

2004 年理论力学期末考试试题

(试题单共 5 页)

一、选择填空题 (每题 2 分, 共 10 分) (将正确答案的字母写在空格上, 注: 单选题)

1、若增加质点系的动量, 则该质点的动能_____。

- A: 一定增加 B: 一定不增加 C: 一定守恒 D: 多种可能, 不能确定

2、质量为 m 的均质圆盘在质量为 m 的均质板 AB 上纯滚动, 板放在水平面上。若在板上作用一水平常力 F (如图 1 所示), 系统由静止开始运动。当系统具有动能时, 则_____。

- A: 圆盘中心 C 点相对地面加速度的方向向右 B: 圆盘的角速度转向为顺时针
C: 圆盘与板的接触点具有相同的加速度 D: A、B、C 均不正确

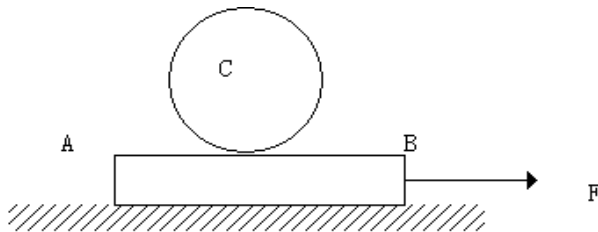


图1

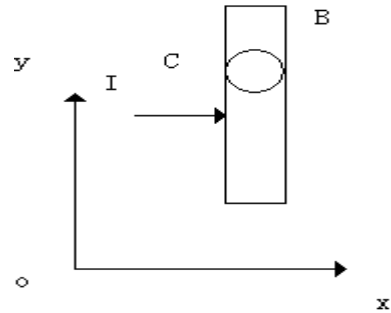


图2

3、如图 2 所示非均质细杆 AB 静止地放在光滑水平面上 (oxy 平面内, 杆 AB 平行于 y 轴), 杆的质心位于 C 点, 且 $AC > BC$ 。若垂直于 AB 杆作用一水平冲量 I (平行于 x 轴), 则该冲量作用于杆上的_____时, 当冲击结束后, 杆对 O 点的动量矩矢量的模最大。

- A: A 点 B: B 点 C: C 点 D: D 点

4、两个相同的均质杆 AC、BC (各质量均为 m 长为 L) 由铰链 C 连接在图示平面内运动, 已知图示瞬时铰链 C 的速度大小为 u , 杆的角速度的大小为 ω , 方向如图 3A-D 所示, 则该瞬时图 3 _____ 所示情况, 系统得动能最大。

