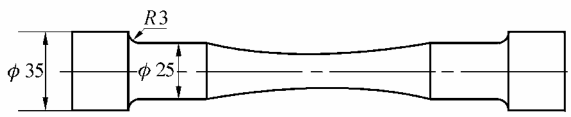
第十七章　疲劳与断裂

题号 **页码**

（也可通过左侧题号书签直接查找题目与解）

17-3 图示疲劳试样，由钢制成，强度极限 $\sigma_b = 600$ MPa，试验时承受对称循环的轴向载荷作用，试确定试样夹持部位圆角处的有效应力集中因数。试样表面经磨削加工。



题 17-3 图

解：1.确定修正因数 ξ 和有效应力集中因数 $K_{\sigma 0}$

根据对称拉-压受载及 $D/d = 35/25 = 1.4 < 2$ 的情况，查修正因数 ξ 曲线，得

$$\xi = 0.96$$

又根据 $R/d = 3/25 = 0.12$ 及 $\sigma_b = 600\text{MPa}$ 的情况，查有效应力集中因数曲线，得

$$\sigma_b = 400\text{MPa 钢材的 } K_{\sigma 0} = 1.38$$

$$\sigma_b = 800\text{MPa 钢材的 } K_{\sigma 0} = 1.73$$

用线性插入法，得 $\sigma_b = 600\text{MPa}$ 钢材的有效应力集中因数为

$$K_{\sigma 0} = 1.38 + \frac{600-400}{800-400} \times (1.73-1.38) = 1.55$$

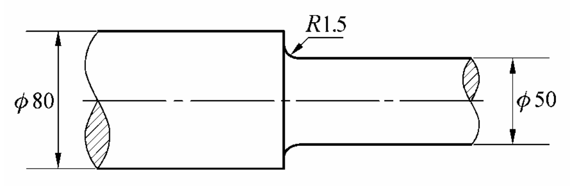
2．确定有效应力集中因数 K_σ

依据修正公式，得到该试样夹持部位圆角处的有效应力集中因数为

$$K_\sigma = 1 + \xi(k_{\sigma 0} - 1) = 1 + 0.96 \times (1.55 - 1) = 1.53$$

17-5 图示钢轴，承受对称循环的弯曲应力作用。钢轴分别由合金钢和碳钢制成，前

者的强度极限σ_b=**1 200 MPa**，后者的强度极限σ_b'= **700 MPa**，它们都是经粗车制成。设疲劳安全因数n_f=2，试计算钢轴的许用应力[σ_{-1}]，并进行比较。



题 17-5 图

解：1.确定各影响因数

根据$D/d=80/50=1.6$，查得

$$\xi=1$$

根据$R/d=1.5/50=0.03$及σ_b值，查得

$$\sigma_b=1200\text{MPa}\text{ 钢材的 }K_{\sigma0}=2.9$$

$$\sigma_b=500\text{MPa}\text{ 钢材的 }K_{\sigma0}=2.2$$

利用线性插入法，求得$\sigma_b=700\text{MPa}$钢材的

$$K_{\sigma0}=2.2+\frac{2.9-2.2}{1200-500}\times(700-500)=2.4$$

于是得$\sigma_b=1200\text{MPa}$及$\sigma_b=700\text{MPa}$两种钢材的K_σ依次为

$$K_\sigma=1+1\times(2.9-1)=2.9$$
$$K_\sigma=1+1\times(2.4-1)=2.4$$

根据$d=50\text{mm}$及σ_b值，查尺寸因数曲线，得

$$\sigma_b=1200\text{MPa}\text{ 钢材的 }\varepsilon=0.69=\varepsilon_\sigma$$

$$\sigma_b=400\text{MPa}\text{ 钢材的 }\varepsilon=0.79=\varepsilon_\sigma$$

利用线性插入法，可求得$\sigma_b=700\text{MPa}$钢材的尺寸因数为

$$\varepsilon=0.69+\frac{0.79-0.69}{1200-400}\times(1200-700)=0.755=\varepsilon_\sigma$$

