3_____所示情况，系统的动能最大。

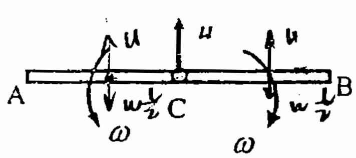


图 3A

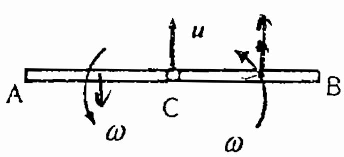


图 3B

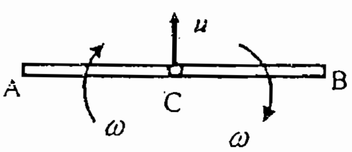


图 3C

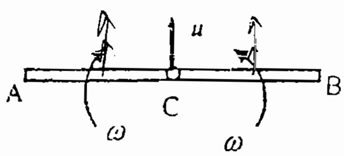


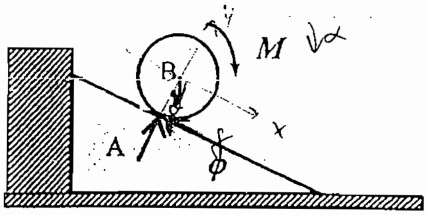
图 3D

5、均质圆盘 B 在与水平面倾角为 φ 的固定斜面 A 上纯滚动，其上作用有一常力偶 M，如图 4 所示。则斜面作用在圆盘 B 上的摩擦力的方向 __C__ 。

A：与圆盘质心的加速度方向相同

B：与圆盘质心的加速度方向相反

C：不能确定（条件不足）



$-f + mg\sin\varphi = m\alpha R$

图 4

$fR + M = \frac{1}{2} m R^2 \alpha$

二、 填空题（每空 5 分，共 55 分）
（将最简结果填写在空格上）

1、半径为 R 的均质圆盘，在铅垂面内可绕 O 轴转动（如图 5 所示），不计摩擦。根据题目给出的坐标，建立圆盘的运动微分方程。

运动微分方程为 $mgR\cos\theta = \frac{3}{2} mR^2\ddot{\theta}$ 。

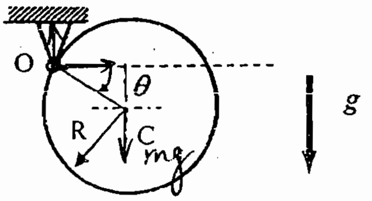


图 5

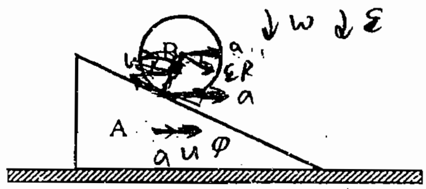


图 6

2、若斜块 A 在地面上移动，半径为 R 的圆盘 B 在倾角为 φ 的斜块 A 上纯滚动，如图 6 所示。已知在图示瞬时斜块 A 速度的大小为 u（方向向右）加速度的大小为 a（方向向右），圆盘 B 的角速度为 ω（顺时针）、角加速度为 ε（顺时针）， 求该瞬时：

（1）圆盘中心 C 速度的大小 $v_C =$ $\sqrt{u^2+\omega^2R^2+2u\omega R\cos\varphi}$ ；

（2）圆盘中心 C 加速度的大小 $a_C =$ $\sqrt{(\omega^2R-a\sin\varphi)^2+(\varepsilon R+a\cos\varphi)^2}$ ； $\sqrt{a^2+\varepsilon^2R^2+2a\varepsilon R\cos\varphi}$

（3）圆盘上与斜面接触点 P 的加速度的大小 $a_P =$ $\vec{a}_n + \vec{a}_\tau + \vec{a}_e$ 。

3、图 7 所示单自由度质量—弹簧系统，若物块的质量为 m，每个弹簧的刚度系数为 k，则系统振动的固有频率 $\omega_0 =$ ________ 。

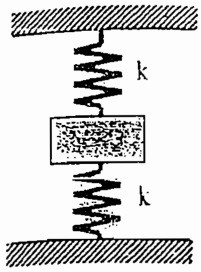


图 7

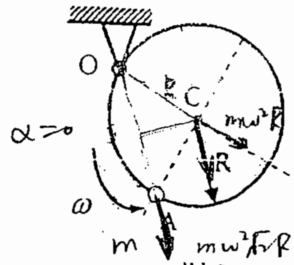


图 8

4、半径为 R 质量为 m 的均质圆盘，绕 O 轴作定轴转动，边缘上固连一质量为 m 的质点 A。已知图示瞬时，圆盘的角加速度为零，角速度为 ω（方向如图 8 所示，两条虚线互相垂直，C 为圆盘中心）。将系统的惯性力系向圆盘中心 C 点简化，其主矢和主矩的大小分别为：

主矢的大小为 $F_I=$ $\underline{\sqrt{5}m\omega^2R}$，主矩的大小为 $M_{IC}=$ $\underline{m\omega^2R^2}$。

5、质量为 m 半径为 r 的均质圆盘沿半径为 R＝3 r 的固定圆柱面外侧纯滚动，圆盘的角速度为 ω（方向如图 9 所示），则圆盘对圆柱中心轴 O 的动量矩的大小 $L_O=$ $\underline{\cancel{\frac{33}{2}m\omega r^2}\ \frac{9}{2}m\omega r^2}$。

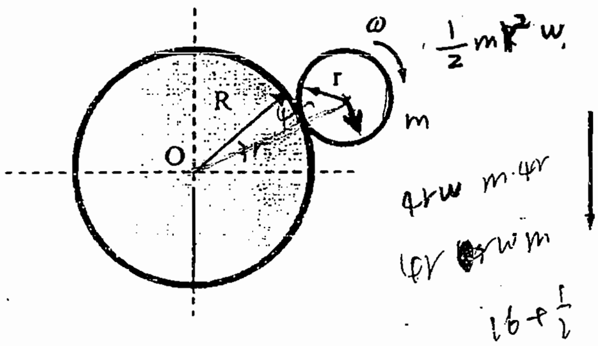


图 9

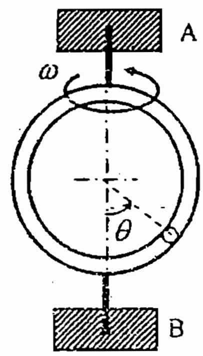


图 10

6、质量为 m 的小球（视为质点）可沿半径为 R 的均质圆环运动，该圆环绕铅垂轴作定轴转动，对转轴的转动惯量为 mR^2，不计转轴的质量，忽略所有摩擦，如图 10 所示。若当 $\theta=0^0$ 时，圆环的角速度为 ω_0，小球相对圆环的速度为 v_r。求（1）小球运动到图示位置时，圆环的角速度 ω；（2）若小球有足够大的初始速度，则小球运动什么位置时（$\theta=?$），圆环的角加速度为零？

答：（1）$\omega=$ ________________

（2）小球运动到 $\theta=$ ________________ 时，圆环的角加速度为零。

7、棱长为 L 的正方体绕 O 点作定点运动，已知图示瞬时，正方体的角速度为 ω、角加速度为 α（方向如图所示），求正方体上 A 点加速度的大小 a_A。

a_A = ______________________。

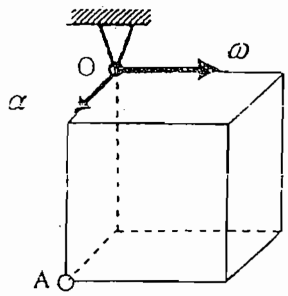


图 11

三、计算题（本题 20 分）

质量为 m_1 的板可在光滑的地面上直线移动，半径为 R 质量为 m_2 的均质圆盘在该板上纯滚动，圆盘中心通过光滑铰链用刚度系数为 k 的水平弹簧与固定墙面连接，弹簧的原长为 L，系统的广义坐标如图 12 所示。试给出系统的动能和势能的表达式（用广义坐标和广义速度表示）。若系统初始时，板的速度为 u（方向水平向右），圆盘的角速度为零，弹簧的变形量为 δ，求系统拉格朗日方程的首次积分并确定积分常数。

（1）系统的动能：

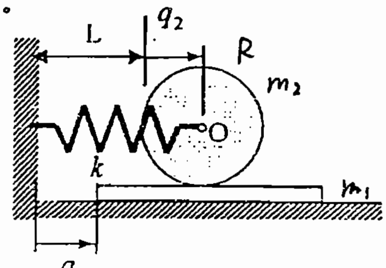


图 12

（2）系统的势能：

（3）求系统拉格朗日方程的首次积分--广义动量积分（如果存在）

（4）求系统拉格朗日方程的首次积分一广义能量积分（如果存在）

四、计算题（本题 15 分）

质量为 m 半径为 r 的均质圆盘 A 由质量为 m 的均质杆 OA（A 为圆盘中心）铰接在半径为 R＝4 r 的圆柱中心轴 0 上，圆盘 A 在固定的圆柱上纯滚动。初始时，圆盘在最高点（$\theta=0$），受到微小扰动后，系统由静止开始运动。求当 $\theta=90^0$（OA 杆水平）时，圆盘的角速度 ω、角加速度 α 和圆柱作用在圆盘上的摩擦力 F。

要求：指出研究对象，画出必要的受力图、速度和加速度图，

~~给出必要的理论依据和必要的计算步骤~~。

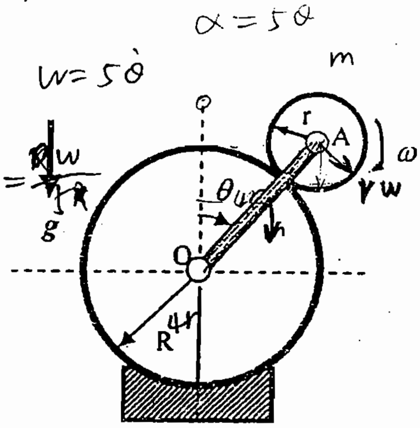


图 13

（1）求圆盘的角速度：

系统有一个自由度以 θ 为广义坐标

图示瞬时 $v_A=rw$ ∴杆角速度 $w_{OA}=\dot\theta=\frac{rw}{5r}$

∴由动能定理

$\frac{1}{2}mv_A^2+\frac{1}{2}\frac{1}{2}mr^2w^2+\frac{1}{2}\frac{1}{3}m(5r)^2w_{OA}^2$

