

北 京 航 空 航 天 大 学

# 计算机控制实验报告

测控实验-随动系统建模与仿真



专业名称 自动化

专业方向 模式识别与自动控制

班级学号 160324 班 16711094

学生姓名 李翰韬

指导教师 袁少强

2020 年 5 月 1 日

一、实验目的.....	3
二、实验任务.....	3
三、实验系统组成.....	4
四、实验建模.....	6
4.1 电动机数学模型建立.....	6
4.2 直流发电机数学模型建立.....	9
4.3 角位置测量电位计数学模型建立.....	9
4.4 建立随动系统的模型.....	9
五、实验数据.....	10
5.1 直流电动机电枢电阻测量值.....	10
5.2 直流电动机的电枢电感.....	10
5.3 直流电动机死区电压的测量.....	10
5.4 直流电动机的调速特性和测速机梯度测量.....	10
5.5 电位计梯度测量.....	10
5.6 转动惯量测量与机电常数测量.....	11
5.7 数据测量结果.....	12
六、速度控制仿真.....	12
七、位置控制仿真.....	14
八、课后思考题.....	19
8.1 理论建模和实验建模的差异。.....	19
8.2 如何对控制系统进行设计，设计流程是什么？.....	19
九、参考资料.....	19

实验以小功率随动系统为对象，通过对该系统的建模、仿真、设计等环节，建立对一个控制系统进行研究的基本流程，熟悉控制系统的设计方法。

## 一、实验目的

1. 认识电机和小功率随动系统组成及其特点，熟悉反馈控制系统的结构和工作原理。
2. 掌握理论建模的方法。

## 二、实验任务

本实验包括以下部分：

1. 建立数字式反馈和模拟式反馈伺服系统的数学模型
2. 用最优控制、极点配置等方法进行系统设计
3. 用模糊控制或智能控制控制等方法进行系统设计
4. 用 Matlab 设计仿真控制程序，进行调试
5. 仿真系统调试
6. 实验设计要求：

用 PID 实现速度控制，满足以下要求（以下指标可能会调整）：

超调量小于 5%；

速度精度为 30rp/min。

响应速度小于 1s。

用状态空间实现位置控制，满足以下要求（以下指标可能会调整）：

超调量小于 10%；

位置精度为 3 度。

响应速度小于 0.5s。

### 三、实验系统组成

#### 3.1 小功率随动系统及基本元部件介绍

小功率随动系统的基本元部件包括电动机、测速发电机、角位置测量电位计，其中电动机为被控对象，测速发电机和角位置测量电位计分别构成速度反馈（内环）和位置反馈（外环），如图 1 所示为小功率随动系统的基本部件组合体。在基本部件基础上加上直流放大器、系统控制箱、计算机系统和 A/D、D/A 转换器便可构成数字式的计算机控制系统。图 2 所示为系统控制箱。

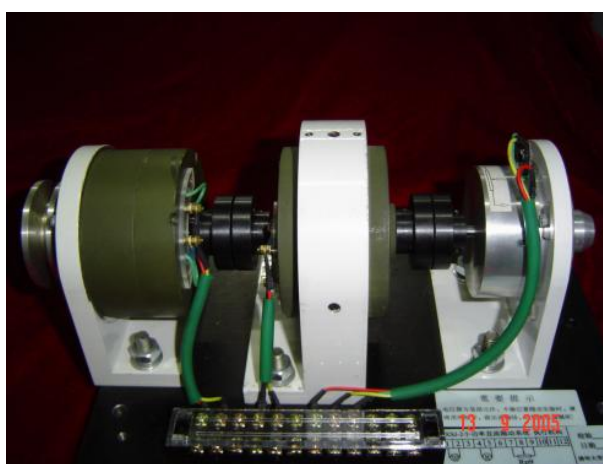


图 1 小功率随动系统的电动机、电位计、测速计组合体



图 2 小功率随动系统的控制箱

#### 3.2 主要部件的性能

主要元部件的性能指标：

（一）电动机

本实验系统选取直流低速力矩电机 SYL-5，产品出厂时给定的技术数据为：

峰值力矩  $T_p$ : 5(-5%)kg•cm

峰值电流  $I_p$ : 1.8A

峰值电压  $V_p$ : 20V

空载转速  $n_0$ : 800rp/min

静摩擦力矩:  $\leq 0.0294\text{N}\cdot\text{m}$

空载启动电流: 0.18A

转子直流电阻(20°C):  $27\pm 10\%\Omega$

连续堵转电压:  $\approx 20\text{V}$

### (二) 测速发电机

选用永磁直流测速发电机 70CYD-1，它的主要技术数据为：

信号输出斜率: 1V/rad/s

纹波电压: 1%

每转纹波频率: 33c/rp

极限转速: 400rp/min

输出特性线性度: 1%

最小负载:  $23\text{k}\Omega$

静摩擦力矩:  $300\text{g}\cdot\text{cm}$

直流电阻:  $230\Omega$

### (三) 角位置测量电位计

选用高精度合成膜电位计: WHJ-2，主要技术数据如下

阻值:  $1.5\text{k}\Omega$

功率: 2W

线性度: 0.5%

电气角度:  $330^\circ$

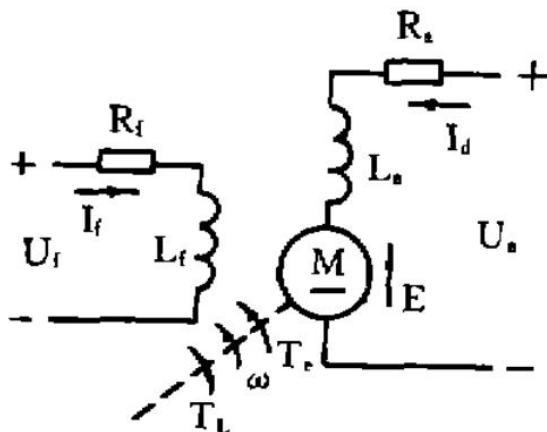
机械转角:  $360^\circ$ 无止档

以上三个部件已组装成一个整体，三者用联轴节同轴连接。在组合体上面有一接线板，分别为电位计正负电压及输出信号接线柱；力矩电机的控制电压接线柱；测速发电机接线柱。在组合体左端装有转角测量用的刻度盘；右端可往电机轴上加装惯性轮，以改变负载的转动惯量。

