

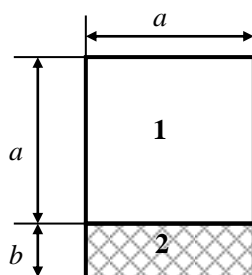
班号\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

北京航空航天大学 2009—2010 学年 第一学期期末

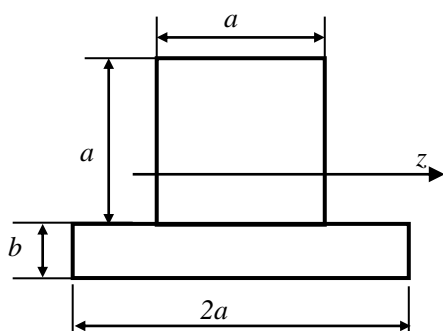
《材料力学 A》期末试卷

题目：

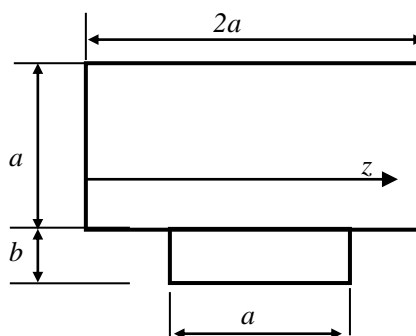
一、选择题……………(每题 4 分)



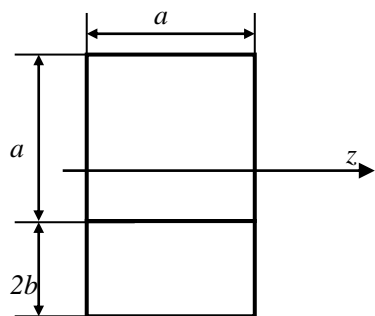
1. 上图所示截面材料 1 和材料 2 的弹性模量分别是  $E_1$  和  $E_2$ ，且  $E_2 = 2E_1$ ，可通过等效截面确定中性轴位置与弯曲刚度，等效截面是\_\_\_\_\_A\_\_\_\_\_。



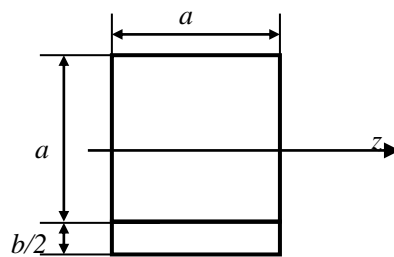
(A)



(B)



(C)



(D)

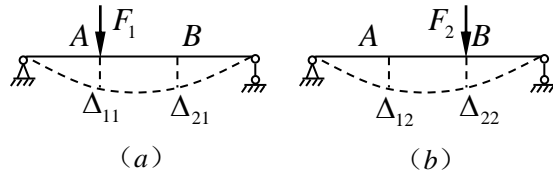
2. 图示简支梁有 (a) 和 (b) 两种受力状态, 虚线表示承载后挠曲线形状, 我们有 B。

A.  $F_1\Delta_{21} = F_2\Delta_{12}$

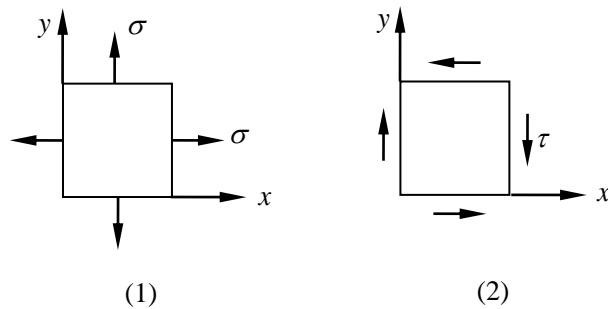
B.  $F_1\Delta_{12} = F_2\Delta_{21}$

C.  $F_1\Delta_{11} = F_2\Delta_{22}$

D.  $F_1\Delta_{22} = F_2\Delta_{11}$



3. 图 (1) 和 (2) 微体均为平面应力状态微体, 设  $\varepsilon_z$  是垂直于  $xy$  平面方向的正应变, 则 D。



A. 两微体  $\varepsilon_z$  均等于零;

B. 两微体  $\varepsilon_z$  均小于零

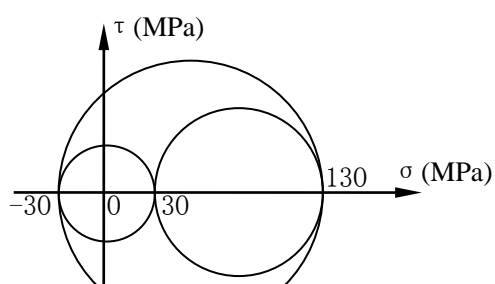
C. 两微体  $\varepsilon_z$  均大于零;

