



登记号 \_\_\_\_\_

**北京航空航天大学**  
B E I H A N G U N I V E R S I T Y

# 数字信号处理实验五

## 指 导 书

机械与控制工程国家级虚拟仿真实验教学中心

2020 年 5 月

## 目 录

实验五 利用 DFT 计算数字信号频谱.....	1
一、实验目的.....	1
二、实验内容.....	1
三、实验要求.....	3
四、实验原理.....	4
五、参考资料.....	5
六、实验报告要求.....	5

## 实验五 利用 DFT 计算数字信号频谱

### 一、实验目的

1. 掌握数字信号频谱分析方法
2. 掌握 DFT 与 DTFT 的频谱关系
3. 掌握 DFT 原理及软件编程实现方法
4. 掌握补零运算、频谱泄漏对 DFT 结果的影响

### 二、实验内容

本实验共 4 个学时，主要包括：1) 数字信号的 DFT 计算、2) 数字信号的 DTFT 模拟计算、3) 信号补零对频谱特性影响、4) 频谱泄漏影响分析

#### 1、数字信号的 DFT 计算

本项实验内容包括 DFT 函数的编写、DFT 离散频谱的计算两部分。

##### (1) DFT 函数的编写

按照 DFT 定义式(式 1.1)编写计算 N 点 DFT 的基本函数。注意：本人利用 function 语句编写 DFT 函数，不得使用 MATLAB 信号处理工具箱中的 fft 函数。

$$X(k) = \text{DFT}[x(n)]_N = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (0.1)$$

##### (2) DFT 离散频谱的计算

假定原始数字序列为  $x_1[n] = R_4[n]$ ，选取变换点数  $N=8、32$ ，调用本人编写的 DFT 函数，计算序列  $x_1[n]$  不同点数的离散傅里叶变换  $X_{11}(k)$  和  $X_{12}(k)$ ；利用 MATLAB 中的 fft 函数，计算序列  $x_1[n]$  不同点数的离散傅里叶变换  $X_{21}(k)$  和  $X_{22}(k)$ ；按照要求分别绘制原序列及其不同点数的离散幅度特性与相位特性。对比两种方法的计算结果。

#### 2、数字信号的 DTFT 模拟

本项实验内容包括 DTFT 连续频谱的模拟（近似计算）、DFT 与 DTFT 的频谱关系

讨论两部分。

### (1) DTFT 连续频谱的模拟

假定原始数字序列  $x_2[n] = [3, 2, 1, 3, -2, -1, 2, 4]$ 。选取变换点数  $N \geq 512$ ，调用 MATLAB 中 `fft` 函数计算序列  $x_2[n]$  的离散傅里叶变换  $X_3(k)$ ，用 `plot` 函数绘制连续频谱的幅度特性和相位特性，即可得到  $x_2[n]$  近似的 DTFT 频谱  $X(e^{j\omega})$ 。注意：`fft` 函数可以根据变换点数  $N$  对序列自动补零，横、纵坐标要标注明确。

### (2) DFT 与 DTFT 的频谱关系

选取变换点数  $N=16, 64$ ，调用 MATLAB 中 `fft` 函数计算序列  $x_2[n]$  不同点数的离散傅里叶变换  $X_4(k)$  和  $X_5(k)$ ，分别绘制相应的离散、连续频谱特性曲线，对 DFT 和 DTFT 的频谱关系进行讨论。注意：`fft` 函数可以根据变换点数  $N$  对序列自动补零，横、纵坐标要标注明确，注意区分离散谱与连续谱的频率标注，连续谱的频率规范化到  $[0, 2]$ 。

## 3、信号补零对频谱特性的影响

本项实验内容包括序列  $R_N[n]$  的补零、截断周期序列的补零两部分。

### (1) 序列 $R_N[n]$ 的补零

对序列  $x_1[n] = R_4[n]$  进行补零，使其长度达到  $N=16, 32, 128$ 。对补零后的序列进行  $N$  点离散傅里叶变换。绘制不同长度的补零后的序列及其对应点数 DFT 变换的幅度特性。对比分析补零对截断非周期信号频谱特性的影响。

