北京航空航天大學
BEIHANG UNIVERSITY

自动控制原理实验 A(1)

实 验 报 告

院 系 名 称：自动化科学与电气工程学院-自动化系

学　　　号：16711094

姓　　　名：李翰韬

指 导 教 师：王 薇

2018 年 11 月 13 日

实验二 高阶系统性能分析与数值仿真实验

实验时间：11 月 13 日下午 8/9 节　　实验编号：无　　同组同学：无

一、实验目的

1、通过本实验掌握利用四阶龙格—库塔法进行控制系统数字仿真的方法。

2、通过本实验掌握分析高阶系统性能的方法。

3、通过本实验学习系统参数改变对系统性能的影响。

二、实验过程与结果

1、高阶系统稳定性分析

已知系统结构图如图 1 所示。

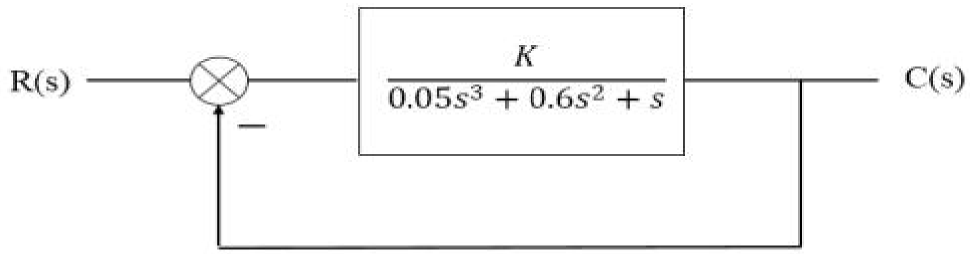


图 1 系统结构图

计算闭环系统的临界稳定增益 K。分别采用劳斯（Routh）判据和根轨迹法求解。

求解过程如下：

Routh: $G(s) = \frac{K}{0.05s^3+0.6s^2+s}$

$0.05s^3+0.6s^2+s+K=0.$

$a_0=0.05 \quad a_1=0.6 \quad a_2=1 \quad a_3=K$