D. 微体 (1)  $\varepsilon_z$  小于零, 微体 (2)  $\varepsilon_z$  等于零

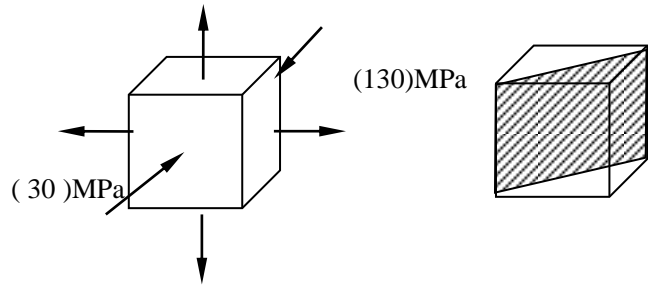
E. 微体 (1)  $\varepsilon_z$  等于零, 微体 (2)  $\varepsilon_z$  小于零

## 二、填空题

1. (8 分) 试在三向应力圆对应的主平面微体上填写各主应力之值, 并画出最大切应力的作用面



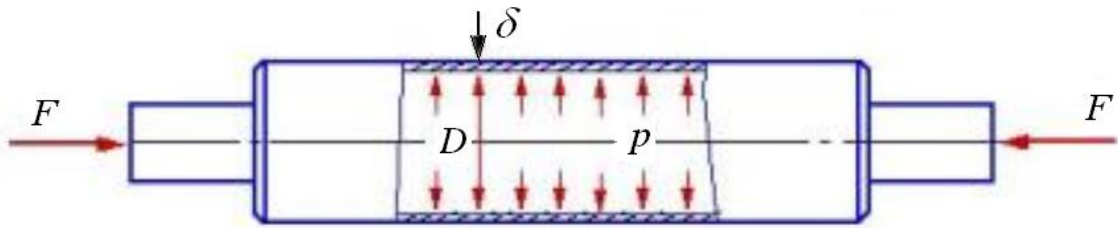
(30)MPa



2. (6 分) 某恒幅循环应力循环特征  $r=1/7$ , 平均应力  $\sigma_m = 40\text{MPa}$ , 则最大应力  $\sigma_{\max} =$  ( 70MPa ), 最小应力  $\sigma_{\min} =$  ( 10MPa ), 应力幅  $\sigma_a =$  ( 30MPa )。

三、计算题 ..... ( 75 分)

1. (15 分) 图示铸铁构件, 中段为一内径  $D=200\text{mm}$ 、壁厚  $\delta=10\text{mm}$  的圆筒, 圆筒内的压力  $p=2\text{MPa}$ , 两端的轴向压力  $F=300\text{KN}$ , 材料的泊松比  $\mu=0.25$ , 许用拉应力  $[\sigma_t]=30\text{MPa}$ 。试校核圆筒部分的强度。



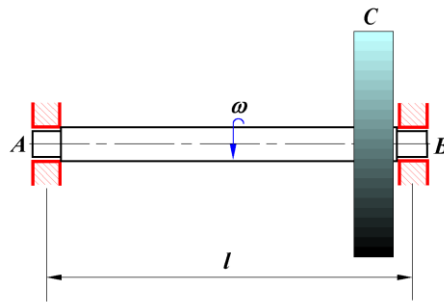
解:  $\sigma_x = \sigma_p + \sigma_F = \frac{pD}{4\delta} - \frac{F}{A} = -37.75\text{MPa}$  (或  $-35.47\text{MPa}$ )

$$\sigma_t = \frac{pD}{2\delta} = 20\text{MPa}$$

选用第二强度理论。

$$\sigma_{r2} = \sigma_t - \mu\sigma_x = 29.44\text{MPa} < [\sigma_t] \text{ (或 } 28.87)$$

2. (15 分) 图示圆截面轴 AB, B 端装有飞轮 C, 轴与飞轮以角速度  $\omega$  等速旋转, 旋转轴在 A 端突然被刹停, 求轴内的最大扭转切应力。轴径为  $d$ , 飞轮转动惯量为  $J$ 。  
(轴的转动惯量与飞轮的变形均忽略不计)



