



北京航空航天大学
B E I H A N G U N I V E R S I T Y

物理实验研究性报告

1021 热学系列实验

曲线拟合以及最小二乘法对数据处理的改进

第一作者姓名 李翰韬 (16711094)

第二作者姓名 冯艾晨 (16711093)

2017 年 12 月 21 日

摘要.....	4
一、实验目的.....	4
1.1 实验意义	4
1.2 实验重点.....	4
二、实验原理.....	5
2.1 实验一 测定冰的溶解热.....	5
2.1.1 一般概念.....	5
2.1.2 装置简介.....	5
2.1.3 实验原理.....	6
2.1.4 牛顿冷却定律修正散热.....	7
2.2 实验二 电热法测量焦耳热功当量试验.....	9
2.2.1 一般说明.....	9
2.2.2 一元线性回归法散热修正.....	10
三、实验仪器.....	12
四、实验步骤.....	12
4.1 实验一 测量冰的溶解热.....	12
4.1.1 合理选择实验参量.....	12
4.1.2 记录有关常数.....	12
4.1.3 测定实验过程中系统温度随时间的变化.....	13
4.1.4 数据处理.....	13
4.2 实验二 电热法测量焦耳热功当量实验.....	14
4.2.1 称量各种质量以及相关参数.....	14
4.2.2 测量时间—温度关系.....	14
4.2.3 测量加热器的电功率.....	14
4.2.4 数据处理.....	15
五、数据记录与处理及改进.....	16
5.1 实验一 测量冰的溶解热实验.....	16
5.1.1 相关常数.....	16
5.1.2 数据列表.....	16

5.1.3 作图并计算.....	18
5.2 实验二 电热法测量焦耳热功当量实验.....	24
5.2.1 K 值的测量.....	24
5.2.1 热功当量 J 的测定.....	25
六、误差分析.....	27
6.1 实验一 测量冰的熔解热实验.....	27
6.2 实验二 电热法测量焦耳热功当量实验.....	27
八、收获与体会.....	28
九、 参考文献.....	29

摘要

本次实验内容包括两个实验：测量冰的溶解热和电热法测量焦耳热功当量。利用两种散热修正方法减小误差，但数据处理过程较为繁琐。本报告对数据处理过程提出新方法，运用 C 语言程序、最小二乘法、EXCEL 曲线拟合和 MATLAB 进行数据处理，方便快捷。

关键词：溶解热 热功当量 牛顿冷却定率 C 语言 EXCEL MATLAB 最小二乘法

一、实验目的

1.1 实验意义

测量冰的熔解热实验涉及热学实验的若干基本内容，具有热学实验绪论的性质，无论在实验原理和方法（混合量热法和孤立系统，冷却定律和修正散热、测温原理等），仪器构造和使用（量热器、温度计等），操作技巧（搅拌、读温度等），都对热学实验有普遍意义。

1.2 实验重点

- ①熟悉热学实验中基本仪器的使用；
- ②研究电热法中作功与传热的关系；
- ③学习两种进行散热修正的方法——牛顿冷却定律法和一元线性回归法；
- ④了解热学实验中合理安排实验和选择参量的重要性；
- ⑤熟悉热学实验中基本仪器的使用。

二、实验原理

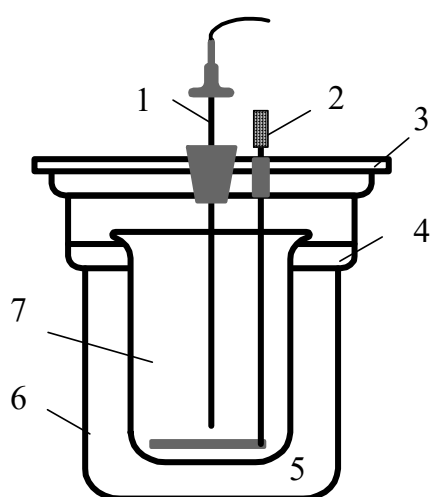
2.1 实验一 测定冰的溶解热

2.1.1 一般概念

实验用混合量热法来测定冰的溶解热。将待测系统 A 和一个已知其热容系统 B 混合起来，并设法使它们形成一个与外界没有热量交换的孤立系统 $C(C = A + B)$ ，这样 A （或 B ）所放出的热量，全部为 B （或 A ）所吸收，已知热容的系统在实验过程中所传递的热量 Q ，是可由其温度的改变 δT 和热容 C_s 计算出来的，即 $Q = C_s \delta T$ ，因此，待测系统在实验过程中所传递的热量即可求。

2.1.2 装置简介

为了使实验系统（包括待测系统与已知其热容的系统）成为一个孤立系统，本实验采用了量热器。热量传递有三种方式：传导、对流和辐射。因此，热学实验应使系统与环境之间的传导、对流和辐射都尽量减少，量热器可以近似满足这同样的要求。



1—温度计；2—带绝热柄的搅拌器；
3—绝热盖；4—绝热架；5—空气；
6—表面镀亮的金属外筒；7—表面
镀亮的金属内筒

量热器的种类很多，随测量的目的、要求、测量精度的不同而异，实验室用到的是最简单的一种，如图 1 所示，它由良导体做成的内筒放在以较大的外筒中组成。通常在内筒中放水、温度计以及搅拌器，它们（内筒、温度计、搅拌器及水）连同放进的待测物体就构成了我们所考虑的（进行实验的）系统，内筒、水、温度计和搅拌器的热容是可以计算出来或实测得到的，在此基础上，就可以用混合法进行量热实验了。

内筒置于一绝热架上，外筒用绝热盖盖住，

图 1 量热器示意图

因此空气与外界对流很小，又因空气是不良导体，所以内、外筒间靠传导方式传递的热量同样可以减至很小，同时由于内筒的外壁及外筒的内外壁都电镀得十分光亮，使得它们发射或吸收辐射热的本领变得很小，于是实验系统和环境之间因辐射而产生的热量传递也得以减小，这样的量热器就可以使实验系统粗略地接近于一个孤立系统了。

2.1.3 实验原理

若有质量为 M ,温度为 T_1 的冰（在实验室环境下其比热容为 c_1 , 熔点为 T_0 ），与质量为 m , 温度为 T_2 的水（比热容为 c_0 ）混合，冰全部溶解为水后的平衡温度为 T_3 , 设量热器的内筒和搅拌器的质量分别为 m_1 、 m_2 , 比热容分别为 c_1 、 c_2 , 温度计的热容为 δm 。如果实验系统为孤立系统，将冰投入盛水的量热器中，则热平衡方程式为

$$c_1 M (T_0 - T_1) + ML + c_0 M (T_3 - T_0) = (c_0 m + c_1 m_1 + c_2 m_2 + \delta m) (T_2 - T_3)$$

式中， L 为冰的溶解热。

在本实验条件下，冰的熔点也可认为是 0°C , 即 $T_0 = 0^\circ\text{C}$, 所以冰的熔解热为

$$L = \frac{1}{M} (c_0 m + c_1 m_1 + c_2 m_2 + \delta m) (T_2 - T_3) - c_0 T_3 + c_1 T_1$$

为了尽可能使系统与外界交换的热量达到最小，除了使用量热器以外，实验的操作过程中也必须予以注意，例如不应当直接用手去把握量热器的任何部分；不应当在阳光的直接照射下或空气流动太快的地方（如通风过道、风扇旁边）进行实验；冬天要避免在火炉或暖气旁做实验等。此外，由于系统与外界温度差越大时，在它们之间传递热量越快，而且时间越长，传递的热量越多，因此在进行量热实验时，要尽可能使系统与外界温度差小，并尽量使实验过程进行得迅速。

尽管注意到了上述的各个方面，系统仍不可能完全达到绝热要求（除非系统与环境的温度时时刻刻完全相同）。因此，在作精密测量时，就需要采用一些办法来求出实验过程中实验系统究竟散失或吸收了多少热量，进而对实验结果进行修正。

