



数字信号处理实验

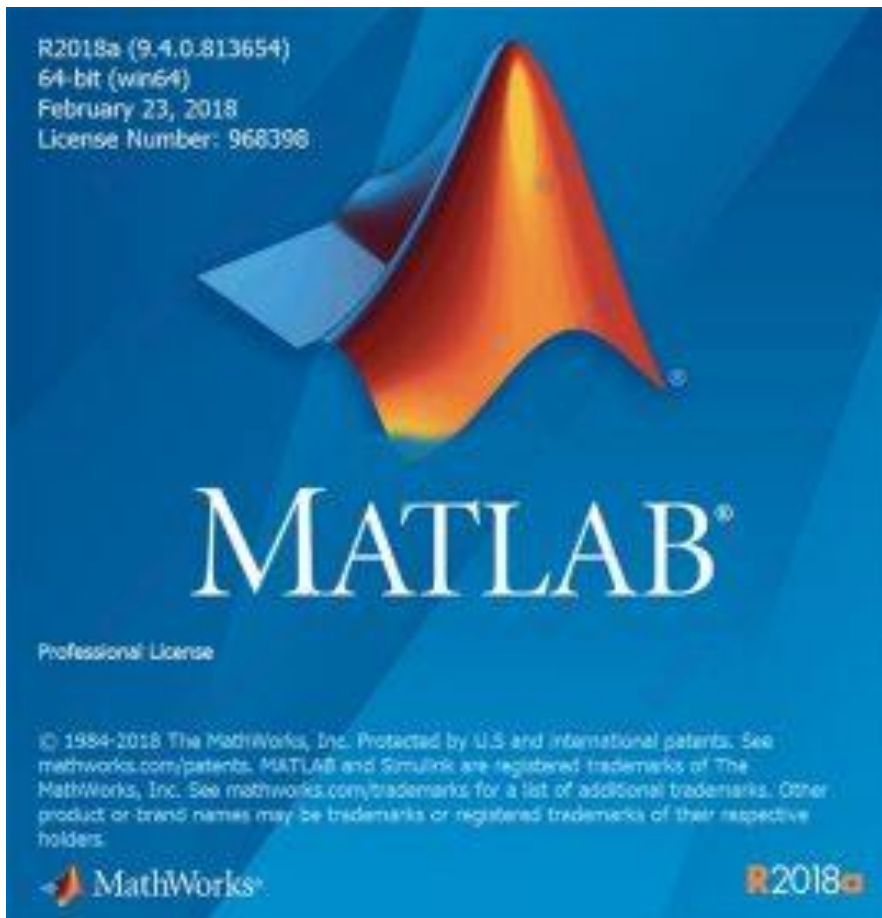
实验五：利用DFT计算数字信号频谱





目录

- 实验概述
- 实验原理
- 实验内容介绍
 - 内容1：数字信号的DFT计算
 - 内容2：数字信号的DTFT模拟
 - 内容3：信号补零对频谱特性的影响
 - 内容4：频谱泄漏影响分析
- 实验报告及要求