$\begin{cases} K>0 \\ 0.6-0.05K>0. \end{cases} \Rightarrow K<12.$

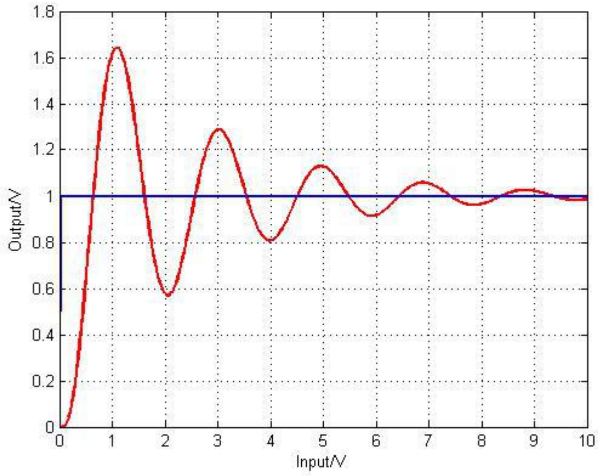
$\therefore 0<K<12.$

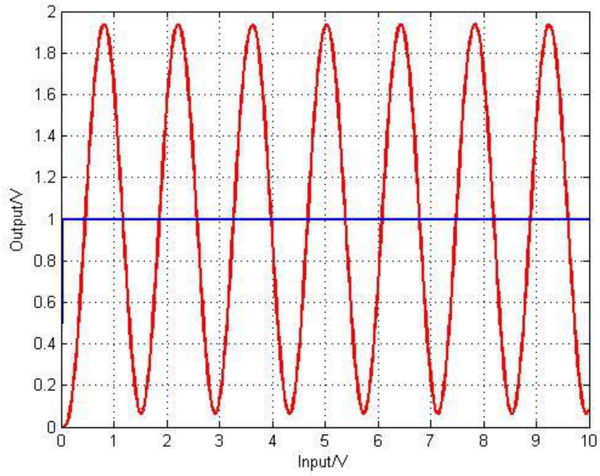
稳定：$K=6$　　临界：$K=12$　　发散：$K=18$

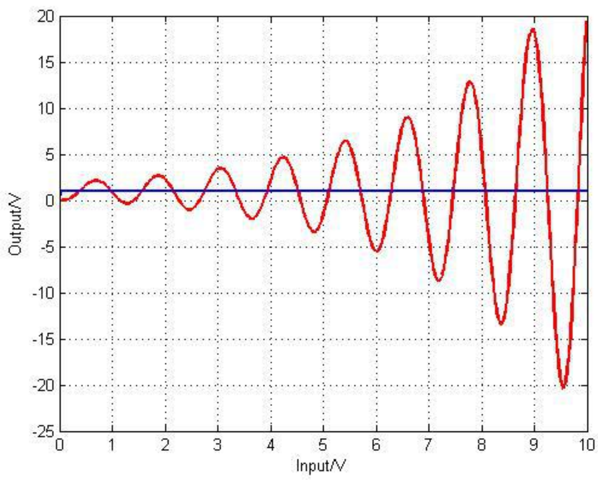
$R=83.3k\Omega.$　　$R=41.7k\Omega$　　$R=27.8k\Omega.$

分别取 3 个 K 值，使系统产生衰减振荡、等幅振荡、发散振荡。（采用 Matlab 进行仿真，得到三种情况下的响应曲线），如下所示：

下图分别为K=6，K=12，K=18时的仿真曲线。







搭建如图 2 所示的实验电路实现上述传递函数。

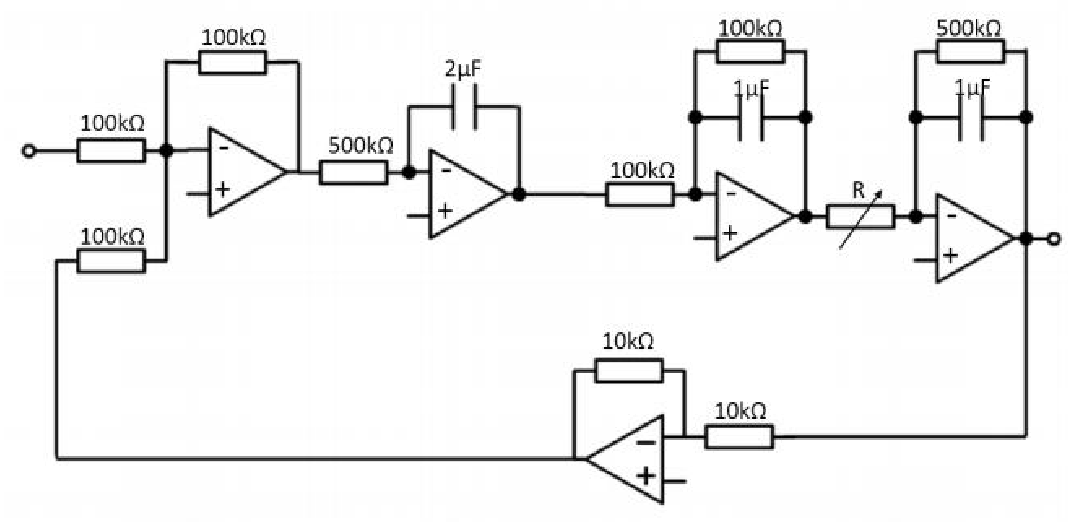
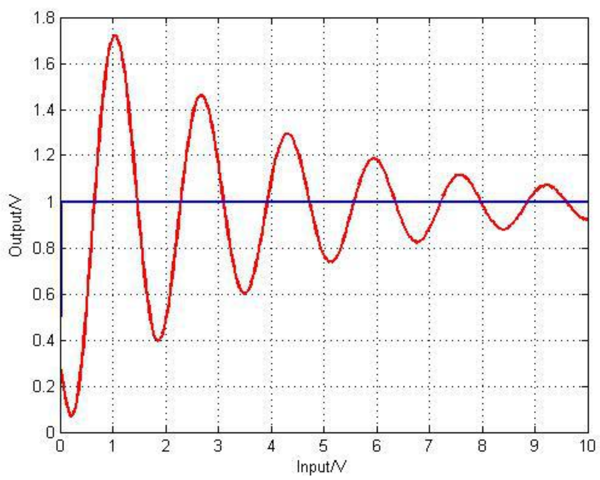


