计算机控制系统

第4章 计算机控制系统连续域—离散化设计

北京航空航天大学

xiajie

2020年3月

4.3 数字PID控制器设计

PID控制的基本原理

- 比例控制器：$u(t)=k_p e(t)$

  k_p↑,增益增大，调节作用强，输出易产生振荡

- 比例积分（PI）控制器：

  滞后网络，消除静差

$$u(t)=K_p\left(e(t)+\frac{1}{T_I}\int_0^t e(t)dt\right)$$

- 比例微分（PD）控制器：

  超前网络，改善动特性

  提高系统频带

$$u(t)=K_p\left(e(t)+T_D\frac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t}\right)$$

- PID调节器：综合调节动、静态特性
- 适用于一般工业过程控制，对象模型参数模糊，依据经验调试；航空航天对象，控制更为精确，仅靠PID不够。

4.3.1 数字PID基本算法

1. 模拟PID控制算法的离散化

模拟PID控制器的基本规律：

$$u(t)=K_p\left[e(t)+\frac{1}{T_I}\int_0^t e(t)dt+T_D de(t)/dt\right]$$

$$D(s)=\frac{U(s)}{E(s)}=K_p\left(1+\frac{1}{T_I s}+T_D s\right)$$

离散化 $t\approx kT(k=0,1,2,\cdots)$ $e(t)\approx e(kT)$

$$\int e(t)dt\approx\sum_{j=0}^{k}e(jT)T=T\sum_{j=0}^{k}e(jT)$$

$$\frac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t}\approx\frac{e(kT)-e[(k-1)T]}{T}$$

kT均用k简化表示

$$u(k)=K_p\{e(k)+\frac{T}{T_I}\sum_{j=0}^{k}e(j)+\frac{T_D}{T}[e(k)-e(k-1)]\}$$

位置式算法

$$=K_p e(k)+K_I\sum_{j=0}^{k}e(j)+K_D[e(k)-e(k-1)]$$

4.3.1 数字PID基本算法

1. 模拟PID控制算法的离散化

$$u(t)=K_p\left[e(t)+\frac{1}{T_I}\int_0^t e(t)dt+T_D de(t)/dt\right]$$

$$D(s)=\frac{U(s)}{E(s)}=K_p\left(1+\frac{1}{T_I s}+T_D s\right)$$

离散化 $\begin{cases}\text{积分环节采用双线性变换法，}\\ \text{微分环节采用向后差分法。}\end{cases}$

位置式算法

$$\begin{cases} u(k)=K_p\{e(k)+\dfrac{T}{T_I}\sum\limits_{j=0}^{k}e(j)+\dfrac{T_D}{T}[e(k)-e(k-1)]\} \\ \quad =K_p e(k)+K_I\sum\limits_{j=0}^{k}e(j)+K_D[e(k)-e(k-1)] \end{cases}$$

2．增量式算法

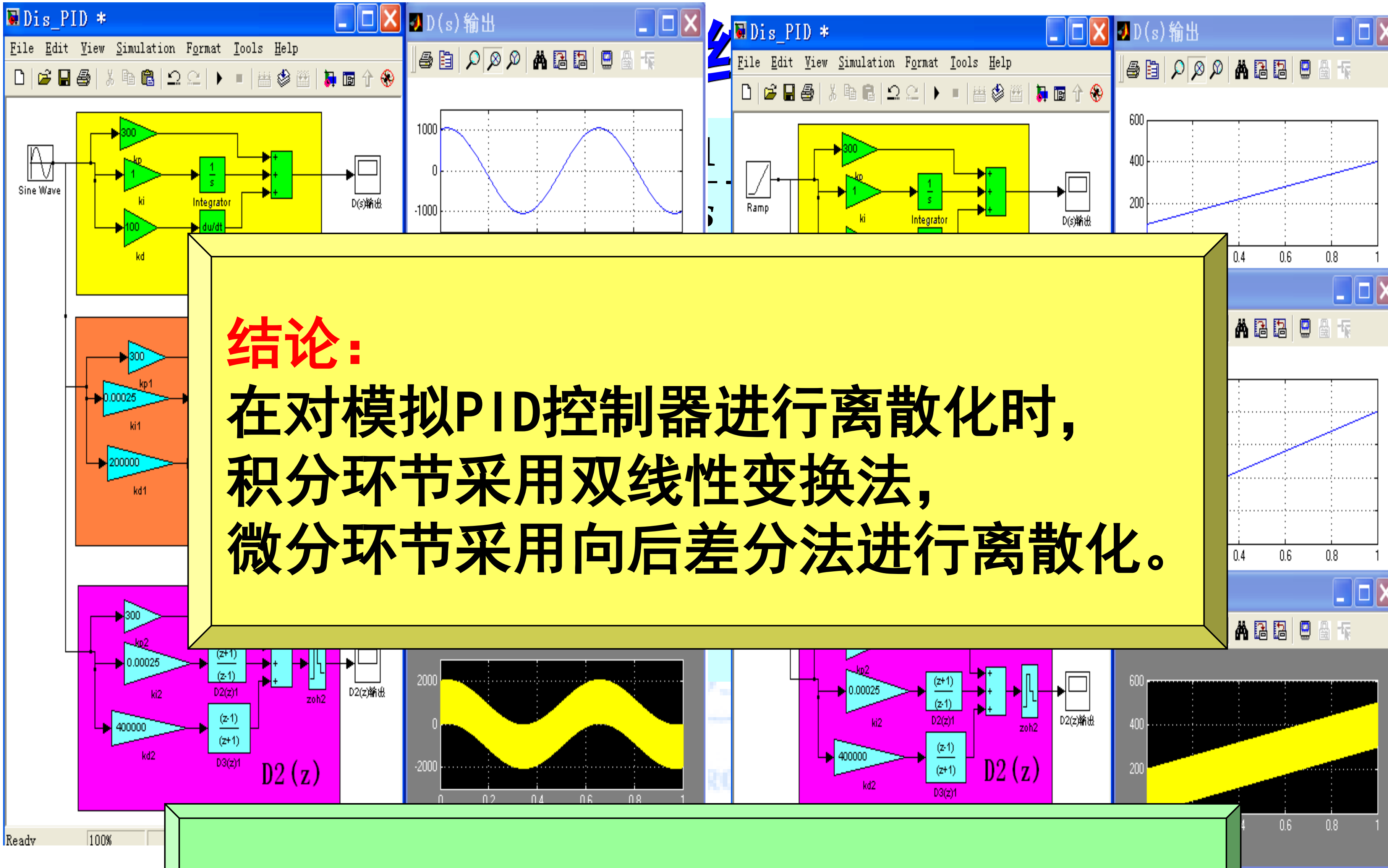
$$\begin{cases}\Delta u(k)=u(k)-u(k-1)\\ \quad =K_P[e(k)-e(k-1)]+K_I e(k)+K_D[e(k)-2e(k-1)+e(k-2)]\end{cases}$$