2.1.4 牛顿冷却定律修正散热

一个系统的温度如果高于环境温度，它就要散失热量。实验证明，当温度差相当小时（例如不超过 $10\sim 15^{\circ}\text{C}$ ），散热速率与温度差成正比，此即牛顿冷却定律，用数学形式表示可写成

$$\frac{\delta q}{\delta t} = K(T - \theta)$$

式中， δq 是系统散失的热量； δt 是时间间隔； K 是散热常数，与系统表面积成正比，并随表面的吸收或发射辐射热的本领而变； T 、 θ 分别是所考虑的系统及环境的温度； $\frac{\delta q}{\delta t}$ 称为散热速率，表示单位时间内系统散失的热量。

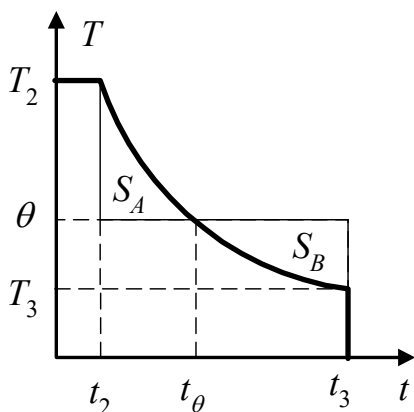


图 2 系统散热修正

下面介绍一种根据牛顿冷却定律粗略修正散热的方法。已知当 $T > \theta$ 时， $\frac{\delta q}{\delta t} > 0$ ，系统向外散热；当 $T < \theta$ 时， $\frac{\delta q}{\delta t} < 0$ ，系统从环境吸热。可以取系统的初温 $T_2 > \theta$ ，终温 $T_3 < \theta$ ，以设法使整个实验过程中系统与环境间的热量传递前后彼此相抵消。

考虑到实验的具体情况，刚投入冰时，水温高，冰的有效面积大，溶解快，因此系统表面温度 T （即量热器中的水温）降低较快；随后，随着冰的不断熔化，冰块逐渐变小，水温逐渐降低，冰溶解变缓，水温的降低也就变慢起来。量热器中水温随时间的变化曲线如图 2 所示。

根据上式，实验过程中，即系统温度从 T_2 变为 T_3 这段时间 ($t_2 \sim t_3$) 内系统与环境间交换热量为

$$q = \int_{t_2}^{t_3} K(T - \theta) dt = K \int_{t_2}^{t_\theta} (T - \theta) dt + K \int_{t_\theta}^{t_3} (T - \theta) dt$$

前一项 $T > \theta$ ，系统散热，对应于图中面积 $S_A = \int_{t_2}^{t_\theta} (T - \theta) dt$ ；后一项 $T < \theta$ ，系统吸热，对应于面积 $S_B = \int_{t_\theta}^{t_3} (T - \theta) dt$ 。不难想见，面积 S_A 与系统向外界散失

的热量成正比，即 $q_{\text{散}} = KS_A$ ；而面积 S_B 与系统从外界吸收的热量成正比，即 $q_{\text{吸}} = KS_B$ ， K 是散热常数。因此，只要使 $S_A \approx S_B$ ，系统对外界的吸热和散热就可以相互抵消。

要使 $S_A \approx S_B$ ，就必须使 $(T_2 - \theta) > (\theta - T_3)$ ，究竟 T_2 和 T_3 应取多少，或 $(T_2 - \theta) : (\theta - T_3)$ 应取多少，要在实验中根据具体情况选定。

上述这种使散热与吸热相互抵消的做法，不仅要求水的初温比环境温度高，末温比环境温度低，而且对初温、末温与环境温度相差的幅度要求比较严格，往往经过多次试做，效果仍可能不理想，因此希望把上述思想进行扩展，放宽对量热器中水的初温和末温的限制。

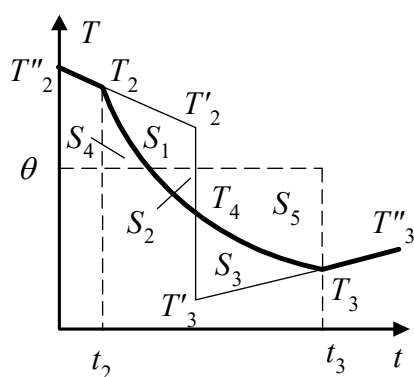


图 3 另一种散热修正方法

如图 3 所示，在 $t = t_2$ 时投入冰块，在 $t = t_3$ 时冰块熔化完毕。在投入冰块前，系统的温度沿 $T''_2 T_2$ 变化；在冰块熔化完毕后，系统温度沿 $T_3 T''_3$ 变化。 $T''_2 T_2$ 和 $T_3 T''_3$ 实际上都很接近直线。作 $T''_2 T_2$ 的延长线到 T'_2 ，作 $T_3 T''_3$ 的延长线到 T'_3 ，连接 $T'_2 T'_3$ ，使 $T'_2 T'_3$ 与 T 轴平行，且使面积

$S_1 + S_2 = S_3$ ，用 T'_2 代替 T_2 ，用 T'_3 代替 T_3 ，代入公式中求 L ，就得到系统与环境没有发生热量交换的实验结果。

实际的温度变化本来是 $T''_2 T_2 T_4 T_3 T''_3$ ，在冰块投入到冰块熔化完毕的过程中，系统散失的热量相当于面积 S_4 ，从环境吸收的热量相当于面积 $S_2 + S_5$ ，综合两者，系统共吸收的热量相当于面积 $S = S_2 + S_5 - S_4$ 。

在用 T'_2 代替 T_2 ，用 T'_3 代替 T_3 后，得到另一条新的温度曲线 $T''_2 T_2 T'_2 T'_3 T''_3$ 。在从冰块投入到冰块熔化完毕的过程中，系统散失的热量相当于面积 $S_1 + S_4$ ，从环境吸收的热量相当于面积 $S_3 + S_5$ 。综合两者，系统共吸收的热量相当于面积 $S' = S_3 + S_5 - S_1 - S_4$ 。

因为作图时已使 $S_1 + S_2 = S_3$ ，所以有 $S' = S$ 。这说明，新的温度曲线与实际温度曲线是等价的。

新的温度曲线的物理意义是，它把系统与环境交换热量的过程与冰熔化的过程分割开来，从 T_2 到 T'_2 和从 T'_3 到 T_3 是系统与环境交换热量的过程，从 T'_2 到 T'_3 是冰熔化的过程。由于冰熔化的过程变为无限短，自然没有机会进行热量交换，因而从 T'_2 到 T'_3 ，便仅仅是由于冰的熔化而引起的水温变化。这一方法把对热量的修正转化为对初温和末温的修正，且对量热器中水的初温和末温原则上没有任何限制。尽管如此，考虑到牛顿冷却定律成立的条件以及其他因素， T_2 、 T'_3 还是选择在附近为好，即让 $T_2 > \theta$ ， $T_3 > \theta$ ，但它们与 θ 的差值可以不受限制。

2.2 实验二 电热法测量焦耳热功当量试验

2.2.1 一般说明

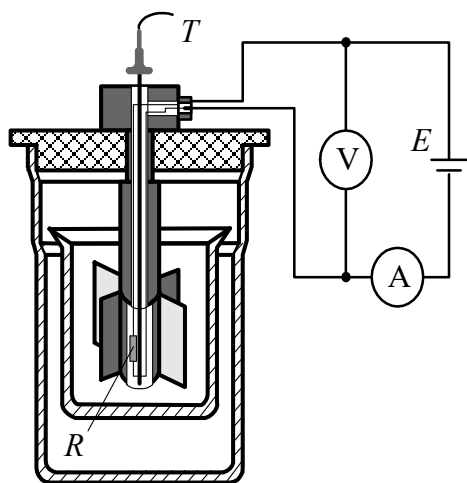


图 4 热功当量实验装置

如图 4 所示，给电阻 R 两端加上电压 V ，通过 R 的电流为 I ，通电时间 t 内电场力做功 $W = VIt$ 。若这些功全部转化为热量，使一个盛水的量热器系统由初温 θ_0 升高至 θ ，系统吸收的热量为 Q ，则热