根据σ_b值及粗车加工情况，由表面质量因数曲线，查得

$$\sigma_b=1200\text{MPa}\text{ 钢材的 }\beta=0.61$$

$$\sigma_b=700\text{MPa}\text{ 钢材的 }\beta=0.78$$

2．计算两种钢轴的许用应力

参照疲劳极限与强度极限关系的经验公式，我们取

$$\sigma_{-1} \approx 0.4\sigma_{\rm b}$$

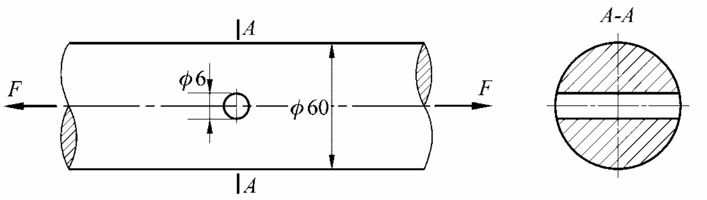
于是得到两种钢轴的许用应力依次为

$$[\sigma_{-1}] = \frac{\varepsilon_\sigma \beta}{n_{\rm f} K_\sigma}\sigma_{-1} = \frac{0.69\times 0.61}{2\times 2.9}\times(0.4\times 1200){\rm MPa} = 34.8{\rm MPa} \quad (\text{对应}\,\sigma_{\rm b}=1200{\rm MPa}\ \text{钢材})$$

$$[\sigma_{-1}] = \frac{0.755\times 0.78}{2\times 2.4}\times(0.4\times 700){\rm MPa} = 34.4{\rm MPa} \quad (\text{对应}\,\sigma_{\rm b}=700{\rm MPa}\ \text{钢材})$$

二者比较，$[\sigma_{-1}]$值基本相同。由此可见，承受交变应力作用的构件，若无精细的表面加工，却有应力集中影响，采用高强度材料并无优越性可言。

17-7 图示带横孔的圆截面钢杆，承受非对称循环的轴向外力作用，设该力的最大值为 F，最小值为 $0.2F$，材料的强度极限 $\sigma_{\rm b}$ = 500 MPa，对称循环下拉压疲劳极限 $\sigma_{-1}^{\text{拉-压}}$ =150 MPa，敏感因数 ψ_σ =0.05，疲劳安全因数 $n_{\rm f}$ =1.7，试计算外力 F 的许用值。杆表面经磨削加工。



题 17-7 图

解：1.计算工作应力

$$A = (\frac{\pi\times 0.060^2}{4} - 0.060\times 0.006){\rm m}^2 = 2.467\times 10^{-3}\,{\rm m}^2$$

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A} = \frac{F}{2.467\times 10^{-3}}\frac{\rm N}{\rm m^2} = 405F({\rm Pa})$$

$$\sigma_{\min} = \frac{0.2F}{A} = 81F({\rm Pa})$$

$$\sigma_{\rm m} = \frac{\sigma_{\max}+\sigma_{\min}}{2} = 243F({\rm Pa})$$

$$\sigma_{\rm a} = \frac{\sigma_{\max}-\sigma_{\min}}{2} = 162F({\rm Pa})$$

2．确定各影响因数

根据 $d_0/d = 6/60 = 0.1$ 和 $\sigma_{\rm b} = 500{\rm MPa}$，由第 17 章附表 2 查得

$$K_\sigma = 1.95$$

根据$d=60\text{mm}$和$\sigma_{\text{b}}=500\text{MPa}$及磨削加工情况，由尺寸与表面质量因素曲线，依次查得

$$\varepsilon=\varepsilon_{\sigma}=0.78,\ \ \beta=1$$

3．计算F的许用值

依据非对称循环工作安全因素公式

$$n_{\sigma}=\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{\text{a}}\dfrac{K_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}\beta}+\sigma_{\text{m}}\psi_{\sigma}}\geq n_{\text{f}}$$

