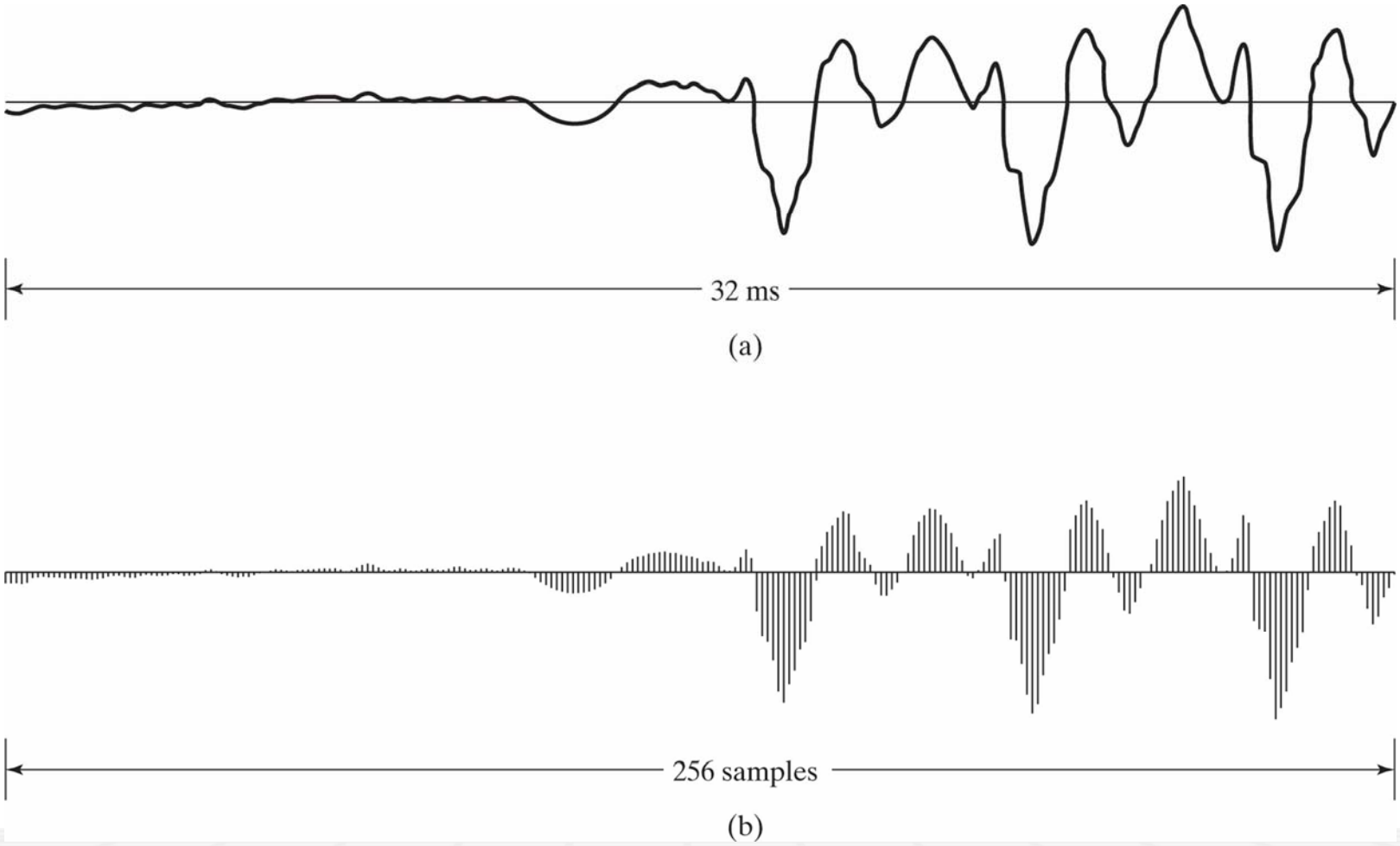
数字信号处理

——时域离散信号和系统

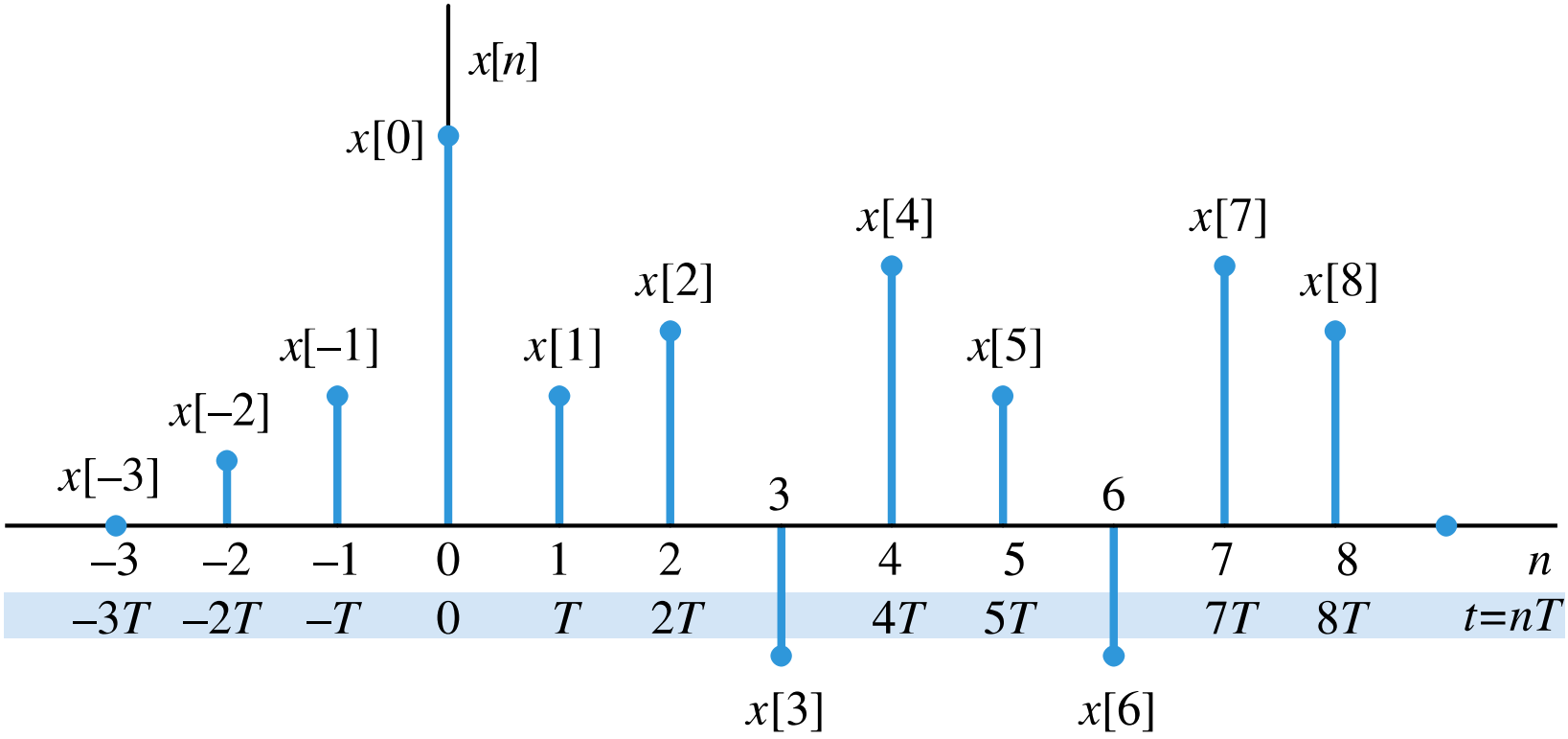
信号来源

- 采样概念



信号表示

❖采样周期与频率



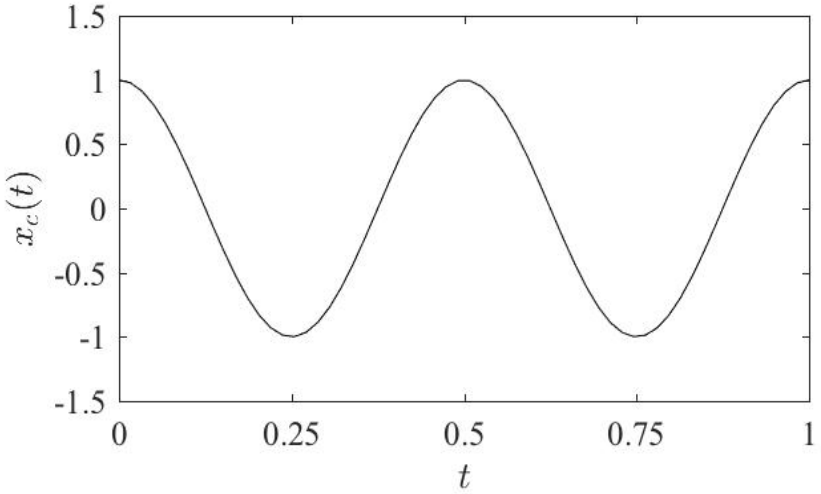
信号表示

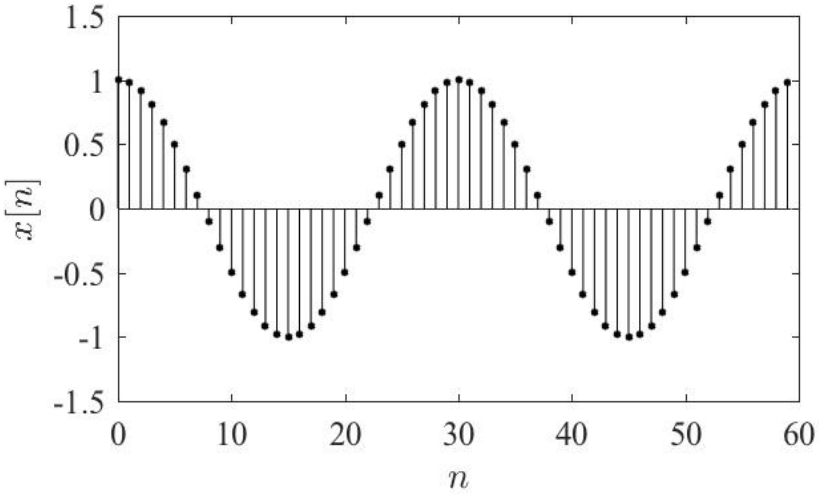
- 表示方法
  - 集合
  - 公式
  - 图形
  - 表格

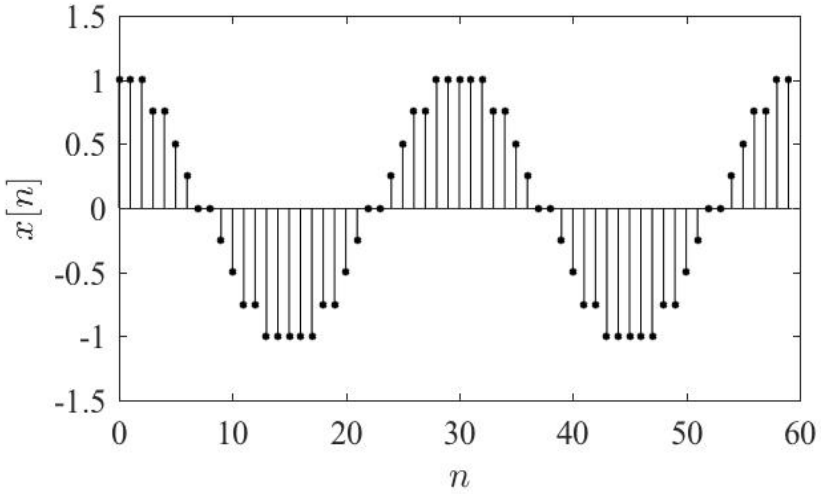
信号分类

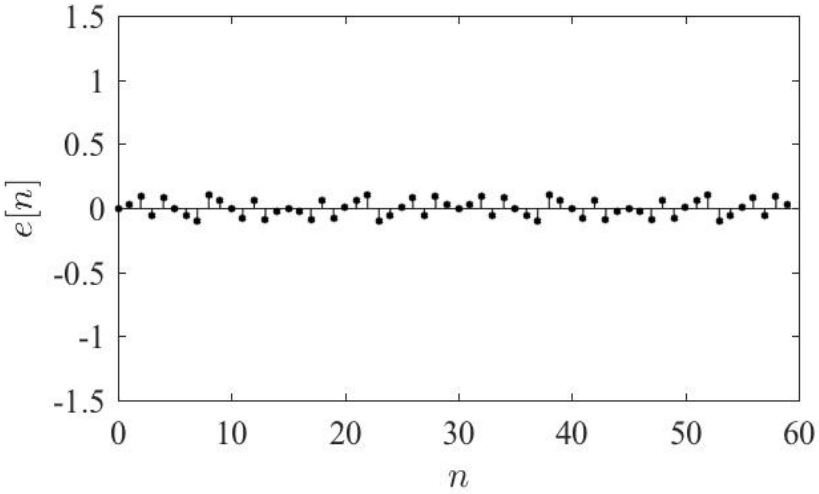
- 信号类型
  - 模拟信号
  - 离散时间信号
  - 数字信号
  - 量化误差

信号分类


