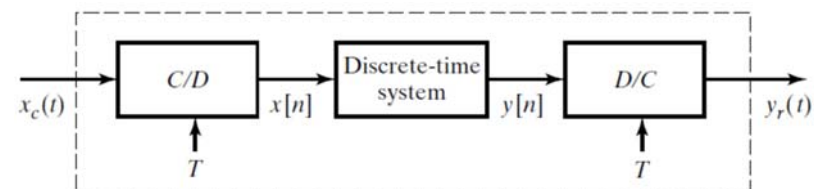


# 数字信号处理

## ——第12讲

## 数字信号处理系统

### ❖ 系统结构



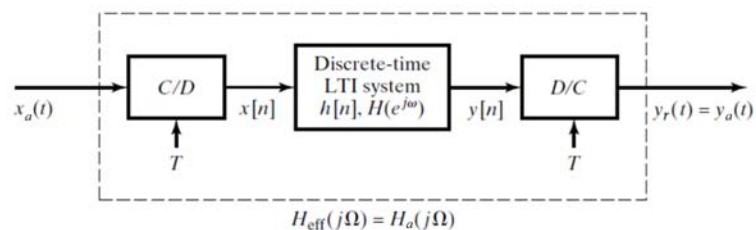
2019/4/17

数字信号处理 北京航空航天大学

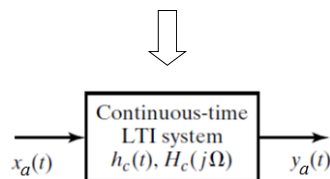
2

## 模拟信号的数字处理

### ❖ 系统框图



$$H_{\text{eff}}(j\Omega) = H_a(j\Omega)$$



2019/4/17

数字信号处理 北京航空航天大学

3

## 模拟信号的数字处理

### ❖ 模拟信号的数字处理

- 体系结构
- 模块功能
- 信号变化

### ❖ 模拟信号的频谱分析

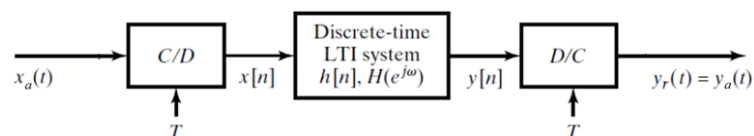
- 体系结构
- 频率关系
- 误差来源

2019/4/17

数字信号处理 北京航空航天大学

4

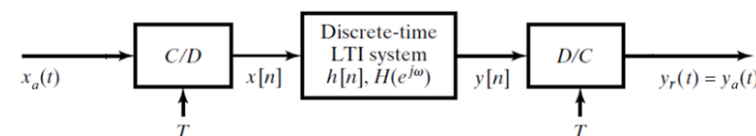
## ❖ 分析过程：C/D



$$x[n] = x_a(t)|_{t=nT} = x_a(nT) \implies X(e^{j\Omega T}) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_a(j(\Omega - k\Omega_s))$$

$$\omega = \Omega T, \quad \Omega = \frac{\omega}{T} \implies X(e^{j\omega}) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_a\left(j\left(\frac{\omega}{T} - \frac{2k\pi}{T}\right)\right)$$

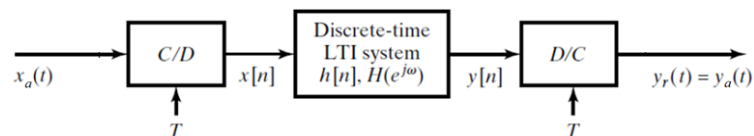
## ❖ 分析过程：LTI-S



$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n-k] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k]$$

$$Y(e^{j\omega}) = H(e^{j\omega})X(e^{j\omega}) \quad \omega = \Omega T \implies Y(e^{j\Omega T}) = H(e^{j\Omega T})X(e^{j\Omega T})$$

## ❖ 分析过程：D/C



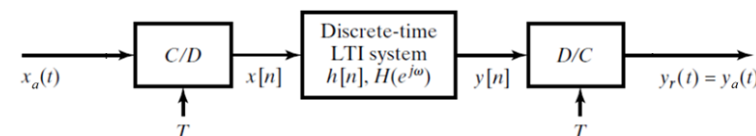
$$y[n] = y_a(t)|_{t=nT} = y_a(nT) \implies Y(e^{j\omega}) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} Y_a\left(j\left(\frac{\omega}{T} - \frac{2k\pi}{T}\right)\right)$$

$$\omega = \Omega T$$

$$Y_a(j\Omega) = Y(e^{j\Omega T})G(j\Omega) \quad \Longleftarrow \quad Y(e^{j\Omega T}) = H(e^{j\Omega T})X(e^{j\Omega T})$$

$$G(j\Omega) = \begin{cases} T & |\Omega| < \pi/T \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

