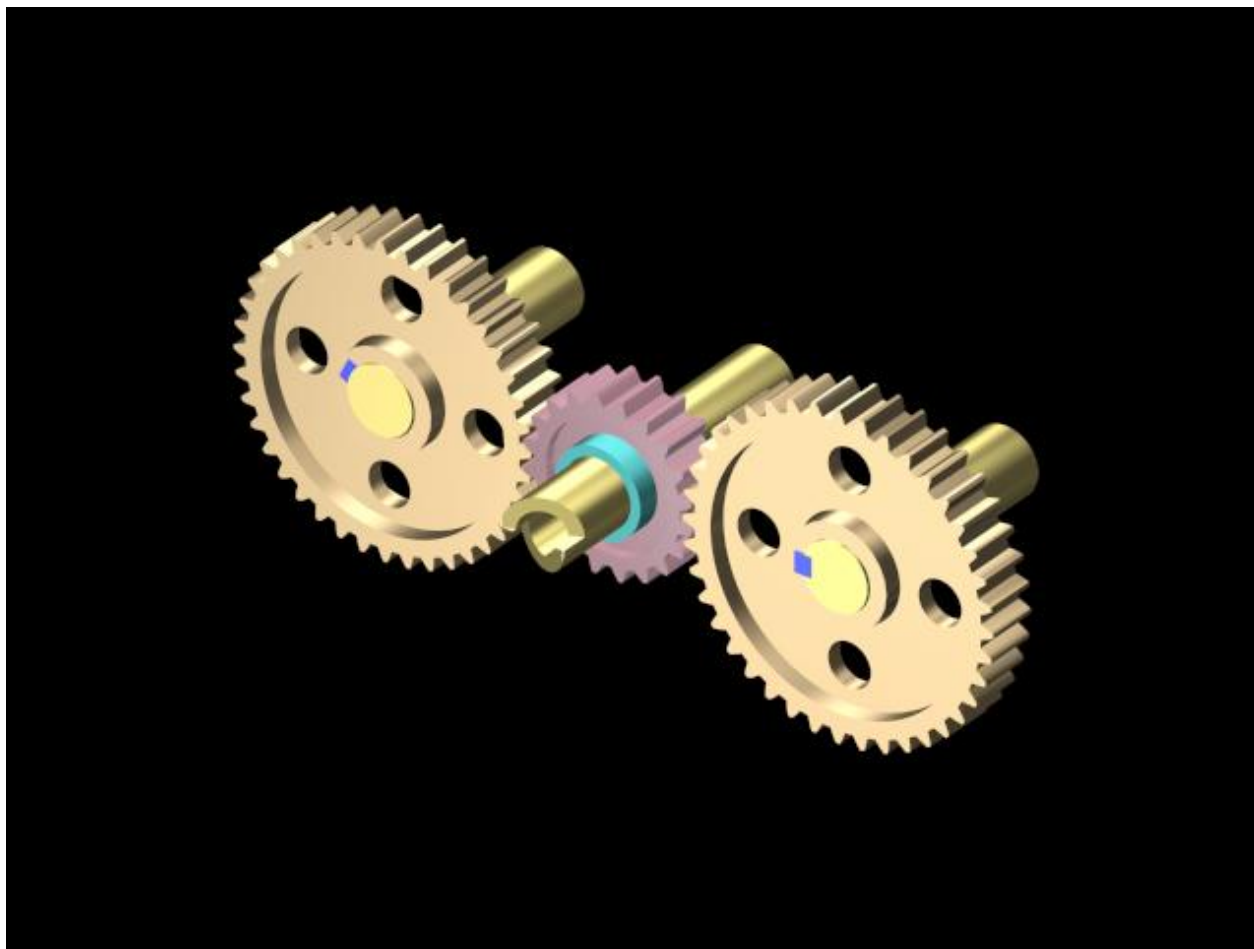


第四章 齿轮机构



- .. **4-1** 齿轮机构的特点和类型
- .. **4-2** 齿廓实现定角速比传动的条件
- .. **4-3** 渐开线齿廓
- .. **4-4** 齿轮各部分名称及渐开线标准齿轮的尺寸
- .. **4-5** 渐开线标准齿轮的啮合
- .. **4-6** 渐开线齿轮的切齿原理
- .. **4-7** 根切、最少齿数及变位齿轮

4-1 齿轮机构的特点和类型

- .. 齿轮机构（传动）是机械传动中应用最广的机构（传动）之一。

例如：各种机器中的变速、减速装置。

几乎存在于所有的机械中

- .. 传递的功率可从近于零的微小值到数万千瓦瓦。
- .. 圆周速度可达每秒百米以上。
- .. 齿轮直径由零点几毫米到十米，甚至更大。

齿轮机构的优点

- .. 齿轮传动瞬时传动比恒定不变（传动比稳定）
- .. 适用的圆周速度和功率范围大
- .. 传动效率高（**0.92-0.98**）
- .. 寿命长
- .. 外廓尺寸小，结构紧凑
- .. 工作可靠性高
- .. 可实现平行轴、任意角度相交轴、相错轴间的传动

齿轮机构的缺点



- .. 要求高的制造和安装精度
- .. 不适于远距离传动
- .. 高速下运行有噪声

齿轮机构的类型

按两齿轮轴的相对位置分类

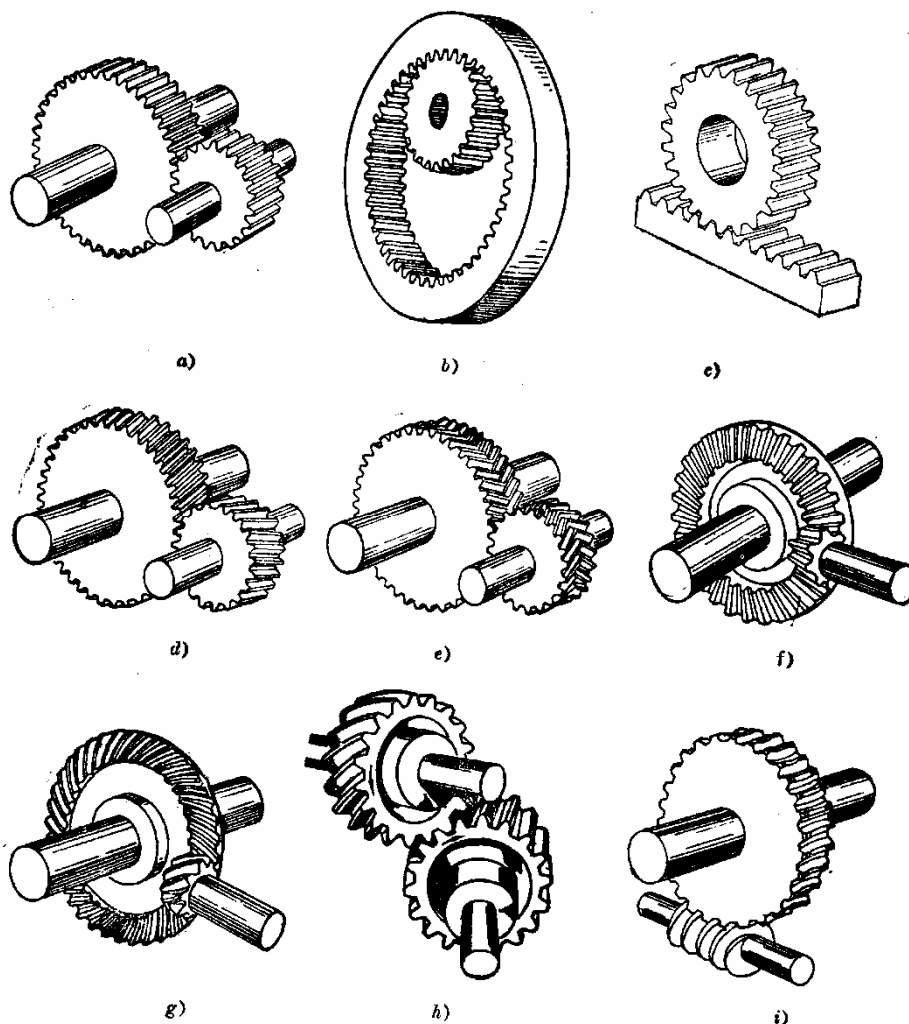
✧ 两轴平行

✧ 两轴不平行

按齿向分类

✧ 直齿

✧ 斜齿



4-2 齿廓实现定角速比传动的条件

.. 要求齿轮啮合

瞬时角速比定值

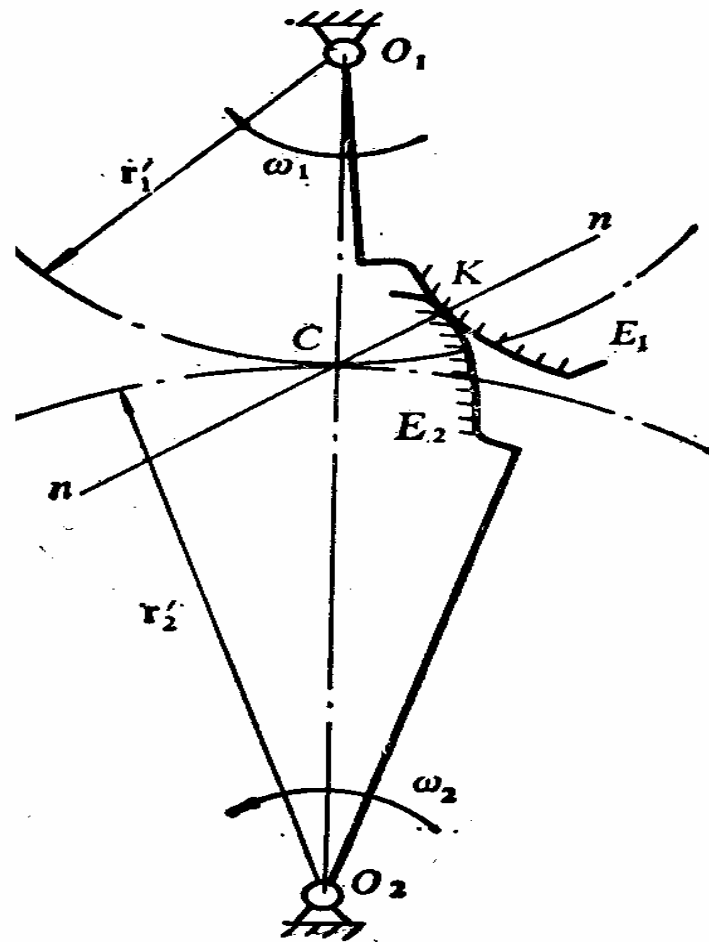
主动轮匀速转动——从动轮匀速转动

惯性力——振动、噪声、影响寿命

齿轮啮合的速比

- .. 利用瞬心求速比
- .. **瞬心C**，也称为节点

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{O_2C}{O_1C}$$



齿轮啮合基本定律

.. 一对传动齿轮的瞬时角速度比

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2C}{O_1C}$$

.. 与其连心线 O_1O_2 被齿廓接触点公法线

.. 所分割的两段成反比

啮合瞬时为定速比的条件

- 由齿廓啮合基本定律，**C**点应始终位于一点不变动

瞬心**C**——**定点**

- 凡是满足瞬时角速比恒定不变要求的一对齿廓称为**共轭齿廓**

齿廓曲线的选择

- .. 满足定传动比要求
- .. 考虑制造、安装、强度等要求

常用的齿廓曲线：**渐开线**、**摆线**、**圆弧**、
等

渐开线是应用最广泛的齿廓

4-3 渐开线齿廓

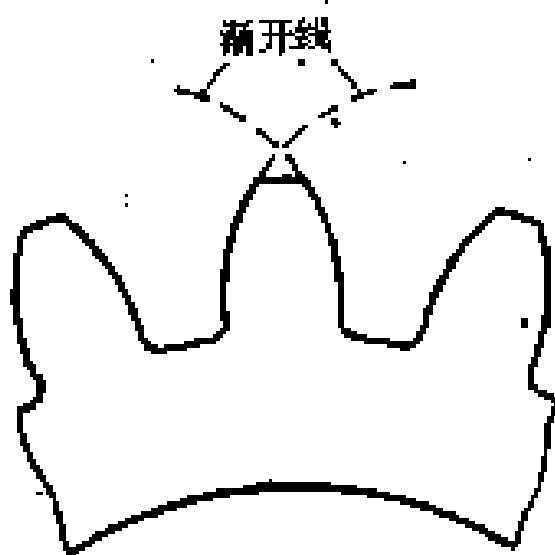
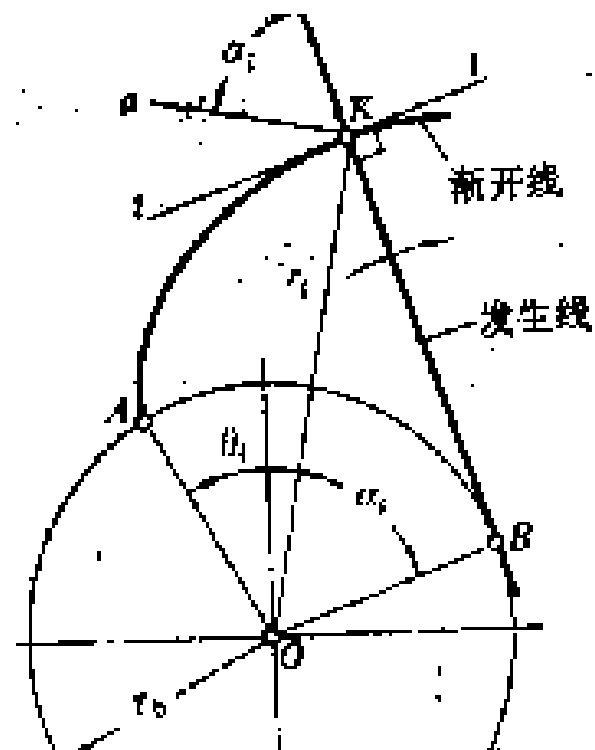


