试卷二

2004—2005 年度第二学期材料力学期末考试试卷（A 卷）

系别____________班级________________考试日期__20050709

学号____________姓名________________成　绩______________

一、单选题或多选题（每题 5 分，部分选对 3 分，出现选错 0 分）

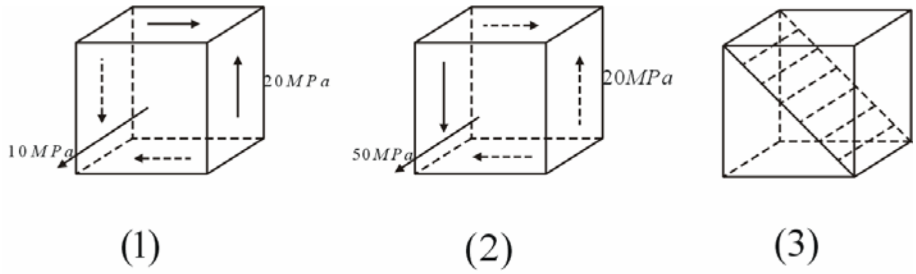
1、下述说法正确的是____________。

A．图（1）所示单元体最大正应力作用面是图（3）阴影面

B．图（1）所示单元体最大正应力作用面不是图（3）阴影面

C．图（2）所示单元体最大正应力作用面是图（3）阴影面

D．图（2）所示单元体最大正应力作用面不是图（3）阴影面



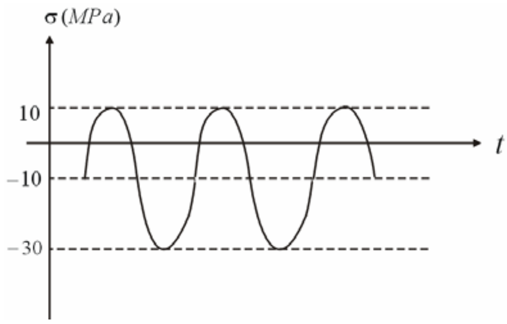
2、恒幅循环应力变化如图，则_____。

A．循环特征为－3

B．循环特征为 3

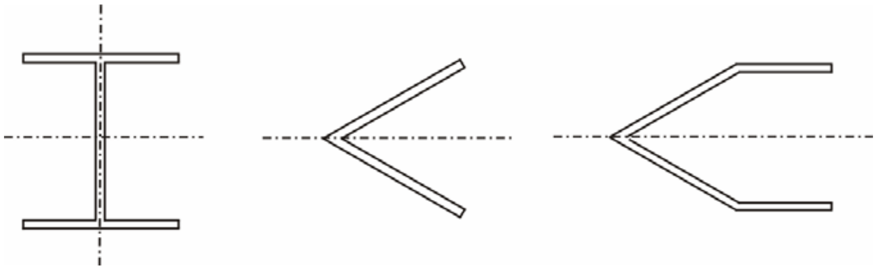
C．应力幅为 20MPa

D．应力幅为 40MPa



二、填空题（5 分）

试标出下述截面图形剪心的大致位置



三、计算题

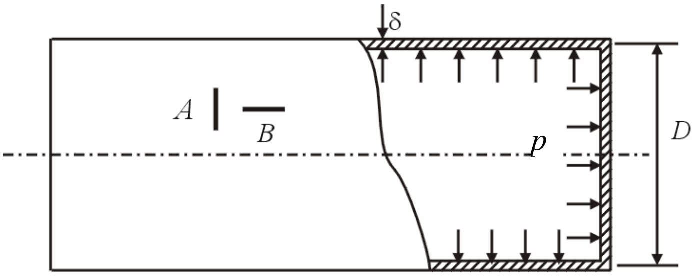
1、如图，薄壁圆筒内径 $D = 500\ mm$ 壁厚 $\delta = 10mm$，材料弹性模量 $E = 200GPa$，泊松比 $\mu = 0.25$。为测量内压 p，可以沿周向贴应变片 A，也可以沿轴向贴应变片 B。

