



1. 已知:

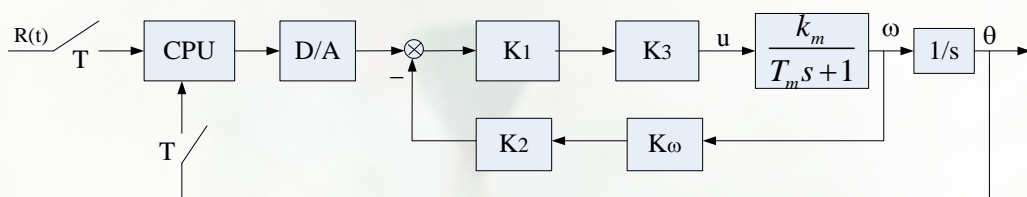


图 1 系统结构图

其中，电机传递函数为角速率 ω / u 和转角 θ/u ；模拟控制器由 $K1$ 、 $K2$ 、 $K3$ 组成，数字控制器由采样、CPU（控制律）和 D / A 组成。

给定参数如下：

- 电机传函 $G(s) = \frac{\theta(s)}{u(s)} = \frac{k_m}{s(T_m s + 1)}$, $k_m = 2 \text{ rad/s}$, $T_m = 0.1 \text{ s}$
- 电机启动电压 $u_A = 1.7 \text{ v}$
- 测速机传递系数 $k_\omega = 1 \text{ v/rad/s}$
- 电位计最大转角为 345° ，输出 $\pm 5 \text{ v}$
- 功放 $K_A = 2 = K3$
- 采样周期 $T = 0.010 \text{ s}$

2. 设计要求:

- 1) D/A 输出 120 mv ，电机启动： $u_A = 1.7 \text{ v}$
- 2) D/A 输出 5 v ，电机转速 $\omega = 26 \text{ rad/s}$
- 3) 设计状态反馈增益 K ，使系统闭环极点 $\zeta \geq 0.9$ ， $\omega_n \geq 20 \text{ rad/s}$
- 4) 设 θ 可测，设计降维观测器(求 L)，取观测器衰减速率是系统闭环衰减速率的 4 倍。
- 5) 求调节器的离散控制律 $D(z) = U(z)/Y(z)$ 。
- 6) 将 $D(z)$ 进行实现，配置适当的比例因子，编制相应的程序流程图。



7) 仿真验证调节器的控制效果。假设系统受到扰动，初试状态为：初速 $\omega_0 = 0$ ，初始角度 $\theta_0 = 10$ 。看看是否经过一定时间后，系统状态回到平衡的零态。

8) (选作) 引进指令信号，设计相应的指令跟踪控制器，仿真给出闭环系统的阶跃响应曲线。

解：求解过程中，针对同一个物理量，可能有不同的计量单位，不要搞混。

(1) 模拟部分设计

1) D/A 输出 120mv，电机起动： $\Delta u_A = 1.7 \text{ V}$

$$0.12 * K_1 * K_3 \geq 1.7, \quad K_3 = 2$$

K1 就可以取一个满足不等式的值。

每个人的取值不同，算出来的结果也会不同，不过大致数量级差不多。

2) D/A 输出 5v，电机转速 $\omega = 26 \text{ rad/s}$

分析：如果没有速度反馈，则当 D/A 输出 5v 时，电机转速大致为

$$\omega = 5 * 7.5 * 2 * 2 = 150 > 26 \quad \text{rad / s}$$

因此需要速度反馈。

速度闭环回路实际上也是一个一阶环节，所以可以去掉动态过程，只考虑稳态最大输出值，就可以把 **K2** 计算出来。

故可以得到扩展被控对象的传递函数为：

(输入电压 **V**，输出角度***rad**)

$$G(s) = \frac{b}{s(s+a)}$$

大家注意，该系统是一个二阶系统，理论上只要取 2 个状态，可以写出很多种对应的离散状态方程。但是大家不要只考虑理论上可行方式，



还需要考虑状态的物理意义。

从所给系统结构图上可以看出，可以直接测量得到的是电机的转角。

是不是可以将其取为其中的一个状态？

最简单明了，取状态为 $x = [\theta \ \omega]^T$ ，则为此可以得到连续状态方程为：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} u(t), \quad y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix}$$

