

# 第6章 储能元件

## 本章重点

### 掌握两种储能元件

- 电容元件
- 电感元件

内容:

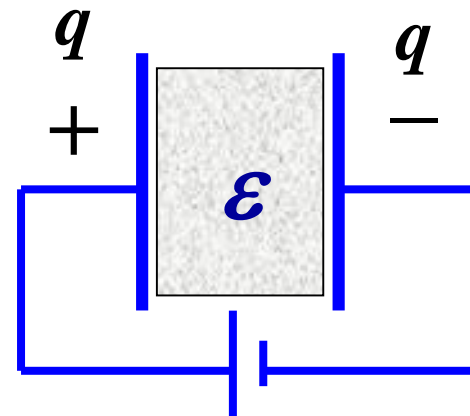
- 元件定义
- 元件电路符号
- 元件VCR约束方程
- 功率和能量
- 元件的串联与并联

# 6.1 电容元件

## 电容器

→ 在外电源作用下，

两极板上分别带上等量异号电荷，撤去电源，板上电荷仍可长久地集聚下去，是一种储存电能的部件。

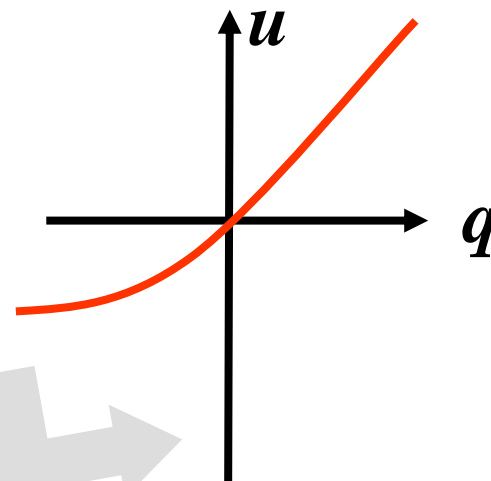


## 1. 定义

### 电容元件 (capacitor)



储存电能的元件。其特性可用  $u$ - $q$  平面上的一条曲线来描述



$$q = f(u)$$

库伏特性

# 6.1 电容元件

## 2. 线性定常电容元件

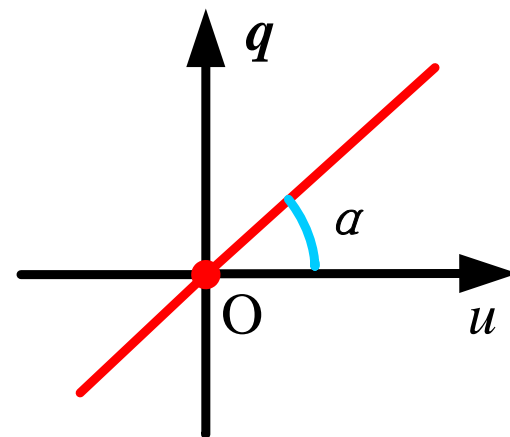
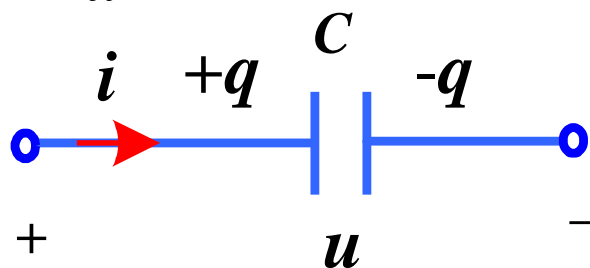
### 定义

任何时刻，电容元件极板上的电荷 $q$ 与电压 $u$ 成正比。

$q$ - $u$  特性是过原点的直线

$$q = Cu \quad \text{or} \quad C = \frac{q}{u} \propto \tan \alpha$$

### 电路符号



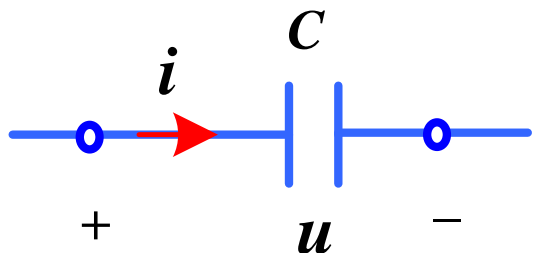
### 单位

$C$  称为电容器的电容, 单位: F (法) (Farad, 法拉), 常用 $\mu\text{F}$ ,  $\text{pF}$ 等表示。

# 6.1 电容元件

## 线性电容的电压、电流关系

$u$ 、 $i$  取关联参考方向



$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C \frac{du(t)}{dt}$$

## 电容元件VCR的微分关系

### 表明

- (1)  $i$  的大小取决于  $u$  的变化率, 与  $u$  的大小无关, 电容是动态元件;
- (2) 当  $u$  为常数(直流)时  $i = 0$ 。电容相当于开路, 电容有隔断直流作用;