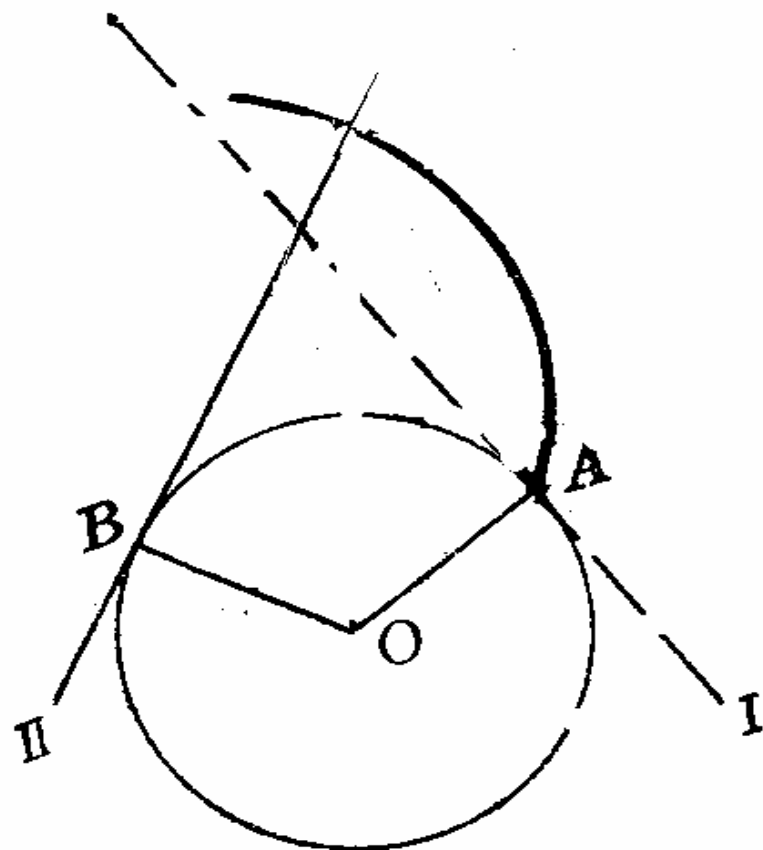
图 10-13



1 渐开线的形成和特性

形成：

- ✕ 发生线
- ✕ 基圆
- ✕ 发生线在基圆上**纯滚动**时，发生线上一点的轨迹



渐开线的特性

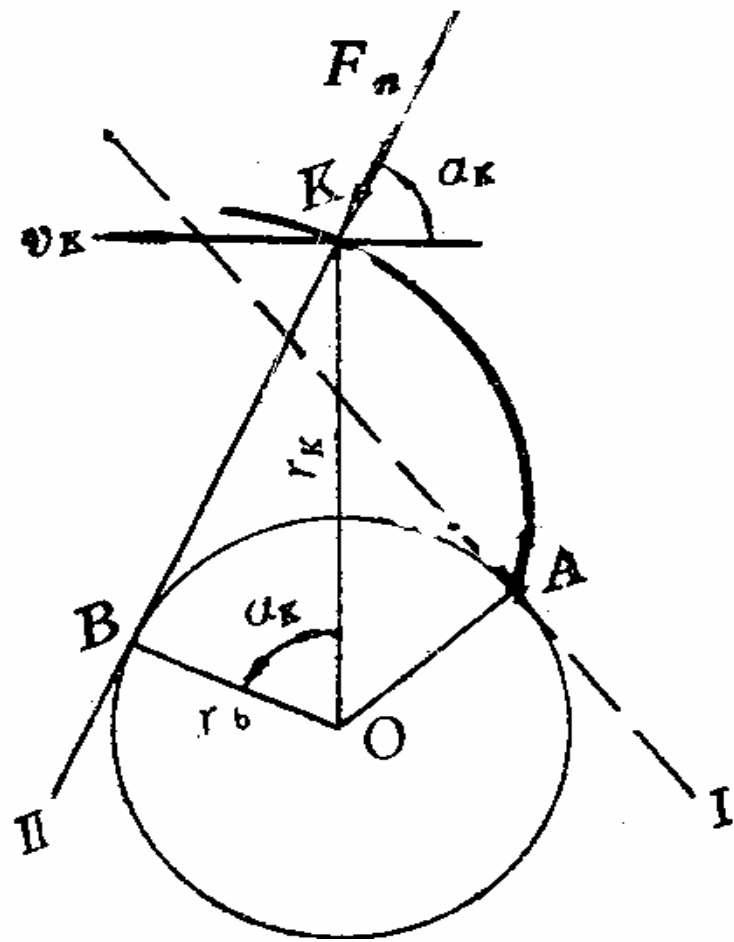
1 $\overline{BK} = \overset{\frown}{AB}$

