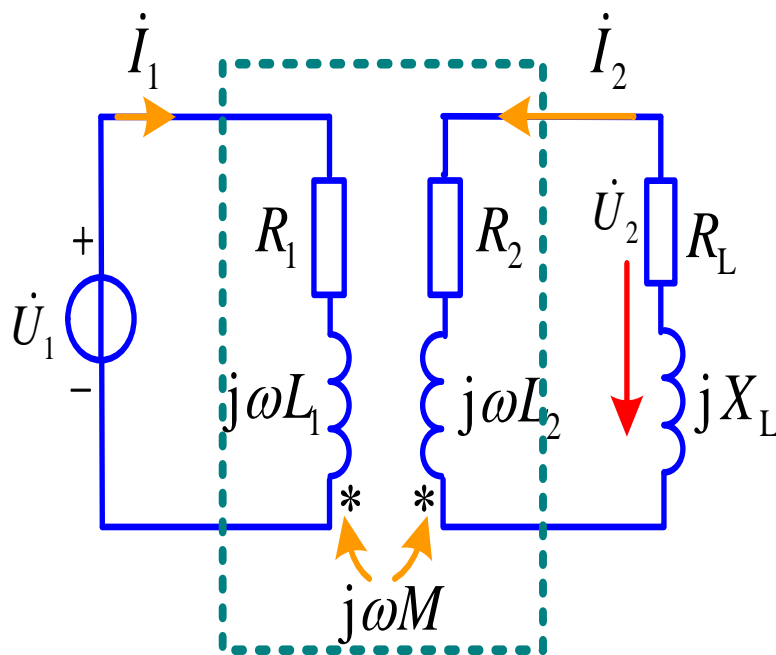


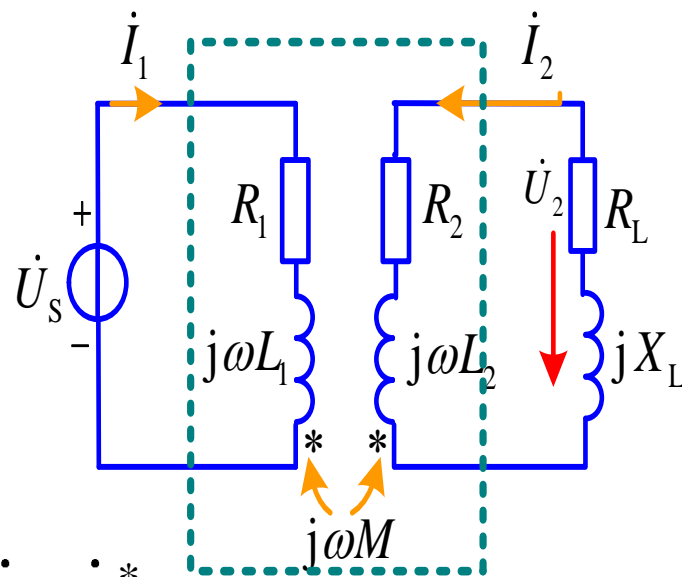
10.3 耦合电感的功率

当耦合电感中的施感电流变化时，将出现变化的磁场，从而产生电场（互感电压），耦合电感通过变化的电磁场进行电磁能的转换和传输，电磁能从耦合电感一边传输到另一边。



10.3 耦合电感的功率

$$\begin{cases} (R_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 = \dot{U}_s \\ j\omega M \dot{I}_1 + (R_2 + j\omega L_2)\dot{I}_2 = \dot{U}_2 \end{cases}$$



$$\bar{S}_1 = \dot{U}_s \dot{I}_1^* = [(R_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2] \dot{I}_1^*$$

$$= (R_1 + j\omega L_1) I_1^2 + j\omega M \dot{I}_2 \dot{I}_1^*$$

$$\bar{S}_2 = \dot{U}_2 \dot{I}_2^* = [j\omega M \dot{I}_1 + (R_2 + j\omega L_2)\dot{I}_2] \dot{I}_2^*$$

$$= j\omega M \dot{I}_1 \dot{I}_2^* + (R_2 + j\omega L_2) I_2^2$$

$j\omega M \dot{I}_2 \dot{I}_1^*$ \longrightarrow 线圈1中互感电压耦合的复功率

$j\omega M \dot{I}_1 \dot{I}_2^*$ \longrightarrow 线圈2中互感电压耦合的复功率

$\dot{I}_1 \dot{I}_2^*$ 与 $\dot{I}_2 \dot{I}_1^*$ 为共轭复数（实部相同，虚部异号）；

则 $j\omega M \dot{I}_1 \dot{I}_2^*$ 与 $j\omega M \dot{I}_2 \dot{I}_1^*$ 为实部异号，虚部相同。

