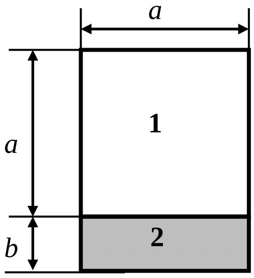
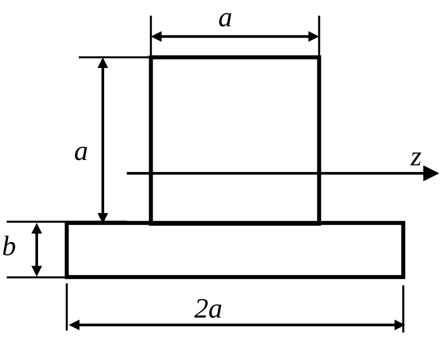
《材料力学A》期末试卷

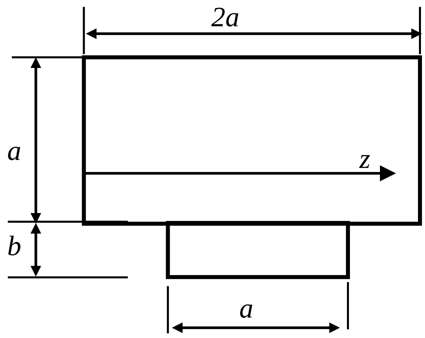
一、选择题……………………(每题 4 分)



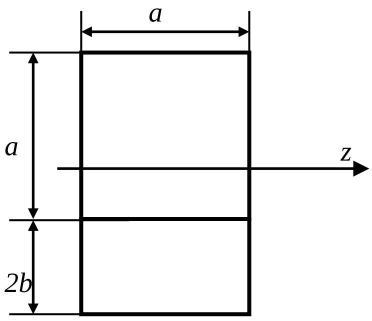
1．上图所示截面材料 1 和材料 2 的弹性模量分别是 E_1 和 E_2，且 $E_2 = 2E_1$，可通过等效截面确定中性轴位置与弯曲刚度，等效截面是____A______。



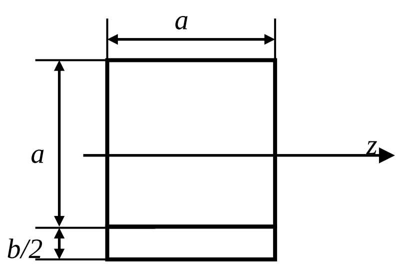
（A）



（B）



（C）



（D）

2．图示简支梁有（a）和（b）两种受力状态，虚线表示承载后挠曲线形状，我们有

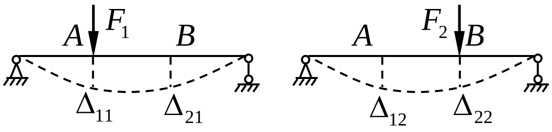
<u>B </u>。

A． $F_1\Delta_{21} = F_2\Delta_{12}$

B． $F_1\Delta_{12} = F_2\Delta_{21}$

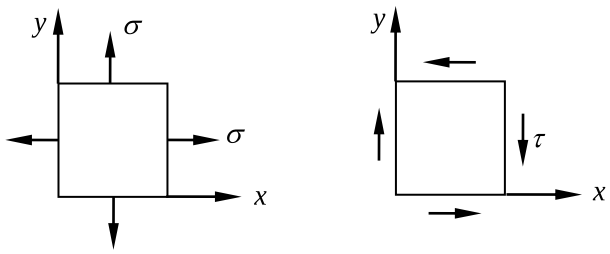
C． $F_1\Delta_{11} = F_2\Delta_{22}$

D． $F_1\Delta_{22} = F_2\Delta_{11}$



（*a*）　（*b*）

3．图（1）和（2）微体均为平面应力状态微体，设 ε_z 是垂直于 xy 平面方向的正应变，则<u> D </u>。



(1)　(2)