实验概述

●实验概述

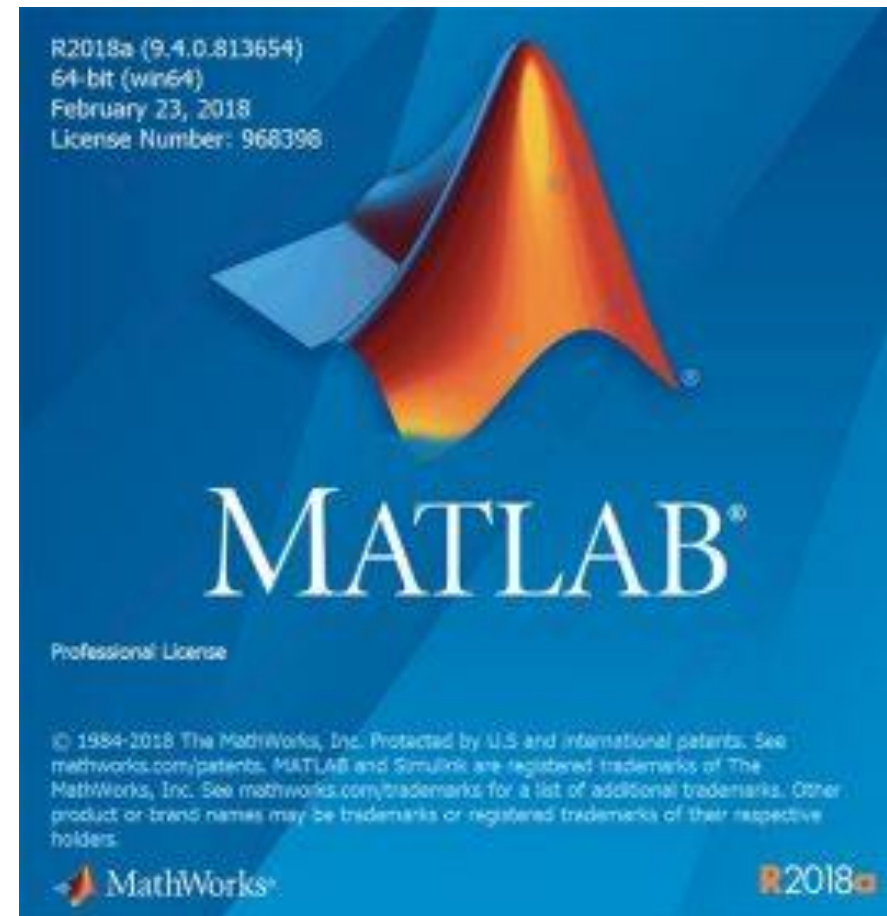
- 本次实验共4学时
- 覆盖教材的第3章

●软件平台

- MATLAB软件—2017A以上版本

●实验目的

- (1) 掌握数字信号频谱分析方法；
- (2) 掌握DFT与DTFT的频谱关系；
- (3) 掌握DFT原理及**软件编程实现**方法；
- (4) 掌握**补零运算、频谱泄漏**对DFT结果的影响。





实验原理

●离散傅里叶变换（DFT）

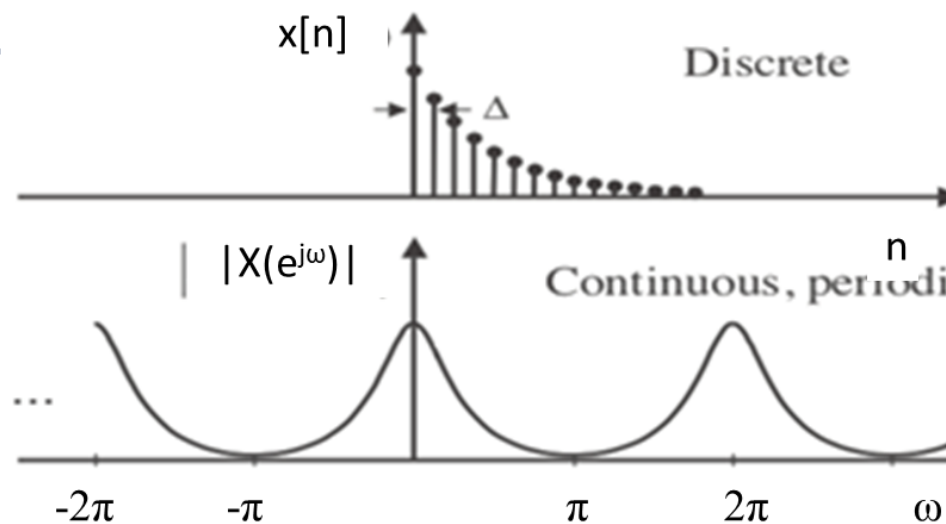
序列的N点DFT是序列傅立叶变换（DTFT）的频谱在频率区间 $[0, 2\pi)$ 上的N点等间隔采样。