功当量 $J = \frac{W}{Q}$ 。按照能量守恒定律，若采

用国际单位制，则 W 和 Q 的单位都是焦

耳（J），比值 $J = 1$ ；若 Q 用卡（cal）

作单位，则 $J = 4.1868 \text{ J/cal}$ ，表示产生 1 卡热量所需作的功。

实验在装水的量热筒中进行。系统吸收的热量为

$$Q = (c_0 m_0 + c_1 m_1 + c_2 m_2)(\theta - \theta_0) = Cm(\theta - \theta_0)$$

式中， c_0 、 c_1 、 c_2 分别是水、量热装置及加热器的比热容； m_0 、 m_1 、 m_2 分别是

其相对应的质量； $Cm = c_0m_0 + c_1m_1 + c_2m_2$ 是系统的总热容； θ_0 为系统初温。本实

验的主要内容就是测定热功当量 $J = \frac{VI t}{Cm(\theta - \theta_0)}$ 。

2.2.2 一元线性回归法散热修正

本实验的难点是如何考虑系统散热的修正。我们从系统应满足的微分方程出发。若把系统看成是理想绝热的，即只考虑系统由于通电而升温，则由系统吸热方程 $Q = Cm(\theta - \theta_0)$ 对时间求导可以得到温度变化率所满足的关系式为

$$\left. \frac{d\theta}{dt} \right|_{\text{吸}} = \frac{VI}{JCm}$$

考虑通电时系统吸热的同时也向环境中放热，根据牛顿冷却定律，由于放热引起的温度变化率为

$$\left. \frac{d\theta}{dt} \right|_{\text{放}} = -K(\theta - \theta_{\text{环}})$$

式中， K 为系统的散热系数。综合上述两式描述的吸热、放热效应，系统温度的实际变化率为

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{VI}{JCm} - K(\theta - \theta_{\text{环}})$$

这是一个一阶线性的常系数微分方程。求解此一阶线性常系数微分方程，得

$$\ln(A - K\theta) = -Kt + C_0$$

其中： $A = \frac{V^2}{JRCm} + K\theta_{\text{环}}$ ； C_0 为常数，由初始条件 $\theta|_{t=0} = \theta_0$ 可得 $C_0 = \ln(A - K\theta_0)$ ，

再代入上式中，得 $\ln[(A - K\theta)/(A - K\theta_0)] = -Kt$ ，经过进一步转化得到温度 θ 随时间 t 的变化规律为

$$\theta = \frac{A}{K} + (\theta_0 - \frac{A}{K})e^{-Kt}$$

另一方面，根据对牛顿冷却定律的积分可得到

$$\ln(\theta - \theta_{\text{环}}) = -Kt + C_0$$

令 $y = \ln(\theta - \theta_{\text{环}})$, $x = t$, 并设 $y = a_1 + b_1x$, 即可通过一元线性拟合计算出斜率 b_1 , 进一步得到散热系数 $K = b_1$ 。

经试验测定, 散热系数 K 的数值约为 10^{-5} 数量级, 由于 K 的数值很小, 在一定时间范围内可以对上式中指数函数项 e^{-Kt} 进行泰勒展开并保留前两项, 得

$$e^{-Kt} = 1 - Kt$$

将泰勒展开式代入上式, 经过化简, 可以得到

$$\theta = \left(\frac{V^2}{JRCm} + K\theta_{\text{环}} - K\theta_0 \right)t + \theta_0$$

向实验装置中加入一定量的水, 并通电加热, 测量一段时间内温度 θ 与时间 t 的关系 (注意实验系统与环境的温差始终保持在牛顿冷却定律适用范围内)。对 θ

与 t 进行一元线性回归, 得到斜率 $b_2 = \frac{V^2}{JRCm} + K\theta_{\text{环}} - K\theta_0$, 截距 $a_2 = \theta_0$ 。则有

$$J = \frac{V^2}{RCm[b_2 + K(a_2 - \theta_{\text{环}})]}$$

三、实验仪器

量热器、电子天平、温度计、数字三用表、加血器皿、冰、水桶、停表、干拭布等。

四、实验步骤

4.1 实验一 测量冰的溶解热

4.1.1 合理选择实验参量

一个成功的实验应能测量出投冰前的降温曲线和冰块熔化后的升温曲线，且系统终温 T_3 低于环境温度 θ （温度差不超过 15°C ）。影响实验结果的参量有水的质量 m_0 、水的初温 T_2 以及冰的质量 M ，而这些参量的大小是互相制约的，需要先定出它们的取值范围，再通过实验进行调整。

首先，冰块的大小是基本固定的，可根据量热筒的大小选择投放一块或两块冰。

其次，确定水的初温 T_2 。一般选择 T_2 高于环境温度 θ $10\sim 15^\circ\text{C}$ ，因为此时的散热服从牛顿冷却定律，便于对系统散热进行粗略修正。

最后，当 M 与 T_2 确定后，要想调整实验结果，只有通过改变水的质量 m_0 来实现了。水的质量不宜太大，水多需要的冰块就多，否则测不出升温曲线；水也不能太少，太少不利于搅拌，且会使系统终温 T_3 过低。可取量热筒内筒的 $\frac{1}{2}\sim\frac{1}{3}$ 进行试探性实验，如果未能测出升温曲线，或最终 T_3 低于室温 15°C 以上，则需要改变水量重新做实验。

4.1.2 记录有关常数

称量各种质量。注意冰不能直接放在天平盘上称量，冰的质量应由冰溶解后，

冰加水的质量减去水的质量求得。

已知实验室所用内筒和搅拌器材料均为铜，比热容 $c_1 = c_2 = 0.389 \times 10 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，冰的比热容（ $-40 \sim 0^\circ\text{C}$ 时）为 $c_I = 1.80 \times 10 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，水的比热容为 $c_0 = 4.18 \times 10 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，忽略温度计的热容 δm 。

4.1.3 测定实验过程中系统温度随时间的变化

每隔一定时间测系统温度，作 $T-t$ 图。

提示：测冰的溶解曲线时，可约隔 测一个点；测降温曲线和升温曲线时，时间间隔可适当加长。

注意：

- 三部分曲线时连续的，时间不可间断。特别要记录好投冰的时间。
- 正确使用和保护温度计。
- 整个实验过程中要不断地轻轻进行搅拌，以确保温度计读数代表所测系统的温度。

实测系统的散热常数 K ——量热器盛适量水，水温比环境温度低 $5 \sim 10^\circ\text{C}$ ，测量系统温度随时间的变化。

4.1.4 数据处理

①用第二种散热修正方法，作图求出初、末温度的修正值，并算出冰的溶解热 L 。

②由测量数据估算系统的散热常数 K 。

4.2 实验二 电热法测量焦耳热功当量实验

4.2.1 称量各种质量以及相关参数

测量环境温度 $\theta_{\text{始}} \theta_{\text{末}}$ 、电压值（初、末）、水的质量、加热器电阻。

提示：水的质量不宜过大或过小，一般控制在 200~240g 为好。加热器由功率电阻组成，搅拌器主要由铝制叶片组成，两者的总热容可按 64.35 J/K 计算。

4.2.2 测量时间—温度关系

①在连续升温的 9 分钟内，等间隔地读取 18 个温度值。

$$(t_0, \theta_0), (t_1, \theta_1), (t_2, \theta_2), \dots, (t_{17}, \theta_{17})$$

