计算机控制系统

第8章 计算机控制系统工程设计的某些问题

北京航空航天大学

xiajie

2020年4月

8.1 量化效应分析

8.1.1 有限字长二进制特性

8.1.2 计算机控制系统中的量化

8.1.3 量化效应分析

8.1.4 减少量化效应的δ变换方法

复习：数据的二进制表示

带符号定点小数的表示法（小数点固定在符号位与数值最高位之间）。

- 符号—幅值法（简称原码）
  - 最高位表示符号，其余数位表示数值。
- 反码
  - 正数与原码相同，负数按原码（符号位除外）求反。
- 补码
  - 正数表示与原码相同，负数按原码“求补”。
  - 求补 ⟷ 求反加1（符号位除外)

8.1.1 有限字长二进制特性

1. 量化特性

有限位(n)二进制所能表现的数据 → 2^n个等间隔数

用q表示

*q*称为量化单位

字长为*N*

1位作符号位

$$q = 2^{-N+1} = 1/2^{N-1}$$

真实数*x*，只可以用*q*的整倍数x_q来表示 → $x_q = L \cdot q$

即有 $x = x_q + \varepsilon$ → 量化误差

常用的量化方法：

1）舍入量化

将小于量化单位的尾数进行四舍五入整量化。

2）截尾量化

将小于量化单位的尾数全部截掉。

1、量化特性

1）舍入量化——将小于量化单位的尾数进行四舍五入整量化。

舍入量化误差 ε_R $\quad -q/2 \le \varepsilon_R < q/2$

2）截尾量化——将小于量化单位的尾数全部截掉。

截尾量化误差 ε_T

对于原码及反码 $\begin{cases} 0 \le \varepsilon_T < q & ,x \ge 0 \\ -q < \varepsilon_T < 0 & ,x < 0 \end{cases}$

对补码 $0 \le \varepsilon_T < q$

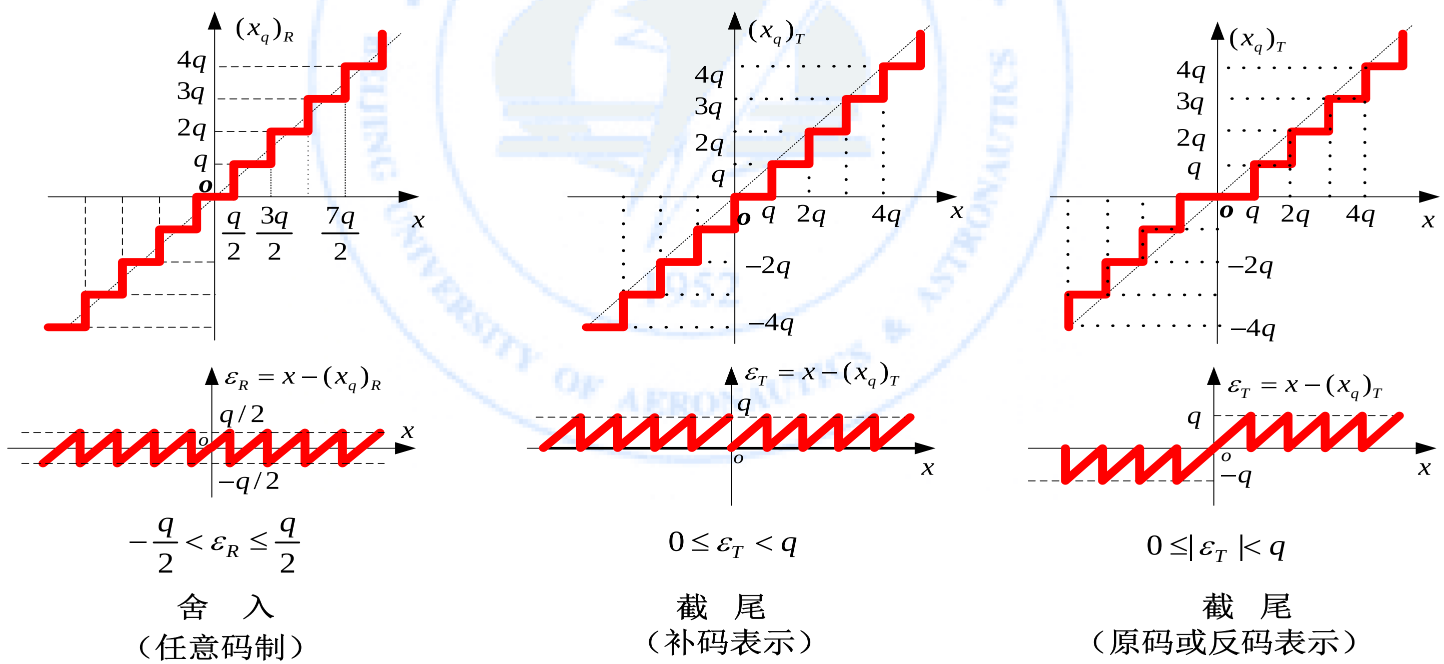
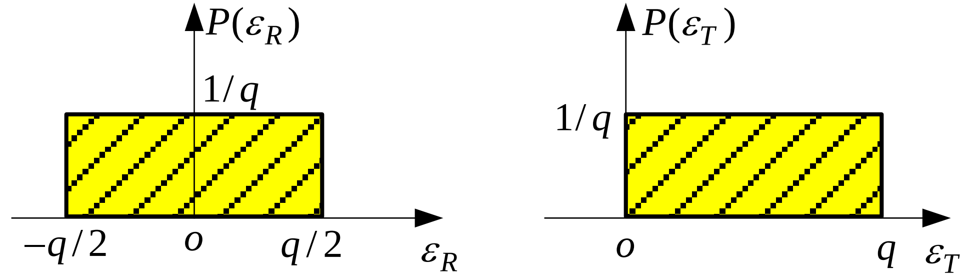