1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
$x_c(t)$
0
0.25
0.5
0.75
1
t

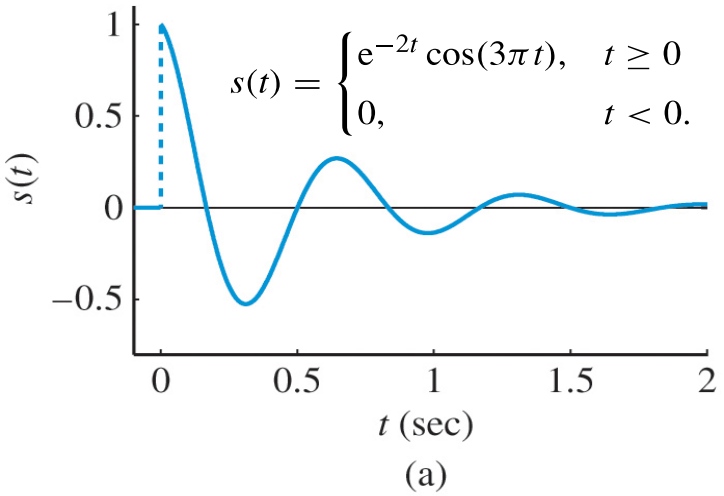

1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
$x[n]$
0
10
20
30
40
50
60
n


1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
$x[n]$
0
10
20
30
40
50
60
n

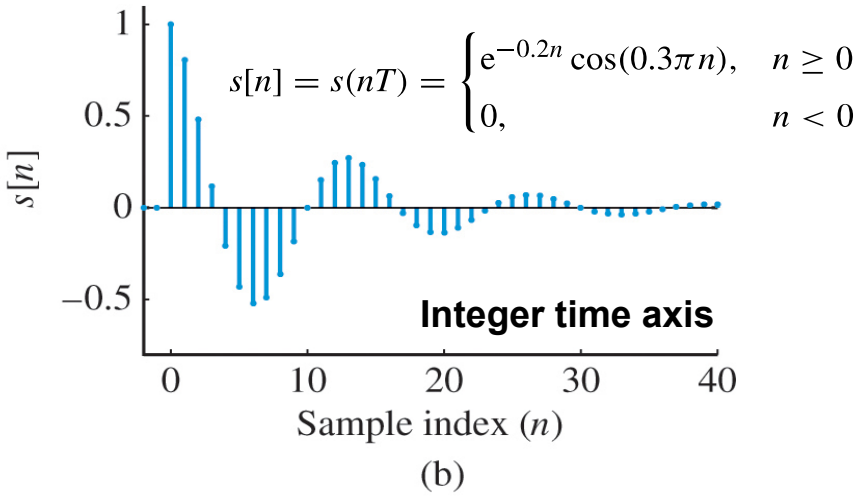

1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
$e[n]$
0
10
20
30
40
50
60
n