模拟PID控制算法的离散化方法的选用

模拟PID $$u(t)=K_p\left[e(t)+\frac{1}{T_I}\int_0^t e(t)dt+T_D de(t)/dt\right]$$

PID传函： $$D(s)=\frac{U(s)}{E(s)}=K_p\left(1+\frac{1}{T_I s}+T_D s\right)$$

- 双线性变换离散法
  - 优点：使用方便、有一定的精度；在离散化所填加的零点，可帮助消除该离散环节频谱特性的混迭现象；且变换后环节的稳态增益保持不变。这些好的特性促使其在工程上应用较为普遍。
  - 主要缺陷：高频特性失真严重，故不宜用于高通或纯微分环节的离散化。
- 一阶向后差分离散法
  - 可将稳定的模拟控制器离散为稳定的数字控制器，同时可以适用于纯微分环节的离散化场合。
- 一阶向前差分离散化方法
  - 可能将稳定的模拟控制器离散为不稳定的数字控制器。



结论：

在对模拟PID控制器进行离散化时，
积分环节采用双线性变换法，
微分环节采用向后差分法进行离散化。

D1(z)的输出结果比D2(z)的输出结果更接近于连续控制器D(s)的输出结果。

4.3.2 数字PID控制算法改进

1、抗积分饱和算法

(1)积分饱和的原因及影响

(2)积分饱和抑制——①积分分离法：

- 主要作用——提高稳态精度，减少或消除误差。
- 积分分离法的基本控制思想：

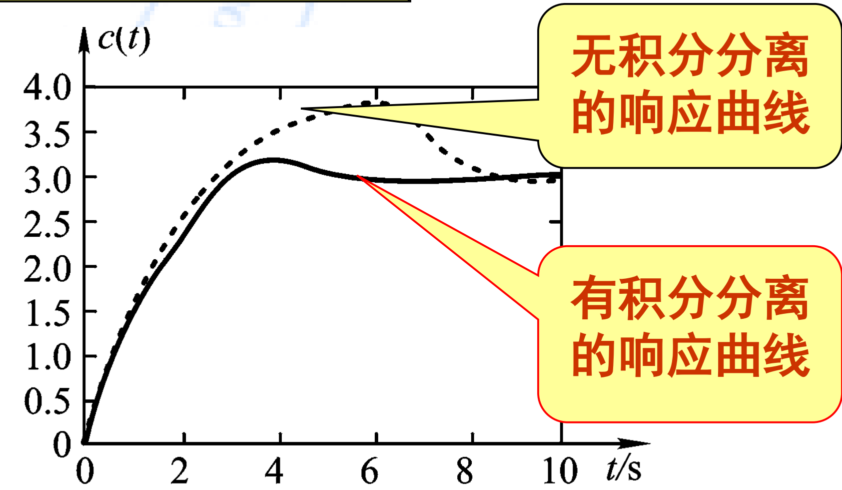
$$u(k)=K_P e(k)+\alpha K_I\sum_{j=0}^{k}e(j)+K_D[e(k)-e(k-1)]$$

- 规定门限值ε；
- 误差e(k)>ε，α=0

（取消积分）

- 误差e(k)<=ε，α=1

（引入积分）



积分分离法

(2) 积分饱和抑制

②遇限削弱积分法

❖基本思想：

➢当控制量进入饱和区后，只执行削弱积分项的累加，不进行增大积分项的累加。即系统在计算$u(k)$时，先判断$u(k-1)$是否超过门限值。若超过某个方向门限值时，积分只累加反方向的$e(k)$值。

具体算式：

$$\begin{cases} \text{若 } u(k-1) \geq u_{\max} \text{ 且 } e(k) \geq 0 & \text{不进行积分累加} \\ \qquad\qquad\qquad\quad \text{若 } e(k) < 0 & \text{进行积分累加} \\ \text{若 } u(k-1) \leq u_{\min} \text{ 且 } e(k) \leq 0 & \text{不进行积分累加} \\ \qquad\qquad\qquad\quad \text{若 } e(k) > 0 & \text{进行积分累加} \end{cases}$$

(2) 积分饱和抑制

②遇限削弱积分法

- 若超过某个方向门限值时，积分只累加反方向的$e(k)$值。

③饱和停止积分法

- 基本思想：
  - 当控制作用达到饱和时，停止积分器积分，而控制器输出未饱和时，积分器仍正常积分。
- 特点：
  - 简单易行，但不如上一种方法容易使系统退出饱和

$$
\text{具体算式为：}\begin{cases} \text{若 } |u(k-1)| \geq u_{\max} & \text{不进行积分运算} \\ \text{若 } |u(k-1)| < u_{\max} & \text{进行积分运算} \end{cases}
$$

2 微分算法的改进

引入微分改善了系统的动态特性，但由于微分放大噪声的作用也极易引进高频干扰。

1）不完全微分的PID算式(采用带惯性环节的实际微分器)

微分环节难以实现

$$U(s)=\left(K_P+\frac{K_P/T_I}{s}+\frac{K_PT_Ds}{1+T_fs}\right)E(s)=U_P(s)+U_I(s)+U_D(s)$$

$$U_D(s)=\frac{K_PT_Ds}{1+T_fs}E(s) \longrightarrow T_f\frac{du_D(t)}{dt}+u_D(t)=K_PT_D\frac{de(t)}{dt}$$

$$u_D(k)+T_f\frac{u_D(k)-u_D(k-1)}{T}=K_PT_D\frac{e(k)-e(k-1)}{T}$$

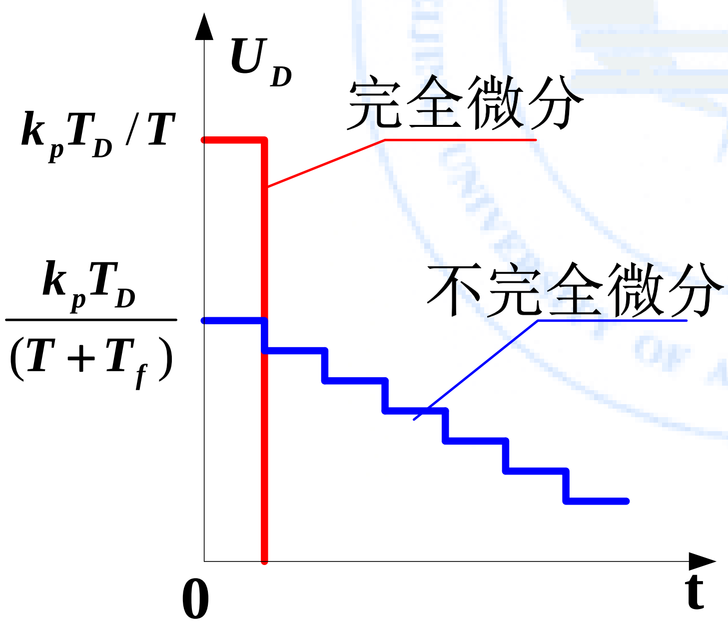
$$u_D(k)=\frac{T_f}{T+T_f}u_D(k-1)+\frac{K_PT_D}{T}\boxed{\frac{T}{T+T_f}}[e(k)-e(k-1)]$$

