第9章 正弦稳态电路的分析

本章重点

阻抗和导纳；

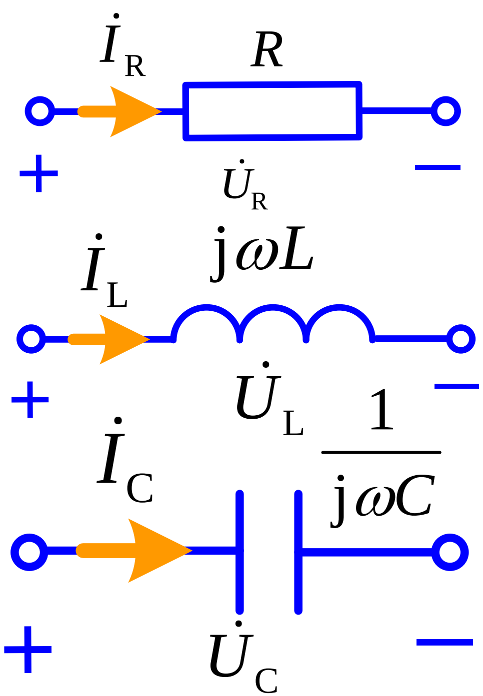
正弦稳态电路的分析；

正弦稳态电路的功率分析。

9.1 阻抗和导纳

1、元件阻抗和导纳

$$\frac{\text{元件端电压}\dot{U}}{\text{元件端电流}\dot{I}} \longrightarrow \text{元件阻抗}Z$$



$$\dot{U}_R = R\dot{I}_R \qquad Z_R = \frac{\dot{U}_R}{\dot{I}_R} = R$$

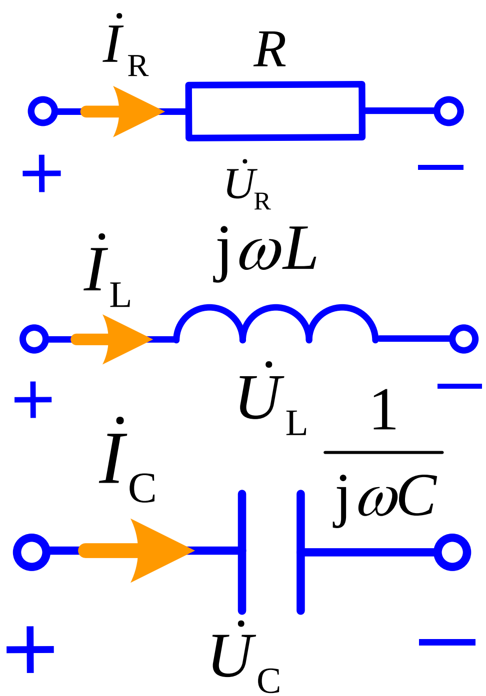
$$\dot{U}_L = j\omega L\dot{I}_L \qquad Z_L = \frac{\dot{U}_L}{\dot{I}_L} = j\omega L$$

$$\dot{U}_C = -j\frac{1}{\omega C}\cdot\dot{I}_C \qquad Z_C = \frac{\dot{U}_C}{\dot{I}_C} = -j\frac{1}{\omega C}$$

9.1 阻抗和导纳

1、元件阻抗和导纳

$$\frac{\text{元件端电流}\ \dot{I}}{\text{元件端电压}\ \dot{U}} \longrightarrow \text{元件导纳}Y$$



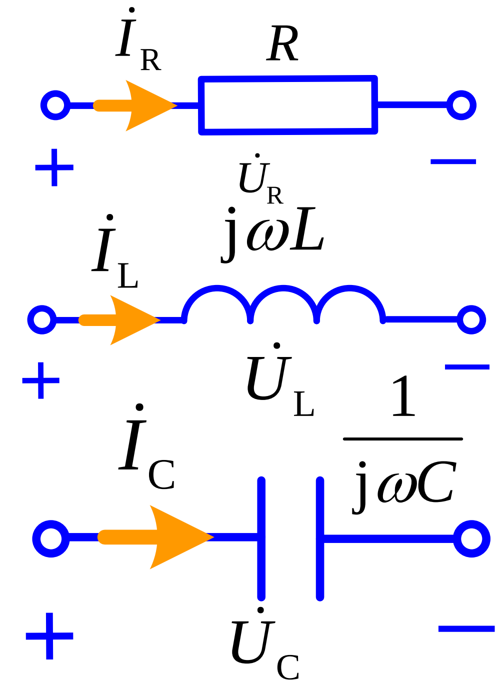
$$\dot{I}_R = \frac{1}{R}\dot{U}_R \qquad Y_R = \frac{\dot{I}_R}{\dot{U}_R} = \frac{1}{R} = \frac{1}{Z}$$