2 B点为发生线作纯滚动的速度瞬心

BK线段为渐开线在K点的曲率半径，是渐开线的法线，又是基圆的切线

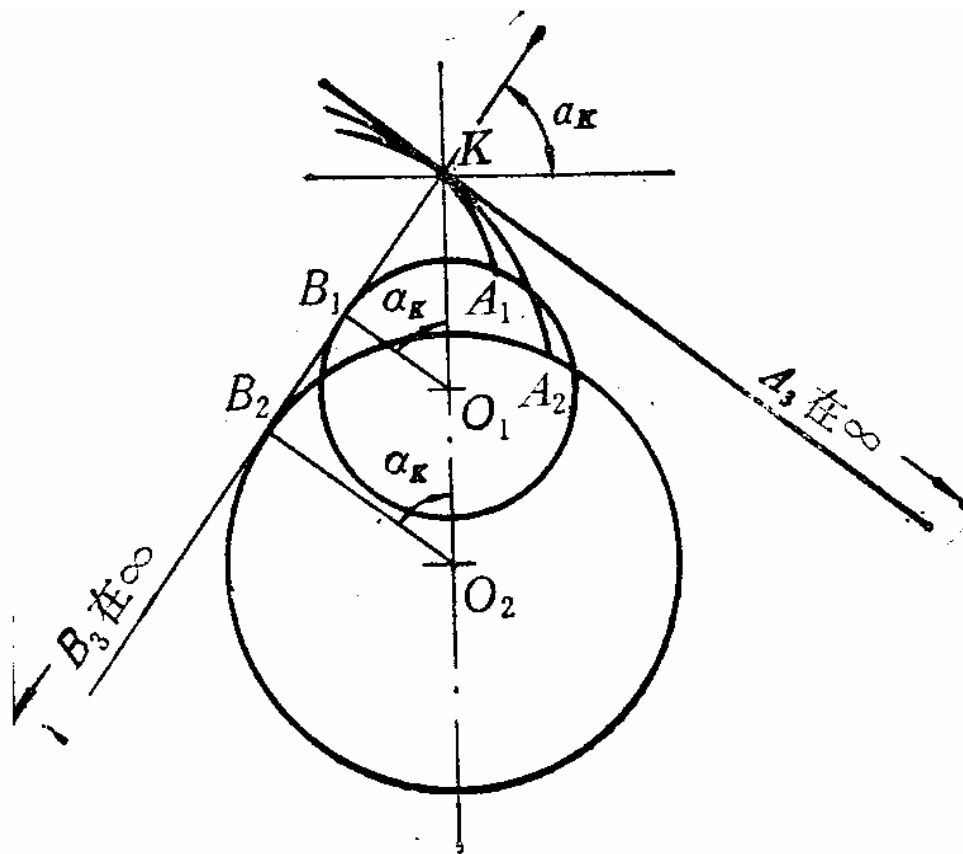
3 压力角

$$\cos a_k = \frac{OB}{OK} = \frac{r_b}{r_K}$$



渐开线的特性

- 4 渐开线的形状取决于基圆的大小
- 5 基圆内无渐开线

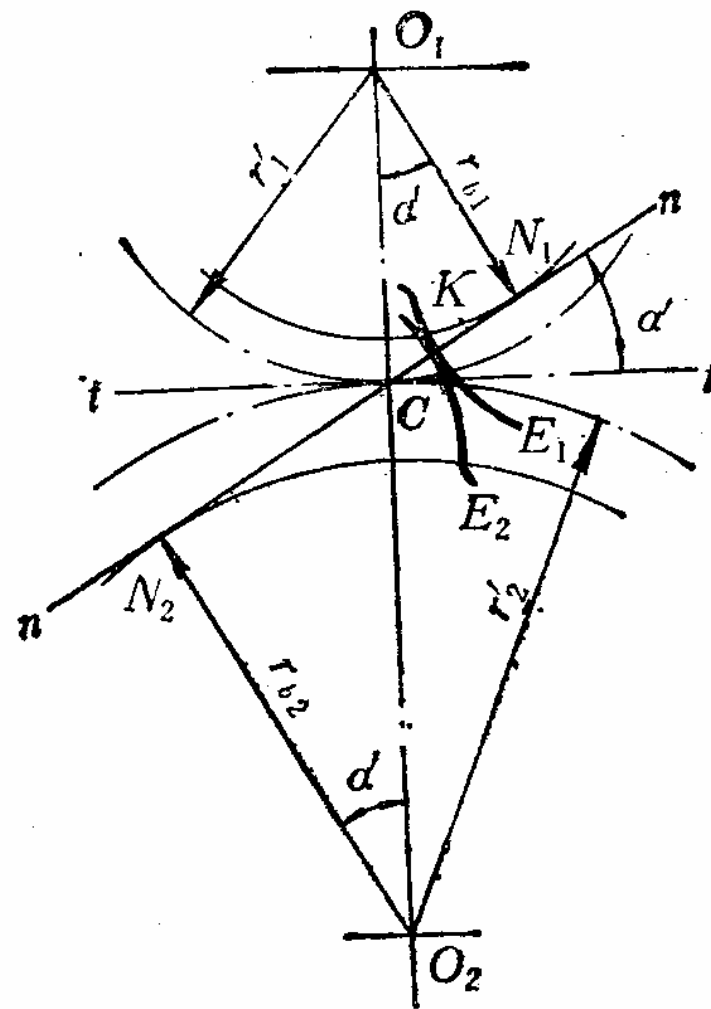


2 渐开线齿廓满足定角速比的要求

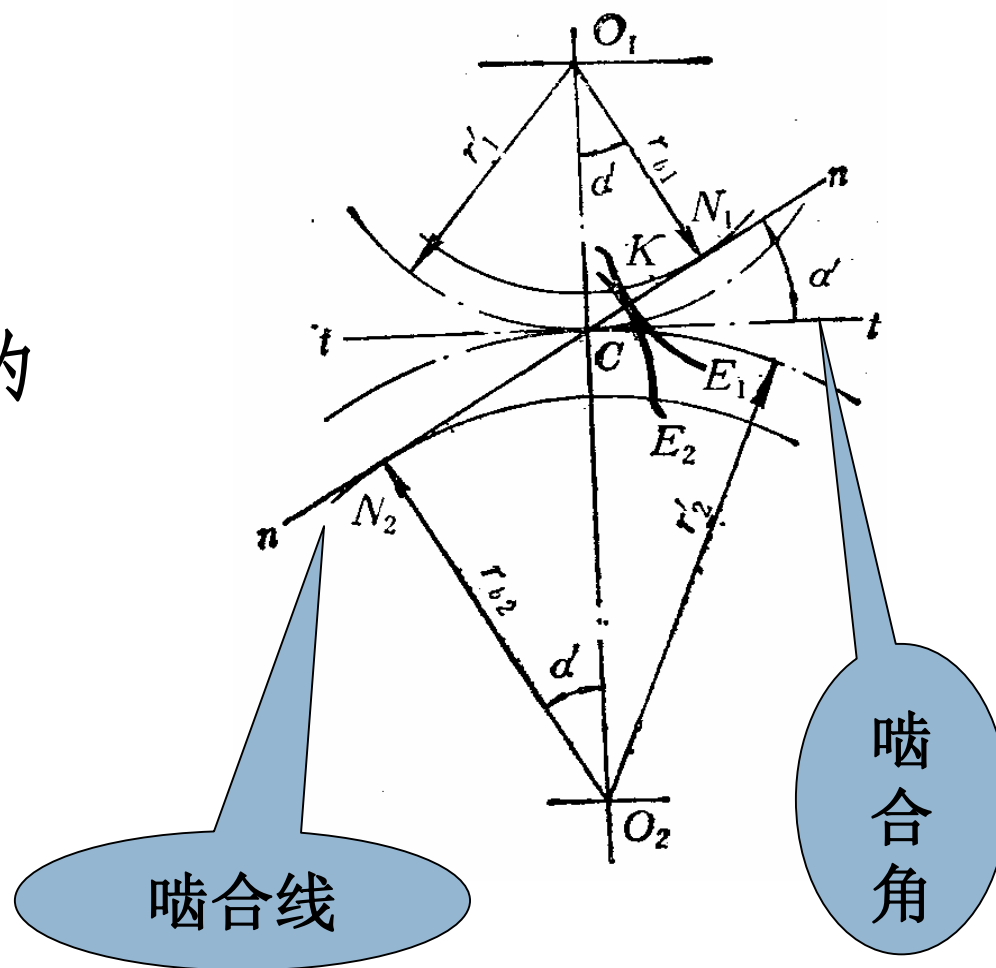
- 满足定角速比
 - 法向不变，节点位置不变
- 传动比：角速比

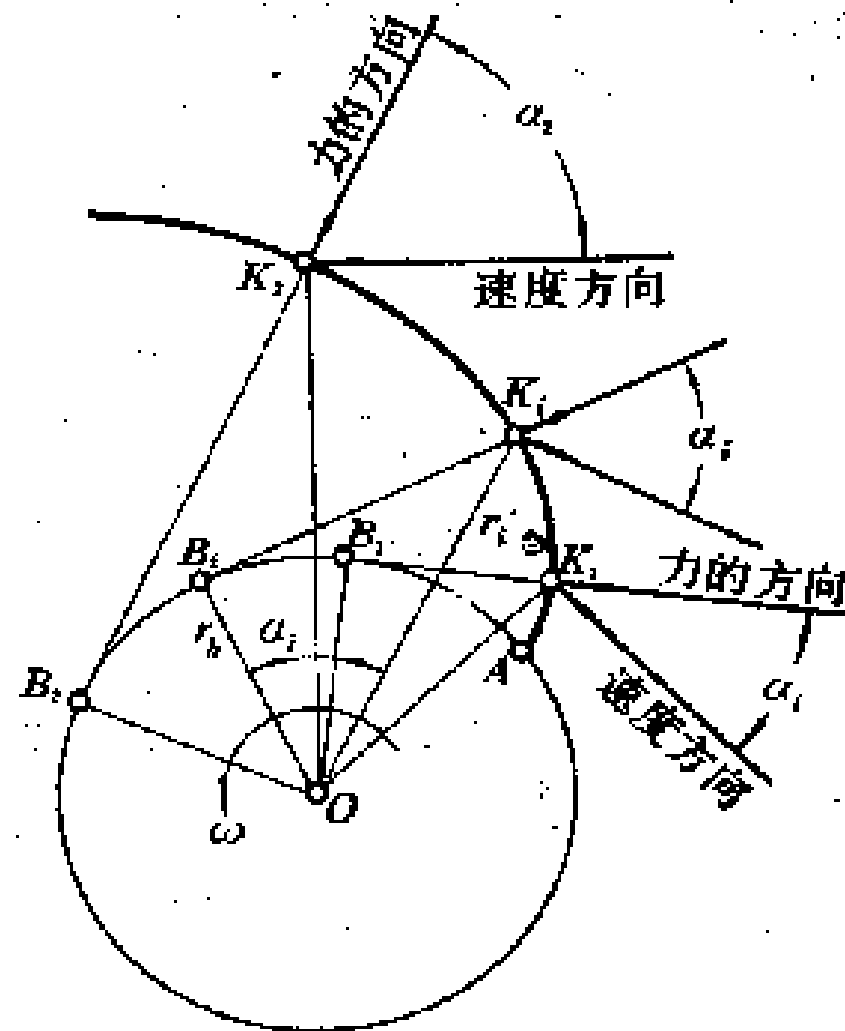
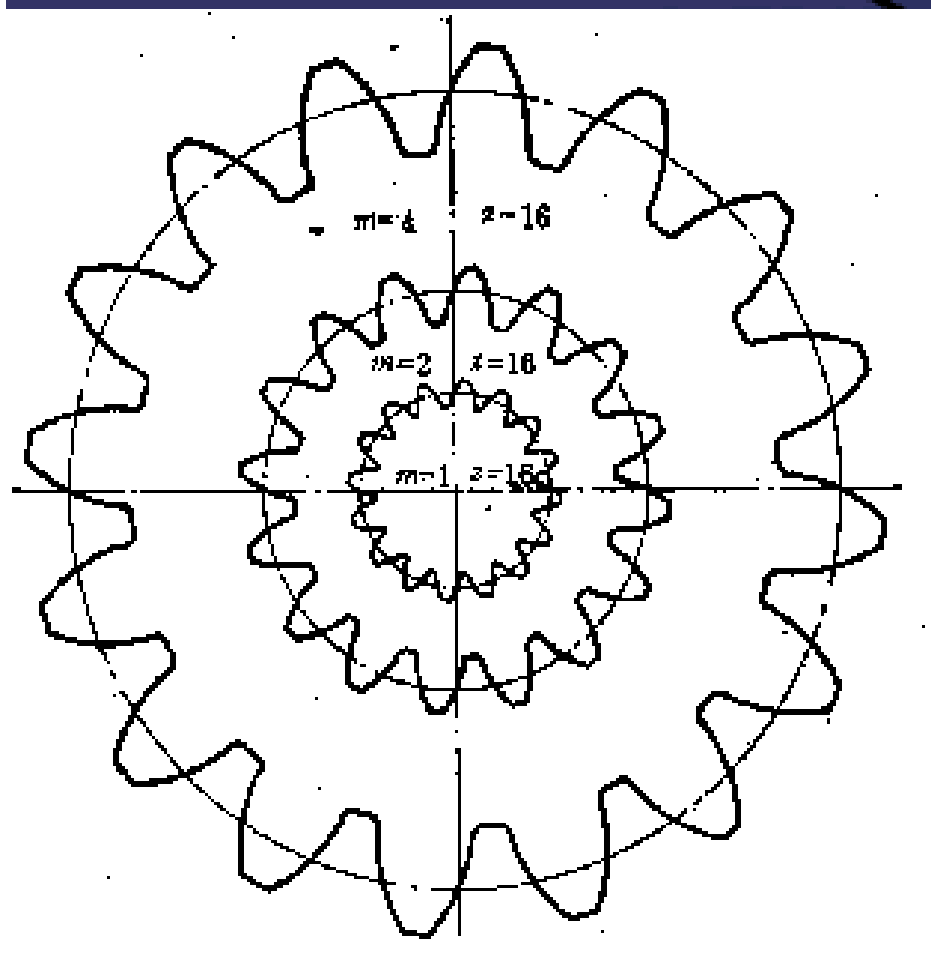
$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{r_2'}{r_1'} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}}$$