采样周期 $T = 0.01s$ ，

利用 $[F, G] = c2d(A, B, T)$ ，可以验算你得到的 F 、 G 是否正确。

即对应离散状态方程为：

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + Gu(k)$$

3) 设计状态反馈增益，使系统闭环极点 $\zeta \geq 0.9$ ， $\omega_n \geq 20 \text{ rad/s}$

利用极点配置法求全状态反馈增益，注意，上面的一个也是不等式，所以，可以取的闭环期望极点可以不一样。

期望极点：

s 平面	$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$
z 平面	$z_{1,2} = e^{s_{1,2}T}$

用 Matlab 程序检验：

kexi; % 系统期望闭环极点的阻尼比

Wn; % 系统期望闭环极点的自然频率

dens=[1,2*kexi*Wn,Wn^2];

pc0=roots(dens) % 系统期望闭环极点

pc=pc0'; % s 平面期望闭环极点

pz=exp(pc*T) % z 平面期望闭环极点

K=acker(F,G,pz) % 状态反馈控制律增益



$\text{eig}(F-G*K);$

% 验证得到

反馈增益阵 K 要计算出来

5) 设 θ 可测, 设计降维观测器, 观测器衰减速率是系统闭环衰减速率的 4 倍。

再次重申: 降维观测器中采用的 F 阵【是原系统的 F 阵, 绝不可采用状态反馈后得到的闭环系统的 $F_1 = (F - GK)$ 】划分得到的几个小阵, 因为降维观测器器公式的推导过程是采用原来的 F 阵得到的。

降维观测器方程为:

$$\hat{x}_2(k+1) = (F_{22} - LF_{12})\hat{x}_2(k) + (G_2 - LG_1)u(k) + (F_{21} - LF_{11})y(k) + Ly(k+1)$$

$$\hat{x}_2(k+1) = D_1\hat{x}_2(k) + D_2y(k) + D_3u(k) + Ly(k+1)$$

依题意, 先求出降维观测器期望极点 z_e

降维观测器特征方程为

$$\alpha(z) = \det(zI - F_2 + L_1F_1) =$$

由此得 L

然后就可以写出状态 x_2 的估计状态方程

$$\hat{x}_2(k+1) = D_1\hat{x}_2(k) + D_2y(k) + D_3u(k) + Ly(k+1)$$

类似作业, 可以推导出

$$D(z) = \frac{U(z)}{Y(z)} = \frac{b_0z + b_1}{z - a} = k \frac{z + b}{z - a}$$

6) 将 $D(z)$ 进行零极实现, 选比例因子

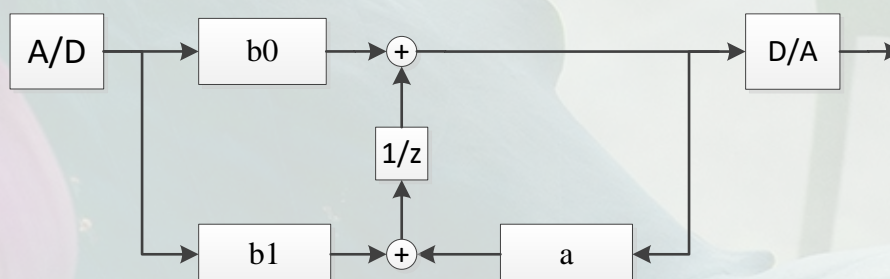


图2

计算出 $D(1)$ 、 $D(-1)$, 进行比例因子配置



假设，系数不需要配，且稳态增益 $D(1)=1.8$ ，高频增益 $D(-1)=0.8$

要配置比例因子 $1/2$ ，得到下图

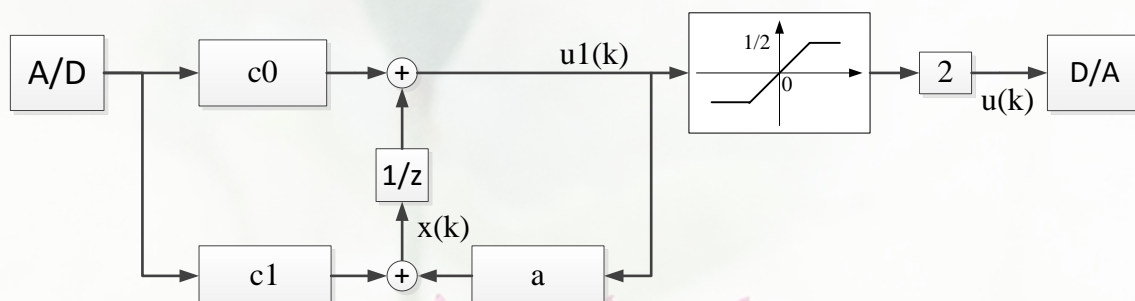


图 3

7) 编程序框图，写出控制律的差分方程

(1) 写出控制律的差分方程

算法 I、算法 II

(2) 绘制程序流程框图 4

图 4

8) 仿真

(0) 先计算传感器的传递系数。

注意有：电位计最大转角为 345° ，输出 $\pm 5v$

电位计传感器的传递系数 $K_4=10/345$ (V/du)= $10*57.3/345$ (V/rad)