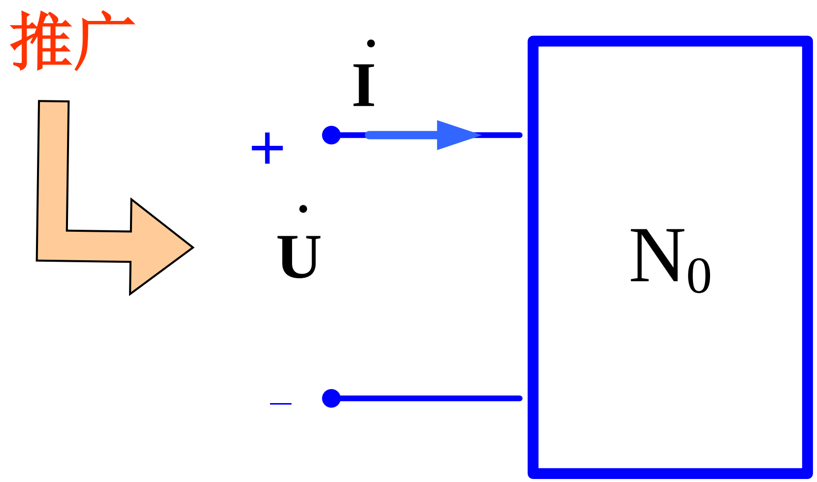
$$\dot{I}_L = -j\frac{1}{\omega L}\dot{U}_L \qquad Y_L = \frac{\dot{I}_L}{\dot{U}_L} = -j\frac{1}{\omega L} = \frac{1}{Z_L}$$

$$\dot{I}_C = j\omega C \cdot \dot{U}_C \qquad Y_C = \frac{\dot{I}_C}{\dot{U}_C} = j\omega C = \frac{1}{Z_C}$$

9.1 阻抗和导纳

元件阻抗Z　　元件导纳Y





端口驱动点阻抗、复阻抗Z,简称阻抗

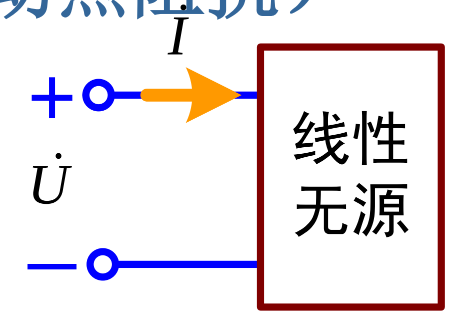
端口驱动点导纳、复导纳Y,简称导纳

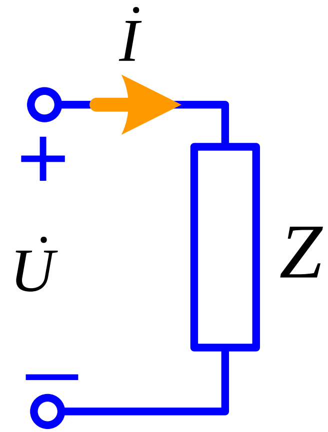
9.1 阻抗和导纳

2. 阻抗（驱动点阻抗）

$$\dot{U} = U\angle\psi_u$$

$$\dot{I} = I\angle\psi_i$$





欧姆定律（相量形式）

$$\boxed{\dot{U} = Z\dot{I}}$$

阻抗定义

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = |Z|\angle\varphi_z$$

- 阻抗模 $|Z| = \dfrac{U}{I} = \dfrac{U_\mathrm{m}}{I_\mathrm{m}}$
- 阻抗角 $\varphi_\mathrm{z} = \psi_\mathrm{u} - \psi_\mathrm{i}$
- 单位： Ω

阻抗的代数形式 $Z = R + \mathrm{j}X$

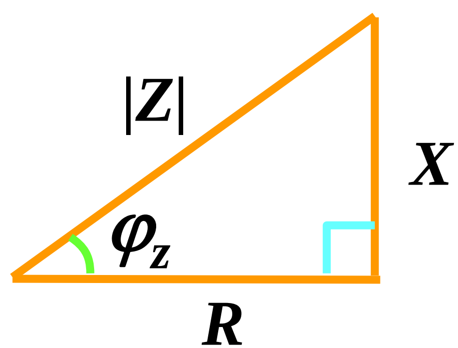
Z的实部　电阻（R）

Z的虚部　电抗（X）

转换关系：

$$\begin{cases} |Z| = \sqrt{R^2 + X^2} \\ \varphi_z = \arctan\dfrac{X}{R} \end{cases} \qquad \begin{cases} R = |Z|\cos\varphi_z \\ X = |Z|\sin\varphi_z \end{cases} \qquad \begin{cases} |Z| = \dfrac{U}{I} \\ \varphi_z = \psi_u - \psi_i \end{cases}$$