$=mg5r(1-\cos\theta)+mg\frac{5}{2}r(1-\cos\theta)$

（2）求圆盘的角加速度：

$\dot\theta^2=\frac{18}{55}\frac{g}{r}(1-\cos\theta)$

$\theta=\frac{\pi}{2}$ 时

$\dot\theta^2=\sqrt{\frac{18g}{55r}}$

$\cancel{2}\ddot\theta=\frac{18}{55}\frac{g}{r}\sin\theta$

$\ddot\theta=\frac{9}{55}\frac{g}{r}$

$\therefore\alpha=\frac{9}{11}\frac{g}{r}$

（3）求圆盘的摩擦力：

对质心

$F_f\cdot r=\frac{1}{2}mr^2\alpha$

$F_f=\frac{1}{2}m\frac{9}{11}g$

$=\frac{9}{22}mg$

③

北京航空航天大学

2005—2006 学年第一学期

考试统一用答题册

题号	一	二	三	总分
成绩				

考试课程　理论力学（A）

班　　级＿＿＿＿＿＿＿＿成绩＿＿＿＿＿

姓　　名＿＿＿＿＿＿＿＿学号＿＿＿＿＿

2006 年 1 月 9 日

理论力学期末考试卷

（试题共5页，满分100分）

一、选择题（将正确答案对应的字母填在空格内，每题2分，共20分）

ABCD 1、刚体上的A、B两点各作用有一空间汇交力系，该力系简化的最简结果可能是：________。

A：平衡力系；　　B：合力；　　C：力偶；　　D：力螺旋；

A　2、作用于刚体上的空间任意力系的力多边形自行封闭，是该力系平衡的________条件。

A：必要；　　B：充分；　　C：充分必要；

? 3、如图1所示，长方体的I面（上面）作用有一平面任意力系，II面（右面）作用有一平 3

D 面力偶系，则该力系最多有____________独立的平衡方程。

A：2个；　　B：3个；　　C：4个；　　D：5个；

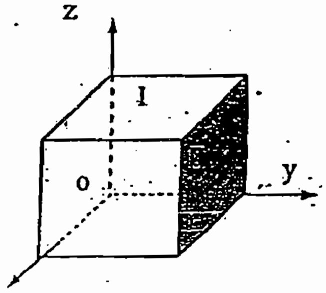


图1

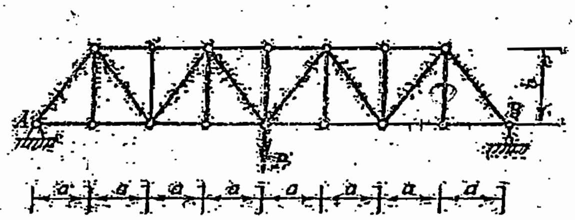


图2

D 4、如图2所示桁架有________零力杆。

A：3个；　　B：5个；　　C：7个；　　D：9个；

5、图3所示平面运动系统，半径为R的圆盘A、B在地面上纯滚动，圆盘中心用长为L的

B 两根刚性杆AC、BC通过圆柱铰链连接，该系统的自由度为_______。

A：1；　　B：2；　　C：3；　　D：4；

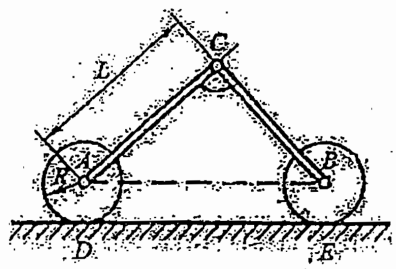


图3

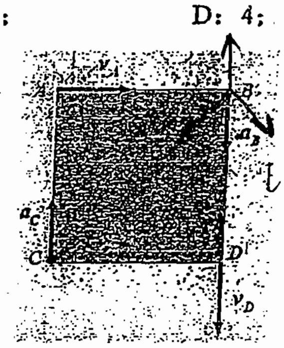


图4

$\omega = \frac{v_A}{l}$

$\omega\downarrow$

$\alpha\downarrow$

l

BC 6、正方形板作平面运动，某瞬时 4 个顶点 A、B、C、D 的速度或加速度的方向如图 4 所示，且大小均不为零。则该正方形板此时的角加速度的________。

A：大小为零； B：大小不为零； C：方向为顺时针； D：方向为逆时针；

AC 7、位于铅垂面内的一个椭圆形均质板无初速度自由下落，下落高度为 h。当该板与水平地面接触时，该板与地面发生的碰撞可能是_______。

A：对心正碰撞； B：对心斜碰撞； C：偏心正碰撞； D：偏心斜碰撞；

BCD 8、若平面运动刚体的动量守恒，对某一点的动量矩也守恒，则该刚体可能作_______。

A：平面曲线平动； B：直线平动； C：定轴转动； D：平面一般运动；

9、圆盘在粗糙的斜块上纯滚动，斜块放在粗糙的地面上，如图 5 所示。则系统在运动过程中，地面对斜块的约束力做功之和可能______；斜块与圆盘之间的约束力做功之和_______。

ABC A：等于零； B：小于零； C：大于零；

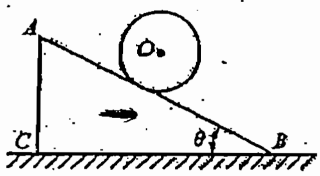


图 5

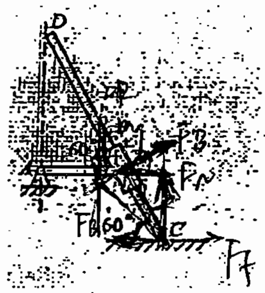


图 6

E 10、如图 6 所示，套筒 B 固连在长为 R 的 AB 杆上，长为 3R 质量为 m 的 CD 杆可沿套筒 B 滑动，杆 CD 的 C 端放在粗糙的地面上，忽略套筒 B 与 CD 杆的摩擦，以及 AB 杆和套筒 B 的质量。若该系统在图示位置平衡，则 CD 杆与地面间的最小静滑动摩擦因数为________。

A：$\tan 15^0$； B：$\tan 30^0$； C：$\tan 45^0$； D：$\tan 60^0$； E：没有给出正确答案；

二、填空题（将正确答案的最简结果填写在空格内，每空 4 分，共 40 分）。

1、结构及其受力如图 7 所示，已知均布载荷 q、力偶矩 M 和几何尺寸 a，不计摩擦和构件自重。求 DC 杆上 D 端的约束力 F 的大小。 $F=$____________________

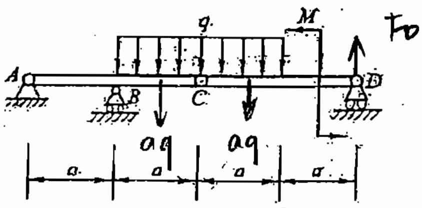


图 7

$\frac{1}{2}aq = M + F_D 2a$

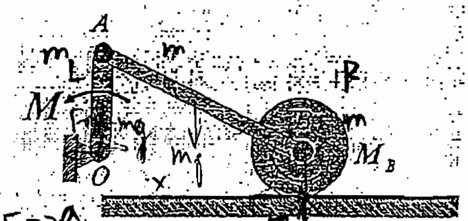
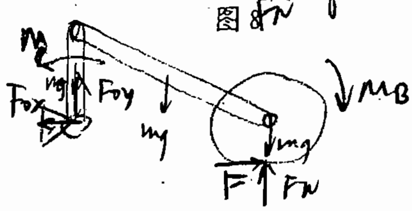


图 8



2

2、图 8 所示系统位于铅垂面内，已知各均质刚体的质量均为 m 用光滑圆柱铰链连接，且铰链 B 位于圆盘中心。半径为 R 的圆盘 B 只能在水平地面上纯滚动，其上作用有一力偶 M_B。若系统在图示位置（OA 杆铅垂，AB 杆与水平面的夹角为 θ）平衡，需在长为 L 的 OA 杆上作用一力偶 M. 求该力偶 M 的力偶矩大小和地面作用在圆盘 B 上的摩擦力 F。

$M=$________________，　$F=$________________。

3、质量为 m_1 半径为 R 的均质圆盘在地面上纯滚动，质量为 m_2 长为 L 的均杆 AB 的 A 端用圆柱铰链与圆盘中心连接，B 端放在水平地面上，如图 9 所示。若图示瞬时圆盘中心的速度为 u，求系统动量的大小 p 和系统的动能 T。

$p=$________________，

$T=$________________

图 9

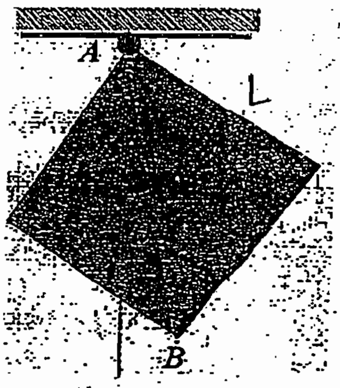


图 10

4、质量为 m 边长为 L 的均质正方形板用光滑柱铰链悬挂在天花板上，其对角线 AB 与铅垂线的夹角为 θ，如图 10 所示，板对质心的转动惯量 $J_C=\frac{1}{6}mL^2$，求板的运动微分方程。

