

第六讲 系统的校正

6.1 基本要求

- 1, 正确理解串联超前、串联滞后、串联滞后—超前三种校正的特性及对系统的影响。掌握这几种校正环节的适用场合和参数的选择原则。
- 2, 掌握基本的校正网络及运算电路。
- 3, 熟练掌握运用(低、中、高)三频段概念对系统校正前、后性能进行定性分析、比较的方法。
- 4, 熟练掌握串联校正(串联超前、串联滞后)的频率域设计步骤和方法。了解串联校正(串联超前、串联滞后)的根轨迹设计步骤和方法。
- 5, 正确理解反馈校正的特点和作用。能通过传递函数分解为典型环节的方法, 比较说明加入反馈局部校正的作用。熟练掌握位置反馈和速度反馈的特点和作用
- 6, 正确理解对控制作用和对干扰作用的两种附加前置校正的特点、使用条件及其作用, 会使用等效系统开环频率特性分析或闭环零、极点比较分析来说明前置校正的作用。
- 7, 了解其它一些改善系统性能的手段与方法。

6.2 重点讲解

- 1, 关于系统性能指标之间转化问题

系统的性能有时域、频域及复域的指标, 这些指标之间转化关系一般是很复杂的。但在实际应用中, 常常把系统当作一、二阶系统进行粗略的换算, 这样处理可以大大简化了换算与理论设计过程, 其示意图见图 6-1。由于理论设计结果还要检验和试验调整, 特别是现代设计常常采用数字仿真的手段, 这样完全可以弥补因为换算粗略带来的影响。

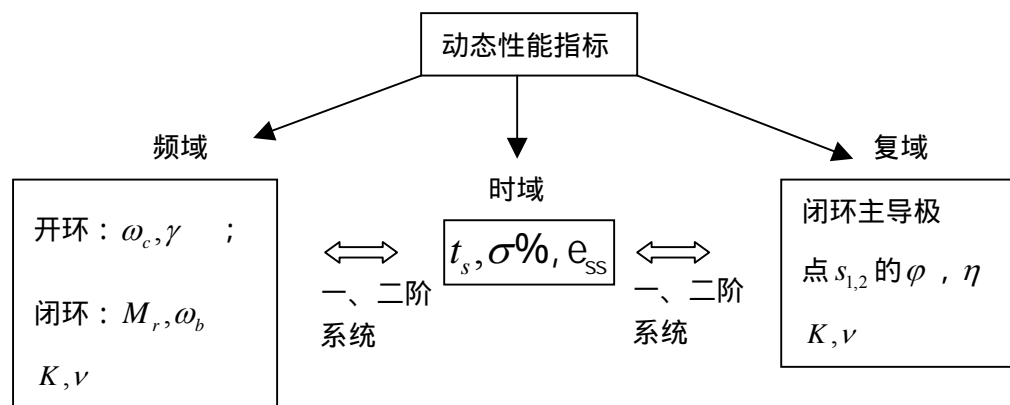


图 6-1 系统性能指标

- 2, 超前—滞后校正网络的传递函数

超前—滞后无源校正网络如图 6-2 所示, 其传递函数为

$$G_c(s) = \frac{(R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1)}{(R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1) + R_1 C_2 s}$$

或写成

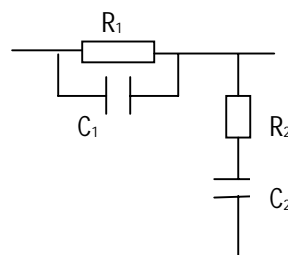


图 6-2 超前—滞后校正网络

$$G_c(s) = \frac{(T_a s + 1)(T_b s + 1)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

式中

$$T_a = R_1 C_1, T_b = R_2 C_2, \quad T_{ab} = R_1 C_2$$

$$T_1 T_2 = T_a T_b$$

$$T_1 + T_2 = T_a + T_b + T_{ab}$$

(1) 选取元件参数，使 $T_b > T_a$ 。

(2) $C_1 = 0, T_a = 0$ 时，相当于滞后环节。其传递函数为

$$G_c(s) = \frac{R_2 C_2 s + 1}{(R_1 + R_2) C_2 s + 1}$$

(3) C_2 很大时，相当于超前环节和一个放大系数小于 1 的放大环节。其传递函数为

$$G_c(s) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_1 C_1 s + 1}{\frac{R_2}{R_1 + R_2} R_1 C_1 s + 1}$$