两个互感电压耦合的复功率为虚部同号，而实部异号，这一特点是耦合电感本身的电磁特性所决定的；

耦合功率中的有功功率相互异号，表明有功功率从一个端口进入，必从另一端口输出，这是互感
M非耗能特性的体现。

$j\omega MI_1 I_2^*$ 与 $j\omega MI_2 I_1^*$ 为实部异号，虚部相同。

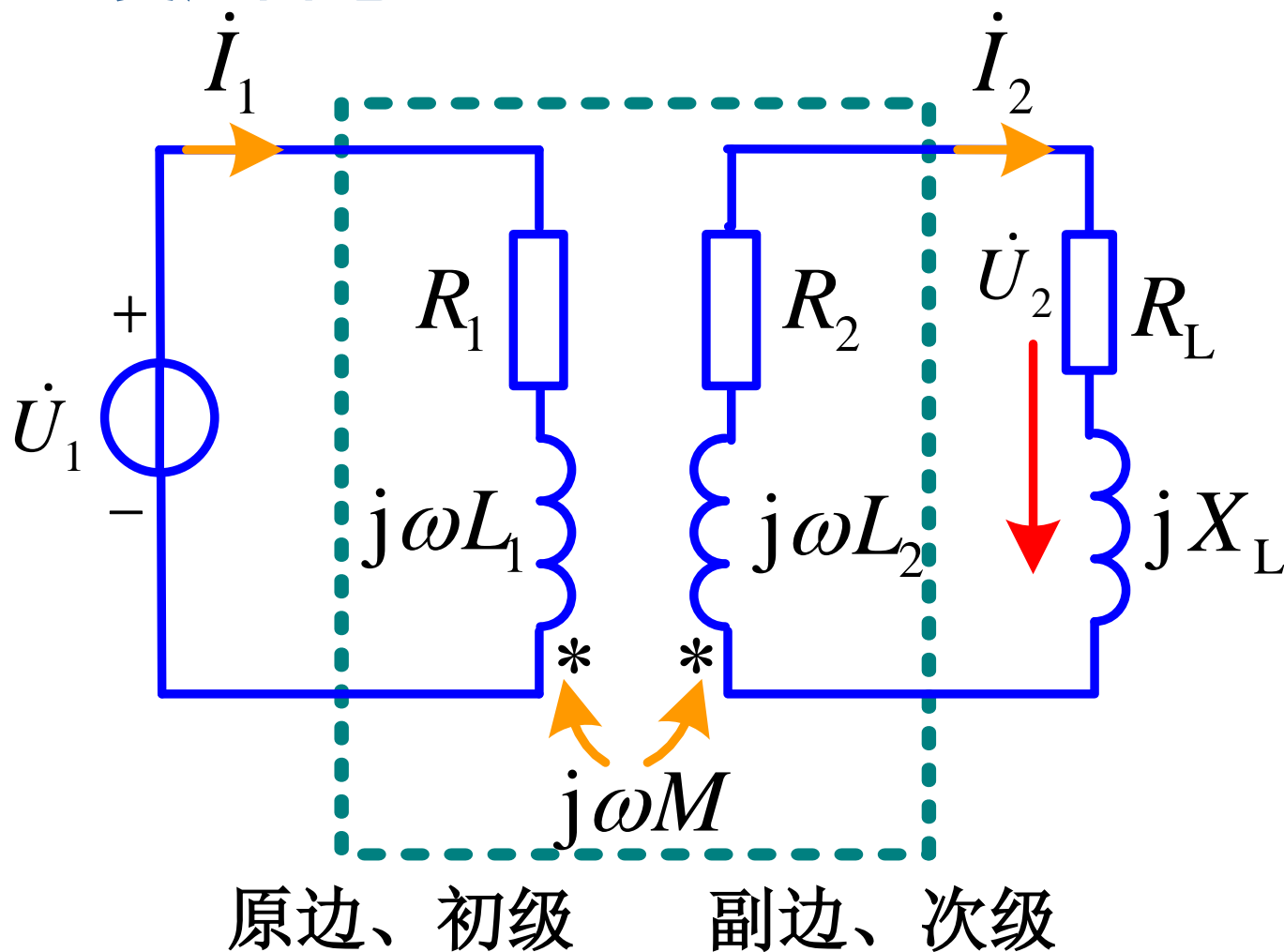
耦合功率中的无功功率同号，表明两个互感电压耦合功率中的无功功率对两个耦合线圈的影响性质是相同的。即，当M起同向耦合作用时，它的储能特性与电感相同，将使耦合电感中的磁能增加；当M起反向耦合作用时，它的储能特性与电容相同，将使耦合电感的储能减少。



变压器

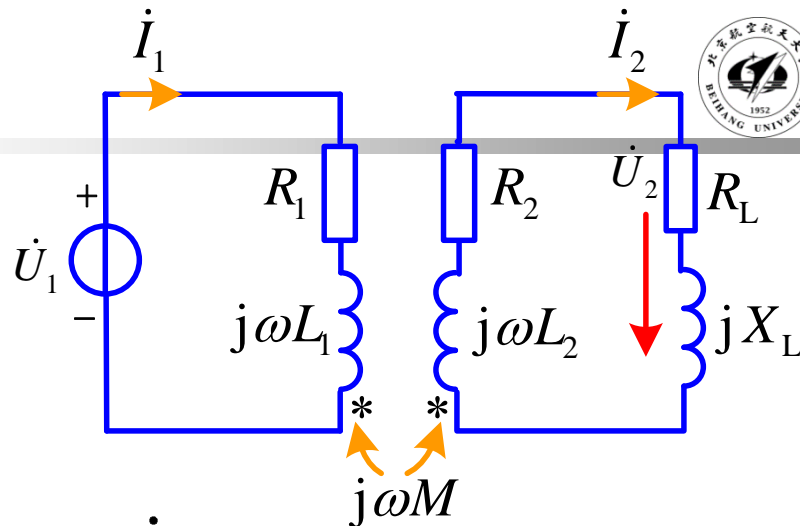
10.4 空心变压器

1. 空心变压器电路



2. 分析方法

(1) 方程法分析



$$(R_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1 - j\omega M\dot{I}_2 = \dot{U}_1$$

$$(R_L + jX_L)\dot{I}_2 + (R_2 + j\omega L_2)\dot{I}_2 - j\omega M\dot{I}_1 = 0$$

$$\text{令} \begin{cases} Z_{11} = R_1 + j\omega L_1 \\ Z_{22} = R_2 + j\omega L_2 + R_L + jX_L \\ Z_M = j\omega M \end{cases}$$

$$\text{则} \begin{cases} Z_{11}\dot{I}_1 - Z_M\dot{I}_2 = \dot{U}_1 \\ -Z_M\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2 = 0 \end{cases}$$

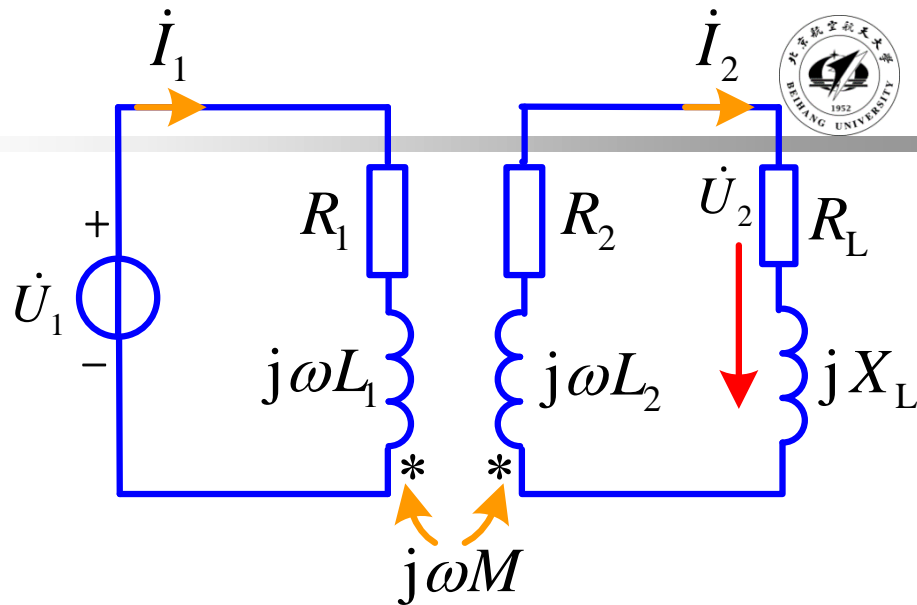
$$\dot{I}_2 = \frac{Z_M}{Z_{22}} \dot{I}_1$$

