2018非线性控制课程复习题

说明：请同学们将此套复习题认真做一遍，下周二上课时随机挑选同学做题

一、分析以下非线性系统的原点是否稳定？是否渐近稳定？是否全局渐近稳定？

（1） $\dot{x}_1 = x_2^3, \dot{x}_2 = 0$；（2） $\dot{x}_1 = -x_2, \dot{x}_2 = \sin x_1$；

（3） $\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = -\sin(2x_1) - x_2 + x_2^3$；（4） $\dot{x}_1 = -x_1 + \sin x_2, \dot{x}_2 = -x_2$

二、（1）证明系统 $\dot{x} = x^2 \sin x - x^3$ 的解全局一致有界和全局毕竟一致有界，并求出毕竟一致界的大小；（2）证明系统 $\dot{x}_1 = -x_1 + x_1 x_2, \dot{x}_2 = -x_2 - x_1^2 + u\cos(x_1)$ 的原点输入—状态稳定（提示：考虑Lyapunov函数 $V = 0.5(x_1^2 + x_2^2)$）。

三、利用中心流形定理分析以下系统原点的稳定性：

（1） $\dot{x}_1 = x_1 + 2x_2^3, \dot{x}_2 = -x_1 - x_2^3$；（2） $\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = -x_1 - x_2 - x_3^2, \dot{x}_3 = x_1 x_3$

四、考虑系统 $\dot{x}_1 = x_2 + \frac{1}{3}x_2^3, \dot{x}_2 = x_2^2 + u$ 的原点镇定问题

1、利用局部线性化方法设计控制律使得闭环系统的原点局部渐近稳定，并给出原点吸引区的一个估计。

2、利用正定函数 $V = \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2)$ 构造控制律使得其导数半负定，并证明所构造的控制律可以保证闭环系统的原点全局渐近稳定。

五、利用巴巴拉特引理证明以下时变系统的状态趋于零：

（1） $\dot{x}_1 = -x_2\sin(t), \dot{x}_2 = -x_2 + 2x_1\sin(t)$；（2） $\dot{x}_1 = -x_1^3 + 2x_2\cos(t), \dot{x}_2 = -x_1\cos(t)$

六、考虑系统 $\dot{x}_1 = \sin x_2, \dot{x}_2 = d(1+\cos x_1) + u$ 的原点镇定问题：

（1）当 d 为已知常数时，设计线性控制律使得闭环系统原点局部渐近稳定；

（2）当 d 为未知常数时，设计线性积分控制律使得 (x_1, x_2) 趋于零。

七、判断以下系统的零动态在原点是否渐近稳定？若是渐近稳定，利用输入—输出反馈线性化方法设计控制律使得闭环系统的原点渐近稳定。

（1） $\dot{x}_1 = \sin x_2, \dot{x}_2 = u, y = x_1 - x_2$；（2） $\dot{x}_1 = u, \dot{x}_2 = \sin(x_2) + (1 + \cos x_2)u, y = x_1 - x_2$

八、计算非线性系统 $\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = -x_1 + 2u, \dot{x}_3 = x_1^3 + u, y = x_3 - 2x_2.$ 的相对阶，并判断该系统是否可以输入—状态反馈线性化，若可以，设计反馈线性化控制律使得系统的原点全局渐近稳定。

九、考虑非线性系统

(1) $\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = d_1 + d_2 \sin x_1 + u$；　　(2) $\dot{x}_1 = u_1 + d_1, \dot{x}_2 = u_2 + d_2, \dot{x}_3 = x_1 x_2 + x_3^2$

试对以上两个系统分别设计非连续滑模控制器使得系统的原点渐近稳定，其中 $|d_1| \le D_1, |d_2| \le D_2$，$(d_1, d_2)$ 未知，(D_1, D_2) 已知。

十、利用反步法设计控制律使得非线性系统 $\dot{x}_1 = -x_1^2 + x_2, \dot{x}_2 = x_3, \dot{x}_3 = -x_2^3 + u$ 的原点全局渐近稳定。