## 四、实验建模

### 4.1 电动机数学模型建立

直流他励电机的等效电路可以表示为：



其中参数解释如下：

$U_a$ : 电动机电枢端电压;	$E$ : 反电动势;
$I_a$ : 电动机电枢电流;	$I_f$ : 励磁电流;
$R_a$ : 电枢电路电阻;	$L_a$ : 电枢电路电感;
$R_f$ : 励磁电路电阻;	$L_f$ : 励磁电路电感;
$U_f$ : 电动机励磁电压;	$\omega$ : 电动机角速度;
$J$ : 电动机机轴转动惯量;	$T_e$ : 电动机转矩;
$T_l$ : 电动机负载阻转矩。	

由上图可以写出如下的基本关系式：

$$U_a - E = R_a (1 + sT_a) I_a$$

$$T_e - T_l = Js\omega$$

$$U_f = R_f (1 + sT_f) I_f$$

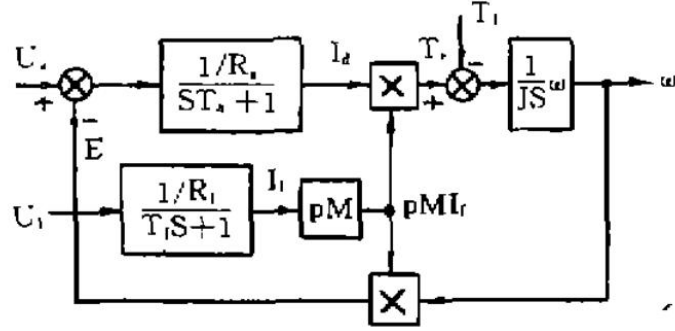
$$E = K_e \phi \omega = p M I_f \omega$$

$$T_e = K_m \phi I_a = p M I_f I_a$$

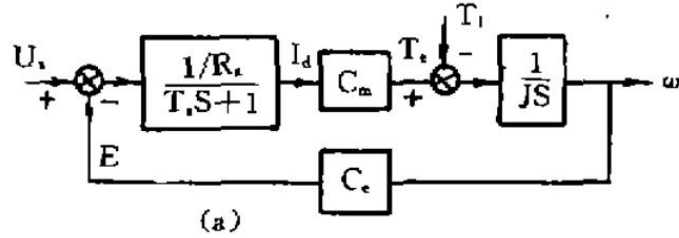
基本关系式中，新定义的参数解释如下：

$T_a = L_a / R_a$ : 电枢电路时间常数;	$T_f = L_f / R_f$ : 励磁电路时间常数;
$p$ : 电动机磁对数;	$M$ : 励磁绕组和电枢绕组的互感。

将上述式中， $s=d/dt$  看做算子，可由上述式子做拉普拉斯变换，得到直流电动机结构：



当电动机磁场恒定时，动态结构图可以简化成下图形式：



根据动态结构图，可以写出电机角速度控制系统的传递函数：

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{U_a(s)} = \frac{1/C_e}{T_m T_a s^2 + T_m s + 1} = \frac{\omega_n^2 / C_e}{s^2 + \xi \omega_n s + \omega_n^2}$$

二阶系统中参数可用下列电机参数表示：

$$\begin{aligned}\omega_n &= \frac{1}{\sqrt{T_a T_m}} \\ \xi &= \sqrt{\frac{T_m}{T_a}} \\ C_e &= K_e \phi = K_m \phi = C_m = C \\ T_m &= \frac{J R_a}{C^2}\end{aligned}$$

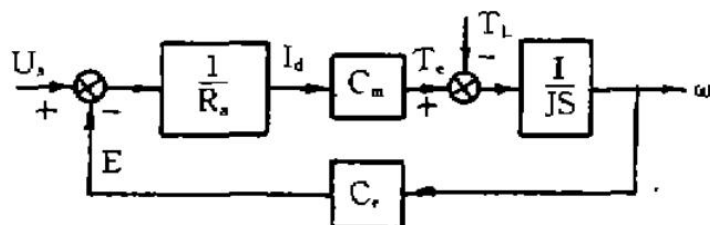
其中， $\omega_n$ 为系统的固有振荡频率； $\xi$ 为系统的阻尼比； $C$ 为电动机的电势系数或转矩系数，当使用国际单位制时，二者相等； $T_m$ 为电动机的电气机械时间常数。

根据自动控制原理知识，可易知系统输出响应与 $\xi$ 关系：当 $\xi < 1$ 时，系统输出响应是震荡的，当 $\xi = 1$ 时，系统输出响应是临界震荡的；当 $\xi > 1$ 时，系统输出响应是非震荡的。其中，当 $\xi \gg 2$ ，即 $T_m \gg 4T_a$ 时，系统传递函数可以改写成

如下形式：

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{U_a(s)} = \frac{1/C_e}{(T_m s + 1)(T_a s + 1)}$$

若可忽略电动机电枢电感  $L_a$ ，则系统动态结构图可以进一步简化为：

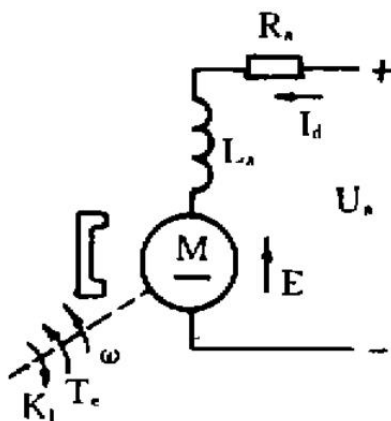


根据简化后的系统结构图，可以计算出相应的系统传递函数：

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{U_a(s)} = \frac{1/C_e}{T_m s + 1}$$