（1）从测量精度考虑，贴应变片 A 的测量方案和贴应变片 B 的测量方案哪个更好？

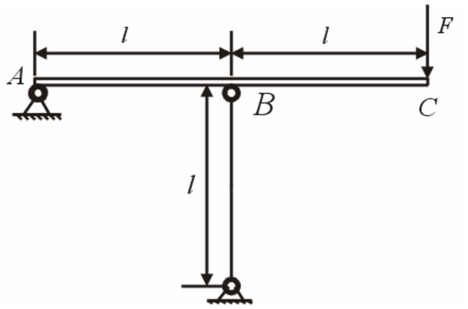
（2）已测得应变片 B 的应变 $\varepsilon_B = 120 \times 10^{-6}$，试计算 ε_A 的值（不计实验误差）。

（3）计算轴向应力 σ_x 与周向应力 σ_t。

（4）计算薄壁圆筒的内压 p。　　　　**（20 分）**



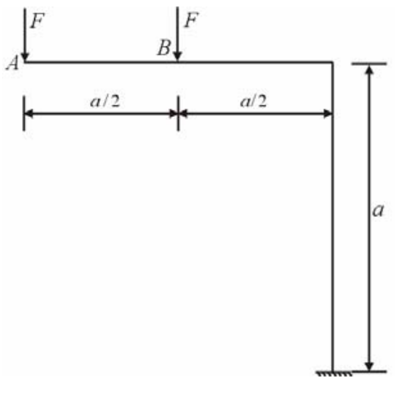
2、图示低碳钢梁柱结构，$l=1m$，$E=200GPa$，梁许用应力$[\sigma]=120MPa$，梁的截面为宽$b=50mm$，高$h=80mm$的矩形，柱的截面为$d=20mm$的圆形，稳定安全系数$n_{st}=3$，对中柔度杆$\sigma_{cr}=a-b\lambda$，$a=304MPa$，$b=1.12MPa$，$\lambda_0=61$，$\lambda_p=101$，只考虑在结构自身平面内失稳，试确定结构的许用载荷[F]。（**20 分**）



3、图示等截面线弹性刚架弯曲刚度 EI。（**15 分**）

（1）试解释$\dfrac{\partial V_\varepsilon}{\partial F}$的几何意义，其中$V_\varepsilon$为刚架的应变能；

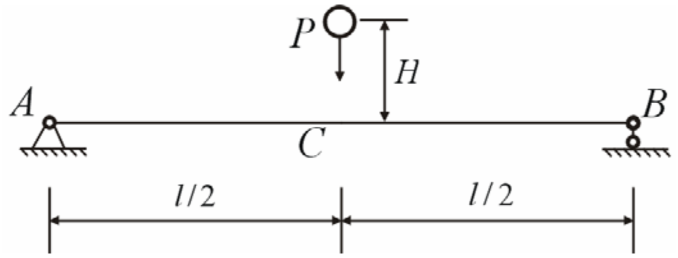
（2）用卡氏第二定理求 A 点的水平位移（忽略轴力引起的变形）。



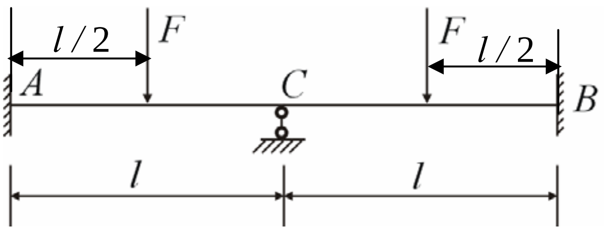
4、如图，重量为 P 的物体自高度 H 自由下落到长 l 的简支梁中点 C，梁的弯曲刚度为 EI，抗弯截面模量 W，且设 $EIH/(Pl^3)=15/4$。（**15 分**）