## ❖ 分析过程：整个系统



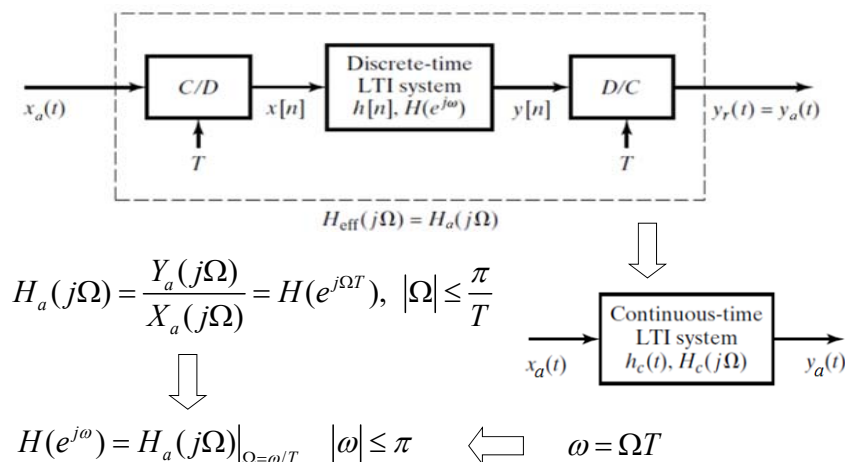
$$Y_a(j\Omega) = Y(e^{j\Omega T})G(j\Omega) \quad \Longleftarrow \quad Y(e^{j\Omega T}) = H(e^{j\Omega T})X(e^{j\Omega T})$$

$$Y_a(j\Omega) = H(e^{j\Omega T})X(e^{j\Omega T})G(j\Omega) \quad \Longleftarrow \quad X(e^{j\Omega T}) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_a(j(\Omega - k\Omega_s))$$

$$Y_a(j\Omega) = X_a(j\Omega)H(e^{j\Omega T}), \quad |\Omega| \leq \frac{\pi}{T} \implies H_a(j\Omega) = \frac{Y_a(j\Omega)}{X_a(j\Omega)} = H(e^{j\Omega T}), \quad |\Omega| \leq \frac{\pi}{T}$$

## 模拟信号的数字处理

### ❖ 分析过程：等效系统



2019/4/17

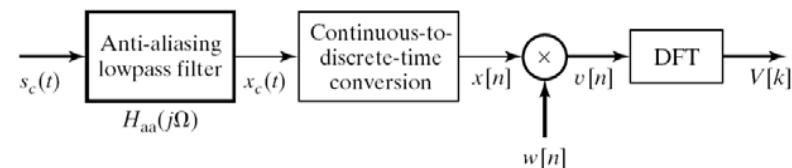
数字信号处理 北京航空航天大学

9

## 模拟信号的频谱分析

### ❖ 体系结构

#### ➤ 系统基本结构



#### ➤ 信号性质变化

#### ➤ 误差来源分析

2019/4/17

数字信号处理 北京航空航天大学

10

## 模拟信号的频谱分析

### ❖ 参数选择

#### ➤ 模拟信号的FT

$$X_a(jf) = FT[x_a(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x_a(t) e^{-j2\pi f t} dt$$

#### ➤ $X_a(jf)$ 的零阶近似

$$X_a(jf) = T \sum_{n=0}^{N-1} x_a(nT) e^{-j2\pi f nT}$$

#### ➤ 频域等间隔采样

$$F = \frac{F_s}{N} = \frac{1}{NT} = \frac{1}{T_p} \quad f = kF, \quad 0 \leq k \leq N-1$$

2019/4/17

数字信号处理 北京航空航天大学

11

## 模拟信号的频谱分析

#### ➤ 模拟频谱计算

$$\begin{aligned} X(jkF) &= T \sum_{n=0}^{N-1} x_a(nT) e^{-j2\pi kFnT} = T \sum_{n=0}^{N-1} x_a(nT) e^{-j\frac{2\pi}{N} kn} \\ &= T \cdot \text{DFT}[x(n)] \quad 0 \leq k \leq N-1 \end{aligned}$$