经过DFT后，时域与频域均实现了离散化和有限化，方便了使用计算机对信号进行处理。

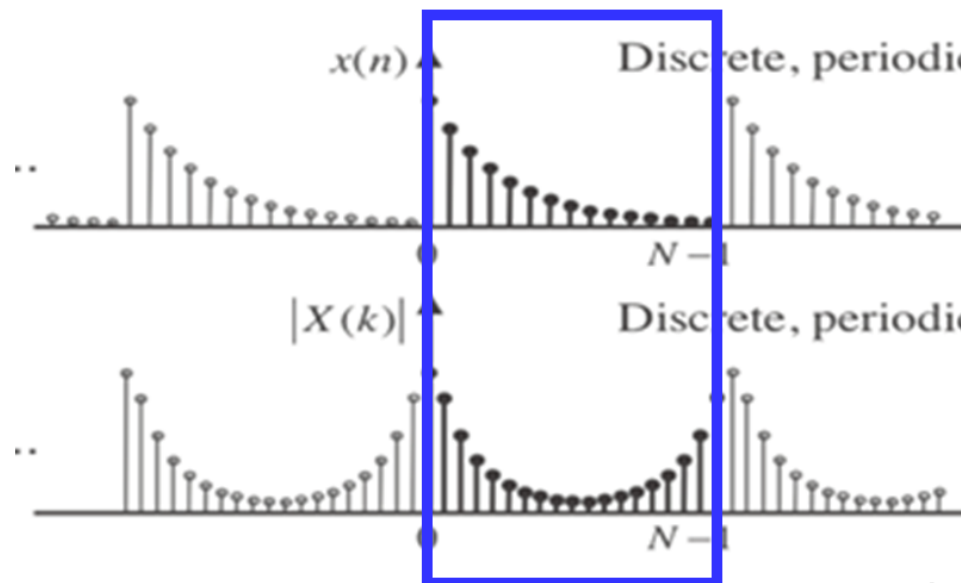
$$X(k) = \text{DFT}[x(n)]_N = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \quad 0 \leq k \leq N-1$$

$$x(n) = \text{IDFT}[X(k)]_N = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{j\frac{2\pi}{N}kn} \quad 0 \leq n \leq N-1$$