2. 分析方法

(1) 方程法分析

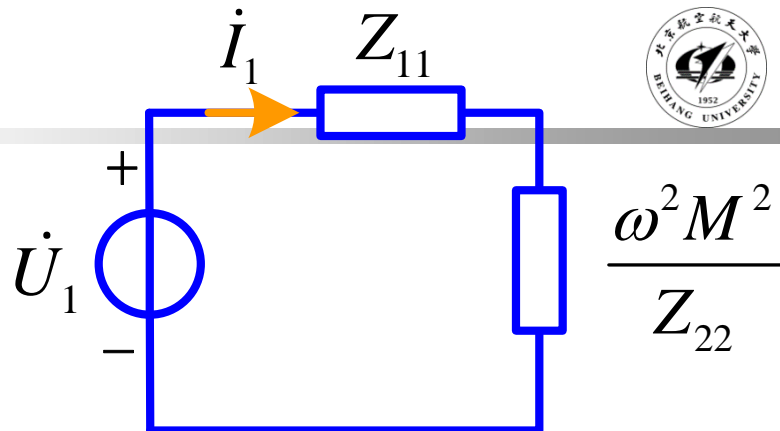
$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{Z_{11} + \frac{(\omega M)^2}{Z_{22}}} \\ \dot{I}_2 = \frac{j\omega M \dot{U}_1}{(Z_{11} + \frac{(\omega M)^2}{Z_{22}})Z_{22}} = \frac{j\omega M \dot{U}_1}{Z_{11}} \times \frac{1}{Z_{22} + \frac{(\omega M)^2}{Z_{11}}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z_{\text{in}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = Z_{11} + \frac{(\omega M)^2}{Z_{22}}$$



(2) 等效电路法分析

$$Z_{\text{in}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = Z_{11} + \boxed{\frac{\omega^2 M^2}{Z_{22}}}$$



原边等效电路

反映阻抗 引入阻抗 感性 \longleftrightarrow 容性

$$\frac{\omega^2 M^2}{R_{22} + jX_{22}} = \frac{\omega^2 M^2 R_{22}}{R_{22}^2 + X_{22}^2} - j \frac{\omega^2 M^2 X_{22}}{R_{22}^2 + X_{22}^2}$$

副边对原边的互感电压就是引入阻抗上的电压

原边传递给副边的功率即为反映阻抗上消耗的功率

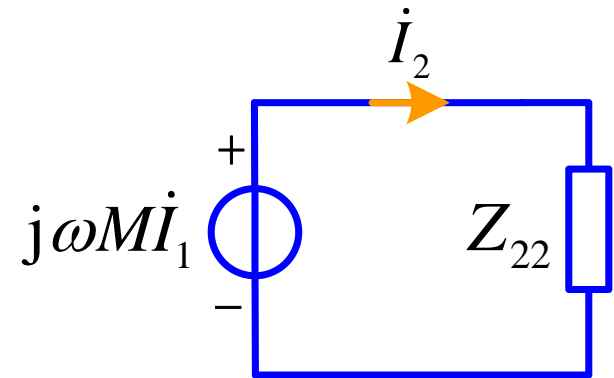
原边对副边的影响相当于一个感应电压或感应电动势。

(2) 等效电路法分析

$$\dot{I}_2 = \frac{j\omega M \dot{U}_1}{(Z_{11} + \frac{(\omega M)^2}{Z_{22}})Z_{22}} = \frac{j\omega M \dot{U}_1}{Z_{11}} \times \frac{1}{Z_{22} + \frac{(\omega M)^2}{Z_{11}}}$$

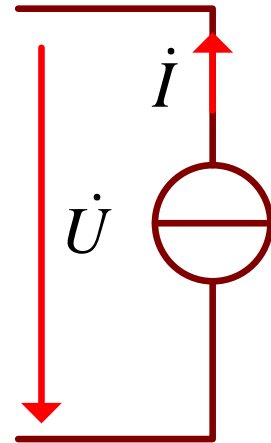
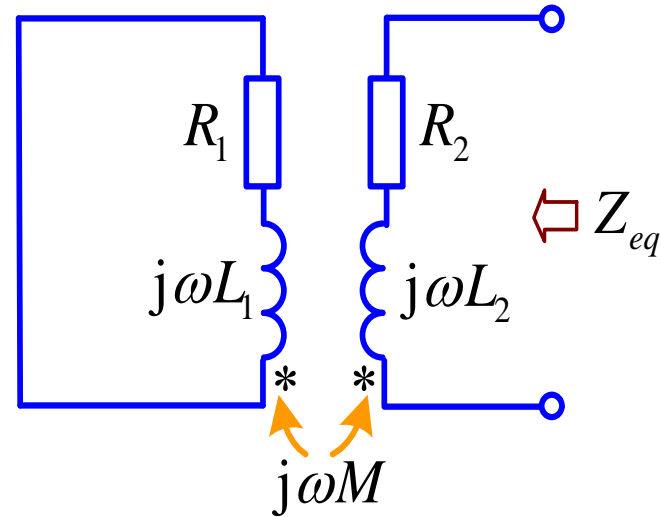
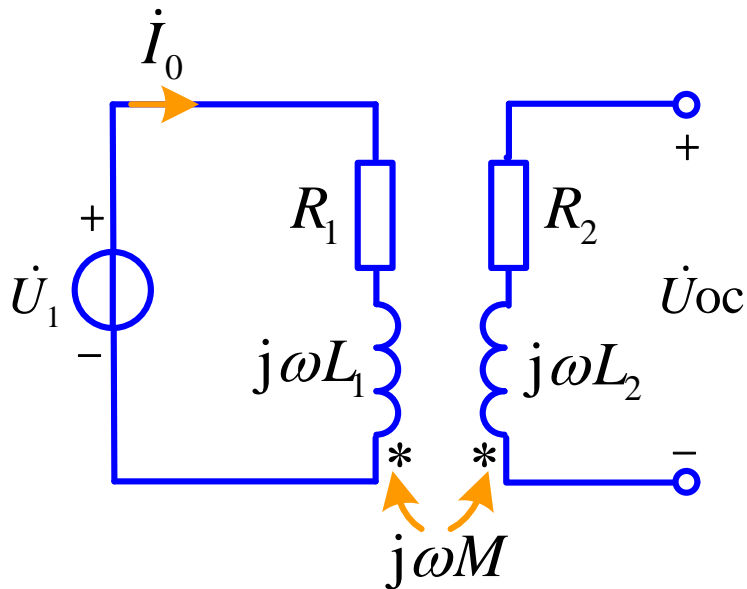
$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{Z_{11} + \frac{(\omega M)^2}{Z_{22}}}$$