可得

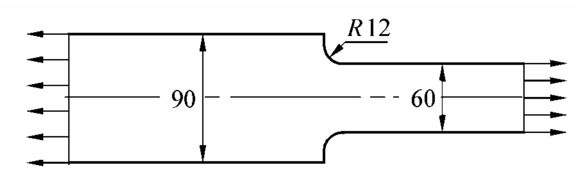
$$F\leq\frac{150\times10^{6}}{1.7\times(162\times\dfrac{1.95}{0.78\times1}+243\times0.05)}\text{N}=2.12\times10^{5}\text{N}=212\text{kN}$$

外力的许用值取为

$$F_{\max}=212\text{kN}$$

17-8 图示矩形截面阶梯形杆，承受对称循环的轴向载荷作用，试利用敏感系数 q 确定截面变化处的有效应力集中因数K_{σ}。杆用 **Q275** 钢制成，强度极限σ_{b}=**550MPa**，屈服应力σ_{s}=**275MPa**。

提示：理论应力集中因数$K_{\text{t}\sigma}$可由第二章查得。



题 17-8 图

解：1.求敏感系数q

对于钢材，敏感因素为

$$q_{\sigma}=\frac{1}{1+\sqrt{\dfrac{A}{R}}}$$

其中，R为缺口的曲率半径，本题$R=12\text{mm}$；$\sqrt{A}$为材料常数，其值可由$\sqrt{A}\sim\sigma_{\text{b}}$(或$\sigma_{\text{s}}$)曲线查得，据$\sigma_{\text{b}}=550$ **MPa** 之横标值查得$\sqrt{A}=0.57\,\text{mm}^{\frac{1}{2}}$，据$\sigma_{\text{s}}/\sigma_{\text{b}}=0.5$查得$\sqrt{A}=0.77\text{mm}^{\frac{1}{2}}$，二者的平均值为

$$\sqrt{A}=0.67\mathrm{mm}^{1/2}$$

于是得

$$q=q_\sigma=\frac{1}{1+\frac{0.67}{\sqrt{12}}}=0.838$$

2．确定有效应力集中因数 K_σ

根据 $D/d=90/60=1.5$ 及 $R/d=12/60=0.2$，查得理论应力集中因数为

$$K=1.72=K_{t\sigma}$$

依据应力集中因素与敏感因素的关系，得有效应力集中因数为

$$K_\sigma=1+q_\sigma(K_{t\sigma}-1)=1+0.838\times(1.72-1)=1.60$$

17-9 一圆柱形密圈螺旋弹簧，平均半径 R =20 mm，弹簧丝直径 d = 5 mm，弹簧承受交变压力 F 作用，其最大值 F_{max} = 300 N，最小值 F_{min} = 100 N，弹簧用合金钢制成，强度极限 σ_b = 1 200 MPa，疲劳极限 τ_{-1} = 300 MPa，敏感因数 ψ_τ = 0.1，试确定弹簧的工作安全因数。表面质量因数 β 可取为 1。

解：1.计算弹簧的工作应力

由于

$$m=\frac{2R}{d}=\frac{40}{5}=8<10$$

得簧丝中的最大切应力为

$$\tau_{max}=\frac{8F_{max}D}{\pi d^3}\frac{(4m+2)}{(4m-3)}=\frac{8\times300\times0.040}{\pi\times0.005^3}\times\frac{(4\times8+2)\mathrm{N}}{(4\times8-3)\mathrm{m}^2}=2.87\times10^8\,\mathrm{Pa}=287\mathrm{MPa}$$

$$\tau_{min}=\frac{8\times100\times0.040}{\pi\times0.005^3}\times\frac{(4\times8+2)\mathrm{N}}{(4\times8-3)\mathrm{m}^2}=9.55\times10^7\,\mathrm{Pa}=95.5\mathrm{MPa}$$