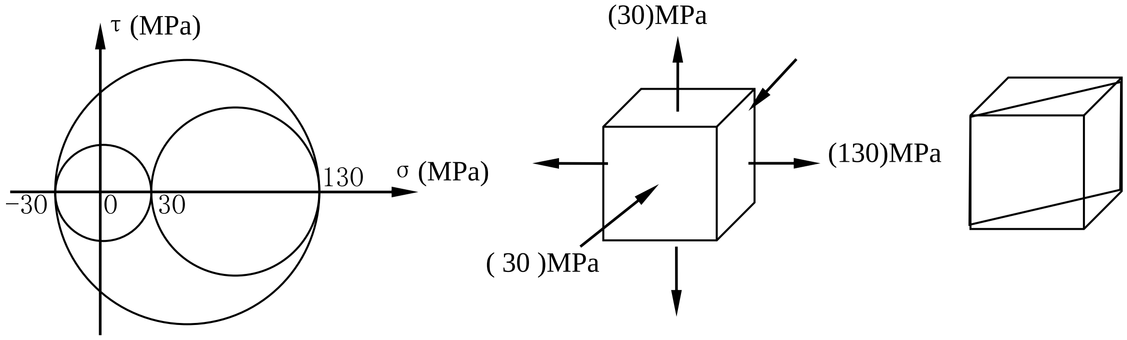
A．两微体 ε_z 均等于零；　B．两微体 ε_z 均小于零

C．两微体 ε_z 均大于零；　D．微体（1）ε_z 小于零，微体（2）ε_z 等于零

E．微体（1）ε_z 等于零，微体（2）ε_z 小于零

二、填空题

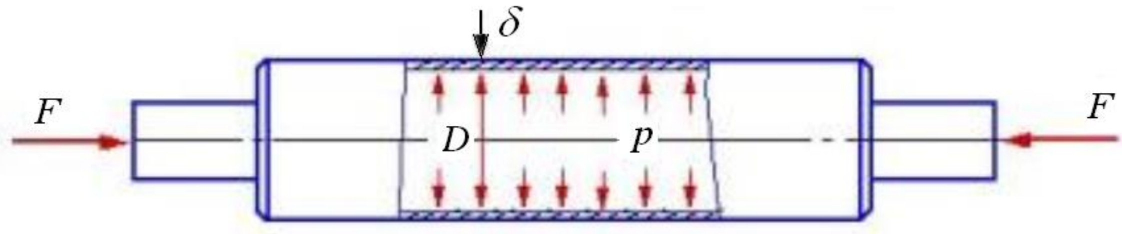
1．（8 分）试在三向应力圆对应的主平面微体上填写各主应力之值，并画出最大切应力的作用面



2.（6 分）某恒幅循环应力循环特征 r=1/7，平均应力 $\sigma_m = 40MPa$，则最大应力 $\sigma_{\max}$ =（ 70MPa ），最小应力 $\sigma_{\min}$ =（ 10MPa ），应力幅 σ_a =（ 30MPa ）。

三、计算题 ……………………………………………………………（ 75 分）

1.（15 分）图示铸铁构件，中段为一内径 $D = 200mm$、壁厚 $\delta = 10mm$ 的圆筒，圆筒内的压力 $p = 2MPa$，两端的轴向压力 $F = 300KN$，材料的泊松比 $\mu = 0.25$，许用拉应力 $[\sigma_t] = 30MPa$。试校核圆筒部分的强度。



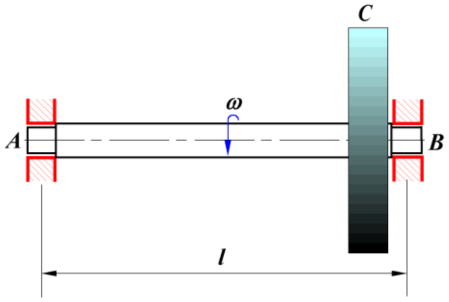
解：$\sigma_x = \sigma_p + \sigma_F = \dfrac{pD}{4\delta} - \dfrac{F}{A} = -37.75MPa$ （或 $-35.47MPa$）

$$\sigma_t = \frac{pD}{2\delta} = 20MPa$$

选用第二强度理论。

$$\sigma_{r2} = \sigma_t - \mu\sigma_x = 29.44MPa < [\sigma_t] \quad (\text{或 } 28.87)$$