信号分类

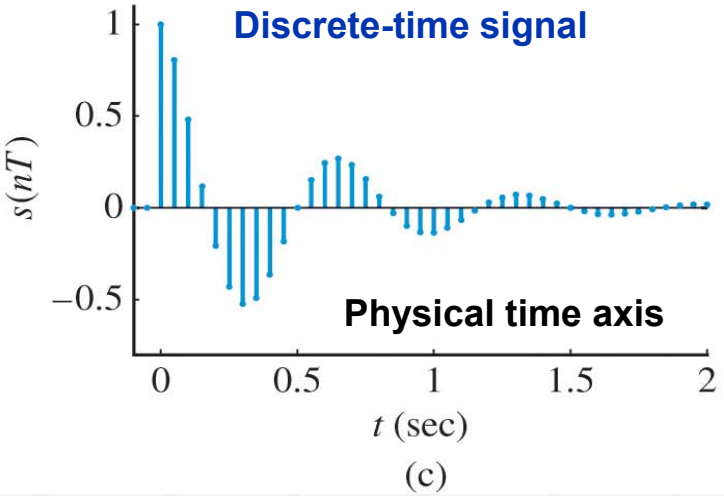
Continuous-time or analog signal



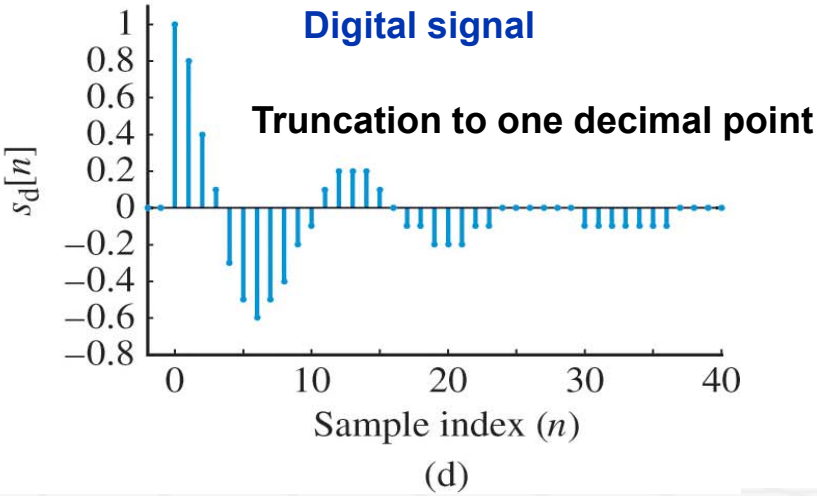
Discrete-time signal



Discrete-time signal



Digital signal



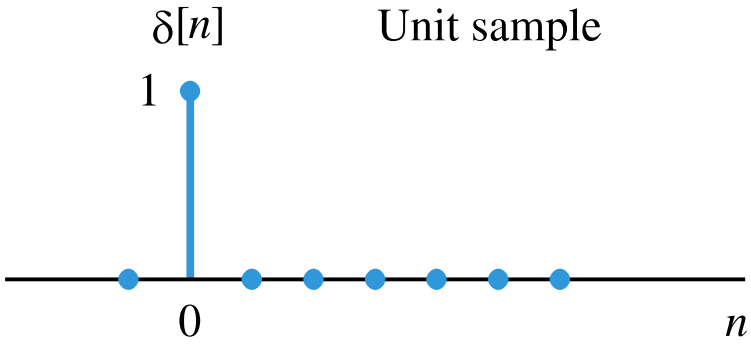
常用序列

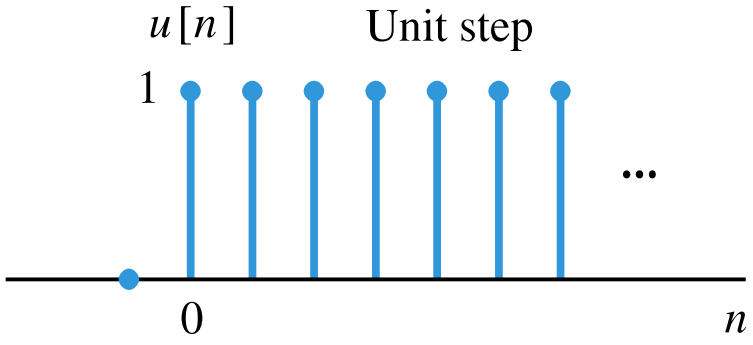
- 基本序列
  - 单位脉冲
  - 单位阶跃
  - 矩形序列
  - 指数序列
  - 正弦型序列