#### ➤ 模拟频率计算

$$f = kF = k \frac{F_s}{N} = \frac{k}{NT}$$

#### ➤ 利用FFT计算

$$N = 2^m \quad m = 5, 6, 7, \dots$$

2019/4/17

数字信号处理 北京航空航天大学

12

## 模拟信号的频谱分析

### ❖ 频率对应关系

#### ➤ C/D 转换

$$x[n] = x_c(t)|_{t=nT} = x_c(nT)$$

$$\omega = \Omega T = \Omega / f_s \quad \leftarrow$$

$$X_c(j\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x_c(t) e^{-j\Omega t} dt$$

$$X_s(j\Omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j(\Omega - k\Omega_s))$$

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c\left(j\left(\frac{\omega}{T} - \frac{2\pi k}{T}\right)\right)$$

#### ➤ DFT 计算

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} \quad \Rightarrow \quad \omega_k = \frac{2\pi}{N}k$$

2019/4/17

数字信号处理 北京航空航天大学

13

## 模拟信号的频谱分析

### ❖ 频率关系

$$\omega = \Omega T = \frac{\Omega}{f_s} \quad \Rightarrow \quad \omega_k = \Omega_k T = \frac{\Omega_k}{f_s}$$

$$\Downarrow \quad \omega_k = \frac{2\pi}{N}k$$

$$\Omega_k = \frac{2\pi}{NT}k \quad \Leftarrow \quad \Omega_k T = \frac{2\pi}{N}k, \quad \frac{\Omega_k}{f_s} = \frac{2\pi}{N}k$$

$$\Downarrow \quad \Omega_k = 2\pi f_k$$

$$\Downarrow \quad \Omega_k = 2\pi f_k$$

$$f_k = \frac{1}{NT}k = \frac{f_s}{N}k$$

$$\Leftarrow \quad \Omega_k = \frac{2\pi f_s}{N}k$$

2019/4/17

数字信号处理 北京航空航天大学

14

## 模拟信号的频谱分析

### ❖ 误差来源

#### ➤ 截断效应

$$x_N(n) = x(n)R_N(n) \quad R_N(e^{j\omega}) = e^{-j\omega\frac{N-1}{2}} \frac{\sin(\omega N/2)}{\sin(\omega/2)} = R_N(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$



$$X_N(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi} X(e^{j\omega}) * R_N(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\theta}) R_N(e^{j(\omega-\theta)}) d\theta$$



$$F(\omega - \omega_0) = F(\omega) * \delta(\omega - \omega_0)$$



2019/4/17

数字信号处理 北京航空航天大学

15

## 正弦信号的加窗效应实例

### ❖ DFT 分析的典型效应

- 加窗效应：截断/截短
- 频谱泄露：
- 栅栏效应：

### ❖ DFT 分析的典型效应

- 复合信号： $x[n] = \cos(\omega_1 n) + 0.75 \cos(\omega_2 n)$
- 窗口长度： $N = 64$
- 改变  $\omega_1$  和  $\omega_2$ ：DFT 的结果变化（计算 DFT： $L=1024$ ）。