本实验中所用电动机为永磁直流电动机，永磁电动机是通过磁性耦合将电能转化为机械能的装置，包括定子和转子。电机通电后，电枢导线在磁力线的作用下，在转子上产生电磁转矩。

与上述分析的直流他励电机相比，永磁直流电机只是用永久磁铁代替了恒定的他励电机，达到励磁绕组，因此，永磁电机与他励电机具有极为相似的等效电路：



在不计粘性摩擦负载时，永磁电机的传递函数与之前所分析的传递函数相同：

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{U_a(s)} = \frac{1/C_e}{T_m T_s s^2 + T_m s + 1} = \frac{\omega_n^2 / C_e}{s^2 + \xi \omega_n s + \omega_n^2}$$



当省略电枢电感影响时，则永磁电机传递函数亦与之前分析相同：

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{U_a(s)} = \frac{1/C_e}{T_ms + 1}$$

### 4.2 直流发电机数学模型建立

直流发电机是测速元件，用于对速度进行反馈。满足以下关系：

$$U_t = k_v \omega$$

式中， $U_t$ 为测速机输出电压， $\omega$ 为转速， $k_v$ 为测速反馈系数。

### 4.3 角位置测量电位计数学模型建立

作为位置反馈的元件，其模型同电路连接有关。

### 4.4 建立随动系统的模型

系统组成框图如下图所示。

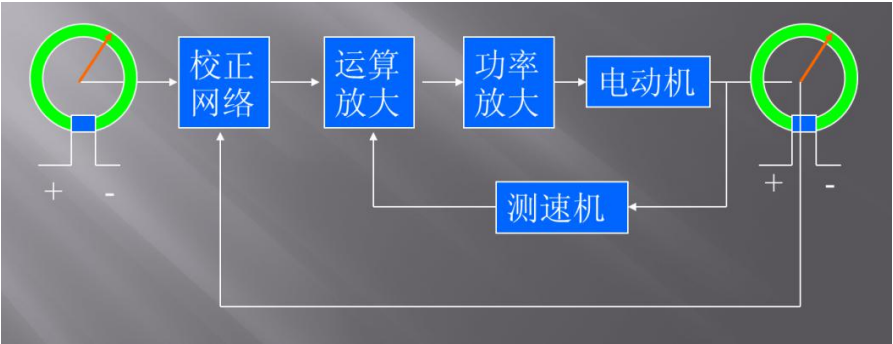


图 3 小功率随动系统的简略框图

经过归纳化简，可以得到系统结构图如下：

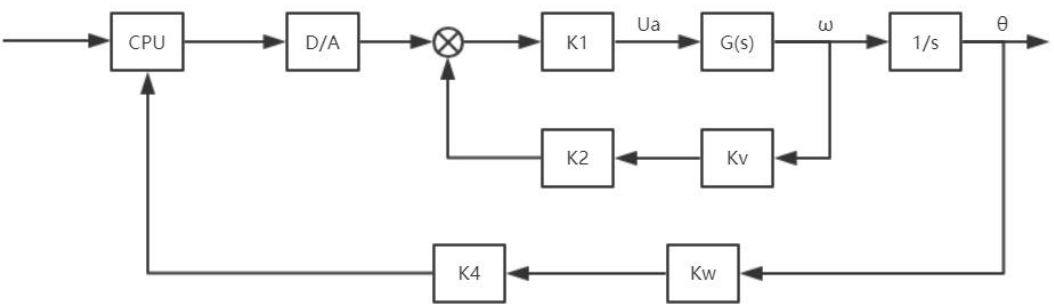


图 4 小功率随动系统结构图

五、实验数据

5.1 直流电动机电枢电阻测量值

	$\theta / ^\circ$	0	40	70	100	130	160	190	220	250	280	310	340
1 组	R/ $\Omega$	13.6	13.5	13.6	13.5	13.5	13.5	13.5	13.5	13.6	13.4	13.4	13.4
2 组	R/ $\Omega$	10.6	11.7	11.8	11.8	10.9	11.0	11.0	10.9	10.9	10.7	11.8	11.6
3 组	R/ $\Omega$	12.5	12.6	10.7	11.9	11.9	12.5	12.0	12.4	11.9	11.5	11.4	10.9

5.2 直流电动机的电枢电感

	$\theta / ^\circ$	0	40	70	100	130	160	190	220	250	280	310	340
1 组	L/ $\Omega$	20.2	21.2	20.5	20.1	19.7	19.5	20.6	22.1	21.8	21.6	21.4	21.3
2 组	L/ $\Omega$	19.7	21.2	20.8	21.3	20.4	20.4	19.6	19.8	19.6	21.3	21.4	21.1
3 组	L/ $\Omega$	21.2	22.6	22.6	21.0	21.2	21.1	20.8	21.3	21.8	21.4	21.6	20.9

5.3 直流电动机死区电压的测量

	$\theta / ^\circ$	0	40	70	100	130	160	190	220	250	280	310	340
1 组	U <sub>a</sub> /V	1.44	1.46	1.47	1.48	1.48	1.45	1.41	1.43	1.44	1.44	1.53	1.42
2 组	U <sub>a</sub> /V	1.45	1.44	1.41	1.40	1.45	1.51	1.36	1.40	1.35	1.38	1.37	1.33
3 组	U <sub>a</sub> /V	2.10	2.12	2.25	2.17	2.13	2.11	2.17	2.06	2.14	1.97	2.03	2.1

5.4 直流电动机的调速特性和测速机梯度测量

		U <sub>a</sub> /V	4	6	8	10	12
电动机调速特性	1 组	n/rp/min	56	93.5	146.2	185.3	228
	2 组	n/rp/min	53.7	99.1	149	188.5	236.3
	3 组	n/rp/min	67.5	113.3	163.3	211.3	257.8
测速机梯度	1 组	U <sub>c</sub> /V	7.2	13.8	19.7	27.1	33.4
	2 组	U <sub>c</sub> /V	8	14.4	21.8	27.5	34.6
	3 组	U <sub>c</sub> /V	4.51	9.84	14.64	19.76	25.81