$$\tau_a=\frac{\tau_{max}-\tau_{min}}{2}=95.8\mathrm{MPa}$$

$$\tau_m=\frac{\tau_{max}+\tau_{min}}{2}=191.3\mathrm{MPa}$$

2．确定各影响因数

由于簧丝为等截面杆，无应力集中问题，故取

$$K_\tau=1$$

由于簧丝直径 $d<10\mathrm{mm}$，故取

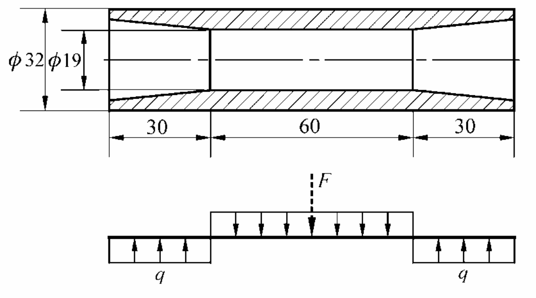
$$\varepsilon_\tau=1$$

3．计算弹簧的工作安全因数

依据非对称循环工作安全因素公式，得

$$n_\tau = \frac{300}{95.8\times\frac{1}{1\times1}+191.3\times0.1} = 2.61$$

17-10 图示活塞销，承受交变外力 F 作用，该力在最大值 $F_{\max}$=52 kN 和最小值 $F_{\min}$ =-11.5 kN 之间变化，试计算活塞销的工作安全因数。活塞销用铬镍合金钢制成，强度极限 σ_b =960 MPa，弯曲疲劳极限 σ_{-1} =430 MPa，敏感因数 ψ_σ = 0.1，活塞销表面经磨削加工。



题 17-10 图

解：该活塞销除了在计算工作应力时按管状考虑外，其他分析均按等截面实心轴销考虑。

1．分析外力

该活塞销所受外力如题图所示，均布载荷集度为

$$q_{\max} = \frac{F_{\max}}{l} = \frac{52\times10^3\,\text{N}}{0.060\text{m}} = 8.67\times10^5\,\text{N/m}$$

$$q_{\min} = \frac{F_{\min}}{l} = \frac{-11.5\times10^3\,\text{N}}{0.060\text{m}} = -1.917\times10^5\,\text{N/m}$$

2．分析内力

$$M_{\max} = (8.67\times10^5\times0.030\times0.045-8.67\times10^5\times\frac{0.030^2}{2})\,\text{N}\cdot\text{m} = 780.3\,\text{N}\cdot\text{m}$$

$$M_{\min} = (-1.917\times10^5\times0.030\times0.045-1.917\times10^5\times\frac{0.030^2}{2})\,\text{N}\cdot\text{m} = -172.5\,\text{N}\cdot\text{m}$$

3．计算工作应力

$$W = \frac{\pi D^3}{32}(1-\alpha^4) = \frac{\pi\times0.032^3}{32}\times[1-(\frac{19}{32})^4]\text{m}^3 = 2.817\times10^{-6}\,\text{m}^3$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{780.3}{2.817\times10^{-6}}\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 2.77\times10^8\,\text{Pa} = 277\text{MPa}$$

$$\sigma_{\min} = \frac{M_{\min}}{W} = \frac{-172.5}{2.817\times10^{-6}}\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = -6.12\times10^7\,\text{Pa} = -61.2\text{MPa}$$

$$\sigma_m = \frac{1}{2}(\sigma_{\max}+\sigma_{\min}) = 107.9\text{MPa}$$

$$\sigma_a = \frac{1}{2}(\sigma_{\max}-\sigma_{\min}) = 169.1\text{MPa}$$

4．确定各影响因数

根据 $D = 32\text{mm}$，查得

$$\sigma_{\mathrm{b}} = 400\text{MPa} \text{ 钢材的 } \varepsilon = 0.87$$

$$\sigma_{\mathrm{b}} = 1200\text{MPa} \text{ 钢材的 } \varepsilon = 0.77$$

利用线性插入法，得 $\sigma_{\mathrm{b}} = 960\text{MPa}$ 钢材的尺寸因数为

$$\varepsilon = 0.87 - \frac{960-400}{1200-400} \times (0.87-0.77) = 0.80 = \varepsilon_{\sigma}$$