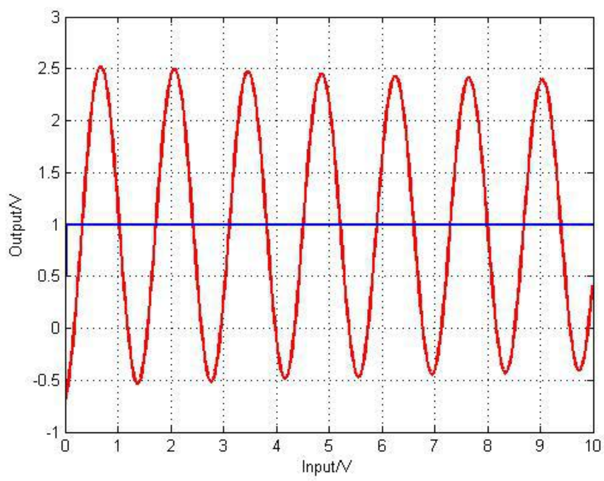
图 2 实验电路图

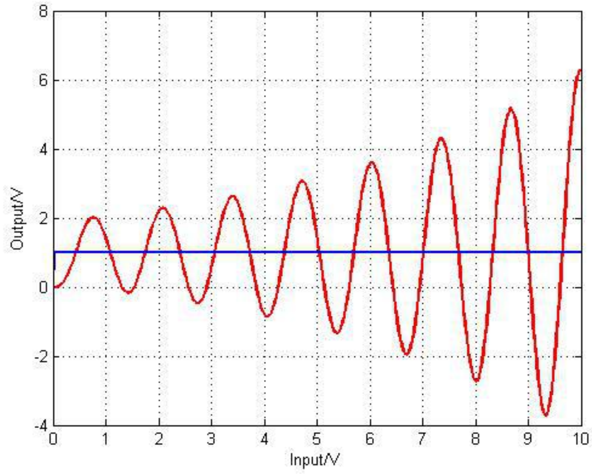
其中开环增益 K=500kΩ/R，调整可变电阻 R 可以改变 K 值。

连接完成电路后，分别调整滑动变阻器 R 的阻值至 83.3KΩ、41.7KΩ、27.8KΩ，以达到需要的 K 值。

下图所示为三种情况的实际图像。







2、控制系统数值仿真

已知系统结构图如图 3 所示。

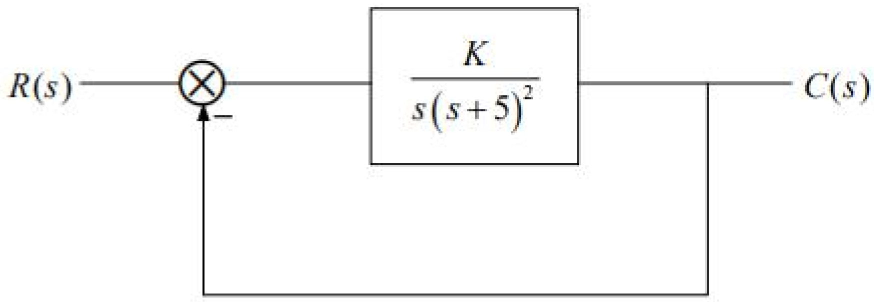
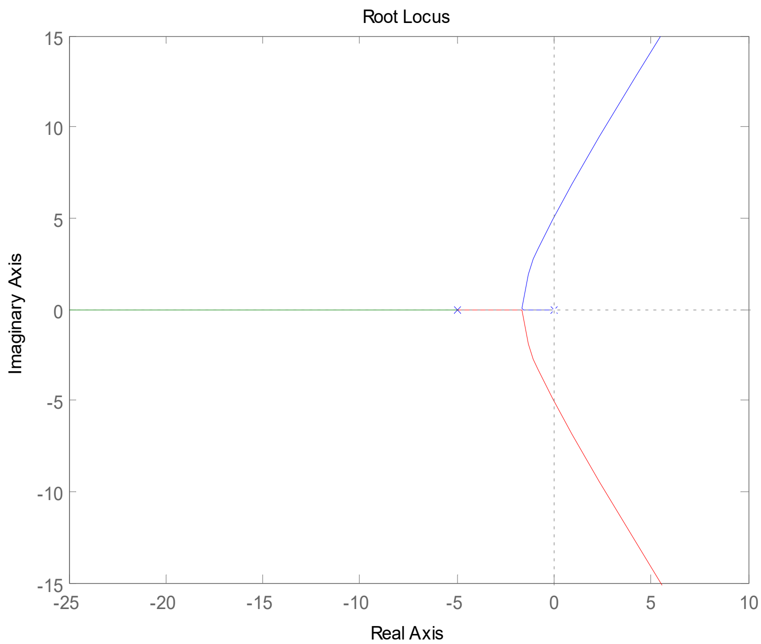