5.5 电位计梯度测量

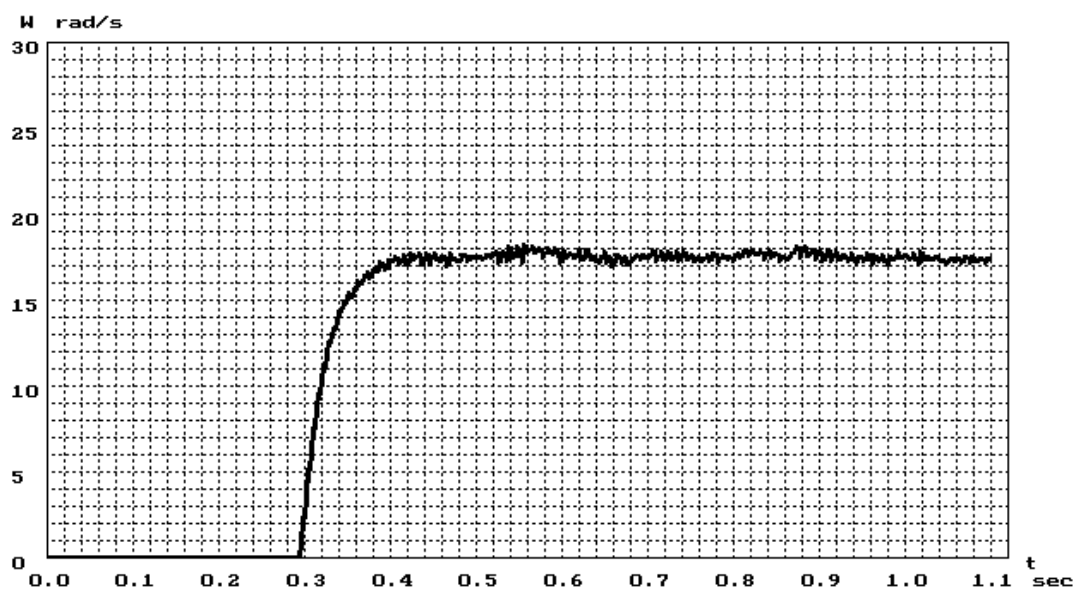
	$\theta / ^\circ$	0	20	40	60	80	100	120	140	160
1 组	U <sub>w</sub> /V	0.02	-1.46	-2.91	-4.24	-5.60	-6.91	-8.54	-9.99	-11.39
2 组	U <sub>w</sub> /V	-0.01	-1.21	-2.51	-3.62	-4.85	-6.08	-7.40	-9.00	-10.95

3 组	Uw/V	1.52	1.15	-1.3	-2.58	-4.02	-5.4	-6.18	-8.19	-9.61
-----	------	------	------	------	-------	-------	------	-------	-------	-------

	$\theta / ^\circ$	0	-20	-40	-60	-80	-100	-120	-140	-160
1 组	Uw/V	0.02	1.29	2.73	4.19	5.65	7.10	8.49	9.87	11.05
2 组	Uw/V	-0.01	1.01	2.16	3.26	4.5	5.78	7.14	8.74	10.41
3 组	Uw/V	1.50	2.94	4.21	5.7	9.15	2.5	9.92	11.38	12.02

## 5.6 转动惯量测量与机电常数测量

电机输入电压 10V，电流 125mA，转速 190.5 转/分，测速机电压 4.30V



## 5.7 数据测量结果

本实验使用第二组数据。由上述数据，可以得到：

$$R_a = 11.225\Omega; \quad L_a = 20.83\text{E-}3\text{mH}; \quad U_{\text{死区}} = 1.404\text{V}$$