- 渐开线齿廓的可分性

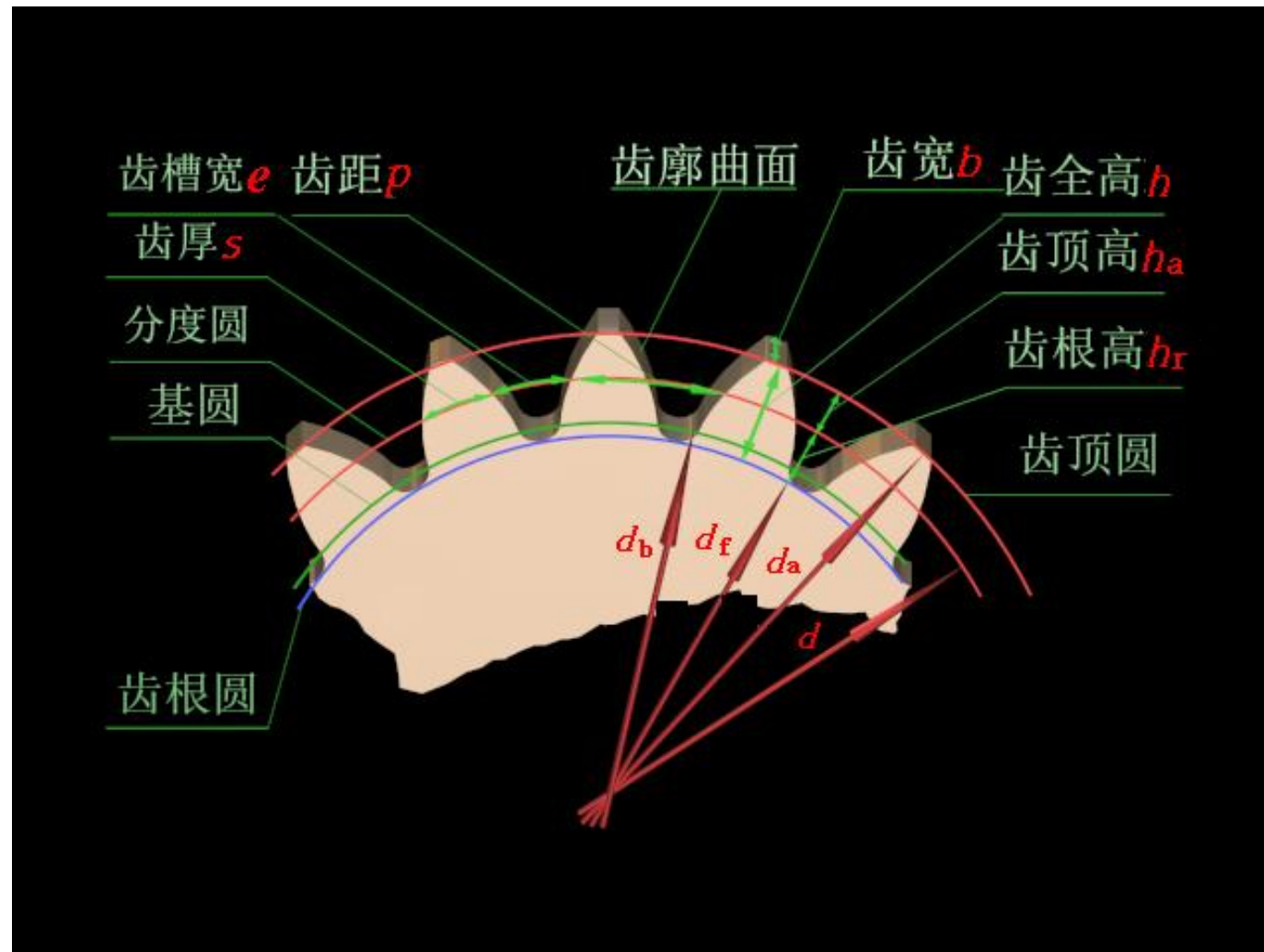


- .. **啮合线**：齿轮传动时其齿廓啮合点的轨迹
- .. **啮合角**：过节点**C**的两节圆公切线与啮合线之间的夹角





4-4 齿轮各部分名称及渐开线标准齿轮的尺寸



分度圆

… 设 z 为齿数，
则

$$pd_k = p_k z$$

$$d_k = \frac{p_k}{p} z$$

定义某一圆上的 $\frac{p_k}{p}$ 为标准值，并使这个圆上的压力角也为标准值，这个圆称为分度圆。其直径和压力角的标识都不用下标

模数

分度圆上 $\frac{p}{p}$ 称为模数，用 **m** 表示

$$m = \frac{p}{p}$$

分度圆上的压力角规定为 **20°**

$$p = s + e = pm$$

$$d = \frac{p}{p} z = mz$$

齿轮的轮齿

.. 齿顶

.. 齿顶高 $h_a = h_a^* m$

.. 齿根

.. 齿根高 $h_f = (h_f^* + c^*) m$

.. 全齿高 $h = h_a + h_f = (2h_a^* + c^*) m$

齿顶高系数和径向间隙系数的标准值见表4-2

径向间隙

.. 径向间隙 $c = c^* m$

.. 齿顶圆直径 $d_a = d + 2h_a = (z + 2h_a^*)m$

.. 齿根圆直径

$$d_f = d - 2h_f = (z - 2h_a^* - 2c^*)m$$

标准齿轮

- 分度圆上齿厚和齿槽宽度相等，且齿顶高和齿根高为标准值的齿轮为**标准齿轮**

$$s = e = \frac{p}{2} = \frac{pm}{2}$$

基圆半径 $d_b = d \cos a$

英美采用**DP**制

∴ 径节制

$$DP = \frac{z}{d} = \frac{p}{p} (in^{-1})$$

$$m = \frac{25.4}{DP}$$

压力角

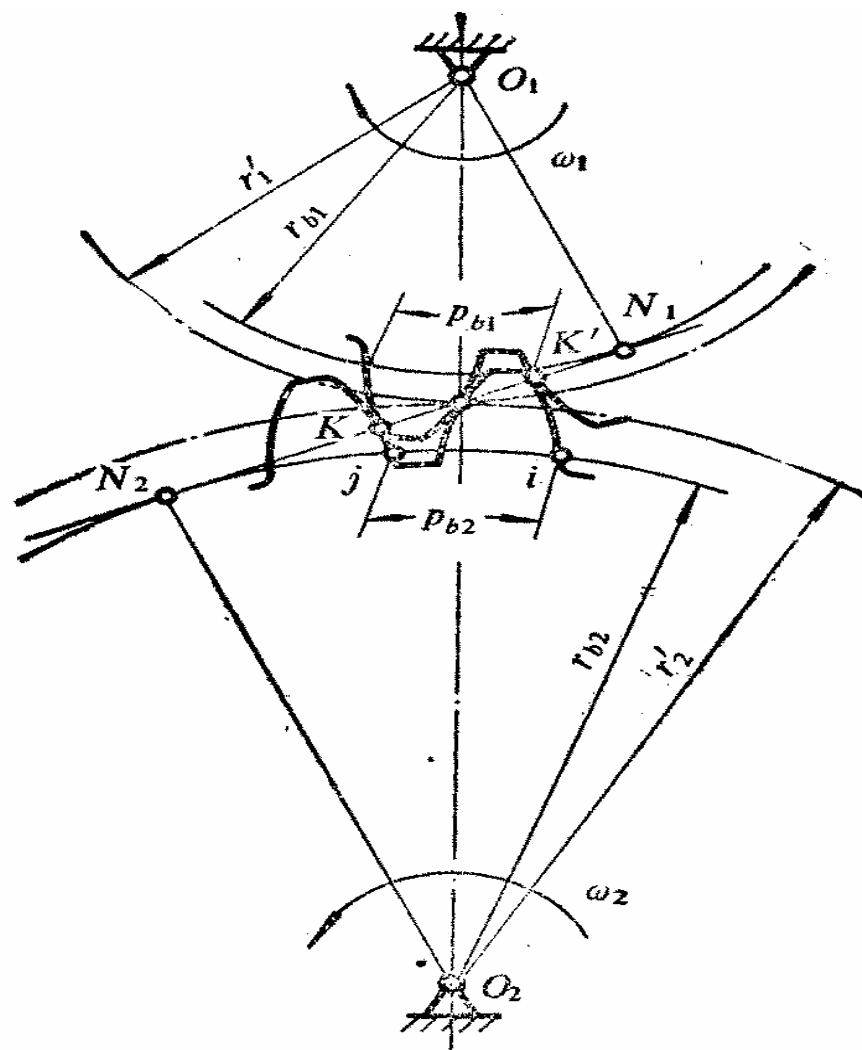


- .. 标准值 **20°**
- .. 另外有 **22.5°** 、 **28°**

4-5 渐开线标准齿轮的啮合

- .. 正确啮合的条件
- .. 传动比
- .. 标准中心距
- .. 重合度

正确啮合的条件



- .. 连续运转，前后衔接
- .. 运动规律不变

$$\overline{K_1 K_1'} = \overline{K_2 K_2'}$$

$$\begin{aligned} \overline{K_2 K_2'} &= \overline{N_2 K'} - \overline{N_2 K} = \dot{N}_2 i - \dot{N}_2 j \\ &= j i = p_{b2} = \frac{p d_{b2}}{z_2} = \frac{p d_2}{z_2} \frac{d_{b2}}{d_2} \\ &= p_2 \cos a_2 = p m_2 \cos a_2 \end{aligned}$$

正确啮合的条件

$$\overline{K_1 K_1'} = p_1 \cos a_1 = p m_1 \cos a_1$$

$$p m_2 \cos a_2 = p m_1 \cos a_1$$

$$\text{得: } m_1 = m_2 = m$$

$$a_1 = a_2 = a$$

2 一对齿轮传动的传动比

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{r'_2}{r'_1} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}$$

$$i = \frac{n_1}{n_2}$$

$$n_1 z_1 = n_2 z_2$$

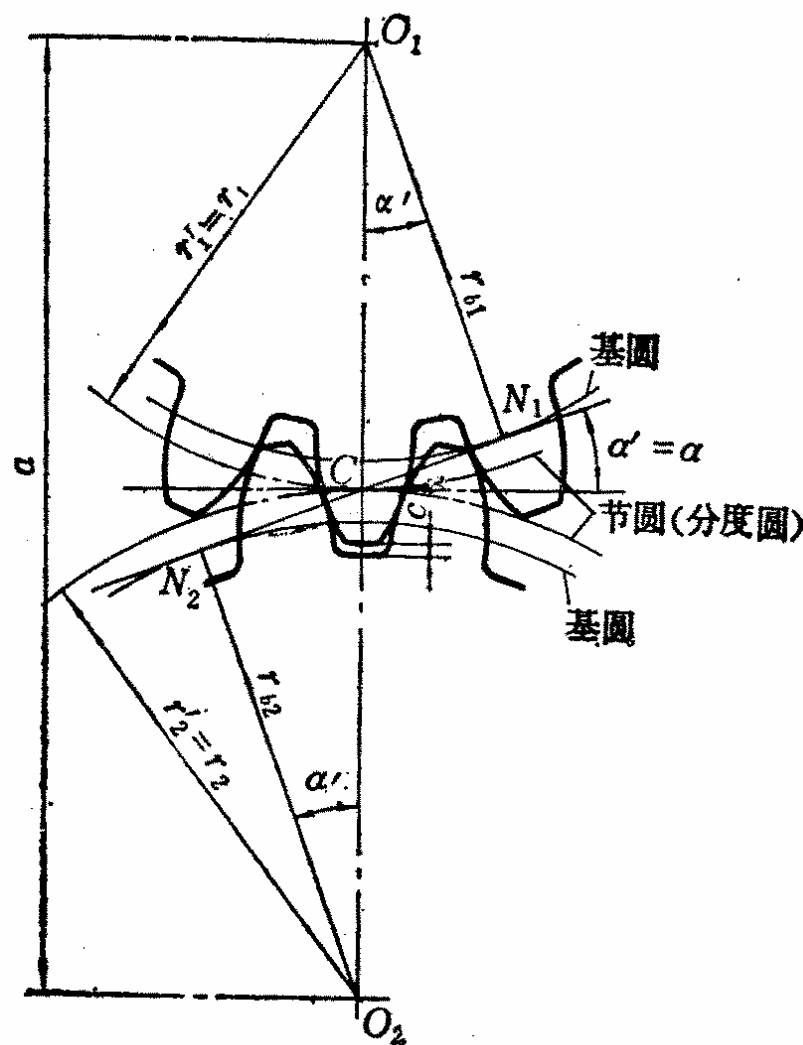
$$i = \frac{z_1}{z_2}$$

3 标准中心距

- 一对齿轮传动时，一齿轮节圆上的齿槽宽度与另一齿轮的齿厚之差，称为**齿侧间隙**
- 在机械设计中，正确安装的齿轮都是按无侧隙的理想情况计算其名义尺寸

标准中心距

- 一对标准齿轮，当分度圆与节圆重合时，为无侧隙啮合，此时的中心距称为**标准中心距**



中心距及齿顶间隙

$$a = r'_1 + r'_2 = r_1 + r_2 = \frac{1}{2}m(z_1 + z_2)$$

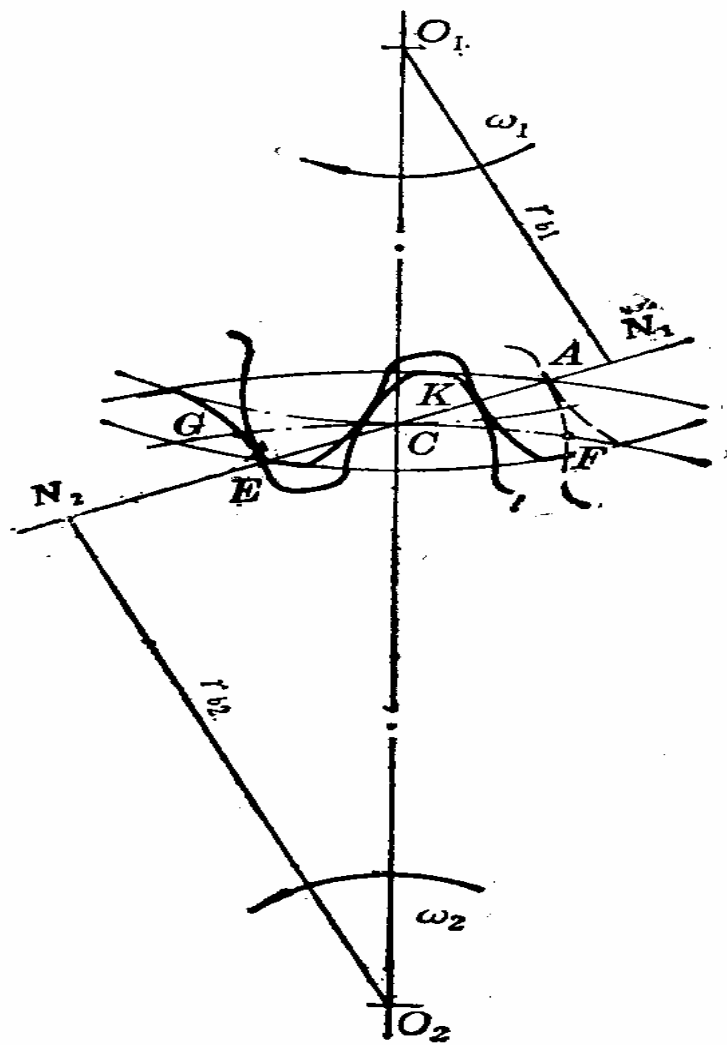
$$c = c^* m = h_f - h_a$$

几点注意

- .. 分度圆和压力角是齿轮本身固有的
- .. 节圆和啮合角是两齿轮啮合是才有的
- .. 标准齿轮只有在节圆和分度圆重合时才有啮合角等于压力角
- .. 啮合线的方位：与转动方向有关

4 重合度

- .. 开始啮合点 **A**
- .. 啮合结束点 **E**
- .. 实际啮合线 **AE**
- .. 理论啮合线 **N₁N₂**



为什么要求重合度

- .. 满足正确啮合条件的一对齿轮有可能在啮合线上的**两点同时啮合**，但如果实际啮合线**AE**距离**小于**两啮合点间**EK**的长度，则两点不会同时啮合，连续传动也不能实现
- .. 满足正确啮合的条件是连续传动的**必要条件**，而不是充分条件，为保证连续传动，还必须研究齿轮传动的重合度，即**要求相邻两齿在啮合的时候有一定的重合**

重合度

- 定义：实际啮合线段与两啮合点间距离之比。
既是，啮合弧与齿距之比

$$e = \frac{AE}{EK} = \frac{\text{实际啮合线段}}{\text{啮合点间距}} = \frac{\overset{\frown}{FG}}{p} > 1$$

- 一对齿从开始啮合到终止啮合，分度圆上任意一点所经过的弧线距离称为啮合弧。

实现连续传动的条件

连续传动的条件重合度大于1

标准齿轮的重合度大于1,不必验算。

- .. 连续传动的条件：啮合弧的长度大于等于齿距
- .. 考虑制造误差：啮合弧的长度应大于齿距

4-6 渐开线齿轮的切齿原理

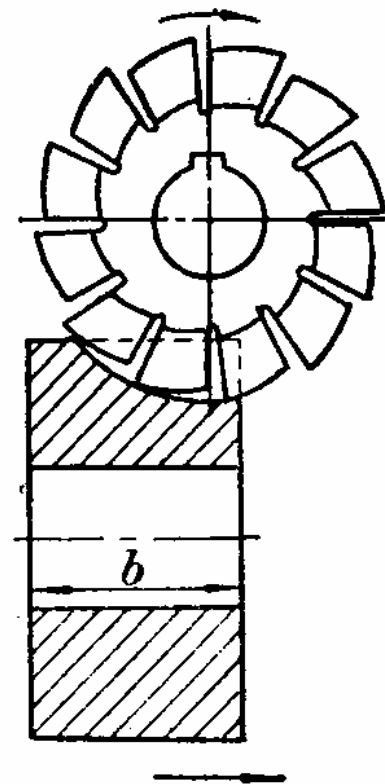
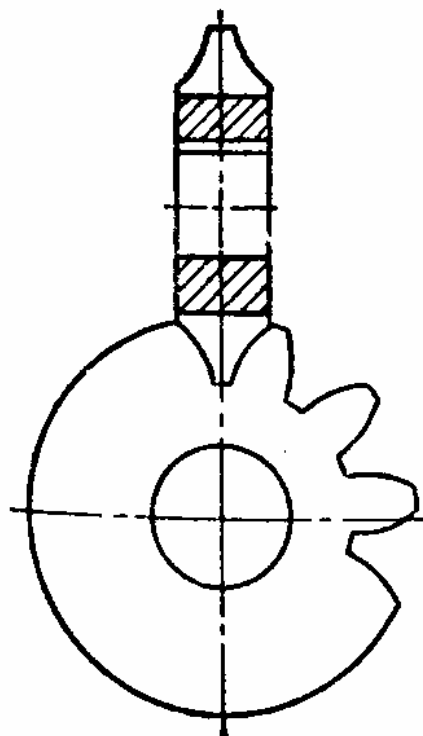
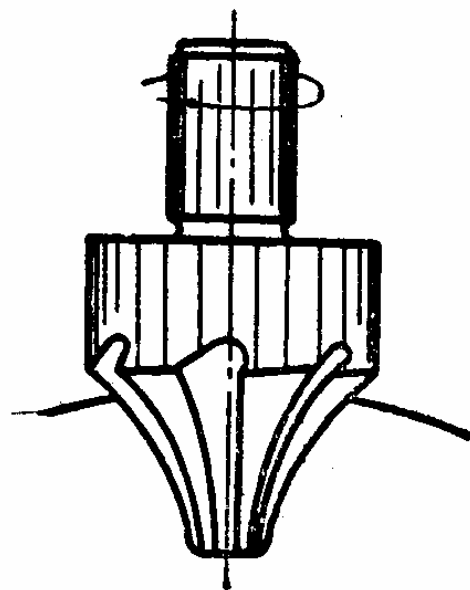
- .. 齿轮加工有许多方法，如铸造法、挤压成形法、粉末冶金法、切削加工法。其中用的较多的是切削加工法。
- .. 按原理可分为
 - ✧ 仿形法
 - ✧ 范成法