图8-1 两种量化特性及量化误差

2. 统计特性



(a) 舍入　　(b) 截尾

图8-2 量化误差的概率分布密度函数

1) 舍入情况

均值 $$\bar{\varepsilon}_R = E(\varepsilon_R) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon_R \cdot P(\varepsilon_R) d\varepsilon_R = \int_{-q/2}^{+q/2} \frac{1}{q} \varepsilon_R d\varepsilon_R = 0$$

方差 $$\bar{\sigma}_R^2 = D(\varepsilon_R) = \int_{-\infty}^{+\infty} (\varepsilon_R - \bar{\varepsilon}_R)^2 \cdot P(\varepsilon_R) d\varepsilon_R = \int_{-q/2}^{+q/2} \frac{1}{q} \varepsilon_R^2 d\varepsilon_R = \frac{q^2}{12}$$

2) 截尾情况

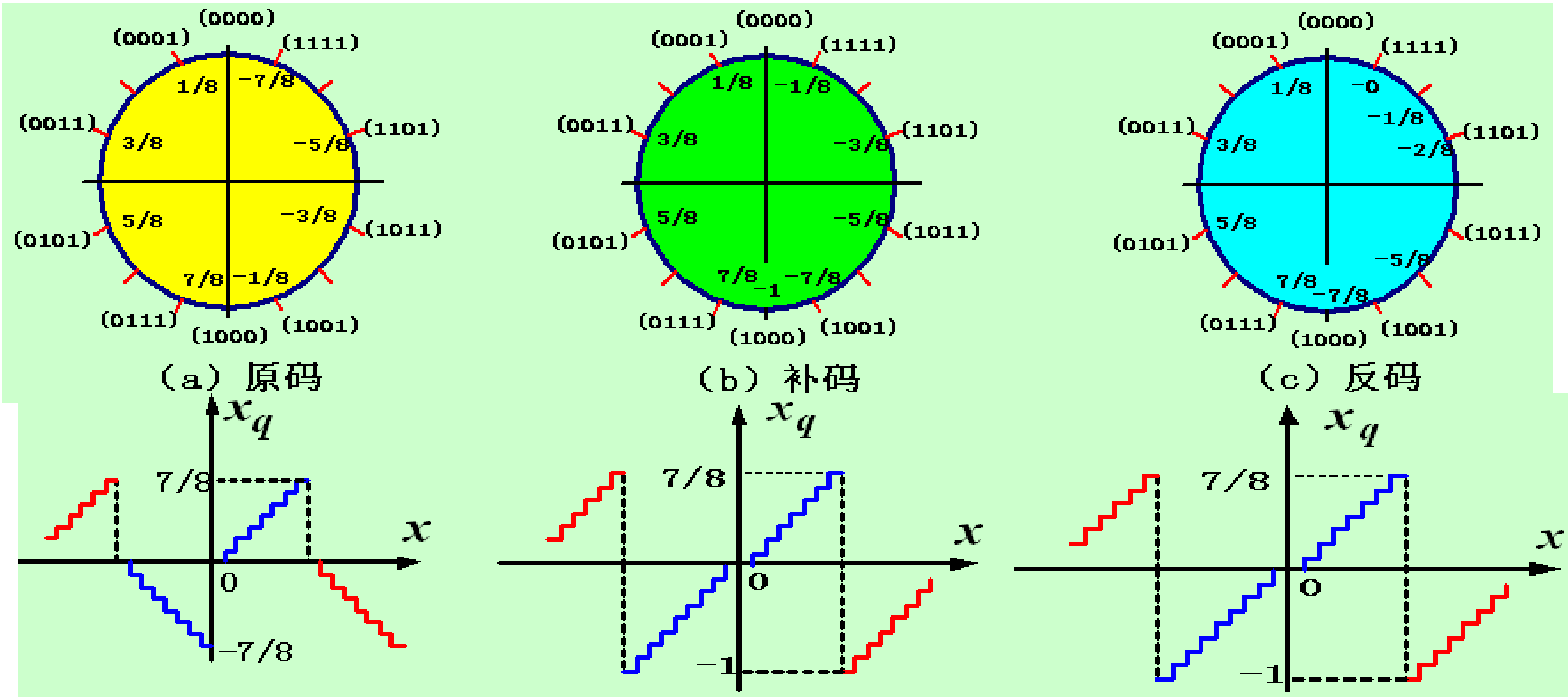
均值 $$\bar{\varepsilon}_T = E(\varepsilon_T) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon_T \cdot P(\varepsilon_T) d\varepsilon_T = \int_{0}^{+q} \frac{1}{q} \varepsilon_T d\varepsilon_T = \frac{q}{2}$$