(4) 可以求出 T_1, T_2 ，

$$T_1 = \frac{T' + \sqrt{T'^2 - 4T_a T_b}}{2}, \quad T_2 = \frac{T' - \sqrt{T'^2 - 4T_a T_b}}{2}$$

并可证明

$$T_1 = \frac{T' + \sqrt{T'^2 - 4T_a T_b}}{2} > T_b$$

记

$$\frac{T_1}{T_b} = \frac{T_a}{T_2} = \alpha > 1$$

于是有 $T_1 = \alpha T_b > T_a = \alpha T_2 > T_2$ ，或 $1/T_1 < 1/T_b < 1/T_a < 1/T_2$ 。在 $(1/T_1, 1/T_b)$ 段起滞后环

节作用，在 $(1/T_a, 1/T_2)$ 段起超前环节作用。因此超前滞后网络参数的选取原则是

$(1/T_1, 1/T_b)$ 设置在低频区， $(1/T_a, 1/T_2)$ 设置在中频区。

3，PID 控制器

PID 控制是工业控制特别是过程控制中最常用的一种改善系统性能的方案。原理如同前

面所讲的超前—滞后校正。PID 控制器的传递函数如下

$$K_p(1+T_d s+\frac{1}{T_i s})$$

式中 K_p 称为比例控制， T_d 称为微分时间常数， T_i 称为积分时间常数，下面介绍 Ziegler-Nichols 所提出的参数调整方法。单独用比例控制器 K_p ，增加 K_p 直到系统处临界状态，此时的 K_p 称为临界增益，以 K_u 表示。当增益 $K_p = K_u$ 时，系统会产生连续振荡，此时振荡周期称为临界周期，以 T_u 表示。Ziegler-Nichols 提出的最佳调整法则

若只用比例控制时，取 $K_p = 0.5K_u$ 。

若用比例加积分，取 $K_p = 0.45K_u$ ， $T_i = 0.833T_u$ 。

若用比例加积分加微分，取 $K_p = 0.6K_u$ ， $T_i = 0.5T_u$ ， $T_d = 0.125T_u$ 。

例题 6-1 加入 PID 控制的系统结构图如图 6-3 所示。试按最佳调整法则选取参数 K_p ， T_d 和 T_i ，并计算校正后系统的稳定裕度。

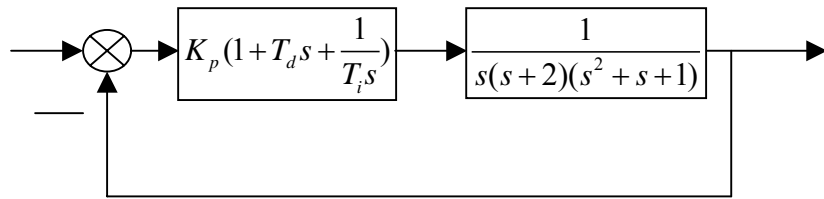


图 6-3 PID 控制的系统结构图

解 首先计算 K_u 和 T_u 。将 $s = j\omega$ 代入 $s(s+2)(s^2+s+1) + K_p = 0$ ，得

$$\omega^2 = \frac{2}{3}, \quad K_u = \frac{14}{9}$$

因此 $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$ ， $T_u = \sqrt{6} \cdot \pi = 7.695$

选取

$$K_p = 0.6 \times \frac{14}{9} = 0.933, T_i = 0.5 \times 7.695 = 3.8475, T_d = 0.125 \times 7.695 = 0.9618$$

作出系统开环对数频率特性曲线，如图 6-4 所示。由图中可知 $\omega_c = 0.5$, $\gamma = 41^\circ$, $h = 5.3\text{db}$ 。