1 成形法

.. 用渐开线齿形的成形铣刀直接切出齿形

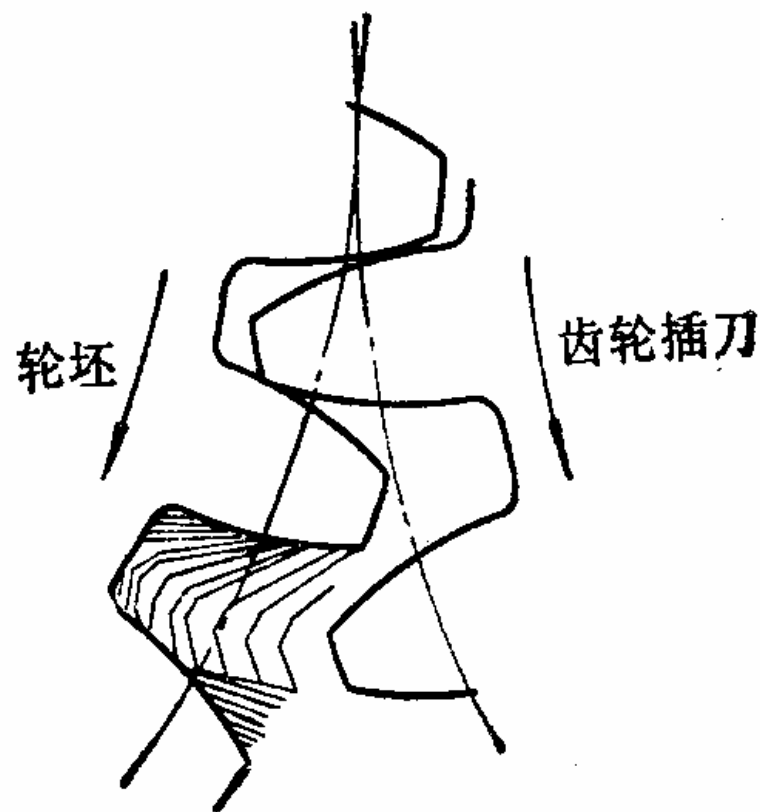
● 盘状铣刀

● 指状铣刀



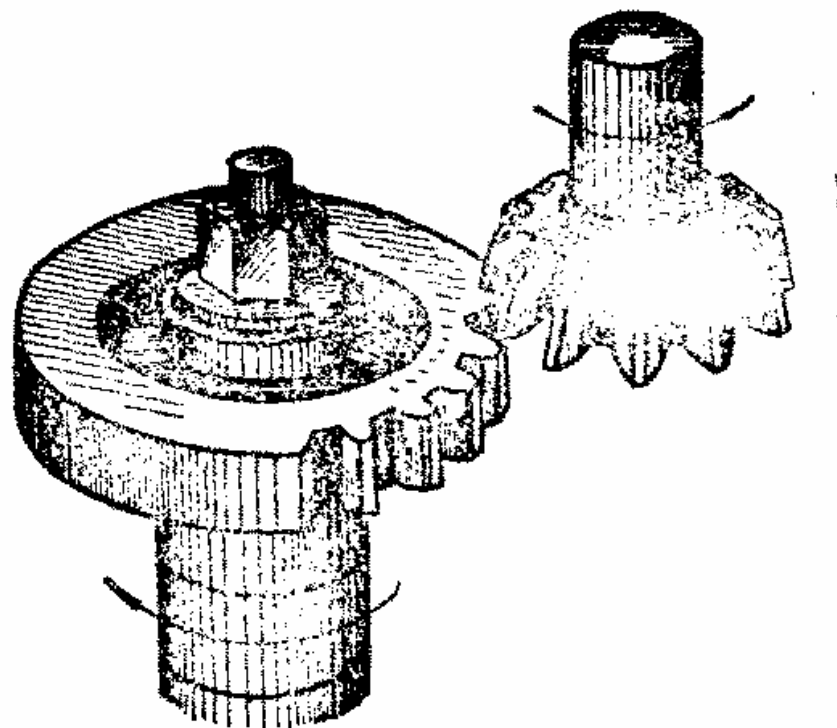
2 范成法

- 原理：一对齿轮互相啮合时，其共轭齿廓互为包络线
- 如果将一个齿轮的轮齿上做出刀刃，在与另一齿轮啮合的同时也作切削运动，则可将另一齿轮切制出来



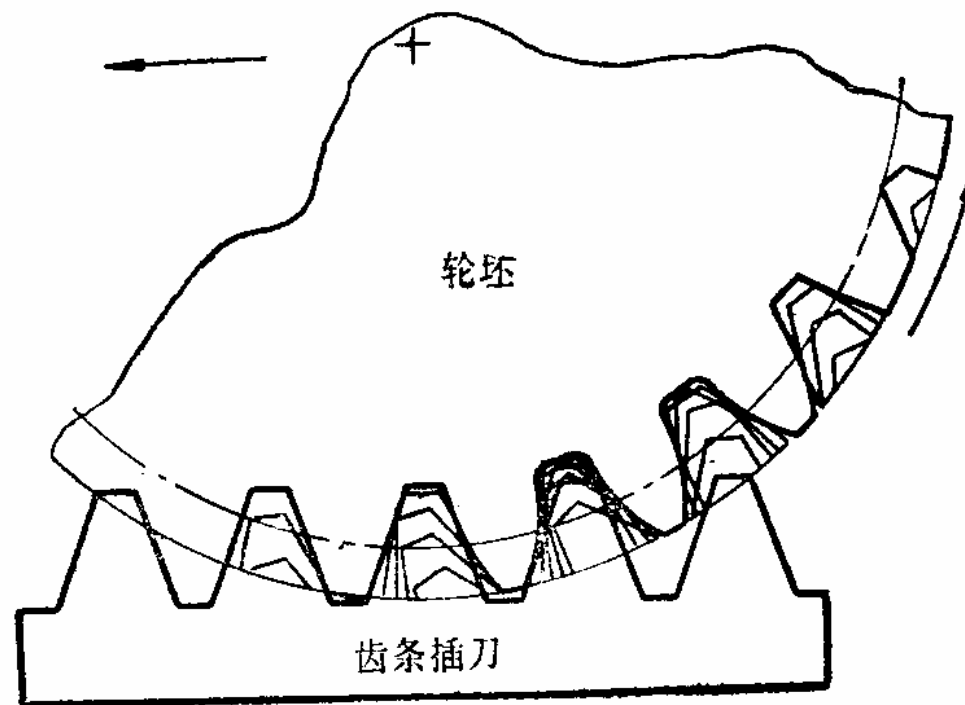
齿轮插刀

- .. 刀具齿形
- .. 相对位置
- .. 运动
- .. 被加工齿轮的齿廓为渐开线，用同一把刀具切出的齿轮齿廓共轭



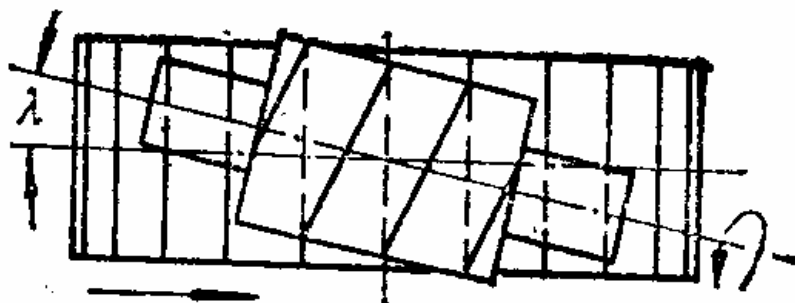
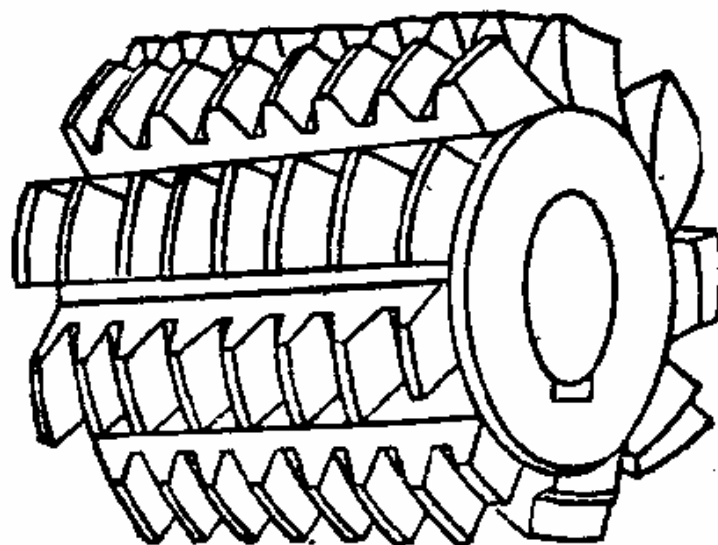
齿条插刀

- .. 相对位置
- .. 运动
- .. 被加工齿轮的齿廓为渐开线，用同一把刀具切出的齿轮齿廓共轭



齿轮滚刀

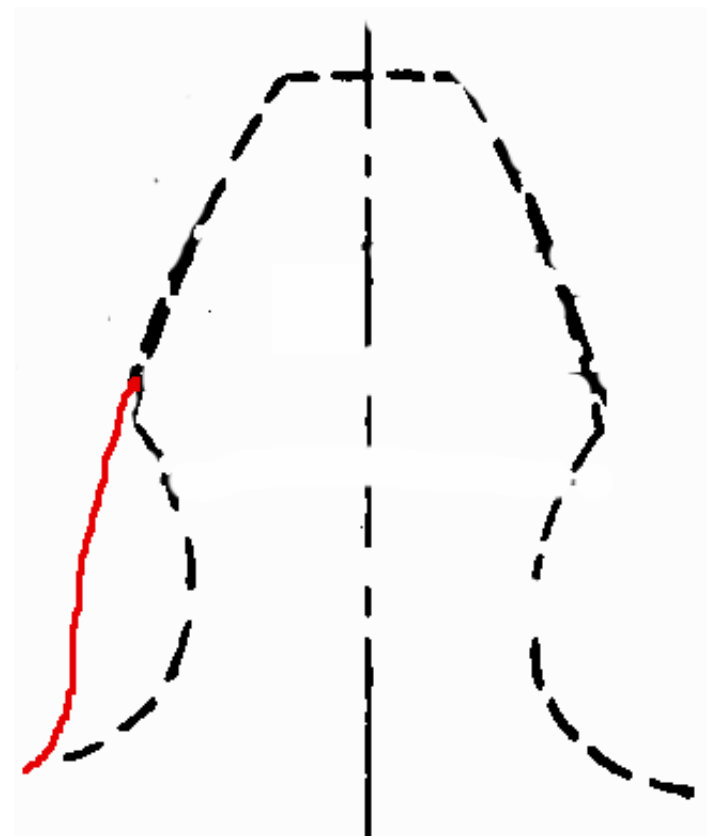
- .. 在轴截面内就是齿条插刀
- .. 转动起来就相当于齿条移动
- .. 连续切削