$$-j\omega M \dot{I}_1 + Z_{22} \dot{I}_2 = 0$$



副边等效电路

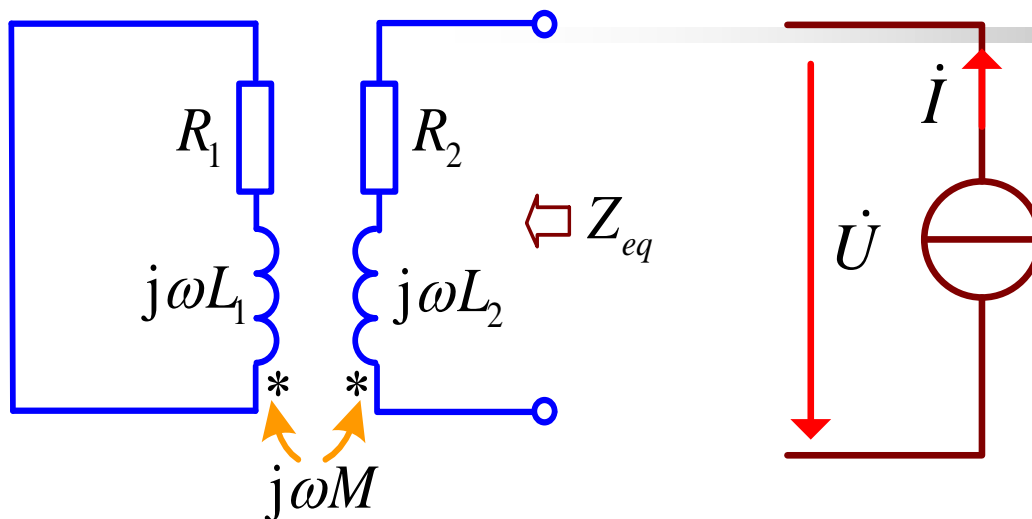
副边戴维宁等效电路



$$\dot{U}_{OC} = j\omega M \dot{I}_0 = j\omega M \frac{\dot{U}_1}{Z_{11}}$$

★三种方法求 Z_{eq}

★副边与原边是相对的



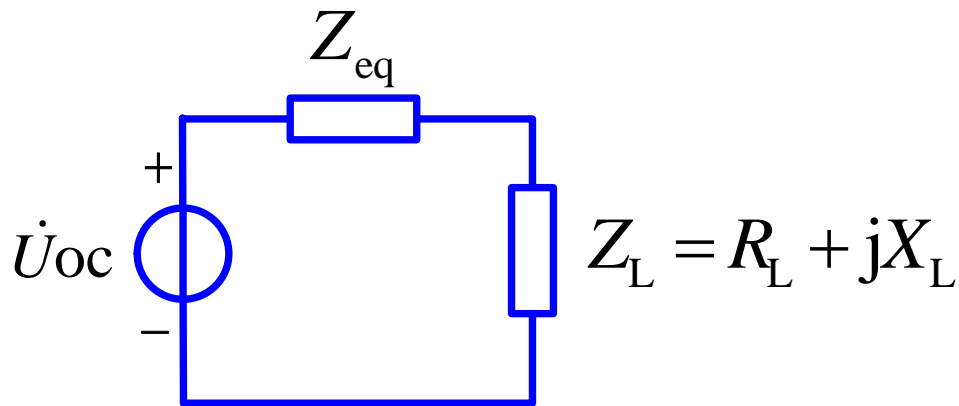
★副边与原边是相对的

则从副边看过去的等效阻抗为：

正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

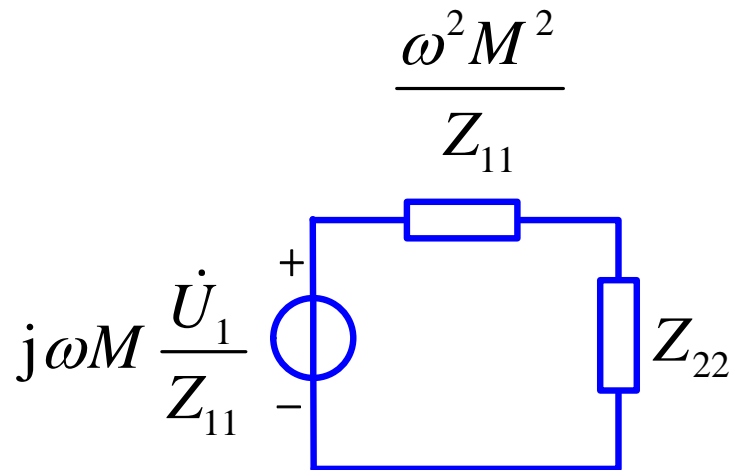
作答

副边戴维宁等效电路



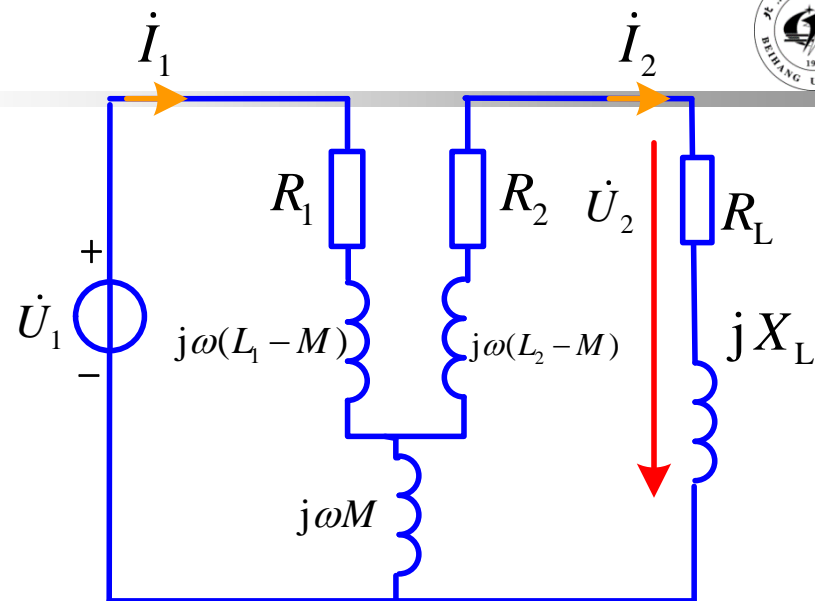
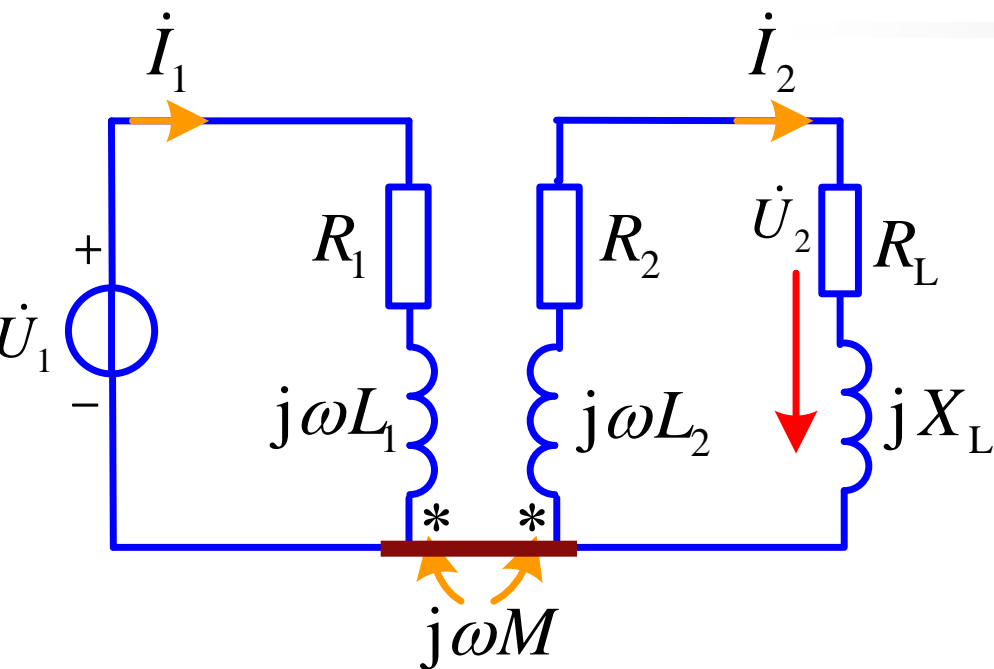
$$\dot{U}_{oc} = j\omega M \dot{I}_0 = j\omega M \frac{\dot{U}_1}{Z_{11}}$$

$$Z_{eq} = R_2 + j\omega L_2 + \frac{\omega^2 M^2}{Z_{11}}$$



副边等效电路

(3) 去耦等效法分析




$$\dot{U}_{OC} = j\omega M \dot{I}_0 = j\omega M \frac{\dot{U}_1}{Z_{11}}$$