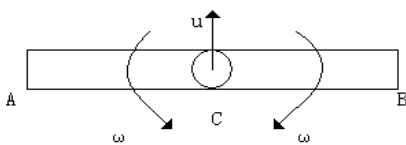


图3A

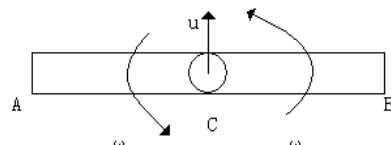


图3B

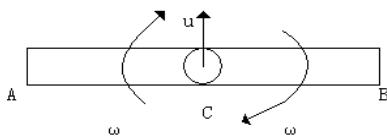


图3C

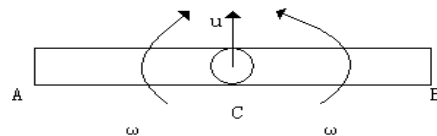


图3D

5、均匀圆盘 B 在与水平面倾角为 ϕ 的固定斜面 A 上滚动，其上作用有一常力偶矩 M ，如图 4 所示，则斜面作用在圆盘 B 上的摩擦力的方向_____

- A: 与圆盘质心的加速度方向相同
 B: 与圆盘质心的加速度方向相反
 C: 不能确定（条件不足）

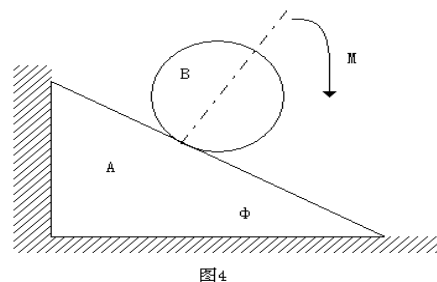


图4

二、填空题（每空 5 分，共 55 分）

（将最简洁结果填写在空格上）

1、半径为 R 的均匀圆盘，在铅垂面内绕 O 轴转动（如图 5 所示），不计摩擦。根据题目给出的坐标，建立圆盘的运动微分方程。

运动微分方程为_____

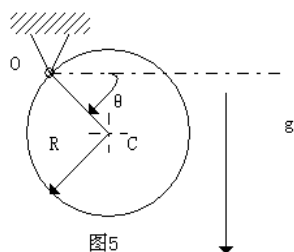


图5

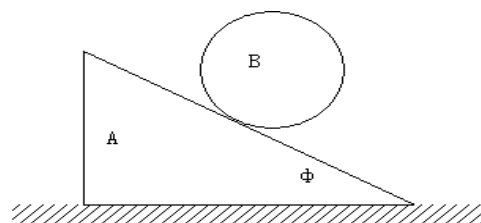


图6

2、若斜块 A 在地面上移动，半径为 R 的圆盘 B 在倾角为 ϕ 的斜块 A 上纯滚动，如图 6 所示。

已知在图示瞬时斜块 A 速度大小为 u （方向向右）加速度的大小为 a （方向向右），圆盘 B 的角速度为 ω （顺时针）、角加速度为 ε （顺时针），求该瞬时：

- （一）圆盘中心 C 速度的大小 $v_c =$ _____；
 （二）圆盘中心 C 加速度大小 $a_c =$ _____；
 （三）圆盘与斜面接触点 P 的加速度的大小 $a_p =$ _____。

3、图 7 所示单自由度质量—弹簧系统，若物块的质量为 m ，每个弹簧的刚度系数为 k ，则系统振动的固有频率 $\omega_0 =$ _____，

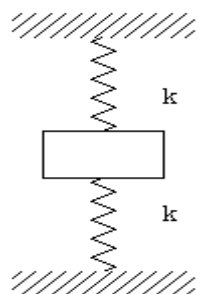


图7

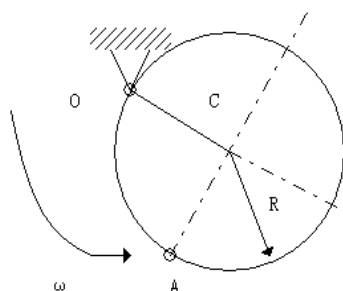


图8

4、半径为 R 质量为 m 的均质圆盘，绕 O 轴作定轴转动，边缘上固连一质量为 m 的质点 A ，已知图示瞬时，圆盘的角加速度为零，角速度为 ω （方向如图 8 所示，两条虚线互相垂直， C 为圆盘中心）。将系统的惯性力系向圆盘中心 C 简化，其主矢和主矩的大小分别为：主矢的大小为 $F_I = \underline{\hspace{2cm}}$ ，主矩的大小为 $M_{IC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5、质量为 m 半径为 r 的均质圆盘沿半径为 $R = 3r$ 的固定圆柱面外侧纯滚动，圆盘的角速度为 ω （方向如图 9 所示），则圆盘对圆柱中心轴 O 的动量矩的大小 $L_O = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