## 6.1 电容元件

### 电容元件VCR的积分关系

$$\begin{aligned}u(t) &= \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i d\xi \\&= \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t_0} i d\xi + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i d\xi \\&= u(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i d\xi\end{aligned}$$

**表明**

电容元件有记忆电流的作用，故称电容为记忆元件。

## 6.1 电容元件

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt} \qquad u(t) = u(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i d\xi$$

### 注意

- (1) 上式中 $u(t_0)$ 称为电容电压的初始值，它反映电容初始时刻的储能状况，也称为初始状态。
- (2) 实际电路中通过电容的电流  $i$  为有限值，则电容电压 $u$ 必定是时间的连续函数。
- (3) 当  $u$ ， $i$  为非关联方向时，上述微分和积分表达式前要冠以负号。

$$i(t) = -C \frac{du(t)}{dt} \qquad u(t) = -u(t_0) - \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i d\xi$$

## 6.1 电容元件

### 电容的功率和储能

#### 功 率

$$p = ui = u \cdot C \frac{du}{dt}$$

$u$ 、 $i$  取关联参考方向

(1) 当电容充电,  $u > 0$ ,  $du/dt > 0$ , 则  $i > 0$ ,  $q \uparrow$ ,  $p > 0$ , 电容吸收功率。

(2) 当电容放电,  $u > 0$ ,  $du/dt < 0$ , 则  $i < 0$ ,  $q \downarrow$ ,  $p < 0$ , 电容发出功率。

#### 表 明

电容能在一段时间内吸收外部供给的能量转化为电场能量储存起来, 在另一段时间内又把能量释放回电路, 因此电容元件是无源元件、是储能元件, 它本身不消耗能量。

## 6.1 电容元件

### 电容的储能

从 $-\infty$ 到 $t$  电容储能的变化量:

$$W_C = \int_{-\infty}^t u(\xi) i(\xi) d\xi$$

$$= \int_{-\infty}^t Cu \frac{du}{d\xi} d\xi$$

$$= \frac{1}{2} Cu^2(t) - \frac{1}{2} Cu^2(-\infty)$$



若 $u(-\infty) = 0$

$$W_C = \frac{1}{2} Cu^2(t) \geq 0$$

从 $t_0$ 到 $t$  电容储能的变化量:

$$W_C = \frac{1}{2} Cu^2(t) - \frac{1}{2} Cu^2(t_0)$$

### 表明

- (1) 电容的储能只与当时的电压值有关, 电容电压不能跃变, 反映了储能不能跃变;
- (2) 电容储存的能量一定大于或等于零。



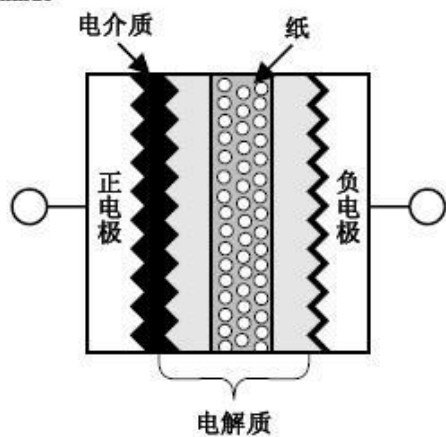
# 6.1 电容元件

## 3. 几种常见的电容器

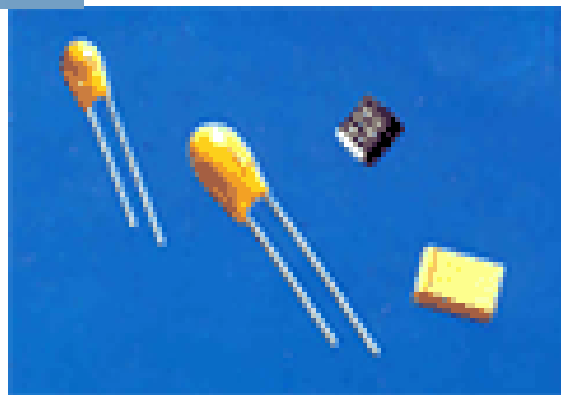


电解电容器

www.OCEB.net



www.OCEB.net



普通电容器



电力电容器

【例】 求电流*i*、*C*的功率*P* (*t*)和储能*W* (*t*)

