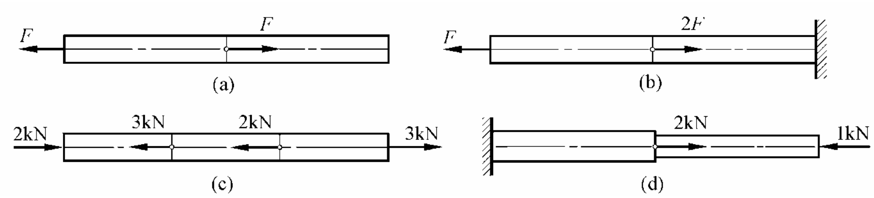
第二章 轴向拉压应力与材料的力学性能

（也可通过左侧题号书签直接查找题目与解）

2-1 试画图示各杆的轴力图。



题 2-1 图

解：各杆的轴力图如图 2-1 所示。

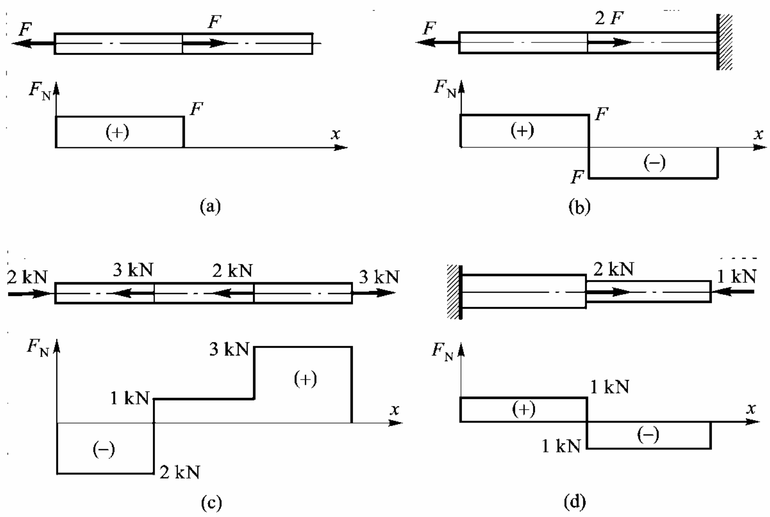
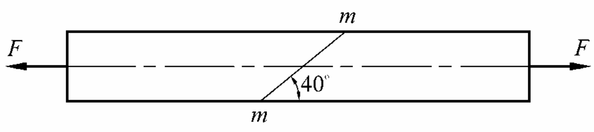


图 2-1

2-3 图示轴向受拉等截面杆，横截面面积 A=500mm^2，载荷 F=50kN。试求图示斜截面 m-m 上的正应力与切应力，以及杆内的最大正应力与最大切应力。



题 2-3 图

解：该拉杆横截面上的正应力为

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{50\times10^3\,\mathrm{N}}{500\times10^{-6}\,\mathrm{m}^2} = 1.00\times10^8\,\mathrm{Pa} = 100\mathrm{MPa}$$

斜截面 m-m 的方位角 $\alpha = -50^\circ$，故有

$$\sigma_\alpha = \sigma\cos^2\alpha = 100\mathrm{MPa}\cdot\cos^2(-50^\circ) = 41.3\mathrm{MPa}$$

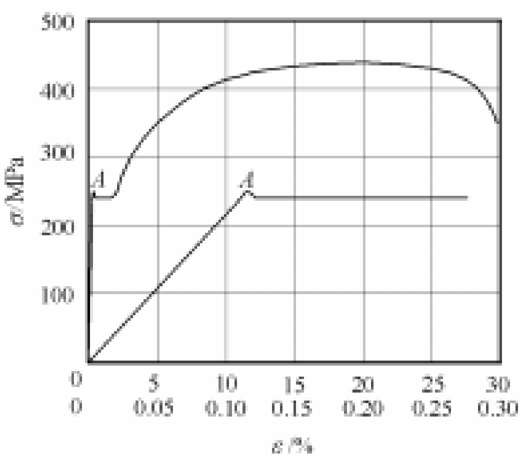
$$\tau_\alpha = \frac{\sigma}{2}\sin2\alpha = 50\mathrm{MPa}\cdot\sin(-100^\circ) = -49.2\mathrm{MPa}$$

杆内的最大正应力与最大切应力分别为

$$\sigma_{\max} = \sigma = 100\mathrm{MPa}$$

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma}{2} = 50\mathrm{MPa}$$

2-5 某材料的应力-应变曲线如图所示，图中还同时画出了低应变区的详图。试确定材料的弹性模量 E、比例极限 σ_p、屈服极限 σ_s、强度极限 σ_b 与伸长率 δ，并判断该材料属于何种类型（塑性或脆性材料）。



