

1.5.

(1).  $h(n) = \frac{1}{n^2} \cdot u(n)$

$h(n) = 0, n < 0$

$\sum_{n=0}^{\infty} |h(n)|$  显然收敛

$\therefore$  为因果. 稳定

(2).  $h(n) = \frac{1}{n!} \cdot u(n)$  . 同理. 为因果. 稳定

(3).  $h(n) = 3^n u(n)$  因果. 不稳定

(4).  $h(n) = 3^n u(n)$ , 非因果, 稳定

(5).  $0.3^n u(n)$ . 因果. 稳定

(6).  $0.3^n u(n-1)$ , 非因果, 不稳定

(7).  $\delta(n+4)$ , 非因果, 稳定

1.13.

$y(n) = 0.5y(n-1) + x(n) + 0.5x(n-1)$

令  $x(n) = \delta(n)$ .  $y(-1) = 0$ .

$y(0) = 0.5y(-1) + x(0) + 0.5x(-1) = 0 + 1 + 0 = 1$

$y(1) = 0.5y(0) + x(1) + 0.5x(0) = 0.5 + 0 + 0.5 = 1$

$y(2) = 0.5y(1) + x(2) + 0.5x(1) = 0.5 + 0 + 0 = 0.5$

$y(3) = \dots = (0.5)^2$   $y(4) = (0.5)^3$   $\dots$   $y(n) = (0.5)^{n-1}$

$\therefore h(n) = y(n) = (0.5)^{n-1} \cdot u(n-1) + \delta(n)$

1.14

$y(n) = ay(n-1) + x(n)$ .  $0 < a < 1$ .  $y(-1) = 0$

①. 令  $x(n) = \delta(n)$ .  $h(0) = ay(-1) + x(0) = 1$

$h(1) = ay(0) + x(1) = a$ .  $h(2) = ay(1) + x(2) = a^2 \dots$

$\therefore h(n) = a^n u(n)$

②. 令  $x(n) = \delta(n-1)$ .  $h(0) = ay(-1) + x(0) = 0$

$h(1) = ay(0) + x(1) = 1$   $h(n) = a^{n-1} u(n-1)$



⑤. ③  $\sum x(n) = f(n) + f(n-1).$

$$h(0) = ay(-1) + f(0) + f(0-1) = 1.$$

$$h(1) = ay(0) + f(1) + f(0) = a+1.$$

$$h(2) = a \cdot y(1) + f(2) + f(1) = a(a+1) = a^2 + a$$

$$\therefore h(n) = \underline{a^n + a^{n-1}} \quad a^n \cdot u(n) + a^{n-1} \cdot u(n-1).$$

$$\therefore x_1(n) = f(n) \quad y_1(n) = a^n \cdot u(n)$$

$$x_2(n) = f(n-1) \quad y_2(n) = a^{n-1} \cdot u(n-1)$$

$$x_3(n) = f(n) + f(n-1) \quad y_3(n) = a^n \cdot u(n) + a^{n-1} \cdot u(n-1)$$

$$\sum x_4^{(n)} = x_1(n-1) = f(n-1) = x_2(n)$$

$$y_4 = y_2 = a^{n-1} \cdot u(n-1) = y_1(n-1)$$

$\therefore$  有时不满足

$$\sum \cancel{x_5} \rightarrow \cancel{x_2 + x_1} \quad x_5(n) = x_1(n) + x_2(n) = x_3(n)$$

$$y_5(n) = y_3(n) = y_1(n) + y_2(n)$$

$\therefore$  为线性系统.

补充作业：

针对输入为  $x[n]$ 、输出为  $y[n]$ 、单位脉冲响应为  $h[n]$  的线性时不变系统，从表示形式、实现单元等多方面简述线性卷积和差分方程的区别与联系。

答：

1、若已知输入  $x[n]$ 、单位脉冲响应  $h[n]$ ，则可用卷积求解输出  $y[n]$ ：

形式为  $y[n] = x[n] * h[n]$

2、若已知系统差分方程，则可求单位脉冲响应  $h[n]$ ：

方法为设初始条件为 0，以此递推

李翰韬 16711094 160324