不完全微分PID位置算法

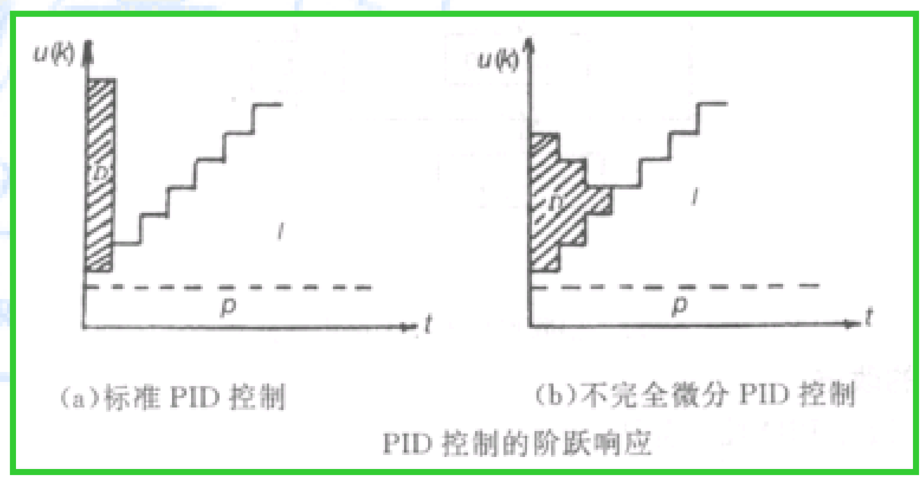
$$\begin{cases} u_D(k)=\alpha u_D(k-1)+\dfrac{K_PT_D}{T}\boxed{(1-\alpha)}[e(k)-e(k-1)] \\ u(k)=K_Pe(k)+K_I\sum\limits_{j=0}^{k}e(j)+u_D(k) \end{cases}$$

不完全微分PID 与基本PID控制作用比较

- 在$e(k)$发生阶跃突变时，
  - 完全微分作用仅在控制作用发生的一个周期内起作用；
  - 不完全微分作用则是按指数规律逐渐衰减到零，可以延续几个周期，且第一个周期的微分作用减弱。

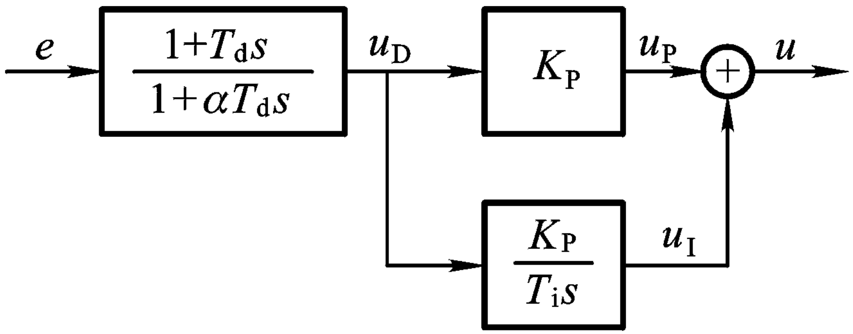


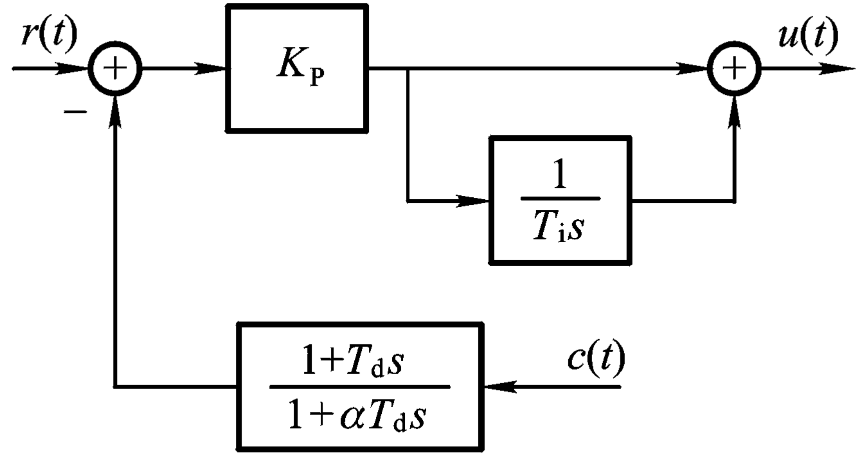
不完全微分的阶跃响应



2 微分算法的改进

2)微分先行PID





对给定值和输出量都有微分作用。

只对输出量微分

微分先行结构图

适用于给定值频繁升降的场合，可以避免因输入变动而在输出上产生跃变

4. 自动与手动无扰转换的PI算法

- 工业上通过PID控制的被控对象常常有手动与自动两种控制方式，转换时要求实现无扰转换。

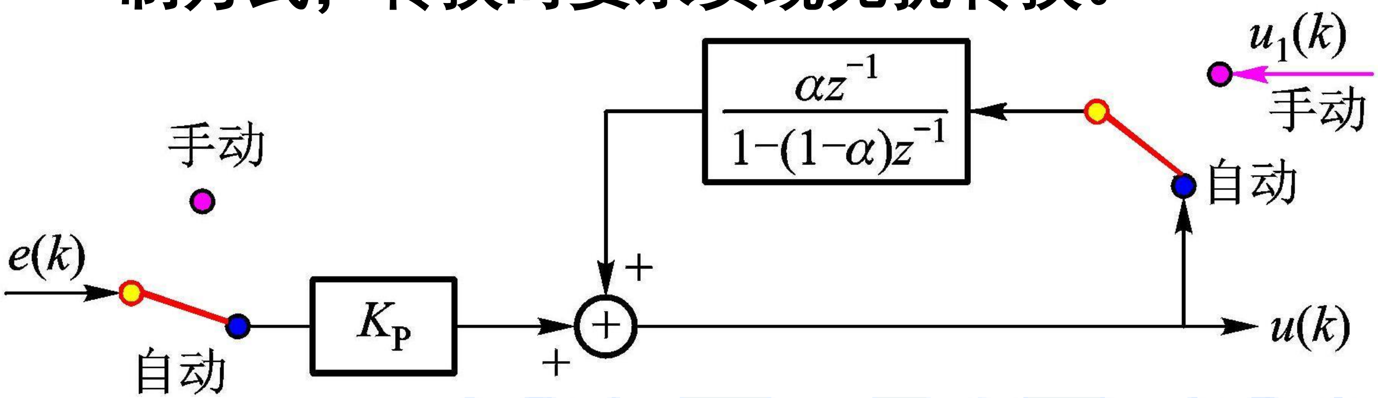


图4-29 自动与手动无扰转换

PI控制

系统处于自动状态时

$$U(z)=\frac{K_p}{1-\dfrac{\alpha z^{-1}}{1-(1-\alpha)z^{-1}}}E(z)=K_p\left[1+\frac{\alpha}{z-1}\right]E(z)$$

