注：试题共3页，满分100分

一、 单项及多项选择题（将正确答案的字母填在空格内；每题2分，共10分）

D 1、对于具有定常约束的质点系，其动能可以表示成____________。

A：$T=T_2+T_1+T_0$； B：$T=T_1+T_0$； C：$T=T_2+T_1$； D：$T=T_2$

其中：T_i 为广义速度的 i 次齐函数 $(i=0,1,2)$。

A 2、确定一个正方体在空间的位置需要____________个独立的参数。

A：6； B：5； C：4； D：3

CD 3、二自由度线性振动系统的固有频率与系统的____________有关。

A：初始位置； B：初始速度； C：广义质量； D：广义刚度

AB 4、拉格朗日方程的循环积分反映的是质点系的____________。

A：某个广义动量守恒； B：广义能量守恒

C 5、不论刚体作什么运动，刚体上任意两点的速度在两点连线上的投影____________。

A：不一定相等； B：一定不相等； C：一定相等

二、 填空题（将最简结果填在空格内；每空5分，共60分）

1．图1所示系统的等效弹簧刚度系数 $k^*=$ $\cancel{\dfrac{2k_1k_2}{k_2+k_1}}$。

$2k_1x+k_2x=0$

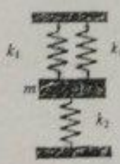


图1

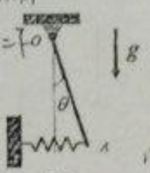


图2

$m\ddot{x}+kx=0$

2．如图2所示，长为L质量为2m的均质杆OA用光滑柱铰链悬挂在天花板上，下端与刚度系数为k的水平弹簧连接，杆铅垂时弹簧为原长，则系统在铅垂位置附近作微幅摆动的固有频率 $\omega_0=$ $\sqrt{\dfrac{2(kl^2+mg)}{2lm}}$

3．如图3所示，圆盘以匀角速度 ω_1 绕CD轴转动，框架以匀角速度 ω_2 绕铅垂轴转动，则该定点运动圆盘角速度的大小 $\omega=$ $\sqrt{w_1^2+w_2^2}$（方向画在图上），角加速度的大小 $\alpha=$ w_1w_2（方向画在图上）。

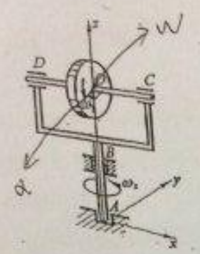


图 3

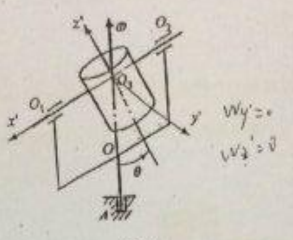


图 4

4、如图 4 所示，圆柱固连在水平轴 O_1O_2 上，并以匀角速度 $\dot{\theta}$ 绕该轴转动，同时框架以匀角速度 ω 绕铅垂轴 AO 转动。其中：x', y', z' 是圆柱上关于 O_3 点的三个互相垂直的惯量主轴，且圆柱对这三根轴的转动惯量分别为 $J_{x'}, J_{y'}, J_{z'}$，则该瞬时圆柱对 O_3 点的动量矩：

L_{O_3} = $J_{x'}\dot{\theta}$ i' + $J_{y'}$ [illegible] j' + $J_{z'}$ [illegible] k'

5、如图 5 所示，正方形框架以匀角速度 ω 绕水平轴 AB 转动，质量为 m 半径为 R 的均质圆盘 M 以匀角速度 ω_0 绕正方形框架上的 CD 轴转动，且 $\omega_0 >> \omega$，CD 轴到轴承 A、B 的距离皆为 a。若正方形框架和轴 AB 的质量不计，求框架运动到铅垂平面内时，圆盘产生的陀螺力矩的大小 M_g；以及作用在轴承 B 上的约束力的大小 F_B。

$M_g = \frac{mR^2\omega\omega_0}{2}$；　$F_B = \frac{mg}{2} + \frac{mR^2\omega\omega_0}{4a}$

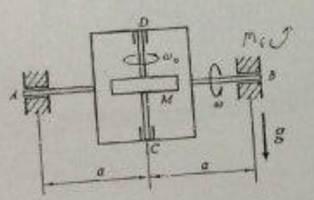


图 5

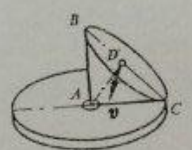


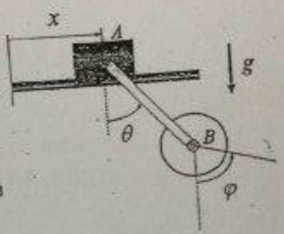
图 6

6、如图 6 所示，具有固定点 A 的圆锥在固定的圆盘上纯滚动，圆锥的顶角为 90°，母线长为 L。已知圆锥底面中心点 D 作匀速圆周运动，其速度为 v，方向垂直平面 ABC 向外。求圆锥的角速度 ω、角加速度 α 和圆锥底面直径上 C 点的加速度 a_C 的大小。

$\omega = \frac{2V}{L}$；　$\alpha = \frac{4V^2}{L^2}$；　$a_C = \frac{4V^2}{L}$

三、 计算题（本题 30 分）

滑块与均质圆盘用不计质量的杆 AB 铰接在铅垂平面内运动，系统的广义坐标如图所示，其中 AB 杆长为 L，圆盘半径为 R，滑块和圆盘的质量均为 m，忽略所有摩擦。



（1）用系统的广义坐标和广义速度给出系统的动能 T 和势能 V（杆在铅垂位置时为势能零点）；

（2）若初始时，杆位于铅垂位置 $\theta_0=0$，且角速度为零；滑块的速度为 u，方向水平向右；圆盘的角速度为 ω_0，转向逆时针。试给出系统拉格朗日方程的首次积分并确定积分常数。

$$T=\frac{m\dot{x}^2}{2}+\frac{m(\dot{x}+\dot{\theta}L\cos\theta)^2}{2}+\frac{m(\dot{\theta}L\sin\theta)^2}{2}+\frac{mR^2\dot{\varphi}^2}{4}$$

$$V=(1-\cos\theta)Lmg$$

$$L=T-V$$

循环首次积分 $\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}=C_1$ $\cancel{\frac{\partial L}{\partial \theta}=C_2}$ $\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}}=C_3$ $\theta_0=0$ $\dot{x}=u$ $\dot{\varphi}=w_0$

$$\begin{cases} m\dot{x}+m(\dot{x}+\dot{\theta}L\cos\theta)=2mu \\ \text{~~[illegible]~~} \\ \frac{mR^2\dot{\varphi}}{2}=\frac{mR^2w_0}{2} \end{cases}$$

能量积分 $T+V=E_0$

$$E_0=mu^2+\frac{mR^2\omega_0^2}{4}$$