题 2-5

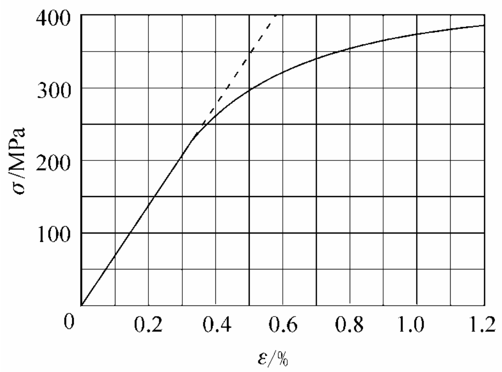
解：由题图可以近似确定所求各量。

$$E=\frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon}\approx\frac{220\times10^{6}\,\mathrm{Pa}}{0.001}=220\times10^{9}\,\mathrm{Pa}=220\mathrm{GPa}$$

$$\sigma_{\mathrm{p}}\approx220\mathrm{MPa}，\quad\sigma_{\mathrm{s}}\approx240\mathrm{MPa}，\quad\sigma_{\mathrm{b}}\approx440\mathrm{MPa}，\quad\delta\approx29.7\%$$

该材料属于塑性材料。

2-6 一圆截面杆，材料的应力-应变曲线如题 2-6 图所示。若杆径 d =10mm，杆长 l =200mm，杆端承受轴向拉力 F = 12kN 作用，试计算拉力作用时与卸去后杆的轴向变形。若轴向拉力 F=20kN，则当拉力作用时与卸去后，杆的轴向变形又分别为何值。



题 2-6 图

解：1. $F=12\mathrm{kN}$ 时

$$\sigma=\frac{F}{A}=\frac{4\times12\times10^{3}\,\mathrm{N}}{\pi\times0.010^{2}\,\mathrm{m}^{2}}=1.528\times10^{8}\,\mathrm{Pa}=152.8\mathrm{MPa}$$

查题 2-6 图 $\sigma-\varepsilon$ 曲线，知该杆的轴向应变为

$$\varepsilon=0.0022=0.22\%$$

拉力作用时，有

$$\Delta l=l\varepsilon=(0.200\mathrm{m})\times0.0022=4.4\times10^{-4}\,\mathrm{m}=0.44\mathrm{mm}$$

拉力卸去后，$\Delta l=0$

2. $F=20\mathrm{kN}$ 时

$$\sigma=\frac{F}{A}=\frac{4\times20\times10^{3}\,\mathrm{N}}{\pi\times0.010^{2}\,\mathrm{m}^{2}}=2.55\times10^{8}\,\mathrm{Pa}=255\mathrm{MPa}$$

查上述 $\sigma-\varepsilon$ 曲线，知此时的轴向应变为

$$\varepsilon=0.0039=0.39\%$$

轴向变形为

$$\Delta l=l\varepsilon=(0.200\mathrm{m})\times0.0039=7.8\times10^{-4}\,\mathrm{m}=0.78\mathrm{mm}$$

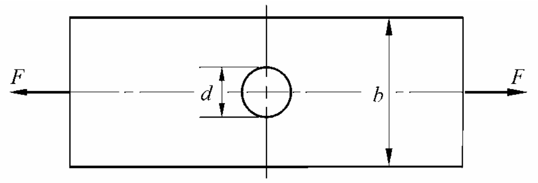
此拉力卸去后，有

$$\varepsilon_e = 0.00364，\varepsilon_p = 0.00026$$

故残留轴向变形为

$$\Delta l = l\varepsilon_p = (0.200\text{m}) \times 0.00026 = 5.2 \times 10^{-5}\text{m} = 0.052\text{mm}$$

2-9 图示含圆孔板件，承受轴向载荷 F 作用。试求板件横截面上的最大拉应力（考虑应力集中）。已知载荷 F =32kN，板宽 b =100mm，板厚 $\delta = 15$mm，孔径 d =20mm。



题 2-9 图

解：根据

$$d / b = 0.020\text{m}/(0.100\text{m}) = 0.2$$

查书中之应力集中因素曲线,得

$$K \approx 2.42$$

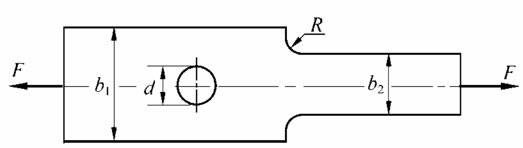
根据

$$\sigma_n = \frac{F}{(b-d)\delta}，K = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n}$$