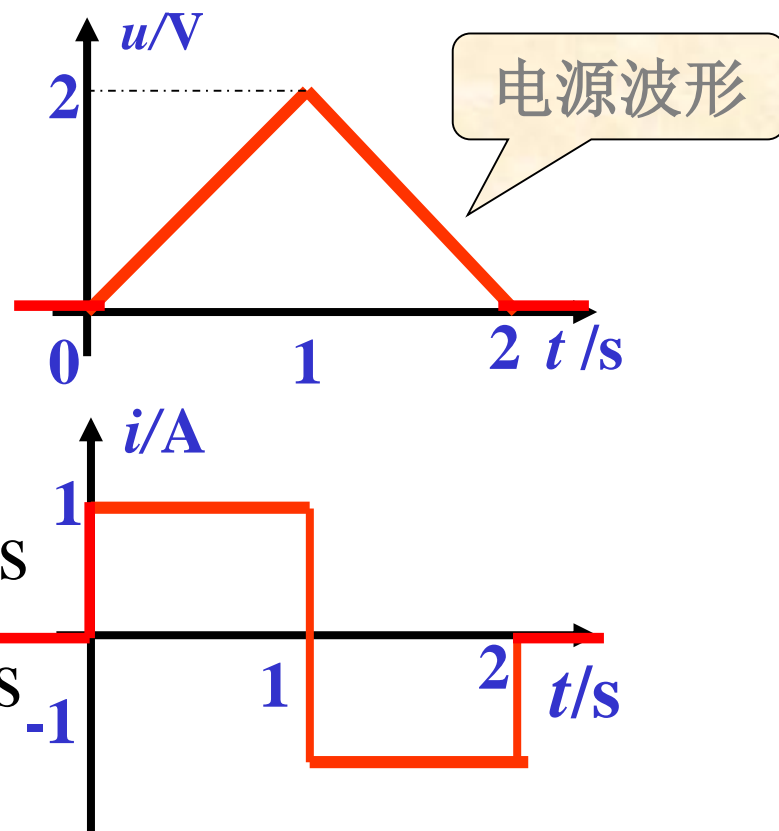
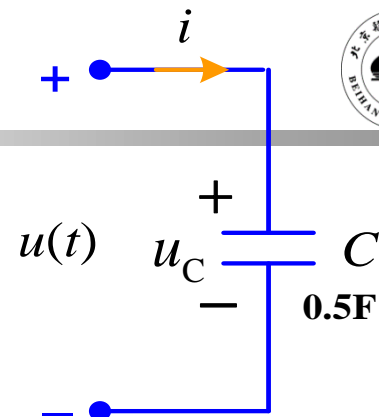
解

*u* (*t*)的函数表示式为:

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ 2t & 0 \leq t \leq 1\text{s} \\ -2t + 4 & 1 \leq t \leq 2\text{s} \\ 0 & t \geq 2\text{s} \end{cases}$$

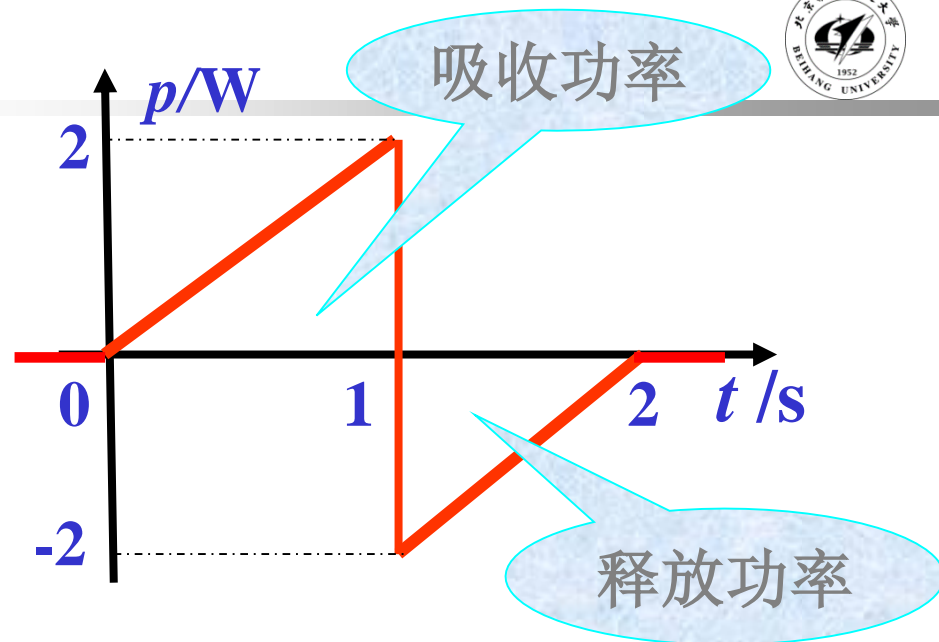
解得电流

$$i(t) = C \frac{du}{dt} = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & 0 < t < 1\text{s} \\ -1 & 1 < t < 2\text{s} \\ 0 & t > 2\text{s} \end{cases}$$