4-7 根切现象、最小齿数及变位齿轮

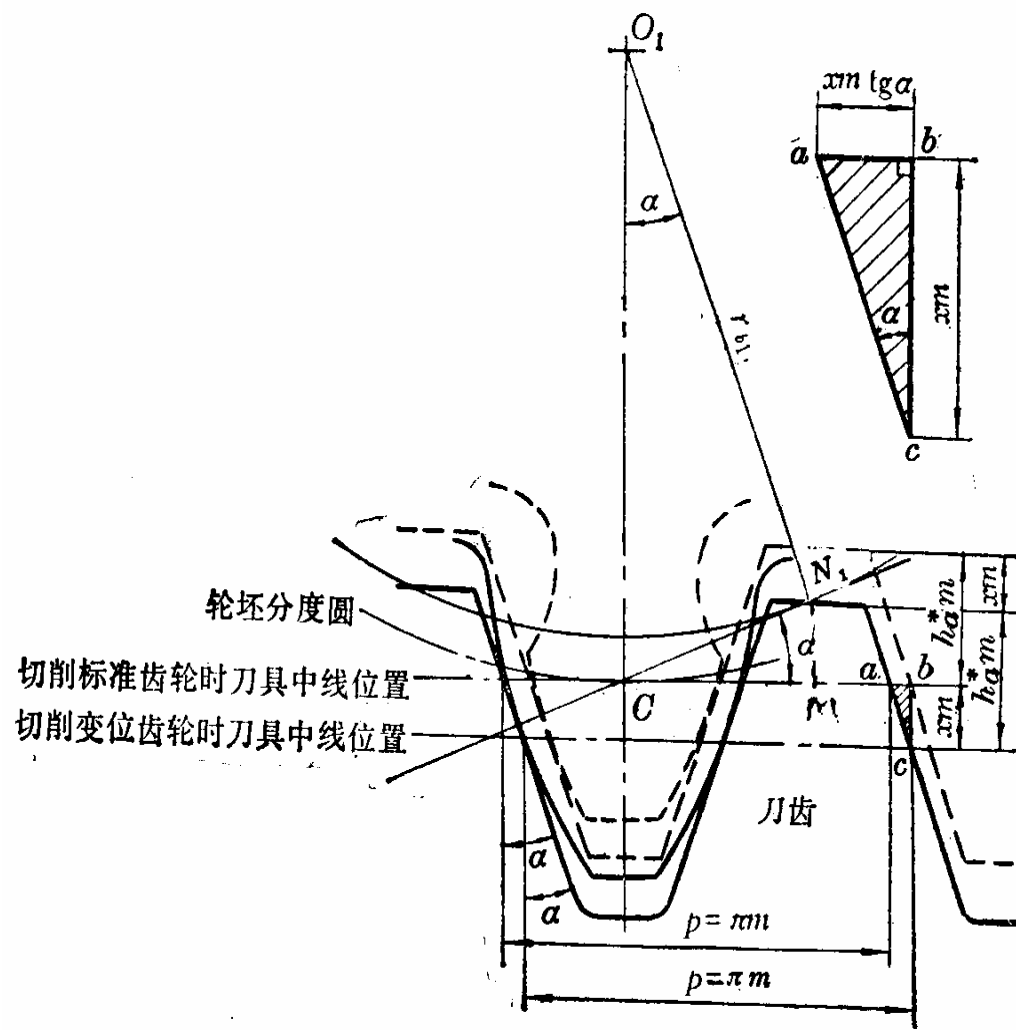
什么是根切

- ❑ 齿轮机构在模数、传动比一定时，小齿轮的齿数越小，结构越紧凑
- ❑ 标准齿轮当齿数减小到一定程度，用展成法加工就会发生齿根被切掉的现象



根切的原因

- .. 齿轮齿数太少，
刀具的齿顶超过了极限啮合点
- .. 刀刃切到了渐开线的内部



标准齿轮的最小齿数

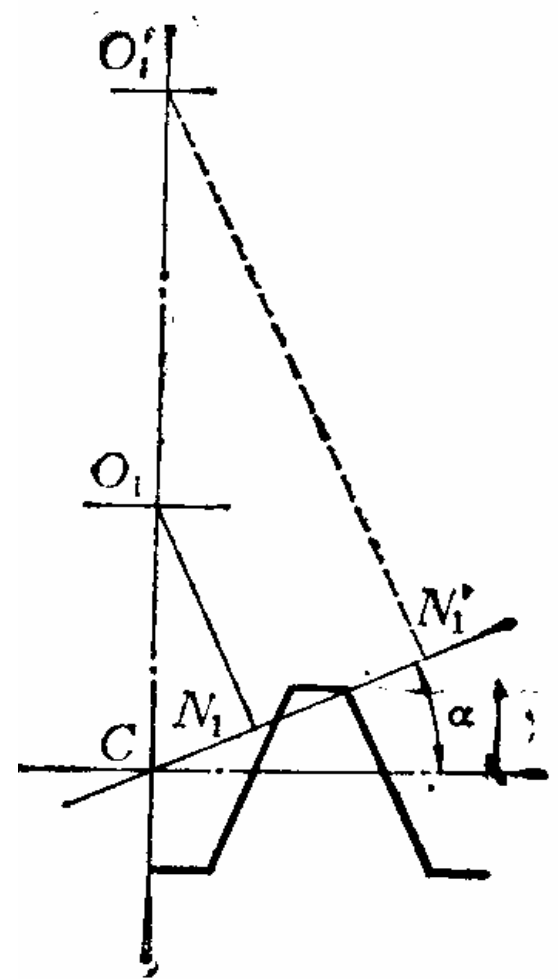
- 不发生根切的最少齿数

z_{\min}

- 标准齿轮的最小齿数

$z_{\min}=17$

- 标准齿轮为了不发生根切，其小齿轮的齿数必须大于最小齿数



变位齿轮及其齿厚的确定

- .. 标准齿轮的缺点
 - ✧ 存在最小齿数的限制
 - ✧ 只能以标准的中心距安装
 - ✧ 一对相啮合的标准齿轮，小齿轮的齿根厚度小于大齿轮的齿根厚度，抗弯能力有差别
- .. 克服的方法是采用变位齿轮

变位齿轮

.. 变位齿轮

- ✧ 刀具相对于轮坯的中心移动一个距离，这时与齿轮的分度圆相切的不再是刀具的中线，而是一条与之平行的另一条直线，并与此线保持相对纯滚动，这样制得的齿轮称为变位齿轮

.. 移距

- ✧ 以切削标准齿轮的位置为基准，刀具的移动距离 xm ，其中 x 为移距系数
- ✧ 根据刀具远离或移近轮坯，移距分为正负

变位齿轮的参数

- 由于刀具变位后其上总有一条分度线与齿轮的分度圆相切，并保持纯滚动，刀具上任一条分度线上的齿距 p 、模数 m 和压力角均相等，故变位齿轮的齿距、模数和压力角仍等于刀具的参数
- 齿轮变位后分度圆不变 $d = \frac{p}{p} z = mz$

基圆半径 $d_b = d \cos a$

变位前后角速比和传动比也保持不变

变位齿轮的齿厚与齿槽宽

- .. 刀具分度线上的齿厚与齿槽宽不等，与分度线作纯滚动的被切齿轮分度圆上的齿厚与齿槽宽也不相等
- .. 分度圆上的齿厚增大了 **$2ab$**

$$s = \frac{pm}{2} + 2xmtg \ a$$

$$e = \frac{pm}{2} - 2xmtg \ a$$

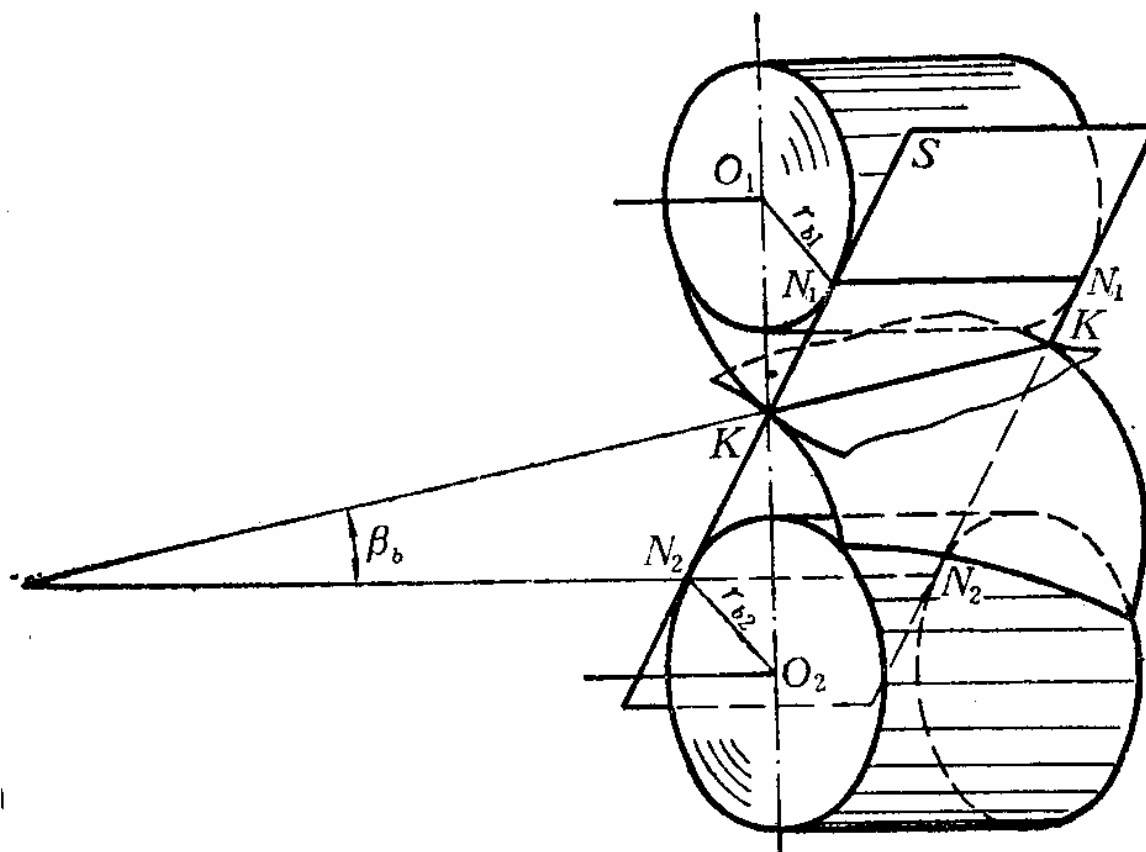
变位齿轮

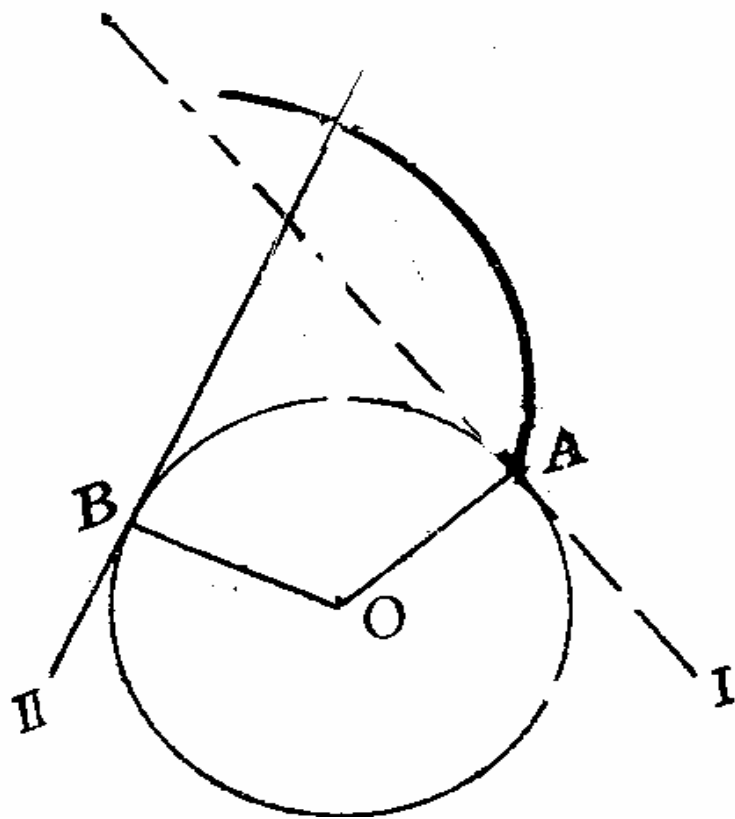
- .. 变位齿轮可以增加齿厚，增加轮齿的强度
(正变位)
- .. 小于最小齿数时可以避免根切
- .. 可以获得非标准的中心距

4-8 平行轴斜齿轮机构

- .. **1** 斜齿轮啮合的共轭齿廓曲面
- .. **2** 斜齿轮各部分名称和几何尺寸计算
- .. **3** 斜齿轮传动的重合度
- .. **4** 斜齿轮的当量齿数
- .. **5** 斜齿轮的优缺点