方差 $$\bar{\sigma}_T^2 = D(\varepsilon_T) = \int_{-\infty}^{+\infty} (\varepsilon_T - \bar{\varepsilon}_T)^2 \cdot P(\varepsilon_T) d\varepsilon_T = \int_{0}^{+q} \frac{1}{q} (\varepsilon_T - \frac{q}{2})^2 d\varepsilon_T = \frac{q^2}{12}$$

两种情况下的量化误差的方差相同，均值却不一样

3. 溢出特性

图8-3 二进制数码及其溢出特性



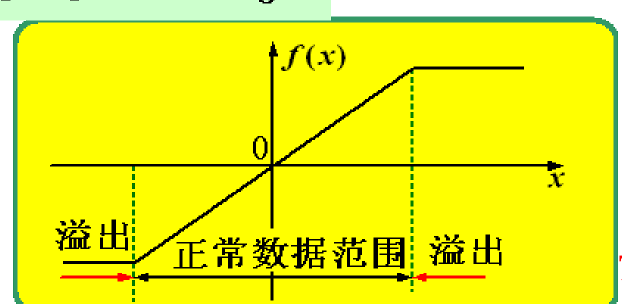
（a）原码　（b）补码　（c）反码

$$\frac{4}{8}+\frac{7}{8}=\frac{11}{8} \longrightarrow 0100+0111 \longrightarrow 1011$$

1011　1011　1011

$$\frac{4}{8}+\frac{7}{8} \longrightarrow -\frac{3}{8} \qquad \frac{4}{8}+\frac{7}{8} \longrightarrow -\frac{5}{8} \qquad \frac{4}{8}+\frac{7}{8} \longrightarrow -\frac{4}{8}$$

溢出保护措施后的数据范围



8.1.2 计算机控制系统中的量化

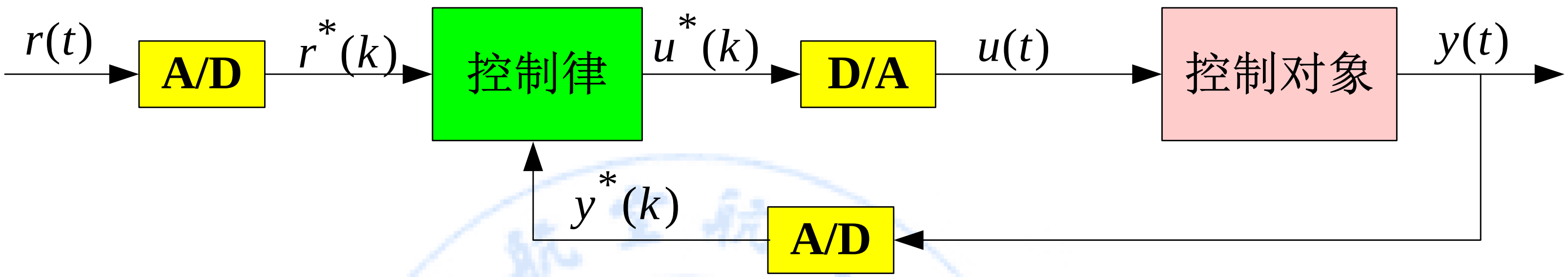


图8-5 计算机控制系统的典型结构图

1. **A/D的量化效应**
   （A/D字长的有限引起）
2. **控制器参数的量化效应**
   （计算机字长有限引起）
3. **控制规律计算中的量化效应**
   （乘法除法运算、右移运算等）
4. **D/A转换的量化效应**
   （ D/A字长<CPU字长）