序列 $x(n)$ 的DTFT



序列 $x(n)$ 的DFT

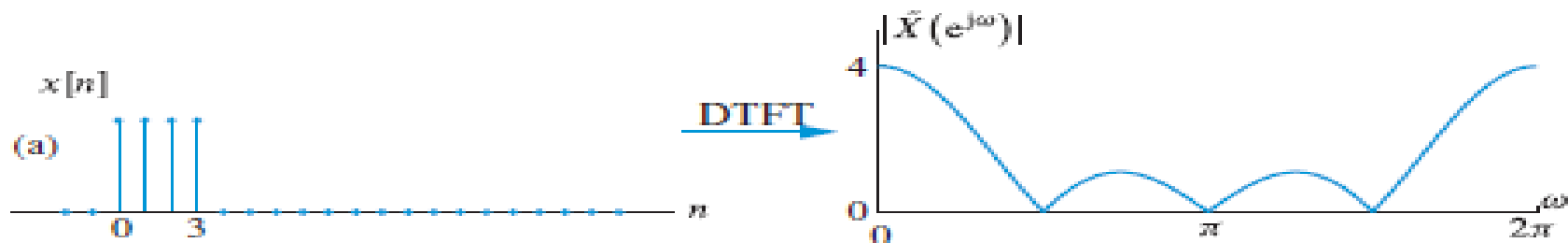




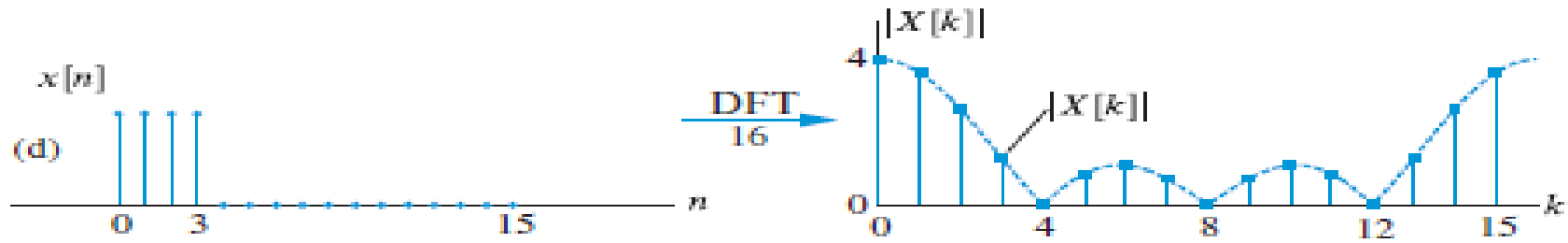
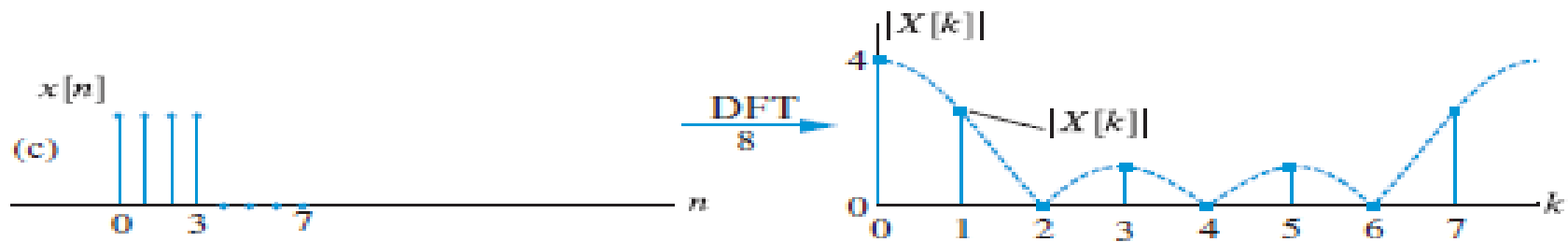
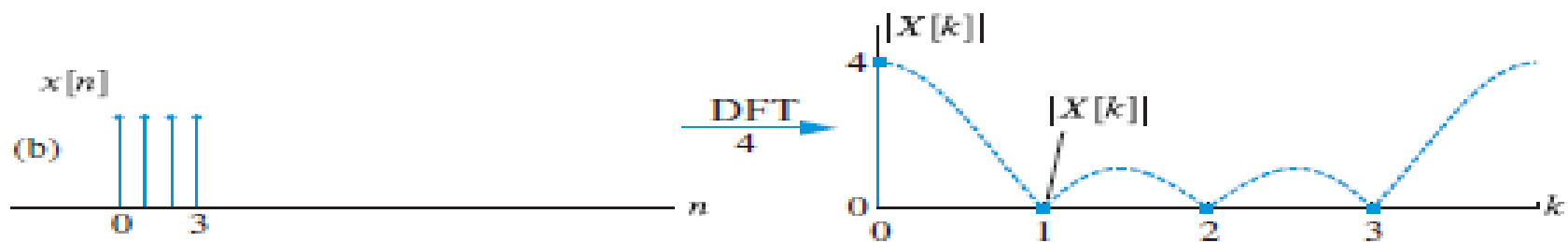
实验原理

●DFT点数（补零） 对频谱的影响

图(a): 长度为4的矩形序列的DTFT频谱
(取 $[0, 2\pi)$)



图(b)~(d): 长度为4的矩形序列不同点数的DFT





实验原理

●快速傅里叶变换（FFT）

FFT指快速傅里叶变换（Fast Fourier Transform），利用计算机计算离散傅里叶变换（DFT）的高效、快速计算方法的统称。主要是利用频率因子： $W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$ 的周期性和对称性、以及计算过程中的重复运算现象，简化计算。采用FFT算法可以大幅度地降低DFT计算量，序列长度越长，节省计算量明显。

$$\begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^3 \\ W^0 & W^2 & W^4 & W^6 \\ W^0 & W^3 & W^6 & W^9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 & W^0 \\ W^0 & W^1 & -W^0 & -W^1 \\ W^0 & -W^0 & W^0 & -W^0 \\ W^0 & -W^1 & -W^0 & W^1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \begin{matrix} W^0 \\ W^0 \end{matrix} & \begin{matrix} W^0 \\ W^1 \end{matrix} & \begin{matrix} -W^0 \\ -W^1 \end{matrix} \\ \begin{matrix} W^0 \\ W^0 \end{matrix} & \begin{matrix} -W^0 \\ -W^1 \end{matrix} & \begin{matrix} W^0 \\ -W^0 \end{matrix} & \begin{matrix} -W^0 \\ W^1 \end{matrix} \end{bmatrix}$$

