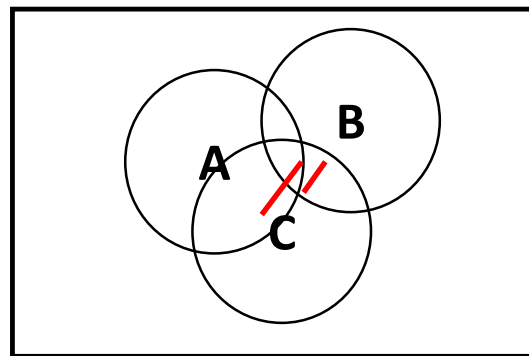
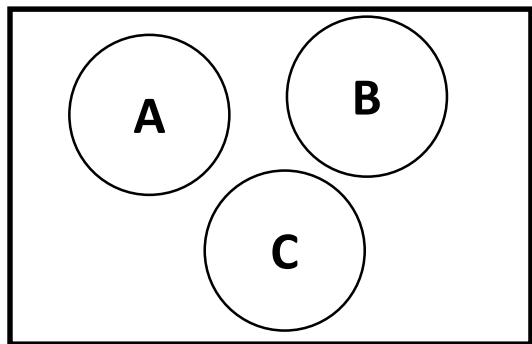


习题解答

• 第一章 数学语言与证明方法

1.13: 图示无意义或不清



1.14: 空集

$$A = \{\emptyset\} \quad P(A) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \quad B = \{1, 2\} \quad P(B) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$$

$$P(A) \oplus P(B) = \{\{\emptyset\}, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$$

属于A不属于B ($\{\emptyset\}$) 或属于B不属于A ($\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$)

• 第二章 命题逻辑

2.1: 命题是具有**唯一确认真值**的陈述句

2.18: 牢记重要公式, (少用真值表枚举)

德摩根定理 $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$

$\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$

蕴涵等值式 $A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \vee B$

...

2.36: 牢记推理规则

置换规则

析取三段论

...

- 第二章的24个等值式
- 消去量词等值式 (公式3. 26)
- 量词否定等值式 (公式3. 27)
$$\neg \forall x A(x) \Leftrightarrow \exists x \neg A(x)$$
$$\neg \exists x A(x) \Leftrightarrow \forall x \neg A(x)$$
- 量词辖域收缩与扩张等值式 (公式3. 28, 3. 29)

$A(x)$ 中 x 是自由变元 B 中不含 x

$$\forall x(A(x) \vee B) \Leftrightarrow \forall x A(x) \vee B$$
$$\forall x(A(x) \rightarrow B) \Leftrightarrow \exists x A(x) \rightarrow B$$
$$\forall x(B \rightarrow A(x)) \Leftrightarrow B \rightarrow \forall x A(x)$$

...
- 量词分配等值式 (公式3. 30)

• 第三章 一阶逻辑

等值演算3条规则P96

- 置换规则
- 换名规则

量词辖域中的约束变项



辖域中未曾出现的个体变项

$$\begin{aligned} & \forall x F(x, y, z) \rightarrow \exists y G(x, y, z) \\ \Leftrightarrow & \forall t F(t, y, z) \rightarrow \exists y G(x, y, z) \\ \Leftrightarrow & \forall t F(t, y, z) \rightarrow \exists w G(x, w, z) \end{aligned}$$

*无既是约束出现又是自由出现的个体变项

• 第三章 一阶逻辑

等值演算3条规则P96

- 代替规则

公式A中自由出现的个体变项



未曾出现过的个体变项

$$\forall x F(x, y, z) \rightarrow \exists y G(x, y, z)$$

$$\Leftrightarrow \forall x F(x, \textcolor{red}{t}, z) \rightarrow \exists y G(\textcolor{blue}{x}, y, z)$$

$$\Leftrightarrow \forall x F(x, \textcolor{red}{t}, z) \rightarrow \exists y G(\textcolor{red}{w}, y, z)$$

*无既是约束出现又是自由出现的个体变项

• 第三章 一阶逻辑

3.29 , 3.30

(1) (换名规则求前束范式)

$$\begin{aligned} & \exists x F(x) \rightarrow \forall y G(x, y) \\ \Leftrightarrow & \exists \textcolor{red}{u} F(\textcolor{red}{u}) \rightarrow \forall y G(x, y) \\ \Leftrightarrow & \textcolor{red}{\forall u} (F(u) \rightarrow \forall y G(x, y)) \\ \Leftrightarrow & \forall u \forall y (F(u) \rightarrow G(x, y)) \end{aligned}$$

(1) (代替规则求前束范式)

$$\begin{aligned} & \exists x F(x) \rightarrow \forall y G(x, y) \\ \Leftrightarrow & \exists x F(x) \rightarrow \forall y G(\textcolor{red}{u}, y) \\ \Leftrightarrow & \textcolor{red}{\forall x} (F(x) \rightarrow \forall y G(u, y)) \\ \Leftrightarrow & \forall x \forall y (F(x) \rightarrow G(u, y)) \end{aligned}$$