板的运动微分方程为：________________

5、平面机构如图 11 所示，已知滑块 A 沿水平面运动，滑块 B 在铅垂滑道内运动，杆 AB 长为 $\sqrt{2}L$，杆 CD 可沿铅垂滑道运动。图示瞬时，套筒 C 位于 AB 杆的中点，AB 杆与水平面的夹角为 45^0，滑块 A 的速度为 u，加速度为零，若以 AB 杆为动系，套筒 C 为动点，求该瞬时动点的：

相对速度的大小 $v_r=$________________

（将相对速度的方向画在图上）

科氏加速度的大小 $a_C=$________________

（将科氏加速度的方向画在图上）

绝对速度的大小 $v_a=$________________

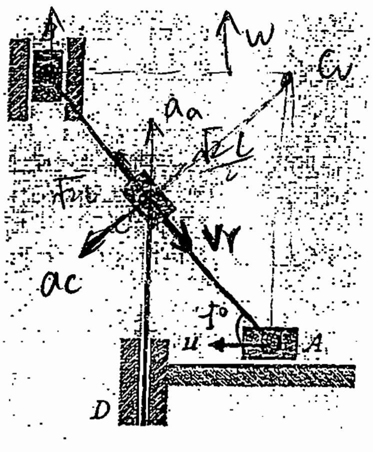


图 11

6、两个各长为 L 质量为 m 的均质杆固连在以匀角速度 ω 转动的水平轴 AB 上，两个杆与 AB 轴在同一平面内（如图 12 所示），两个轴承间的距离为 $3d$。若不计 AB 轴的质量和粗细，求图示瞬时（系统在铅垂面内）轴承 A 约束力 F 的大小。

$F=$ ______________________________

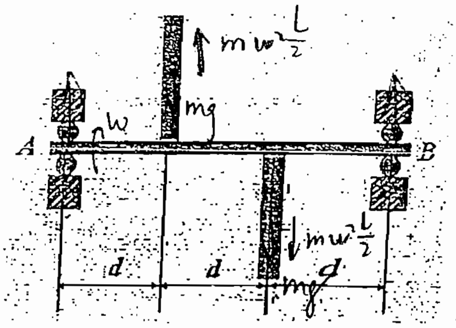


图 12

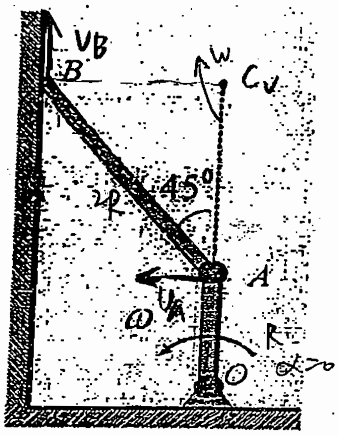
三、计算题（每小题 20 分，共 40 分）

要求：画出必要的速度图、加速度图和受力图；

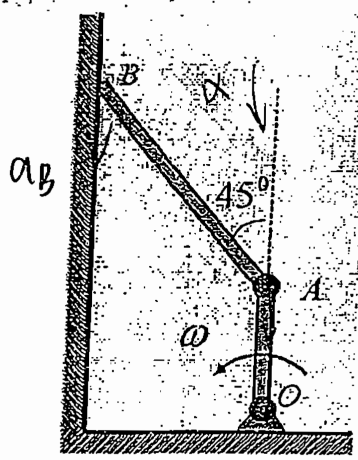
给出解题的基本公式（或定理）；

给出简单的求解步骤以及最终计算结果。

1、机构如图所示，长为 R 的 OA 杆可绕 O 轴转动，长为 2R 的 AB 杆的 B 端靠在铅垂墙壁上。图示瞬时，OA 杆铅垂，其角速度为 ω，角加速度为零，求该瞬时 AB 杆的角速度 ω_{AB} 和角加速度 α_{AB}（转向标在图上）以及 B 点的速度 v_B 和加速度 a_B（方向标在图上）。

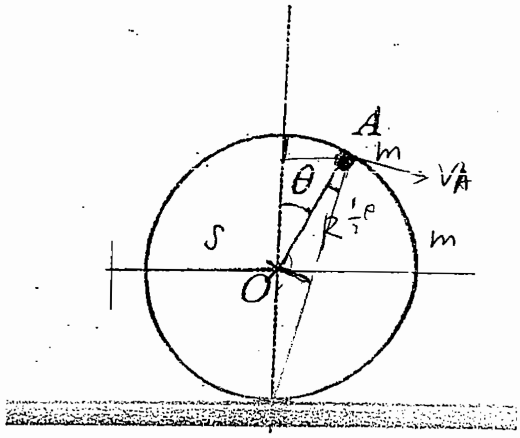


速度图



加速度图

2、半径为 R 质量为 m 的均质圆盘的边缘上固连一个质量为 m 的质点 A， OA 连线与铅垂线的夹角为 θ。初始时，$\theta=0^0$，圆盘静止，受到微小扰动后圆盘在水平地面上纯滚动，如图所示。求当 $\theta=90^0$ 时，（1）圆盘的角速度 ω 和角加速度 α；（2）地面作用在圆盘上的支撑力 F_N 和摩擦力 F。



解：取广义坐标 θ　$s=R\theta$　$\dot{s}=R\dot{\theta}$

圆盘 $\dot{s}$　$\frac{\dot{s}}{R}$　A速度 $2\dot{s}\cos\frac{1}{2}\theta$

$$\frac{1}{2}m\dot{s}^2+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}mR^2\left(\frac{\dot{s}}{R}\right)^2+\frac{1}{2}m\left(2\dot{s}\cos\frac{1}{2}\theta\right)^2=mgR(1-\cos\theta)$$

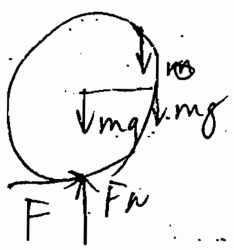
$$\frac{3}{4}m\dot{s}^2+m\dot{s}^2(\cos\theta+1)=mgR-mgR\cos\theta$$

$$\frac{3}{4}mR^2\dot{\theta}^2+mR^2\dot{\theta}^2(\cos\theta+1)=mgR-mgR\cos\theta$$

$\theta=\frac{\pi}{2}$　$\dot{\theta}^2=\frac{4g}{7R}$　$\omega=\sqrt{\frac{4g}{7R}}$

$$\frac{3}{2}mR^2\dot{\theta}\ddot{\theta}+mR^2 2\dot{\theta}\ddot{\theta}(\underbrace{\cos\theta}_{0}+1)-mR^2\dot{\theta}^2\sin\theta\,\dot{\theta}=mgR\sin\theta\,\dot{\theta}$$

$$\ddot{\theta}=\frac{22g}{49R}$$



$F_N=2mg$

$$F=2m\ddot{a}=2mR\ddot{\theta}=2m\frac{22}{49}g=\frac{44}{49}mg$$

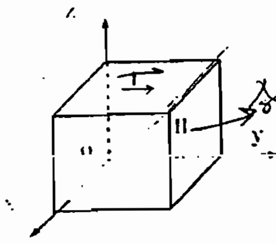
一、选择题（每题 3 分）

1、空间平行力系简化的最简结果可能是：

A：平衡力系；　B：合力；　C：力偶；　D：力螺旋；

2、如图 1 所示，长方体的 I 面（上面）作用有一个平面平行力系（各力平行于 y 轴），II 面（右面）作用有一平面力偶系，则该力系最多有 D 独立的平衡方程。 B

A：2 个；　B：3 个；　C：4 个；　D：[illegible]



$\sum M_x = 0$
$\sum F_z = 0$
$\sum M_y = 0$

图 1

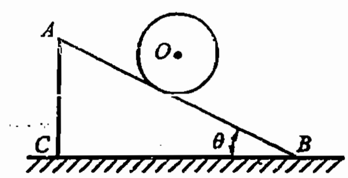


图 2

固定一个 分析另一个

纯滚动

3、在图 2 所示平面运动系统中，圆盘在斜块上纯滚动，斜块在光滑的水平面上运动。则该系统自由度为：A。B

A：1；　B：2；　C：3；　D：4；

$\frac{dL_o}{dt} = M$

4、若质点系的动量守恒，对某一固定点的动量矩也守恒，则作用在该质点系上力系的 A B

A：主矢一定为零；　B：对任意点的主矩一定为零；　C：做功之和一定为零；

$\frac{dL_o}{dt} = M_o = 0$　$F_R = 0$

5、定轴转动刚体惯性力系的主矢为零是静平衡的 C

A：充分条件；　B：必要条件；　C：充分必要条件；

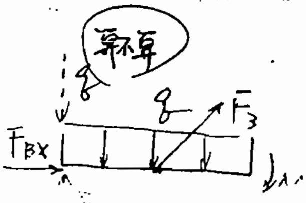
$\frac{\partial V}{\partial \theta} = 0$

二、填空题（每空 5 分）

1、结构及其受力如图 3 所示，已知均布载荷q、作用在BC杆上的力偶矩M，其大小$M=qa^2$作用在销钉B上力P以及尺寸a，不计摩擦和构件自重。求BC杆上B段的约束力F_B的大小和杆件3的内力F_3。

F_B= $\sqrt{10}qa$　F_3= $\frac{\sqrt{2}M+2\sqrt{2}qa^2}{a}$。

$3\sqrt{2}qa$



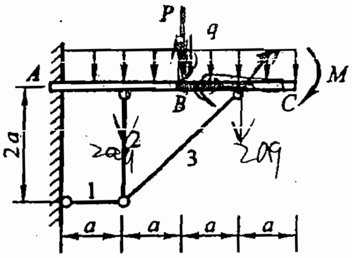


图 3

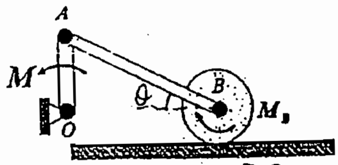


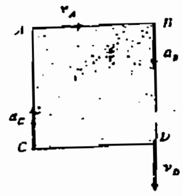
图 4

$F_s R = M_B$

$M\delta\theta = F_s \cdot \delta\theta \cdot L$

2、图 4 所示系统位于铅锤面内，已知各均质刚体的质量均为m用光滑圆柱铰链连接，且铰链B位于圆盘中心。半径为R的圆盘B只能在水平地面上纯滚动，其上作用有一力偶M_B。若系统在图示位置（OA杆铅锤，AB杆与水平面的夹角为 θ）平衡，需在长为L的OA杆上作用一力偶M。求该力偶M的力偶矩大小。$M=$ $\frac{L}{R}M_B$