②实测系统的散热常数。在连续降温的 40 分钟内，每 4 分钟测量 1 个温度值，测 10 个系统温度随时间变化的数据，用一元线性回归法求散热常数。

注意：

①升温过程中必须不断搅拌（转动搅拌器叶片）以保证温度均匀。同时搅拌过程中要随时监视电源电压（面板电压表指针位置）是否改变，防止因搅拌动作过大引起电源接触不良。

②数字三用表有自动关机功能。因此在测量过程中，可在三用表工作接近 15min 时，进行一次关机—开机操作，以免读数时刚好自动关机

③用铂电阻温度计记录温度，可直接把输出的香蕉插头接入数字三用表并读取电阻值。

4.2.3 测量加热器的电功率

分别在读数始末，用数字三用表测出加热器两端的电压（注意三用表的插孔位置和量程选择）。

加热器电阻值如表所示：

编号	1	2	3	4	5	6	7	8
电阻值/ Ω	202.4	201.5	203.8	200.5	201.1	199.6	201.4	203.4
编号	9	10	11	12	13	14	15	16
电阻值/ Ω	201.3	201.7	200.4	201.9	200.8	201.7	201.6	200.8

表 1 加热器的电阻值

4.2.4 数据处理

用一元线性回归方法计算热功当量 J 并与理论值对比，计算它们的相对误差。

五、数据记录与处理及改进

5.1 实验一 测量冰的溶解热实验

5.1.1 相关常数

内筒质量+搅拌器质量: $m_1 + m_2 = 152.05\text{g}$

水的质量: $m_0 = 186.65\text{g}$

冰的质量: $M = 36.47\text{g}$

内筒和搅拌器的比热容 $c_1 = c_2 = 0.389 \times 10^3 \text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

冰的比热容 ($-40 \sim 0^\circ\text{C}$ 时) 为 $c_I = 1.80 \times 10^3 \text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

水的比热容为 $c_0 = 4.18 \times 10^3 \text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

忽略温度计的热容 δm 。

冰的温度为 $T = -10^\circ\text{C}$

环境温度为 $T_{\text{环境}} = 21.8981^\circ\text{C}$

5.1.2 数据列表

在实验正常处理数据时，我们在进行铂电阻电阻值与温度换算时，要对照 Pt1000 铂电阻分度表进行换算。在遇到所测电阻阻值在位于两个标准值之间时，要进行线性换算。这种数据处理方法无疑是不方便且不准确的。

我们想到了应用 C 语言程序来处理电阻数据。根据铂电阻与温度的换算公式：

$$R_t = R_0(1 + AT + BT^2)$$

其中， $A = 3.90802 \times 10^{-3}^\circ\text{C}^{-1}$ ， $B = -5.80195 \times 10^{-7}^\circ\text{C}^{-2}$ ， $R_0 = 1000\Omega$ 。

我们通过 C 语言，编写了简单的计算程序，程序代码如下：

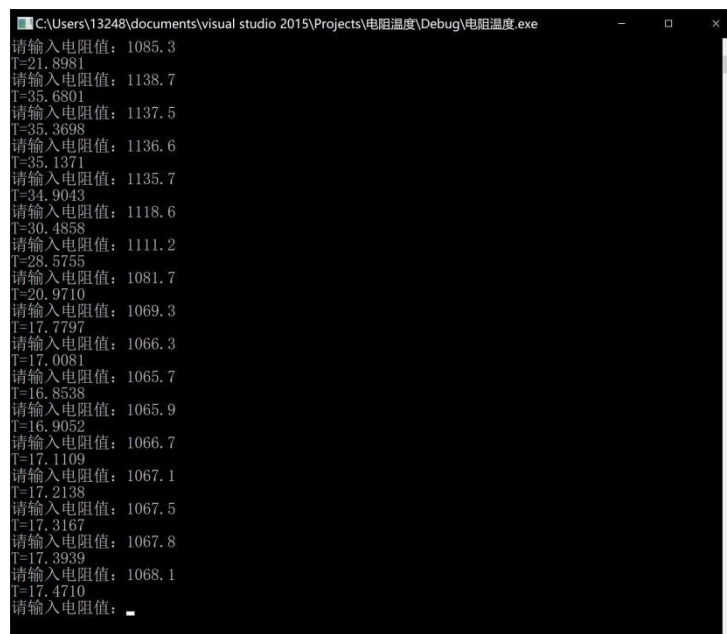

```

// 电阻温度.cpp：定义控制台应用程序的入口点。
//
#include "stdafx.h"
#include <stdio.h>
#include <math.h>

int main()
{
    while (1)
    {
        double A, B, T, R0, RT, a, b, c, t1, t2, disc, p, q;
        printf("-----Pt1000 铂电阻--温度换算软件-----");
        printf("请输入电阻值: ");
        scanf("%lf", &RT);
        A = 3.90802e-3;
        B = -5.80195e-7;
        R0 = 1000.0; //代入常数数值
        a = R0*B;
        b = R0*A;
        c = R0 - RT;
        disc = b*b - 4.0 * a*c;
        p = -b / (2.0*a);
        q = sqrt(disc) / (2.0*a);
        t1 = p + q;
        t2 = p - q;
        printf("T=%7.4lf\n", t1);
    }
    return 0; }

```

图 5 即为上述 C 语言程序运行时截图



```

C:\Users\13248\documents\visual studio 2015\Projects\电阻温度(Debug)\电阻温度.exe
请输入电阻值: 1085.3
T=21.8981
请输入电阻值: 1138.7
T=35.6801
请输入电阻值: 1137.5
T=35.3698
请输入电阻值: 1136.6
T=35.1371
请输入电阻值: 1135.7
T=34.9043
请输入电阻值: 1118.6
T=30.4858
请输入电阻值: 1111.2
T=28.5755
请输入电阻值: 1081.7
T=20.9710
请输入电阻值: 1069.3
T=17.7797
请输入电阻值: 1066.3
T=17.0081
请输入电阻值: 1065.7
T=16.8538
请输入电阻值: 1065.9
T=16.9052
请输入电阻值: 1066.7
T=17.1109
请输入电阻值: 1067.1
T=17.2138
请输入电阻值: 1067.5
T=17.3167
请输入电阻值: 1067.8
T=17.3939
请输入电阻值: 1068.1
T=17.4710
请输入电阻值:

```

经过电阻-温度换算，可以得到以下数据表。

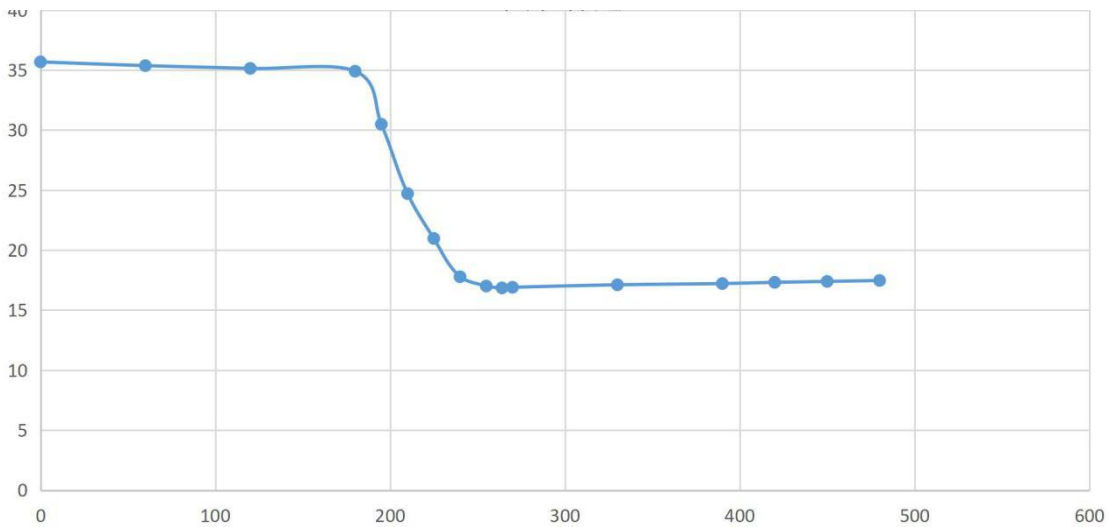
t/s	0	60	120	180(T2)	195	210	225	240
R/kΩ	1.1387	1.1375	1.1366	1.1357	1.1186	1.0962	1.0817	1.0693
T/°C	35.6801	35.3698	35.1371	34.9043	30.4858	24.7067	20.971	17.7797
t/s	255	264(T3)	270	330	390	420	450	480
R/kΩ	1.0663	1.0657	1.0659	1.0667	1.0671	1.0675	1.0678	1.0681
T/°C	17.0081	16.8538	16.9052	17.1109	17.2138	17.3167	17.3939	17.471

