



数字信号处理实验

实验三：最小相位和全通滤波器





实验概述

●实验概述

- 本次实验共4学时
- 覆盖教材的第2章-特殊滤波器

●软件平台

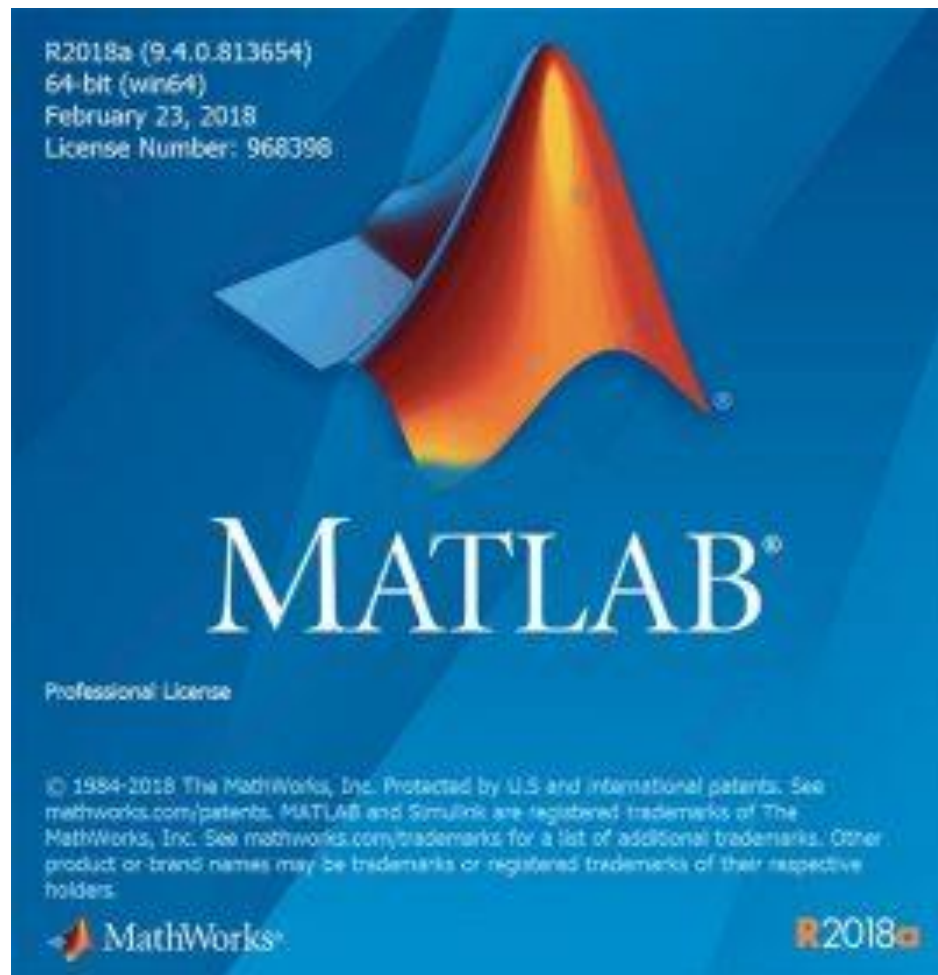
- MATLAB软件—2017A以上版本

●实验目的

掌握最小相位-全通分解原理

掌握最小相位、全通系统的频率响应特性和群延时特性

掌握最小相位系统的应用方法





全通滤波器

■ 特征：

- 滤波器的幅频特性在整个频带上均等于常数，或为1；
- 信号通过全通滤波器后，幅度谱保持不变，仅相位谱随着频率改变，起到纯相位滤波的作用。

■ 传输函数

$$|H(e^{j\omega})| = 1, \quad -\pi \leq \omega \leq \pi$$

$$H(e^{j\omega}) = e^{j\varphi(\omega)}$$

■ 系统函数