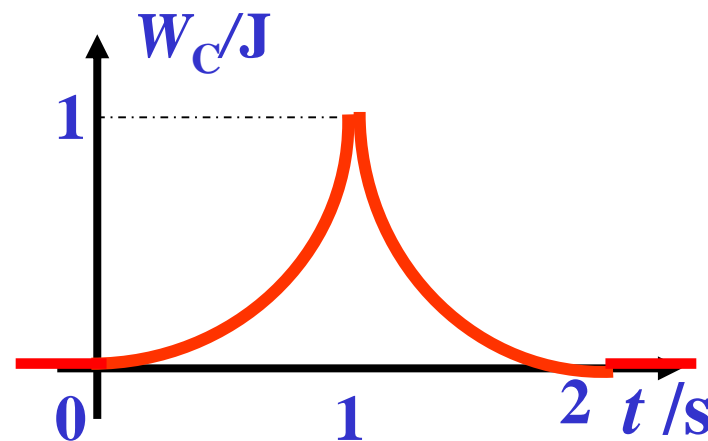
$$p(t) = u(t)i(t) =$$

$$= \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 2t & 0 < t < 1\text{s} \\ 2t - 4 & 1 < t < 2\text{s} \\ 0 & t > 2\text{s} \end{cases}$$



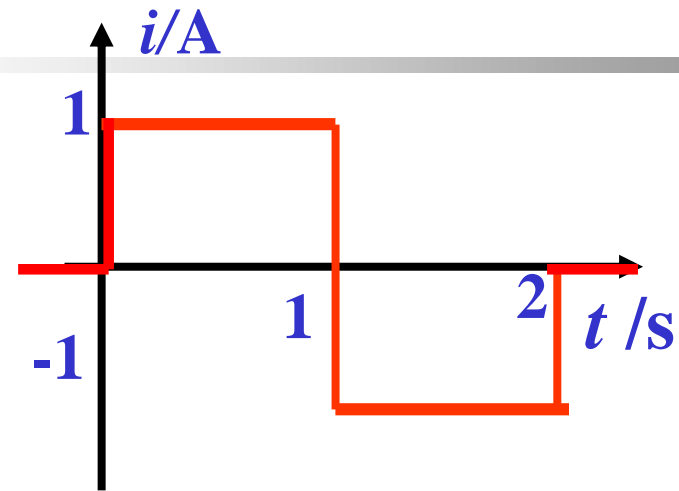
$$W_C(t) = \frac{1}{2} C u^2(t)$$

$$= \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ t^2 & 0 \leq t \leq 1\text{s} \\ (t - 2)^2 & 1 \leq t \leq 2\text{s} \\ 0 & t \geq 2\text{s} \end{cases}$$



若已知电流求电容电压，有

$$i(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & 0 < t < 1\text{s} \\ -1 & 1 < t < 2\text{s} \\ 0 & t > 2\text{s} \end{cases}$$



$$\text{当 } 0 \leq t \leq 1\text{s} \quad u_C(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^0 0 d\xi + \frac{1}{C} \int_0^t 1 d\xi = 0 + 2t = 2t$$

$$\text{当 } 1 \leq t \leq 2\text{s} \quad u_C(t) = u(1) + \frac{1}{0.5} \int_1^t (-1) d\xi = 4 - 2t$$