开关处于手动位置

$$\frac{U(z)}{U_1(z)}=\frac{\alpha}{z-(1-\alpha)}$$

惯性环节

$$\lim_{\substack{T\to 0\\ z\to 1}}\frac{\alpha}{z-(1-\alpha)}=1$$

稳态时有

$$u(k)=u_1(k)$$

实现从自动到手动的无扰切换

4.3.3 PID调节参数的整定

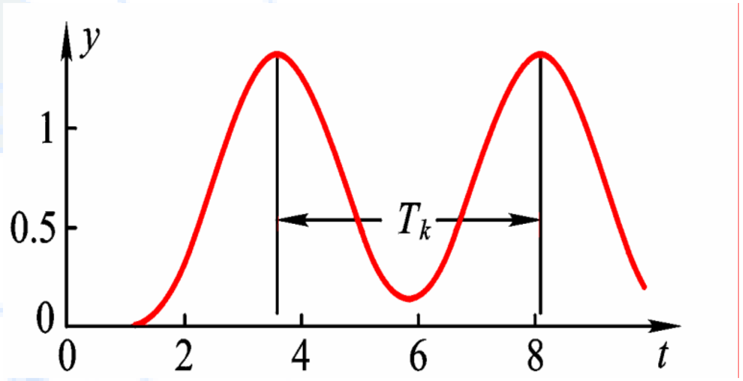
1. 扩充临界比例度法

①选择一个足够短的采样周期T，通常可选择采样周期T为被控对象纯滞后时间的1/10。

②用选定的T使系统工作。这时，只保留比例作用。然后逐渐减小比例度$\delta(=1/K_P)$，直到系统发生持续等幅振荡。记下此时的临界比例度δ_k及系统的临界振荡周期T_k (即振荡波形的两个波峰之间的时间) 。

③选择控制度

$$控制度=\frac{\int_0^\infty [e^2(t)dt]_{DDC}}{\int_0^\infty [e^2(t)dt]_{模拟}}$$



等幅振荡曲线

④根据选定的控制度，查表4-1，求得T、K_P、T_I、T_D的值。

⑤按计算所得参数投入在线运行，观察效果，如果性能不满意，可根据经验和对P、I、D各控制项作用的理解，进一步调节参数，直到满意为止。

模拟PID参数确定法——稳定边界法

- 参见《过程计算机控制》王锦标，清华出版社
- 按下面的经验公式计算PID参数，根据
  - 临界比例系数K_k
  - 临界振荡周期T_k

稳定边界法整定PID参数

控制规律	K_P/K_k	T_I/T_k	T_D/T_k
P	1/2	——	——
PI	1/2.2	0.85	——
PID	1/1.6	0.50	0.13

2. 扩充阶跃响应曲线法

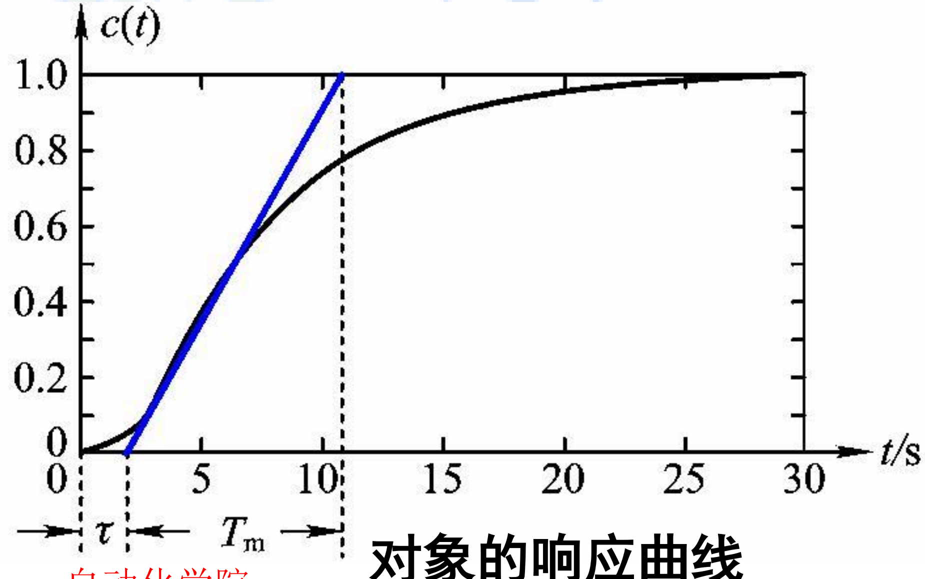
- 整定T和K_P、T_I、T_D的步骤如下:

①数字控制器不接入系统，将被控对象的被控制量调到给定值附近，并使其稳定下来，然后测出对象的单位阶跃响应曲线。

②在对象响应曲线的拐点处作一切线，求出纯滞后时间τ和时间常数T_m以及它们的比值T_m/τ。

③选择控制度

④查表4-2，即可求得数字控制器的K_P、T_I、T_D及采样周期T。



对象的响应曲线

3．试凑法确定PID参数

- 整定步骤：

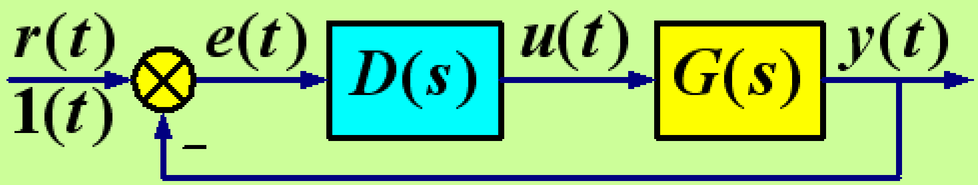
(1)**首先只整定比例部分**。比例系数K_P由小变大，观察相应的系统响应，直到得到反应快，超调小的响应曲线。系统若无静差或静差已小到允许范围内，并且响应效果良好，那么只须用比例调节器即可。

(2)**若稳态误差不能满足设计要求，则需加入积分控制。**整定时先置积分时间T_I为一较大值，并将经第1步整定得到的K_P减小些，然后减小T_I，并使系统在保持良好动态响应的情况下，消除稳态误差。这种调整可根据响应曲线的状态，反复改变K_P及T_I，以期得到满意的控制过程。

(3)若使用PI调节器消除了稳态误差，但**动态过程仍不能满意，则可加入微分环节**。在第2步整定的基础上，逐步增大T_D，同时相应地改变K_P和T_I，逐步试凑以获得满意的调节效果。