• 第三章 一阶逻辑

3.31

(1) 已是前束范式

(2) 代替规则

自由

约束

自由

$$\begin{aligned} & \forall x_1 (F(x_1) \rightarrow G(x_1, x_2)) \rightarrow (\exists x_2 H(x_2) \rightarrow \exists x_3 L(x_2, x_3)) \\ \Leftrightarrow & \forall x_1 (F(x_1) \rightarrow G(x_1, x_4)) \rightarrow (\exists x_2 H(x_2) \rightarrow \exists x_3 L(x_4, x_3)) \\ \Leftrightarrow & \forall x_1 (F(x_1) \rightarrow G(x_1, x_4)) \rightarrow \forall x_2 (H(x_2) \rightarrow \exists x_3 L(x_4, x_3)) \\ \Leftrightarrow & \forall x_1 (F(x_1) \rightarrow G(x_1, x_4)) \rightarrow \forall x_2 \exists x_3 (H(x_2) \rightarrow L(x_4, x_3)) \\ & \quad \forall x A(x) \rightarrow B \Leftrightarrow \exists x (A(x) \rightarrow B) \\ \Leftrightarrow & \exists x_1 (F(x_1) \rightarrow G(x_1, x_4) \rightarrow \forall x_2 \exists x_3 (H(x_2) \rightarrow L(x_4, x_3))) \\ \Leftrightarrow & \exists x_1 \forall x_2 \exists x_3 (F(x_1) \rightarrow G(x_1, x_4) \rightarrow (H(x_2) \rightarrow L(x_4, x_3))) \end{aligned}$$

• 第三章 一阶逻辑

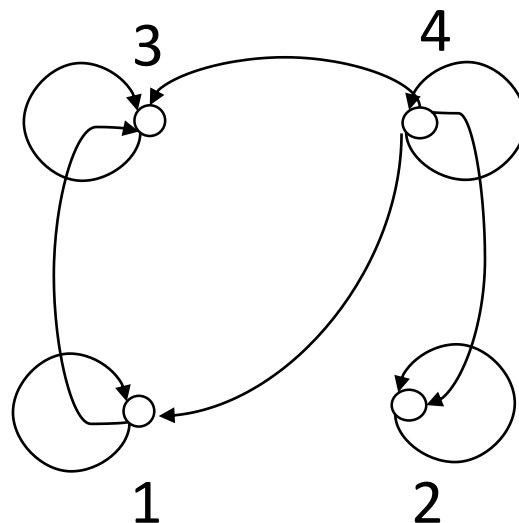
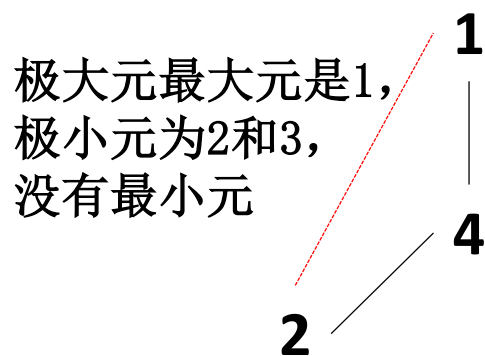
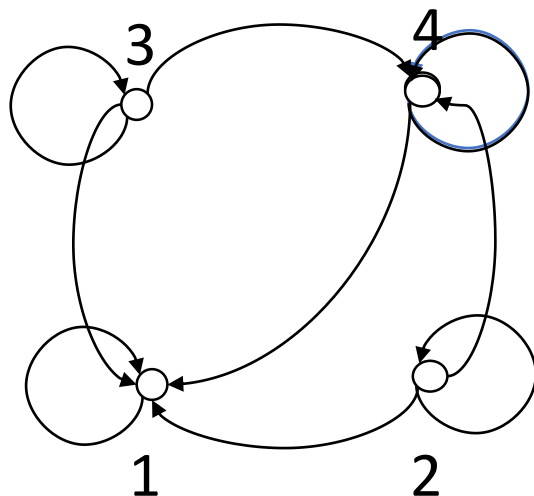
3.31

(2) 换名规则

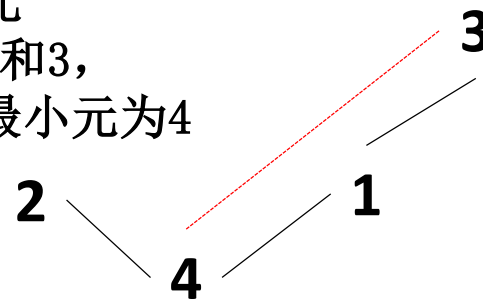
$$\begin{aligned} & \forall x_1 (F(x_1) \rightarrow \overset{\text{自由}}{G(x_1, \overset{\text{约束}}{x_2})}) \rightarrow (\exists x_2 \overset{\text{自由}}{H(\overset{\text{自由}}{x_2})} \rightarrow \exists x_3 L(\overset{\text{自由}}{x_2}, x_3)) \\ \Leftrightarrow & \forall x_1 (F(x_1) \rightarrow G(x_1, x_2)) \rightarrow (\exists x_5 H(\overset{\text{自由}}{x_5}) \rightarrow \exists x_3 L(x_2, x_3)) \\ \Leftrightarrow & \dots \\ \Leftrightarrow & \exists \overset{\text{自由}}{x_1} \forall \overset{\text{自由}}{x_5} \exists \overset{\text{自由}}{x_3} (F(x_1) \rightarrow G(x_1, x_2) \rightarrow (H(x_5) \rightarrow L(x_2, x_3))) \end{aligned}$$

• 第四章 关系

4.35



没有最大元
极大元为2和3，
极小元和最小元为4



已经存在2-4-1的路径，所以2-1路径不画

- 联系方式

- 教师 郑征

微信: zhengz2011; 邮件: zhengz@buaa.edu.cn

- 助教 吴思奇

微信: isuki547; 邮件: jlosuki@hotmail.com