阻抗三角形

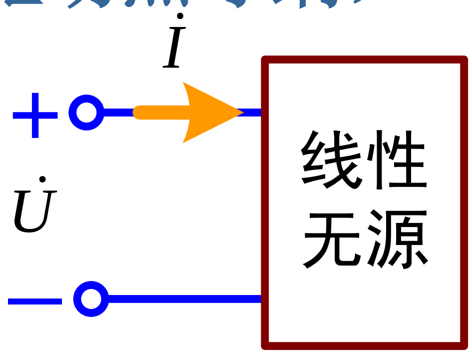


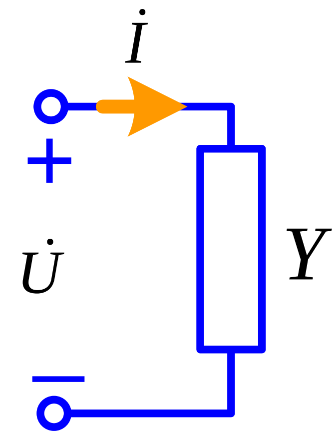
9.1 阻抗和导纳

3. 导纳（驱动点导纳）

$$\dot{U} = U\angle\psi_u$$

$$\dot{I} = I\angle\psi_i$$





$$\dot{I} = Y\dot{U}$$

导纳定义 $$Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = |Y|\angle\varphi_y$$

$$Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{I\angle\psi_i}{U\angle\psi_u} = \frac{I}{U}\angle\psi_i - \psi_u$$

- 导纳模 $|Y| = \frac{I}{U} = \frac{\mathrm{I_m}}{U_{\mathrm{m}}}$
- 导纳角 $\varphi_{\mathrm{y}} = \psi_{\mathrm{i}} - \psi_{\mathrm{u}}$
- 单位： **S**

9.1 阻抗和导纳

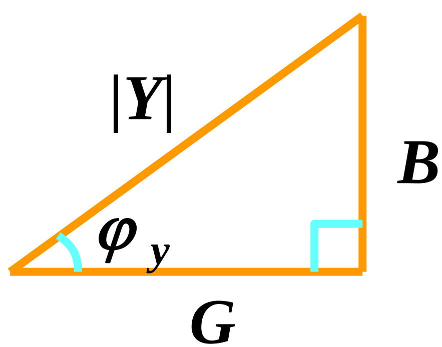
导纳的代数形式 $Y = G + \mathrm{j}B$

Y的实部　电导 (G)　　Y的虚部　电纳 (B)

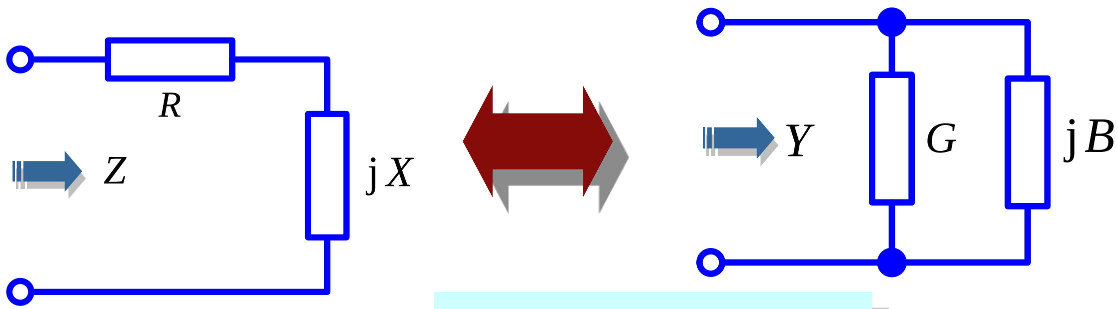
转换关系：

$$\begin{cases} |Y| = \sqrt{G^2 + B^2} \\ \varphi_{\mathrm{y}} = \mathrm{arctg}\dfrac{B}{G} \end{cases} \qquad \begin{cases} G = |Y|\cos\varphi_{\mathrm{y}} \\ B = |Y|\sin\varphi_{\mathrm{y}} \end{cases} \qquad \begin{cases} |Y| = \dfrac{I}{U} \\ \varphi_{\mathrm{y}} = \psi_{\mathrm{i}} - \psi_{\mathrm{u}} \end{cases}$$