2.（15 分）图示圆截面轴 AB，B 端装有飞轮 C，轴与飞轮以角速度 ω 等速旋转，旋转轴在 A 端突然被刹停，求轴内的最大扭转切应力。轴径为 d，飞轮转动惯量为 J。（轴的转动惯量与飞轮的变形均忽略不计）



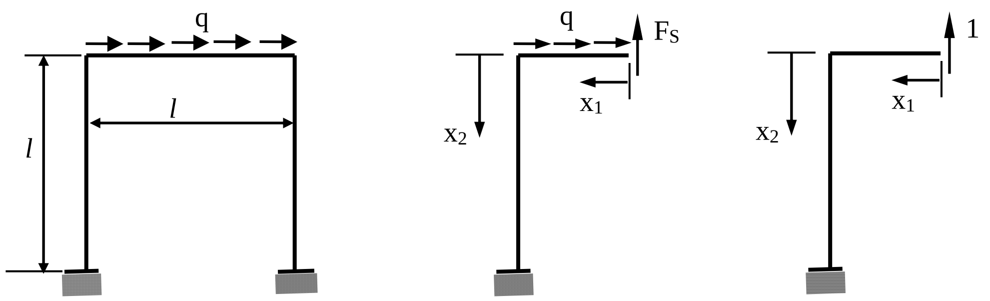
解：$\frac{1}{2}T_d\theta_d=\frac{1}{2}J\omega^2$ 改

$$\theta_d=\frac{T_d l}{GI_P} \qquad I_P=\frac{\pi d^4}{32}$$

解得：$T_d=\omega d^2\sqrt{\frac{G\pi J}{32l}}$

$$\tau_{\max}=\frac{T_d}{W_P}=\frac{4\omega}{d}\sqrt{\frac{GJ}{2\pi l}}$$

3.（15 分）试画图示刚架的弯矩图，设弯曲刚度 EI 为常数。



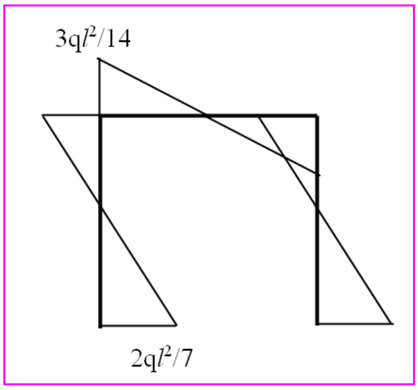
解：$M(x_1)=F_s x_1 \qquad M(x_2)=F_s\frac{l}{2}-\frac{ql}{2}x_2$

$$\bar{M}(x_1)=x_1 \qquad \bar{M}(x_2)=\frac{l}{2}$$

$$f_A=\frac{1}{EI}\left[\int_0^{l/2}M(x_1)\bar{M}(x_1)dx_1+\int_0^{l}M(x_2)\bar{M}(x_2)dx_2\right]=0$$

解得：$F_s=\frac{3}{7}ql$

弯矩图为

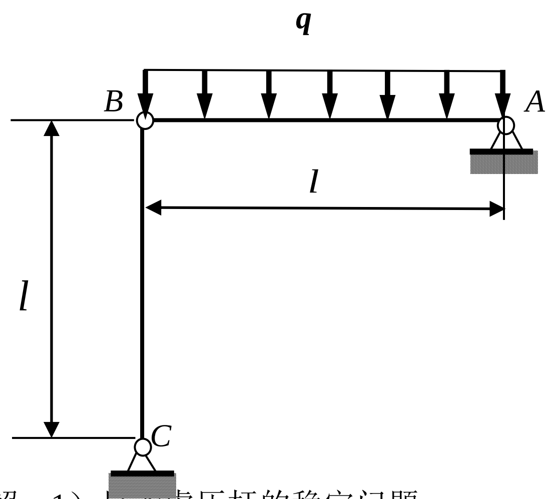


4、（15 分）图示结构，$l=1m$，梁 AB 许用应力$[\sigma]=160MPa$，梁 AB 截面为高宽比 $h/b=2$ 的矩形，压杆 BC 为直径 $d=20mm$ 的圆杆，$E=200GPa$，稳定安全系数 $n_{st}=3$，对中柔度杆 $\sigma_{cr}=a-b\lambda$，$a=304MPa$，$b=1.12MPa$，