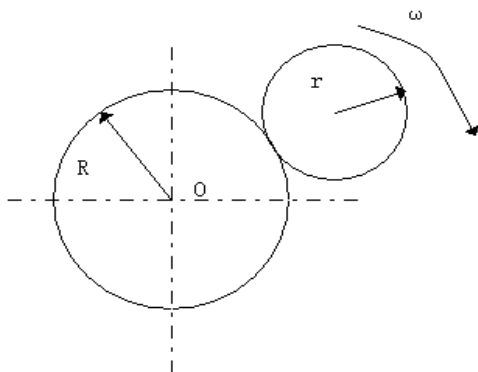


图9

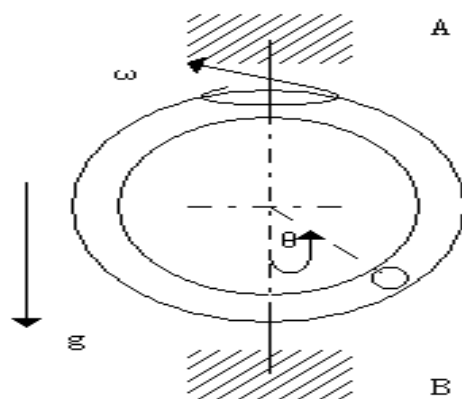


图10

6、质量为 m 的小球（视为质点）可沿半径为 R 的均质圆环运动，该圆环绕铅垂轴作定轴转动，对转轴的转动惯量为 mR^2 ，不计转轴的质量，忽略所有摩擦，如图 10 所示。

当 $\theta = 0$ 时，圆环的角速度为 ω_0 ，小球相对圆环的速度为 v_r ，求（1）小球运动到图示位置时，圆环的角速度 ω ；（2）若小球有足够大的初始速度，则小球运动到什么位置时（ $\theta = ?$ ），圆环的角速度为零？

答：（1） $\omega = \underline{\hspace{2cm}}$

（2）小球运动到 $\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 时，圆环的角速度为零。

7、棱长为 L 的正方体绕 O 点作定点运动，已知图示瞬时，正方体的角速度为 ω ，角加速度为 α （方向如图所示），求正方体上 A 点加速度的大小 a_A 。

$a_A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

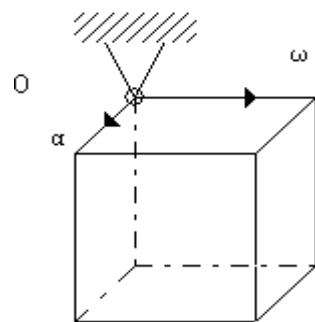


图11

图11

三、计算题（本题 20 分）

质量为 m_1 的板可在光滑的地面上直线移动，半径为 R 质量为 m_2 的均质圆盘在该板上纯滚动，圆盘中心通过光滑铰链用刚度系数为 k 的水平弹簧与固定墙连接，弹簧的原长为 L ，系统得广义坐标如图 12 所示。试给出系统的动能和势能的表达式（用广义坐标和广义速度表示）。若系统初始时，板的速度为 u （方向水平向右），圆盘的角速度为零，弹簧的变形量为 δ ，求系统拉格朗日方程的首次积分并确定积分常量。

- (1) 系统的动能；
- (2) 系统的势能；
- (3) 求系统拉格朗日方程的首次积分-广义动量积分（如果存在）；
- (4) 求系统拉格朗日方程的首次积分-广义能量积分（如果存在）。

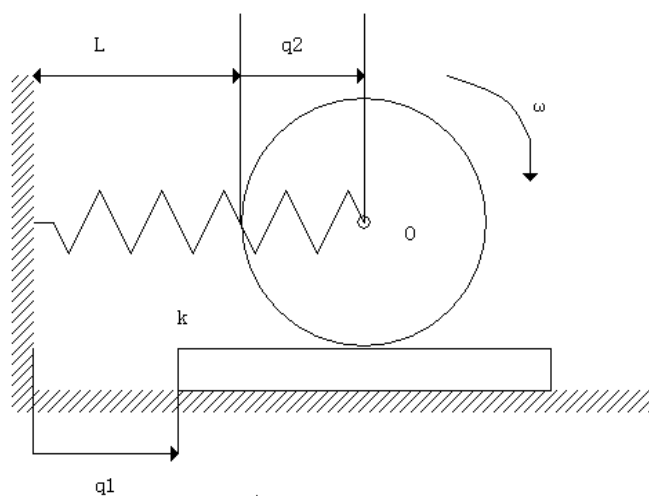


图12