$$\text{测速机 } k_v = 3.175/4.30 = 1.02;$$

$$\text{角位置电位计 } k_w = 0.06675\text{V/deg} = 3.8248\text{V/rad};$$

$$\text{机电时间常数 } T_m = JR_a/C^2 \approx 0.075\text{s}$$

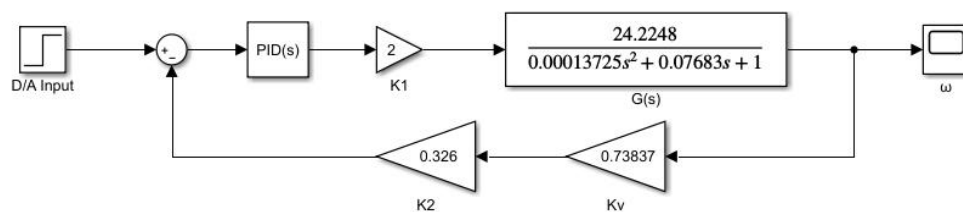
## 六、速度控制仿真

将上述实验结果数据代入电动机传递函数中：

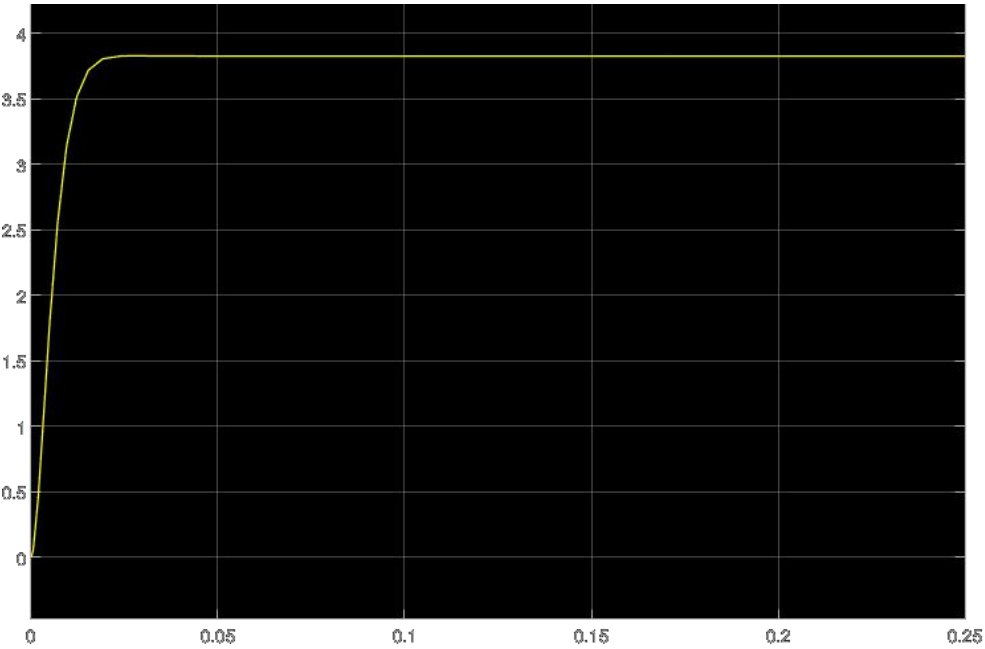
$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{\omega(s)}{U_a(s)} = \frac{1/C_e}{(T_m s + 1)(T_a s + 1)} \\ &= \frac{24.2248}{1.3725 \times 10^{-4} s^2 + 0.07683s + 1} \end{aligned}$$

根据系统输出电压幅值与电动机输入电压幅值关系，将  $k_1$  设置为 2；根据电机调速特性要求，可以算出测速机运算放大增益  $k_2$ ，将其设置为 0.326。

