

## 第3章 计算机控制系统分析

### 教学大纲

S 平面与 Z 平面的映射关系；计算机控制系统的稳定性与稳态误差分析；时间与特性与频率域特性分析。突出连续系统和离散系统的联系与区别，突出小采样周期离散化的特点。

### 学习重点

#### 1、本章学习要求与重点

本章重点介绍 CCS 的分析方法。对一个动态系统特性的分析方法包括系统的稳定性、动态特性和稳态精度等方面的分析，其中动态特性分析又包括时间响应、频率特性和系统零极点分析，而稳态精度分析一般使用稳态误差分析方法。

稳态特性与动态特性分析是衡量和评估 CCS 性能的有效工具。因此，学习、理解和应用这些分析方法，是掌握对 CCS 分析技术的重要内容。

学习本章应注意掌握下述重点内容：

##### （1）复数域分析

复数域分析重点掌握 s 平面与 z 平面的映射关系。其基本概念是依据 z 变换公式  $z = e^{sT}$ 。点的映射、各种线的映射和角度的映射等，应通过详细阅读相关内容、自行完成书中公式推导。其中：

① 一个特殊点是：s 平面的简单直线或圆，映射到 z 平面后几乎都是曲线或更为复杂的曲线。

② 另一个特殊点是：z 变换将 s 左平面以带的形式重复地映射到 z 平面单位圆内，这是由于 z 变换的多值性，使得 s 平面上具有相差  $2\pi$  相角的点映射到 z 平面上的一点上了。

③ 要清楚地了解 s 平面上特殊的等阻尼线、等频率线及等衰减率线在 z 平面上映射的曲线形状。

##### （2）稳定性分析

① 要牢记离散系统稳定性的判据：离散系统是否稳定决定于它的极点是否在 z 平面单位圆内。

可以说，不论离散系统是从连续系统变换过来的（如  $z$  变换）还是纯离散系统（只能用差分方程或离散传递函数描述），其稳定性唯一反映在特征值位于单位圆内。

② 要掌握离散系统的代数判据，即通过特征多项式的系数判断系统的稳定性。

离散系统的代数判据是利用特征多项式的系数判断特征根是否位于单位圆内，最常用的是朱利判据。

在使用代数判据时应分两步进行：

首先应利用必要条件判断稳定性，如果不满足必要条件，则没有必要利用朱利判据进行判断。记住稳定性必要条件： $\Delta(1) > 0$ ； $(-1)^n \Delta(-1) > 0$

在满足必要条件后，需进一步构造朱利表进行稳性判断。

为了后续的学习，要牢记二阶系统的稳定性充要条件：

$$\Delta(1) > 0; \Delta(-1) > 0; |\Delta(0)| < 1$$

可以利用 MATLAB 软件的流行来方便地求解离散系统特征值，从而直接通过特征根判定系统稳定性。但这样做不易判断系统参数对稳定性的影响。

③ 要清楚地了解，由连续系统变换得到的离散系统的稳定性，比原连续系统的稳定性要差。如果采样周期  $T$  过大，甚至会变得不稳定，因此，对于这种系统要研究变换后的稳定性及参数的稳定范围，其中采样周期  $T$  是一个重要的因素。

### （3）稳态误差分析

① 要了解离散系统稳态误差定义及其计算方法，记住离散系统稳态误差的计算是利用  $z$  变换的终值定理。

② 离散系统稳态误差主要是依据系统前向通道中的积分环节的个数，将系统分为 0 型、I 型、II 型，...等，与连续系统的结论也相同。要记住系统稳态误差系数的定义及求取方法。

③ 系统的稳态误差与输入信号的形式有关。如果系统是线性系统，其稳态误差分析可以针对指令输入和干扰输入分别进行，再将结果相加得出系统总的稳态误差。也可以对系统专门做干扰误差分析。

④ 对于采样周期是否会影响系统的稳态误差，要记住一点，对于具有 ZOH

的系统来说，系统稳态误差与采样周期无关。

⑤ 要记住在求取稳态误差时，必须要保证系统是稳定的。如若系统不稳定，就无必要研究系统的稳态误差。此外要记住，稳态误差为无穷大，并不表明系统不稳定，仅表明系统不能跟踪输入信号。

⑥ 要了解本节所讨论的稳态误差是系统的原理误差，实际工程系统中还存在许多由系统部件所引入的工艺误差。

#### **(4) 时间响应分析**

系统的时间特性分析是通过时间响应分析完成的。离散系统的时间响应也反映了系统的稳定性、动态特性和稳态特性，因此是一种很有力的分析工具。

##### **①极点位置与时间响应**

了解极点位置与时间响应的关系可以帮助我们简洁、直观地通过系统的极点位置了解系统的特性，这一点对于掌握线性系统的分析技术是很有用处的。

要记住不同极点位置对时间响应形状、振荡频率及收敛速度的影响。特别应记住，极点位于  $z$  平面原点时，它对应的时间响应将是最短的，即一个采样周期即达到稳态。

##### **②时间响应的计算**

离散系统时间响应的计算可以用  $z$  反变换或长除法（传递函数描述）、解差分方程法（差分方程描述）；也可以利用 MATLAB 命令求解或构建 Simulink 方块图完成仿真运算求解。

#### **(5) 频率响应分析**

频率特性从另一个角度描述了系统的特性，与连续系统类似,利用系统频率特性特别是开环频率特性可以分析和评价系统的相关特性.重点应注意掌握:

① 要求掌握利用开环频率特性判定闭环系统稳定性的奈奎斯特判别方法。

② 特别应掌握相对稳定性的检验方法，即利用相位裕度及幅值裕度判断系统的相对稳定性。

③ 开环频率特性形状及三频段概念均可用于离散系统动静特性分析。

## **2、重点与难点问题说明**

① 注意  $s$  平面向  $z$  平面的映射是唯一的映射。反过来， $z$  平面上的点向  $s$  平面上映射不是唯一的，而是呈现多值周期特性，对应  $s$  平面则为无穷多个实部相

同虚部呈周期变化的点。

② 通常系统是高阶系统，非主导极及零点对系统响应亦有影响，但与时间响应的性能指标影响比较复杂。近似分析表明，如果非主导极点位于单位圆的正实轴上及零点位于负实轴上，将会减少超调量，但将会增大峰值时间。

③ 在利用朱利判据进行稳定性判定时，如果朱利表中有某行全为零时，则无法继续计算下去。此时应将特征方程各项系数预先加一微小偏移量，再重新列朱利表进行计算。

#### ④ 采样周期对系统暂态的影响

采样周期对系统暂态有较大影响。研究表明，如果是欠阻尼状态，在系统欠阻尼正弦振荡的一个周期内应采样 8-10 次。在过阻尼系统中，在阶跃响应的上升时间应采样 8-10 次。

⑤ 由于离散系统频率特性的周期性，因此所绘制的频率特性曲线在频率高于  $\omega_s$  的频率范围内仍有可能出现幅值等于 1 及相位等于  $-\pi$  的频率点，因此，仍可计算求得相位及幅值裕度，如图 3-1 所示，但应用时仍采用主带内的结果。

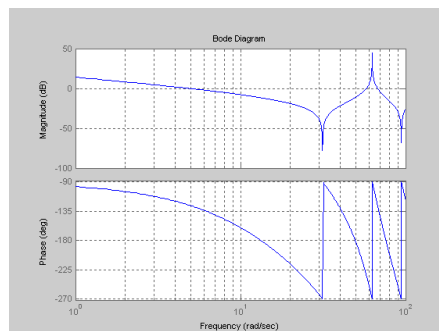


图 3-1 频率特性