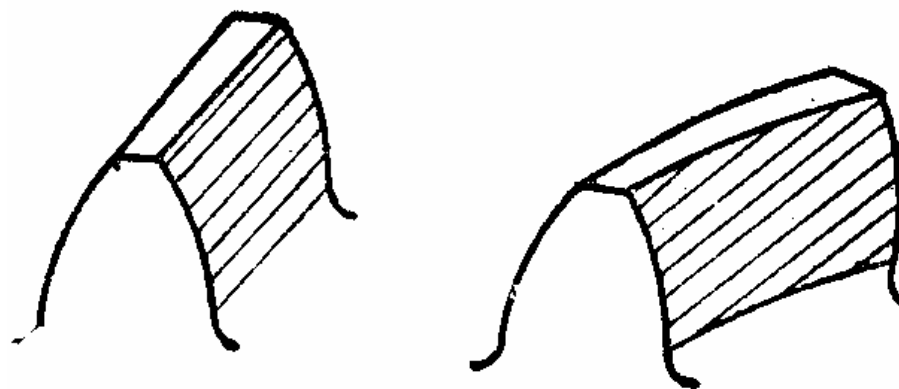
1 斜齿啮合轮的共轭齿廓曲面





共轭齿廓曲面

- .. 共轭齿廓曲面是一渐开线曲面
- .. 基圆柱，基圆柱上的螺旋角
- .. 发生面
- .. 端面为渐开线
- .. 接触线

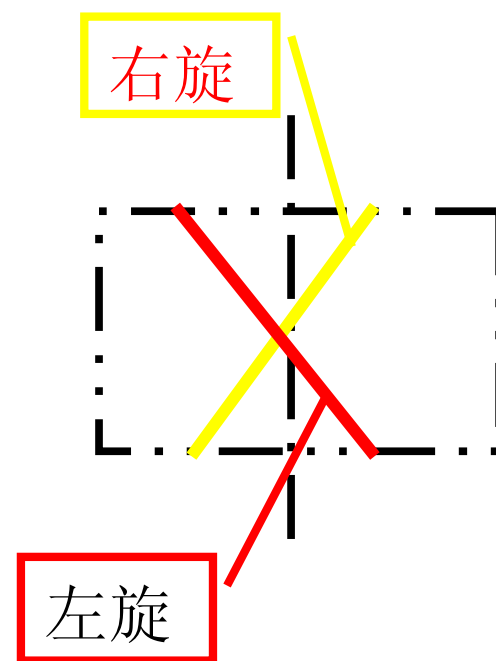


斜齿轮传动的啮合

- .. 相当于一对节圆柱作相对纯滚动
- .. 从端面看相当于直齿轮传动，故满足定速比要求

正确啮合条件

- .. 两齿轮的模数和压力角分别相等
- .. 两齿轮分度圆上的螺旋角大小相当，方向相反，即一个为左旋，一个为右旋
- .. 斜齿轮的螺旋有左右之分



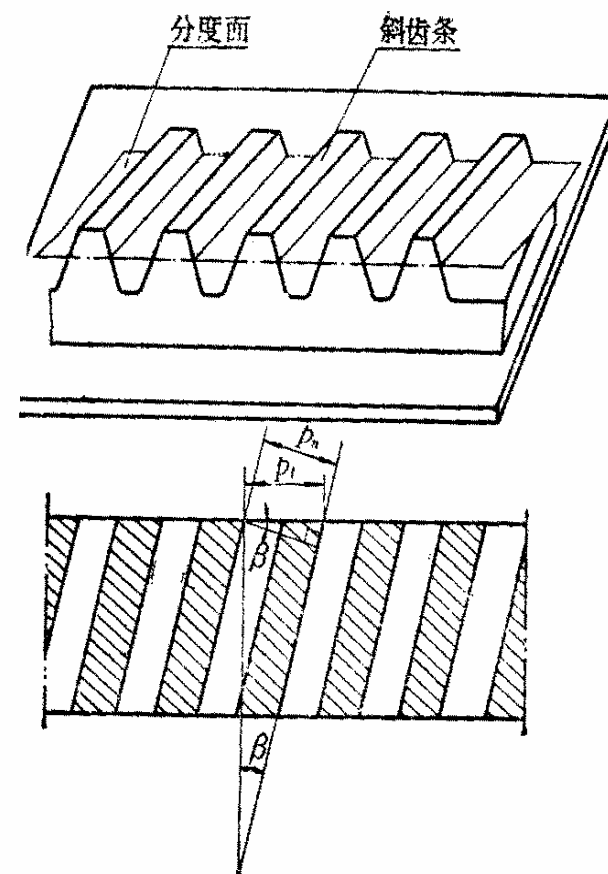
2 斜齿轮各部分名称和几何尺寸计算

斜齿轮的参数有法向和端面之分

端面齿距与法向齿距

$$p_n = p_t \cos b$$

由于 $p = pm$, 端面模数与法向模数
间的关系为 $m_n = m_t \cos b$

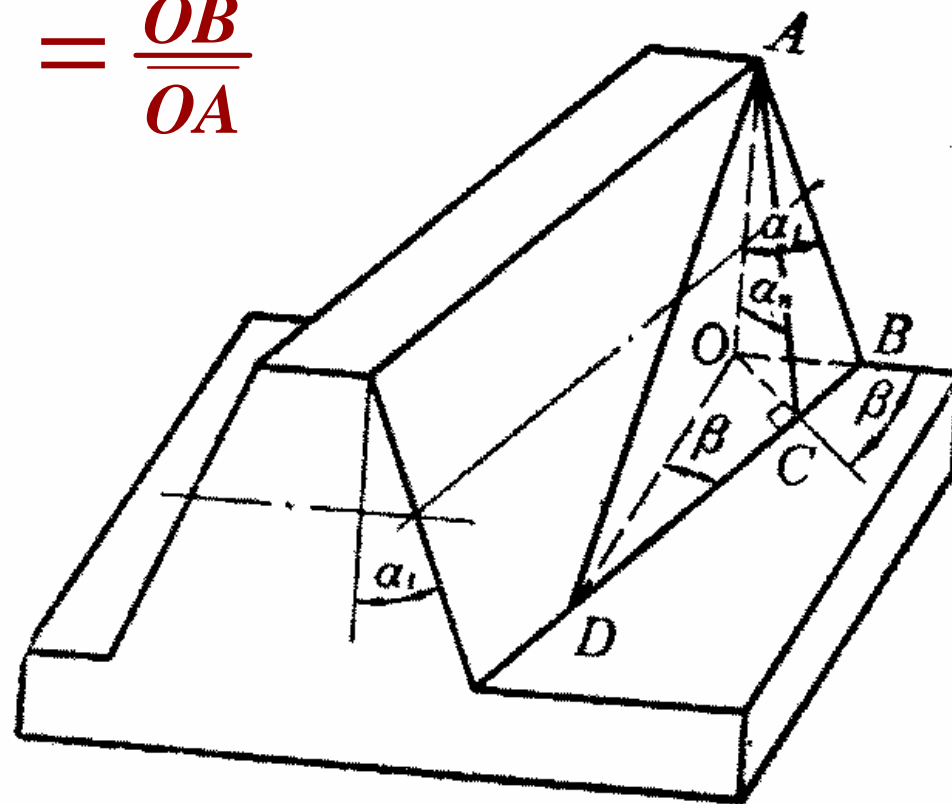


端面 and 法向压力角

$$\operatorname{tg} a_n = \frac{\overline{OC}}{\overline{OA}} \quad \operatorname{tg} a_t = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}$$

$$\overline{OC} = \overline{OB} \cos b$$

$$\operatorname{tg} a_n = \operatorname{tg} a_t \cos b$$



斜齿轮的标准参数

- .. 用成型法加工时用到法向齿形
- .. 法向齿厚较薄，强度计算时要研究
- .. 国标规定斜齿轮的法向参数为标准参数，即
 a_n 、 m_n 为标准值， a_t 、 m_t 为非标准值

斜齿轮的几何参数计算

- .. 端面上相当于直齿轮啮合，可以在端面上用直齿轮的计算公式
- .. 注意端面参数与法向参数间的区别

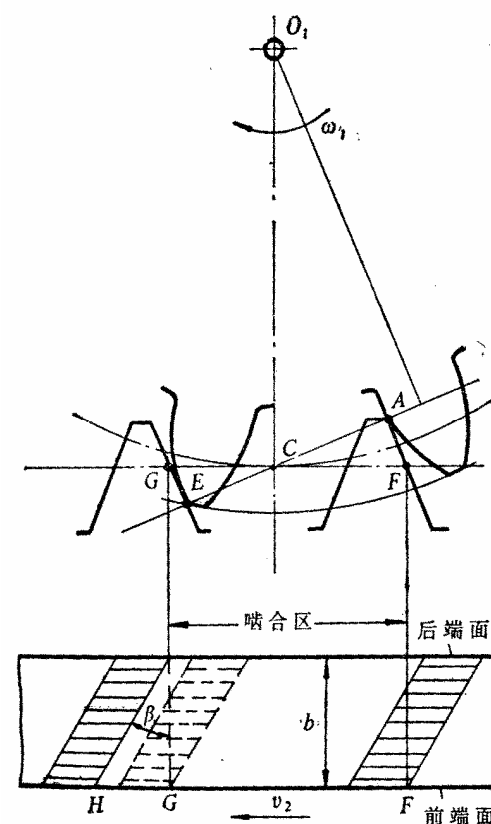
$$d = m_t z = m_n z / \cos b$$

3 斜齿轮传动的重合度

.. 由于螺旋角的存在使斜齿轮传动的重合度增大

$$\begin{aligned} e &= \frac{\text{啮合弧}}{\text{端面齿距}} = \frac{FH}{p_t} \\ &= \frac{FG + GH}{p_t} = e_t + \frac{btg\beta}{p_t} \end{aligned}$$

重合度随齿宽**b**和螺旋角的增大，
可以达到很大值，故斜齿轮传动
运转平稳，且承载能力大



4 斜齿轮的当量齿数

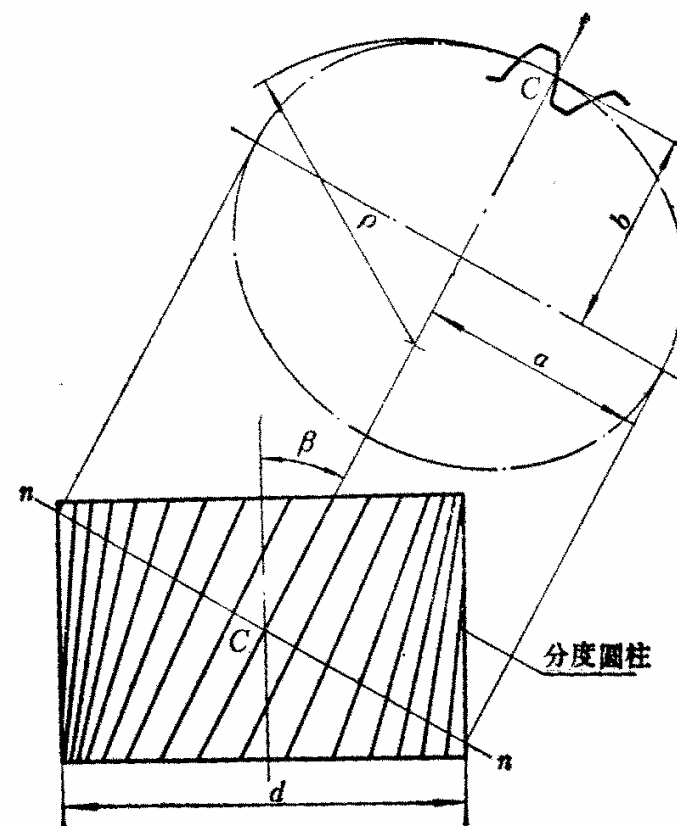
.. 在强度计算和用成型法加工齿轮时必须知道其法向齿形

.. 当量齿轮的作法:

C点—法面，曲率半径 r

$$a = \frac{d}{2 \cos b}, b = \frac{d}{2}$$

$$r = \frac{a^2}{b} = \frac{d^2}{2 \cos^2 b}$$



当量齿轮

- 以 r 为半径，斜齿轮的法向模数为模数，并取标准压力角作一个直齿轮，其齿形可以近似于斜齿轮的法向齿形，该直齿轮就称为斜齿轮的当量齿轮

当量齿数

$$z_v = \frac{2r}{m_n} = \frac{d}{m_n \cos^2 b} = \frac{m_n z}{m_n \cos^3 b} = \frac{z}{\cos^3 b}$$

正常齿制的斜齿轮不发生根切的最小齿数可以由其当量直齿轮的最小齿数(17)来计算

$$z_{\min} = z_{v \min} \cos^3 b$$

斜齿轮的特点

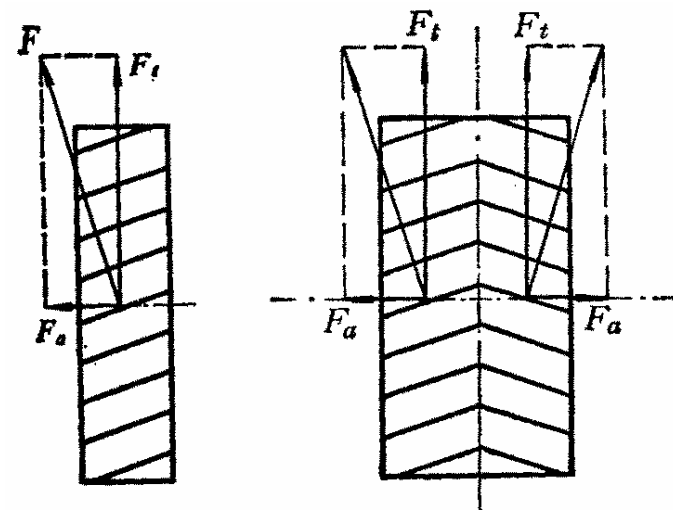
- 齿廓接触线是斜线，一对齿是逐渐进入啮合和逐渐脱离啮合的，故运转平稳，噪声小。
- 重合度较大，并随齿宽和螺旋角的增大而增大，故承载能力较高，运转平稳，适于高速传动。
- 最少齿数小于直齿轮的**17**。
- 存在附加轴向力。