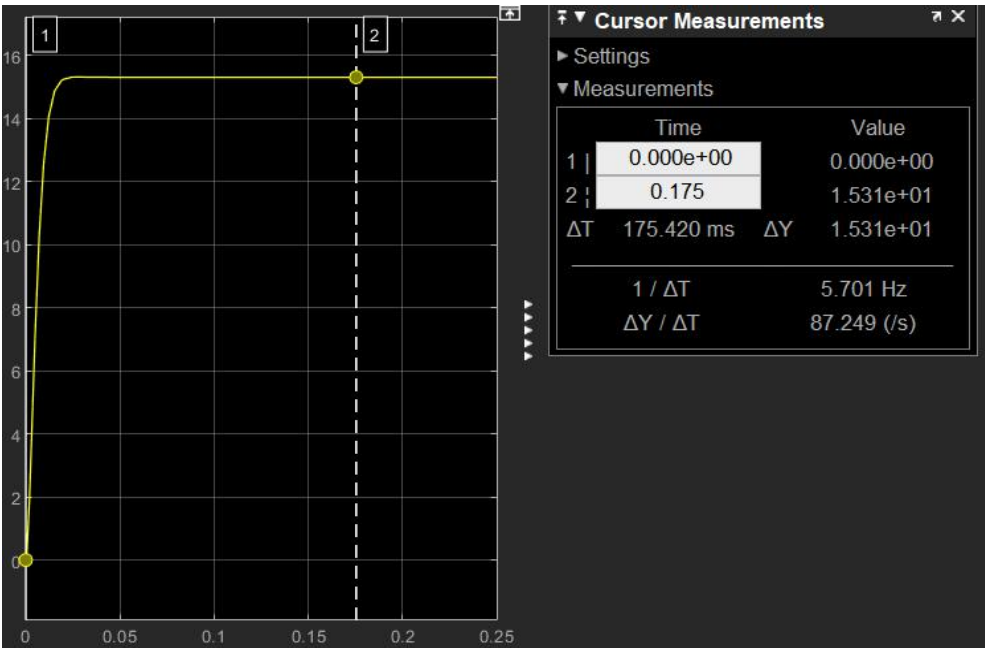
最终得到电动机速度控制仿真如下：



电动机速度控制的系统单位阶跃响应如下：



对于某个给定的电压配置，以电动机调速特性实验表格中  $U_a=8V$  为例，得到仿真结果：



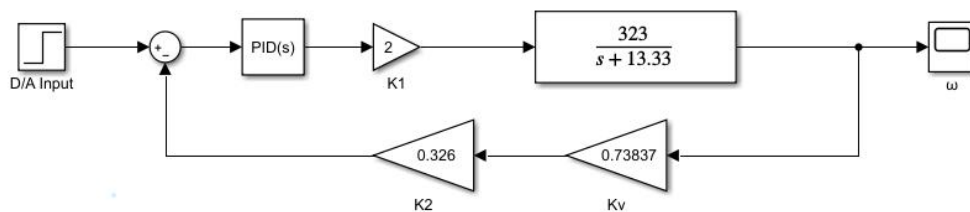
实验仿真结果符合实验设计要求。

## 七、位置控制仿真

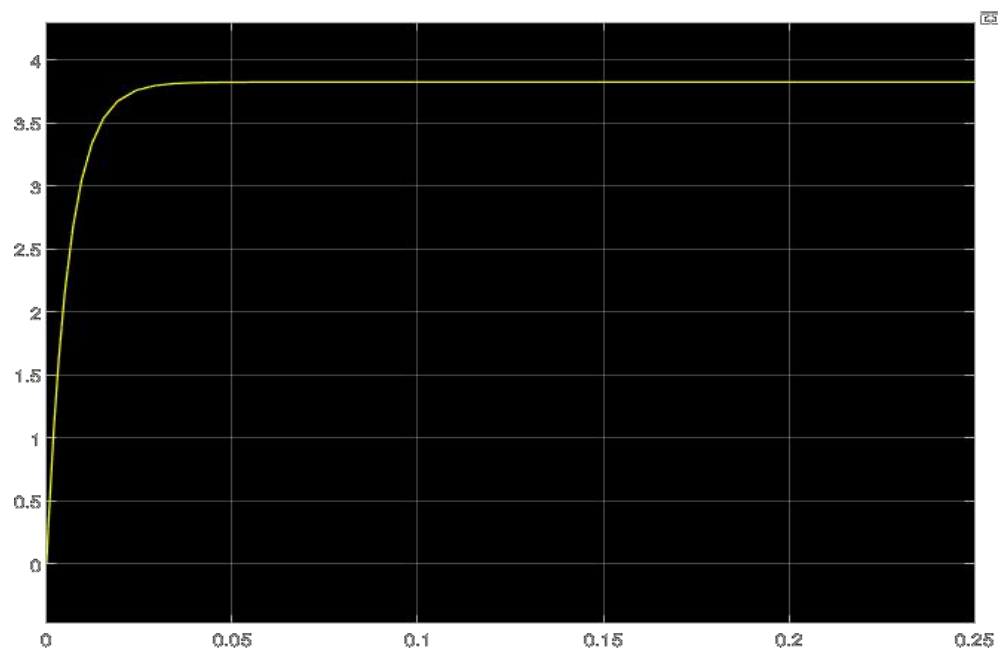
由于实验中所仿真的电动机电枢电路时间常数远远小于电动机电气机械时间常数，为简化位置状态方程设计过程，选择使用第二种仿真建模方式，得到简化的电动机传递函数：

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{U_a(s)} = \frac{1/C_e}{T_m s + 1} = \frac{323}{(s + 13.33)}$$

首先验证简化后的电动机传递函数的有效性，将速度仿真中二阶传递函数替换为新的简化的电动机传递函数，得到仿真模型：



系统单位阶跃响应如下：



可以看出，对于实验所仿真的电动机模型，简化为忽略电枢电感的简便形式，并未产生很大的偏差。故为了简化状态方程以及简化控制律设计，在位置模型仿真实际时使用简化后的电动机模型。

因此，可以得到位置控制的仿真模型为：

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{U_a(s)} = \frac{1/C_e}{(T_m s + 1)s}$$

$$= \frac{323}{(s + 13.33)s}$$

对于实验中小功率随动系统的状态方程，从理论上分析，可以有多种状态量的取法。然而考虑到实际应用以及观测，显然将二阶系统状态量选取为电动机转角与角速度是最为可行和合理的。

综上所述，位置仿真中选取状态为  $x = [\theta \ \omega]^T$

则可以得到系统的连续状态方程为：

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + Bu(t)$$

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -13.33 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 323 \end{bmatrix} u(t)$$

设采样周期  $T=0.01s$ ，则对应的离散状态方程为：

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + Gu(k)$$

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.0094 \\ 0 & 0.8752 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0155 \\ 3.0240 \end{bmatrix} u(k)$$

设计指标要求超调量小于 10%，响应速度小于 0.5s，根据设计指标要求，可以选取系统闭环极点位置：

$$\begin{cases} \sigma\% = e^{\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}} \times 100\% \\ t_{s(5\%)} \approx \frac{3.5}{\xi\omega_n} \end{cases}$$

最终确定设计状态反馈增益使  $\xi=0.8$ ， $\omega_n=15\text{rad/s}$

此时，s 平面、z 平面期望闭环极点为：

$$s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = -12 \pm j9$$

$$z_{1,2} = e^{-s_{1,2}T} = 0.8833 \pm j0.0797$$

设计状态反馈控制率，得到控制增益为  $K=[0.6603, 0.0325]$

此时，可设计一降维观测器，降维观测器一般方程为：

$$\begin{aligned}\hat{x}_2(k+1) &= (F_{22} - LF_{12})\hat{x}_2(k) + (G_2 - LG_1)u(k) + (F_{21} - LF_{11})y(k) + Ly(k+1) \\ \hat{x}_2(k+1) &= D_1\hat{x}_2(k) + D_2y(k) + D_3u(k) + Ly(k+1)\end{aligned}$$

暂将降维观测器衰减速率设置为系统闭环衰减速率的 4 倍，可以设计降维观测器极点：

$$z_e = e^{-\sigma T} = e^{-12 \times 4 \times 0.001} = 0.61878$$

降维观测器的特征方程可以写出：

$$\begin{aligned}\alpha(z) &= \det[zI - F_{22} + LF_{12}] = 0 \\ \alpha(z) &= 0.61878 - 0.8752z + 0.0094Lz = 0 \\ L &= 27.2787\end{aligned}$$

由此，可以得到：

$$\begin{cases} \hat{x}_2(k+1) = (F_{22} - LF_{12})\hat{x}_2(k) + (G_2 - LG_1)u(k) + (F_{21} - LF_{11})y(k) + Ly(k+1) \\ u(k) = -K_1y(k) - K_2\hat{x}_2(k) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{x}_2(k+1) = 0.61878\hat{x}_2(k) + 2.6012u(k) - 27.2787y(k) + 27.2787y(k+1) \\ u(k) = -0.6603y(k) - 0.0325\hat{x}_2(k) \end{cases}$$