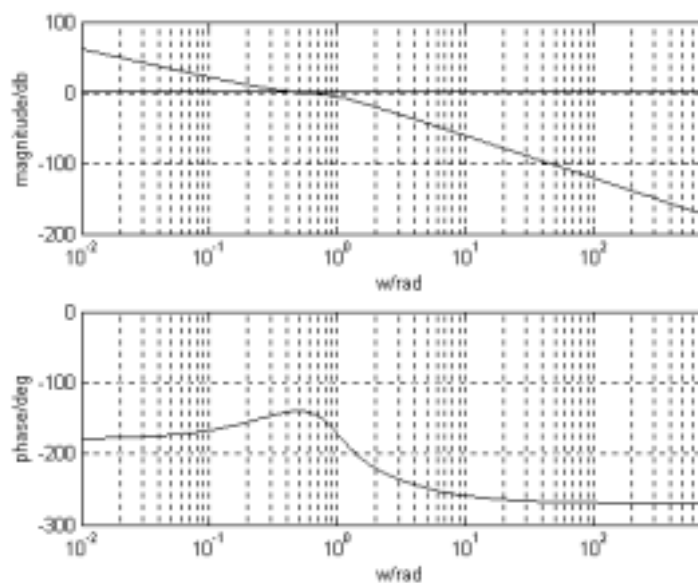


图 6-4 例题 6-1 的对数频率特性曲

4, 串联校正小结

串联校正的根轨迹法和频率域法思路如下

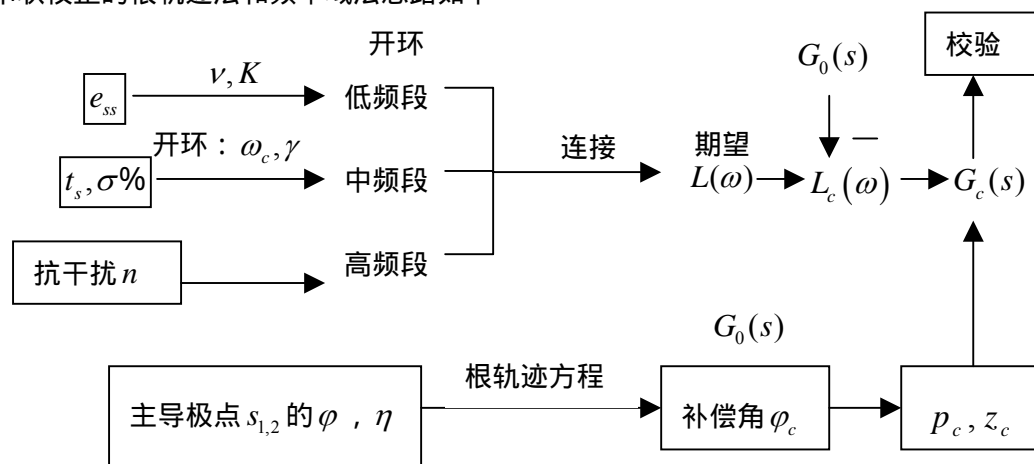


图 6-5 串联校正的根轨迹法和频率域法

图 6-5 中的连接是指低频段与中频段连接以及中频段与高频段的连接，低频段与中频段连接的原则一是期望幅频中频段 $[-20]$ 斜率线要保持足够的宽度，再者，连接段的斜率和中、低频段的斜率相差不要太大，连接段与中频段交点频率可按 $0.1\omega_c$ 至 $0.2\omega_c$ 选取。中频段与高频段的连接同样要使中频段 $[-20]$ 斜率线要保持足够的宽度，并根据降低高频干扰和使校正元件尽量简单来决定。低频段、中频段、高频段以及两个连接段都确定了，就得到期望的 $L(\omega)$ 。

5，干扰抑制问题小结

(a)对于控制信号和干扰信号属于不同的频区的情况，可以合理选择系统的带宽来抑制高频干扰。例如若控制信号频谱如图 6-6 中的曲线 1，干扰信号的频谱如图中的曲线 2，则可以如图中曲线 3 那样设置系统的频带。

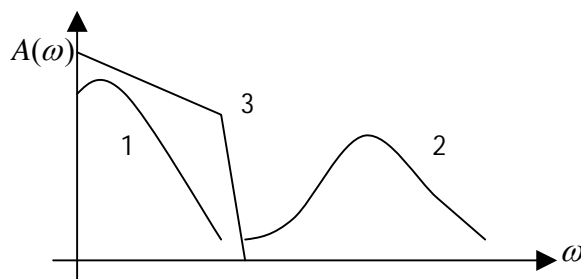


图 6-6 系统频带的设置

从提高系统快速性的角度，希望频带要宽。但从抑制干扰的角度，希望频带不要宽。应当在满足快速性前提下，系统频带窄些好，除了有利于抑制干扰之外，也不会因对执行元件有过高要求导致成本偏高，因此在有些设计问题中往往提出频宽上限的限制。

(b)增大干扰作用点前的放大倍数或在干扰作用点加入干扰的模型（参考第三讲）。

(c)可在回路外对可测干扰进行补偿(复合控制)，包含全补偿及近似补偿。补偿手段也可灵活运用，例如设法在系统(或对象)中找到可以间接量测干扰效果的点来设计补偿方案。