●序列截断与频谱泄漏现象

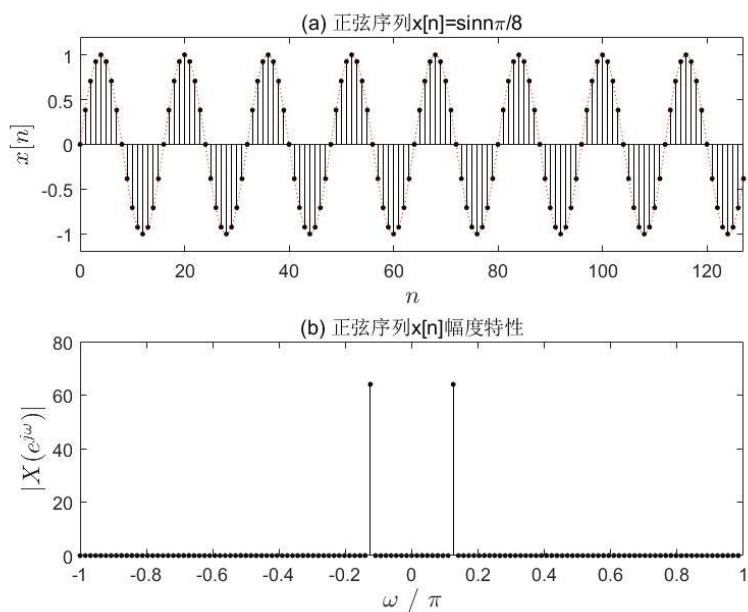


图1 正弦序列（无限长）
(a) 时域 (b) 正弦序列频谱

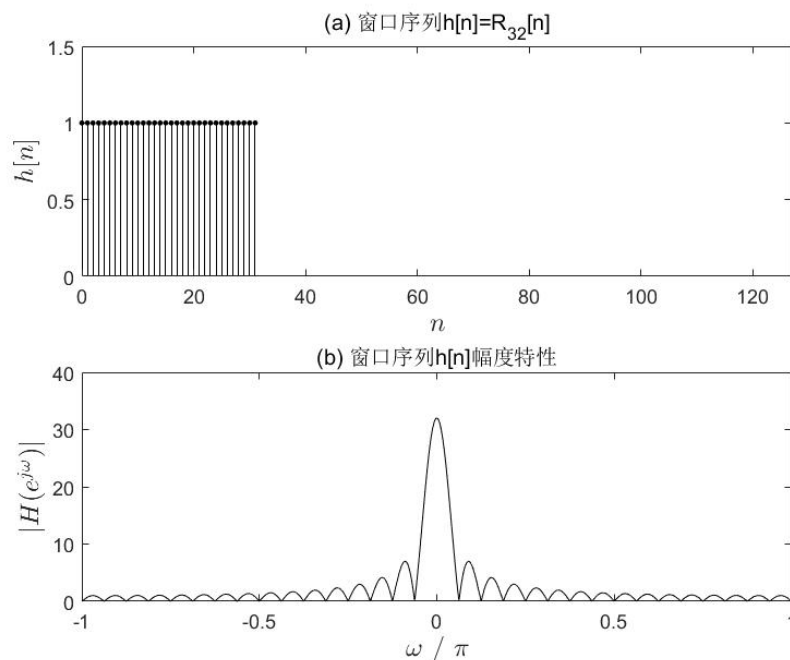


图2 矩形窗口函数
(a) 时域 (b) 矩形窗频谱

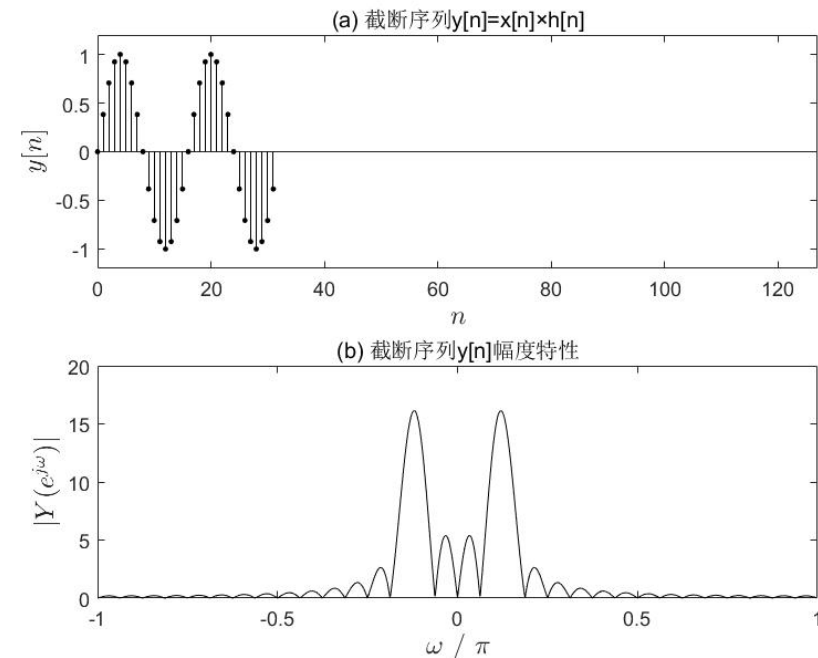


图3 截断正弦序列
(a) 时域 (b) 有限长正弦序列频谱



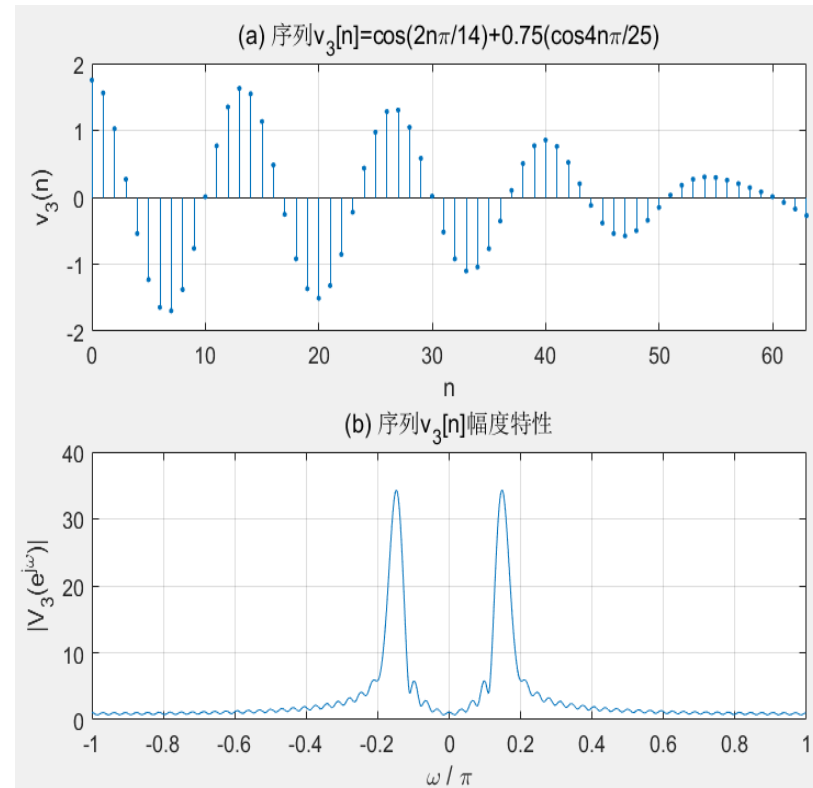