进一步计算：

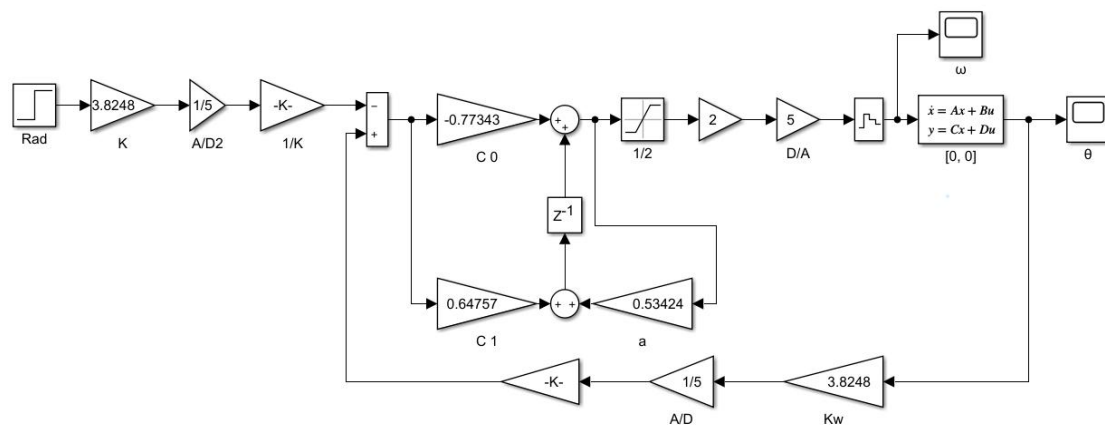
$$\begin{aligned}z \cdot \hat{X}_2(z) &= 0.5342\hat{X}_2(z) + 27.2787(z \cdot Y(z)) - 28.9963Y(z) \\ \hat{X}_2(z) &= \frac{27.2787z - 28.9963}{z - 0.5342} \cdot Y(z) \\ U(z) &= -0.6603Y(z) - \frac{0.8866z - 0.9424}{z - 0.5342} \cdot Y(z) \\ D(z) &= \frac{U(z)}{Y(z)} = -0.6603 - \frac{0.8866z - 0.9424}{z - 0.5342} \\ D(z) &= \frac{-1.5469z + 1.2951}{z - 0.5342} = \frac{-1.5469 + 1.2951z^{-1}}{1 - 0.5342z^{-1}}\end{aligned}$$

至此，已经设计得到零极型结构，需选择比例因子，进行比例因子配置：

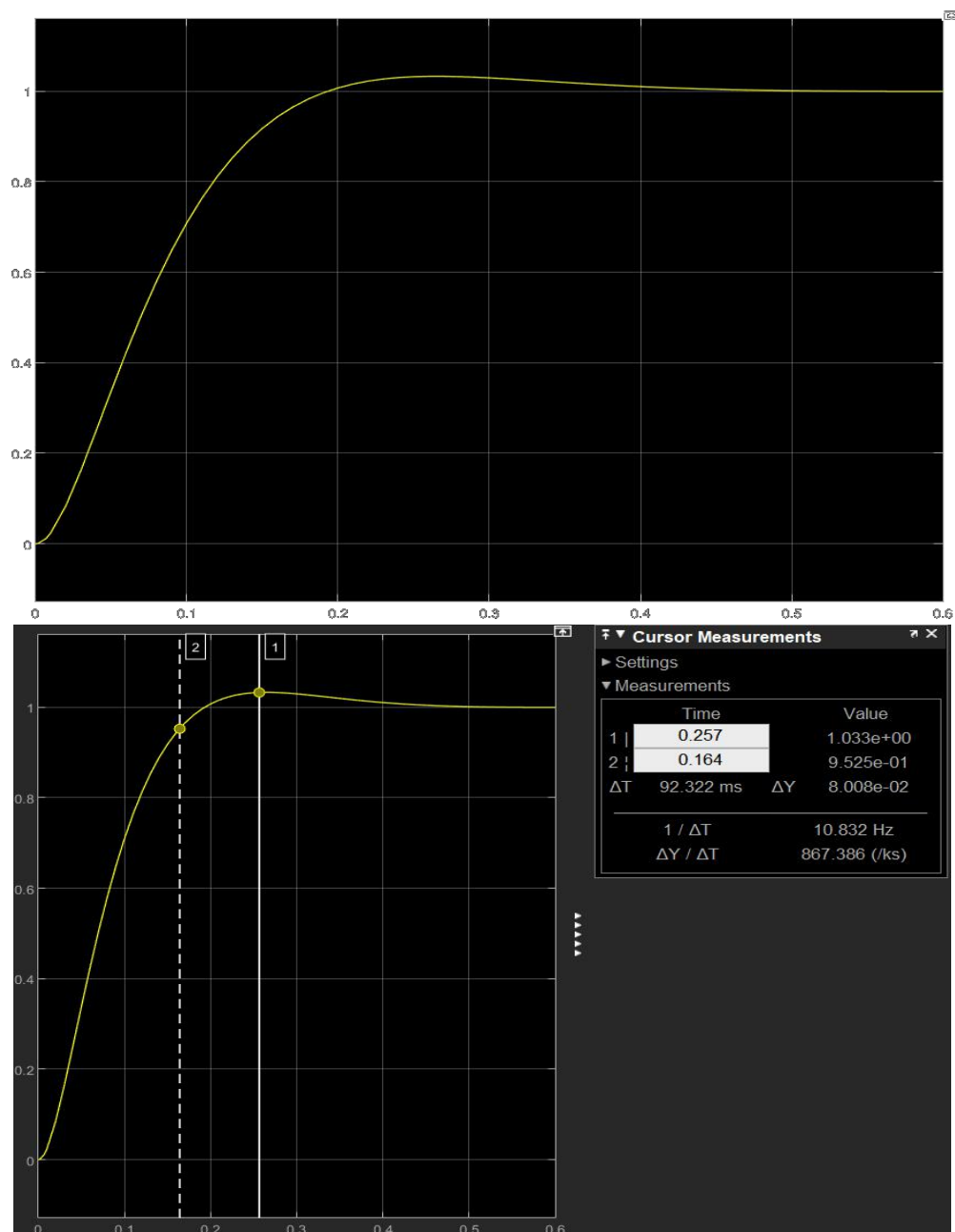
$$\begin{aligned}D(z)\Big|_{\substack{z \rightarrow 1 \\ t \rightarrow \infty}} &= -0.5405 \\ D(z)\Big|_{\substack{z \rightarrow -1 \\ t \rightarrow \infty}} &= -1.8524\end{aligned}$$