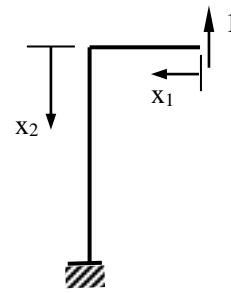
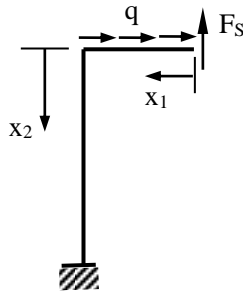
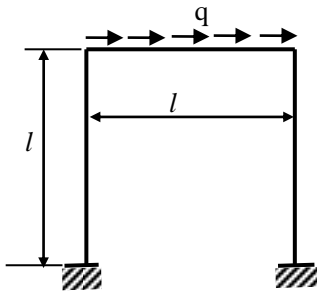
解:  $\frac{1}{2}T_d\theta_d = \frac{1}{2}J\omega^2$  改

$$\theta_d = \frac{T_d l}{GI_P} \quad I_P = \frac{\pi d^4}{32}$$

解得:  $T_d = \omega d^2 \sqrt{\frac{G\pi J}{32l}}$

$$\tau_{\max} = \frac{T_d}{W_P} = \frac{4\omega}{d} \sqrt{\frac{GJ}{2\pi l}}$$

3. (15 分) 试画图示刚架的弯矩图, 设弯曲刚度 EI 为常数。



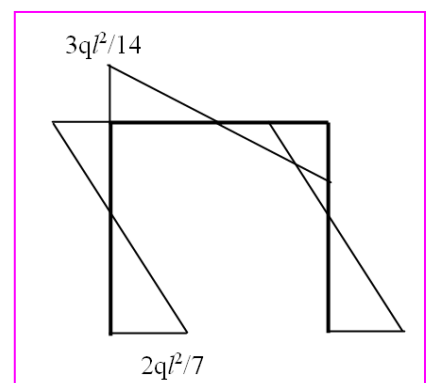
解:  $M(x_1) = F_s x_1 \quad M(x_2) = F_s \frac{l}{2} - \frac{ql}{2} x_2$

$$\bar{M}(x_1) = x_1 \quad \bar{M}(x_2) = \frac{l}{2}$$

$$f_A = \frac{1}{EI} \left[ \int_0^{l/2} M(x_1) \bar{M}(x_1) dx_1 + \int_0^l M(x_2) \bar{M}(x_2) dx_2 \right] = 0$$

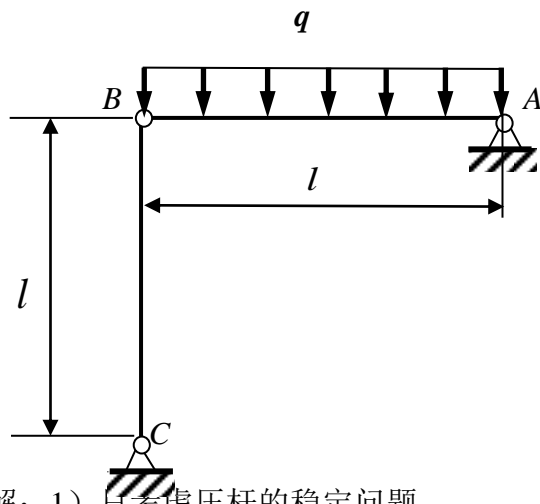
解得:  $F_s = \frac{3}{7} ql$

弯矩图为



4、（15 分）图示结构， $l = 1m$ ，梁 AB 许用应力 $[\sigma] = 160MPa$ ，梁 AB 截面为高宽比 $h/b = 2$ 的矩形，压杆 BC 为直径 $d = 20mm$ 的圆杆， $E = 200GPa$ ，稳定安全系数 $n_{st} = 3$ ，对中柔度杆 $\sigma_{cr} = a - b\lambda$ ， $a = 304MPa$ ， $b = 1.12MPa$ ， $\lambda_0 = 61$ ， $\lambda_p = 100$ ，

- （1）若梁的截面高度可变，试确定结构的许用均布载荷 $[q]$ ；
- （2）试在安全与经济的前提下设计梁的截面尺寸。



解：1）只考虑压杆的稳定问题。

$$\lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{1 \times 1000}{20/4} = 200 > \lambda_p \quad \text{为大柔度压杆}$$