同侧联接，去耦等效变换

$$\begin{aligned} Z_{eq} &= R_2 + j\omega(L_2 - M) + \frac{j\omega M \times [R_1 + j\omega(L_1 - M)]}{j\omega M + R_1 + j\omega(L_1 - M)} \\ &= R_2 + j\omega L_2 - j\omega M + \frac{j\omega M \times (R_1 + j\omega L_1) + \omega M \times \omega M}{Z_{11}} \\ &= R_2 + j\omega L_2 + \frac{\omega^2 M^2}{Z_{11}} \end{aligned}$$


10.5 理想变压器

1.理想变压器的三个理想化条件

(1) 无损耗  线圈导线无电阻，做芯子的铁磁材料的磁导率无限大。

(2) 全耦合  $k = 1 \Rightarrow M = \sqrt{L_1 L_2}$

(3) 参数无限大

 $L_1, L_2, M \Rightarrow \infty,$
但 $\sqrt{L_1/L_2} = N_1/N_2 = n$

2.理想变压器的主要性能

(1) 变压关系

$$\frac{u_1}{u_2} = n$$

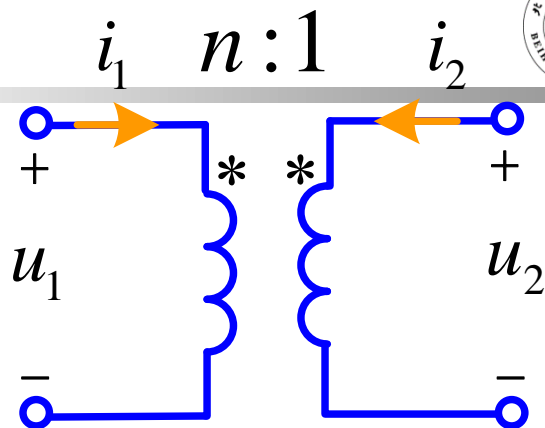
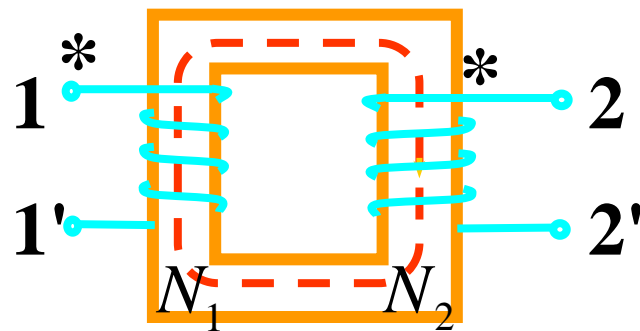
$$k = 1$$