8.1.3 量化效应分析

1、量化误差分析——利用灵敏度分析法进行

$$D(z)=\frac{N(z)}{P(z)}=\frac{b_0z^m+b_1z^{m-1}+\cdots+b_m}{z^n+a_1z^{n-1}+\cdots+a_n}=\frac{b_0(z-z_1)(z-z_2)\cdots(z-z_m)}{(z-p_1)(z-p_2)\cdots(z-p_n)}$$

研究 $a_k(k=1,\cdots,n)$ 的变化对 $D(z)$ 极点的影响

极点多项式 $P(z)=z^n+a_1z^{n-1}+\cdots+a_n=(z-p_1)(z-p_2)\cdots(z-p_n)$

$a_k \rightarrow a_k+\Delta a_k$ → $p_j \rightarrow p_j+\Delta p_j$ → $P(p_j,a_k)=0$, $P(p_j+\Delta p_j,a_k+\Delta a_k)=0$

泰勒级数展开

$$P(p_j+\Delta p_j,a_k+\Delta a_k)=\underbrace{P(p_j,a_k)}_{0}+\left.\frac{\partial P}{\partial z}\right|_{z=p_j}\Delta p_j+\left.\frac{\partial P}{\partial a_k}\right|_{z=p_j}\Delta a_k+\text{高次项}=0$$

0

0

$$\left.\frac{\partial P}{\partial z}\right|_{z=p_j}=\frac{\partial}{\partial z}\left[(z-p_j)\prod_{\substack{i=1\\i\neq j}}^{n}(z-p_i)\right]\Bigg|_{z=p_j}=\prod_{\substack{i=1\\i\neq j}}^{n}(p_j-p_i)$$

$$=\left[\underbrace{(z-p_j)}_{0}\frac{\partial}{\partial z}\prod_{\substack{i=1\\i\neq j}}^{n}(z-p_i)\right]\Bigg|_{z=p_j}+\left[\prod_{\substack{i=1\\i\neq j}}^{n}(z-p_i)\underbrace{\frac{\partial}{\partial z}(z-p_j)}_{1}\right]\Bigg|_{z=p_j}$$

$$\left.\frac{\partial P}{\partial a_k}\right|_{z=p_j}=\frac{\partial}{\partial a_k}(z^n+\cdots+a_kz^{n-k}+\cdots+a_n)\Big|_{z=p_j}=p_j^{n-k}$$

$$\frac{\Delta p_j}{\Delta a_k}\approx-\frac{p_j^{n-k}}{\prod_{\substack{i=1\\i\neq j}}^{n}(p_j-p_i)}$$

灵敏度公式

1）参数的量化误差分析分析结论：

灵敏度公式

$$\frac{\Delta p_j}{\Delta a_k} \approx -\frac{p_j^{n-k}}{\prod_{\substack{i=1\\i\neq j}}^{n}(p_j - p_i)}$$

①灵敏度与 p_j^{n-k} 成正比

*k*越大，Δ a_k对根的影响也越大 ⟶ Δa_n对根的影响最大

当极点越接近单位圆，则它受Δ a_k的影响就越大。

②灵敏度与各极点之间距离成反比

③灵敏度与采样周期T有关

连续控制器极点s_1=-5　　离散控制器极点 $z_1 = e^{s_1 T}$

T=	1	0.1	0.001
z_1=	0.0067	0.6065	0.995

结论：T越小 ⟶ $\begin{cases}\text{离散极点越靠近1}\\ \text{参数量化影响更严重}\end{cases}$

若控制器有重极点，设 $P(z) = (z - P_j)^n$

$$\left.\frac{\partial P}{\partial z}\right|_{z=p_j} \Delta p_j = \left.(z - p_j + \Delta p_j)^n\right|_{z=p_j} = (\Delta p_j)^n$$