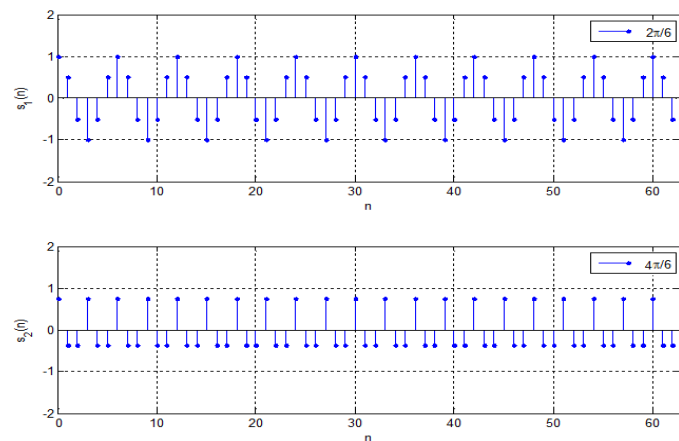
2019/4/17

数字信号处理 北京航空航天大学

16

# 正弦信号的加窗效应实例

## 截断效应实例



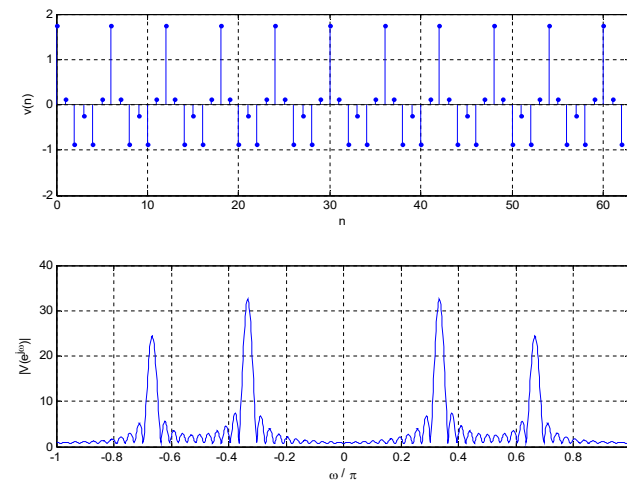
2019/4/17

数字信号处理 北京航空航天大学

17

# 正弦信号的加窗效应实例

## 截断效应实例



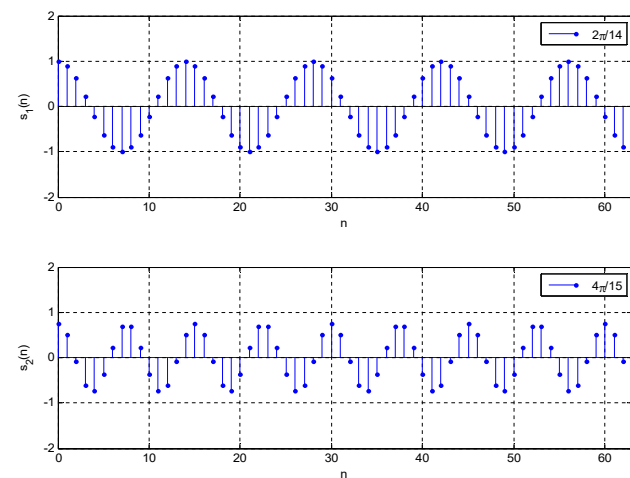
2019/4/17

数字信号处理 北京航空航天大学

18

# 正弦信号的加窗效应实例

## 截断效应实例



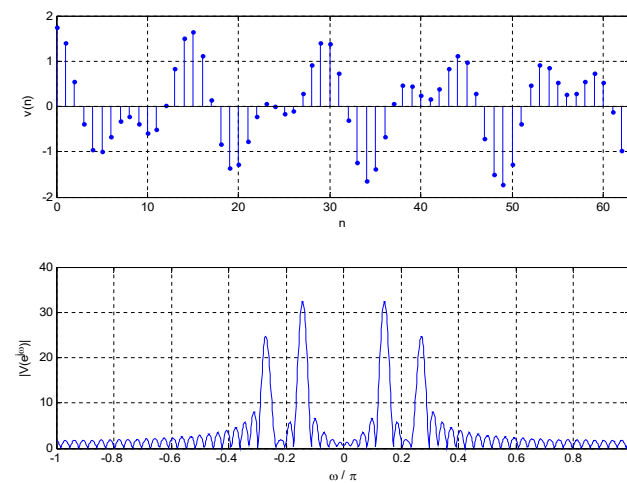
2019/4/17

数字信号处理 北京航空航天大学

19

# 正弦信号的加窗效应实例

## 截断效应实例



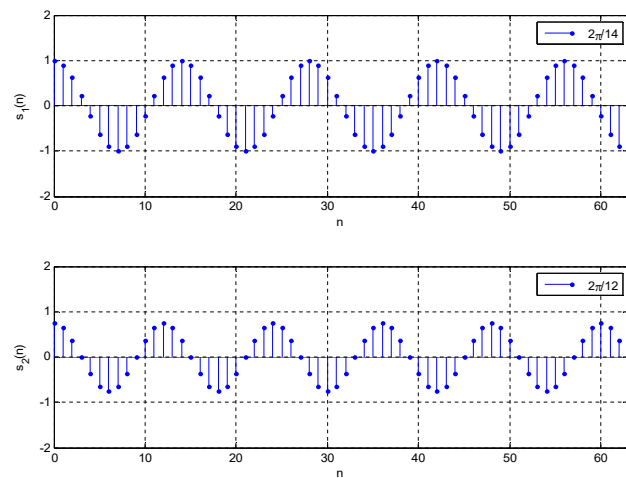
2019/4/17

数字信号处理 北京航空航天大学

20

# 正弦信号的加窗效应实例

## 截断效应实例



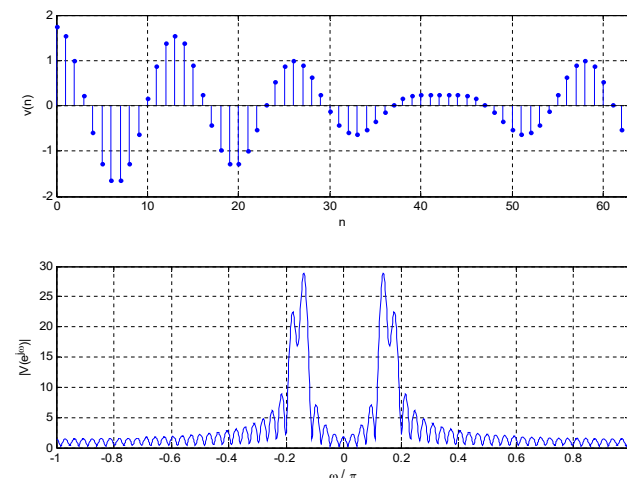
2019/4/17

数字信号处理 北京航空航天大学

21