扩充临界比例度法例子

$$G(s)=\frac{1}{2s+1}\cdot\frac{1}{s^2+s+1}$$



$$D(s)=K_p$$

①选择一个足够短的采样周期T，通常可选择采样周期T为被控对象纯滞后时间的1/10。

$K_p=0.5$ $\tau=1.017s$

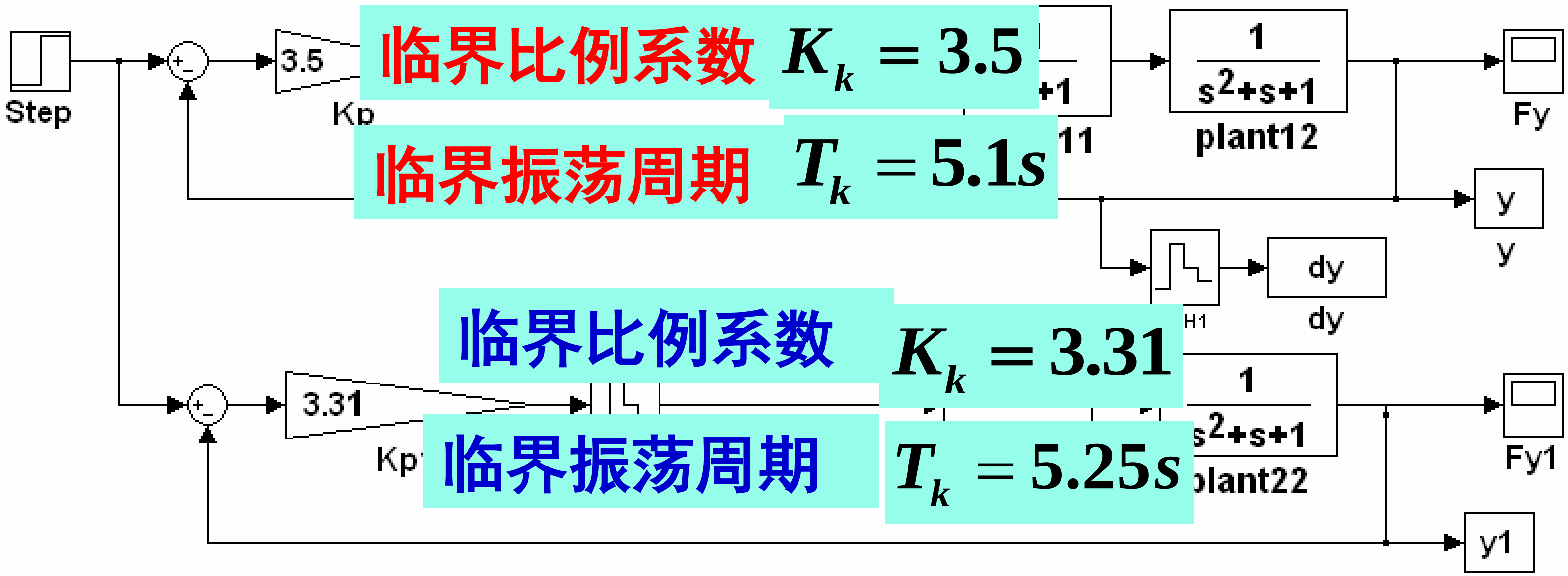
$K_p=1$ $\tau=0.978s$

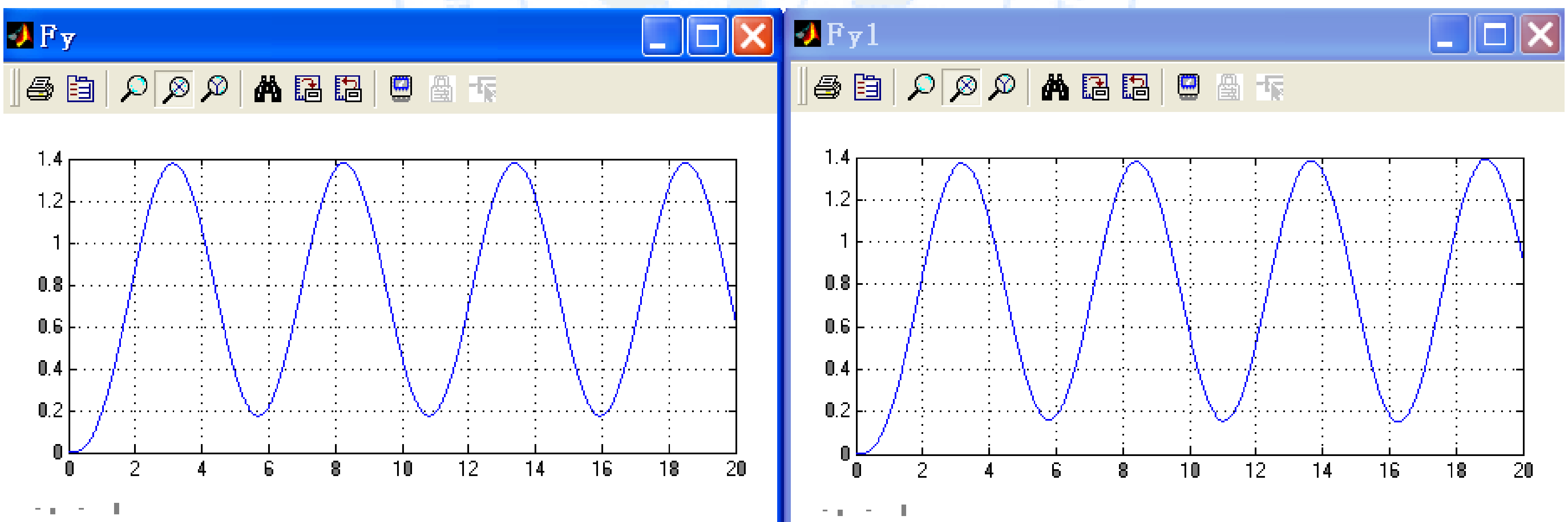
$K_p=2$ $\tau=0.918s$

$K_p=3$ $\tau=0.873s$

$\tau\approx 0.8s$ $\longrightarrow$ $T=\tau/10=0.08s$

逐渐增大Kp,直至系统发生持续等幅振荡。





模拟PID参数确定法——稳定边界法

$K_k = 3.5$ $T_k = 5.1s$

- 采用P控制
  - 比例系数

$$K_P = K_k / 2 = 3.5 / 2 = 1.75$$

$$D(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_P = 1.75$$

- 模拟P控制规律

- 采用PI控制
  - 比例系数
  - 积分时间

$$K_P = K_k / 2.2 = 3.5 / 2.2 = 1.591$$

$$T_I = 0.85 T_k = 0.85 * 5.1 = 4.335$$

$$D(s) = K_P\left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) = 1.591\left(1 + \frac{1}{4.335s}\right)$$

