北京航空航天大学

2004-2005学年第二学期期末

考试统一用答题册(A)

考试课程 数学分析B

班级____________ 学号____________ 姓名_____________

题目	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

2005年7月9日

一．填空题(每题5分,共20分)

1. 函数 $z=x^2-xy+y^2$ 在点 $(1,1)$ 处最大的方向导数值为____________.

2. $\int_0^1 dx\int_x^{\sqrt{x}}\frac{\sin y}{y}dy=$__________.

3．在曲面 $\Sigma: z=xy$ 上点 $P_0(\quad,\quad,\quad)$ 处的法线垂直于平面 $x+3y+z+9=0$.

4. 设Γ是以$O(0,0), A(1,0), B(0,1)$为顶点的三角形的边界, 则$\oint_{\Gamma} xyds =$______.

二.单项选择题(每题5分,共20分)

1. 函数$z = x^3 + y^3 - 3xy$在点P(,)处取得极值.

A. $(1,1)$ B. $(1,0)$ C. $(0,0)$ D. $(0,1)$

2. 设Σ是单位球面$x^2 + y^2 + z^2 = 1$.则曲面积分$I = \iint_{\Sigma} xyzdS = ($ $)$.

A. $\frac{\pi}{3}$ B. π C. 0 D. $-\frac{\pi}{2}$

3. 设$f(x) = \int_{x}^{2x} \frac{\cos xt}{t} dt \ (x > 0)$, 则$f'(x) = ($ $)$.

A. $\frac{\cos(2x^2)}{x} - \frac{\cos(x^2)}{x}$ B. $\frac{\cos(2x^2)}{2x} - \frac{\cos(x^2)}{x}$

C. $2[\frac{\cos(2x^2)}{x} - \frac{\cos(x^2)}{x}]$ D. $\frac{1}{2}[\frac{\cos(2x^2)}{x} - \frac{\cos(x^2)}{x}]$

4. 设$P(x_0, y_0)$为函数$z = f(x,y)$在条件$\varphi(x,y) = 0$下的条件极值点, 并且$z = f(x,y)$和$\varphi(x,y)$在$P(x_0, y_0)$的某邻域内有一阶连续的偏导数, 设曲面$z = f(x,y)$和曲面$\varphi(x,y) = 0$的交线在点$\tilde{P}(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$处切向量为$\vec{T} = \{T_x, T_y, T_z\}$. 则

A. $T_x = 0$ B. $T_y = 0$

C. $T_z = 0$ D. 以上均不正确

三.计算题(每题10分；共20分)

1. 设$u = e^x yz^2$, 其中$z = z(x,y)$是由方程$x + y + z + xyz = 0$确定的隐函数, 求偏导数$\frac{\partial u}{\partial x}$和$\frac{\partial u}{\partial x}$.

2. 求$I = \iiint_{\Omega} zdxdydx$, 其中$\Omega$是上半椭球: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \le 1, z \ge 0$.

四.计算题(每题9分; 共18分)

1. 计算曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} x(8y+1)dydz + 2(1-y^2)dzdx - 4yzdxdy$, 其中$\Sigma$为由曲线

$\begin{cases} y=1+x^2 \\ z=0 \end{cases} (1\le y\le\sqrt{2})$ 绕 y 轴旋转一周而成的曲面，它的法向量与 y 轴正向的夹角始终为锐角.

2. 计算曲线积分 $I=\oint_{\Gamma} y^2dx+z^2dy+x^2dz,$ 其中 Γ 是球面 $x^2+y^2+z^2=a^2$ 位于第一卦限部分的边界曲线，从原点看去为顺时针方向.

五. 计算题(每题8分,共16分)

1. 设 $f(x)$ 是有二阶连续导数的函数，且 $f(0)=f'(0)=1$. 试确定 $f(x)$ 使得曲线积分 $\int_A^B [f'(x)+2f(x)]ydx+[f'(x)-2x^2]dy$ 与路径无关.

2. 通过引入参数，计算广义积分 $\int_0^{+\infty}\frac{\ln(1+x^2)}{1+x^2}dx.$

六. 证明题(6分)

设函数 $u(x,y)$ 在以一条分段光滑的闭曲线围成的有界闭区域 D 上有一阶连续的偏导数，并且 $(0,0)\in\mathring{D}$ (D的内部). 则

$$u(0,0)=\frac{1}{2\pi}\oint_{\partial D} u(x,y)\frac{xdy-ydx}{x^2+y^2}-\frac{1}{2\pi}\iint_D \frac{xu_x+yu_y}{x^2+y^2}dxdy,$$

其中 ∂D 为 D 的正向边界.