故选择比例因子为  $2^1=2$ 。配置完成后系统框图如下：



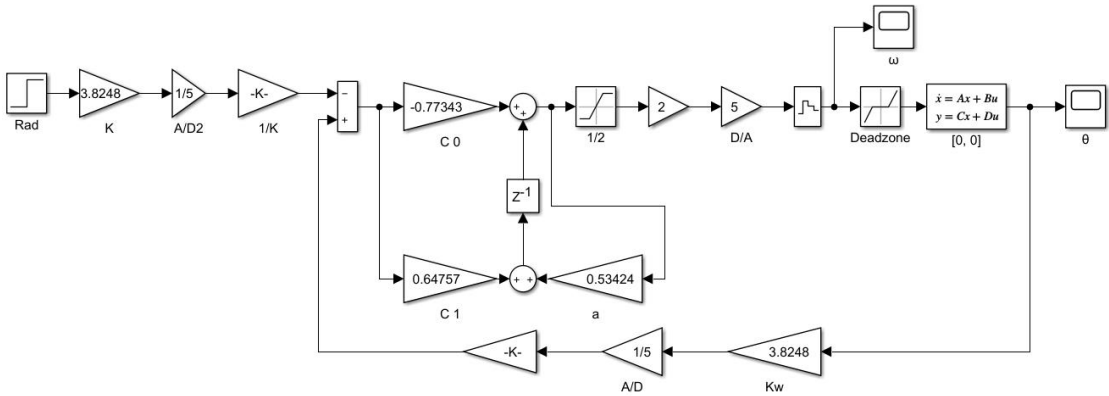


将状态方程初始状态设为 $[0, 0]$ ，对系统的单位阶跃响应进行仿真，对位置 $\theta$ 得到以下结果：

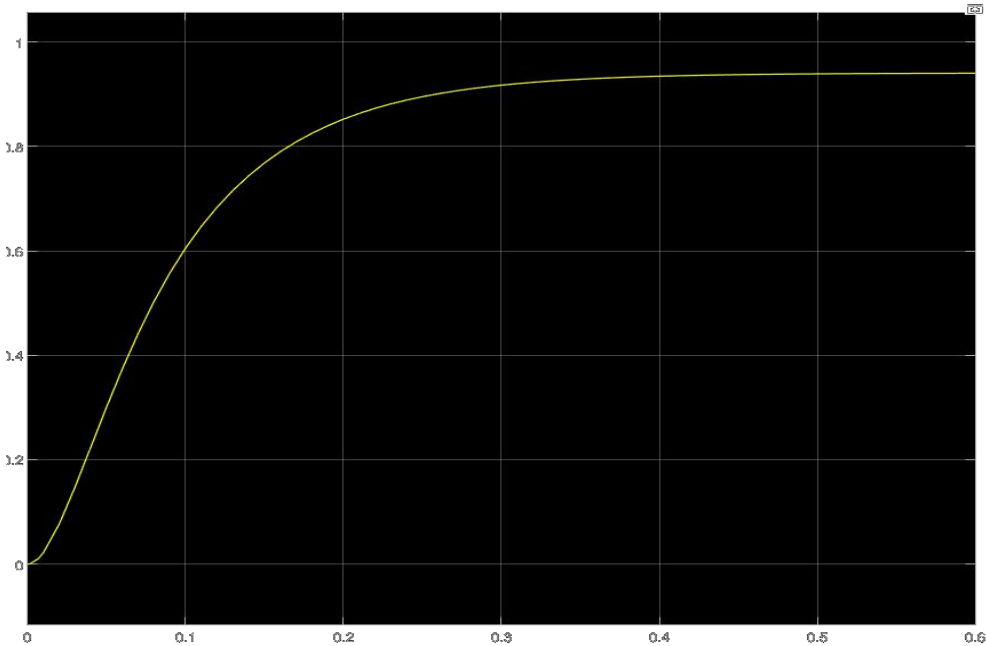


系统阶跃响应超调量 $\sigma\% \approx 3.3\%$ ；系统 5%调节时间为 0.165s；系统 3%调节时间为 0.3s，符合设计要求。

进一步完善仿真，将非线性死区环节引入系统模型：



重新对系统进行仿真，引入死区后的系统单位阶跃响应为：



可以发现，对于引入死区之后的系统模型，控制器无法爬升到指令信号。经过调解控制器增益后，可以使得小功率随动系统对于某个输入信号，如阶跃信号，克服死区影响。但是当改变输入信号后，系统相应将再次出现净差。

## 八、课后思考题

### 8.1 理论建模和实验建模的差异。

在理论建模中，可以从基础的数学模型与物理模型入手，列出基本的物理公式，进行方程的联立求解，从而进行对于系统的建模。应用这些方程可以得到常微分方程组或偏微分方程组，如果所有的方程都可以显式求解，那么最终可以求得一个具有特定结构和明确参数的理论模型。但在许多情况下，得到的模型或者太复杂，或者结构过于繁杂，以至于需要进行简化才能适用于后续的应用。而且对于某一种指定的系统模型，可以有多种建模的角度和切入点，用很多种不同的参数组合表示系统的模型。

但在实际实验建模中，对于系统的某些参数，可能是很难测量到的，就需要根据能够获取的模型参数，来验证建模的合理性。需要以参数的获取或实验模型的最终应用为基础，设计系统模型。

### 8.2 如何对控制系统进行设计，设计流程是什么？

首先，需要确定控制对象，确定控制系统的整体任务所在。其次，应当根据实验测量所得参数/系统部件标注参数进行系统理论模型的建立，建立数字式反馈和模拟式反馈伺服系统的数学模型。之后，明确控制系统所使用的控制系统设计方法，确定达成相应指标需要的具体控制参数，进行控制器的建模、设计与仿真、调试。

## 九、参考资料

1. 自动控制原理，程鹏主编，高等教育出版社，2010。
2. 自动控制原理，胡寿松主编，科学出版社，2007。
3. Modern Control Engineering (Fifth Edition), Katsuhiko Ogata, Prentice Hall, 2011.
4. Modern Control Systems (Ninth Edition), Richard C. Dorf 等，Pearson Education, 2004.