北京航空航天大学
BEIHANG UNIVERSITY

2011 —2012 学年第 2 学期

考试统一用答题册

考试课程 线性代数 (B)

班 级 ________ 学 号 ________

姓 名 ________ 成 绩 ________

题号	一	二	三	四	五	六	总分
成绩							
阅卷人签字							
校对人签字							

2012 年 06 月 21 日

B

《 线性代数 》试卷

注意事项：1．六道大题共 10 页

2．考试时间:120 分钟

3．文科系、理科系应做题目的区别

题目：

一、填空题　　(24 分)

二、单项选择题(24 分)

三、计算题　　(13 分)

四、讨论题　　(13 分)

五、综合题　　(26 分)　**（此题理科院系做，文科不做）**

六、综合题　　(26 分)　**（此题文科院系做，理科不做）**

一、填空题（本题共 8×3 分=24 分）

1. 设 n 阶矩阵 A 满足 $A^2+3A-E=O$，则 $(A+3E)^{-1}=$________________.

2. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$，$E$ 为 2 阶单位矩阵，矩阵 B 满足 $BA=B+2E$，

   则 $|B|=$ __________.

3. 设 $\alpha_1=\left(0,\ 0,\ -1,\ 1\right)^T$,$\alpha_2=\left(1,\ 1,\ -1,\ 0\right)^T$,$\alpha_3=\left(-5,\ -5,\ 5,\ 0\right)^T$，则

   $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 的一个最大线性无关组为____________________.

4. 在 R^3 中，向量 $\alpha=(2,\ 0,\ 0)^T$ 在基 $\alpha_1=(1,\ 1\ \ 0)^T$，$\alpha_2=(1,\ 0,\ 1)^T$，

   $\alpha_3=(0,\ 1,\ 1)^T$ 下的坐标为______________.

5. 已知 $\begin{pmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & x\end{pmatrix}$ 与 $\begin{pmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & y & 0\\ 0 & 0 & -1\end{pmatrix}$ 相似，则 $x=$_____， $y=$_____.

6. 设 A 为 n 阶方阵，$|A|\neq 0$, A^* 为 A 的伴随阵，若 A 有特征值 λ，则

   $\left(A^*\right)^2$ 必有特征值___________________.

7. 设 A 为 n 阶方阵，$|A|\neq 0$，将 A 的第 i 行与第 j 行互换得到矩阵 B，则

   $AB^{-1}=$______________.

8. 若二次型 $f\left(x_1,x_2,x_3\right)=2x_1^2+x_2^2+x_3^2+2x_1x_2+tx_2x_3$ 是正定的，则 t 的取值

   范围是________________________.

二、单项选择题（本题共 8×3 分=24 分）

1. 设 A 是 3 阶矩阵，$|A|=1$，则 $\left|(-2A)^2\right|=($　　　　$)$.

A．-64；　　B．64；　　C．-4；　　D．4.

2．设 A，B 是两个 n 阶矩阵，满足$(AB)^2=E$，则（　　）成立.

A．$AB=E$；　　B.$|A|\,|B|=-1$；　C．$AB=BA$；　D．$(BA)^2=E$.

3．若 n 维基本单位向量组 $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\cdots,\varepsilon_n$ 可由 n 维向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 线性表出，则向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 的秩（　　）.

A. 小于 n;　　B. 大于 n;　　C. 等于 n;　　D. 很难说.

4．若方程组 $AX=0$ 只有零解，则 $AX=\beta\,(\neq 0)$（　　）.

A．必有无穷多组解；　　B．必有唯一解；

C．必定没有解；　　D．A、B、C 都不对.

5．向量空间 $V=\{(x_1,x_2,\cdots,\ x_n)\ |x_1+x_2+\cdots+x_n=0\}$ 的维数是（　　）.

A.　n;　　B.　1;　　C.　$n-1$;　　D.　4.

6．设 $A=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}5&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$, 则 A 与 B（　　）.

A. 合同且相似;　　B. 合同但不相似;

C. 不合同但相似;　　D. 不合同且不相似.

7．设 A, B 为满足 $AB=0$ 的任意两个非零矩阵,则必有（　　）.

A.　A 的列向量线性相关，B 的行向量线性相关;

B.　A 的列向量线性相关，B 的列向量线性相关;

C.　A 的行向量线性相关，B 的行向量线性相关;

D.　A 的行向量线性相关，B 的列向量线性相关.

8．二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_2^{\ 2}+x_3^{\ 2}-2x_1x_2$ 的正惯性指数、负惯性指数与符号差分别为（　　）.

A. 0,3,3；　　B.3,3,0；　　C. 3,0,3；　　D. 0,0,2 .

三、（本题共 13 分）

1. （本题 4 分）

已知 3 阶行列式 $|\alpha, \beta, \gamma|=3$，求$|3\alpha-\beta+2\gamma,\ \ -\alpha+\beta+\gamma,\ \ 2\alpha+5\beta-7\gamma|$.

2. （本题 9 分）

设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$，矩阵 X 满足 $X = AX + B$，求 X .

四、（本题 13 分）设方程组$\begin{cases} ax_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + bx_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2bx_2 + x_3 = 4 \end{cases}$

问当a, b 取何值时，

（1）方程组有唯一解；

（2）方程组无解；

（3）方程组有无穷多解，求其通解（用解向量形式表示）.

五、（本题共 26 分　此题理科院系做，文科不做）

1. （本题满分 14 分 ）已知二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+tx_2^2+2x_3^2+2x_1x_2$ 的秩为 2，

(1) 求 t，并写出此二次型对应的矩阵 A;

(2) 求正交变换 $x=Qy$, 把二次型 $f(x_1, x_2, x_3)$化为标准型.

2. **证明题（本题共 6×2 分=12 分 ）**

(1) 设 A 为 $2n+1$ 阶正交矩阵，且 $|A|=1$，试证：A 必有特征值 1.

(2) 设 A 为 n 阶方阵，A^* 为 A 的伴随矩阵，数 $a\neq 0$，当 $R(A)=n-1$ 时，

证明：$R(aA^*)=1$.

六、（本题共 26 分　此题文科院系做，理科不做）

1. （本题满分 12 分 ）求齐次线性方程组$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0; \end{cases}$

的一个基础解系，并写出通解.

2. (**本题满分 14 分**)试用配方法将二次型 $f(x,y,z)=x^2+2y^2+5z^2+2xy+2xz+6yz$ 化为标准形，并写出所用可逆线性变换.