$$\phi_1 = \phi_2 = \phi_{11} + \phi_{22} = \phi$$

$$\begin{cases} u_1 = \frac{d\psi_1}{dt} = N_1 \frac{d\phi}{dt} \\ u_2 = \frac{d\psi_2}{dt} = N_2 \frac{d\phi}{dt} \end{cases}$$

$$\text{变比 } n = \frac{N_1}{N_2}$$

匝数比



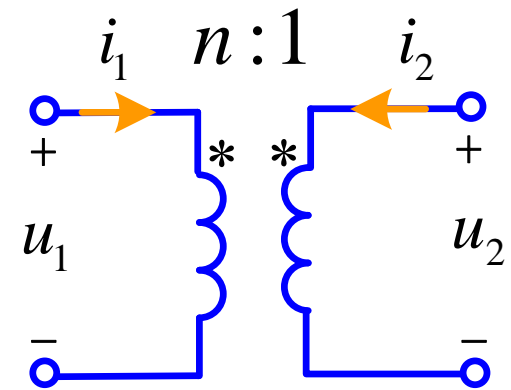
电路模型

(2) 变流关系

$$\frac{i_1(t)}{i_2(t)} = -\frac{1}{n}$$

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$\Rightarrow i_1(t) = \frac{1}{L_1} \int_0^t u_1(\xi) d\xi - \frac{M}{L_1} i_2(t)$$



理想变压器模型

理想化条件:

$$k = 1 \Rightarrow M = \sqrt{L_1 L_2} \quad L_1 \Rightarrow \infty, \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = \frac{N_1}{N_2} = n$$

$$\Rightarrow \frac{i_1(t)}{i_2(t)} = -\frac{M}{L_1} = -\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = -\frac{1}{n}$$

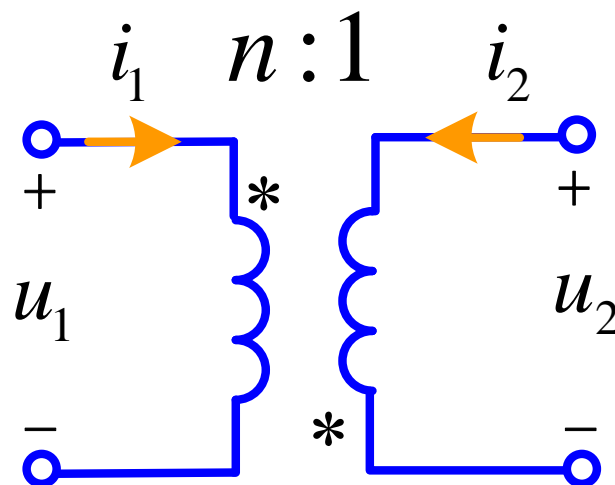
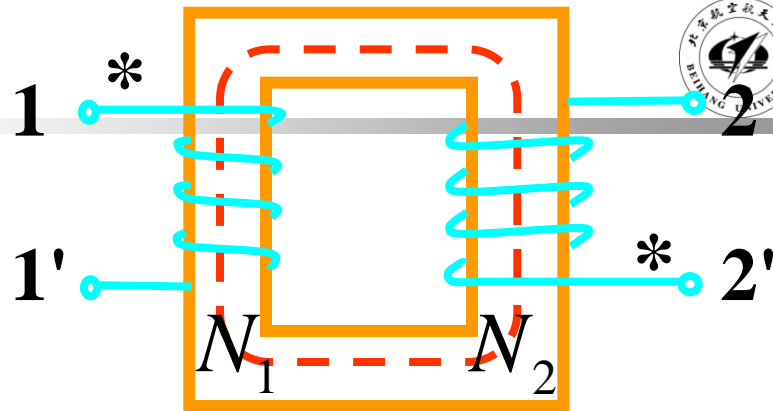
若

变压关系

➡
$$\frac{u_1}{u_2} = -\frac{N_1}{N_2} = -n$$

变流关系

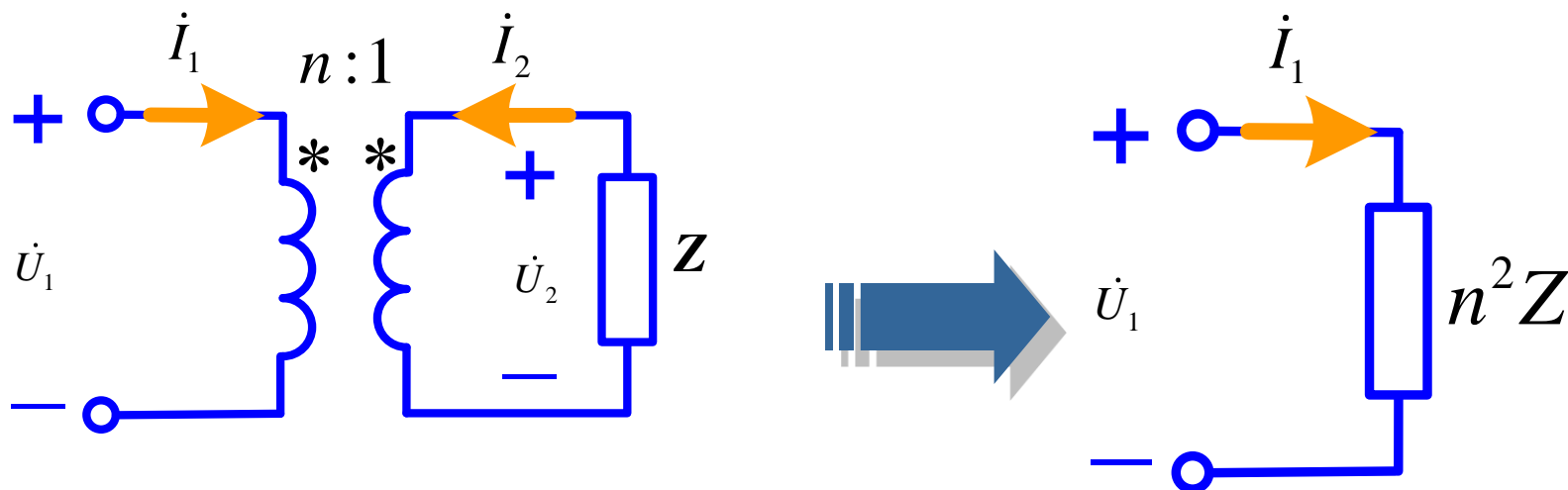
➡
$$\frac{i_1(t)}{i_2(t)} = \frac{1}{n}$$