$\lambda_0 = 61$，$\lambda_p = 100$，

（1）若梁的截面高度可变，试确定结构的许用均布载荷[q]；

（2）试在安全与经济的前提下设计梁的截面尺寸。



解：1）只考虑压杆的稳定问题。

$$\lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{1\times 1000}{20/4} = 200 > \lambda_P$$ 为大柔度压杆

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EA}{\lambda^2} = 15.5KN$$

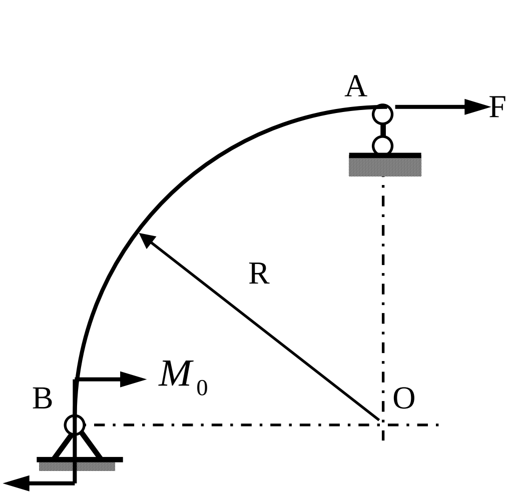
$$\frac{1}{2}[q]l = \frac{F_{cr}}{n_{st}}$$

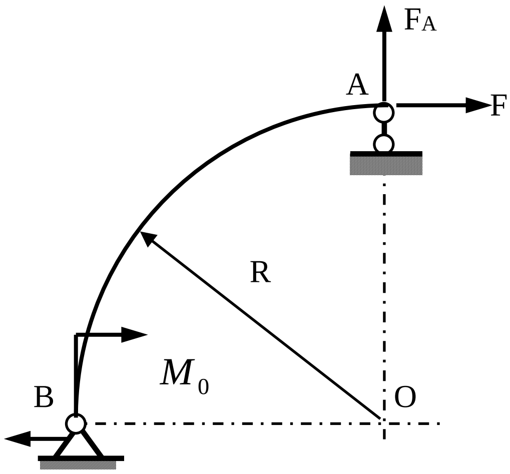
解得：$q = 10.33KN/m$

2）$\frac{M_{\max}}{W_z} = [\sigma]$　　$M_{\max} = \frac{1}{8}ql^2$　　$W_z = \frac{bh^2}{6}$

解得：$b = 23mm$
$h = 46mm$

5.（15 分）图示四分之一圆弧构件，其平均半径为 R，弯曲刚度 EI 为常数，略去拉压、剪切变形的影响，试用卡氏定理求 A 端的水平位移及转角。





解：1）求 A 端水平位移。

$$F_A = F + \frac{M_0}{R}$$

$$M(\theta) = FR(1-\cos\theta) - (F + \frac{M_0}{R})R\sin\theta$$

$$\frac{\partial M(\theta)}{\partial F} = R(1-\cos\theta) - R\sin\theta$$

$$\Delta_A = \frac{1}{EI}\int_0^{\pi/2} \frac{\partial M(\theta)}{\partial F} M(\theta) R d\theta = \frac{(\pi-2)M_0R^2 + 4(\pi-3)FR^3}{4EI}$$

2）求 A 截面转角。

$$F_A = F + \frac{M_0 + M_A}{R}$$

$$M(\theta) = FR(1-\cos\theta) + M_A - (F + \frac{M_0 + M_A}{R})R\sin\theta$$

$$\frac{\partial M(\theta)}{\partial M_A} = 1 - \sin\theta$$

$$\theta_A = \frac{1}{EI}\int_0^{\pi/2} \frac{\partial M(\theta)}{\partial M_A} M(\theta) R d\theta = \frac{(\pi-4)M_0R + (3\pi-10)FR^2}{4EI}$$