### (2) 截断周期序列的补零

正弦周期序列  $x_3[n] = \sin \frac{\pi}{4} n$ ，初始长度  $M=8$ ，对其补零使其长度达到  $N=16, 32, 128$ 。对原始序列和补零后序列进行与序列长度相等的  $N$  点离散傅里叶变换。绘制不同长度的补零后的序列及其 DFT 的幅度特性。对比分析补零对截断周期信号频谱特性的影响。

## 4、频谱泄漏影响分析

本项实验内容包括模拟频谱泄漏现象、频谱泄漏影响分析两部分。

### (1) 模拟频谱泄漏现象

将周期序列  $x_4[n] = \cos \frac{\pi}{8} n + 0.75 \sin \frac{\pi}{15} n$  分别按长度  $N=32, 128, 512$  进行截断，得

到 $x_{SS1}[n] \sim x_{SS3}[n]$ ，并进行相应点数的 DFT，得到 $X_{SS1}(k) \sim X_{SS3}(k)$ 。绘制对应的幅度特性，并标出信号的频率，观察频谱泄漏现象。

## (2) 频谱泄漏影响分析

从表达式中提取出原周期序列中正弦和余弦信号的频率，与(1)中不同长度截断序列的 DFT 频谱中提取的信号频率进行对比，分析并讨论频谱泄漏的成因、以及对信号频谱分析的影响。

# 三、实验要求

## 1、数字信号的 DFT 计算

(1) DFT 函数的编写：利用 function 语句编写 DFT 函数，并提供源代码。

(2) DFT 离散频谱的计算：提交利用本人编写的 DFT 函数实现对序列 $x_1[n]$ 的 8 点、32 点 DFT、利用 MATLAB 中 fft 函数实现对序列 $x_1[n]$ 的 8 点、32 点 DFT 的源代码，提交原始序列 $x_1[n]$ 的时域图形 1 张、两种 DFT 函数计算结果的图形各 1 张（每张 4 幅图，分别为 8 点幅度特性、8 点相位特性、32 点幅度特性、32 点相位特性），对两个函数的计算结果进行不少于 50 字的相关讨论或分析。

## 2、数字信号的 DTFT 模拟

(1) DTFT 连续频谱的近似计算：提交利用 MATLAB 中 fft 函数对序列 $x_2[n]$ 近似计算 DTFT 连续频谱的源代码，提交原始序列 $x_2[n]$ 的时域图形 1 张、包含模拟 DTFT 连续幅度和相位特性曲线的图形 1 张（2 幅图）。

(2) DFT 与 DTFT 的频谱关系讨论：提交利用 MATLAB 中 fft 函数对序列 $x_2[n]$ 计算 16 点和 64 点 DFT 的源代码，提交不同点数的离散频谱特性曲线和连续频谱特性曲线各 1 张（每张 4 幅图，分别为 16 点幅度特性、16 点相位特性、64 点幅度特性、64 点相位特性）。针对 DFT 与 DTFT 的频谱关系，进行不少于 100 字的相关讨论或分析。

## 3、信号补零对频谱特性的影响

(1) 序列 $R_N[n]$ 的补零：提交利用 MATLAB 中 fft 函数对三种长度（16，32，128）补零序列进行 DFT 计算的源代码，提交每个补零序列的时域图形及其对应的幅度特性曲

线各 1 张（每张 2 幅图，共 6 幅图），不少于 100 字的相关讨论或分析。

（2）截断周期序列的补零：提交利用 MATLAB 中 `fft` 函数对原始序列和三种长度（16, 32, 128）补零序列进行 DFT 计算的源代码，提交原始序列和每个补零序列的时域图形、对应的幅度特性曲线各 1 张（每张 2 幅图，共 8 幅图），对比分析补零操作对信号频谱特性的影响，不少于 100 字的相关讨论或分析。