（1）试求梁中点 C 的最大挠度 w_d 和最大动应力 σ_d

（2）如果梁的长度增加一倍成为 $2l$ ，其余条件不变，则最大动挠度和最大动应力分别增加（或减小）百分之几？



5、图示两端固支、中间铰支梁，其弯曲刚度为 EI，试求 A 端的约束反力。（**15 分**）



试卷二参考答案

2004—2005 年度第二学期材料力学期末考试试卷（答案）

一、单选题或多选题（每题 5 分，部分选对 3 分，出现选错 0 分）

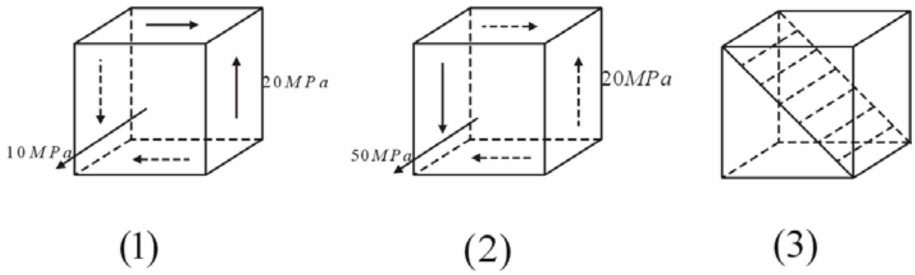
1、下述说法正确的是（A、D）。

A．图（1）所示单元体最大正应力作用面是图（3）阴影面

B．图（1）所示单元体最大正应力作用面不是图（3）阴影面

C．图（2）所示单元体最大正应力作用面是图（3）阴影面

D．图（2）所示单元体最大正应力作用面不是图（3）阴影面



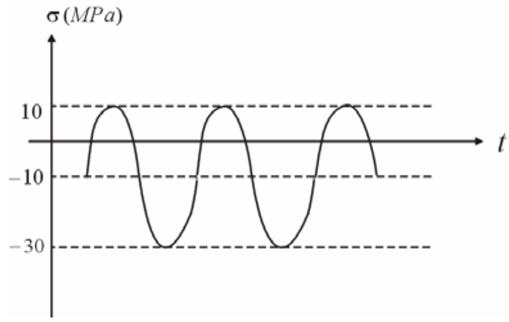
2、恒幅循环应力变化如图，则（A、C）。

A．循环特征为－3

B．循环特征为 3

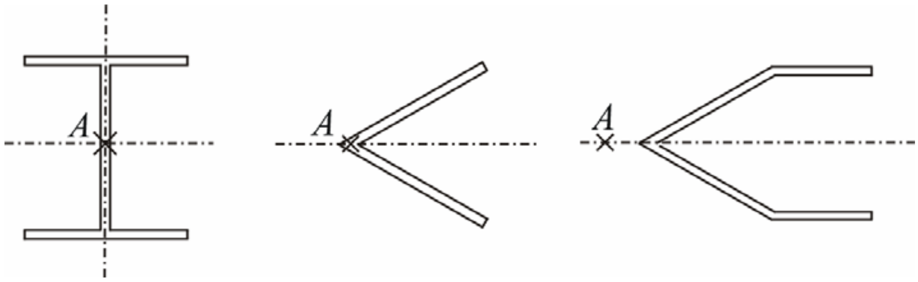
C．应力幅为 20MPa

D．应力幅为 40MPa



二、填空题（5 分）

试标出下述截面图形剪心的大致位置



三、计算题

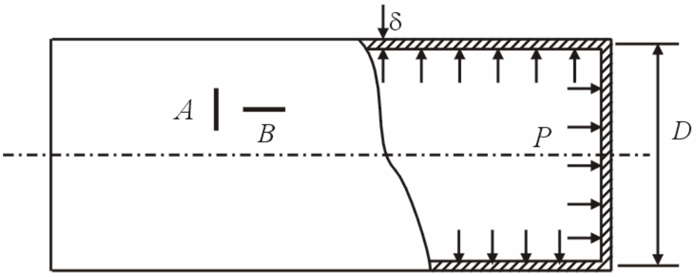
1、如图，薄壁圆筒内径 $D = 500\ mm$ 壁厚 $\delta = 10mm$，材料弹性模量 $E = 200GPa$，泊松比 $\mu = 0.25$。为测量内压 P，沿周向贴应变片 A，沿轴向贴应变片 B。

（1）从测量精度考虑，由应变片 A 的测量方案还是由应变片 B 的测量方案较佳？

（2）已测得应变片 B 的应变 $\varepsilon_B = 120 \times 10^{-6}$，$\varepsilon_A$ 等于多少（不计实验误差）？

（3）计算轴向应力 σ_x 与周向应力 σ_t。

（4）计算薄壁圆筒的内压 P。



解：（1）圆筒的轴向应力 σ_x 和周向应力 σ_t 的公式分别为：

$$\sigma_x = \frac{PD}{4\delta} \quad , \quad \sigma_t = \frac{PD}{2\delta} \qquad \text{（a）}$$