3、边长为L质量为m的均质正方形板作平面运动，某瞬时 4 个顶点A、B、C、D的速度或加速度的方向如图 5 所示，其中$v_A=v_D=u$，板对质心的转动惯量$J_C=mL^2/6$。求该瞬时系统动量的大小p和相对质心的动量矩的大小L。



$J_C\omega$

$p=$ $\frac{\sqrt{2}}{2}mu$，$L=$ $\frac{mLu}{6}$。

4、平面机构如图 6 所示，已知$O_1A=O_2B=L$，且两根杆平行，滑块M可沿滑道OC运动。图示瞬时滑道OC的角速度为ω，角加速度为α，方向如图所示，滑块M到O轴的距离为 2L。求该瞬时滑块M相对滑道的速度的大小v_r和绝对速度的大小v_a以及O_1A杆的角速度的大小 ω_{O1A}。

M的相对速度的大小$v_r=$ $2\omega L$

M的绝对速度的大小$v_a=$ $2\sqrt{2}\omega L$

O_1A杆的角速度$\omega_{O1A}=$ $2\sqrt{2}\omega$

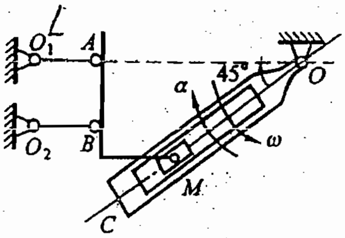


图 6

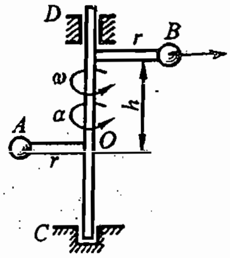
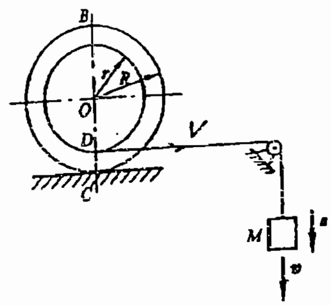


图 7

5、小球A、B（视为质点）被固连在CD轴上，如图 7 所示。已知每个小球的质量为m，结构尺寸如图，图示瞬时CD轴的角速度为ω，角加速度为α，求小球A和B的惯性力向O点简化的主矢的大小F_I，F_I= 0 。

三、计算题（每小题 20 分）

1、半径为R的塔轮在地面上纯滚动，绕在半径为r的圆筒上的绳索（无相对滑动）水平伸出，通过定滑轮并与重物M连接。已知重物M在图示瞬时的速度v和加速度a。求塔轮图示瞬时的角速度ω、角加速度α以及塔轮最高点B的速度v_B和加速度a_B。



$(R-r)\omega = V \Rightarrow \omega = \dfrac{V}{R-r}$

~~$a_D = a \quad \vec{a}_O = \vec{a}_D + a$~~

~~$\vec{a}_D = \vec{a}_O + \vec{a}^{n}_{DO} + \vec{a}^{t}_{DO}$~~

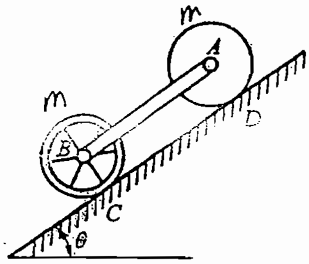
$V_B = \omega \cdot 2R = \dfrac{2RV}{R-r}$

$\cancel{a^n_C =}$ $a_O = \dot{V}_O = \dfrac{R\dot{V}}{R-r} = \dfrac{R}{R-r}a = \alpha \cdot R \Rightarrow \alpha = \dfrac{a}{R-r}$

$a^t_B = \dot{V}_B = \dfrac{2Ra}{R-r} \qquad a^n_B = \omega^2 R = \dfrac{RV^2}{(R-r)^2}$

$a_B = \sqrt{\left(\dfrac{2Ra}{R-r}\right)^2 + \left[\dfrac{RV^2}{(R-r)^2}\right]^2} = \dfrac{R}{(R-r)^2}\sqrt{4a^2(R-r)^2 + V^4}$

2、均质实心圆柱A和薄铁环B的质量均为m，半径都为R，两者用细杆AB铰接（杆的质量不计）。圆柱A和铁环B均在倾角为 θ 斜面上纯滚动，如图所示，若系统无初速度释放，求杆AB沿斜面下滑S距离时，杆AB速度的大小 v_{AB} 和加速度的大小 a_{AB}、斜面作用在实心圆柱A上的摩擦力 F_D 和杆AB的内力 F_{AB}。



⑤

北京航空航天大学

2004－2005 学年第一学期

考试统一用答题册

题号	一	二	三	四	五	总分
成绩						

考试课程 理论力学 A

班级＿＿＿＿＿＿＿＿ 成绩＿＿＿＿＿＿＿＿

姓名＿＿＿＿＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿＿＿＿＿

2005 年 1 月 21 日

注意：试卷共4页，满分100分

一、选择填空题（每题2分，共10分）（将正确答案的字母写在空格上）

1、刚体在一组力螺旋的作用下保持平衡，若力螺旋的中心轴线都在同一个平面内，则该力系最多有__________个独立的平衡方程。

A:2　　B:3　　C:4　　D:5

2、图1所示平面桁架结构中有__________根零力杆。

A:2　　B:3　　C:4　　D:5　　E:6

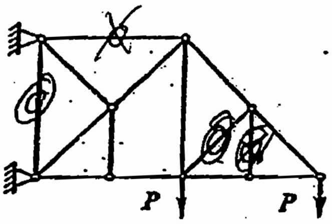


图1

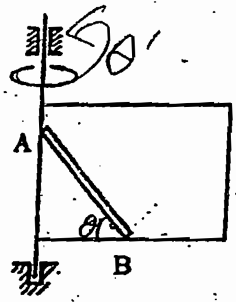


图2

3、如图2所示，杆AB的两端分别沿框架的水平边及铅垂边滑动，该框架可绕铅垂边转动，则该系统有__________个自由度。

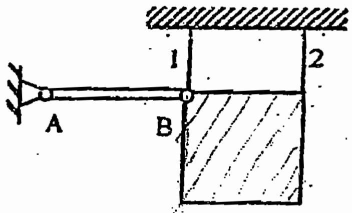
A:1　　B:2　　C:3　　D:4

4、若质点所受的合力始终指向某一固定点，则该点可能作____________________。 ΣF

ΣM

A：直线运动　　B：圆周运动　　C：平面曲线运动　　D：空间曲线运动

5、图3所示正方形均质板用两根等长的绳索铅垂吊起，AB杆(质量不计)的两端分别与墙壁和板铰接．则绳索1被剪断后的瞬时，AB杆__________。



A：受拉　　B：受压　　C：内力为零

图3

二、填空题(每空5分，共70分)（将最简结果写在空格上）

1、如图4所示，杆AD和杆BC水平，各杆之间均用光滑圆柱铰链连接，杆AD上作用有一力偶，力偶矩的大小为M，各构件自重不计。求铰链A处的约束力F_A。

答：$F_A=$ $\sqrt{2}\frac{M}{a}$ （方向标在图中）

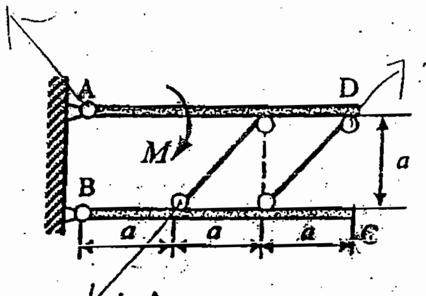


图 4

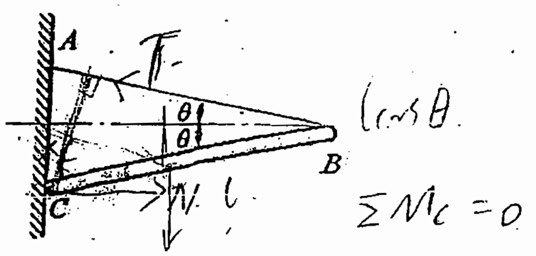


图 5

2、如图 5 所示，均质杆 BC 的 C 端靠在粗糙墙面上，B 端用等长的绳索 AB 拉住。绳和杆与水平线的夹角为 θ，若系统在铅垂面内保持平衡时，求 C 处摩擦因数的最小值 $f_{\min}$。

答：$f_{\min}=$ $M/tg\theta$

3、如图 6 所示，质量为 m 的刚体可绕水平轴 O 定轴转动，其质心 C 到轴 O 的距离为 d，相对质心的转动惯量为 $\frac{1}{2}md^2$，该刚体的质量对称面在图示平面内。初始时刚体静止于平衡位置，在距离转轴 l 处作用一水平冲量 $2I$。若取 OC 与铅垂线夹角 θ 为广义坐标，试给出该刚体的运动微分方程和初始条件。