针对 $a_0=10$ 度的初始扰动, 10 度对应的 rad 为: $a_{01}=(10/57.3)=0.1745$ (rad)

也就是状态方程中，初始值应该设为: $[0.1745 \quad 0]$

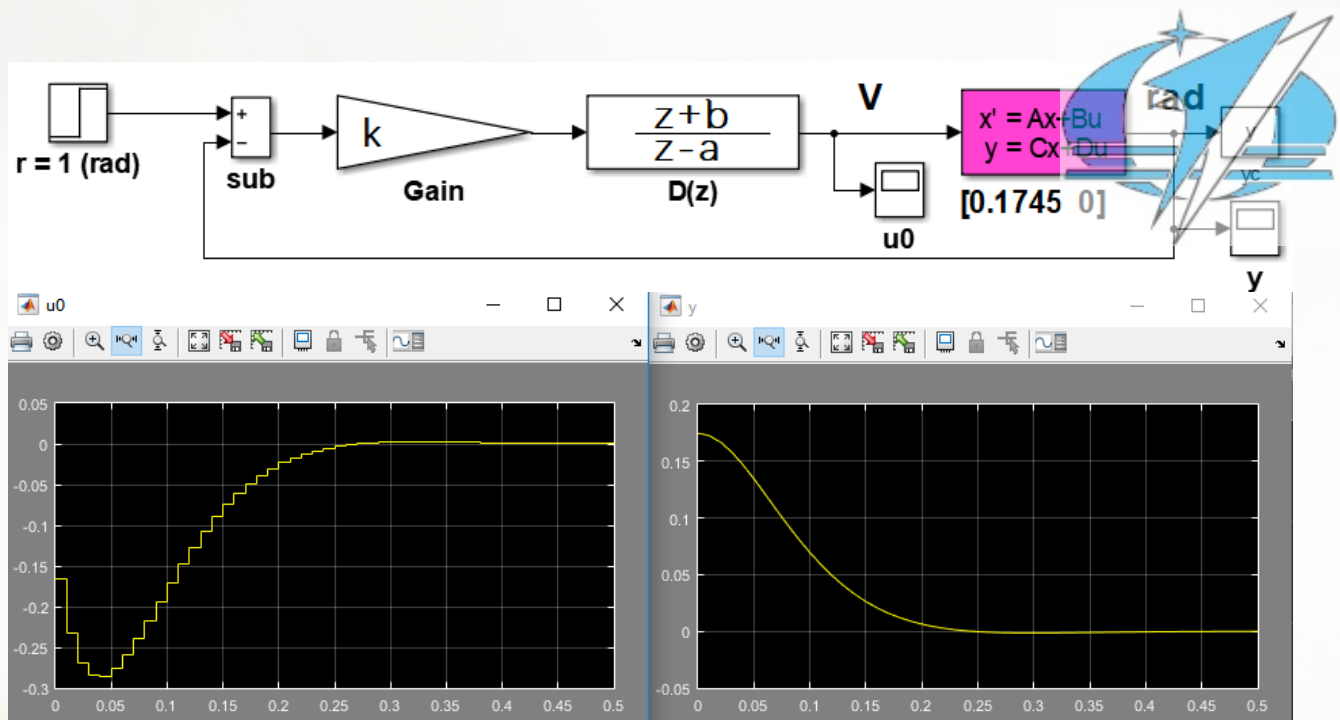
(1) 没有考虑比例因子配置和传感器的理想情况。

我这是采用第一种方式引进的指令信号。

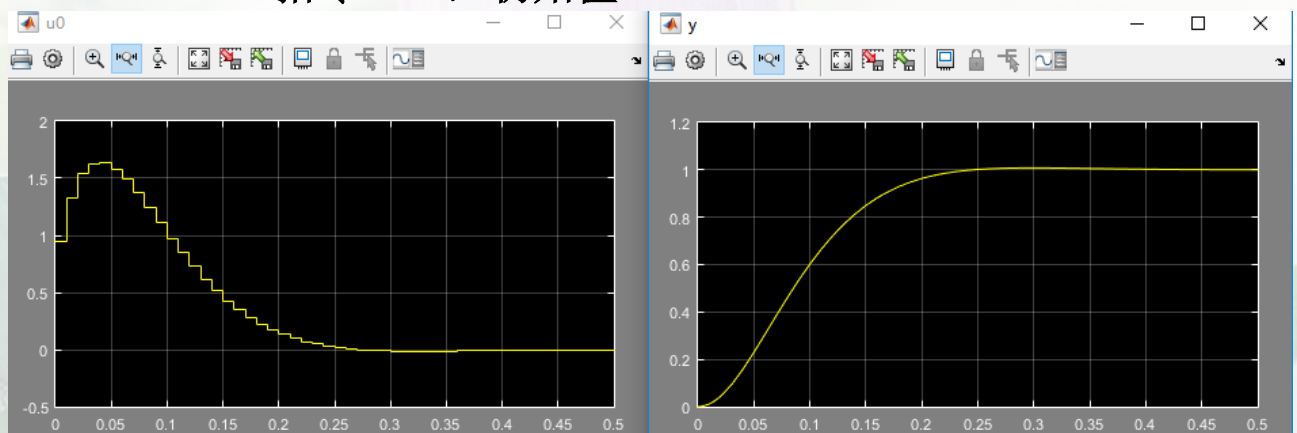
【将欲跟踪的状态指令折合成相应的初始扰动差值】

也可以采用第二种方式引进指令信号。

(被控对象：传递函数形式，不好设初值，所以采用状态方程形式)