(d)干扰不可测时，利用输入、输出构成选择反馈方案，这种方案并且可以保持输入输出关系不变。参考程编教材 P. 263。这种方案是一种参考模型跟踪方案在消除不可测干扰上的应用。

6，前置校正

前置校正分为两类：对控制作用的复合控制和对干扰的补偿，都是基于通道补偿的思想，理论上属不变性原理和解耦控制理论的应用。例如是对控制输入的前置校正就是使误差对输入而言是不变量，或者说误差和输入之间完全解耦；在结构上的特点是具有双通道，附加的顺馈通道的作用就是抵消(补偿)原有通道的影响。

对控制输入的前置校正目标是使闭环传递函数为 1，但受工程实际的约束，在实际中达到精确补偿是困难的，只能做到近似补偿，对控制作用的前置校正的设计一般分为两步，首先是通过串联校正、反馈校正等手段使闭环稳定裕度大，平稳性好，线性度好一些，最好使闭环系统的主导极点为实极点，这样通过加入一个实零点或实两个零点抵消掉离虚轴最近的实极点，以达到近似补偿，这种做法可行、方便。

对前置校正可以这样理解：因为增加了设计的自由度，可以将系统的稳定性、平稳性由闭合回路负担，将快速性和稳态精度由前置补偿部分分担。

前置校正局限性：对闭环稳定性无影响，不允许加入不稳定零点来抵消不稳定闭合回路的极点。实现高阶补偿与非线性补偿比较困难。前面所说的“使闭环稳定裕度大，平稳性好，线性度好一些，最好使系统的主导极点为实极点”正是针对这些局限性。

例题 6-2 设系统的结构图如图 6-7 所示，图中 $G_c(s) = 0.855^{-1}s$ 是前置校正环节，证明该系

统在 $r(t)=t$ 作用下无稳态误差，并且分析 $G_c(s)$ 对系统动态性能的影响

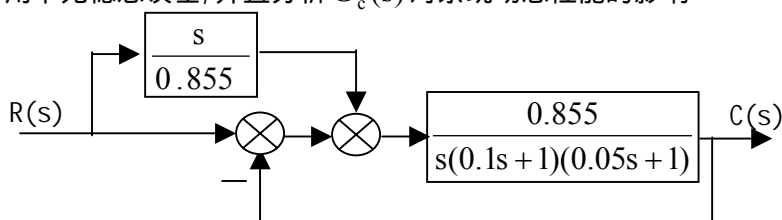


图 6-7 系统的结构图

解： 求出系统的闭环传递函数

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \left(1 + \frac{s}{0.855}\right) \frac{0.855}{s(0.1s+1)(0.05s+1)+0.855} = \frac{s+0.855}{0.1 \times 0.005s^3 + 0.15s^2 + s + 0.855}$$

由于闭环传递函数满足稳定性条件，且分母多项式与分子多项式的 s^0 、 s^1 项的系数分别对应相等。故知系统在 $r(t)=t$ 作用下无稳态误差，可参考第三章。为了比较加入前置校正 $G_c(s)=0.855^{-1}s$ 前后系统的动态性能，可按(6-15)式求出等效单位负反馈系统的开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{5.7(1.17s+1)}{s^2(0.033s+1)}$$

由 $G_0(s)$ 有二个积分环节，可知系统在 $r(t)=t$ 作用下无稳态误差。

作出加前置补偿前开环的 Bode 图,如图 6-8 中的 L_1, φ_1 所示,加前置补偿后等效开环的 Bode 图,见图 6-8 中的 L_2, φ_2 。由图 6-8 中可见，低频段的斜率由 -20db/dec 变为 -40db/dec，无差度提高；截止频率增加，快速性得到显著改善；相稳定裕度基本不变,均具有较大的稳定裕度，过程无振荡。

另外也可用闭环的零、极点分布来说明，加前置补偿前闭环有三个极点，分别位于 -1, -8.26, -20.75, 主导极点是 -1。加入前置补偿相当于加入一个的零点 $z=-0.855$ ，这一零点与 -1 的极点构成了闭环的一对偶极子，它们对系统阶跃响应的影响可以忽略，这样系统的闭环主导极点变为 -8.26，因此系统的快速性大大提高。