轴向与周向为应力主方向，同时也应为应变主方向，且周向应变大于轴向应变，从测量精度考虑，由应变片 A 测量的方案较佳。

（2）由广义胡克定律

$$\sigma_x = \frac{E(\varepsilon_B + \mu\varepsilon_A)}{1-\mu^2} \quad , \quad \sigma_t = \frac{E(\varepsilon_A + \mu\varepsilon_B)}{1-\mu^2} \qquad \text{（b）}$$

由式（a）

$$\sigma_t = 2\sigma_x$$

故 $$\frac{E(\varepsilon_A + \mu\varepsilon_B)}{1-\mu^2} = \frac{2E(\varepsilon_B + \mu\varepsilon_A)}{1-\mu^2}$$

$$\varepsilon_A = \frac{2-\mu}{1-2\mu}\varepsilon_B = 420\times10^{-6}$$

（3）由式（b）

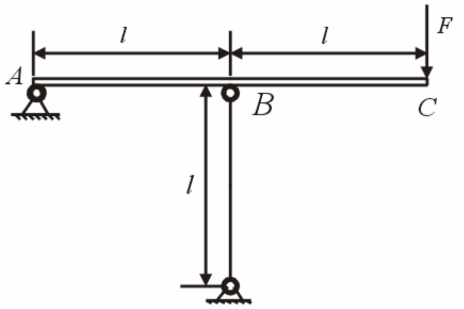
$$\sigma_x = 48\ MPa \quad , \quad \sigma_t = 96\ MPa$$

（4）由式（a）

$$P = \frac{4\delta\sigma_x}{D} = \frac{4\times10\times48}{500} = 3.84\ MPa$$

2、图示低碳钢梁柱结构，$l = 1m$，$E = 200GPa$，强度杆许用应力$[\sigma] = 120MPa$，梁的截面为宽 $b = 50mm$，高 $h = 80mm$ 的矩形，柱的截面为 $d = 20mm$ 的圆形，稳定安全系数 $n_{st} = 3$，对中柔度杆 $\sigma_{cr} = a - b\lambda$，$a = 304MPa$，$b = 1.12MPa$，

$\lambda_0 = 61$，$\lambda_p = 101$，只考虑在结构自身平面内失稳，试确定结构的许用载荷。



解：（1）梁 ABC 的强度，最大弯矩发生在梁的中点 B

$$M_{\max} = Fl$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{6Fl}{bh^2} \le [\sigma]$$

故 $[F]_1 = \dfrac{bh^2[\sigma]}{6l} = \dfrac{50\times 80^2\times 120}{6\times 1000} = 6400N = 6.4kN$

（2）研究压杆 BD 的稳定性

$$\lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{4\mu l}{d} = \frac{4\times 1\times 1000}{20} = 200 > \lambda_p$$

所以 BD 为大柔度杆。

$$F_{cr} = \sigma_{cr}A = \frac{\pi^2 EA}{\lambda^2} = \frac{\pi^3 Ed^2}{4\lambda^2} = \frac{\pi^3\times 2\times 10^5\times 20^2}{4\times 200^2} = 15503N = 15.503kN$$