指令 $R=0$ ，初始值 $x_1=10^\circ \approx 0.1746$ rad



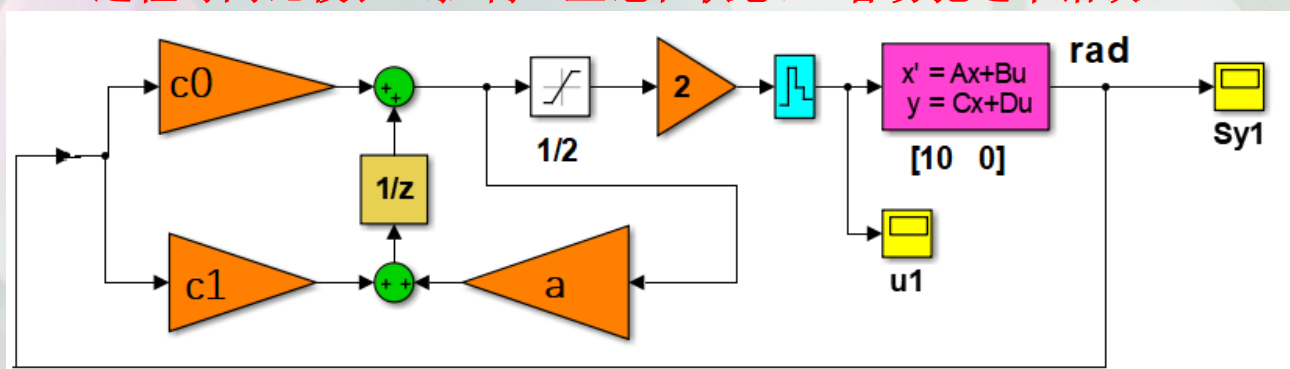
指令 $R=1$ (rad)，初始值 $x_1=0$

图 5 没有考虑比例因子配置和传感器的理想控制器