# 正弦信号的加窗效应实例

## 截断效应实例



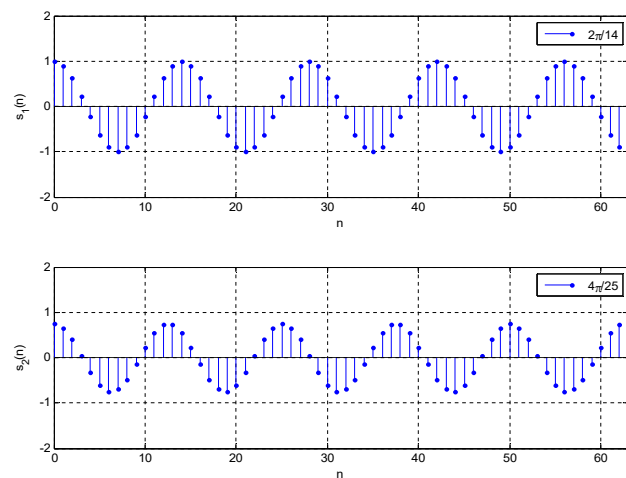
2019/4/17

数字信号处理 北京航空航天大学

22

# 正弦信号的加窗效应实例

## 截断效应实例



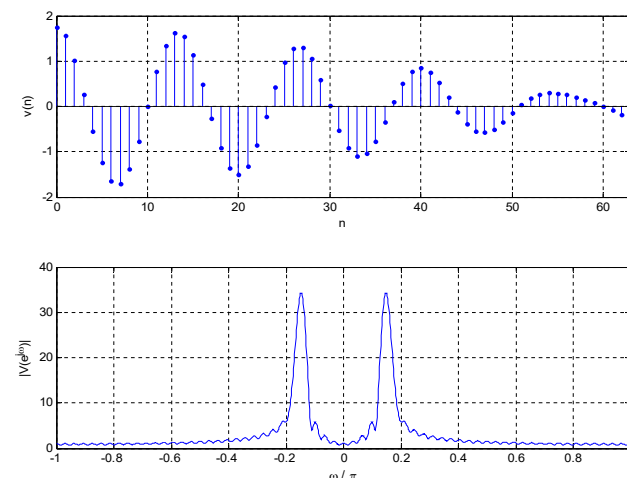
2019/4/17

数字信号处理 北京航空航天大学

23

# 正弦信号的加窗效应实例

## 截断效应实例



2019/4/17

数字信号处理 北京航空航天大学

24

## 第12次作业

❖ 书中作业：（不要求打印）

4.2、4.6

❖ 补充作业：（打印绘制图形）

对模拟信号 $x(t) = \cos(2\pi f_1 t) + 0.75\cos(2\pi f_2 t)$ 进行理想采样，采样频率为300 Hz，采样时间为2 s，得到数字信号为 $x[n]$ ，利用Matlab软件计算：当 $f_1 = 50$  Hz、 $f_2 = 100$  Hz时，绘制 $x[n]$ 的离散时间傅里叶变换 $X(e^{j\omega})$ 以及离散傅里叶变换 $X[k]$ ，结合图形讨论 $X(e^{j\omega})$ 与 $X[k]$ 的频谱结构，并解释 $X(e^{j\omega})$ 与 $X[k]$ 的对应关系。