常用序列

❖ 单位序列

- ➢ 单位脉冲
- ➢ 单位阶跃
- ➢ 二者关系

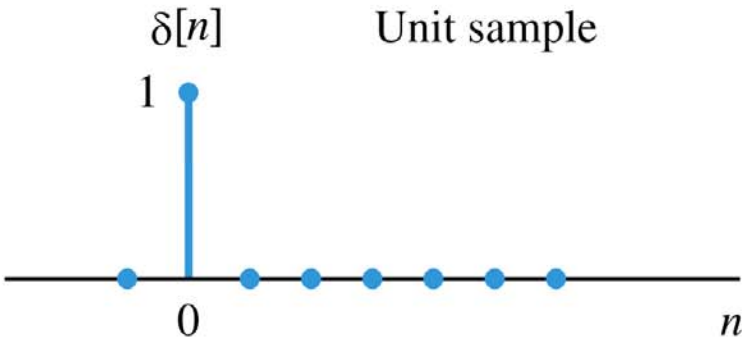


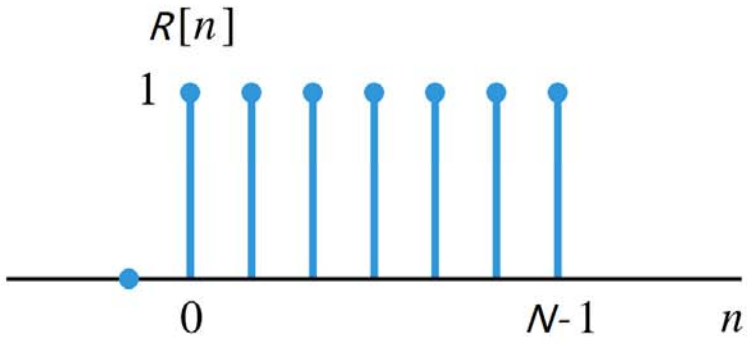


常用序列

❖矩形序列

- 表示形式
- 与$\delta[n]$的关系
- 与$u[n]$的关系

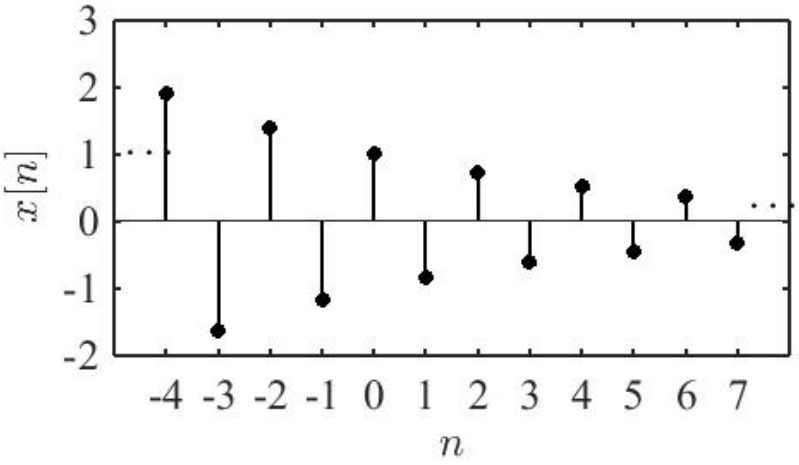


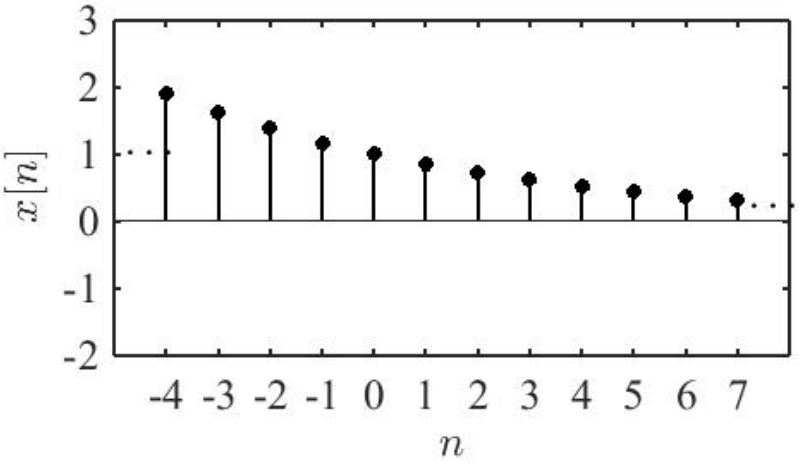


常用序列

❖ 指数序列

- ➢ 序列形式
- ➢ 收敛特性

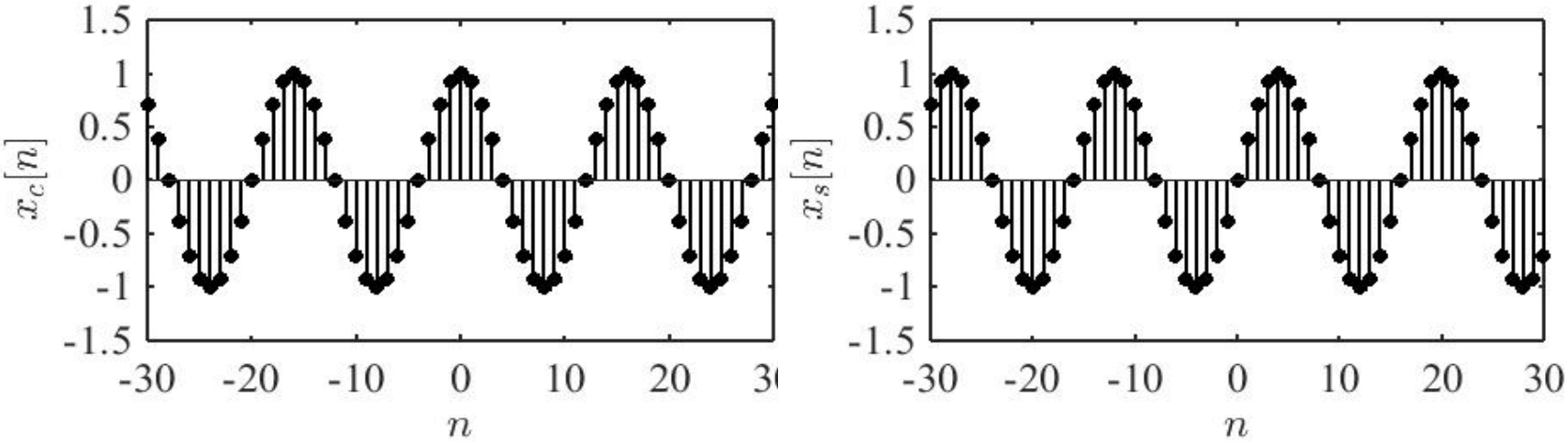




常用序列

❖ 复指数-正弦序列关系

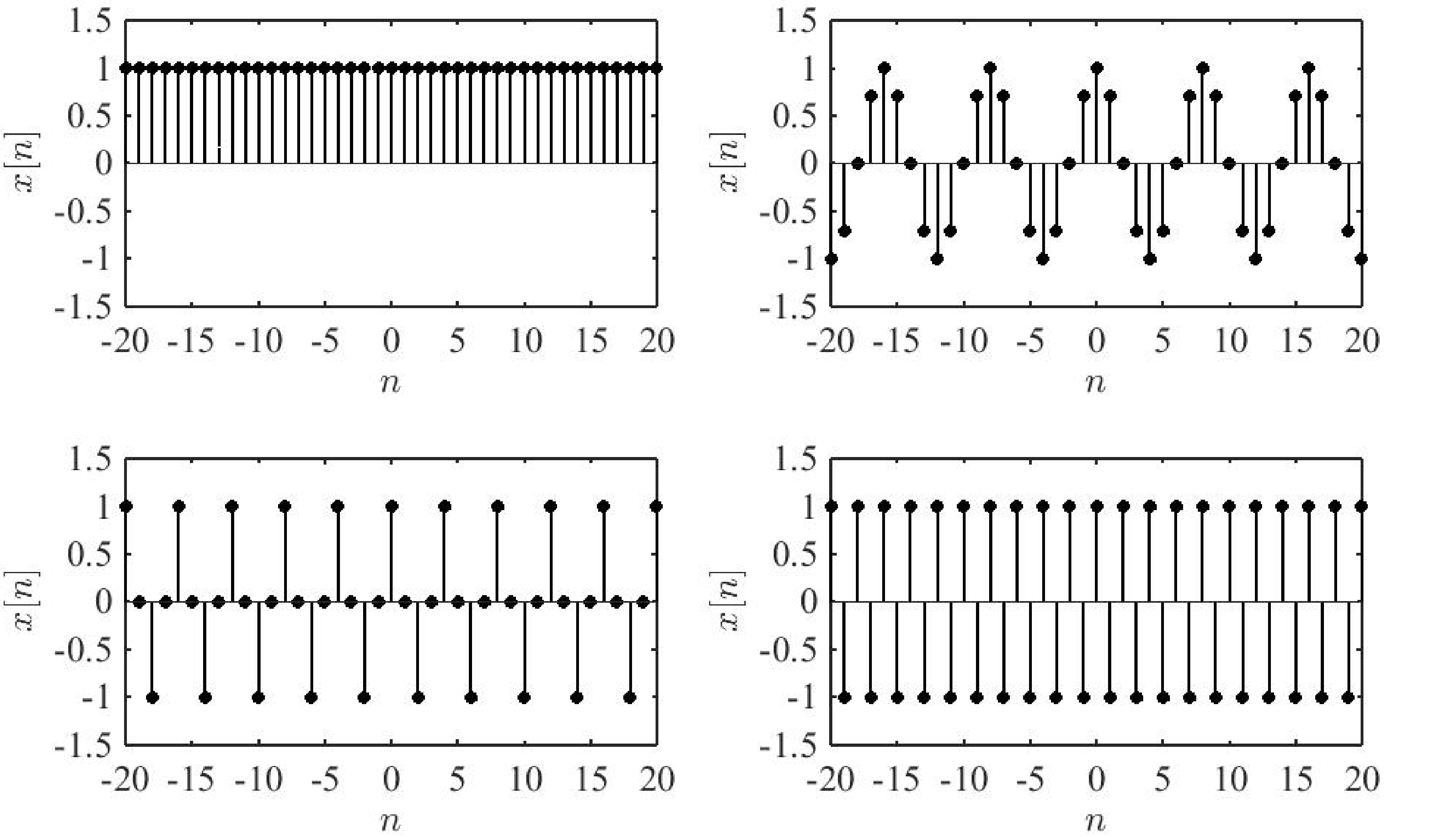
- ➢ 基本形式
- ➢ 相互转换



常用序列

- 复指数/正弦序列