结论：仿真效果尚可。

(2) 考虑比例因子配置，不可以采用仿真结构图（图 6），初值设置不对，缺传感器。

过程时间比较长（控制一直饱和状态）。容易犯这个错误。



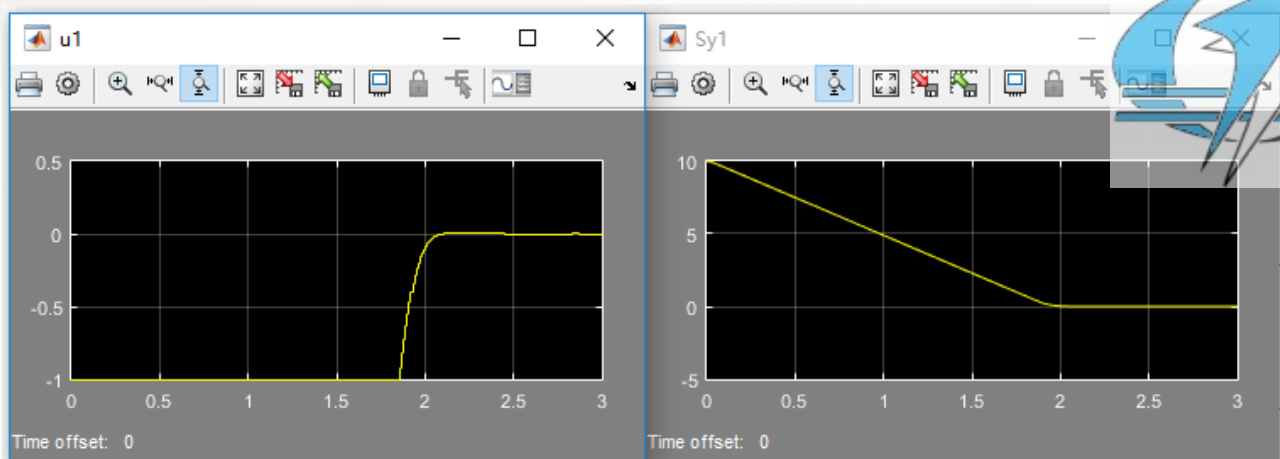