5 斜齿轮传动的优缺点

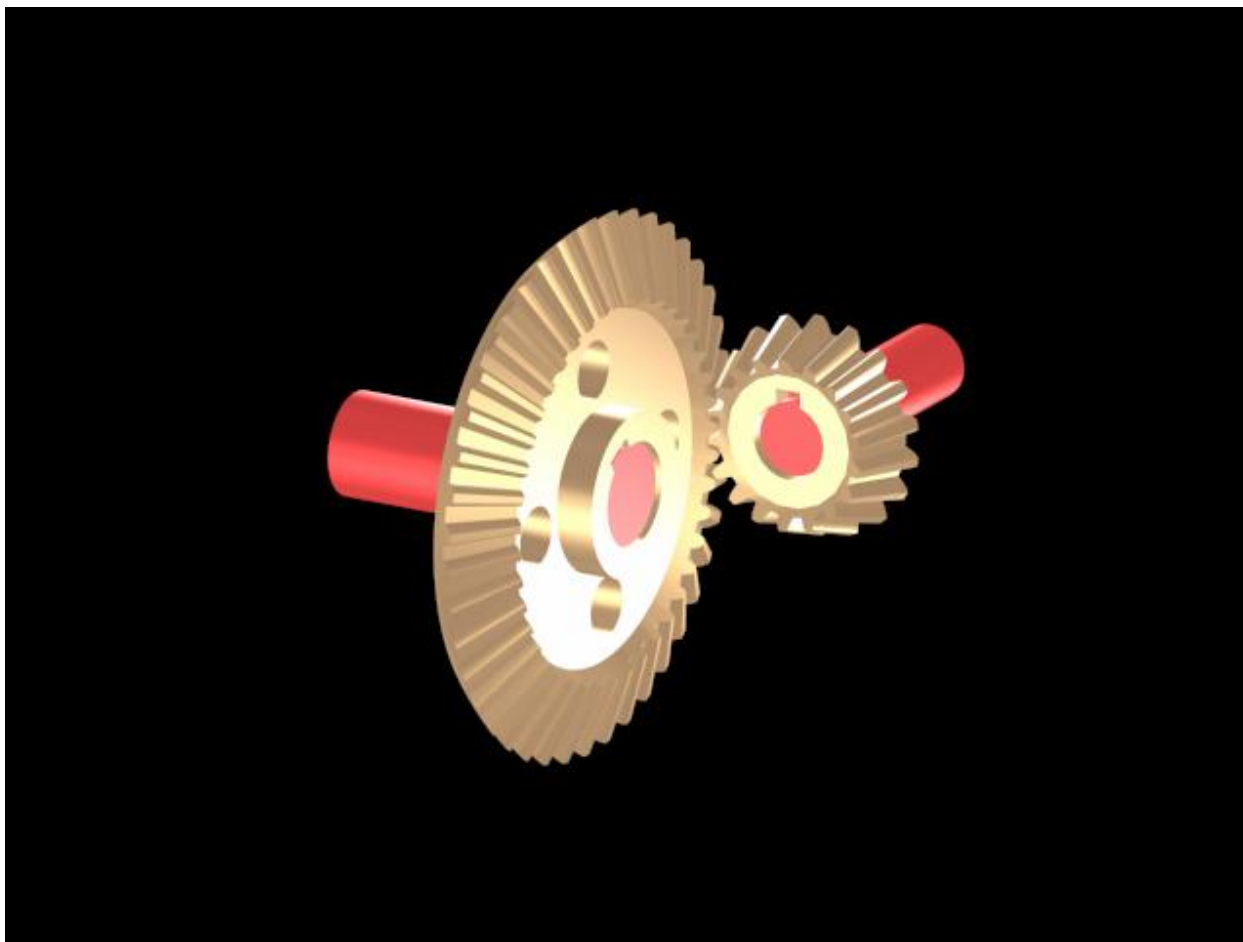
- .. 由于螺旋角的存在，斜线接触，平稳，噪声小
- .. 重合度大，承载能力强，适于高速传动
- .. 不发生根切的最小齿数小

斜齿轮传动的缺点

- .. 会有轴向力
- .. 为了克服轴向力的影响，可采用人字齿轮，但是制造困难，成本高
- .. 螺旋角对斜齿轮的影响很大，不能太小，也不能太大，一般在 8° ~ 20° 之间

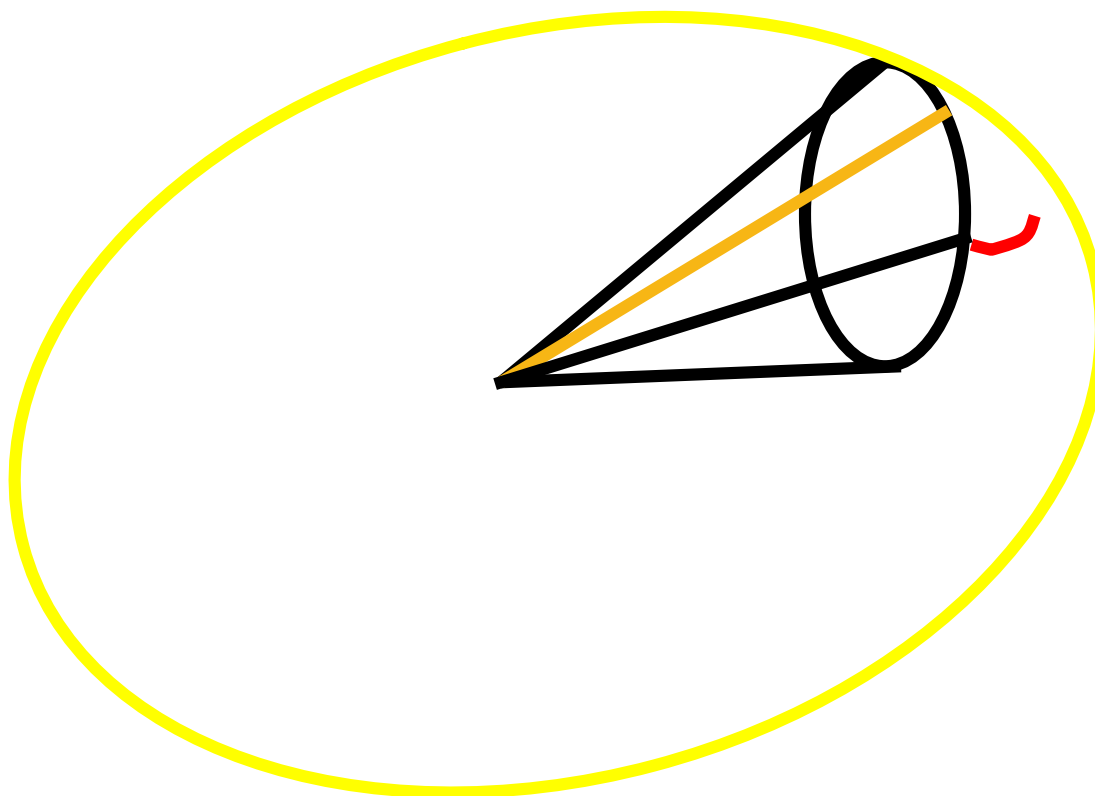


4—9 圆锥齿轮机构



1 概述

- 齿廓的形成---球面上的渐开线



圆锥齿轮的啮合

啮合时节圆锥间作相对纯动

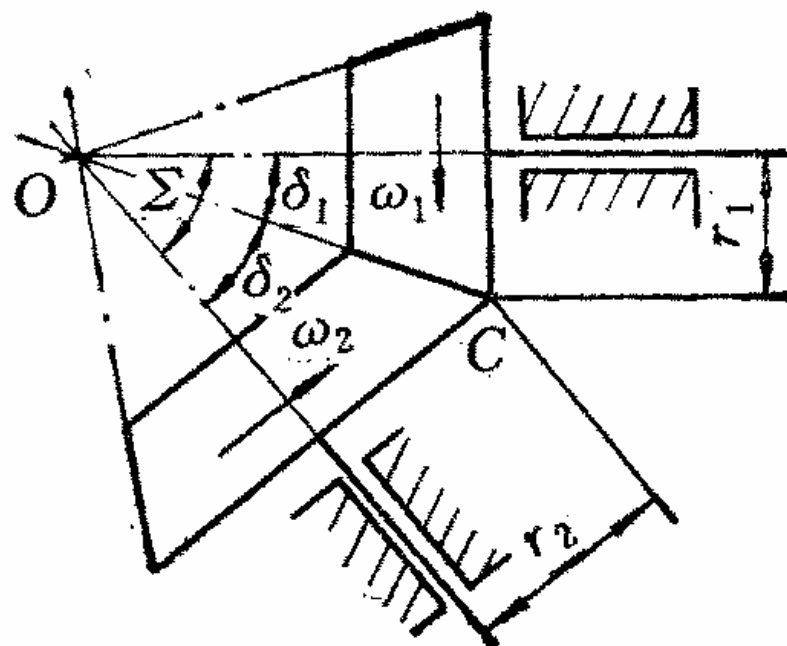
分度圆锥

齿顶圆锥

齿根圆锥

基圆锥

锥角 d_1 d_2



传动比

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{W_1}{W_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{\sin d_2}{\sin d_1}$$

当 $\Sigma = d_1 + d_2 = 90^\circ$ 时

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{W_1}{W_2} = \frac{r_2}{r_1} = \operatorname{ctg} d_1 = \operatorname{tg} d_2$$

2 背锥和当量齿数

- .. 理论轮廓曲线：球面渐开线；是空间曲线，它不能展成平面，给设计制造带来困难
- .. 用当量齿轮来近似研究

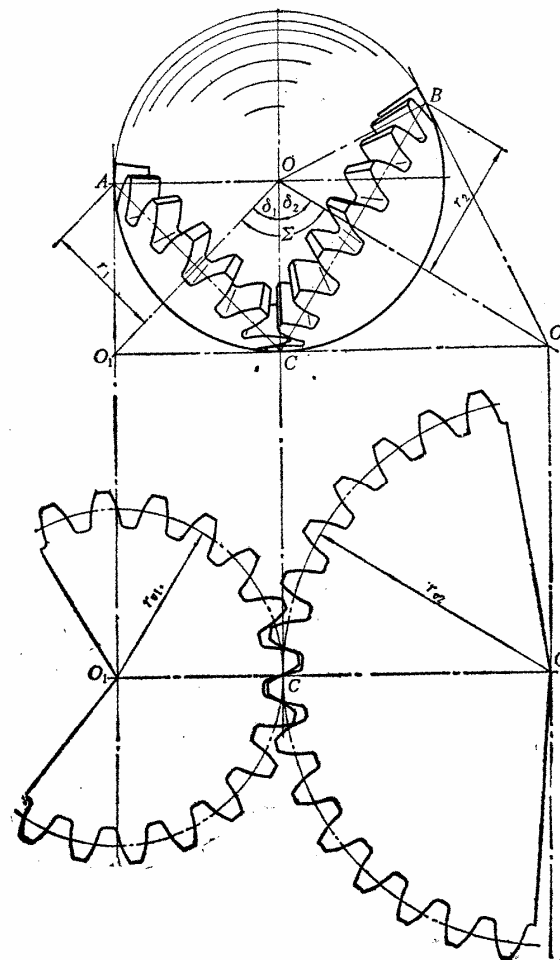
当量齿轮

.. 锥距 R — OC

- ✧ 大端分度圆上一点到锥顶的距离

.. 背锥

- ✧ 与分度圆锥正交的圆锥
- ✧ 与球面相切于大端分度圆
- ✧ 背锥上的齿形与大端球面上的齿形相近



当量齿轮

- .. 将背锥展开成为扇形
- .. 以此扇形半径为半径，取锥齿轮大端模数为模数，并取标准压力角，按圆柱齿轮的作图方法将轮齿齿廓画出，该齿廓即为圆锥齿轮大端的近似齿廓。此圆柱齿轮就是圆锥齿轮的当量齿轮
- .. 扇形齿轮的齿数为圆锥齿轮的实际齿数

当量齿数

- 当量齿轮的齿数：由圆柱齿轮半径与齿数的关系可得

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos d_1}$$

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos d_2}$$

最小齿数

$$z_{\min} = z_{v\min} \cos d$$

正确啮合条件



- .. 大端模数和压力角分别相等
- .. 锥距相等

3 几何尺寸计算

- 标准参数规定在大端
- 几何尺寸计算以大端为准
- 齿宽 **b** 不宜太大