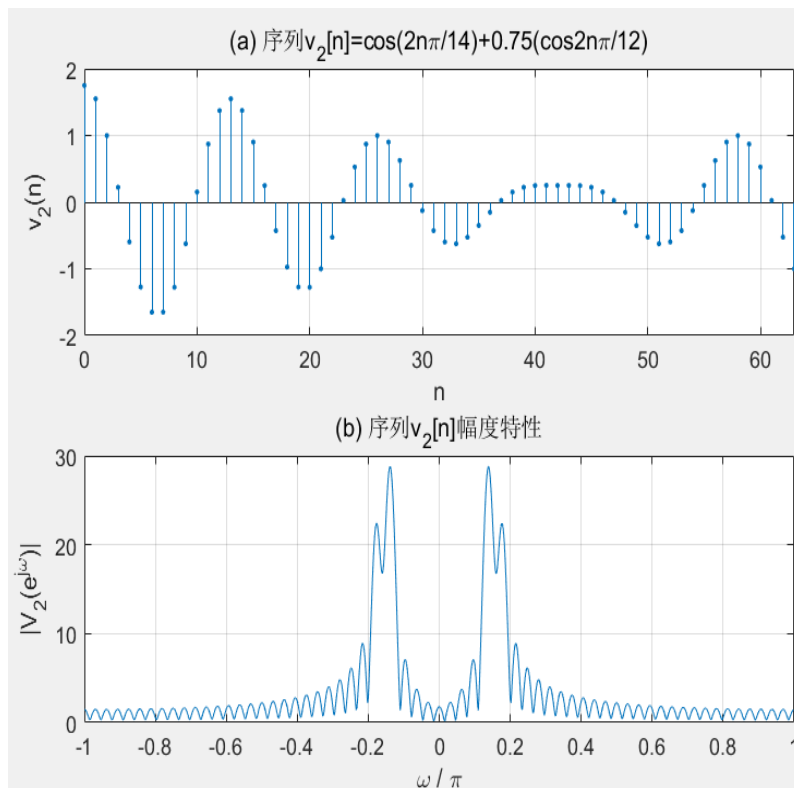
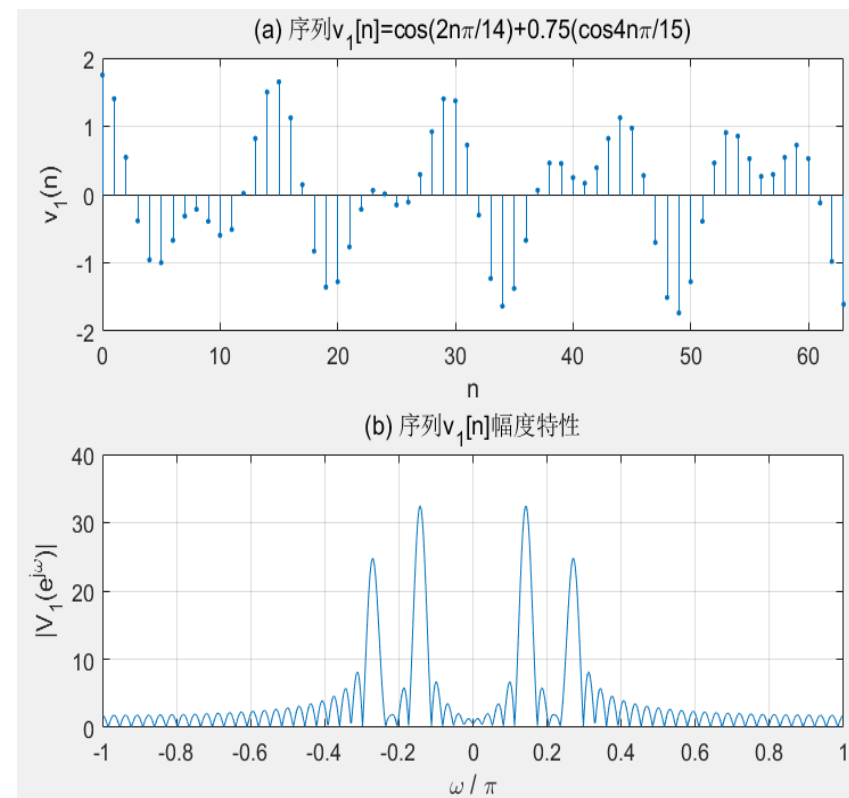
实验原理

● 频谱泄漏对频谱分析的影响

$$v_1(n) = \cos\left(\frac{2\pi n}{14}\right) + \frac{3}{4}\cos\left(\frac{4\pi n}{15}\right)$$

$$v_2(n) = \cos\left(\frac{2\pi n}{14}\right) + \frac{3}{4}\cos\left(\frac{2\pi n}{12}\right)$$

$$v_3(n) = \cos\left(\frac{2\pi n}{14}\right) + \frac{3}{4}\cos\left(\frac{4\pi n}{25}\right)$$





实验内容1：数字信号的DFT计算

第（1）部分：编写DFT函数

$$X(k) = \text{DFT}[x(n)]_N = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