图 6 错误的仿真结构图

(3) 若考虑比例因子配置，考虑传感器传递系数 (k_4)，应该采用仿真结构图 (图 7)。

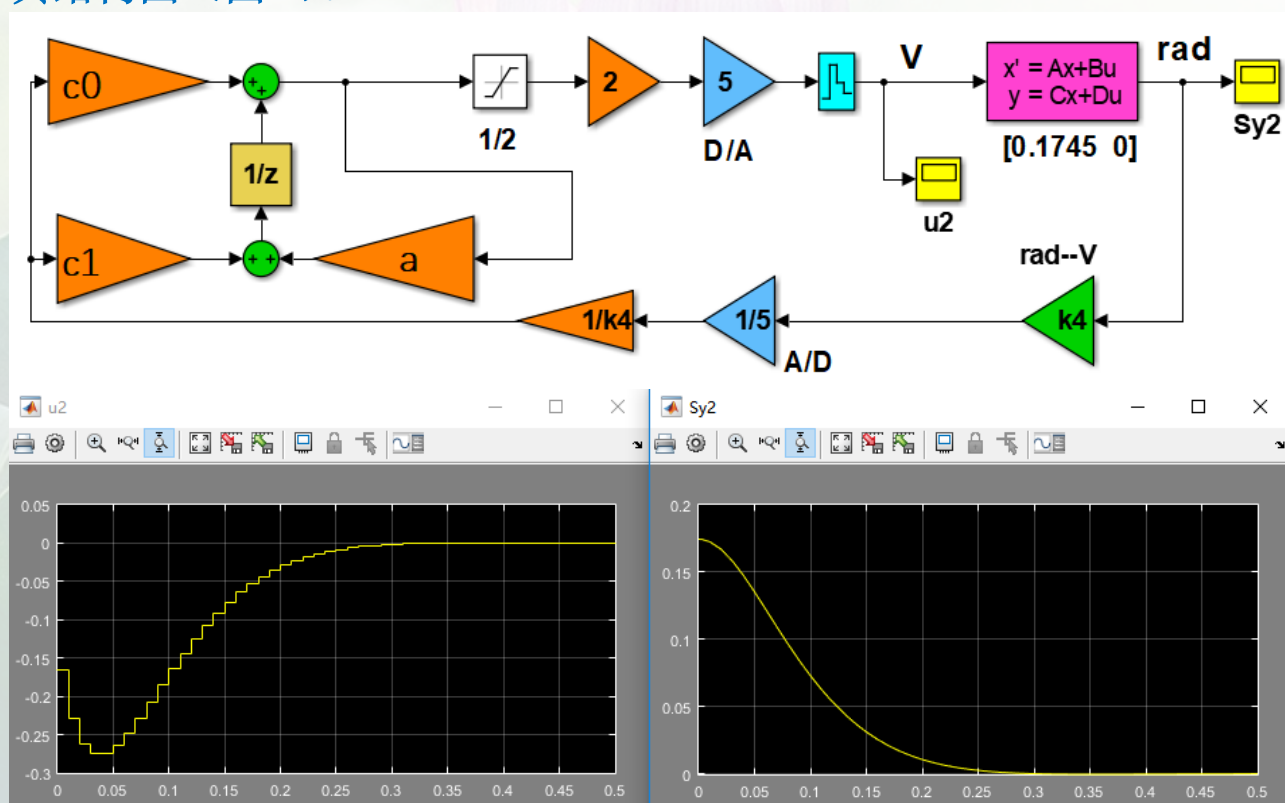


图 7 带物理概念的正确仿真结构图

