自动控制原理试卷答案
2003-2004 学年第二学期

一、

1、若当标准型的状态空间表达式为

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad y = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

2、系统矩阵 A 的矩阵指数

$$e^{At} = \begin{bmatrix} e^{-t} & 0 \\ 0 & e^{-3t} \end{bmatrix}$$

3、系统的输出

$$y(t) = \frac{2}{3} - \frac{1}{6} e^{-3t}$$

二、

1、可控性矩阵

$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 9 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$，$rankS = 2 < 3$，系统不完全可控。

改变原状态方程中状态分量的排列顺序，得到

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u, \quad y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_1 \end{bmatrix}$$

实现上述变换的变换矩阵为

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad P^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

显然，可控子系统为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$

（2）可以用状态反馈 $u = -kx + v$ 将闭环特征值配置成{-3，-2，-2}，但不能将闭环特征值配置成{-1，-2，-2}。

三、

K 的取值范围为：0<K<0.309

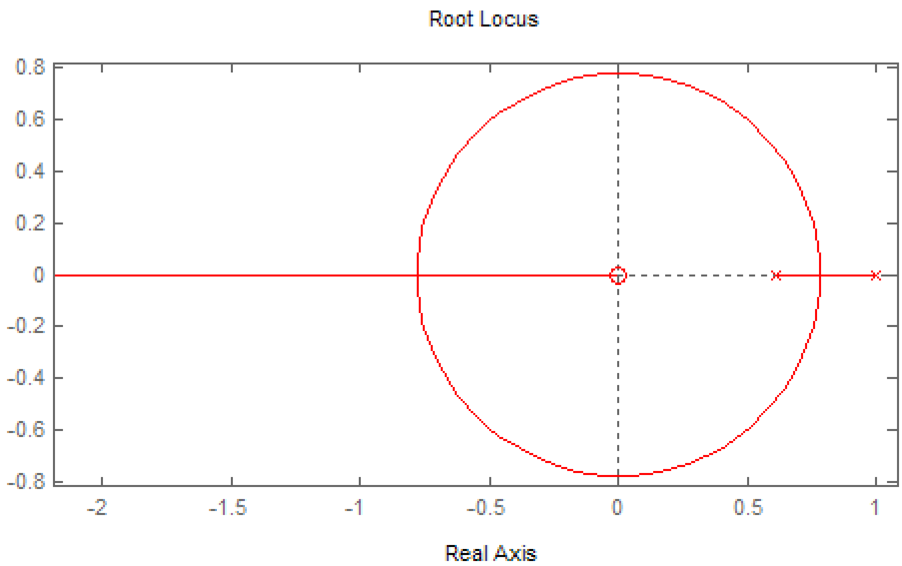
四、开环脉冲传递函数为

$$G(z) = \frac{K\left(1 - e^{-1/2}\right)z}{(z-1)(z - e^{-1/2})}$$

闭环脉冲传递函数

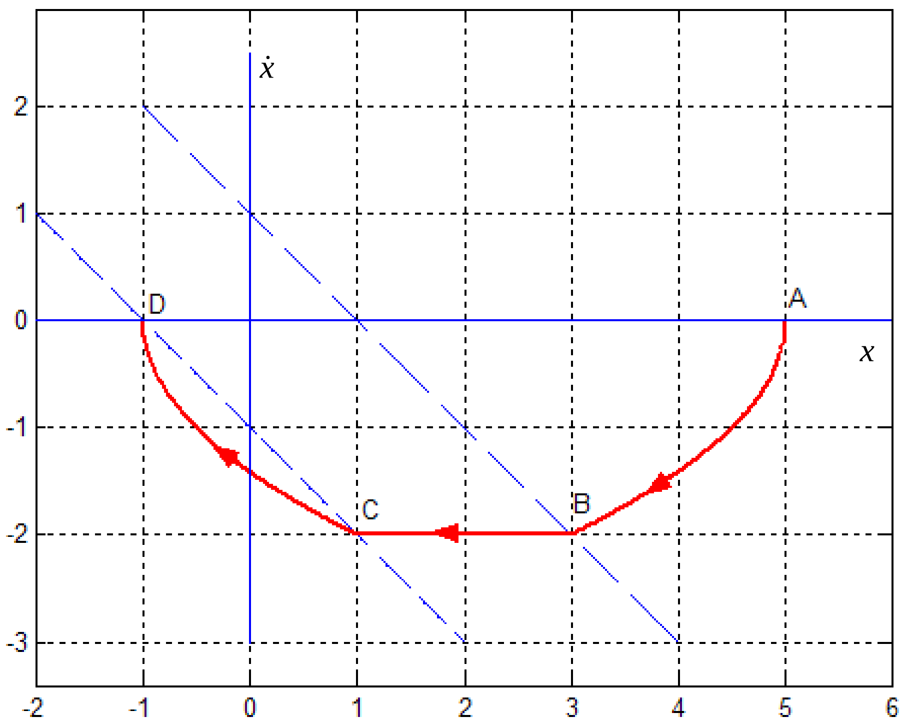
$$T(z)=\frac{K(1-e^{-1/2})z}{(z-1)(z-e^{-1/2})+K(1-e^{-1/2})z}$$

当 K 值从零向穷大变化时，闭环根轨迹图如下图所示，由根轨迹图可知，当 K 很大时，有一个根将位于实轴上，且小于-1，所以，K 很大时系统不稳定，且以正、负交错的形式发散。



五、

系统的相轨迹图如下图所示。



第 1 段相轨迹为图中 AB 段，该段轨迹的方程为：$\frac{1}{2}\dot{x}^2=-x+5$

第 2 段相轨迹为图中 BC 段，该段轨迹的方程为：$\dot{x}=-2$

第 3 段相轨迹为图中 CD 段，该段轨迹的方程为：$\frac{1}{2}\dot{x}^2=x+1$

交点坐标 B(3,-2), C(1,-2), D(-1,0)

六、负倒描述函数$-\frac{1}{N}$曲线与$G(j\omega)$有交点，但该交点对应的周期运动是不稳定的。所以，该系统不存在自振。