答：运动微分方程为：$\frac{1}{2}md^2\times\frac{d^2\varphi}{dt^2}=mgd\sin\theta$

初始条件为：$2Il/J=\omega$

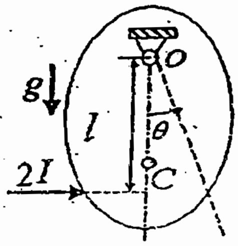


图 6

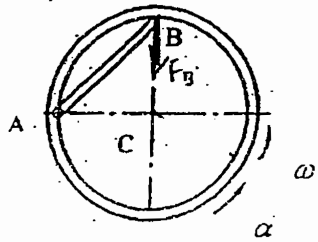


图 7

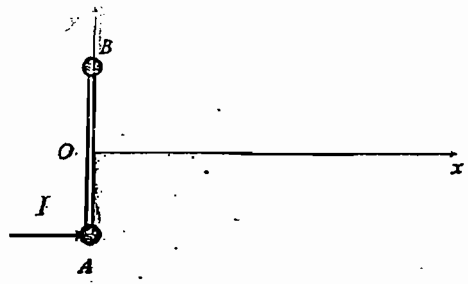
4、如图 7 所示，半径为 r 的圆环在水平面内，绕通过圆环中心的铅垂轴 C 转动，该瞬时其角速度为 ω，角加速度为 α。质量为 m，长为 $\sqrt{2}r$ 的均质杆 AB，A 端铰接于圆环边缘，B 端靠在圆环上。求此时杆 AB 的惯性力系向 A 点简化主矢的大小 F_I 和主矩的大小 M_{IA}。

答：$F_I=$ ________________ $M_{IA}=$ ________________

5、边长为 L 的正方形板 ABCD 在图 8 所示平面内作平面运动，某瞬时顶点 A 的加速度为 a_A（方向如图所示），板的角速度为 ω，角加速度为 α。求此时顶点 B 的加速度 a_B 的大小。

答：$a_B=$ ________________

2、质量各为 m 的两个相同的小球（视为质点）用长为 L （不计其质量）的细杆 AB 固连，静止放在光滑的水平面上．初始时 B 点的坐标为（0，L/2），细杆在 y 轴上，如图所示。当小球 A 受到冲量 I（平行于 x 轴）的作用后，系统在水平面内运动。 求（1）冲击结束后的瞬时杆 AB 的角速度 ω_{AB}；（2）系统在运动过程中杆的内力 F_{AB}；（3）小球 B 的运动方程 $x_B = x_B(t), y_B = y_B(t)$；(4)当杆 AB 第一次与 x 轴平行时，小球 B 运动轨迹的曲率半径 ρ。



(b) (6)

注：试题共 3 页，满分 100 分

一、 单项及多项选择题（将正确答案的字母填在空格内；每题 2 分，共 10 分）

1、对于具有定常约束的质点系，其动能可以表示成 ____B____。

A：$T=T_2+T_1+T_0$； B：$T=T_2$； C：$T=T_2+T_1$； D：$T=T_1+T_0$

其中：T_i 为广义速度的 i 次齐函数 $(i=0,1,2)$。

2、确定一个正方体在空间的位置需要 ____D____ 个独立的参数。

A：3； B：4； C：5； D：6

3、二自由度线性振动系统的固有频率与系统的 ____AB____ 有关。

A：广义质量； B：广义刚度； C：初始位置； D：初始速度

4、拉格朗日方程的循环积分反映的是质点系的 ____A____。

A：某个广义动量守恒； B：广义能量守恒

5、不论刚体作什么运动，刚体上任意两点的速度在两点连线上的投影 ____A____。

A：一定相等； B：一定不相等； C：不一定相等

二、填空题（将最简结果填在空格内：每空 5 分，共 60 分）

1、图 1 所示系统的等效弹簧刚度系数 $k^*=$ ____$(2k_1+k_2)$____。

图 1

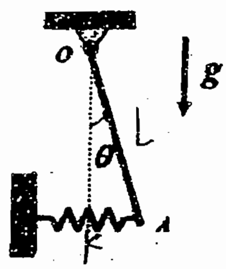


图 2

$\frac{1}{2}kl^2\theta^2+\frac{1}{2}mgl\frac{\theta^2}{2}$

$V=\frac{1}{2}k(l\sin\theta)^2+\frac{1}{2}mgl(1-\cos\theta)$

$T=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}ml^2\dot\theta^2$

2、如图 2 所示，长为 L 质量为 m 的均质杆 OA 用光滑柱铰链悬挂在天花板上，下端与刚度系数为 k 的水平弹簧连接，杆铅垂时弹簧为原长。则系统在铅垂位置附近作微幅摆动的固有频率 $\omega_0=$ ____$\sqrt{\dfrac{kl^2+\frac{1}{2}mgl}{\frac{1}{3}ml^2}}$____

$\omega=\sqrt{\dfrac{kl+\frac{1}{2}mgl}{\frac{1}{3}ml^2}}$

6+8

3、如图 3 所示，圆盘以匀角速度 ω_1 绕 CD 轴转动，框架以匀角速度 ω_2 绕铅垂轴转动，则该定点运动圆盘角速度的大小 $\omega=$ ____$\sqrt{w_1^2+w_2^2}$____（方向画在图上），角加速度的大小 $\alpha=$ ____$W_z\times W_1$____（方向画在图上）。

62+65

$\alpha=\overline{W_z}\times\overline{W_1}$

$\overline{w}=\overline{W_z}+\overline{W_1}$

四、计算题（本题 15 分）

质量为 m 半径为 r 的均质圆盘 A 由质量为 m 的均质杆 OA（A 为圆盘中心）铰接在半径为 R＝4 r 的圆柱中心轴 0 上，圆盘 A 在固定的圆柱上纯滚动。初始时，圆盘在最高点（$\theta=0$），受到微小扰动后，系统由静止开始运动。求当 $\theta=90^{\circ}$（OA 杆水平）时，圆盘的角速度 ω、角加速度 α 和圆柱作用在圆盘上的摩擦力 F。

要求：指出研究对象，画出必要的受力图、速度和加速度图，给出必要的理论依据和必要的计算步骤.

（1）求圆盘的角速度：

$\frac{60g}{13r}$

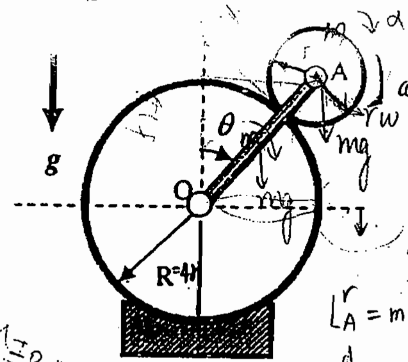


图 13

$W'=\frac{W}{5}$

$L_A^r = mr^2W + \frac{1}{12}mr^2W$

$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}m(5r)^2\cdot w'^2+\frac{1}{2}m(rw)^2 = mg\frac{5r}{2}(1-\cos\theta)+mg\cdot 5r(1-\cos\theta)$

$+\frac{1}{2}\frac{1}{2}mr^2w^2$

（2）求圆盘的角加速度：

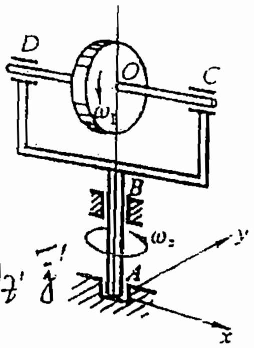
宇航学院学生会

$\frac{11}{12}mr^2w^2 = mgr\cdot\frac{15}{2} - mgr\cdot\frac{15}{2}\cos\theta$

$\frac{11}{6}mr^2w\cdot\alpha = mgr\frac{15}{2}\sin\theta\cdot w'\frac{w}{5}$

$\alpha=$

（3）求圆盘的摩擦力：



$L = J_{x'}\omega_{x'}\vec{i}' + J_{y'}\omega_{z'}\vec{j}' + J_{z'}\omega_{z'}\vec{k}'$

图 3

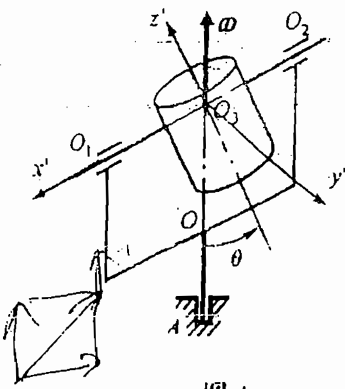


图 4

$+\omega\sin\theta\,\vec{j}'$

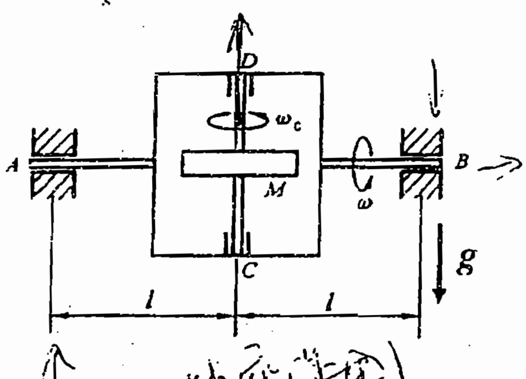
$+\omega\cos\theta\,\vec{k}'$

4、如图 4 所示，圆柱固连在水平轴 O_1O_2 上，并以匀角速度 $\dot{\theta}$ 绕该轴转动，同时框架以匀角速度 ω 绕铅垂轴 AO 转动。其中 x' y' z' 是圆柱上关于 O_3 点的三个互相垂直的惯量主轴，且圆柱对这三根轴的转动惯量分别为 $J_{x'}, J_{y'}, J_{z'}$。则该瞬时圆柱对 O_3 点的动量矩：

L_{O_3} = $J_{x'}\dot{\theta}$ i' + $J_{y'}\omega\sin\theta$ j' + $J_{z'}\omega\cos\theta$ k'