  - 周期序列概念
  - 时域周期N
  - 频域周期2π
  - 数字周期的特殊性

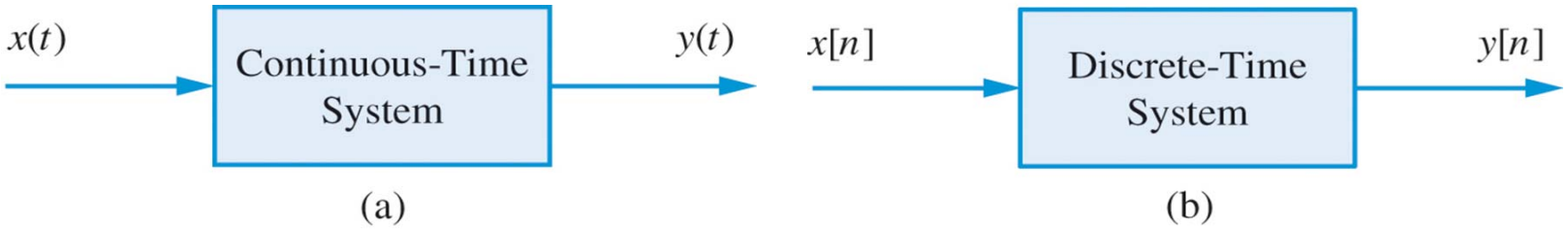
常用序列



离散时间系统

❖ 系统概念

- ➢ 模拟系统
- ➢ 离散时间系统
- ➢ 数字系统



离散时间系统

- 系统的“四性”
  - 线性
  - 时不变性
  - 因果性
  - 稳定性

离散时间系统

- 线性
  - 叠加定理
  - 公式描述
  - 系统判定

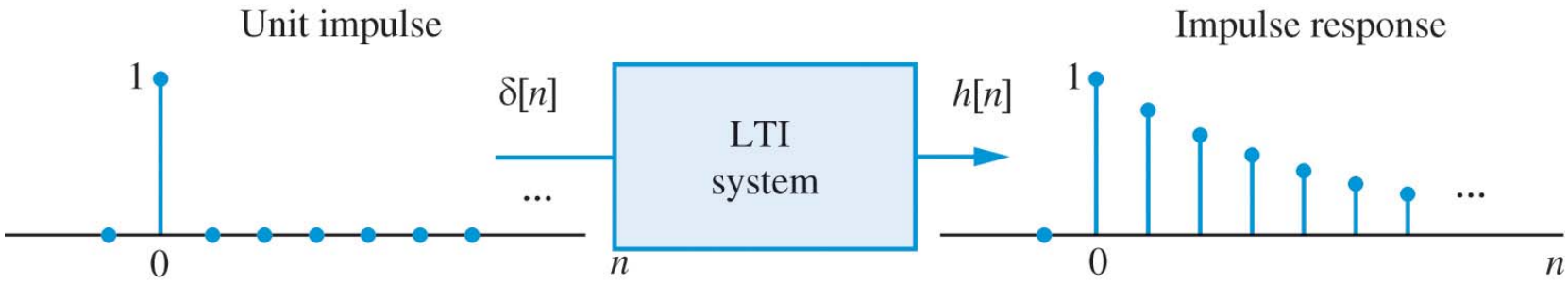
离散时间系统

- 时不变特性
  - 移位概念
  - 公式描述
  - 系统判定

离散时间系统

❖LTI系统

- LTI概念
- 卷积描述



离散时间系统

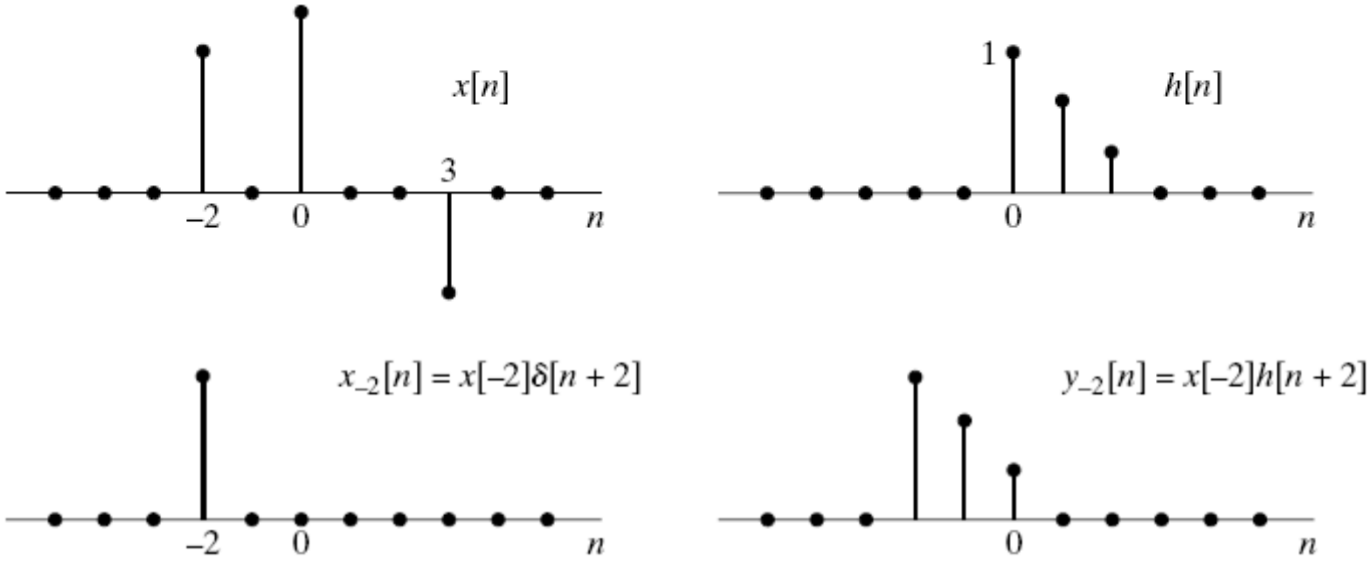
- 描述方法
  - 线性卷积
  - 差分方程（以后章节）
  - 频域描述（以后章节）