图 3 系统结构图 2

利用 Matlab 可绘制系统的根轨迹如下：



若输入为单位阶跃信号，计算当超调量分别取为 5%、25%和 50%时 K 的取值（用主导极点方法估算），以下为计算过程：

$$s^2=(-0.908+0.42j)a^2$$

$$s^3=(-0.606-0.797j)a^3$$

$$a\xi+ja\sqrt{1-\xi^2}$$

$$\sigma=50\% = e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}\times100\%$$

$$\xi=\left|\frac{\ln(\frac{1}{\sigma})}{\sqrt{\pi^2+(\ln\frac{1}{\sigma})^2}}\right|=\frac{0.693}{\sqrt{\pi^2+(0.693)^2}}=\frac{0.693}{\sqrt{\pi^2+0.48}}$$

$$=\frac{0.693}{\sqrt{9.8696+0.48}}=\frac{0.693}{3.217}=0.21542$$

$$s=a\xi+ja\sqrt{1-\xi^2}$$

$$s=0.21542a+0.97652aj \qquad G(s)=\frac{K}{s(s+5)^2}$$

$$\approx 0.215a+0.977aj$$

$$\cancel{G(s)=\frac{K}{0.215a+0.977aj \quad a^2(0.215+0.977j)(5+0.215+0.977j)^2}}$$