得

$$\sigma_{\max} = K\sigma_n = \frac{KF}{(b-d)\delta} = \frac{2.42 \times 32 \times 10^3\,\text{N}}{(0.100-0.020) \times 0.015\text{m}^2} = 6.45 \times 10^7\,\text{Pa} = 64.5\text{MPa}$$

2-10 图示板件，承受轴向载荷 F 作用。试求板件横截面上的最大拉应力（考虑应力集中）。已知载荷 F=36kN，板宽 b_1=90mm，b_2=60mm，板厚 δ =10mm，孔径 d =10mm，圆角半径 R =12mm。



题 2-10 图

解：1.在圆孔处

根据

$$\frac{d}{b_1} = \frac{0.010\text{m}}{0.090\text{m}} = 0.1111$$

查圆孔应力集中因素曲线，得

$$K_1 \approx 2.6$$

故有

$$\sigma_{\max} = K_1 \sigma_{n_1} = \frac{K_1 F}{(b_1 - d)\delta} = \frac{2.6 \times 36 \times 10^3 \text{ N}}{(0.090 - 0.010) \times 0.010 \text{m}^2} = 1.17 \times 10^8 \text{ Pa} = 117 \text{MPa}$$

2．在圆角处

根据

$$\frac{D}{d} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{0.090\text{m}}{0.060\text{m}} = 1.5$$

$$\frac{R}{d} = \frac{R}{b_2} = \frac{0.012\text{m}}{0.060\text{m}} = 0.2$$

查圆角应力集中因素曲线，得

$$K_2 \approx 1.74$$

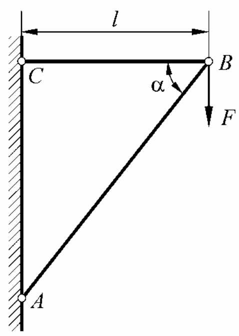
故有

$$\sigma_{\max} = K_2 \sigma_{n_2} = \frac{K_2 F}{b_2 \delta} = \frac{1.74 \times 36 \times 10^3 \text{ N}}{0.060 \times 0.010 \text{m}^2} = 1.04 \times 10^8 \text{ Pa} = 104 \text{MPa}$$

3. 结论

$$\sigma_{\max} = 117 \text{MPa} \quad \text{（在圆孔边缘处）}$$

2-15 图示桁架，承受载荷 F 作用，已知杆的许用应力为$[\sigma]$。若在节点 B 和 C 的位置保持不变的条件下，试确定使结构重量最轻的α值（即确定节点 A 的最佳位置）。



题 2-15 图

解：1. 求各杆轴力

设杆 AB 和 BC 的轴力分别为 F_{N1} 和 F_{N2}，由节点 B 的平衡条件求得

$$F_{N1} = \frac{F}{\sin\alpha}, \quad F_{N2} = F\text{ctan}\alpha$$

2. 求重量最轻的α值

由强度条件得

$$A_1=\frac{F}{[\sigma]\sin\alpha},\quad A_2=\frac{F}{[\sigma]}\mathrm{ctan}\alpha$$

结构的总体积为

$$V=A_1l_1+A_2l_2=\frac{F}{[\sigma]\sin\alpha}\cdot\frac{l}{\cos\alpha}+\frac{Fl}{[\sigma]}\mathrm{ctan}\alpha=\frac{Fl}{[\sigma]}\left(\frac{2}{\sin2\alpha}+\mathrm{ctan}\alpha\right)$$

由

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\alpha}=0$$

得

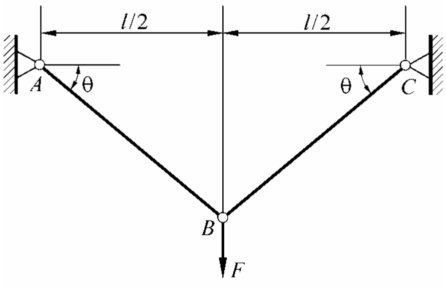
$$3\cos^2\alpha-1=0$$

由此得

$$\alpha=54^\circ44'$$

这是使结构体积最小、也就是重量最轻的α值。

2-16 图示桁架，承受载荷 F 作用，已知杆的许用应力为$[\sigma]$。若节点 A 和 C 间的指定距离为 l，为使结构重量最轻，试确定θ的最佳值。



题 2-16 图

解：1.求各杆轴力

由于结构及受载左右对称，故有

$$F_{\mathrm{N1}}=F_{\mathrm{N2}}=\frac{F}{2\sin\theta}$$

2.求θ的最佳值

由强度条件可得

$$A_1=A_2=\frac{F}{2[\sigma]\sin\theta}$$

结构总体积为

$$V=2A_1l_1=\frac{F}{[\sigma]\sin\theta}\cdot\frac{l}{2\cos\theta}=\frac{Fl}{[\sigma]\sin2\theta}$$