- 模拟控制规律

$$= 1.591 + \frac{0.3670}{s}$$

模拟PID参数确定法——稳定边界法

$K_k = 3.5$ $T_k = 5.1s$

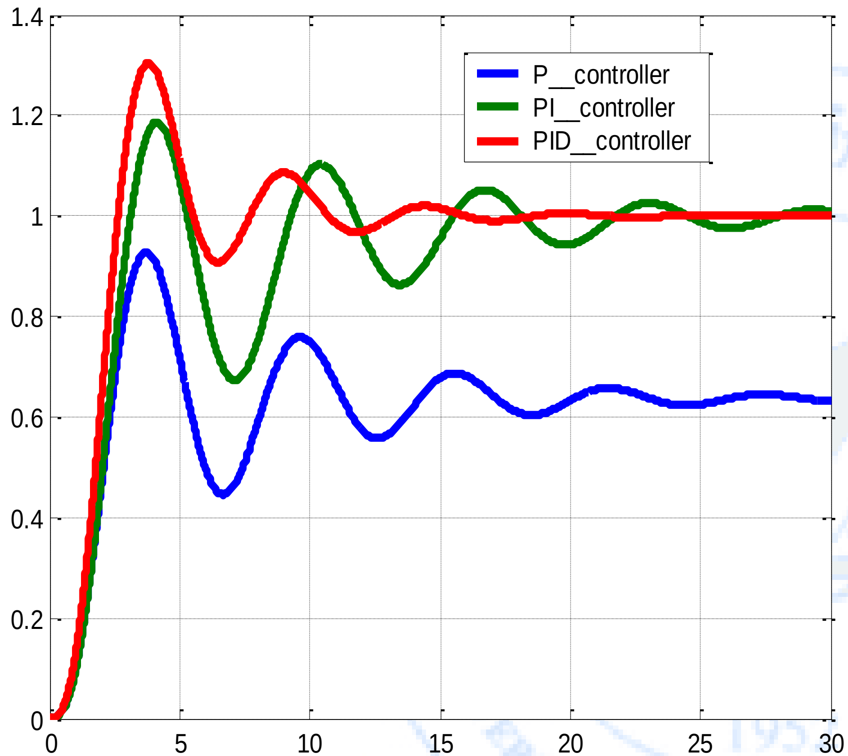
- 采用PID控制$K_P = K_k / 1.6 = 3.5 / 1.6 = 2.1875$
  - ❖比例系数 $T_I = 0.5T_k = 0.5 * 5.1 = 2.55$
  - ❖积分时间 $T_D = 0.13T_k = 0.13 * 5.1 = 0.663$
  - ❖微分时间
- 模拟PID控制规律

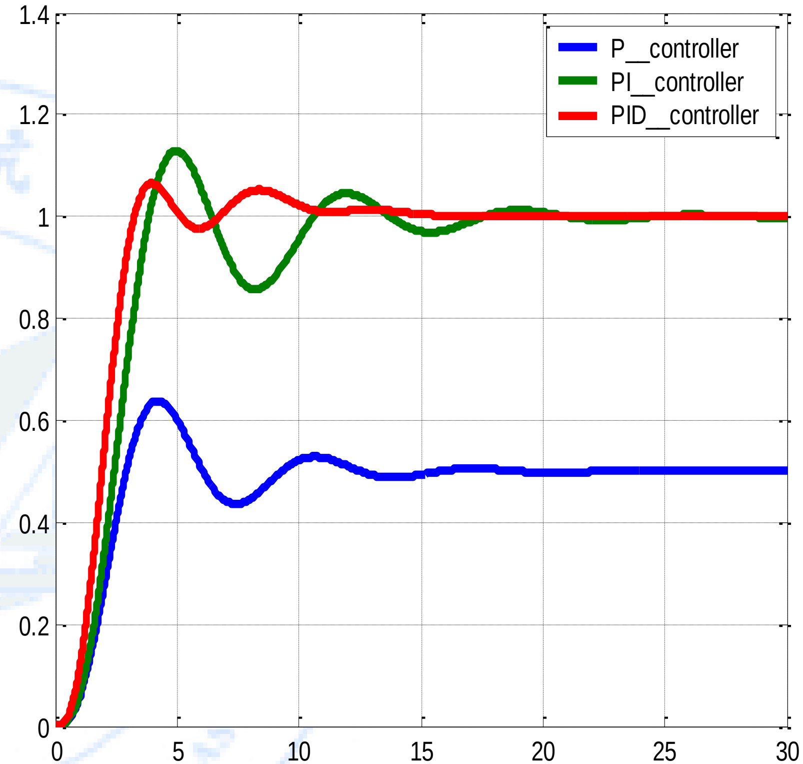
$$D(s) = K_P\left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right)$$