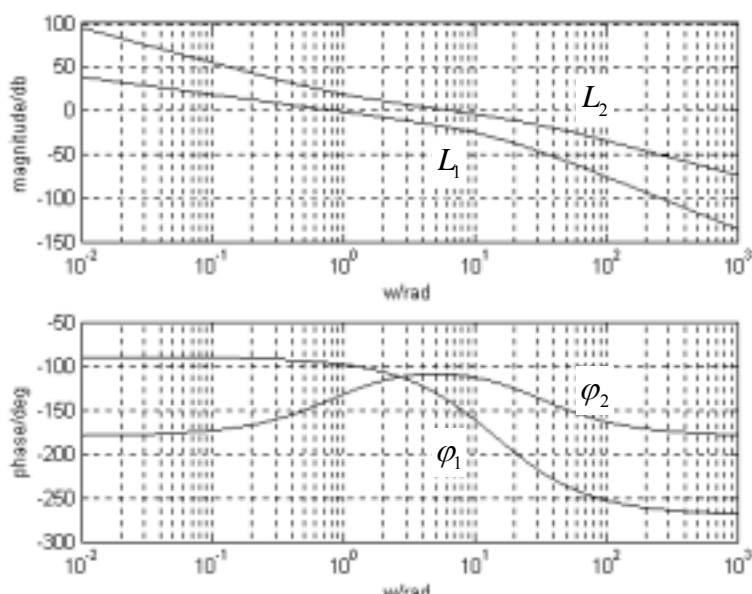


图 6-8 加前置补偿前,后开环的 Bode 图

7, 校正方案的非唯一性、灵活性。

达到类似的动态性能,对系统可以采用多种方案,这种校正方案的非唯一性、灵活性给设计者带来了方便也带来了困难,一般来说,校正系统并非在理论上设计出一个传递函数,要把校正方案付诸实践,还要考虑多种因素。例如成本、可靠性、可维护性、持续发展问题等等。有些系统除了动态性能的要求之外,还有一些特殊的要求,例如低速平稳性、对强干扰的镇定性、强负载的适应能力、对加速度的敏感性等。

校正设计在控制理论中又叫动态补偿器设计,它一直是一个非常活跃的研究领域。随着控制理论和计算技术的不断发展,各种新颖的设计理论和技术手段为设计者提供了广阔的创新空间。不论什么设计都要通过实践的检验。

8, 例题

例题 6-3 系统结构图如图 6-9 所示,已知当 $K=10, T=0.1$ 时,系统的截止频率 $\omega_c = 5$ 。若要求 ω_c 不变,要求系统的相稳定裕度提高 45° , 问应如何选择 K, T ?

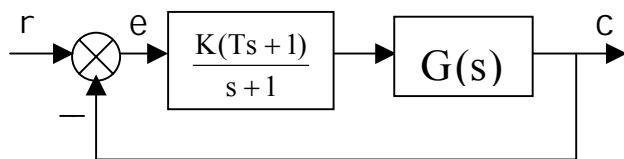


图 6-9 例题 6-3 的结构图

解: 根据题中给出的条件可知,当 $K=10, T=0.1$ 时应有下面式子成立

$$20\lg 10 + 20\lg \sqrt{(0.1 \times 5)^2 + 1} - 20\lg \sqrt{(5)^2 + 1} + 20\lg |G(j5)| = 0$$

相稳定裕度为: $\gamma_1 = \pi + \arctan(0.1 \times 5) - \arctan(5) + \text{Arg}G(j5)$

现考虑 K, T 的选择,要求截止频率 $\omega_c = 5$ 不变,应有

$$20\lg K + 20\lg \sqrt{(T \times 5)^2 + 1} - 20\lg \sqrt{(5)^2 + 1} + 20\lg |G(j5)| = 0$$

相稳定裕度为: $\gamma_2 = \pi + \arctan(T \times 5) - \arctan(5) + \text{Arg}G(j5)$

要求系统的相稳定裕度提高 45° , 即有

$$\gamma_2 = \gamma_1 + \frac{\pi}{4}$$

比较上面两组式子,可得 K, T 应满足的关系为

$$K\sqrt{(5T)^2 + 1} = 10\sqrt{(0.1 \times 5)^2 + 1}$$

$$\arctan 5T = \frac{\pi}{4} + \arctan 0.5$$

可以解出 $T=0.6$, $K=3.53$ 。

由以上解题的过程可知，环节 $\frac{1}{s+1}$ 和 $G(s)$ 未参加运算，所以都可当作系统的不变部分处理，只需研究可调参数部分 $K(Ts+1)$ ，在 $\omega=5$ 时模值不变，相角增加 45° ，从而决定 K 、 T ，正如最后列出的两个式子那样。