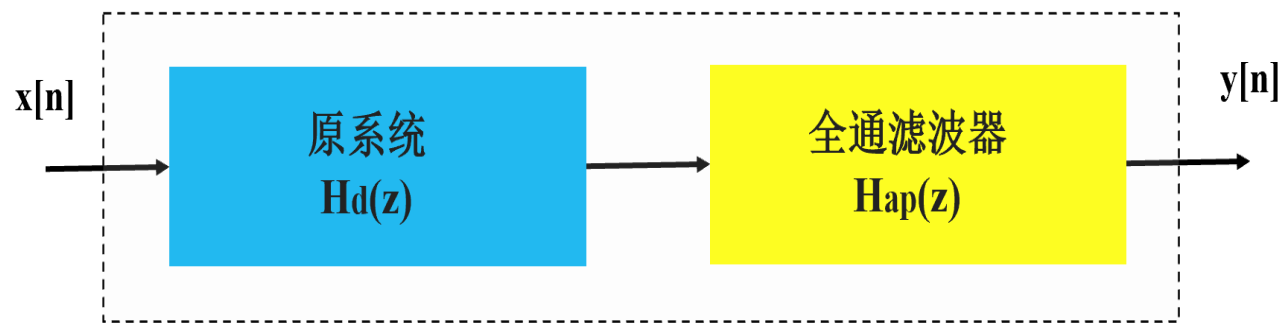
$$H(z) = \frac{d_m + d_{m-1}z^{-1} + \cdots + d_1z^{-(m-1)} + z^{-m}}{1 + d_1z^{-1} + \cdots + d_{m-1}z^{-(m-1)} + d_mz^{-m}}$$



全通滤波器的应用-相位均衡

由于IIR滤波器（或系统）的相位是非线性的，因而群延时不为常数，而在视频信号、数据的传输中，对相位特性非常敏感，希望传输系统有线性相位（群延时为常数），这时可采用全通滤波器作为相位校正之用，以得到线性相位。即将 $H_{ap}(z)$ （全通滤波器）与原系统 $H_d(z)$ 级联得到新的系统 $H(z)$ 。 $H(z)$ 保留了原系统的幅度响应并在一定频率范围内具有线性相位，从而实现了相位均衡（**注意**：新系统的群延时不可能在所有频率上都等于某一常数，通常以一定误差逼近，只要误差在允许的范围内就可以了）。