BD 杆许用临界压力

$$[F]_{cr} = \frac{F_{cr}}{n_{st}} = \frac{15.503}{3} = 5.168kN$$

由梁的平衡，载荷 F 对应 BD 压杆稳定性的许用值

$$[F]_2 = \frac{1}{2}[F]_{cr} = 2.584kN$$

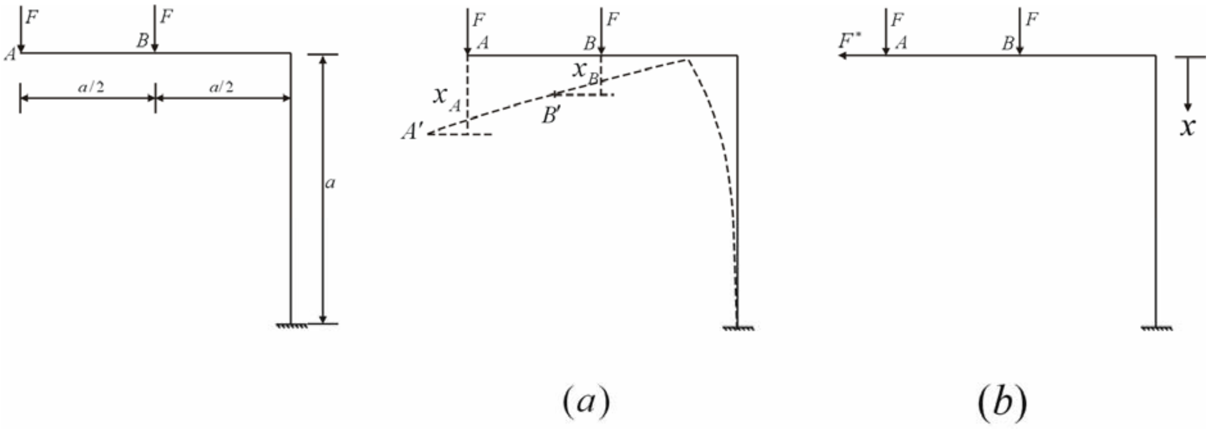
故结构的许用载荷

$$[F] = \min\{[F]_1，[F]_2\} = [F]_2 = 2.584\,kN$$

3、图示等截面线弹性刚架弯曲刚度 EI。

（1）试解释 $\dfrac{\partial V_\varepsilon}{\partial F}$ 的几何意义，其中 V_ε 为刚架的应变能；

（2）用卡氏第二定理求 A 点的水平位移（忽略轴力 引起的变形）。



解：（1）如图（a）所示，$\dfrac{\partial V_\varepsilon}{\partial F}=x_A+x_B$，等于 A 点和 B 点的铅垂位移之和。

（2）如图（b)，在 A 点附加一水平力 F^*，则横杆的应变能 $V^{(1)}(F)$ 与 F^* 无关，竖杆的应变能为 $V_\varepsilon^{(2)}$，弯矩 $M(x)=\dfrac{3}{2}Fa+F^*x$

$$\Delta_A=\left.\frac{\partial V_\varepsilon}{\partial F^*}\right|_{F^*=0}=\left.\frac{\partial V_\varepsilon^{(2)}}{\partial F^*}\right|_{F^*=0}$$

$$=\frac{1}{EI}\int_0^a M(x)\frac{\partial M(x)}{\partial F^*}dx\Big|_{F^*=0}$$

$$=\frac{1}{EI}\int_0^a(\frac{3}{2}Fa+F^*x)x\,dx\Big|_{F^*=0}$$

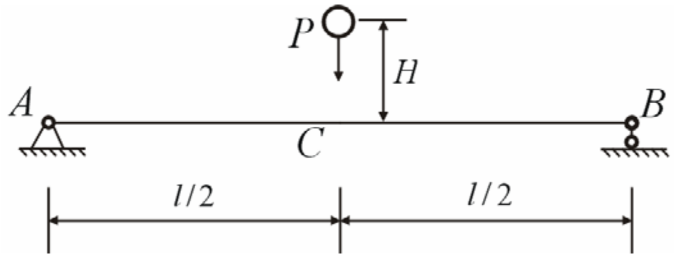
$$=\frac{1}{EI}\int_0^a\frac{3}{2}Fax\ dx$$

$$=\frac{3Fa^3}{4EI}(\leftarrow)$$

4、如图，重量为 P 的物体自高度 H 自由下落到长 l 的简支梁中点 C，梁的弯曲刚度为 EI，抗弯截面模量 W，且设 $EIH/(pl^3)=15/4$。

（1）试求梁中点 C 的最大挠度 w_d 和最大动应力 σ_d

（2）如果梁的长度增加一倍成为 $2l$，其余条件不变，则最大动挠度和最大动应力分别增加（或减小）百分之几？



解：（1）简支梁 AB 中点 C 作用大小为 P 的静载时，C 点静挠度与最大静应力分别为：

$$\Delta_{st}=\frac{Pl^3}{48EI}\ ,\quad \sigma_{st}=\frac{Pl}{4W}$$

动载系数

$$K_d=1+\sqrt{1+\frac{2H}{\Delta_{st}}}=1+\sqrt{1+\frac{96EIH}{Pl^3}}=20$$

故最大动挠度和最大动应力分别为：

$$\Delta_d=K_d\Delta_{st}=\frac{5Pl^3}{12EI}\ ,\quad \sigma_d=K_d\sigma_{st}=\frac{5Pl}{W}$$