理想变压器模型

在**直流情况**下，变压、变流关系仍成立；此时理想变压器不能由耦合电感模型理想化而得到！

(3) 变阻抗关系



$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{n\dot{U}_2}{-\frac{1}{n}\dot{I}_2} = n^2 \left(-\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \right) = n^2 Z$$

注意： 理想变压器的阻抗变换性质只改变阻抗的大小，不改变阻抗的性质。

(4) 功率性质

$$u_1 = nu_2$$

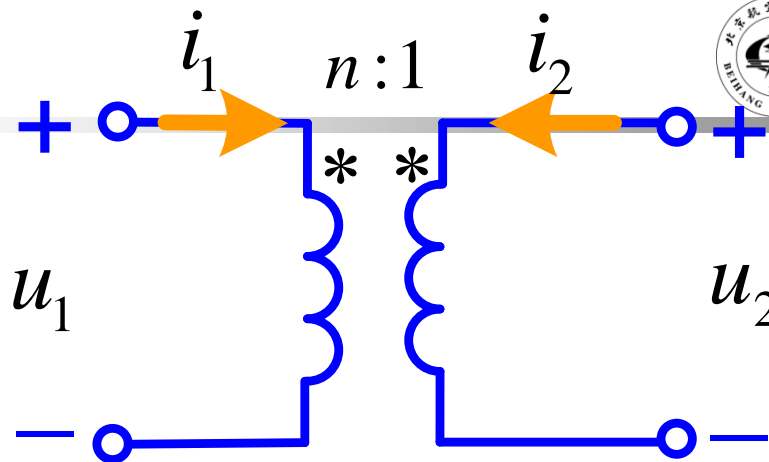
$$i_1 = -\frac{1}{n}i_2$$

$$u_1 i_1 + u_2 i_2 = 0$$

原边输入功率=副边输出功率

表明： (a) 理想变压器既不储能，也不耗能，在电路中只起传递信号和能量的作用。

(b) 理想变压器的特性方程为代数关系，因此它是无记忆的多端元件。



理想变压器与耦合电感元件比较

两种元件性质不同

1. 方程上（瞬时值）

理想变压器 代数方程，静态元件，是非记忆元件

耦合电感 微分方程，动态元件，是记忆元件

2. 能量上

理想变压器 不储能也不耗能

耦合电感 储能元件，若 R 存在，也耗能

3. 电路符号、参数

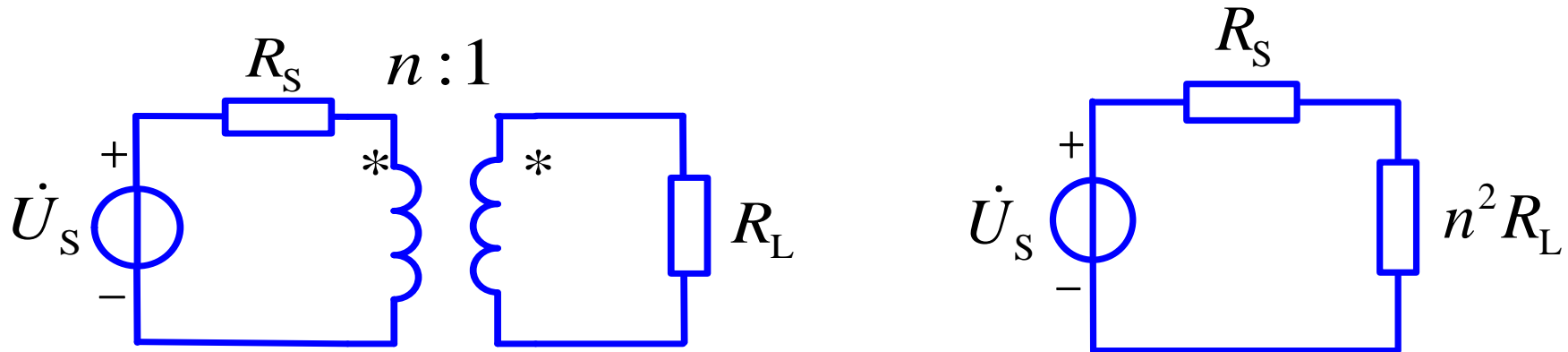
理想变压器 一个参数 n ：1，无 R_1 、 R_2 、 L_1 、 L_2 、 M