$$K+s^3+10s^2+25s=0$$

$$\cancel{K-0.606-0.797j-9.08+4.2j+5.375+24.425j=0}$$

$$\cancel{K-4.311+27.828j=0}$$

$$K-0.606a^3-0.797ja^3-9.08a^2+4.2ja^2+5.375a+24.425ja=0$$

$$\cancel{K+(-0.606a^3}$$

$$\cancel{K+(0.215a+0.977aj)^3+10(0.215a+0.977a}$$

$$K+a(-0.606a^2-9.08a+5.375)$$

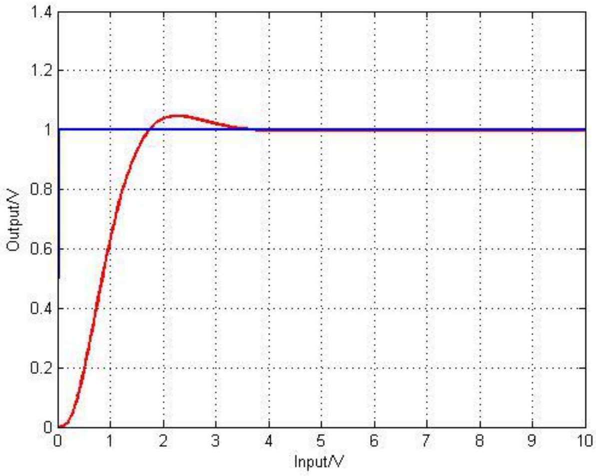
$$+ja(-0.797a^2+4.2a+24.425)=0$$

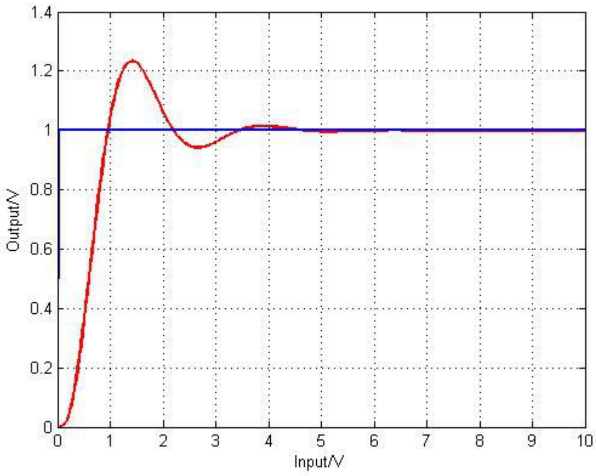
当 $a=-3.49$ 时. $\cancel{\to s_{1,2}=-0.75+3.4j}$

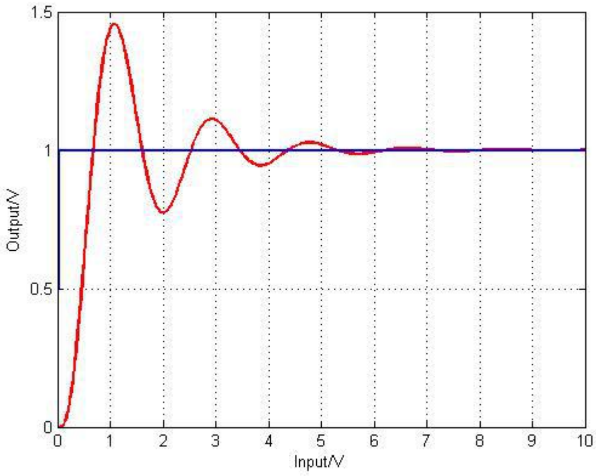
$$K=103$$

其余两个 K 值计算过程与上述同理，可以得到 K=31.3、K=59.5、K=103

根据确定的 K 值在计算机上进行数字仿真，仿真结果如下：







三、结果分析

Matlab 龙格—库塔法程序代码如下：

```
A=[0 1 0;0 0 1;-k -25 -10];
b=[0 0 1]';
c=[k 0 0];
```

```
X=zeros(3,1);
t=0:0.01:10;
n=length(t);
h=0.01;
for i=1:n
    K1=A*X+b;
    K2=A*(X+(h/2)*K1)+b;
    K3=A*(X+(h/2)*K2)+b;
    K4=A*(X+h*K3)+b;
    X=X+(h/6)*(K1+2*K2+2*K3+K4);
    y(i)=c*X;
end
plot(y);
s=1001;while y(s)>0.95&y(s)<1.05;s=s-1;end;
 t=(s-1)*0.005；max(y)-1
```

将上文计算出的不同 K 值带入到程序中，利用四阶龙格-库塔法得到如下结果：

K=31.3 时，Ts=0.7550S，σ%=4.70%

K=59.5 时，Ts=1.4100S，σ%=23.28%

K=103 时，Ts=1.9700S，σ%=45.49%

对原系统进行降阶处理，所得闭环传递函数为 $\frac{C(S)}{R(S)}=\frac{K}{10S^2+25S+K}$，利用龙格-库塔法程序验证，可以得到精确的 K 值。

精确 K 值分别为：

K=31.76(σ%=5%);

K=62.48(σ%=25%);

K=113.82(σ%=50%)

四、收获、体会与建议

1. 在计算时，将系统传递函数化成时域形式，可以得到一组微分方程。利用四阶龙格-库塔法，就可以计算得到系统的响应的近似解。

2. 在根据超调量计算 K 值时，可以利用主导极点法进行计算，通过将高阶系统进行降阶，从而用二阶系统近似来分析。但就本次试验而言，所计算出的 K 值仍存在误差，且都较真实结果偏小。

3. 当开环系统的参数不同时，用主导极点法对闭环系统动态性能分析，其开环系统参数对分析结果存在影响。当开环比例系数适当，系统动态性能较好的情况下，采用用主导极点的方法计算，造成的误差较小，计算结果相对准确；当开环比例系数较大，系统动态性能较差时，采取同样的方法进行计算，会产生相对大的误差，影响计算结果的准确度。