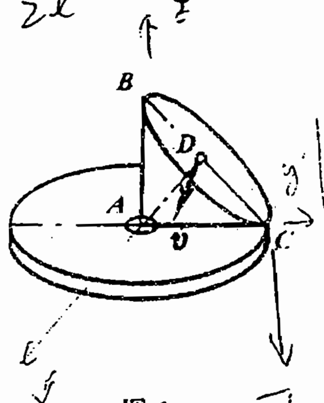
5、如图 5 所示，正方形框架以匀角速度 ω 绕水平轴 AB 转动，质量为 m 半径为 R 的均质圆盘 M 以匀角速度 ω_0 绕正方形框架上的 CD 轴转动，且 $\omega_0 >> \omega$，CD 轴到轴承 A、B 的距离皆为 l。若正方形框架和轴 AB 的质量不计，求框架运动到铅垂平面内时，圆盘产生的陀螺力矩的大小 M_g；以及作用在轴承 A 上的约束力的大小 F_A。 题 6-17

M_g = $\vec{\omega}\times J_{z'}\vec{\omega}_0$； $F_A = \dfrac{\omega J_z\omega_0}{2l} + \dfrac{mg}{2}$



F_A（对称性）

图 5



$\dot{\varphi}\,\omega_r$

$\dot{\varphi} = \dfrac{v}{R\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$\omega = \dfrac{V}{R\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}$

图 6

5-4

6、如图 6 所示，具有固定点 A 的圆锥在固定的圆盘上纯滚动，圆锥的顶角为 90^0，母线长为 L，已知圆锥底面中心点 D 作匀速圆周运动，其速度为 v，方向垂直平面 ABC 向外。求圆锥的角速度 ω、角加速度 α 和圆锥底面上最高点 B 的加速度 a_B 的大小。

5 例 6-1

$\omega = \dfrac{2V}{L}$ $(\vec{AC})$； $\alpha = \omega\cdot\dfrac{v}{\frac{L}{2}}$； a_B = ____________

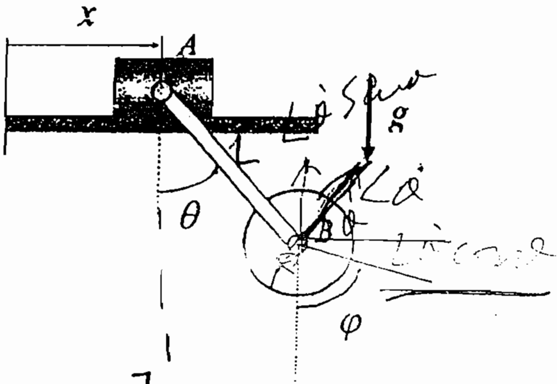
$\alpha = \omega\cdot\omega_\varphi = \dfrac{2v^2}{R}$

三、 计算题（本题 30 分）

滑块与均质圆盘用不计质量的杆 AB 铰接在铅垂平面内运动，系统的广义坐标如图所示，其中 AB 杆长为 L，圆盘半径为 R，滑块和圆盘的质量均为 m，忽略所有摩擦。

（1）用系统的广义坐标和广义速度给出系统的动能 T 和势能 V（杆在铅垂位置时为势能零点）；

（2）若初始时，杆位于铅垂位置 $\theta_0 = 0$，且角速度为零；滑块的速度为 u，方向水平向右；圆盘的角速度为 ω_0，转向逆时针。试给出系统拉格朗日方程的首次积分并确定积分常数。



1). $T = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m\left[(\dot{x} + l\dot{\theta}\cos\theta)^2 + (l\dot{\theta}\sin\theta)^2\right] + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}mR^2\cdot\dot{\varphi}^2$.

$V = -mgl\cos\theta + mgl$

(2).

$$\begin{cases} \dfrac{\partial(T-V)}{\partial\dot{x}} = C_1 \\ \dfrac{\partial(T-V)}{\partial\dot{\varphi}} = C_2 \end{cases}$$

$T + V = C_3 \Rightarrow C_3 = \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{4}mR^2\omega_0^2$

一、 选择填空题(每题2分)

(将正确的答案的字母写在空格上)

1. 刚体在一组力螺旋的作用下保持平衡，若力螺旋的中心轴线都是相互平行的，则该力系最多有__________个独立的平衡方程。

A: 5

B: 4 √

C: 3

D: 2

1

2. 正方体上的六个面各作用有一个平面汇交力系，则该力系独立的平衡方程最多有：

A: 4个;

B: 6个; √

C: 8个;

D: 12个。

2

3. 若某力系由两个空间汇交力系构成，则该力系独立的平衡方程最多有：

A: 3个;

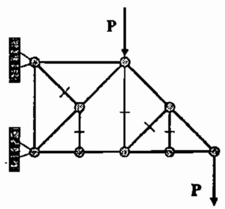
B: 4个;

C: 5个; √

D: 6个。

3

4. 图示的平面桁架中有__________根零力杆。



A: 6

B: 5 √

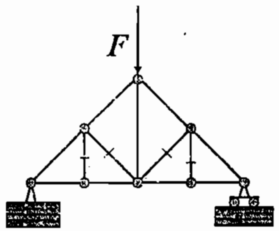
C: 4

D: 3

E: 2

4

5. 图示的平面桁架中有__________根零力杆。



A: 2

B: 3

C: 4 √

D: 5

E: 6

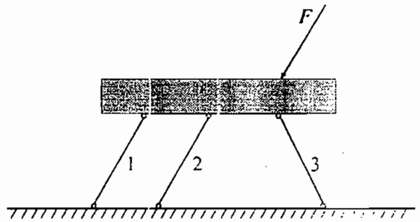
5

6. 结构如图所示，力 F 与杆1和杆2平行，不计构件自重，则图示结构中的零力杆为：

A: 1杆;

B: 2杆;

C: 3杆。 √



6

5. 刚体上的A、B两点各作用有一空间汇交力系，该力系简化的最简结果可能是： A B C D

5. 空间平行力系简化的最简结果可能是： A B C

5. 空间汇交(共点)力系简化的最简结果可能是： A C

A: 平衡力系;

B: 力偶;

C: 合力;

D: 力螺旋。

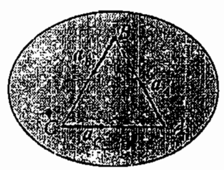
7

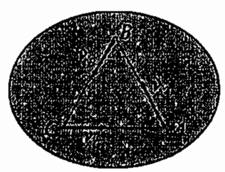
4. 平面运动刚体上三个点A、B、C构成等边三角形，某瞬时各点加速度或速度的矢量如图所示，则图中______所示的运动是不可能的。

A: 图(a);

B: 图(b); √

C: 图(a)和(b)。


图(a)


图(b)

8

5. 若作用于刚体上的力系的主矢为非零常矢量，则该刚体可能作： A C D

A: 平移运动

B: 定轴转动

C: 平面一般运动

D: 非平面运动

5. 若刚体上仅作用一常力偶，则该刚体可能作：_____。

A: 平移运动;

B: 定轴转动;

C: 平面一般运动;

D: 非平面运动。

5. 质心在转轴上的匀角速度定轴转动刚体，其惯性力系向转轴上的某一点简化结果可能是:

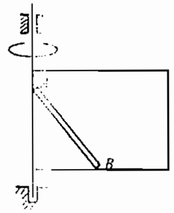
A: 零力系;

B: 一个力偶;

C: 一个力;

D: 一个力螺旋。

3. 如图所示，杆AB的两端分别沿框架的水平边及铅垂边滑动，该框架可绕铅垂边转动，则该系统有________个自由度。



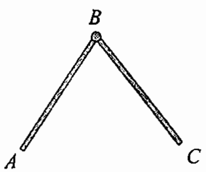
A: 4

B: 3

C: 2

D: 1

3. 图示结构在平面内运动，杆AB和BC用圆柱铰链连接，则该系统有__________个自由度。



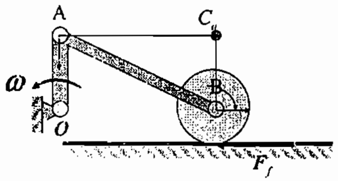
A: 2

B: 3

C: 4

D: 5

思考题：*OA*杆绕*O*轴匀角速度转动，均质圆盘在水平地面上纯滚动，确定图示瞬时(*OA*铅垂)，地面作用在圆盘上的摩擦力。



A: 摩擦力向左

B: 摩擦力向右

C: 摩擦力大小为零

4. 在惯性系中，若质点所受的合力始终指向某一固定点，则该点可能作 BCD 。

4. 若质点的加速度始终垂直于速度(均不为零)，则该点可能作 ABC。

4. 若质点所受的合力始终垂直于速度(均不为零)，则该点可能作 ABC。

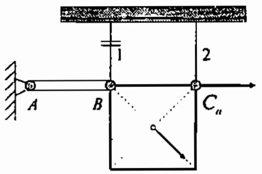
A: 空间曲线运动

B: 平面曲线运动

C: 圆周运动

D: 直线运动

5. 如图所示，正方形均质板用两根等长的绳索铅垂吊起，AB杆(质量不计)的两端分别与墙壁和板铰接，则绳索1被剪断后的瞬时，AB杆______________。



A: 受压

B: 受拉

C: 内力为零

1. 若增加质点系的动量，则该质点系的动能__________。

A: 一定增加

B: 一定不增加

C: 一定守恒

D: 多种可能,不能确定

1. 若刚体绕其中心惯性主轴以匀角速度作定轴转动，则下列答案正确的有__________。

A: 该刚体的动量为零

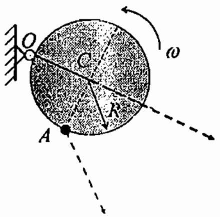
B: 该刚体对转轴的动量矩为零;

C: 该刚体的惯性力系等价于零力系;

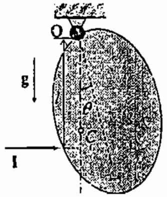
D: 该刚体是动平衡的。

4. 如图所示，半径为R质量为m的均质圆盘，绕O轴作定轴转动．边缘上固连一质量为m的质点A．已知图示瞬时，圆盘的角加速度为零，角速度为ω(方向如图示，两条虚线互相垂直，C为圆盘中心)．将系统的惯性力系向圆盘中心C点简化．其主矢和主矩的大小分别为：

