第一章期中考试复习指导

1. **要求用极限定义、柯西收敛定理、单调有界定理证明数列极限存在，会用夹逼定理求解极限。实数系 6 个定价定理能够准确叙述。**

2. **典型例题**

1) 用极限定义证明：$\lim_{n\to\infty} n^{\frac{1}{n}} = 1$ （要求会用极限定义证明问题）

2) 证明下面问题（这个公式会用）

设 $\lim_{n\to\infty} a_n = a$, 则 $\lim_{n\to\infty}\frac{a_1+a_2+......+a_n}{n} = a$

若 $a_n > 0, (n=1,2,3,......) \Rightarrow \lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_1a_2......a_n} = a$

3) $a_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + ... + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}, \lim_{n\to\infty} a_n$

4) 计算 $\lim_{n\to\infty}\left(a_1^n + a_2^n + ... + a_m^n\right)^{\frac{1}{n}}$

5) 证明 $x_n = \frac{\cos 1}{1\cdot 2} + \frac{\cos 2}{2\cdot 3} + ... + \frac{\cos n}{n\cdot(n+1)}$

6) 用单调有界定理下列数列极限存在，并求极限：

$\sqrt{2}, \sqrt{2+\sqrt{2}}, \sqrt{2+2+\sqrt{2}}, ...\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+.....+\sqrt{2}}}}, ...$

7) 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $|a_2-a_1|+|a_3-a_2|+.......+|a_n-a_{n-1}| \le M, \forall n\in N$，则 $\{a_n\}$ 收敛。

8) 证明定理：（要求会证明这下面定理）

定理 1：(canchy)设数列 $\{a_n\}$ 收敛的充分必要条件是 $\{a_n\}$ 是基本列。