离散时间系统

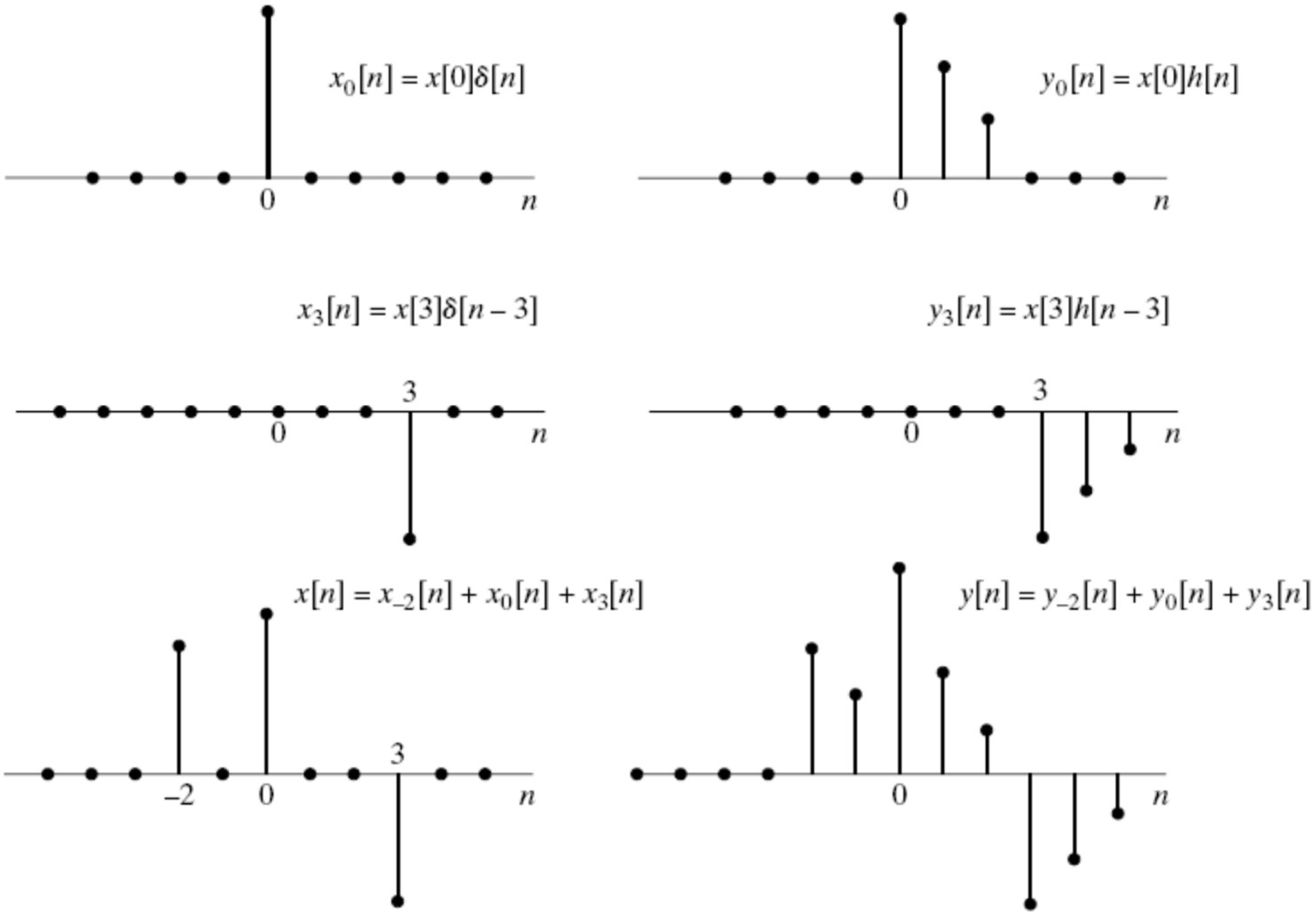
❖线性卷积

➢卷积要求

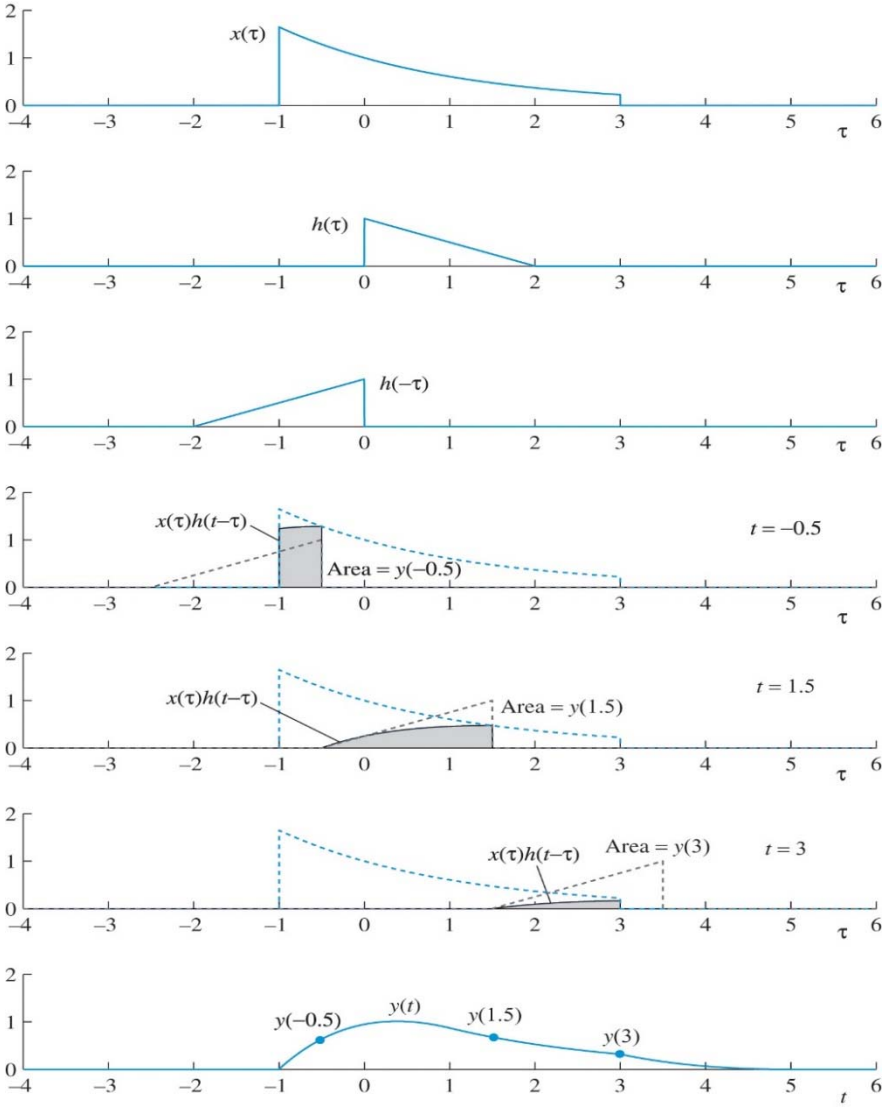
➢计算方法

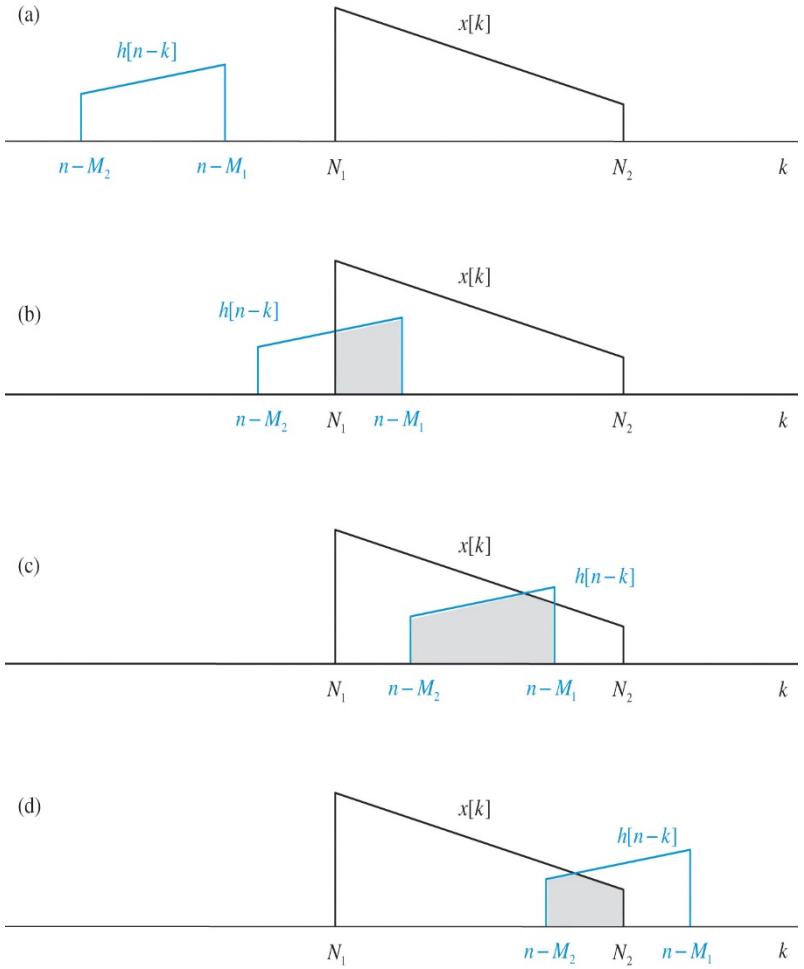


离散时间系统

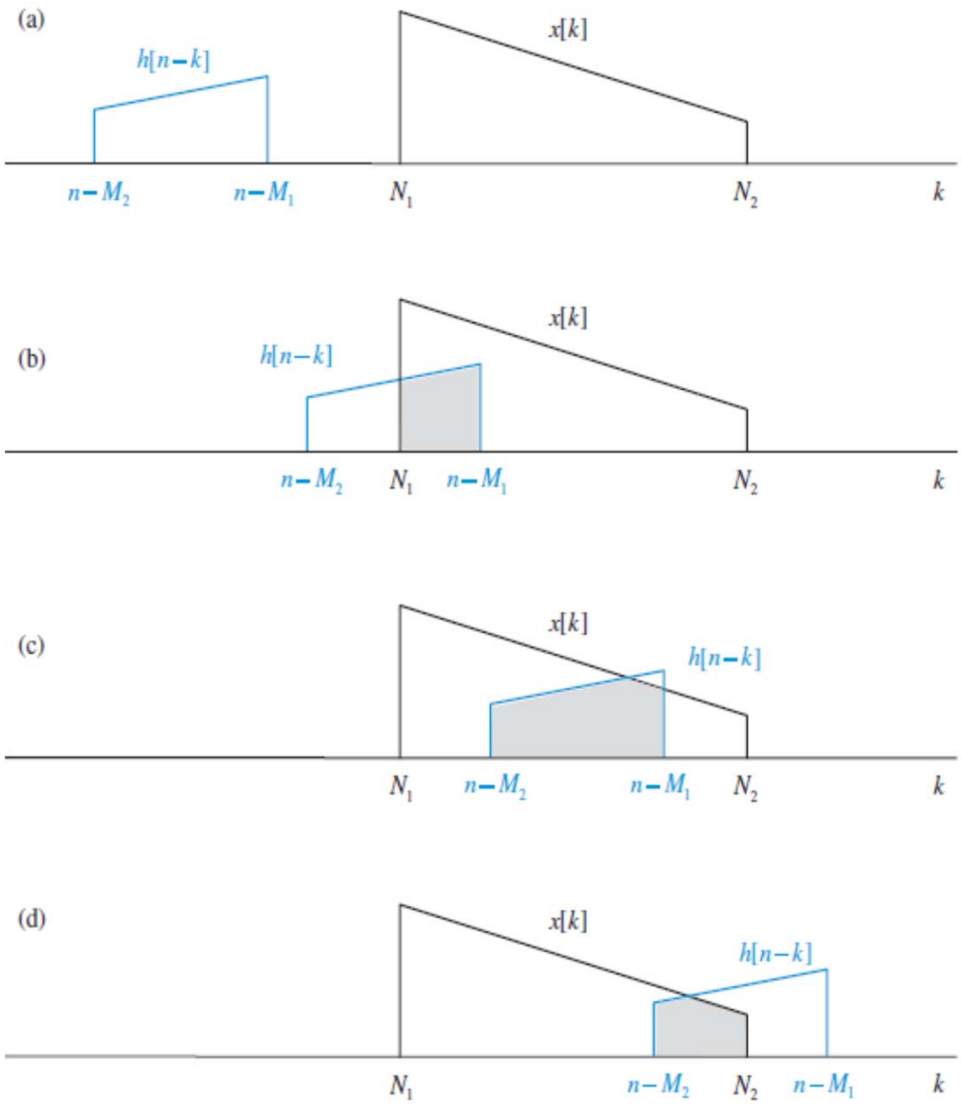

$x_0[n] = x[0]\delta[n]$
0
n
$y_0[n] = x[0]h[n]$
0
n
$x_3[n] = x[3]\delta[n-3]$
3
0
n