(4) 更进一步，将死区非线性环节引入的调节器

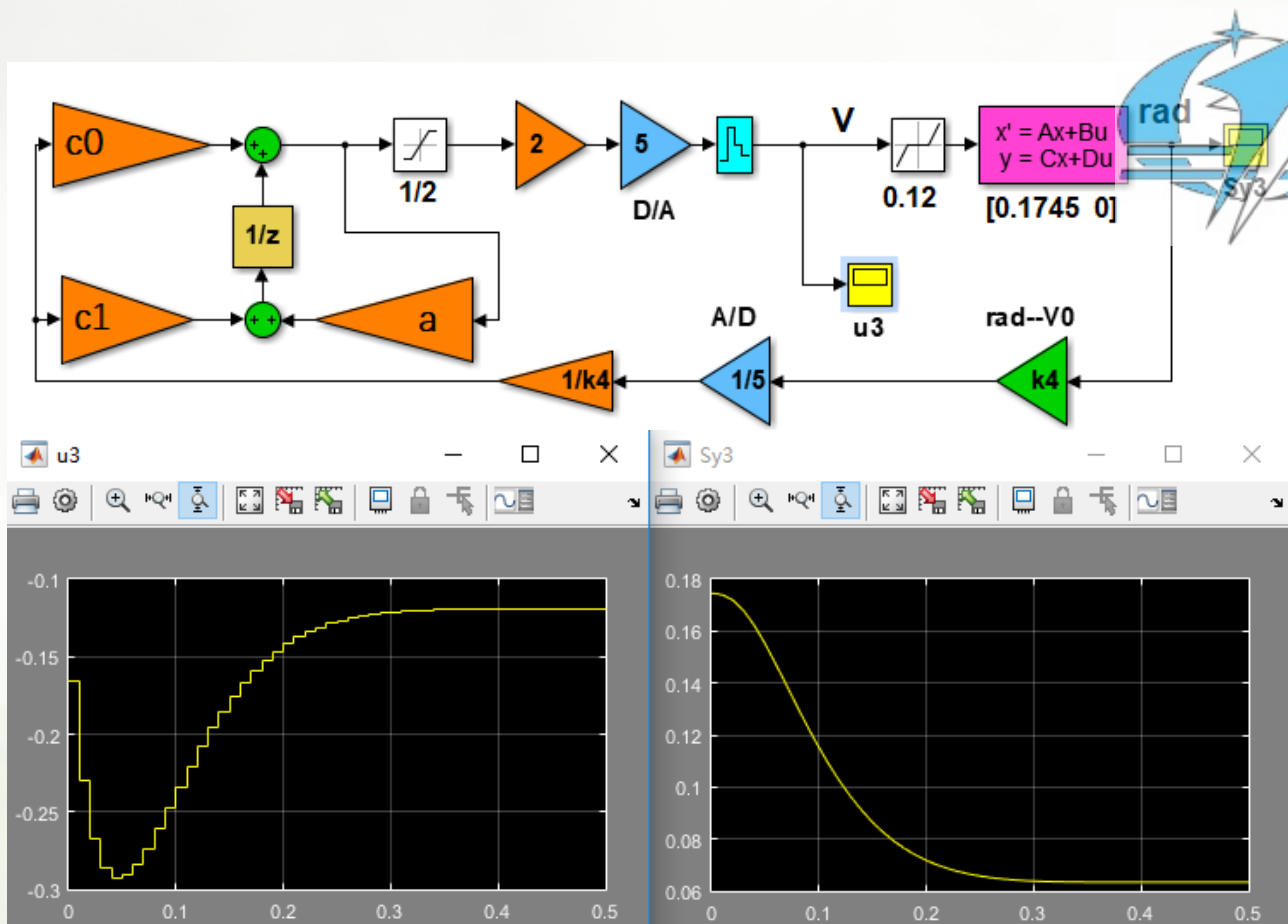


图 8 带物理概念、死区的仿真结构图

(5) 将死区非线性环节引入的控制器

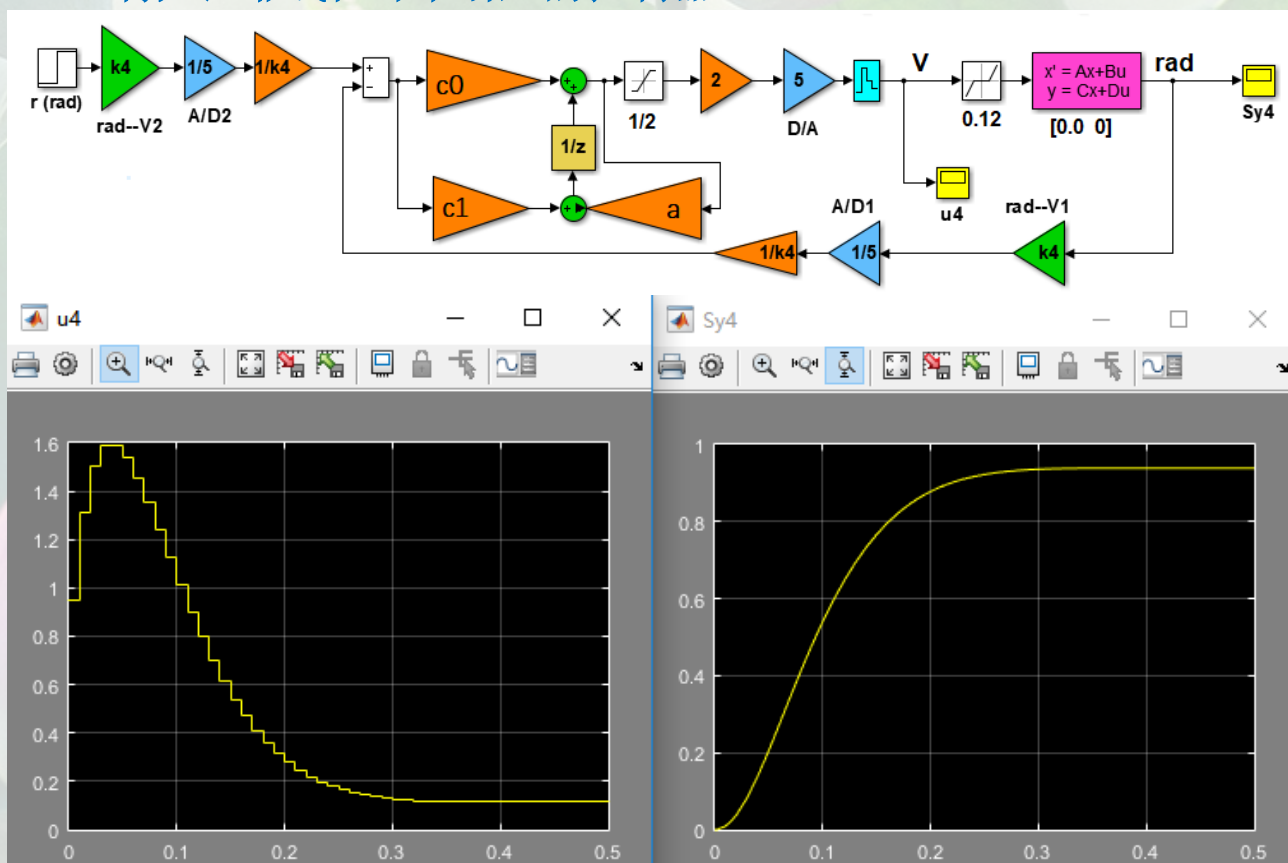