$$(\Delta p_j)^n = -p_j^{n-k}\Delta a_k$$

灵敏度随重极点阶数的增高而增大

例： $$D(z)=\frac{N(z)}{(z-0.99)^3}=\frac{N(z)}{z^3-2.97z^2+2.9403z-0.970299}$$

- 直接型结构实现时，试求系数a_3变化多大，将使D(z)有一极点处于单位圆上。用串联和并联结构实现时又如何？

解：若有一极点处于单位圆上，则

$$\Delta p_j=1-0.99=0.01 \qquad p_j^{n-k}=(0.99)^{3-3}=1$$

重极点灵敏度公式

$$(\Delta p_j)^n=-p_j^{n-k}\Delta a_k$$

$$\Delta a_3=-(\Delta p_j)^3=-0.01^3=-0.000001$$

即a_3减少0.000001时，会有一极点位于单位圆上

q必须小于0.000001 ← 为防止这种情况出现

$1/2^{19}=0.0000019$

$1/2^{20}=0.00000095$

当用定点数表示时，至少需要20位字长

采用串联和并联结构实现时，环节系数为环节的极点。

故 系数误差< $\Delta p_j=1-0.99=0.01$ 就可以避免极点跑到单位圆上.

用定点数表示时，只需7位字长即可。

在实现高阶控制器时，最好避免采用直接型结构。

2）变量的量化误差分析

(1) 变量量化误差的确定性分析

看作确定性干扰

- 变量量化误差可视为外界的干扰$e(k)$作用到线性系统上，从而可以利用线性系统的各种分析方法。

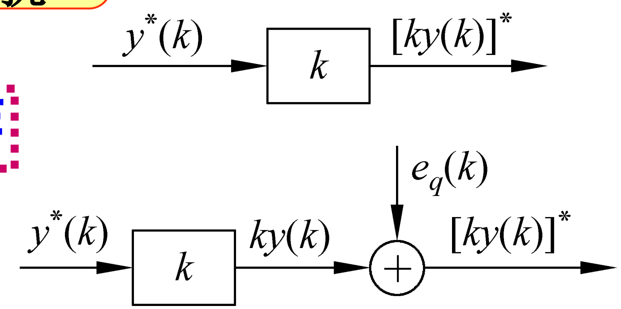


图8-6 乘法量化误差的线性处理

量化误差的确定性分析中常假设:

- 量化误差源为确定性常数，取其最大值 ε_{max}
- 各支路量化误差源对输出的影响是线性叠加；
- 各条支路量化误差源对输出的影响只考虑其稳态值。

舍入量化误差变化范围 $-q/2 \sim q/2$ ⟶ 舍入量化误差 $\varepsilon_{max} = q/2$

截尾量化误差变化范围 $0 \sim q$ ⟶ 截尾量化误差 $\varepsilon_{ax} = q$

2）变量的量化误差分析

(2) 量化的传播

- 确定性量化误差通过一个环节$D(z)$
- 得到环节输出的最大量化误差值为

$$\varepsilon \longrightarrow \boxed{D(z)} \longrightarrow u_\varepsilon$$

图8-7 量化误差环节传播结构图

$$u_\varepsilon = \varepsilon \lim_{z\to 1} D(z) \quad \text{（终值定理）}$$

例8-1 $D(z)=\dfrac{z}{z-e^{-aT}}=\dfrac{1}{1-e^{-aT}z^{-1}}$ 求输出的量化误差（舍入处理）

解：令 $\beta = e^{-aT}$ $\longrightarrow$ $D(z)=\dfrac{1}{1-\beta z^{-1}}$

舍入量化误差 $\varepsilon_{\max} = q/2$

乘积舍入 $\longrightarrow$ $u_\varepsilon \le \dfrac{q}{2}\cdot\dfrac{1}{1-\beta}$

结论：

（1）环节的极点对量化误差起放大作用

(2) $T\downarrow$ $\longrightarrow$ $\beta \to 1$，量化噪声 $\uparrow$

2、 量化效应的非线性分析

量化效应的本质是如图8-9所示的非线性特性。

$$D(z)=\frac{U(z)}{R(z)}=\frac{1}{1-az^{-1}}$$ ，输入为零。

$$\boxed{u(k+1)=au(k)+r(k+1)}$$

已知 $a=0.9$, $u(0)=10q$

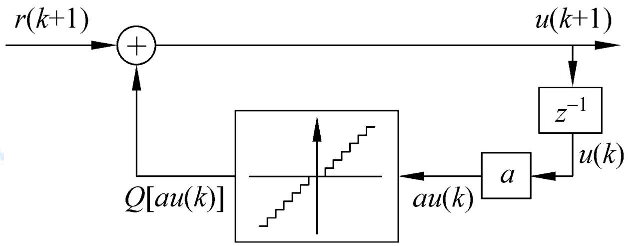


图8-9 一阶环节 $1/(1-az^{-1})$ 的结构图

1．乘积采用舍入量化处理

$a=0.9$, 初值 $u(0)=10q$

当 $k\to\infty$ 时，环节输出 $\boxed{u(k)=5q}$ 死区

$a=-0.9$, 初值 $u(0)=10q$

当 $k\to\infty$ 时，环节输出 $\boxed{u(k)=\pm 5q}$ 极限环

2．乘积采用截尾量化处理

$a=0.9$, 初值 $u(0)=10q$

当 $k\to\infty$ 时，环节输出 $\boxed{u(k)=0}$ 理想稳态值

$a=0.9$, 初值 $u(0)=-10q$

当 $k\to\infty$ 时，环节输出 $\boxed{u(k)=-9}$ 负死带

舍入量化时，死带和极限环产生的条件和一般式

存在死区和极限环的本质原因：乘积尾数量化的非线性效应。

输出达到稳态时，
对舍入量化有：

$$u(k+1)=au(k)$$

$$|Q[au(k)]-a\cdot u(k)|\le q/2$$

$$|Q[au(k)]|-|a||u(k)|\le q/2$$

$$|Q[au(k)]|=|u(k)|$$ 产生死区或极限环

$$|u(k)|-|a||u(k)|\le q/2$$

$$\boxed{|u(k)|\le\frac{q/2}{1-|a|}}$$

设 $D(s)=b/(s+b)$

$$D(z)=D(s)\Big|_{s=\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}}=\frac{bT(z+1)/(2+bT)}{z-\frac{1-bT/2}{1+bT/2}}$$

$\frac{1-bT/2}{1+bT/2}$ → a

$$|u(k)|\le\frac{q/2}{1-\frac{1-bT/2}{1+bT/2}}=\left(\frac{1}{bT}+\frac{1}{2}\right)\frac{q}{2}\approx\frac{q/2}{bT}$$

低频环节采用高采样频率，将导致死带幅值的增大。

结论：为了避免量化非线性引起的控制器或系统的死区和极限环，在进行设计时，应当尽量使控制器或闭环系统的极点远离单位圆。

8.2 采样周期的选择

8.2.1 采样频率对系统性能的影响

1. 对系统稳定性能的影响

- 采样周期T是系统的一个重要的参数，对闭环系统的稳定性和性能有很大的影响。

2. 采样信息的影响

采样定理 $\omega_s > 2\omega_{\max}$

信号的最大频率

实际应用时：$\omega_s \geq (4 \sim 10)\omega_{R\max}$

被控对象全部特征根中的最高频率

$$\omega_s \geq (4 \sim 10)\omega_b$$

系统闭环频带

3. 采样周期与系统抑制干扰能力的关系

干扰信号最高频率

$$\omega_s > 2\boxed{\omega_{f\max}}$$

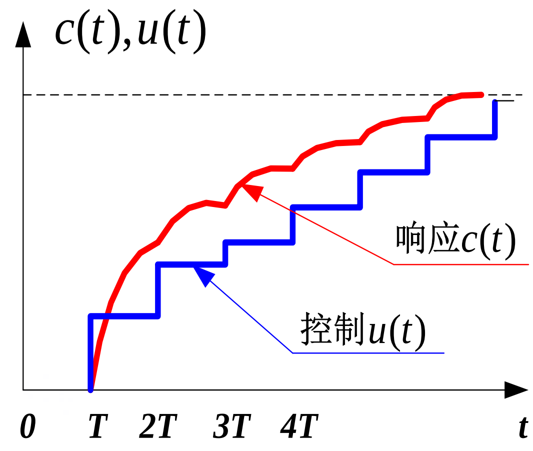


图8-16 输出响应的不平滑性

4. 系统输出平滑性与采样周期

- 经验规则：

采样点数

阶跃响应升起时间

振荡周期

开环截止频率

❖ 阶跃响应非周期 $N_r = \dfrac{T_r}{T} \geq (5 \sim 10)$

❖ 阶跃响应是振荡 $N_r = \dfrac{T_d}{T} \geq (10 \sim 20)$

❖ 考虑ZOH影响 $T \leq \dfrac{2(5^o \sim 10^o)}{57.3\omega_c} = \dfrac{0.17 \sim 0.35}{\omega_c}$