$$\text{当 } 2 \leq t \quad u_C(t) = u(2) + \frac{1}{0.5} \int_2^t 0 d\xi = 0$$

关于电容，下列说法正确的有：

A

电容不能用于直流电路中；

B

电容的电压越大，则其电流也越大；

C

电容的电压越大，其储能越大；

D

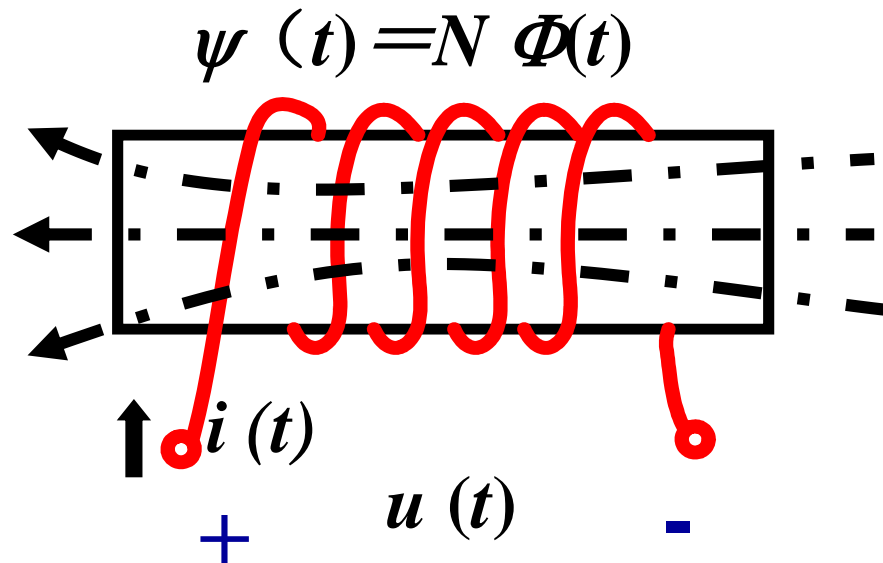
电容的电荷数量越大，则其电压越大。

## 6.2 电感元件

### 电感器



把金属导线绕在一骨架上构成一实际电感器，当电流通过线圈时，将产生磁通，是一种储存磁能的部件



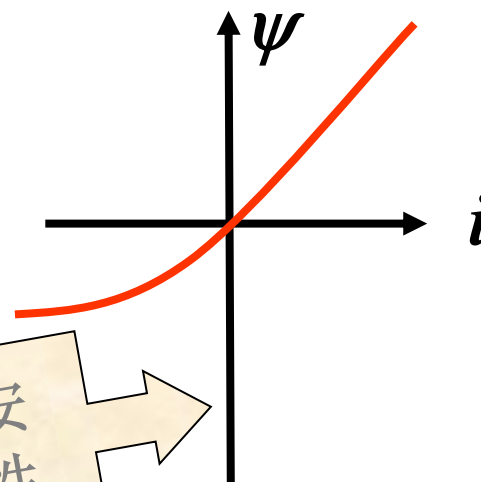
### 1. 定义

### 电感元件



储存磁能的元件。其特性可用  $\psi \sim i$  平面上的一条曲线来描述

$$\psi = f(i)$$



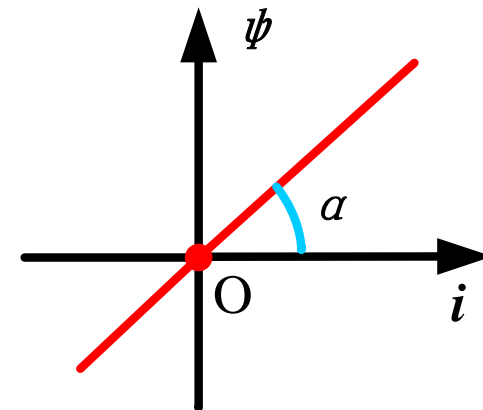
## 6.2 电感元件

### 2. 线性定常电感元件

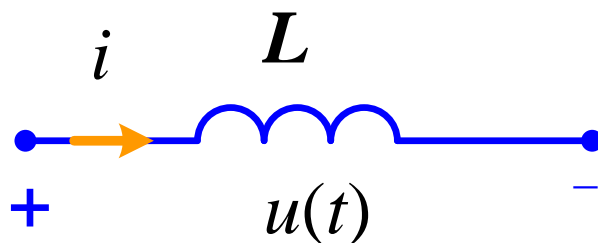
#### 定 义

任何时刻，通过电感元件的电流*i*与其磁链 $\psi$ 成正比。 $\psi \sim i$ 特性是过原点的直线

$$\psi(t) = Li(t) \quad or \quad L = \frac{\psi}{i} \propto \tan \alpha$$



#### 电路符号

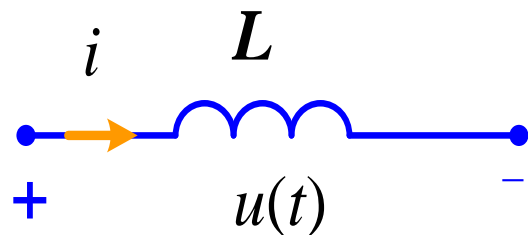


#### 单 位

$L$  称为电感器的自感系数,  $L$  的单位: H (亨) (Henry, 亨利), 常用  $\mu\text{H}$ ,  $\text{mH}$  表示。

# 线性电感的电压、电流关系

$u$ 、 $i$  取关联参考方向



电感元件VCR的微分关系

$$u(t) = \frac{d\psi}{dt} = L \frac{di(t)}{dt}$$

## 表明

- (1) 电感电压 $u$ 的大小取决于 $i$ 的变化率, 与 $i$ 的大小无关, 电感是动态元件;
- (2) 当 $i$ 为常数(直流)时,  $u = 0$ 。电感相当于短路;
- (3) 实际电路中电感的电压 $u$ 为有限值, 则电感电流 $i$ 不能跃变, 必定是时间的连续函数。