$y_3[n] = x[3]h[n-3]$
3
0
n
$x[n] = x_{-2}[n] + x_0[n] + x_3[n]$
3
−2
0
n
$y[n] = y_{-2}[n] + y_0[n] + y_3[n]$
0
n

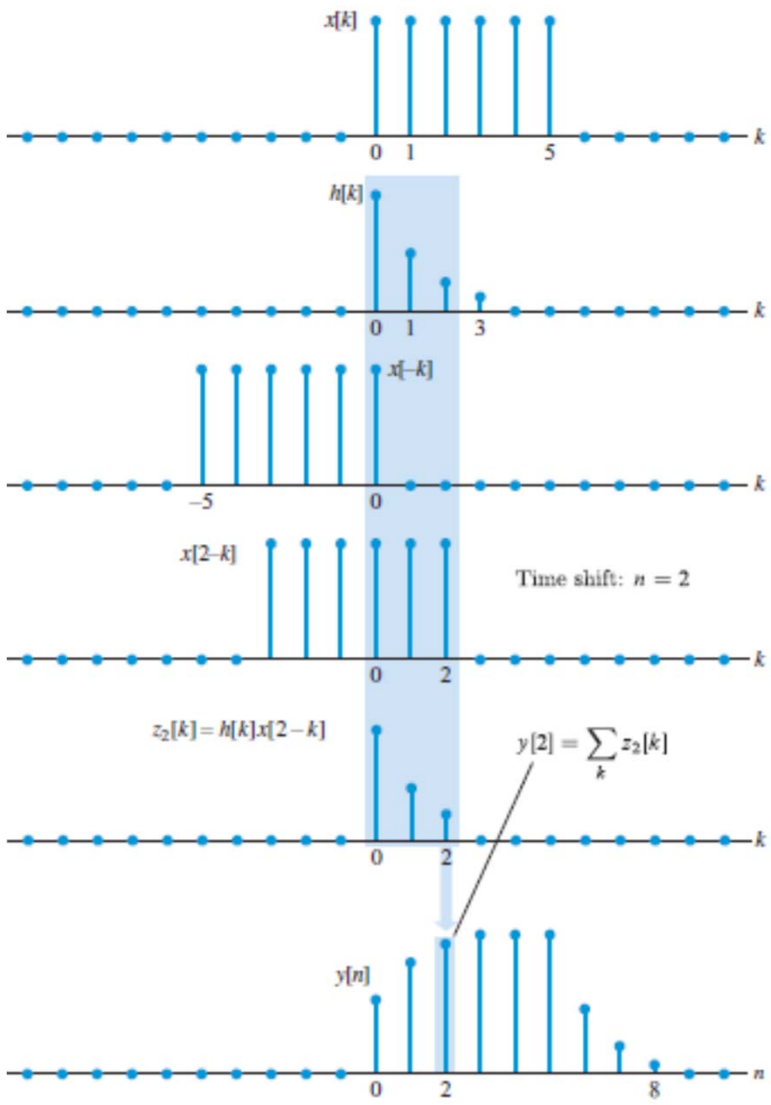
离散时间系统


x(τ)
h(τ)
h(−τ)
x(τ)h(t−τ)
t = −0.5
Area = y(−0.5)
x(τ)h(t−τ)
t = 1.5
Area = y(1.5)
x(τ)h(t−τ)
Area = y(3)
t = 3
y(−0.5)
y(t)
y(1.5)
y(3)
τ
t