#### 4、频谱泄漏影响分析

（1）模拟频谱泄漏现象：提交利用 MATLAB 中 `fft` 函数对 3 种长度（ $N=32$ 、128、512）截断序列进行 DFT 计算的源代码，提交每个截断序列的时域图形及其对应幅度特性曲线各 1 张（每张 2 幅图，共 6 幅图），并标出峰值处的频率。

（2）频谱泄漏影响分析：从表达式中提取出原周期序列的正弦和余弦信号的频率，与从（1）中不同长度截断序列的 DFT 频谱中提取的信号频率进行对比，分析并讨论频谱泄漏的成因、以及对信号频谱分析的影响。结合上述（1）实验内容，撰写不少于 100 字数的相关讨论或分析。

### 四、实验原理

#### 1、离散傅里叶变换（DFT）

离散傅里叶变换（DFT）是离散时间傅立叶变换（DTFT）的频谱在  $[0, 2\pi]$  之间的等间隔采样。DFT 在时域与频域均实现了离散化和有限化，便于信号的计算机处理。DFT 原理如下：

设  $x(n)$  是一个长度为  $M$  的有限长序列， $x(n)$  的  $N$  点傅立叶变换：

$$X(k) = \text{DFT}[x(n)]_N = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

它的反变换定义为：

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k)W_N^{-nk}, \quad W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$$

#### 2、快速傅里叶变换（FFT）

FFT 指快速傅里叶变换 (Fast Fourier Transform), 即利用计算机计算离散傅里叶变换 (DFT) 的高效、快速计算方法的统称。采用 FFT 算法可以大幅度地降低 DFT 计算量, 序列长度越长, 节省计算量明显。

常用的 FFT 是以 2 为基数的, 其长度为  $N = 2^M$ 。它的运算效率较高, 程序也比较简单, 使用也十分的方便。当需要进行变换的序列长度不是 2 的整数次方的时候, 为了使用以 2 为基的 FFT, 可以采用末尾补零的方法, 将其长度延长至 2 的整数次方。

### 3、序列截断与频谱泄漏现象

在实际问题中遇到的信号序列  $x(n)$  往往很长, 甚至是无限长序列。为了实现实时或近似实时的频谱分析, 通常截取其中一部分序列 (截断的序列)。这样可以使用较短的 DFT 来对信号进行频谱分析。

截断相当于将序列乘以窗函数  $w(n)$ 。根据频域卷积定理, 时域中  $x(n)$  和  $w(n)$  相乘对应于频域中它们的离散傅里叶变换  $X(e^{j\omega})$  和  $W(e^{j\omega})$  的卷积。因此频谱中除了本来该有的主瓣之外, 还会出现本不该有的旁瓣, 这就是频谱泄漏。

频谱泄漏会对频谱分析造成影响。当信号中的频率成分很接近时, 如果采样点数过低, 就有可能发生频率分辨不出来的情况。

## 五、参考资料

[1] 高西全, 丁玉美, 阎永红. 数字信号处理——原理、实现及应用 (第 3 版) [M]. 北京: 电子工业出版社, 2016.

[2] A.V.奥本海姆, R.W.谢弗, J. R.巴克. 离散时间信号处理 (第 2 版), 西安交通大学出版社, 2011.

[3] 程佩青, 数字信号处理教程 (第 5 版), 清华大学出版社, 2017.

## 六、实验报告要求

### 1、实验报告内容

按照模板撰写实验报告且排版规范，要包含以下内容：

- 1) 实验目的
- 2) 实验过程与实验结果，包含程序源代码
- 3) 结果分析与实验结论
- 4) 实验收获、体会及建议

## 2、提交实验报告时间

本次实验结束后，实验报告的 Word 版需在 1 周内提交到课程中心。