表 2 冰的溶解热实验数据

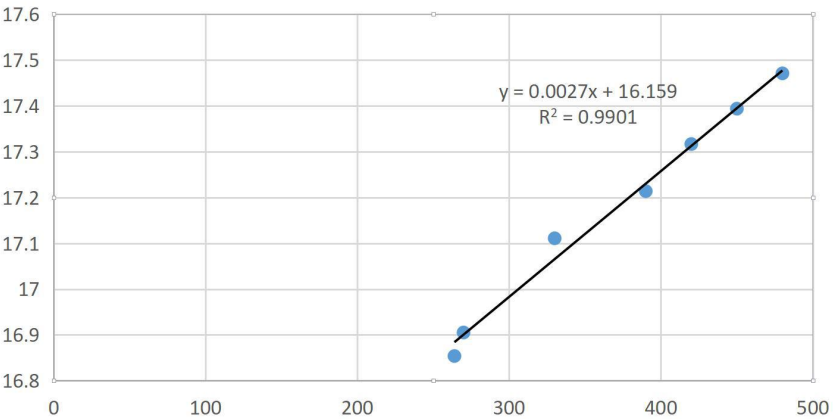
5.1.3 作图并计算

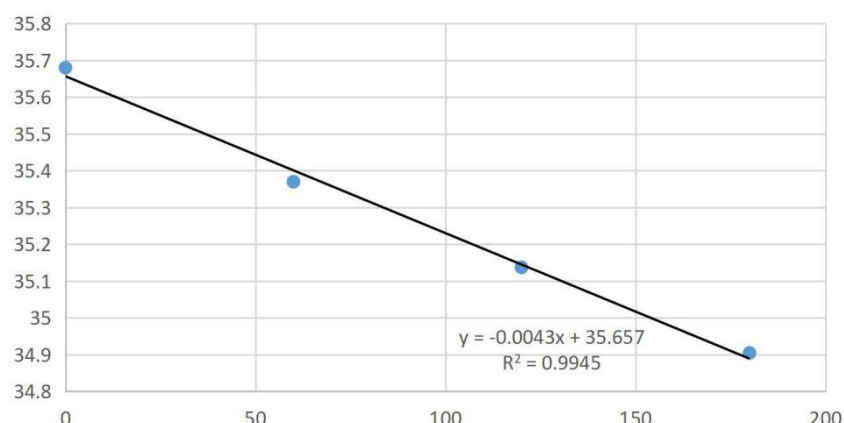
在正常的实验数据处理中，我们通过在坐标纸上画出断电图，并依次以圆滑曲线连接以得到大致的 $T-t$ 图。但这样得到图像既不准确又浪费时间，又为接下来面积图的计算添加了麻烦。

所以，我们对实验数据处理步骤进行改进，使用 Excel 对曲线进行拟合：



对加入冰块前和冰块溶解后曲线分别进行拟合：



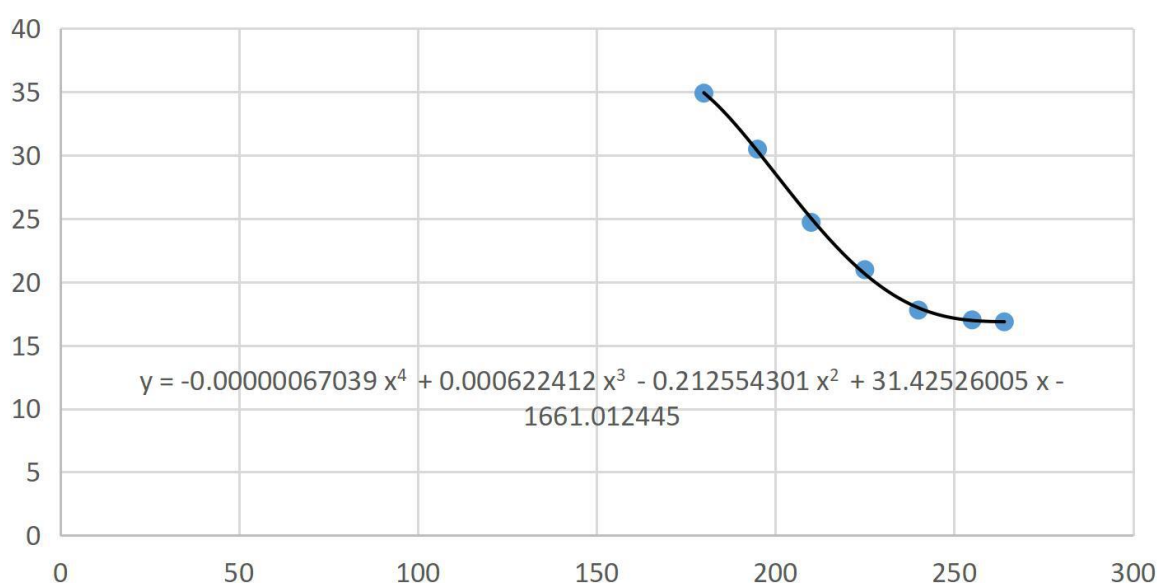


下面进行对于 T_2T_3 曲线的拟合。上图中 T_2T_3 的曲线显然不精准，所以我们可以给出曲线 T_2T_3 上的 N ($N = n - n_1 - n_3 + 2$) 个数据点 (x_i, y_i) ，作 m 次多项式拟合，来得到较为准确的 T_2T_3 曲线。设 $y = \sum_{j=0}^m a_j x^j$ ，多项式阶数 m 按照回归理论中多项式拟合阶数的选择方法来确定：

$$\text{令 } R_k = \sum_{i=1}^N (y_i - \sum_{j=0}^k a_j x_i^j)^2, \quad S_k = R_{k-1} - R_k, \quad F_k = \frac{(N-k-1)S_k}{R_k}, \quad \text{则 } F_k \text{ 为具有}$$