基于全通滤波器的相位均衡



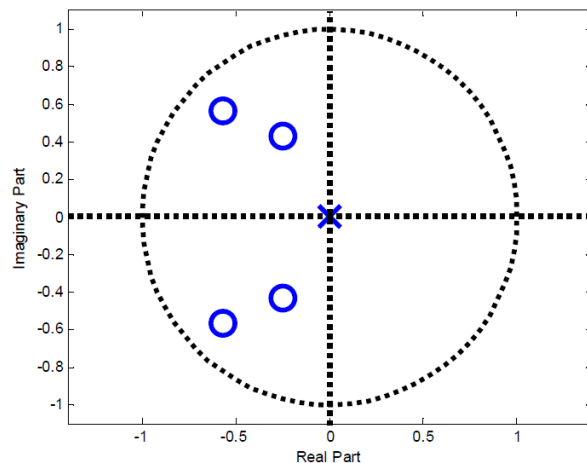


最小相位系统

定义：

系统函数零点和极点都在 z 平面单位圆内的因果系统称为最小相位系统。记为 $H_{\min}(z)$ 。

- 当且仅当 $H(z)$ 的零点和极点都在单位圆内时，一个稳定因果的线性时不变系统也有一个稳定因果的逆系统，这样的系统称为最小相位系统





实验原理

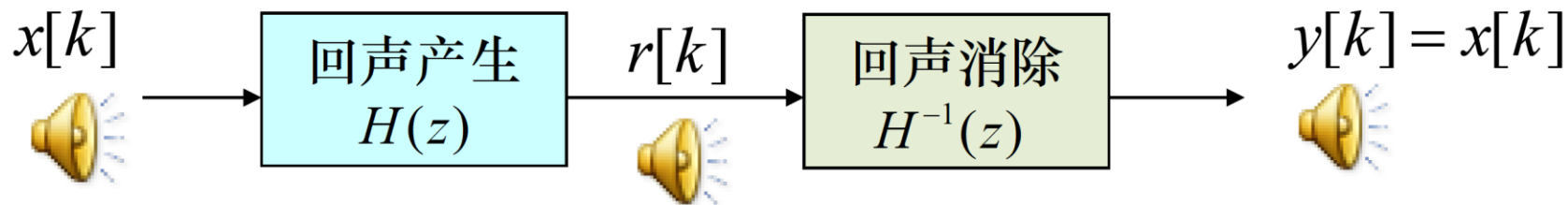
最小相位系统的应用-回声消除

※构造逆系统，进行幅度均衡

设稳定系统 $H(z) = \frac{b(z)}{a(z)}$ ，其逆系统 $H^{-1}(z) = \frac{a(z)}{b(z)}$

$$H^{-1}(z)H(z) = 1$$

$H^{-1}(z)$ 可以抵消 $H(z)$ 的影响，称为 $H(z)$ 的均衡器。

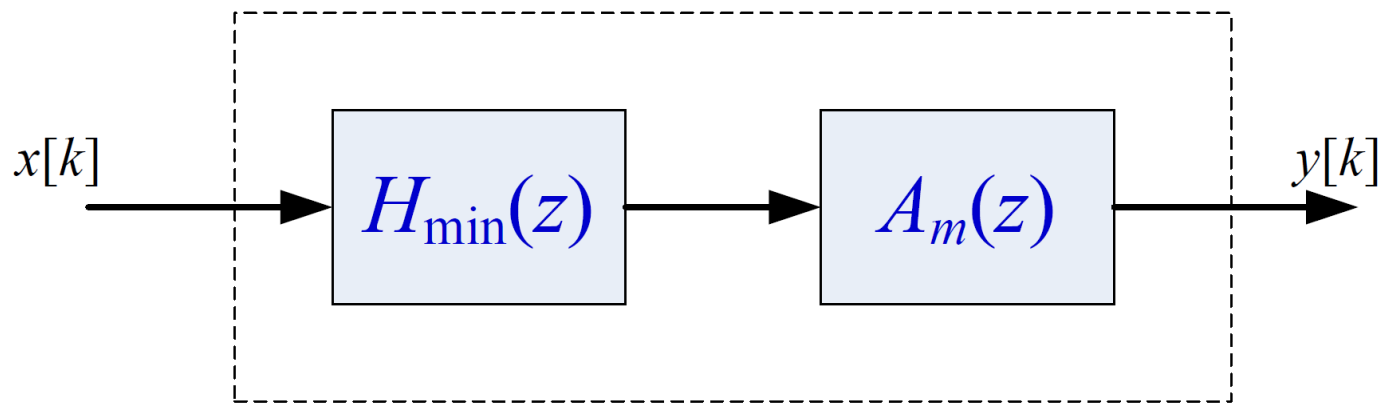




实验原理

实系数因果稳定系统的 $H(z)$ 都可表示为

$$H(z) = H_{\min}(z) A_m(z)$$



因果系统分解为最小相位系统与全通系统



实验原理

已知系统函数如下：

$$H(z) = \frac{0.05634(1 + z^{-1})(1 - 1.0166z^{-1} + z^{-2})}{(1 - 0.683z^{-1})(1 - 1.4461z^{-1} + 0.7957z^{-2})}.$$

如何使用Matlab描述H(z)的分子和分母？

```
b0 = 0.05634;  
b1 = [1 1];  
b2 = [1 -1.0166 1];  
a1 = [1 -0.683];  
a2 = [1 -1.4461 0.7957];  
b = b0*conv(b1,b2);  
a = conv(a1,a2);
```




