

1.

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\sin x}{1 + \cos x} + |x| \right) dx = \underline{\hspace{2cm}}$$

2.

设 $y = \frac{1}{2}e^{2x} + (x - \frac{1}{3})e^x$ 是二阶常系数非齐次线性微分方程 $y'' + ay' + by = ce^x$ 的一个特

解, 则: $a = \quad b = \quad c =$

3.

设函数 $f(x)$ 在定义域 I 上的导数大于零, 若对任意的 $x_0 \in I$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处的切线与直线 $x = x_0$ 及 x 轴所围成的区域的面积为 4, 且 $f(0) = 2$, 求 $f(x)$ 的表达式。

4.

下列反常积分中收敛的是 ()

$$(A) \int_2^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx \quad (B) \int_2^{+\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx \quad (C) \int_2^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx \quad (D) \int_2^{+\infty} \frac{x}{e^x} dx$$

5.

设函数 $f(x)$ 连续, $\varphi(x) = \int_0^{x^2} xf(t)dt$, 若 $\varphi(1) = 1$, $\varphi'(1) = 5$, 则 $f(1) =$

6.

设函数 $y = y(x)$ 是微分方程 $y'' + y' - 2y = 0$ 的解, 且在 $x = 0$ 处 $y(x)$ 取得极值 3, 则 $y(x) =$

7.

设 $A > 0$, D 是由曲线段 $y = A \sin x (0 \leq x \leq \frac{\pi}{2})$ 及直线 $y = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$ 所围成的平面区域, V_1, V_2 分别表示 D 绕 x 轴与绕 y 轴旋转所成旋转体的体积, 若 $V_1 = V_2$, 求 A 的值

8 已知 $f(x) = \int_x^1 \sqrt{1+t^2} dt + \int_1^{x^2} \sqrt{1+t} dt$, 求 $f(x)$ 有几个根?

9.

设函数 $f(x)$ 连续, $\varphi(x) = \int_0^{x^2} xf(t) dt$, 若 $\varphi(1) = 5$, 则 $f(1) =$ _____.

10.

若 $\int_{-\pi}^{\pi} (x - a_1 \cos x - b_1 \sin x)^2 dx = \min_{a, b \in \mathbb{R}} \left\{ \int_{-\pi}^{\pi} (x - a \cos x - b \sin x)^2 dx \right\}$, 则

$$a_1 \cos x + b_1 \sin x = (\quad)$$

11.

设 $f(x)$ 是周期为 4 的可导奇函数, 且 $f'(x) = 2(x-1)$, $x \in [0, 2]$, 则 $f(7) =$

13.

微分方程 $xy' + y(\ln x - \ln y) = 0$ 满足条件 $y(1) = e^3$ 的解为 $y =$ _____.

14.

求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_1^x \left[t^2 \left(e^{\frac{1}{t}} - 1 \right) - t \right] dt}{x^2 \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right)}.$

15.

设函数 $y = f(x)$ 由方程 $y^3 + xy^2 + x^2y + 6 = 0$ 确定, 求 $f(x)$ 的极值.

16

曲线 $\begin{cases} x = t^2 + 7, \\ y = t^2 + 4t + 1 \end{cases}$ 上对应于 $t = 1$ 的点处的曲率半径是 ()

17.

$$\int_{-\infty}^1 \frac{1}{x^2 + 2x + 5} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

18.

一根长为 1 的细棒位于 x 轴的区间 $[0,1]$ 上, 若其线密度 $\rho(x) = -x^2 + 2x + 1$, 则该细棒的质心坐标 $\bar{x} =$ _____.

19.

已知函数 $y = y(x)$ 满足微分方程 $x^2 + y^2 y' = 1 - y'$, 且 $y(2) = 0$, 求 $y(x)$ 的极大值与极小值.

20.

设函数 $f(x)$, $g(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续, 且 $f(x)$ 单调增加, $0 \leq g(x) \leq 1$.

证明: (I) (I) $0 \leq \int_a^x g(t) dt \leq x - a$, $x \in [a, b]$;

$$(II) \int_a^{a+\int_a^b g(t) dt} f(x) dx \leq \int_a^b f(x) g(x) dx$$

21

设函数 $f(x) = \frac{x}{1+x}$, $x \in [0, 1]$. 定义数列

$$f_n(x) = f(f_{n-1}(x)), \dots$$

记 S_n 是由曲线 $y = f_n(x)$, 直线 $x = 1$ 及 x 轴所围平面图形的面积, 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} nS_n$.

22.

$$\text{设 } \int_0^a x e^{2x} dx = \frac{1}{4}, \text{ 则 } a = \underline{\hspace{2cm}}$$