导纳三角形：



4. 复阻抗和复导纳的等效互换



同一二端网络：$Z=\dfrac{1}{Y}\ ,Y=\dfrac{1}{Z}$

$$\begin{cases}|Z|=\dfrac{1}{|Y|}\\ \varphi_z=-\varphi_y\end{cases}$$

$$G=\frac{R}{|Z|^2}\ ,\ B=-\frac{X}{|Z|^2}$$

注 意： 一般情况 $G\neq 1/R$ $B\neq 1/X$。

无源一端口网络的阻抗和导纳由电路的结构、参数和频率决定。

若**Z**为感性，**X>0**，则**B<0**，串联等效还是并联等效并不改变电路的感性或容性。

无受控源一端口网络的阻抗之电阻或导纳之电导为正值。

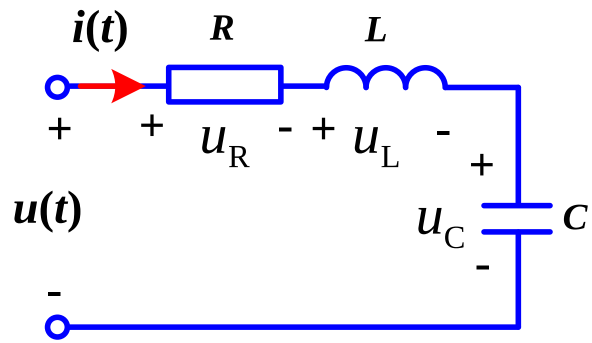
含受控源一端口网络的阻抗之电阻或导纳之电导可能为负值。

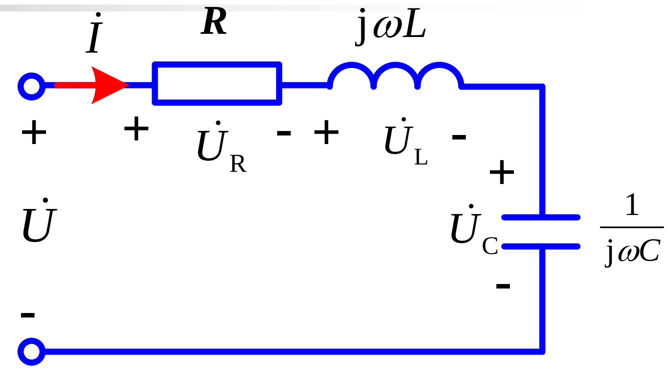
9.1 阻抗和导纳

元件	方程	Z阻抗	R	X	Y导纳	G	B
R	$\dot{U}=R\dot{I}$	R	R	0	$\dfrac{1}{R}$	$\dfrac{1}{R}$	0
L	$\dot{U}=\mathrm{j}\omega L\dot{I}$	$\mathrm{j}\omega L$	0	ωL	$-\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega L}$	0	$-\dfrac{1}{\omega L}$
C	$\dot{U}=\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}\dot{I}$	$-\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C}$	0	$-\dfrac{1}{\omega C}$	$\mathrm{j}\omega C$	0	ωC

9.1 阻抗和导纳

5. *RLC*串联电路





由KVL：

$$\dot{U}=\dot{U}_{\mathrm{R}}+\dot{U}_{\mathrm{L}}+\dot{U}_{\mathrm{C}}$$

$$=R\dot{I}+\mathrm{j}\omega L\dot{I}-\mathrm{j}\frac{1}{\omega C}\dot{I}$$

$$\dot{U}=[R+\mathrm{j}(\omega L-\frac{1}{\omega C})]\dot{I}$$

$$=[R+\mathrm{j}(X_{\mathrm{L}}+X_{\mathrm{C}})]\dot{I}$$

$$=(R+\mathrm{j}X)\dot{I}$$

$$Z=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=R+\mathrm{j}\omega L-\mathrm{j}\frac{1}{\omega C}=R+\mathrm{j}X=|Z|\angle\varphi_{\mathrm{z}}$$

$$|Z|=\frac{U}{I}=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\varphi_{\mathrm{z}}=\arg tg\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{R}$$