第一自由度为 1 和第二自由度为 $N-k-1$ 的 F 分布，用这个统计量可以方便地确定是否有必要用 k 阶拟合。

下面对 T_2T_3 曲线进行四阶拟合：



$$Y_1 = -0.004266833x + 35.65684$$

$$Y_2 = -0.00000067039x^4 + 0.000622412x^3 - 0.212554301x^2 + 31.42526005x - 1661.012445$$

$$Y_3 = 0.002747096x + 16.1588376$$

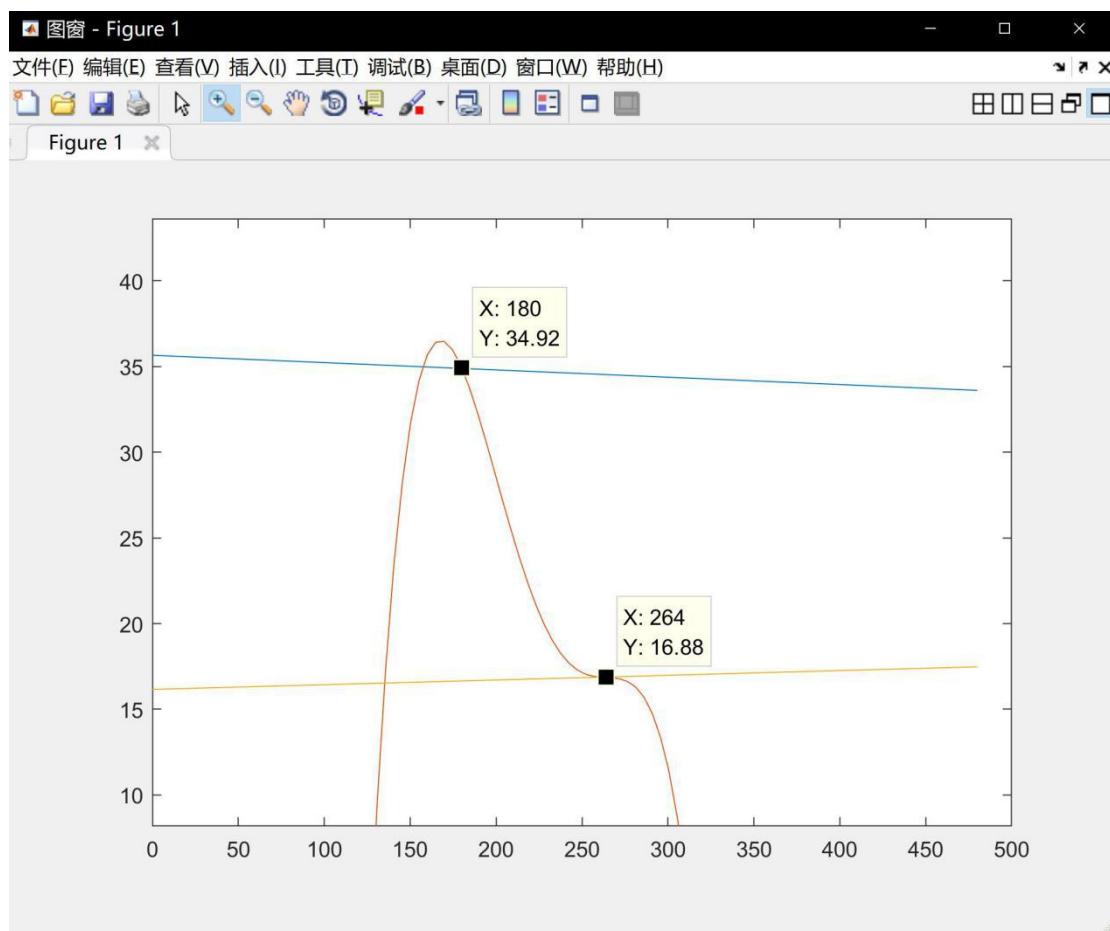
整理得

$$f_1(x) = -0.004266833x + 35.65684 \quad x \in (0, 180]$$

$$f_2(x) = -0.00000067039x^4 + 0.000622412x^3 - 0.212554301x^2 + 31.42526005x - 1661.012445 \quad x \in (180, 264]$$

$$f_3(x) = 0.002747096x + 16.1588376 \quad x \in (264, 480]$$

在 Matlab 中绘制图像检验，所拟合函数大致符合要求



经历上面两个步骤后， $T_2''T_2T_4T_3T_3''$ 曲线可以得到较好程度的拟合。接下来借助计算机作直线 $T_2'T_3'$ 。具体方法为从 180 到 264 按照较小的一定步长选择直线 $x=t$ ，并应用定积分计算此时围成的相应面积 $S_1 + S_2$ 和 S_3 ，当 $|S_2 + S_1 - S_3|$ 取得

极小值时，记下相应的 t 值，并计算出相应的 T'_2 、 T'_3 值。

计算过程如下：

1. 赋初值 $i = 0$, $t(0) = 180$, $\Delta S(0) = \int_{t_0}^{264} |y_2 - y_3| dt$ 。

2. $t(i) = t_0 + mi$ (m 为选定精度下 t 的步长)

$\Delta S(i) = \int_{t_i}^{264} |y_2 - y_3| dt - \int_{180}^{t_i} |y_1 - y_2| dt$ ，当 $\Delta S(i) > \Delta S(i+1)$ 时， $i = i+1$ 重复步骤2。

知道 $\Delta S(i) < \Delta S(i+1)$ 时，停止计算，输出此时 $t(i)$ 。

应用C语言编程，在C语言编程中，绝对值后积分不便于操作，所以我们应用类似的方法计算。即将上式的绝对值去掉后，讨论对于每个 $t(i)$ ， $S(i+1)$ 的取值。C语言程序代码如下：

// 函数计算.cpp：定义控制台应用程序的入口点。

//

#include "stdafx.h"

#include <stdio.h>

#include <math.h>

#include <stdlib.h>

int main()

{

while (1)

{

double y1t2, y2t2, y2t3, y3t3, y1ti, y2ti, y3ti, a1, a2, a3, b1, b2, b3, c2, d2, e2,
ti, t2, t3, m, Si, Sii = 0;

int i;

t2 = 180, t3 = 264;

a1 = -0.004266833, b1 = 35.65684;

a2 = -0.00000067039, b2 = 0.000622412, c2 = -0.212554301, d2 =
31.42526005, e2 = -1661.012445;

a3 = 0.002747096, b3 = 16.1588376;

i = 0;

m = 0.00001;

ti = 180;

y1t2 = ((a1 / 2.0)*pow(t2, 2) + b1*t2);

y2t2 = ((a2 / 5.0)*pow(t2, 5) + (b2 / 4.0)*pow(t2, 4) + (c2 / 3.0)*pow(t2, 3) +
(d2 / 2.0)*pow(t2, 2) + e2*t2);

y2t3 = ((a2 / 5.0)*pow(t3, 5) + (b2 / 4.0)*pow(t3, 4) + (c2 / 3.0)*pow(t3, 3) +
(d2 / 2.0)*pow(t3, 2) + e2*t3);

y3t3 = ((a3 / 2.0)*pow(t3, 2) + b3*t3);

```

y1ti = ((a1 / 2.0)*pow(ti, 2) + b1*ti);
y2ti = ((a2 / 5.0)*pow(ti, 5) + (b2 / 4.0)*pow(ti, 4) + (c2 / 3.0)*pow(ti, 3) +
(d2 / 2.0)*pow(ti, 2) + e2*ti);
y3ti = ((a3 / 2.0)*pow(ti, 2) + b3*ti);
Si = y2t3 - y3t3 - y2ti + y3ti;
Sii = Si;
do
{
i = i + 1;
ti = ti + m;
y1ti = ((a1 / 2.0)*pow(ti, 2) + b1*ti);
y2ti = ((a2 / 5.0)*pow(ti, 5) + (b2 / 4.0)*pow(ti, 4) + (c2 / 3.0)*pow(ti, 3)
+ (d2 / 2.0)*pow(ti, 2) + e2*ti);
y3ti = ((a3 / 2.0)*pow(ti, 2) + b3*ti);
Si = Sii;
Sii = y2t3 - y3t3 - y2ti + y3ti - y1ti + y2ti + y1t2 - y2t2;
printf("%lf %lf %lf %lf\n", y1ti, y2ti, y3ti, y2t2);
printf("S%d=%lf S%d+1=%lf\n", i-1, Si, i-1, Sii);
} while (Sii > 0);
printf("最终得到 t=%lf\n", ti);
break;
}
system("pause");
return 0;
}