## 电感元件VCR的积分关系

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u d\xi = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t_0} u d\xi + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u d\xi \\ &= i(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u d\xi \end{aligned}$$

### 表 明

电感元件有记忆电压的作用，故称电感为记忆元件

**注意** (1) 当  $u$ ,  $i$  为非关联方向时，上述微分和积分表达式前要冠以负号；

(2) 上式中  $i(t_0)$  称为电感电流的初始值，它反映电感初始时刻的储能状况，也称为初始状态。

# 电感的功率和储能

$u$ 、 $i$  取关联参考方向

功 率

$$p = ui = L \frac{di}{dt} \cdot i$$

(1) 当电流增大,  $i > 0$ ,  $d i / d t > 0$ , 则  $u > 0$ ,  $\psi \uparrow$ ,  $p > 0$ , 电感吸收功率。

(2) 当电流减小,  $i > 0$ ,  $d i / d t < 0$ , 则  $u < 0$ ,  $\psi \downarrow$ ,  $p < 0$ , 电感发出功率。

表 明

电感能在一段时间内吸收外部供给的能量转化为磁场能量储存起来, 在另一段时间内又把能量释放回电路, 因此电感元件是无源元件、是储能元件, 它本身不消耗能量。

# 电感的储能

从 $-\infty$ 到 $t$  电感储能的变化量:

$$\begin{aligned} W_L(t) &= \int_{-\infty}^t p \, d\xi \\ &= \int_{-\infty}^t Li \frac{di}{d\xi} d\xi \\ &= \frac{1}{2} Li^2(t) - \frac{1}{2} Li^2(-\infty) \end{aligned}$$

若 $i(-\infty) = 0$

$\longrightarrow W_L(t) = \frac{1}{2} Li^2(t) \geq 0$

从 $t_0$ 到 $t$  电感储能的变化量:

$$W_L(t) = \frac{1}{2} Li^2(t) - \frac{1}{2} Li^2(t_0)$$

## 表明

- (1) 电感的储能只与当时的电流值有关，电感电流不能跃变，反映了储能不能跃变；
- (2) 电感储存的能量一定大于或等于零。

## 6.2 电感元件

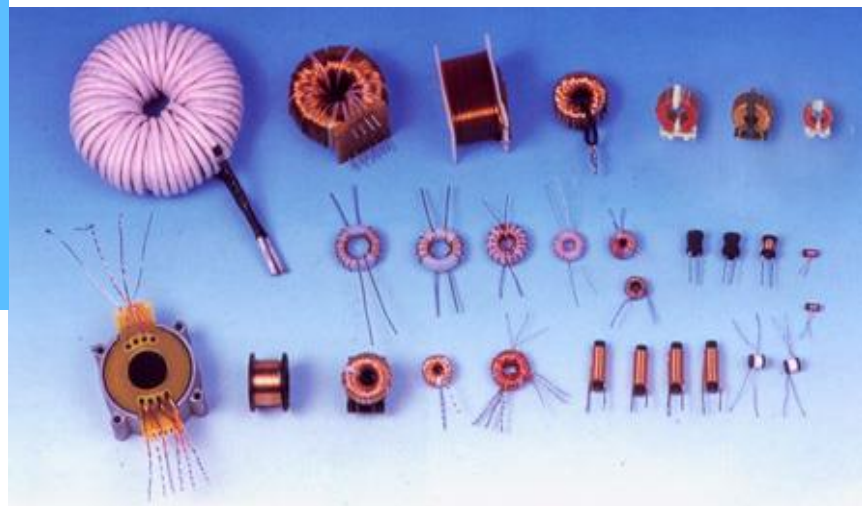
### 3. 几种常见的电感元件



陶瓷电感



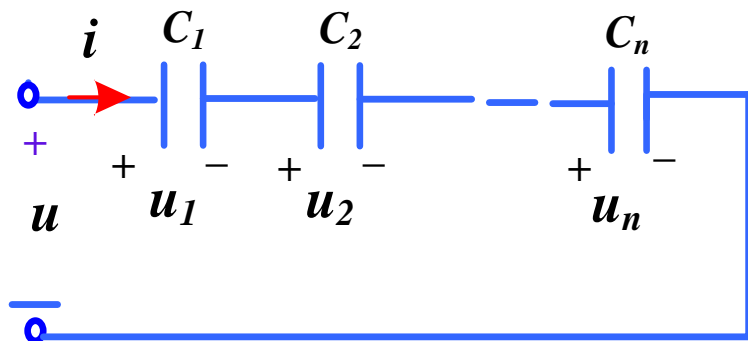
铁氧体电感



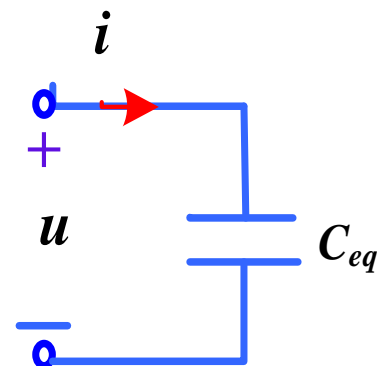
带有磁心的电感

## 6.3 电容、电感元件的串联与并联

### 1. 电容的串联



等效



$$u(t) = u(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i d\xi$$

$$u(t) = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

$$u(t) = [u_1(t_0) + u_2(t_0) + \dots + u_n(t_0)] + \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right) \int_{t_0}^t i d\xi$$

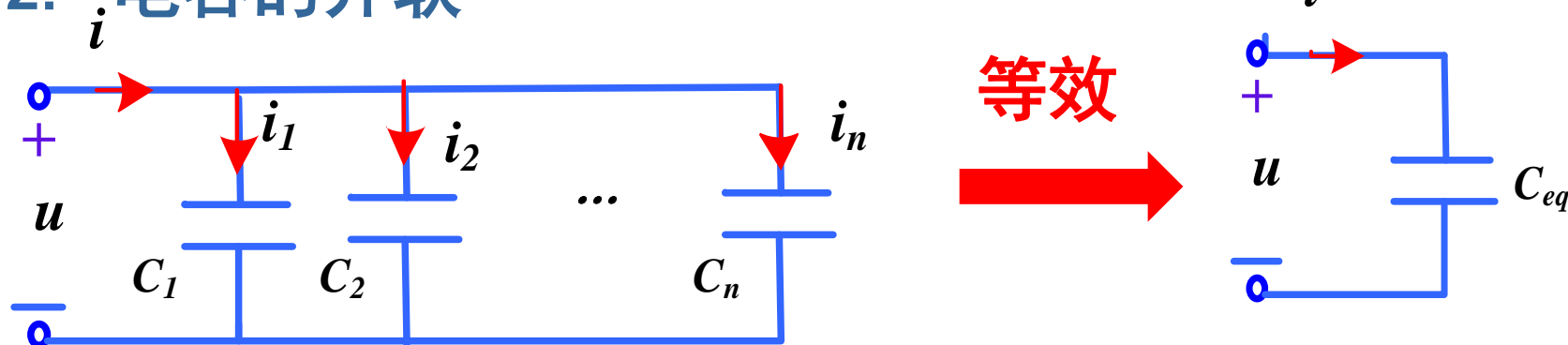
$$u(t_0) \qquad \qquad \qquad \frac{1}{C_{eq}}$$

$$u(t) = u(t_0) + \frac{1}{C_{eq}} \int_{t_0}^t i d\xi$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

## 6.3 电容、电感元件的串联与并联

### 2. 电容的并联



$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$$

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) + \dots + i_n(t)$$

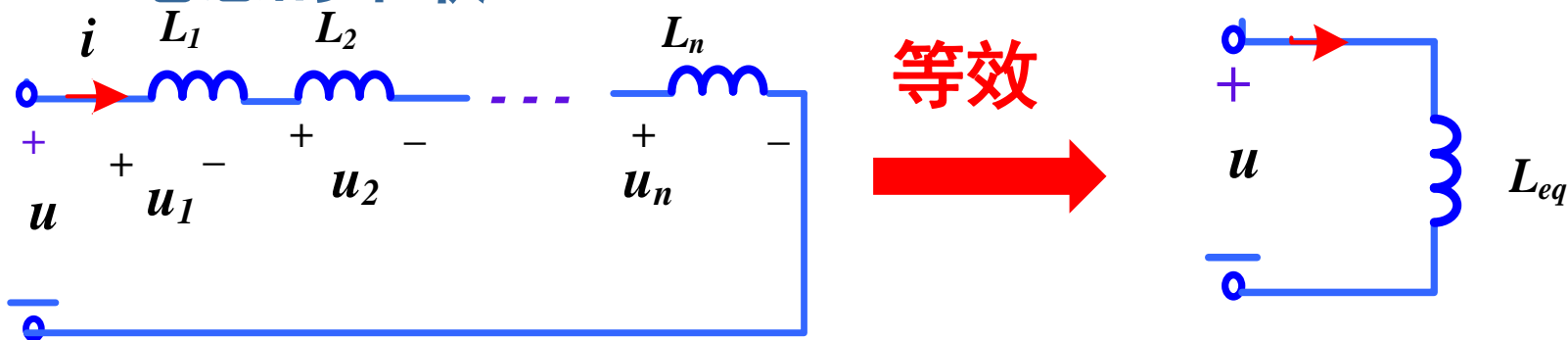
$$i(t) = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) \frac{du}{dt}$$

$$i(t) = C_{eq} \frac{du(t)}{dt}$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