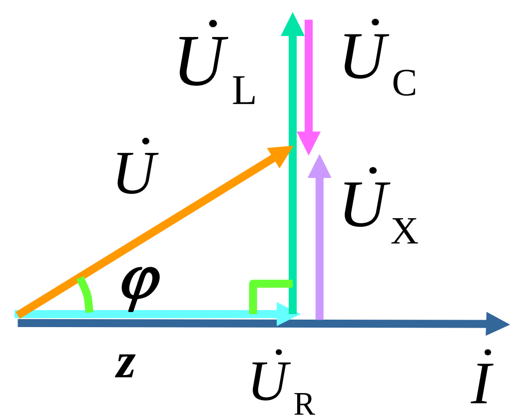
RLC 串联电路分析：

（1）***RLC*串联电路阻抗为复数，称复阻抗。**

（2）ω 增加，$X>0$，$\varphi_z>0$，电路为感性，电压领先电流；

$\varphi_Z=90^\circ$，称纯感性；

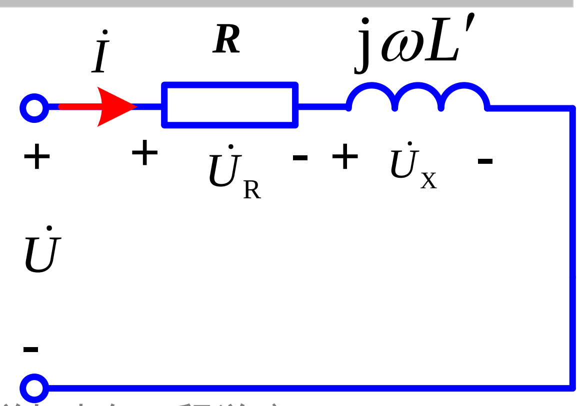
相量图：选电流为参考向量，$\psi_i=0$。



三角形$\dot{U}_R$、$\dot{U}_X$、$\dot{U}$ 称为电压三角形，它和阻抗三角形相似。即

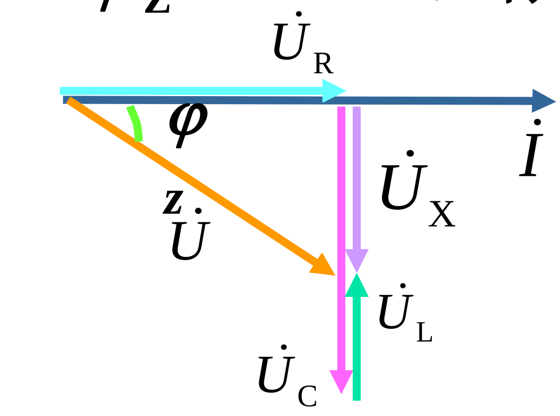
$$U=\sqrt{U_R^2+U_X^2}$$

等效电路



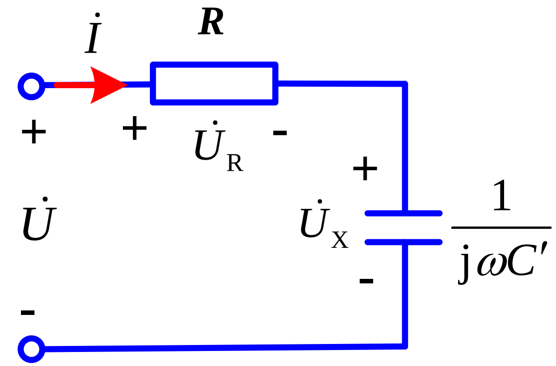
（3）ω 减小， X<0， φ_z <0，电路为容性，电压落后电流；

$\varphi_Z = -90°$ ，称纯容性；

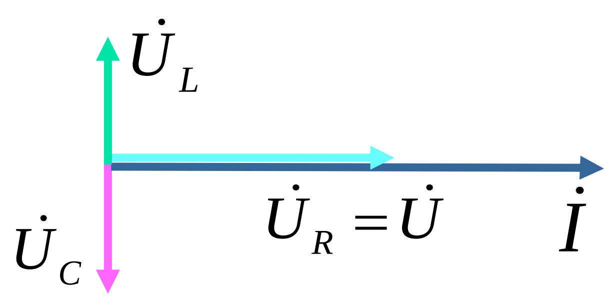


$$U = \sqrt{U_R^2 + U_X^2}$$

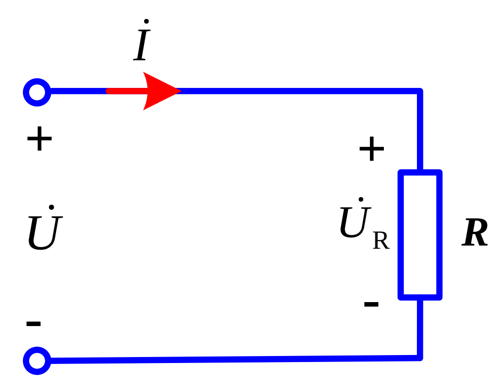
等效电路



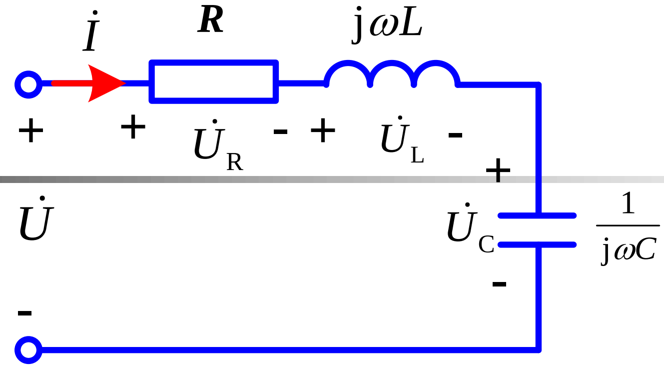
（4）$\omega L=1/\omega C$ ，X=0， φ_z=0，电路为电阻性，电压与电流同相。