实验内容一：最小相位-全通分解

实验内容

给定一个因果稳定的LTI系统，其单位脉冲响应如下：

$$h[0]=1, h[1]=10/3, h[2]=1$$

- 1) 根据单位脉冲响应求取 $H(z)$ ，画出零极点图；
- 2) 将该系统分解为一个最小相位滤波器和一个全通滤波器（幅度特性为1）级联的形式；
- 3) 画出最小相位滤波器和全通滤波器的零极点图、幅度响应、相位响应、群延迟响应；
- 4) 将最小相位滤波器和全通滤波器级联，使用impz求取级联后的单位脉冲响应，验证是否与原系统相同。

实验要求

实验内容1中，将幅度响应、相位响应和群延时响应**绘制在同一幅图中**，横纵坐标、图名等信息**标注完整**。共需要提供**6幅**结果图。



实验内容二：基于全通滤波器的相位均衡

实验内容

已知一个IIR低通滤波器系统，其系统函数 $H(z)$ 为：
$$H(z) = \frac{\frac{1-\alpha}{2}(1+z^{-1})}{1-\alpha z^{-1}}$$

- 1) 若 $\alpha = 0.5$ ，画出该系统在 $[0, \pi]$ 范围内的幅度响应、相位响应和群延时，并分析其是否满足线性相位；
- 2) 给定全通滤波器：

$$H_{allp}(z) = \frac{0.0445 - 0.132z^{-1} + 0.3703z^{-2} - 0.5103z^{-3} + z^{-4}}{1 - 0.5103z^{-1} + 0.3703z^{-2} - 0.1320z^{-3} + 0.0445z^{-4}}$$

绘制出全通滤波器的幅度响应、相位响应和群延时（ $[0, \pi]$ 范围内）以及零极点分布图；

- 3) 完成相位均衡：将原系统和全通滤波器级联，绘制出新的系统的零极点图，幅度响应、相位响应和群延时，分析是否满足线性相位的要求（主要分析低通滤波器的通带范围内）。

实验要求

将幅度响应、相位响应和群延时响应**绘制在同一幅图中**，横纵坐标、图名等信息标注完整。共需要提供**5幅**结果图



实验内容三：基于最小相位滤波器的回声消除

实验内容

已知一段4s的的音频（采样率44100Hz），文件名（**newaudio_44100_4s.mat**），为该段音频增加回声效果，并构造逆系统消除该回声。具体内容：

- 1) 使用**importdata**函数将其导入到MATLAB中，绘制该音频的时域波形，并播放该段音频；
- 2) 将录制的语音信号延迟（延迟时间自行确定，要求回声较为明显，推荐值0.5s），并跟原语音信号合成，实现对录制的语音增加回声效果（回声产生可以使用： **$y[n]=x[n]+x[n-k]$** ）；绘制该音频的时域波形，并播放该段音频；
- 3) 构造逆系统消除回声信号，实现原始声音的还原，绘制该音频的时域波形，并播放该段音频。

实验要求

请提供原始信号、回声信号和消除回声后的信号时域图（横纵坐标标注完整），共**3**幅图，讨论并分析最小相位滤波器在本次实验中的作用（不少于50字）。



实验报告

●内容要求：

- 实验目的
- 实验过程与实验结果，包含程序源代码
- 结果分析与实验结论
- 实验收获、体会及建议

●时间要求：

- 本次实验**结束后一周内**，提交到教务处实验系统。



谢谢大家！

王秋生： wangqiusheng@buaa.edu.cn

袁 梅： yuanm@buaa.edu.cn

崔 勇： cuiyong@buaa.edu.cn

张军香： zhangjunxiang@buaa.edu.cn

董韶鹏： dspsx@buaa.edu.cn