```

最终得到结果如下：

```

C:\Users\13248\Documents\Visual Studio 2015\Projects\函数计算\Debug\函数计算.exe
7381.723038 -64190.047822 3448.089765 -65087.732984
S2965105=0.003184 S2965105+1=0.003003
7381.723385 -64190.047570 3448.089933 -65087.732984
S2965106=0.003003 S2965106+1=0.002823
7381.723733 -64190.047319 3448.090100 -65087.732984
S2965107=0.002823 S2965107+1=0.002643
7381.724080 -64190.047068 3448.090267 -65087.732984
S2965108=0.002643 S2965108+1=0.002463
7381.724428 -64190.046816 3448.090435 -65087.732984
S2965109=0.002463 S2965109+1=0.002282
7381.724776 -64190.046565 3448.090602 -65087.732984
S2965110=0.002282 S2965110+1=0.002102
7381.725123 -64190.046313 3448.090769 -65087.732984
S2965111=0.002102 S2965111+1=0.001922
7381.725471 -64190.046062 3448.090937 -65087.732984
S2965112=0.001922 S2965112+1=0.001742
7381.725819 -64190.045811 3448.091104 -65087.732984
S2965113=0.001742 S2965113+1=0.001561
7381.726166 -64190.045559 3448.091271 -65087.732984
S2965114=0.001561 S2965114+1=0.001381
7381.726514 -64190.045308 3448.091439 -65087.732984
S2965115=0.001381 S2965115+1=0.001201
7381.726861 -64190.045056 3448.091606 -65087.732984
S2965116=0.001201 S2965116+1=0.001020
7381.727209 -64190.044805 3448.091774 -65087.732984
S2965117=0.001020 S2965117+1=0.000840
7381.727557 -64190.044553 3448.091941 -65087.732984
S2965118=0.000840 S2965118+1=0.000660
7381.727904 -64190.044302 3448.092108 -65087.732984
S2965119=0.000660 S2965119+1=0.000480
7381.728252 -64190.044051 3448.092276 -65087.732984
S2965120=0.000480 S2965120+1=0.000299
7381.728600 -64190.043799 3448.092443 -65087.732984
S2965121=0.000299 S2965121+1=0.000119
7381.728947 -64190.043548 3448.092610 -65087.732984
S2965122=0.000119 S2965122+1=-0.000061
最终得到t=209.651230
请按任意键继续. . .

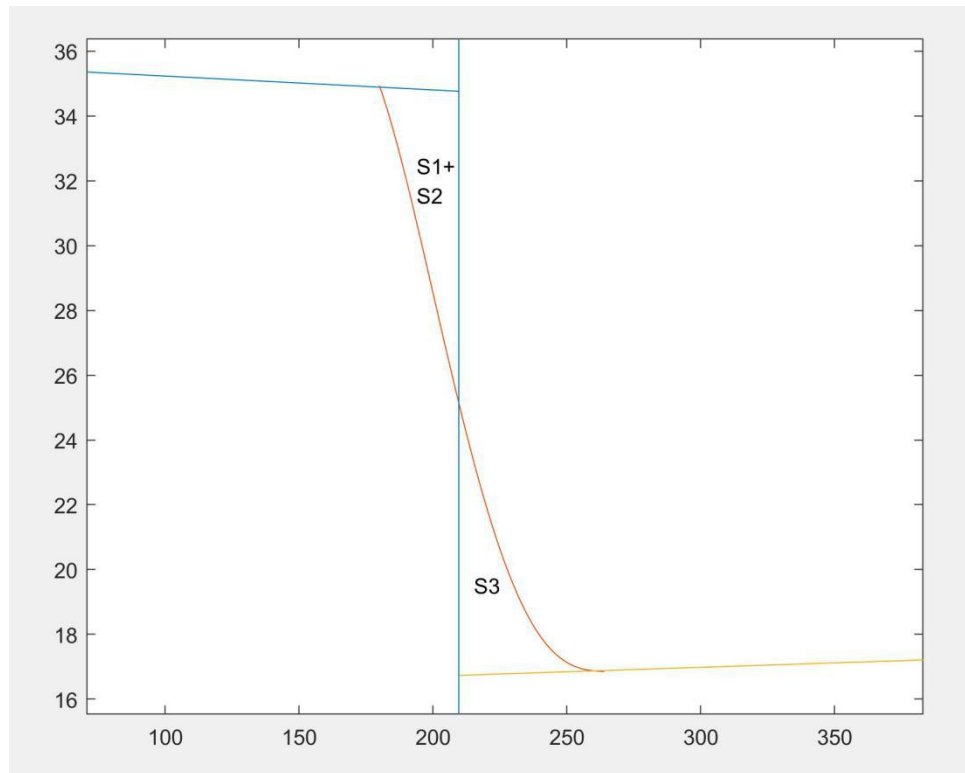
```

得到 $t=209.65123$ ，将数据代入直线中，可以得到

$$T'_2 = -0.004266833 \times 209.65123 + 35.65684 = 34.7622932$$

$$T'_3 = 0.002747096 \times 209.65123 + 16.1588376 = 16.6347697$$

在 Matlab 中做出相应图像，以便于观察验证：



根据公式计算，

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{M} (c_0 m_0 + c_1 m_1 + c_2 m_2 + \delta m) (T_2 - T_3) - c_0 T_3 + c_I T_1 \\ &= \frac{0.18665 \times 4180 + 0.15205 \times 389}{0.03647} \times (34.7623 - 16.6348) \\ &\quad - 4180 \times 16.6348 + 1800 \times (-10) \\ &= 329664.6856 \text{ J/kg} \end{aligned}$$

与 L 的公认值 $L = 3.3398 \times 10^5 \text{ J/kg}$ 相比，其相对误差为

$$\eta = \frac{|3.2966 - 3.3398|}{3.3398} \times 100\% = 1.29\%$$

5.2 实验二 电热法测量焦耳热功当量实验

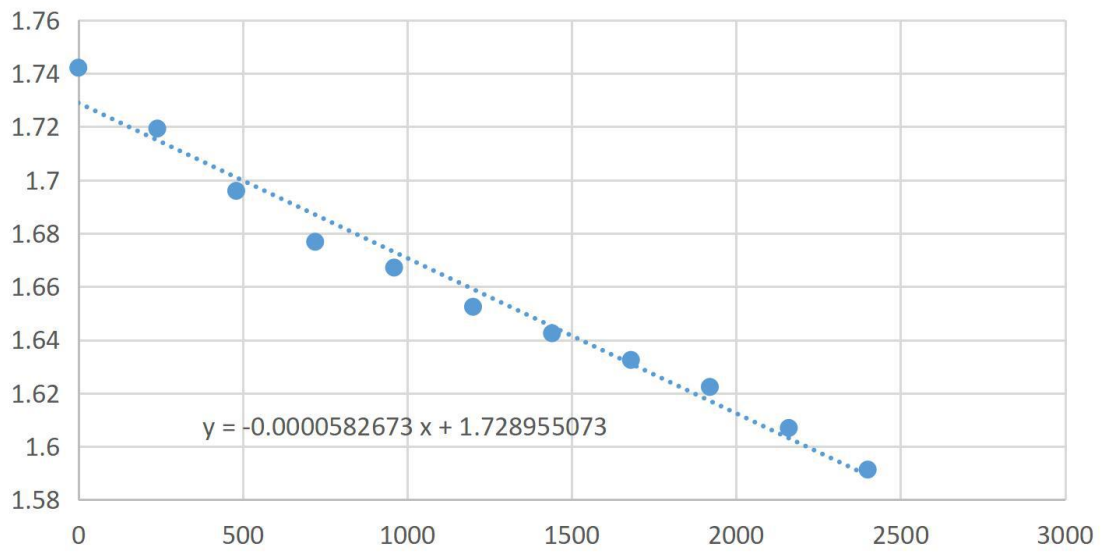
5.2.1 K 值的测量

向实验装置中加入高于环境温度（不超过牛顿冷却定律适用范围）的一定量的水（本实验取加热一段时间后的水），在不加热情况下测定 40min 内温度随时间变化的规律，每 4min 记录一次温度，并且记录实验前后环境温度，取平均值作为真正的环境温度 $\theta_{\text{环}}$ ，测量数据及部分计算结果如下表所示。