耦合电感 五个参数， R_1 、 R_2 、 L_1 、 L_2 、 M

【例】 已知： $R_S = 10\text{k}\Omega$ $R_L = 10\Omega$

若使负载 R_L 能从电源获得最大功率

求：理想变压器变比 n 。

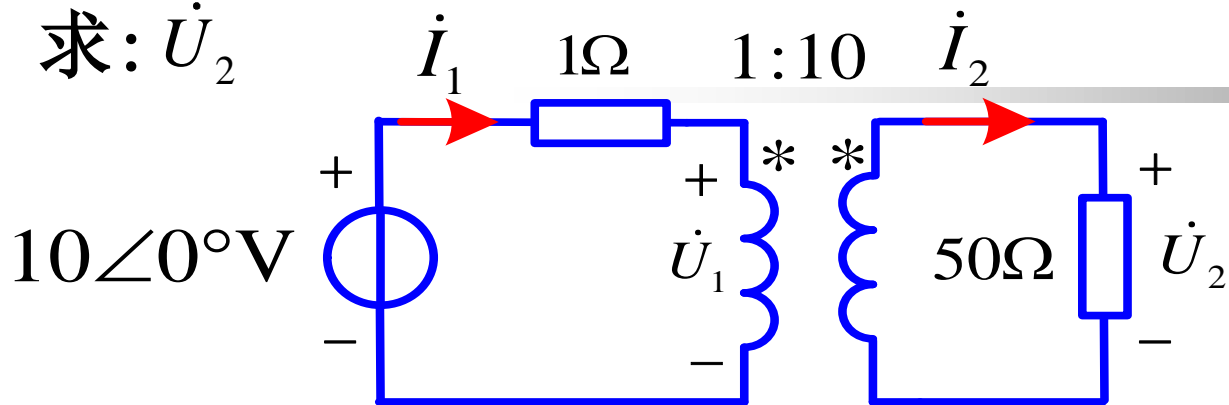


解

$$n^2 R_L = R_S$$

$$n = \sqrt{\frac{R_S}{R_L}} = \sqrt{\frac{10 \times 10^3}{10}} = 31.6$$

【例】 求: \dot{U}_2

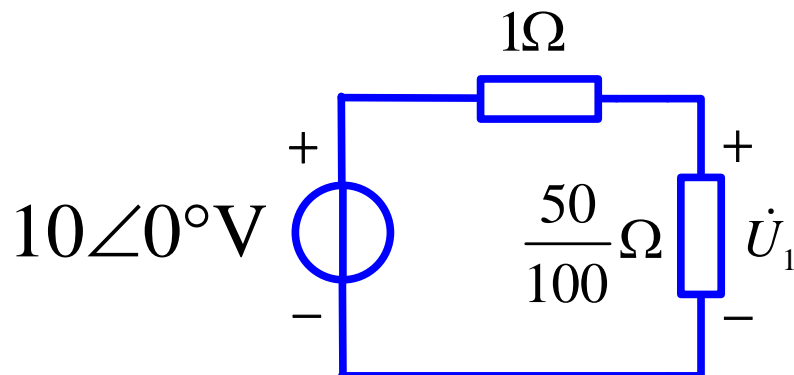
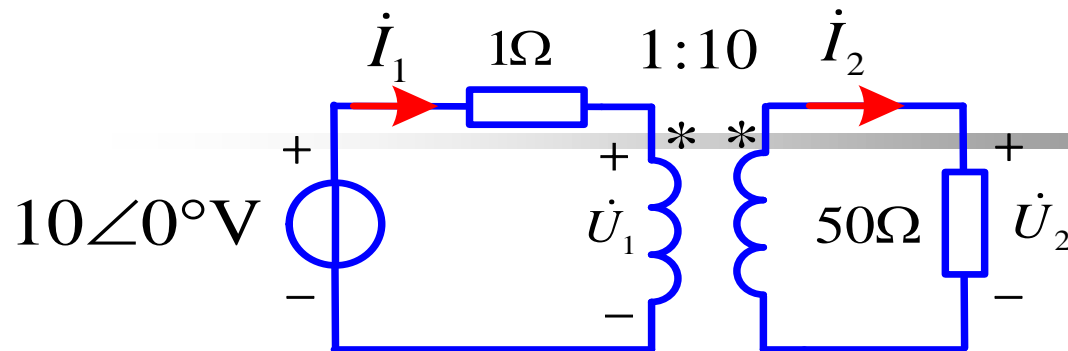


解 解法1

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \times \dot{I}_1 + \dot{U}_1 = 10 \angle 0^\circ \\ 50 \dot{I}_2 = \dot{U}_2 \\ \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{1}{10} \\ \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = 10 \end{array} \right.$$

联立解出 $\dot{U}_2 = \frac{100}{3} \angle 0^\circ \text{V}$

解法2



$$\dot{U}_1 = \frac{10\angle 0^\circ}{1 + 0.5} \times 0.5 = 3.33\angle 0^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_2 = 10\dot{U}_1 = 33.3\angle 0^\circ \text{V}$$

解法3：断开 $50\ \Omega$ 电阻, 求其左端戴维宁等效电路。

$$\because \dot{I}_2 = 0$$

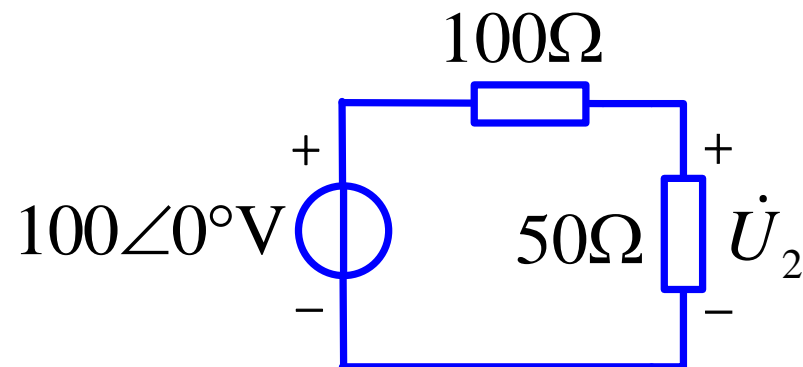
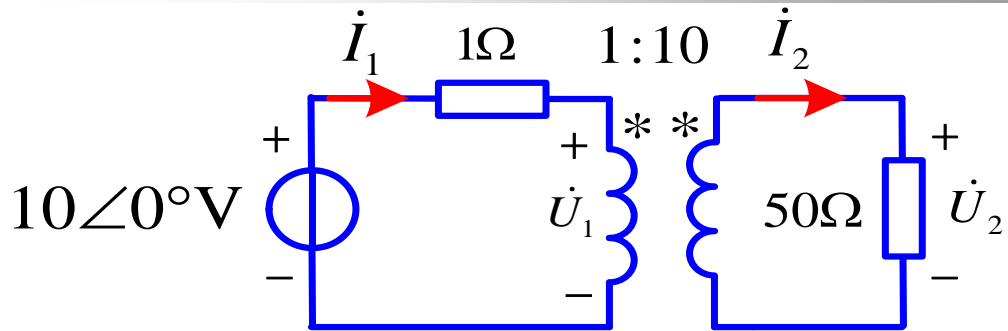
$$\therefore \dot{I}_1 = 0$$

$$\dot{U}_1 = 10\angle 0^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{\text{OC}} = 10\dot{U}_1 = 100\angle 0^\circ \text{V}$$

$$R_{\text{eq}} = 100 \times 1 = 100\ \Omega$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_2 &= \frac{100\angle 0^\circ}{100 + 50} \times 50 \\ &= 33.3\angle 0^\circ \text{V}\end{aligned}$$



- 10-9 【耦合电感功率】
- 10-16 【空心变压器；最大功率】
- 10-17 【理想变压器电路最大功率】
- 10-20 【理想变压器电路响应】