此外，根据构件外形和表面加工情况，可以确定有效应力集中因数和表面质量因数，其值依次为

$$K_{\sigma} = 1, \ \beta = 1$$

5．计算工作安全因数

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{\mathrm{a}} \dfrac{K_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}\beta} + \sigma_{\mathrm{m}}\psi_{\sigma}} = \frac{430}{169.1 \times \dfrac{1}{0.80 \times 1} + 107.9 \times 0.1} = 1.94$$

17-12 一阶梯形圆截面轴，粗、细两段的直径分别为 D = 50 mm 和 d = 40 mm，过渡处的圆角半径 R =2 mm，危险截面上的内力为同相位的交变弯矩和交变扭矩，弯矩的最大值为 $M_{\max}$ =200 N·m、最小值为 $M_{\min}$ = -200 N·m，扭矩的最大值为 $T_{\max}$ =500 N·m、最小值为 $T_{\min}$ = 250 N·m。试校核危险截面的疲劳强度。轴用碳钢制成，其强度极限 σ_{b} =500 MPa，弯曲疲劳极限 σ_{-1} =200 MPa，扭转疲劳极限 τ_{-1} =115 MPa，敏感因数 $\psi_{\tau} = 0$，疲劳安全因数 n_{f} =2。轴表面经磨削加工。

解：1.计算工作应力

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{32 \times (200)}{\pi \times (0.040)^3}\text{Pa} = 3.18 \times 10^7 \text{Pa} = 31.8\text{MPa}$$

$$\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{W_{\mathrm{p}}} = \frac{16 \times (500)}{\pi \times (0.040)^3}\text{Pa} = 3.98 \times 10^7 \text{Pa} = 39.8\text{MPa}$$

$$\tau_{\min} = \frac{T_{\min}}{W_{\mathrm{p}}} = \frac{16 \times (250)}{\pi \times (0.040)^3}\text{Pa} = 1.99 \times 10^7 \text{Pa} = 19.9\text{MPa}$$

$$\tau_{\mathrm{a}} = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{2} = 9.95\text{MPa}$$

$$\tau_{\mathrm{m}} = \frac{\tau_{\max} + \tau_{\min}}{2} = 29.85\text{MPa}$$

2．确定各影响因数

根据 $D/d = 1.25$， $R/d = 0.05$ 及 $\sigma_{\mathrm{b}} = 500\text{MPa}$，查得 $K_{\sigma 0}$， $K_{\tau 0}$ 和 ξ 后，代入应力

集中因素修正公式，得

$$K_\sigma = 1 + \xi(K_{\sigma 0} - 1) = 1 + 0.87 \times (1.9 - 1) = 1.78$$

$$K_\tau = 1 + \xi(K_{\tau 0} - 1) = 1 + 0.84 \times (1.5 - 1) = 1.42$$

由尺寸与表面质量因素曲线，查得

$$\varepsilon_\sigma = 0.83，\ \varepsilon_\tau = 0.83，\ \beta = 1.0$$

3．校核疲劳强度

$$n_\sigma = \frac{\varepsilon_\sigma \beta \sigma_{-1}}{K_\sigma \sigma_{\max}} = \frac{0.83 \times 1.0 \times (200 \times 10^6)}{1.78 \times (3.18 \times 10^7)} = 2.93$$

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{\mathrm{a}} \dfrac{K_\tau}{\varepsilon_\tau \beta} + \tau_{\mathrm{m}} \psi_\tau} = \frac{115}{9.95 \times \dfrac{1.42}{0.83 \times 1.0} + 0} = 6.76$$

由此得

$$n_{\sigma\tau} = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} = \frac{2.93 \times 6.76}{\sqrt{2.93^2 + 6.76^2}} = 2.69 > n_{\mathrm{f}}$$

由此可见，该危险截面处的疲劳强度是足够的。