（2）当梁的长度增加一倍时，

$$\Delta_{st}{}'=\frac{P(2l)^3}{48EI}=\frac{Pl^3}{6EI}\ ,\quad \sigma_{st}{}'=\frac{P(2l)}{4W}=\frac{Pl}{2W}$$

动载系数

$$K_d{}'=1+\sqrt{1+\frac{2H}{\Delta_{st}{}'}}=1+\sqrt{1+\frac{12EIH}{Pl^3}}=1+\sqrt{46}=7.782$$

$$\Delta_d{}'=K_d{}'\Delta_{st}{}'=\frac{1.297Pl^3}{EI}$$

$$\sigma_d{}'=K_d{}'\sigma_{st}{}'=\frac{3.891Pl}{W}$$

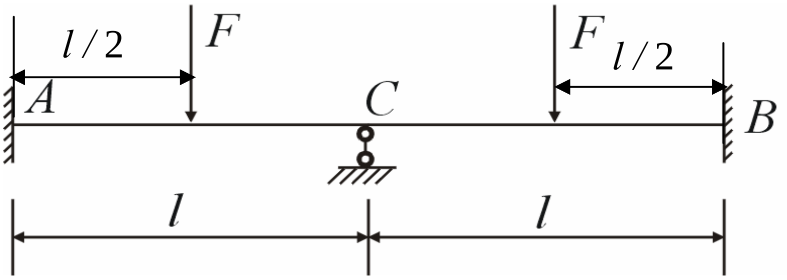
故梁的最大动挠度增加

$$\frac{\Delta_d{}'-\Delta_d}{\Delta_d}=211\%$$

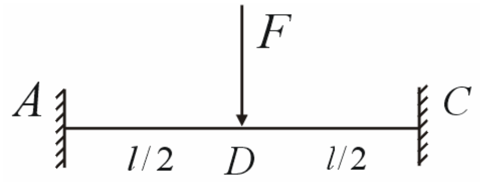
梁的最大动应力减小

$$\frac{\sigma_d-\sigma_d{}'}{\sigma_d}=22.2\%$$

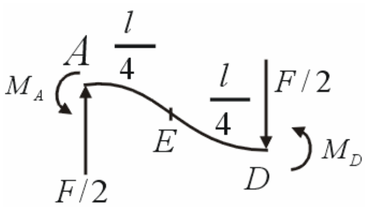
5、图示两端固支梁弯曲刚度 EI，试求 A 端约束反力。



解：由 ACB 对称性，得 C 点：$\theta_c = 0$，$\Delta_c = 0$；由 C 点铰支，得 $w_c = 0$。故 C 点可看作固支点



由 ADC 对称性，得 D 点：$\theta_D = 0$，$\Delta_D = 0$

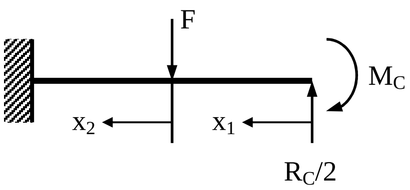


由 AED 反对称，得 $F_{Ay} = \dfrac{F}{2}(\uparrow)$

$$M_E = 0\text{，}$$

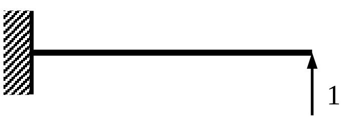
$$M_A = \frac{F}{2} \times \frac{l}{4} = \frac{Fl}{8}$$

解法二：



$$M(x_1) = R_C x_1/2 - M_C$$
$$M(x_2) = R_C(l/2 + x_2)/2 - M_C - Fx_2$$

$$\bar{M}(x_1) = x_1 \qquad M(x_2) = (l/2 + x_2)$$



$$\bar{M}(x_1) = -1 \qquad M(x_2) = -1$$

$$\theta_C = 0 \qquad f_C = 0$$

$$R_C = F \qquad M_C = Fl/8$$

$$R_A = F/2 \qquad M_A = Fl/8$$