由

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\theta}=0$$

得

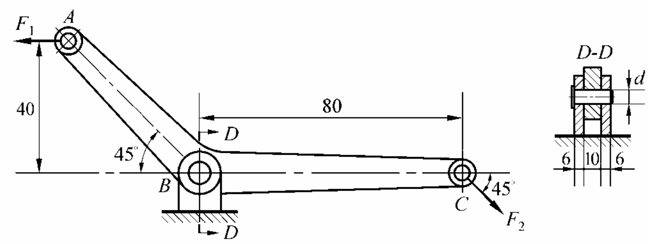
$$\cos 2\theta=0$$

由此得

$$\theta=45^{\circ}$$

此 θ 值可使本桁架结构重量最轻，故为 θ 的最佳值。

2-18 图示摇臂，承受载荷 F_1 与 F_2 作用。试确定轴销 B 的直径 d。已知载荷 F_1=50kN，F_2=35.4kN，许用切应力[τ]=100MPa，许用挤压应力$[\sigma_{\mathrm{bs}}]$=240MPa。



题 2-18 图

解：1. 求轴销处的支反力

由 $\sum F_x=0$ 与 $\sum F_y=0$，分别得

$$F_{Bx}=F_1-F_2\cos 45^{\circ}=25\mathrm{kN}$$

$$F_{By}=F_2\sin 45^{\circ}=25\mathrm{kN}$$

由此得轴销处的总支反力为

$$F_B=\sqrt{25^2+25^2}\mathrm{kN}=35.4\mathrm{kN}$$

2.确定轴销的直径

由轴销的剪切强度条件（这里是双面剪）

$$\tau=\frac{F_{\mathrm{s}}}{A}=\frac{2F_B}{\pi d^2}\le[\tau]$$

得

$$d\ge\sqrt{\frac{2F_B}{\pi[\tau]}}=\sqrt{\frac{2\times 35.4\times 10^3}{\pi\times 100\times 10^6}}\mathrm{m}=0.015\mathrm{m}$$

由轴销的挤压强度条件

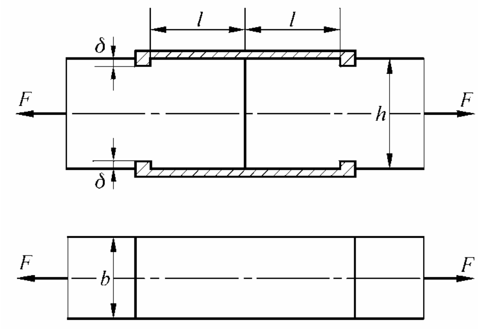
$$\sigma_{\mathrm{bs}}=\frac{F_{\mathrm{b}}}{d\delta}=\frac{F_B}{d\delta}\le[\sigma_{\mathrm{bs}}]$$

得

$$d \geq \frac{F_B}{\delta[\sigma_{bs}]} = \frac{35.4\times10^3}{0.010\times240\times10^6}\text{m} = 0.01475\text{m}$$

结论：取轴销直径$d \geq 0.015\text{m} = 15\text{mm}$。

2-21 **图示两根矩形截面木杆，用两块钢板连接在一起，承受轴向载荷 F = 45kN 作用。已知木杆的截面宽度 b =250mm，沿木纹方向的许用拉应力[σ]=6MPa，许用挤压应力**$[\sigma_{bs}]$**=10MPa，许用切应力[τ]=1MPa。试确定钢板的尺寸 δ 与 l 以及木杆的高度 h。**



题 2-21 图

解：由拉伸强度条件

$$\sigma = \frac{F}{b(h-2\delta)} \leq [\sigma]$$

得

$$h-2\delta \geq \frac{F}{b[\sigma]} = \frac{45\times10^3}{0.250\times6\times10^6}\text{m} = 0.030\text{m} \qquad \text{(a)}$$

