

## 第1章 线性方程组的解法 作业

1、试用初等变换和矩阵消元法解下列线性方程组，并比较求解过程。

$$(1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 2, \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 = 3, \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + x_3 + x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_4 = 3, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4, \end{cases}$$

2、用矩阵消元法解下列线性方程组。

$$(1) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 = -1, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 3, \\ x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 3, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = -1, \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 - 3x_5 = 2, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_4 + 2x_5 = 1, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 7, \\ 9x_1 - 9x_2 + 6x_3 - 16x_4 + 2x_5 = 25, \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4, \\ x_2 - x_3 + x_4 = -3, \\ x_1 + 3x_2 + x_4 = 1, \\ -7x_2 + 3x_3 + x_4 = -3, \end{cases}$$

3、在空间直角坐标系中，求下面三个平面

$9x - 3y + z = 20, x + y + z = 0, -x + 2y + z = -10$  的公共点集合。

4、讨论当  $\lambda$  取什么值时下面的方程组有解：

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = \lambda, \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = \lambda^2, \end{cases}$$

当方程组有解时求出解来，并讨论  $\lambda$  取什么值时方程组有唯一解，什么时候有无穷多组解。

5、不解方程组，判断下面的方程组是否有非零解：

$$(1) \begin{cases} x + y + z = 0, \\ 2x + y + 5z = 0; \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x + y + z = 0, \\ 2x + y + 5z = 0, \\ 3x + 2y + 6z = 0. \end{cases}$$

6、若下列线性方程组无解

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + kx_3 = 4 \\ -x_1 + kx_2 + x_3 = k^2 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \end{cases}$$

求  $k$  应该满足的条件。

7、  $\lambda$  为何值时，下列方程组

$$\begin{cases} 2x_1 + \lambda x_2 - x_3 = 1, \\ \lambda x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 = -1, \end{cases}$$

无解、有唯一解或有无穷多解？并在无穷多解时写出方程组的所有解。

8、若方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + (a+2)x_3 = b+3 \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$$

有唯一解，则求  $a, b$  满足的条件。

9、已知下面两个方程组

$$(1) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + px_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 9x_2 + 4x_3 + qx_4 = 0, \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + tx_3 + x_4 = 0, \\ 5x_1 + 12x_2 + 5x_3 + sx_4 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + (5-2t)x_3 + (s-2)x_4 = 0, \end{cases}$$

同解，求  $p, q, s, t$  的值，并求它们的所有解。