5. 计算机字长与与采样周期

- 由于字长有限，当T减小，所产生的量化误差会增大。
- 当采样周期过小时，将会增大控制算法对参数变化的灵敏度，使控制算法参数不能准确表示，从而使控制算法的特性变化较大。

6. 计算机的工作负荷与采样周期

- 计算机的运算是串行的，系统管理、输入输出、控制算法计算等各项任务都要占用一定的时间，故当计算机的速度及计算任务确定后，采样间隔就要受到一定限制。

计算机速度↑ ⟶ T可以取得更小。

控制算法复杂性↑ ⟶ 计算工作量↑，限制T的降低。

采样周期选取总原则：

- 在能满足系统性能要求的前提下，应尽量选取较大的采样周期（即较低的采样频率），以降低系统成本。

工业过程控制典型变量的采样周期

控制变量	流量	压力	液面	温度
采样周期 s	1	5	10	10~20

8.2.2 选择采样频率的经验规则

- 对一个闭环控制系统，如果被控过程的主导极点的时间常数为T_d，那么采样周期应取

$$T < T_d / 10$$

- 被控过程具有纯延滞时间

$$T < (1/4 \sim 1/10)\tau$$

- 闭环系统的稳态调节时间有要求

$$T < t_s / 10$$

- 闭环系统的闭环自然频率有要求

$$\omega_s > 10\omega_n$$

8.3 CCS的抗干扰技术

8.3.1 干扰源

1. 电网噪声
2. 内部干扰——接地、电磁感应和电容耦合
3. 外部干扰——辐射电磁波、设备电磁干扰等

8.3.2 抗干扰措施

1. 克服空间感应的抗干扰措施
2. 过程通道的抗干扰措施
3. 电源系统的抗干扰措施
4. 地线配置的抗干扰措施
5. 看门狗电路（Watchdog）
6. 对干扰进行滤波

8.3.3 干扰滤波技术

1. 模拟滤波器

- 在采样开关前加入适当的模拟滤波器（称为抗混迭滤波器或前置模拟低通滤波器），通常为简单的低通网络。

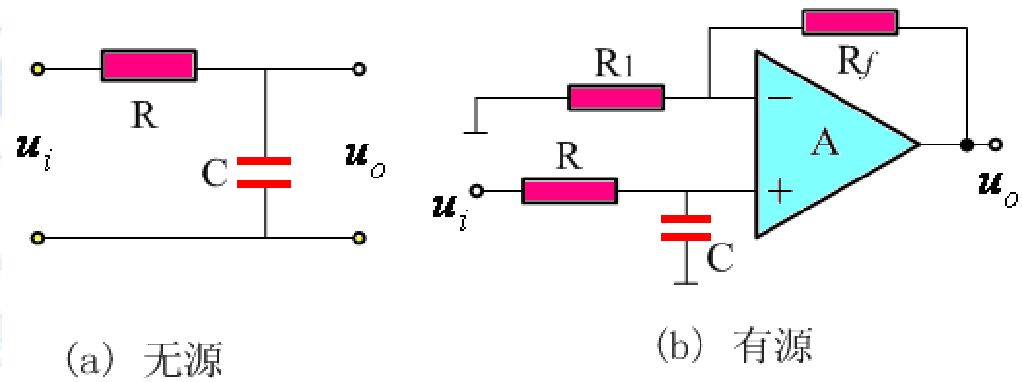


图8-23 RC滤波电路

$$G_F(s)=\frac{1}{(T_f s+1)^n}\qquad n=1,2,3,\cdots\qquad T_f=RC$$

滤波器的转折频率

选取滤波器参数时，应尽量保证：

在系统频带内信号幅值变化比较平坦，在该频带外，信号幅值有较大的衰减，成为较陡峭衰减的形状。

2. 数字滤波

- 利用程序实现的滤波。只需根据滤波算法编制相应的程序即可达到目的。

1）平均值滤波

- 在一个采样周期中，对信号y连续进行m次采样，并对其取算术平均值，作为本采样周期内的滤波器输出。
- 还可以在平均算法中给各次采样值不同的权重系数，此时滤波算法为：

$$\bar{y} = \frac{1}{m}\sum_{i=0}^{m-1}\alpha_i y(i)$$

满足 $0 \le \alpha_i \le 1$ $\sum_{i=0}^{m-1}\alpha_i = 1$

通常取 $\alpha_0 < \alpha_1 < \cdots < \alpha_{m-1}$

2. 数字滤波

2）中值滤波

- 在一个采样周期中，将信号的连续次（一般取奇数,）采样值进行排序，取其中间值作为本采样周期内的滤波器输出。一般*m*越大滤波效果越好，但延滞增大。
- 中值滤波对缓变过程的脉冲干扰有良好的滤波效果。