实验要求：利用function语句根据DFT定义式，编写**DFT**函数，并提供源代码。



实验内容1：数字信号的DFT计算

第（2）部分：计算DFT离散频谱

$$x_1[n] = R_4[n] \quad N = 8, 32$$

实验要求：①利用**本人编写的**DFT函数、②利用**MATLAB自带的**fft函数分别计算 $x_1[n]$ 的8点、32点DFT，并提交原始序列的时域图形1张，两种DFT计算结果的图形各1张。对实验结果进行**不少于50字**的相关讨论或分析。（具体要求详见《实验五指导书》）



实验内容2：数字信号的DTFT模拟

第（1）部分：DTFT连续频谱的模拟

$$x_2[n] = [3, 2, 1, 3, -2, -1, 2, 4] \quad N \geq 512$$

实验要求：调用MATLAB的fft函数计算序列的离散傅里叶变换，用plot函数绘制连续频谱的幅度特性和相位特性。提交原始序列的时域图形1张，包含模拟DTFT连续幅度和相位特性曲线的图形1张。（具体要求详见《实验五指导书》）



实验内容2：数字信号的DTFT模拟

第（2）部分：DFT与DTFT的频谱关系

$$x_2[n] = [3, 2, 1, 3, -2, -1, 2, 4] \quad N = 16, 64$$

实验要求： 利用MATLAB中fft函数计算序列不同点数的离散傅里叶变换，分别绘制不同点数的离散频谱特性曲线和连续频谱特性曲线各1张。针对DFT与DTFT的频谱关系，进行不少于100字的相关讨论或分析。（具体要求详见《实验五指导书》）



实验内容3：信号补零对频谱特性的影响

第（1）部分：序列 $R_N[n]$ 的补零

$$x_1[n] = R_4[n] \quad N = 16, 32, 128$$

实验要求：利用MATLAB中fft函数计算三种长度补零序列的DFT，提交每个补零序列的时域图形及其对应的幅度特性曲线各1张。对实验结果进行不少于100字的相关讨论或分析。（具体要求详见《实验五指导书》）



实验内容3：信号补零对频谱特性的影响

第（2）部分：截断周期序列的补零

$$x_3 \ n = \sin \frac{\pi}{4} n, \text{初始长度 } M = 8 \quad \text{补零长度 } N = 16, 32, 128$$

实验要求： 利用MATLAB中fft函数计算原始序列和三种不同长度序列的DFT，提交原始序列和每个补零序列的时域图形、对应的幅度特性曲线各1张。对实验结果进行不少于100字的相关讨论或分析。（具体要求详见《实验五指导书》）



实验内容4：频谱泄漏影响分析

第（1）部分：模拟频谱泄漏现象

$$x_4 \ n = \cos \frac{\pi}{8} n + 0.75 \sin \frac{\pi}{15} n \quad N = 32,128,512$$

实验要求：利用MATLAB中fft函数计算三种截断序列的DFT。提交每个截断序列的时域图形及其对应的幅度特性曲线各1张，在其中标出信号的峰值频率。具体要求详见《实验五指导书》。



实验内容4：频谱泄漏影响分析

第（2）部分：频谱泄漏影响分析

$$x_4[n] = \cos\frac{\pi}{8}n + 0.75\sin\frac{\pi}{15}n \quad N = 32,128,512$$

实验要求：从表达式中提取序列 $x_4[n]$ 的正弦和余弦信号频率，与从内容(1)中获得的不同截断长度的DFT频谱中的频率进行对比，分析并讨论频谱泄漏的成因、以及对信号频谱分析的影响。撰写**不少于100字**的相关讨论或分析。具体要求详见《实验五指导书》。



实验报告

●内容要求：

- 实验目的
- 实验过程与实验结果，包含程序源代码
- 结果分析与实验结论
- 实验收获、体会及建议

●时间要求：

- 本次实验**结束后一周内**，将Word版实验报告提交到教务处实验系统。



谢谢大家！

王秋生： wangqiusheng@buaa.edu.cn

袁 梅： yuanm@buaa.edu.cn

崔 勇： cuiyong@buaa.edu.cn

张军香： zhangjunxiang@buaa.edu.cn

董韶鹏： dspsx@buaa.edu.cn