等效电路



多选题



R、L、C串联电路，ω待定，下列说法正确的是：

A 串联电路阻抗可能是感性的；

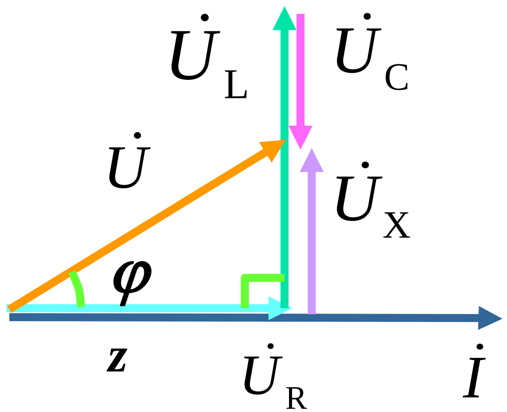
B 串联电路可能可能是容性的；

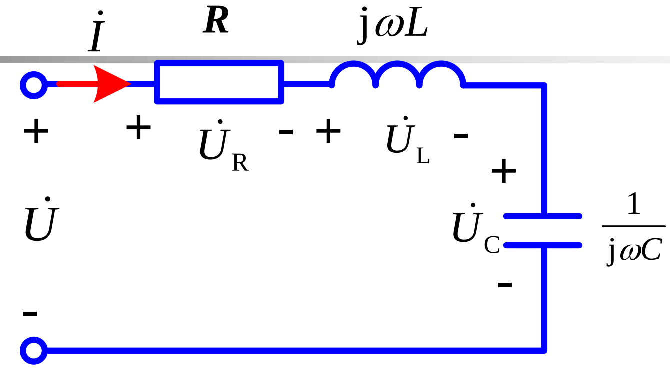
C 端电压U与分压U_R一定满足： $U \geq U_R$；

D 端电压U与分压U_C一定满足：$U \geq U_C$。

提交

RLC 串联电路分析：





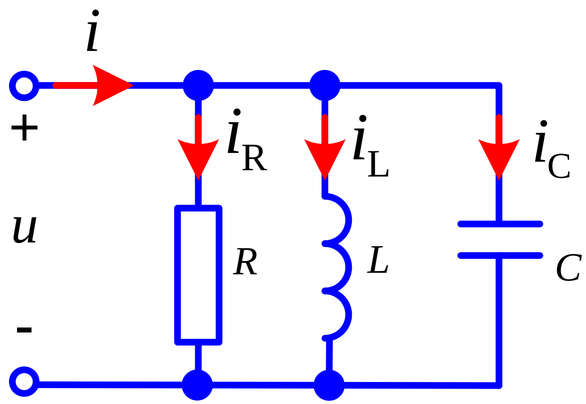
$$U=\sqrt{U_R^2+U_X^2}$$

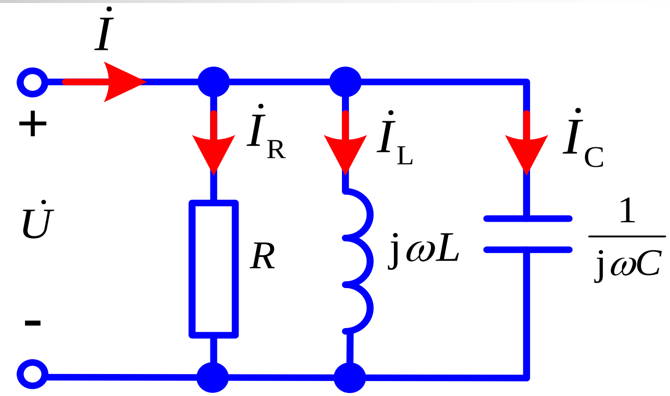
$U \geq U_R$ $\qquad$ $U \geq U_X$

但是$U \geq U_C$、$U \geq U_L$不一定成立

***RLC*串联电路可能出现分电压大于总电压的现象**

6. *RLC*并联电路





由KCL： $\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C$

$$= \frac{\dot{U}}{R} + \frac{\dot{U}}{j\omega L} + j\omega C\dot{U}$$

$$\dot{I} = \left(\frac{1}{R} - j\frac{1}{\omega L} + j\omega C\right)\dot{U}$$

$$Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) = G + jB = |Y|\angle\varphi_y$$