3）限幅滤波

- 根据对象的特点和系统的精度，对采样数据的正常范围事先作一个估计。若某次采样受到强烈的干扰，使数据明显超出正常范围，就应该将其剔除。

$$\begin{cases} |y(k)-y(k-1)|\le \Delta Y \longrightarrow y_o(k)=y_o(k-1) \\ |y(k)-y(k-1)|>\Delta Y \longrightarrow y_o(k)=y(k) \end{cases}$$

Δ*Y*：相邻两次采样值之差的最大可能值。

说明

如果本次采样值y(k)和上次采样值y(k-1)之差小于ΔY，表示y(k)是真实的，取本次采样值作为滤波器的输出值；反之，y(k)是不真实的，取前一次的滤波器输出为本次滤波器的输出。

对随机脉冲干扰和采样器不稳定引起的失真有良好的滤波效果。

2. 数字滤波

4）惯性滤波

❖模拟RC低通滤波器的数字实现。

RC滤波器的传函 $$\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{1}{1+T_f s}$$

向后差分法

$$y(k)=\frac{T_f}{T_f+T}y(k-1)+\frac{T}{T_f+T}x(k)$$
$$=\alpha y(k-1)+(1-\alpha)x(k)$$

适用于有用信号缓慢变化，干扰信号波动频繁的场合。

计算机控制系统中测试信号的处理

测试信号的滤波

- 模拟滤波器
- 数字滤波
  - 平均值滤波 $\bar{y} = \dfrac{1}{m}\sum_{i=0}^{m-1}\alpha_i y(i)$
  - 中值滤波
  - 限幅滤波 $\begin{cases} |y(k) - y(k-1)| \le \Delta Y & y_o(k) = y(k) \\ |y(k) - y(k-1)| > \Delta Y & y_o(k) = y_o(k-1) \end{cases}$
  - 惯性滤波 $y(k) = \alpha y(k-1) + (1-\alpha)x(k)$

测试信号的线性化处理

测试信号的线性化处理

- 通过模拟量输入通道采集到的数据与该数据所代表的被测参数不一定呈线性关系，常需要将它们进行非线性补偿，将非线性关系转化为线性关系，才能用于显示和控制。
- 例如，铜—康铜热电偶（T型）以冷端温度t_0=0ºC为条件下，在0~400°C的范围内计算温度的公式为

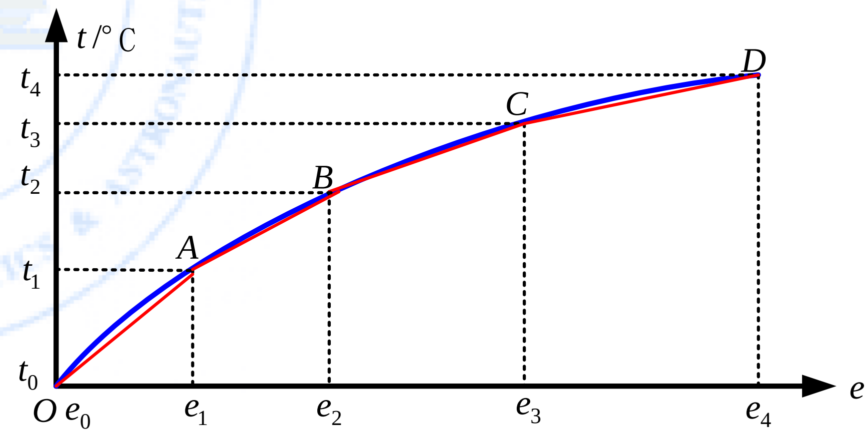
$$t=\sum_{i=1}^{8}b_i e^i=\sum_{i=1}^{8}b_i (kd)^i$$

计算量较大
程序较复杂

为了使计算简单，提高实时性，通常采用分段线性化的方法，即用多段折线代替曲线进行计算。

线性化过程是，首先判断测量数据处于哪一段折线内，然后按照相应段的线性化公式计算出线性值。

分段可以是等距的，也可以是非等距的；分段数越多，线性化精度越高，软件开销就越大。



热电偶的e－t及线性化

第8章结束 谢谢！