$$= 2.1875\left(1 + \frac{1}{2.55s} + 0.663s\right)$$

$$= 2.1875 + \frac{0.85784}{s} + 1.4503s$$

计算机调整比较





$$D(s)=1.75$$

$$D(s)=1.591+\frac{0.3670}{s}$$

$$D(s)=2.1875+\frac{0.85784}{s}+1.4503s$$

$$D(s)=1$$

$$D(s)=1+\frac{0.4}{s}$$

$$D(s)=2+\frac{0.6}{s}+2s$$

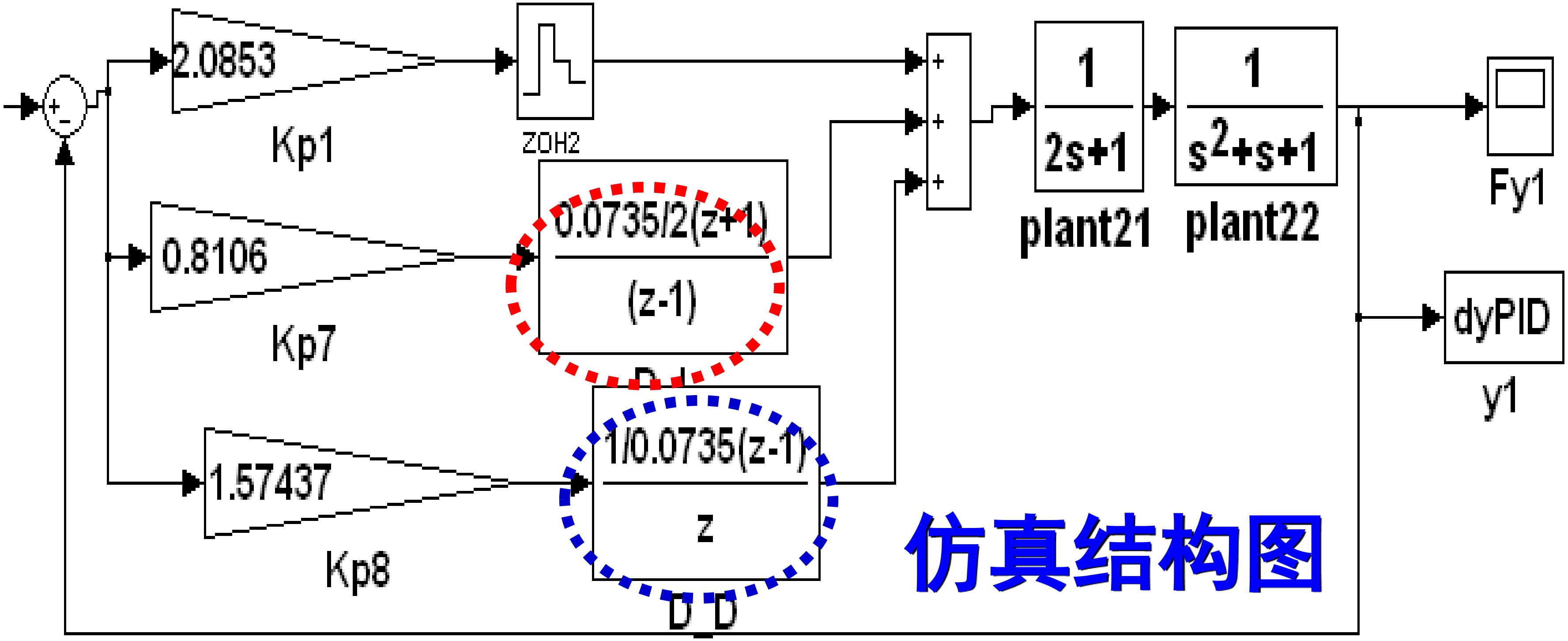
PID参数确定——扩充临界比例度法

- 取控制度=1.05,采用PID控制 $K_k = 3.31$ $T_k = 5.25s$
  - 采样周期 $T = 0.014T_k = 0.0735s$
  - 比例系数 $K_P = 0.63K_k = 2.0853$
  - 积分时间 $T_I = 0.49T_k = 2.5725s$
  - 微分时间 $T_D = 0.14T_k = 0.735s$
- **控制律** $D(s) = K_P\left(1+\frac{1}{T_I s}+T_D s\right) = 2.0853\left(1+\frac{1}{2.5725s}+0.735s\right)$

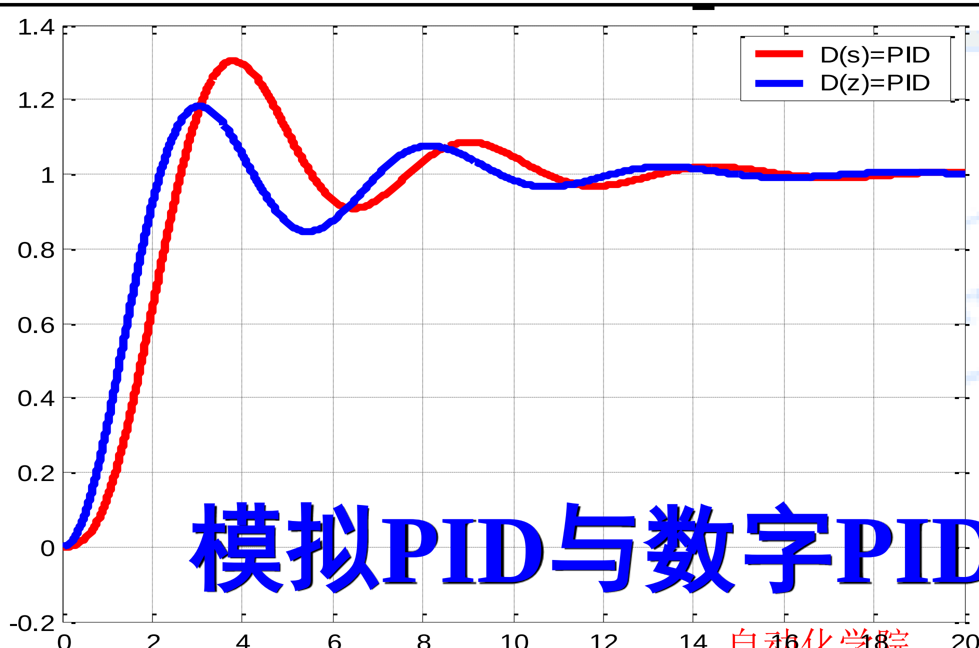
积分用双线性变换法
微分用向后差分法

$$= 2.0853 + \frac{0.8106}{s} + 1.5327s$$

$$D(z) = 2.0853 + 0.8106\frac{0.0735}{2}\cdot\frac{z+1}{z-1} + 1.5327\frac{z-1}{0.0735z}$$



仿真结构图



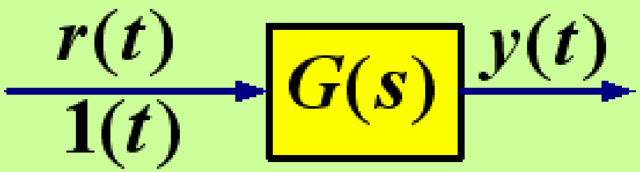
$$D(s)=2.1875+\frac{0.85784}{s}+1.4503s$$