主矢的大小为F_I=________，主矩的大小为M_I=________．



3. 如图所示，质量为m的刚体可绕水平轴O定轴转动，其质心C到轴O的距离为d，相对质心的转动惯量为$\frac{1}{3}md^2$，该刚体的质量对称面在图示平面内．初始时刚体静止于平衡位置，在距离转轴 处作用一水平冲量I．若取OC与铅垂线夹角θ为广义坐标，试给出该刚体的运动微分方程和初始条件．



答：运动微分方程为：$\frac{4}{3}md^2\ddot{\theta} = -mgd\sin\theta$

初始条件为：$t = 0: \theta_0 = 0, \dot{\theta}_0 = \frac{3Il}{4md^2}$

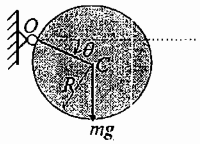
$$\frac{4}{3}md^2\dot{\theta}_0 - 0 = I \times l$$

一、 填空题(每空5分，共55分)

(将最简结果写在空格上)

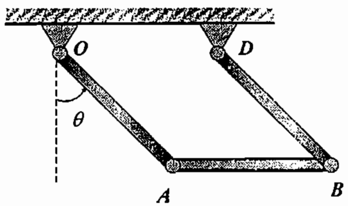
1. 如图所示，半径为R的均质圆盘，在铅垂面内可绕O轴转动，不计摩擦．根据题目给出的坐标，建立圆盘的运动微分方程．

运动微分方程为$\left(\frac{1}{2}mr^2 + mr^2\right)\ddot{\theta} = mgr\cos\theta$



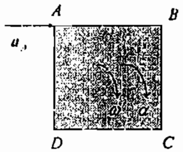
1. 如图所示，三根相同的均质细杆、质量为m、长度为L，OD=AB，建立系统的运动微分方程．

运动微分方程为________________．



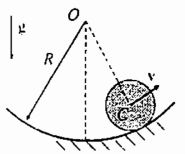
$$2\times\frac{1}{3}mL^2\dot{\theta}^2 + mL^2\dot{\theta}^2 - 2\times mg\frac{L}{2}\cos\theta - mgL\cos\theta = const$$

5. 边长为L的正方形板ABCD在图示平面内作平面运动，某瞬时顶点A的加速度为a_A(方向如图所示)，板的角速度为ω，角加速度为α．求此时顶点D的加速度a_D的大小．

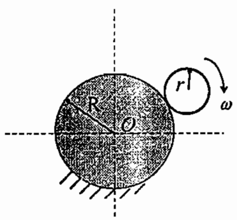


6. 质量为m，半径为r的均质圆盘沿半径为R=4r的固定圆弧纯滚动．已知圆心C的速度为v(方向如图所示)，求圆盘对圆心O的动量矩L_O(用v和r表示，逆时针为正)．

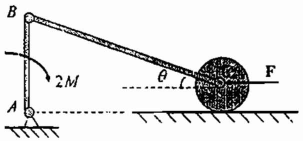
答：　L_O =____________．



5. 如图所示，半径为r、质量为m的均质圆盘沿半径$R=3r$的固定圆柱面外侧纯滚动，圆盘的角速度为ω(方向如图示)，则圆盘对圆柱中心轴O的动量矩的大小L_O=________________．

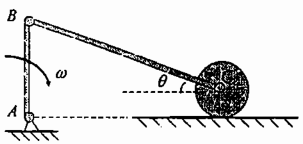


7. 以下两图所示系统均在铅垂面内，均质杆AB、BC和均质圆盘C用光滑圆柱铰链连接，杆的质量均为m，圆盘质量为2m，半径为R，与地面接触点对地面始终无相对滑动，不计滚阻力偶；杆AB铅垂，长为3R；杆BC与水平线的夹角为θ．



(1) 如左图所示，杆AB上作用有一力偶，力偶矩大小为2M，若系统在图示位置保持平衡，求作用在圆心C上水平力F的大小．

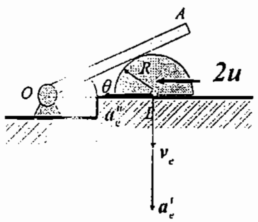
答：F=________



(2) 如左图所示，若此时杆AB的角速度为ω，求整个系统的动量p的大小．

答：p=________

8. 半径为R的半圆盘沿水平面匀速平移，速度大小为2u，方向如图所示．杆OA在半圆盘的推动下绕O轴定轴转动．取圆心B为动点，杆OA为动系，求θ=30°时，动点B的相对速度v_r，科氏加速度a_C，杆OA的角速度ω_{OA}和角加速度α_{OA}．



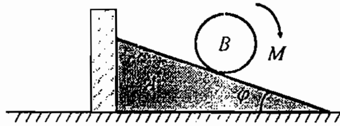
答：v_r =______(方向标在图中)

a_C =______(方向标在图中)

ω_{OA} =______(方向标在图中)

α_{OA} =______(方向标在图中)

5. 如图所示，均质圆盘B在与水平面倾角为φ的固定斜面A上纯滚动，其上作用有一常力偶M，则斜面作用在圆盘B上的摩擦力的方向____________。



A: 与圆盘质心的加速度方向相同；

B: 与圆盘质心的加速度方向相反；

C: 不能确定(条件不足)。

$2F_D \times \overline{DO} = m\omega^2 r h + \varepsilon m r h$

$F_D 5r = m\omega^2 r\overline{BC} + mr\alpha h$

$-F_D 5r + F_\alpha h =$

$M_z = 2mr^2\alpha$

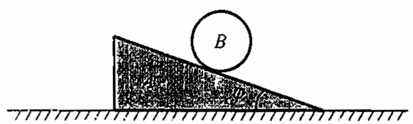
$F_z = m\omega^2 r$

2. 如图所示，若斜块在地面上移动，半径为R的圆盘B在倾角为φ的斜块A上纯滚动。已知在图示瞬时斜块A的速度大小为u(方向向右)，加速度大小为a(方向向右)，圆盘B的角速度为ω (顺时针)，角加速度为ε (顺时针)，求该瞬时：

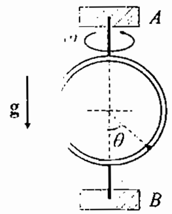
圆盘中心C速度的大小 v_C^a=____________；

圆盘中心C加速度的大小 a_C^a=____________；

圆盘上与斜面接触点P的加速度的大小a_P^a=____________。



6. 质量为m的小球(视为质点)可沿半径为R 的均质圆环运动，该圆环绕铅垂轴作定轴转动，对转轴的转动惯量为mR^2，不计转轴的质量，忽略所有摩擦。如图所示，若当 θ=0° 时，圆环的角速度为ω_0，小球相对圆环的速度为v_r。求(1)小球运动到图示位置时，圆环的角速度ω；(2)若小球有足够大的初始速度，则小球运动到什么位置时(θ=？)，圆环的角速度为零？



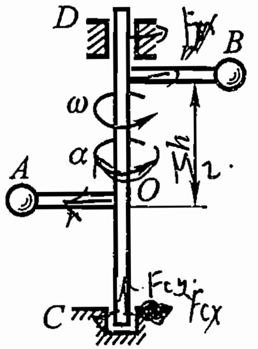
答：(1)ω =____________；

(2) 小球运动到θ=______时，圆环的角速度为零。

7. 不计质量的刚性轴CD上固连两个质量均为m的质点A和B绕铅垂轴转动，两个轴承间的距离CD=5r，几何尺寸如图所示。图示瞬时，该刚体的角速度为ω，角加速度为α。则轴承D的附加动反力的大小：

F_D=____________。

$$\frac{\sqrt{(mr\omega^2h)^2+(mr\alpha h)^2}}{5r}$$



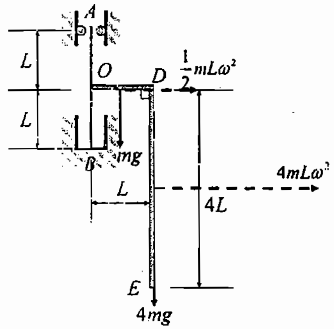
$F_{cy} = 2mg$

$F_D 5r + m\omega^2 r h + mr\alpha h = 0$

7. OD、DB的质量分别为m和$4m$，求：

(1) 静止时，轴承A处约束力的大小：F_A =__________。

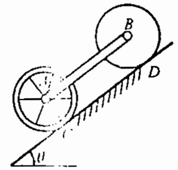
(2) 匀速转动时，使得轴承A处约束力为零的角速度 ω =____。



$\sum M_B(F)=0$:

计算题 (20分)

如图所示，均质实心圆柱体A质量为m，薄铁环B质量为2m，半径均为r，二者用不计质量的细杆AB连接，沿倾角为θ的斜面纯滚动，初始时系统静止，求杆AB沿斜面下滑距离S时杆的速度大小v，圆柱A的角加速度α_A以及斜面作用在A上的摩擦力F_S和法向约束力F_N。(要求：指明研究对象，画出必要的受力图、速度和加速度矢量图，给出必要的理论依据和解题步骤。)



三、计算题(20分)

注：将解题的基本公式和依据及其简洁的解题过程写在试卷上，画出必要的受力图、速度和加速度矢量图。

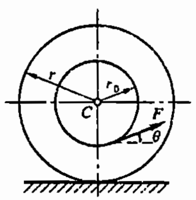
1. 质量为m半径为r=2r_0，质心位于中心轴C的轮子放在水平面上，绕在半径为r_0的鼓轮上的绳子受到常力F的作用，该力与水平面的夹角θ=30°，轮子对中心轴C的转动惯量 $J_o=2mr_o^2$，如图所示。若轮子在地面上纯滚、不计绳子质量，初始时轮心速度为零。求轮心在主动力F的作用下移动S距离后，