$$|Y| = \frac{I}{U} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

$$\varphi_y = \arg tgR\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

RLC 并联电路分析

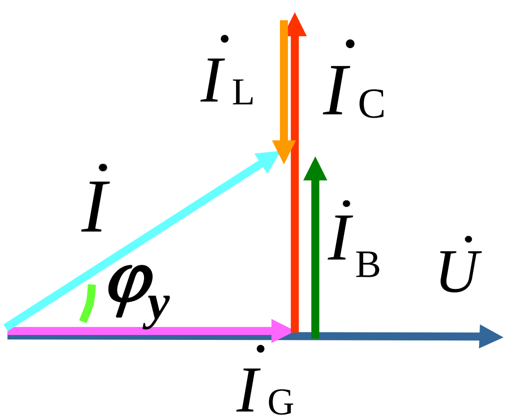
RLC并联电路同样会出现分电流大于总电流的现象

（1）导纳Y为复 数，故称复导纳；

（2）$\omega C > 1/\omega L$ ，$B>0$， $\varphi_y>0$，电路为容性，电流超前电压；

$\varphi_y = 90°$ ，称纯容性；

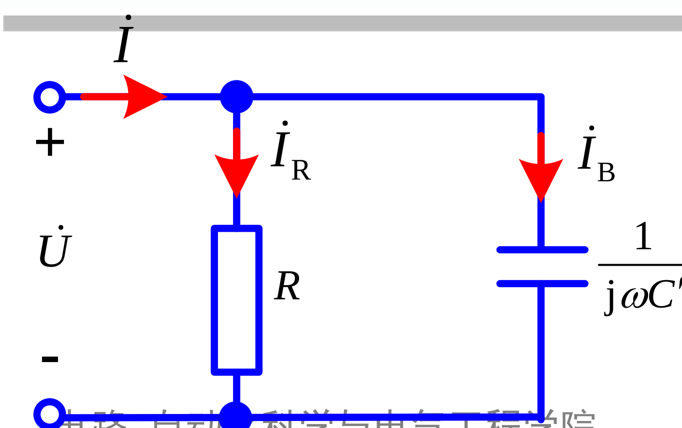
相量图：选电压为参考向量， $\psi_u = 0$



三角形$\dot{I}_R$、$\dot{I}_B$、$\dot{I}$ 称为电流三角形，它和导纳三角形相似。即

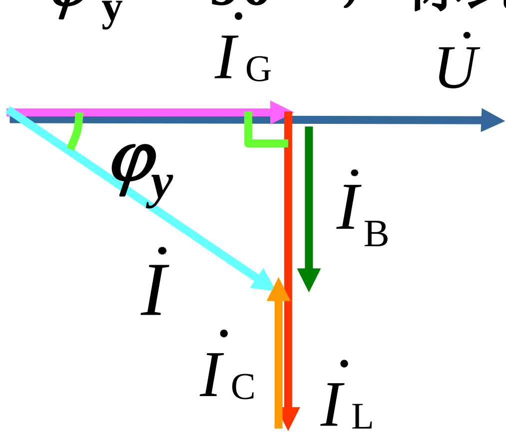
$$I = \sqrt{I_G^2 + I_B^2} = \sqrt{I_G^2 + (I_L - I_C)^2}$$

等效电路



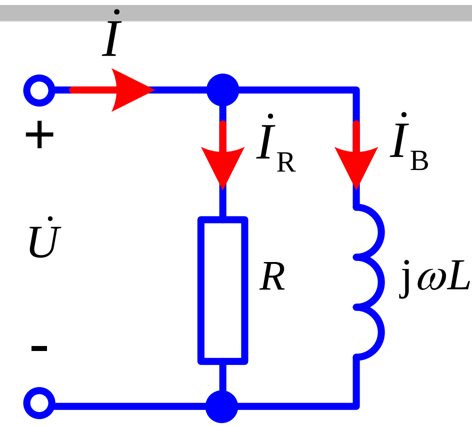
(3) $\omega C<1/\omega L$ ，$B<0$， $\varphi_y<0$，电路为感性，电流落后电压；