例题 6-4 系统结构图如图 6-10 所示，其中 $r(t)=1(t)+\sin t$ ，试设计 $G_c(s)$ ，要求满足以下条件

1. 系统在 $r(t)$ 作用下无稳态误差；
2. $G_c(s)$ 的分子阶次不高于其分母的阶次，即 $G_c(s)$ 应是 s 的真有理函数；
3. 闭环传递函数离虚轴最近的是一对复数极点： $-1 \pm j$

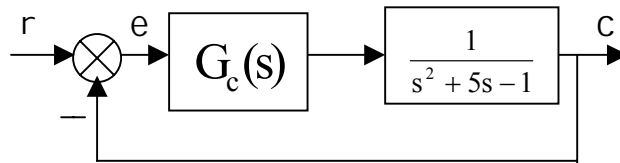


图 6-10 例题 6-4 的结构图

解： 由于要求在 $1(t)+\sin t$ 作用下无稳态误差，故系统的正向通道的分母应该包含因子 s 和 s^2+1 ，故可取

$$G_c(s) = \frac{\beta_1 s^4 + \beta_2 s^3 + \beta_3 s^2 + \beta_4 s + \beta_5}{(s + \alpha)s(s^2 + 1)}$$

式中 $\alpha, \beta_i (i=1,2,3,4,5)$ 是待定参数，在 $G_c(s)$ 分母上增加因子 $s + \alpha$ 是为了增加可调参数的数目，以便容易实现 3 的对闭环极点的要求。

加入 $G_c(s)$ 后，系统的开环传递函数为

$$G_c(s)G(s) = \frac{\beta_1 s^4 + \beta_2 s^3 + \beta_3 s^2 + \beta_4 s + \beta_5}{(s + \alpha)s(s^2 + 1)(s^2 + 5s - 1)}$$

容易观察到加入 $G_c(s)$ 后，系统的闭环特征式为

$$(s + \alpha)s(s^2 + 1)(s^2 + 5s - 1) + (\beta_1 s^4 + \beta_2 s^3 + \beta_3 s^2 + \beta_4 s + \beta_5)$$

它是一个六阶多项式，根据 3 的要求，可以指定闭环的期望极点多项式为

$$(s^2 + 2s + 2)(s + 4)^2(s + 3)^2$$

即闭环传递函数六个极点均在复平面左半部，且离虚轴最近的是一对复数极点： $-1 \pm j$ 。

令系统闭环特征式和期望极点多项式相等，可得

$$(s + \alpha)s(s^2 + 1)(s^2 + 5s - 1) + (\beta_1 s^4 + \beta_2 s^3 + \beta_3 s^2 + \beta_4 s + \beta_5) = (s^2 + 2s + 2)(s + 4)^2(s + 3)^2$$

展开上式两边后，有

$$\begin{aligned} & s^6 + (5 + \alpha)s^5 + 5\alpha s^4 + 5s^3 + (5\alpha - 1)s^2 - \alpha s + \beta_1 s^4 + \beta_2 s^3 + \beta_3 s^2 + \beta_4 s + \beta_5 \\ & = s^6 + 16s^5 + 103s^4 + 342s^3 + 442s^2 + 624s + 228 \end{aligned}$$

比较等式两边 s 的同次幂的系数，可得

$$\begin{aligned} 5 + \alpha &= 16, & 5\alpha + \beta_1 &= 103, & 5 + \beta_2 &= 342, & 5\alpha - 1 + \beta_3 &= 442 \\ -\alpha + \beta_4 &= 624, & \beta_5 &= 288 \end{aligned}$$

解出上面的方程，可得

$$\alpha = 11, \quad \beta_1 = 48, \quad \beta_2 = 337, \quad \beta_3 = 388, \quad \beta_4 = 635, \quad \beta_5 = 288$$

于是可得校正环节的传递函数为

$$G_c(s) = \frac{48s^4 + 337s^3 + 388s^2 + 635s + 288}{(s^3 + s)(s + 11)} = 48 + \frac{-191s^3 + 340s^2 + 107s + 288}{(s^3 + s)(s + 11)}$$

注：本题的解题过程中核心的一步是解多项式方程：

$$(s + \alpha)s(s^2 + 1)(s^2 + 5s - 1) + (\beta_1 s^4 + \beta_2 s^3 + \beta_3 s^2 + \beta_4 s + \beta_5) = (s^2 + 2s + 2)(s + 4)^2(s + 3)^2$$

在考虑 $G_c(s)$ 的形式时，已保证上述方程的可解性。与频率法、根轨迹法相比较，这种通过解多项式方程来决定校正元件的方法可以称为代数方法。