(1) 力F所做的功W；

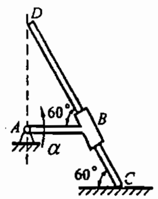
(2) 轮子的角速度ω的大小和方向；

(3) 轮子的角加速度ω的大小和方向；

(4) 地面作用在轮子上的摩擦力F_S的大小和方向。



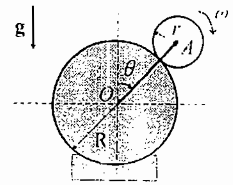
6. 长为2R绕A轴转动的杆AB的右端固连套筒B，长为6R的杆CD可沿套筒滑动，其C端放在水平地面上，如图所示。已知在图示瞬时，AB杆的角速度为零，角加速度为α。则在图示瞬时，AD⊥AB，CD杆上C点相对AB杆的相对加速度的大小a_r =__________，C点的绝对加速度的大小a_a =__________。



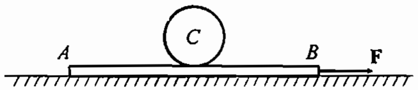
四、计算题 (15分)

如图所示，质量为m半径为r的均质圆盘由质量为m的均质杆OA(A为圆盘中心)连在半径为 R=4r 的圆柱中心轴O上，圆盘A在固定的圆柱上纯滚动。初始时，圆盘在最高点(θ=0)，受到微小扰动后，系统由静止开始运动。求当 θ=90° (OA水平)时，圆盘的角速度ω，角加速度α和圆柱作用在圆盘上的摩擦力 F。

(要求：指明研究对象，画出必要的受力图、速度和加速度矢量图，给出必要的理论依据和解题步骤。)



2. 质量为m的均质圆盘在质量为m的均质板AB上纯滚动，板放在水平面上。若在板上作用一水平常力 F(如图所示)，系统由静止开始运动。当系统具有动能时，则__________。



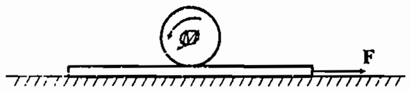
A: 圆盘中心C点相对地面加速度的方向向右;

B: 圆盘的角加速度转向为顺时针;

C: 圆盘与板的接触点具有相同的加速度的;

D: A、B、C均不正确。

2. 半径为R，质量为m的均圆盘在质量为m的板上纯滚动，板上作用一水平常力 F 使板向右沿直线平移，在圆盘上作用有一力偶M，方向如图所示。不计滚阻力偶。则板作用在圆盘上的摩擦力的方向：__________。

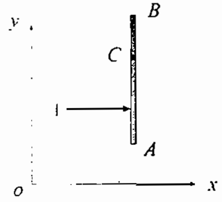


A: 不能确定(已知条件不足);

B: 水平向右;

C: 水平向左.

3. 如图所示，非均质细杆AB静止地放在光滑水平面上(oxy平面内，AB平行于y轴)，杆的质心位于C点，且AC<BC。若垂直于AB杆作用于一水平冲量 I (平行于x轴)，则该冲量作用于杆上的________时，当冲击结束后，杆对O点的动量矩矢量的模最大。



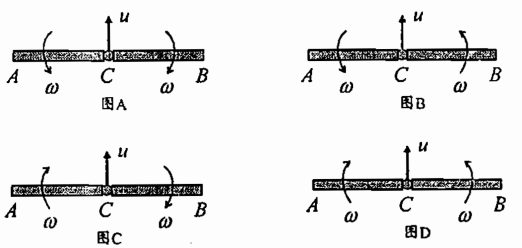
A: A点;

B: B点

C: C点

D: 杆上任意一点

4. 两个相同的均质杆AC、BC(各质量为m，长为L)由铰链C连接在图示平面内运动，已知图示瞬时铰链C速度的大小为u，杆的角速度大小为ω，方向如图A-D所示，则该瞬时图 D 所示情况，系统动能最大。

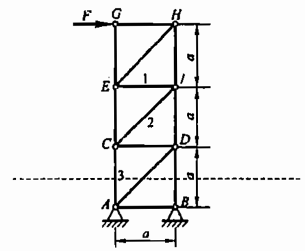


二、 填空题(每空5分，共50分)

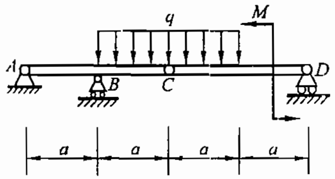
(将正确答案的最简结果写在空格内)

1. 平面桁架如图所示，该桁架是__________________(选择：静定桁架或静不定桁架)。

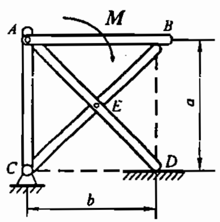
杆件3的内力 $F_3 =$ __________________(拉力为正)。



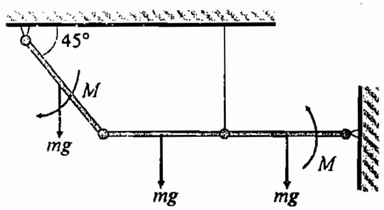
2. 结构及其受力如图所示，已知均布载荷集度q=20N/m，力偶矩的大小M=5N·m，a=1m。则CD杆上C端所受的约束力的大小为F=__________________N。



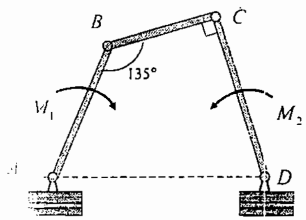
4. 四根杆件用铰链连接如图所示，在水平杆AB上作用有一力偶矩为M的力偶，则系统平衡时，铅垂杆AC的内力F=_____0_____(拉力为正)。



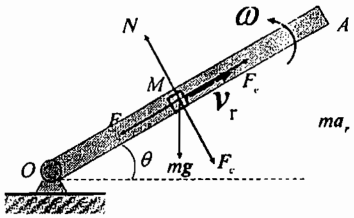
2. 三杆等长 L，求平衡时绳索的张力 $F =$__________。



5. 结构在图示位置平衡，$AB = L, CD = \sqrt{3}L$，则 M_1, M_2 之间的关系：$M_1 =$ __________。



5. 质量为m的质点M在OA管内运动，OA管绕水平轴O在铅垂面内运动，管子与质点M间的动滑动摩擦因数为f。已知在图示瞬时，OA管与水平面的夹角$\theta=45°$，OA管的角速度为ω，角加速度为零，质点M到O轴的距离为L，质点M相对管子的相对速度为v_r。则图示瞬时，质点M受到管子底部的滑动摩擦力的大小F=______；质点M相对于管子的相对加速度a_r =____________。

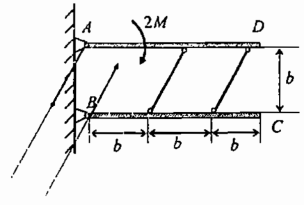


$$ma_r = mg + N + F + F_e + F_c$$

二、 填空题（每空5分）（将最简结果写在空格上）

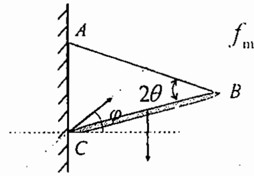
1. 如图所示，杆AD和杆BC水平，各杆之间均用光滑圆柱铰链连接，杆AD上作用有一力偶，力偶矩的大小为2M，各构件自重不计．求铰A处的约束力F_A．

答：F_A =________________(方向标在图中)



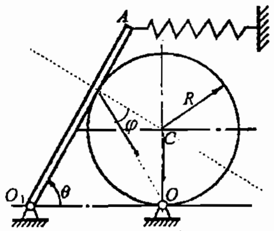
2. 如图所示，均质杆BC的C端靠在粗糙墙面上，B端用等长的绳索AB拉住，绳AB与杆BC的夹角为2θ．若系统在铅垂面内保持平衡，求C处摩擦因数的最小值 f_{min}．

答： f_{min} =____________



$$f_{\min} > \tan\varphi$$

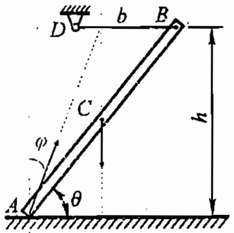
3. 系统如图所示．O_1A杆重为W，半径为R的均质圆盘重为W，杆与水平线的夹角为$\theta=60°$，OC铅垂，不计铰链处的摩擦．无论水平弹簧的拉力有多大，系统都能在图示位置实现自锁．则杆与圆盘间的最小静滑动摩擦因数f_{min}=__________。



$$f_{\min} > \tan\varphi$$

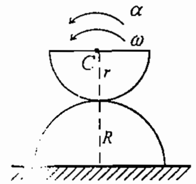
$$\varphi = 30°$$

2. 若平衡，求杆与水平之间摩擦因数的最小值 f_{min} =__________．



$$f_{\min} > \tan\varphi$$

2. 求 __________；a_C^t =__________；a_C^n =__________

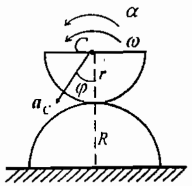


$$v_C = \omega r$$

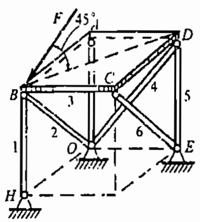
$$a_C^t = \alpha r$$

$$a_C^n = \frac{(\omega r)^2}{R+r}$$

2. 已知 a_C，求 ω =__________； α =__________.



2. 不计构件自重，求杆6的内力 T =$\frac{\sqrt{2}}{2}F$(设拉力为正)．



$$\sum M_{AO}(F) = 0:$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2}a\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}F + a\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}T = 0$$

4. 如图所示，半径为r的圆环在水平面内，绕通过圆环中心的铅垂轴转动，该瞬时其角速度为 ω ，角加速度为 α ，质量为m、长为$\sqrt{2}r$的均质杆AB，A端铰接于圆环边缘，B端靠在圆环上．求此时杆AB的惯性力系向B点简化主矢的大小 F_I 和主矩的大小 M