(a)
h[n−k]
x[k]
n−M2
n−M1
N1
N2
k
(b)
h[n−k]
x[k]
n−M2
N1
n−M1
N2
k
(c)
x[k]
h[n−k]
N1
n−M2
n−M1
N2
k
(d)
x[k]
h[n−k]
N1
n−M2
N2
n−M1
k

离散时间系统


(a)
h[n−k]
x[k]
n−M2
n−M1
N1
N2
k
(b)
h[n−k]
x[k]
n−M2
N1
n−M1
N2
k
(c)
x[k]
h[n−k]
N1
n−M2
n−M1
N2
k
(d)
x[k]
h[n−k]
N1
n−M2
N2
n−M1
k


x[k]
0
1
5
k
h[k]
0
1
3
k
x[−k]
−5
0
k
x[2−k]
Time shift: n = 2
0
2
k
z2[k] = h[k]x[2−k]
y[2] = Σ z2[k]
k
0
2
k
y[n]
0
2
8
n

离散时间系统

卷积解析计算实例

- 要求：

$$x(n)=a^n u(n)\quad,\quad h(n)=R_4(n)$$

- 求解：

$$n<0,\quad y(n)=0$$

$$0\le n\le 3,\quad 0\le m\le n,\quad y(n)\ne 0$$

$$y(n)=\sum_{m=0}^{n}R_4(m)a^{n-m}u(n-m)=\sum_{m=0}^{n}a^{n-m}=a^n\frac{1-a^{-n-1}}{1-a^{-1}}$$

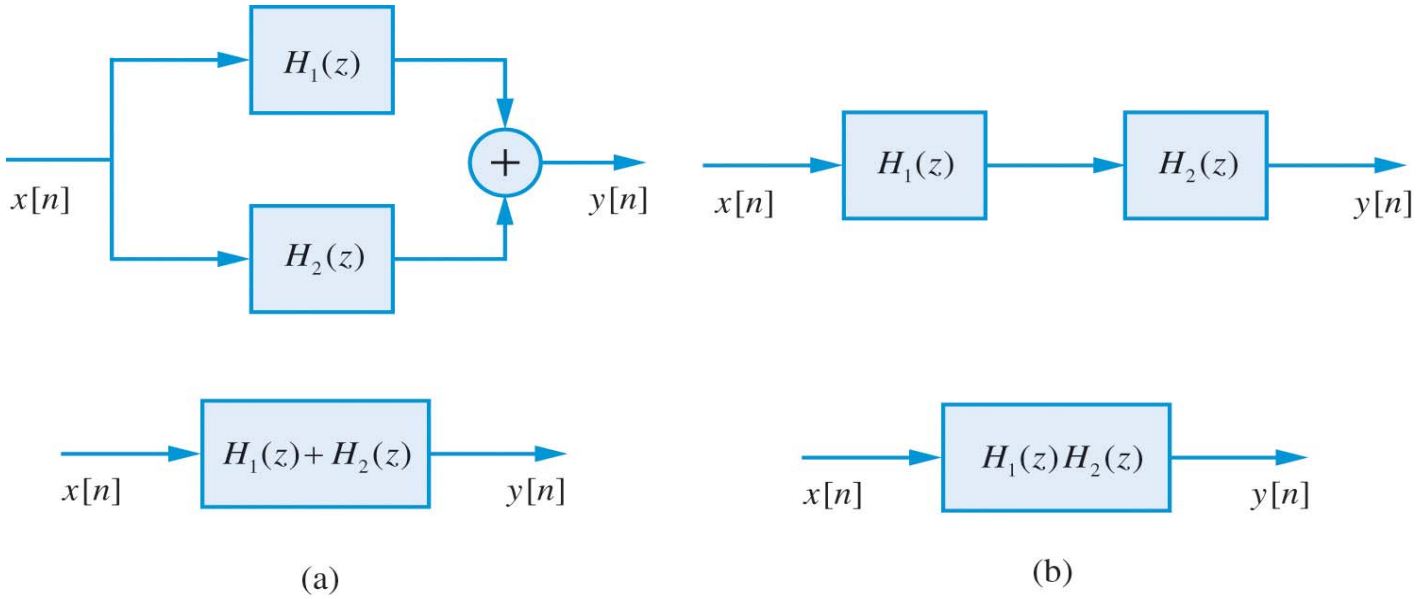
$$n\ge 4,\quad 0\le m\le 3,\quad y(n)\ne 0$$

$$y(n)=\sum_{m=0}^{n}R_4(m)a^{n-m}u(n-m)=\sum_{m=0}^{3}a^{n-m}=a^n\frac{1-a^{-4}}{1-a^{-1}}$$

离散时间系统

❖LTI系统的连接

- 并联/串联
- 等效形式



离散时间系统

- 因果性
  - 基本含义
  - 充要条件
  - 系统判定

离散时间系统

- 稳定性
  - 基本含义
  - 充要条件
  - 系统判定

离散时间系统

❖ 充要条件证明：

➢ 充分条件

$$|y[n]| = \left|\sum_{m=0}^{\infty} h[m]x(n-m)\right| \le \sum_{m=0}^{\infty} |h[m]x[n-m]| \le p\sum_{m=0}^{\infty} |h[m]| < \infty$$

➢ 必要条件（反证法）

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| = \infty \qquad x[-n] = \begin{cases} 1 & h[n] \ge 0 \\ -1 & h[n] < 0 \end{cases} \qquad |x[n]| = 1 < \infty$$

$$y[0] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n-k]\Big|_{n=0} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[-k] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |h[k]| = \infty$$

LCC差分方程

- 差分方程
  - 数学描述
  - 前向差分
  - 反向差分
  - 对比卷积

LCC差分方程

❖ 数学描述

➢ 基本形式

$$\sum_{i=0}^{M} b_i x[n-i] = \sum_{i=0}^{N} a_i y[n-i]$$

➢ 微分方程

LCC差分方程

❖ 差分形式

➢ 前向差分

$$y[n]=\sum_{i=0}^{M}b_i x[n-i]-\sum_{i=1}^{N}a_i y[n-i] \qquad a_0=1$$

➢ 反向差分（介绍）

$$y[n-N]=\sum_{i=0}^{M}b_i x[n-i]-\sum_{i=0}^{N-1}a_i y[n-i] \qquad a_N=1$$

LCC差分方程

❖ 递推求解

➢ 基本形式

$$y[n]=\sum_{i=0}^{M} b_i x[n-i]-\sum_{i=1}^{N} a_i y[n-i] \qquad a_0=1$$

➢ 初始条件

$$x[n], x[n-1], \cdots, x[n-M], y[n-1], y[n-2], \cdots, y[n-N]$$

➢ 递推求解

LCC差分方程

❖差分实例

➢ 基本形式　$y(n)=ay(n-1)+x(n)$

➢ 初始条件　$x(n)=\delta(n),\ \ y(-1)=1$

➢ 递推求解

$$
\begin{aligned}
&n=0 \qquad y(0)=ay(-1)+\delta(0)=a+1\\
&n=1 \qquad y(1)=ay(0)+\delta(1)=a(a+1)\\
&n=2 \qquad y(2)=ay(1)+\delta(2)=a^2(a+1)\\
&\quad\ \vdots\\
&\qquad\qquad y(n)=ay(n-1)+\delta(n)=a^n(a+1)u(n)
\end{aligned}
$$

本章小结

- 离散时间信号
  - 数字信号
  - 典型序列
  - 周期序列
- 离散时间系统
  - 系统“四性”
  - 数学描述
  - 判别系统
- LTI系统
  - 线性卷积
  - 差分方程
  - 数值计算


谢谢大家！