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EA}{\lambda^2} = 15.8 kN$$

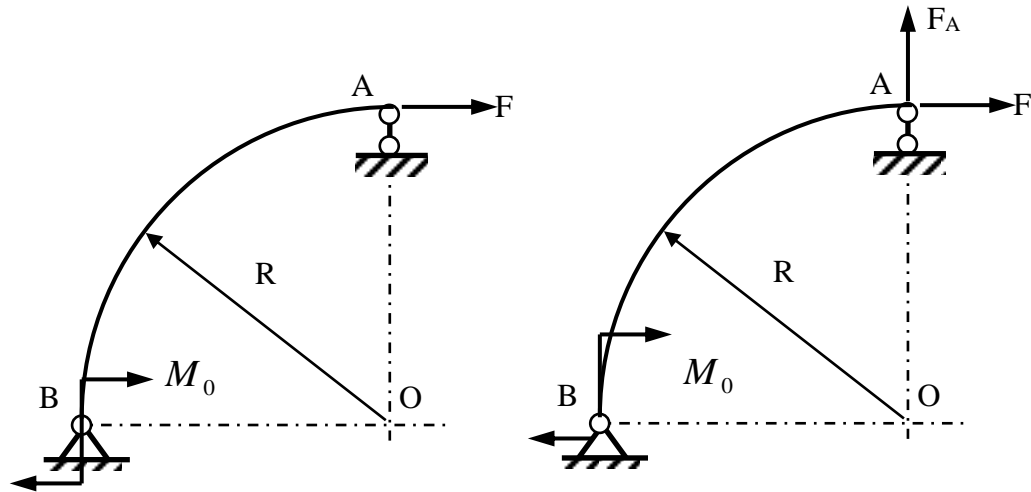
$$\frac{1}{2}[q]l = \frac{F_{cr}}{n_{st}}$$

解得： $q = 10.33 kN/m$

$$2) \quad \frac{M_{\max}}{W_z} = [\sigma] \quad M_{\max} = \frac{1}{8} q l^2 \quad W_z = \frac{bh^2}{6}$$

解得：  $b = 23\text{mm}$   
 $h = 46\text{mm}$

5. (15 分) 图示四分之一圆弧构件，其平均半径为  $R$ ，弯曲刚度  $EI$  为常数，略去拉压、剪切变形的影响，试用卡氏定理求 A 端的水平位移及转角。



解：1) 求 A 端水平位移。

$$F_A = F + \frac{M_0}{R}$$

$$M(\theta) = FR(1 - \cos \theta) + M_0 - F \left( \frac{M_0}{R} - R \right) \sin \theta$$

$$\frac{\partial M(\theta)}{\partial F} = R(1 - \cos \theta) - R \sin \theta$$

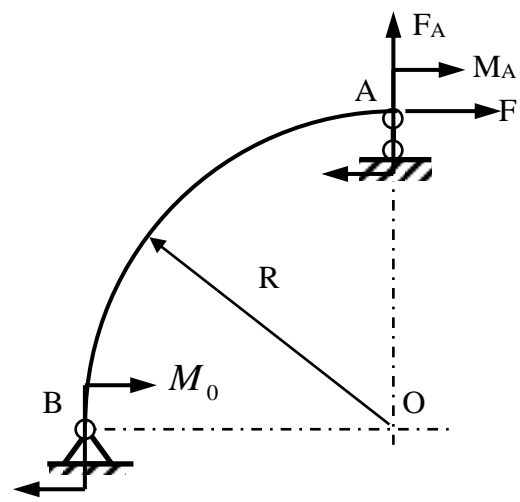
$$\Delta_A = \frac{1}{EI} \int_0^{\pi/2} \frac{\partial M(\theta)}{\partial F} M(\theta) R d\theta = \frac{(\pi - 2)M_0 R^2 + 4(\pi - 3)FR^3}{4EI}$$

2) 求 A 截面转角。

$$F_A = F + \frac{M_0 + M_A}{R}$$

$$M(\theta) = FR(1 - \cos \theta) + M_A - \left( F + \frac{M_0 + M_A}{R} \right) R \sin \theta$$

$$\frac{\partial M(\theta)}{\partial M_A} = 1 - \sin \theta$$



---

$$\theta_A = \frac{1}{EI} \int_0^{\pi/2} \frac{\partial M(\theta)}{\partial M_A} M(\theta) R d\theta = \frac{(\pi - 4)M_0 R + (3\pi - 10)FR^2}{4EI}$$