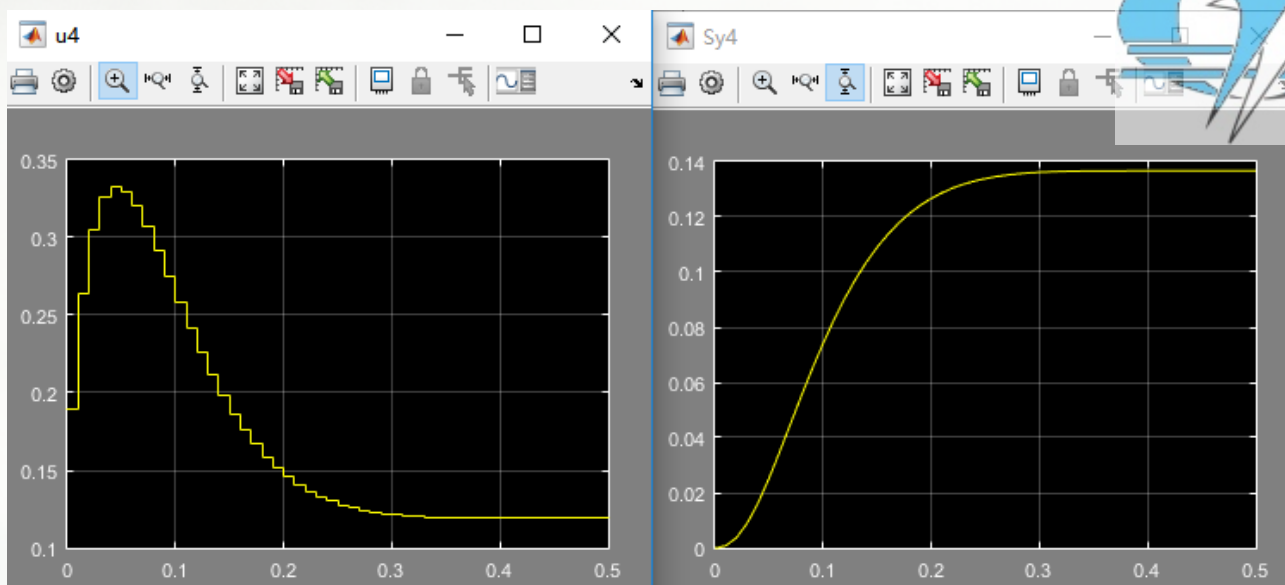
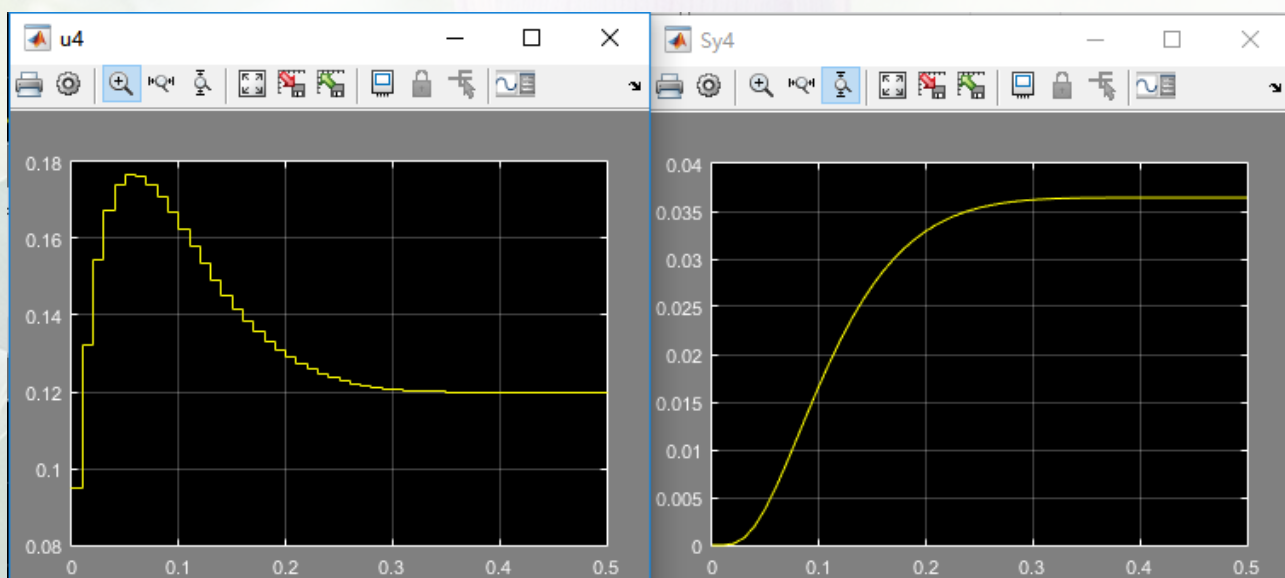


图 9, $R=1$, 初始状态=0



指令信号 $R=0.2$



指令信号 $R=0.1$