由挤压强度条件

$$\sigma_{bs} = \frac{F}{2b\delta} \leq [\sigma_{bs}]$$

得

$$\delta \geq \frac{F}{2b[\sigma_{bs}]} = \frac{45\times10^3}{2\times0.250\times10\times10^6}\text{m} = 0.009\text{m} = 9\text{mm} \qquad \text{(b)}$$

由剪切强度条件

$$\tau = \frac{F}{2bl} \leq [\tau]$$

得

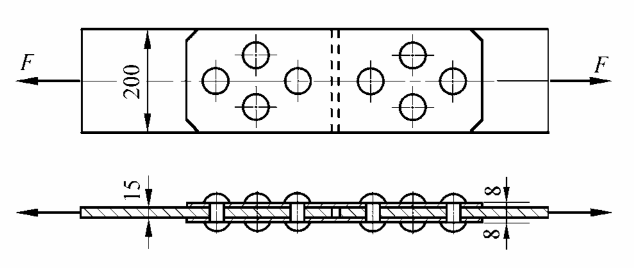
$$l \geq \frac{F}{2b[\tau]} = \frac{45\times10^3}{2\times0.250\times1\times10^6}\text{m} = 0.090\text{m} = 90\text{mm}$$

取$\delta = 0.009\text{m}$ **代入式（a），得**

$$h \geq (0.030 + 2\times0.009)\text{m} = 0.048\text{m} = 48\text{mm}$$

结论：最后确定$\delta \geq 9\text{mm}$，$l \geq 90\text{mm}$，$h \geq 48\text{mm}$。

2-22 图示接头，承受轴向载荷 F 作用。试计算接头的许用载荷。已知铆钉直径 d=20mm，许用应力[σ]=160MPa，许用切应力[τ]=120MPa，许用挤压应力$[\sigma_{bs}]$=340MPa。板件与铆钉的材料相同。



题 2-22 图

解：1.考虑板件的拉伸强度

由图 2-22 所示之轴力图可知，

$$F_{N1} = F，F_{N2} = 3F/4$$

$$\sigma_1 = \frac{F_{N1}}{A_1} = \frac{F}{(b-d)\delta} \leq [\sigma]$$

$$F \leq (b-d)\delta[\sigma] = (0.200\text{-}0.020)\times 0.015\times 160\times 10^6\ \text{N} = 4.32\times 10^5\ \text{N} = 432\text{kN}$$

$$\sigma_2 = \frac{F_{N2}}{A_2} = \frac{3F}{4(b-2d)\delta} \leq [\sigma]$$

$$F \leq \frac{4}{3}(b-2d)\delta[\sigma] = \frac{4}{3}(0.200-0.040)\times 0.015\times 160\times 10^6\ \text{N} = 5.12\times 10^5\ \text{N} = 512\text{kN}$$

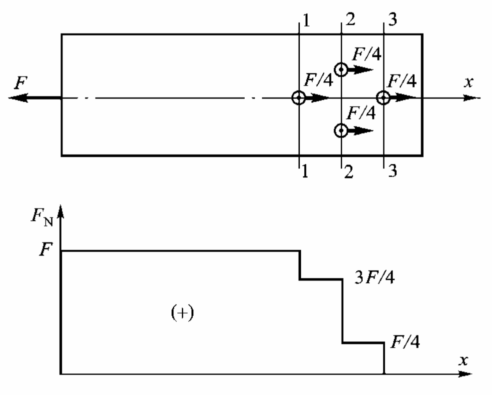


图 2-22

2.考虑铆钉的剪切强度

$$F_s = \frac{F}{8}$$

$$\tau = \frac{F_{\mathrm{s}}}{A} = \frac{4F}{8\pi d^2} \leq [\tau]$$

$$F \leq 2\pi d^2[\tau] = 2\times\pi\times 0.020^2\times 120\times 10^6\,\mathrm{N} = 3.02\times 10^5\,\mathrm{N} = 302\mathrm{kN}$$

3．考虑铆钉的挤压强度

$$F_{\mathrm{b}} = \frac{F}{4}$$

$$\sigma_{\mathrm{bs}} = \frac{F_{\mathrm{b}}}{\delta\, d} = \frac{F}{4\delta\, d} \leq [\sigma_{\mathrm{bs}}]$$

$$F \leq 4\delta d[\sigma_{\mathrm{bs}}] = 4\times 0.015\times 0.020\times 340\times 10^6\,\mathrm{N} = 4.08\times 10^5\,\mathrm{N} = 408\mathrm{kN}$$

结论：比较以上四个 F 值，最后确定 $[F] = 302\mathrm{kN}$。