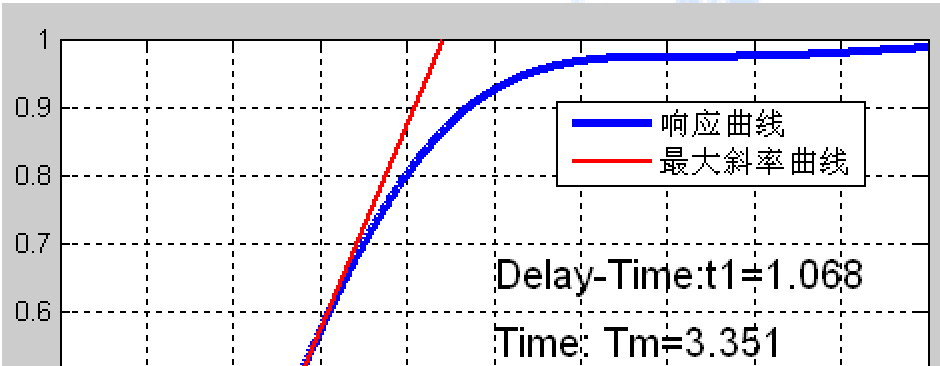
$$T=0.0735s$$

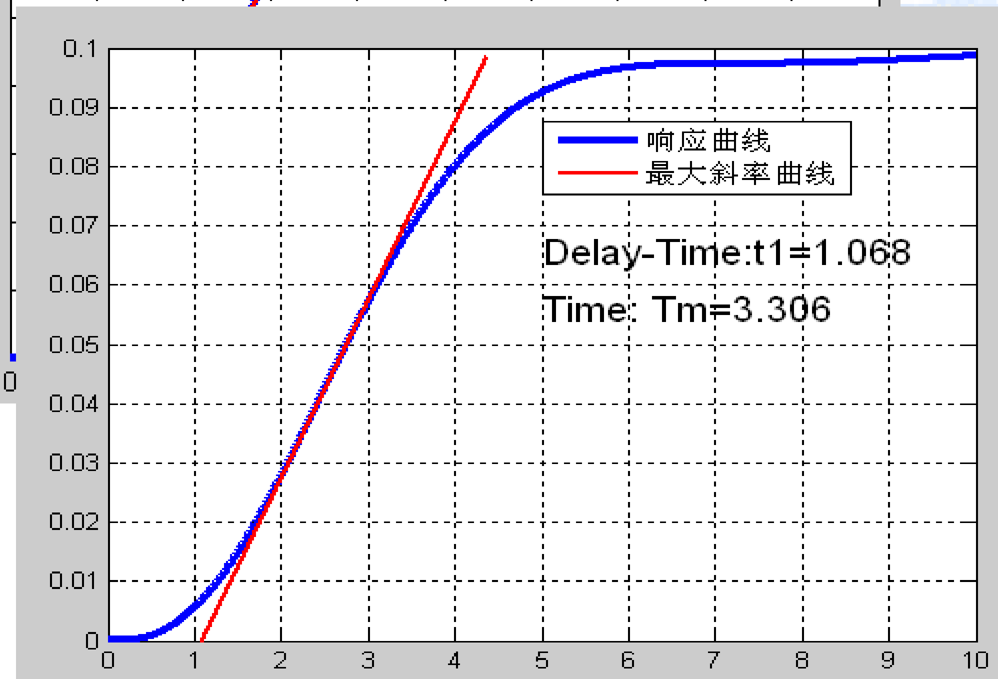
模拟PID与数字PID控制效果比较

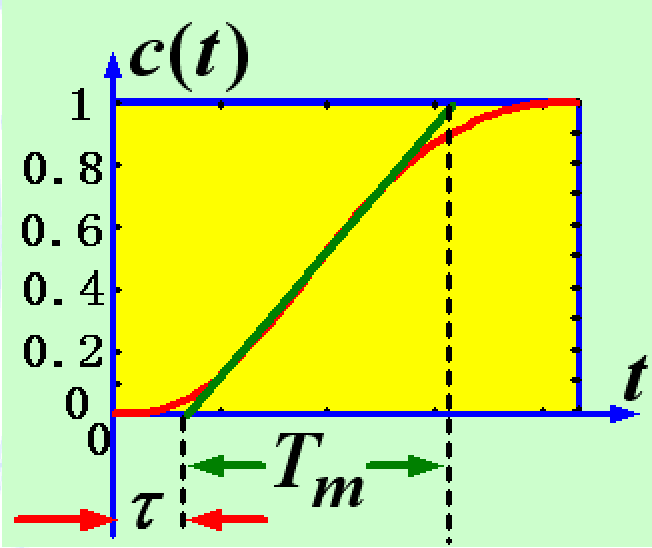
扩充阶跃响应曲线法例子

$$G(s)=\frac{1}{2s+1}\cdot\frac{1}{s^2+s+1}$$









$$\tau=1s$$

$$T_m\approx 3.35s$$

$$T_m/\tau=3.35$$

PID参数确定——扩充阶跃响应曲线法

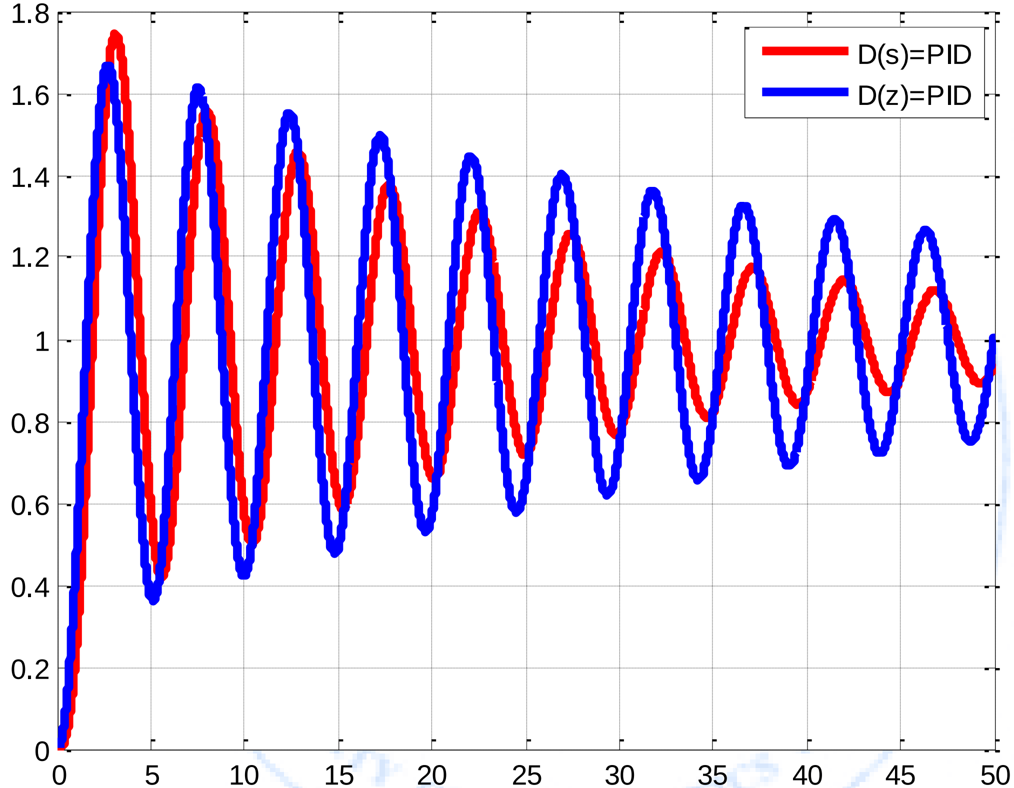
- 取控制度=1.05,采用PID控制 $\tau = 1s$ $T_m / \tau = 3.35$
  - 采样周期 $T = 0.05\tau = 0.05s$
  - 比例系数 $K_P = 1.15(T_m / \tau) = 1.15 * 3.35 = 3.85$
  - 积分时间 $T_I = 2.0\tau = 2.0s$
  - 微分时间 $T_D = 0.45\tau = 0.45s$
- 控制律

$$D(s) = K_P\left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right) = 3.85\left(1 + \frac{1}{2.0s} + 0.45s\right)$$

$$= 3.85 + \frac{1.93}{s} + 1.73s$$

$$D(z) = 3.85 + 1.93\boxed{\frac{0.05}{2}\cdot\frac{z+1}{z-1}} + 1.73\boxed{\frac{z-1}{0.05z}}$$

模拟PID与数字PID控制效果比较



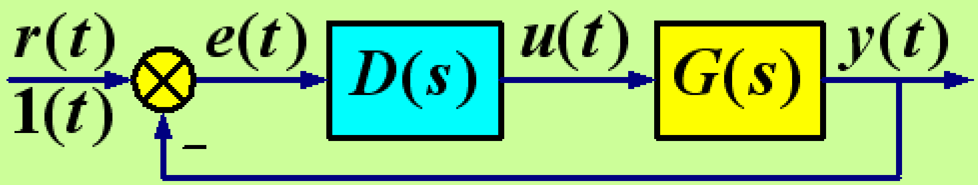
$$D(s) = 3.85 + \frac{1.93}{s} + 1.73s \qquad T = 0.05s$$

$$D(z) = 3.85 + 1.93\frac{0.05}{2}\cdot\frac{z+1}{z-1} + 1.73\frac{z-1}{0.05z}$$

试凑法例子

$$T = 0.05s$$

$$G(s) = \frac{1}{2s+1} \cdot \frac{1}{s^2+s+1}$$



$$D(s) = K_p$$