$\varphi_y=-90°$ ，称纯感性；

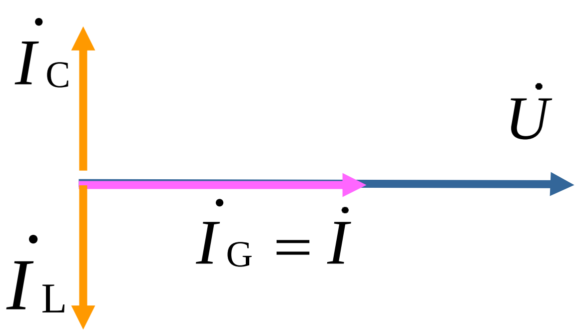


$$I=\sqrt{I_G^2+I_B^2}=\sqrt{I_G^2+(I_L-I_C)^2}$$

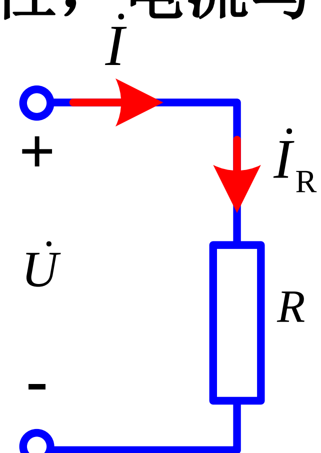
等效电路



（4）$\omega C=1/\omega L$ ，B=0， $\varphi_y=0$，电路为电阻性，电流与电压同相。



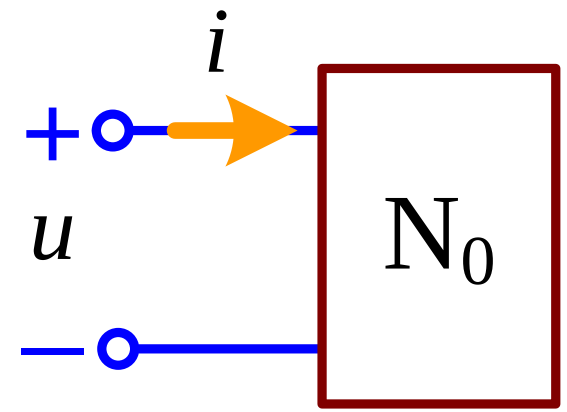
等效电路



【例】 已知：$u = 100\cos 2t \quad \mathrm{V}$

$$i = 10\cos(2t + 60°) \quad \mathrm{A}$$

求：最简串联组合及并联组合元件值



解

$$\dot{U}_{\mathrm{m}} = 100\angle 0^\circ \mathrm{V}$$

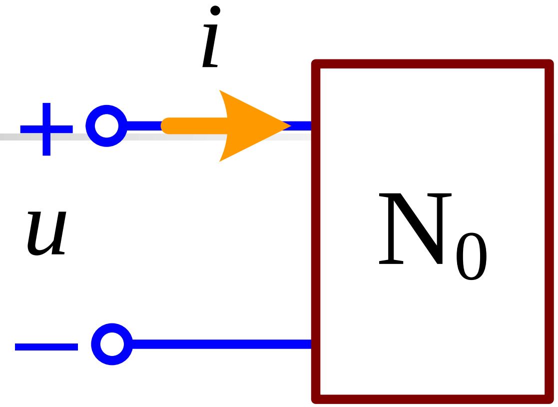
$$\dot{I}_{\mathrm{m}} = 10\angle 60^\circ \mathrm{A}$$

$$\mathrm{Z} = \frac{\dot{U}_{\mathrm{m}}}{\dot{I}_{\mathrm{m}}} = \frac{100\angle 0^\circ}{10\angle 60^\circ}$$

$$Z = 10\angle -60^\circ = 5 - \mathrm{j}8.66\Omega$$

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{10\angle -60^\circ} = 0.1\angle 60^\circ = 0.05 + \mathrm{j}0.0866$$

单选题



$$Z = 5 - j8.66\Omega$$

这个一端口网络的阻抗性质是：

A 纯阻性的；

B 纯容性的；

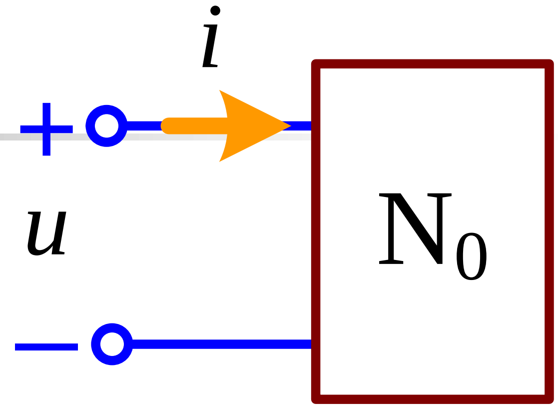
C 容性的；

D 感性的；

提交

单选题

$$Y = 0.05 + j0.0866$$



这个一端口网络的导纳性质是：

A 纯阻性的；

B 纯容性的；

C 容性的；

D 感性的；

提交

设置

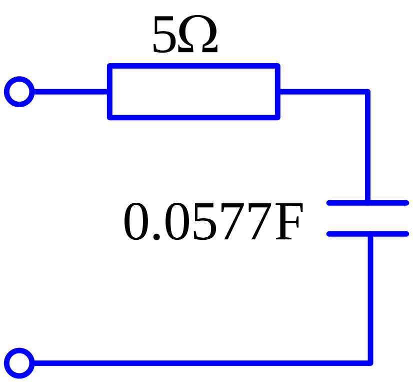
$$Z = 5 - j8.66\Omega \qquad Y = 0.05 + j0.0866$$

串联组合

$$R = 5\Omega$$

$$\frac{1}{\omega C} = 8.66\Omega$$

$$C = \frac{1}{8.66 \times 2} = 0.0577\text{F}$$

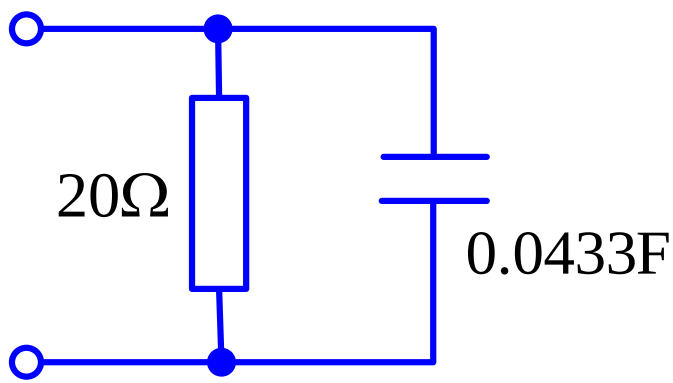


并联组合

$$G = 0.05\text{S} \qquad R = \frac{1}{G} = \frac{1}{0.05} = 20\Omega$$

$$\omega C = 0.0866(\text{S})$$

$$C = \frac{0.0866}{2} = 0.0433\text{F}$$



作业

- 9-1 (b)、(d) 【阻抗与导纳 】
- 9-3 (2) 【构造等效电路】