## 6.3 电容、电感元件的串联与并联

### 3. 电感的串联



$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad u(t) = u_1(t) + u_2(t) + \dots + u_n(t)$$

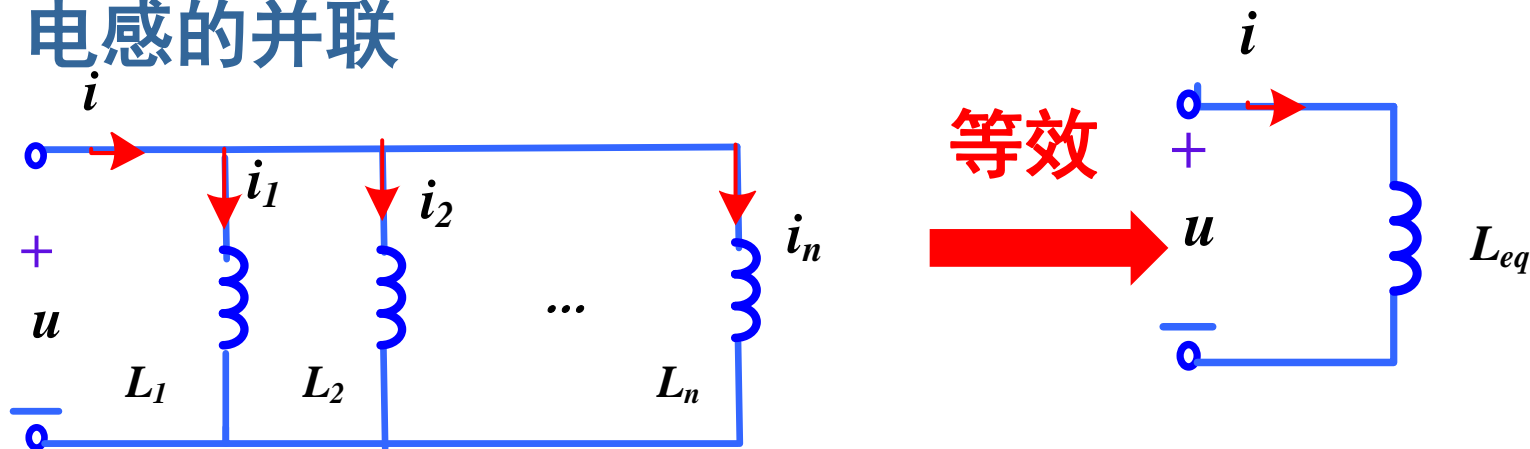
$$u(t) = \underbrace{(L_1 + L_2 + \dots + L_n)}_{L_{eq}} \frac{di(t)}{dt}$$

$$u(t) = L_{eq} \frac{di(t)}{dt}$$

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$

## 6.3 电容、电感元件的串联与并联

### 4. 电感的并联



$$i(t) = i(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u d\xi \qquad i(t) = i_1(t) + i_2(t) + \dots + i_n(t)$$

$$i(t) = \underbrace{[i_1(t_0) + i_2(t_0) + \dots + i_n(t_0)]}_{i(t_0)} + \underbrace{\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n}\right)}_{\frac{1}{L_{eq}}} \int_{t_0}^t u d\xi$$

$$i(t) = i(t_0) + \frac{1}{L_{eq}} \int_{t_0}^t u d\xi$$

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n}$$



对于电感元件，下列说法正确的有：

A

电流越大，则其电压也越大；

B

电流越大，其储能越大；

C

电压与电流关系不是线性比例关系，所以电感元件不是线性元件；

D

电感串联后，储能能力变强。

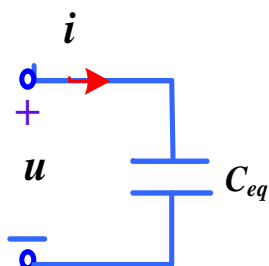
# 第6章 储能元件小结

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$$

$$u(t) = u(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i d\xi$$

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

$$i(t) = i(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u d\xi$$

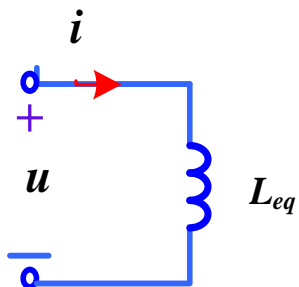


**等效**

电容的串联  
电容的并联

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$



**等效**

电感的串联  
电感的并联

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n}$$

# 作业



- 6-2
- 6-7
- 6-9(1)
- 6-10(1)