环境温度 $\theta_{\text{环}}=21.8852^{\circ}\text{C}$

t/min	R/kΩ	T/°C	T-T0/°C	ln(T-T0)
0	1.1074	27.595	5.7098	1.742183997
4	1.1069	27.466	5.5808	1.719332135
8	1.1064	27.337	5.4518	1.695945829
12	1.106	27.2338	5.3486	1.676834844
16	1.1058	27.1822	5.297	1.667140623
20	1.1055	27.1048	5.2196	1.652420771
24	1.1053	27.0532	5.168	1.642485766
28	1.1051	27.0017	5.1165	1.632470612
32	1.1049	26.9501	5.0649	1.622334394
36	1.1046	26.8727	4.9875	1.606934782
40	1.1043	26.7953	4.9101	1.591294308

令 $y_i \equiv \ln(\Delta\theta_i), x_i \equiv t$ 进行一元线性拟合：



得到斜率 $b_1 = -5.83 \times 10^{-5} s^{-1}$, $u(b_1) = -0.21 \times 10^{-5} s^{-1}$ 。

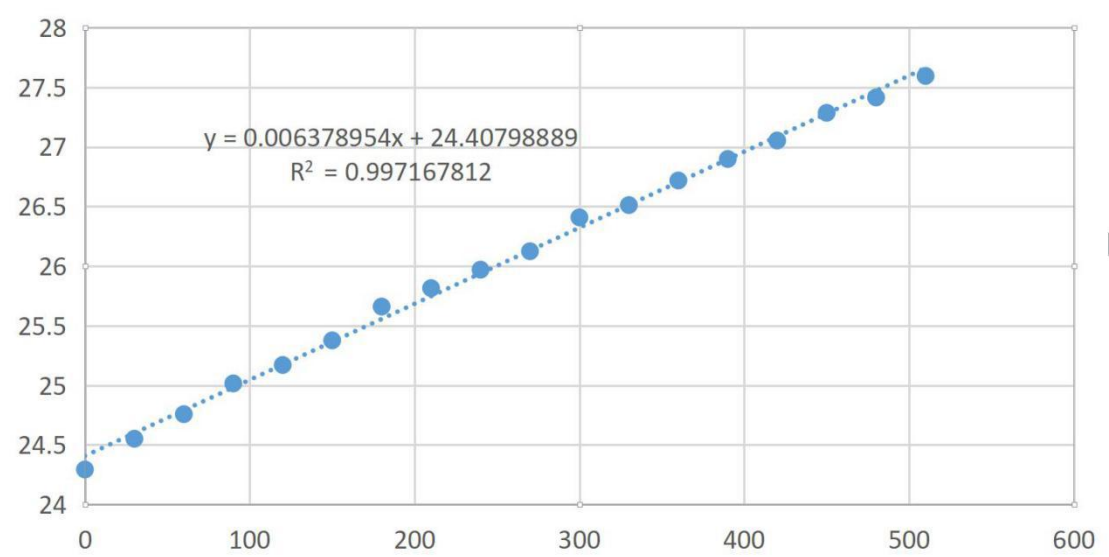
即有 $K = -b_1 = 5.83 \times 10^{-5} s^{-1}$, $u(k) = 0.21 \times 10^{-5} s^{-1}$ 。

5.2.1 热功当量 J 的测定

给定值电阻两端加一定电压使实验装置加热，每隔 30s 记录一次系统温度，测量数据如下表所示。负载电压 $V = 39.75V$ 、电阻阻值 $R = 201.3\Omega$ 、水质量 $m_0 = 247.17g$ 、桶质量 $m_1 = 156.01g$ 。

t/min	R/k Ω	T/° C	t/min	R/k Ω	T/° C
0	1.0946	24.2943	270	1.1017	26.1247
30	1.0956	24.552	300	1.1028	26.4084
60	1.0964	24.7582	330	1.1032	26.5116
90	1.0974	25.016	360	1.104	26.7179
120	1.098	25.1707	390	1.1047	26.8985
150	1.0988	25.377	420	1.1053	27.0532
180	1.0999	25.6606	450	1.1062	27.2854
210	1.1005	25.8153	480	1.1067	27.4144
240	1.1011	25.97	510	1.1074	27.595

对实验数据进行一元线性回归：



拟合得到斜率 $b_2 = 0.00638$, $u(b) = 0.00006$ ；截距 $a_2 = 24.408$, $u(a_2) = 0.014$ ；相关

系数 $R^2 = 0.997167812$ 。

将 b_2 、 a_2 的值代入公式中，可计算 J 值：

$$\begin{aligned} J &= \frac{V^2}{RCm[b_2 + K(a_2 - \theta_{\text{环}})]} \\ &= \frac{39.75^2}{201.3 \times (64.38 + 0.24717 \times 4180 + 0.156 \times 389)} \\ &\quad \times \frac{1}{0.00638 + 5.83 \times 10^{-5}(24.408 - 21.8852)} \\ &= 1.040090431 \end{aligned}$$

根据公认热功当量 $J=1$ 相对误差 $\eta = 4.00\%$ 。

对实验结果进行不确定度的分析和计算，可得

$$\frac{u(J)}{J} = \sqrt{\left[\frac{2u(V)}{V}\right]^2 + \left[\frac{u(R)}{R}\right]^2 + \left[\frac{u(Cm)}{Cm}\right]^2 + \left\{\frac{u[b_2 + K(a_2 - \theta_{\text{环}})]}{b_2 + K(a_2 - \theta_{\text{环}})}\right\}^2}$$

其中， $V, R, Cm, \theta_{\text{环}}$ 的误差皆可以忽略不计，则

$$u(J) = \frac{J}{b_2 + K(a_2 - \theta_{\text{环}})} \sqrt{u^2(b_2) + (a_2 - \theta_{\text{环}})^2 u^2(K) + K^2 u^2(a_2)} = 0.0074$$

所以，热功当量的最终表达式为

$$J \pm u(J) = 1.040 \pm 0.007$$

六、误差分析

6.1 实验一 测量冰的溶解热实验

实验测得的冰的溶解热偏小，引起误差的原因可能有以下几点：

1. 温度计测得的是高温层的水温，引起计算结果偏小。
2. 搅拌不够均匀，导致温度的测量不准确。
3. 读数时存在偏差，未卡在时间点上。
4. 从冰柜取冰块至冰块加入量热器的过程中，冰块表面有一部分会熔化。
5. 加冰块时记录数据的时间有一定偏差。
6. 量热器不是完全孤立的系统，存在一定的热量交换。
7. 作图时拟合程度不够高，图线不够精确，导致 T_2' 和 T_3' 的数据不准确。

6.2 实验二 电热法测量焦耳热功当量实验

1. 电源电压不稳定，导致水吸收热量与计算值不符。
2. 通电过程中加热器的电阻值有微小变化。
3. 搅拌不均匀可能导致温度的测量不准确。
4. 读数时未准确的卡在时间点上。
5. 系统不完全孤立，存在一定的热量交换。

八、收获与体会

这两个实验是热学实验中较为基本的实验，在做这两个实验的时候，我们掌握了热学实验的一些基本原理和一些基本仪器操作和使用的方法，掌握了对温度进行测量的方法，同时也掌握了两种进行散热修正的方法——牛顿冷却定律法和一元线性回归法。

这次实验让我的收获很大，让我对热学实验有了更深刻的认识。同时，实验中发现问题和解决问题的过程也培养了我们的能力，让我们能够更好的面对以后的实验和在学习上遇到的问题。

在处理数据时，我想到可以用计算机来辅助计算和作图，这也是这份研究性实验报告诞生的原因。热学实验在实验室实验时，不可避免地会造成很多误差，而如果我们后期处理数据时将这些误差再次放大，那得到的结果就会与客观事实相差甚远。所以，我想到运用计算机软件来辅助进行实验后期的数据分析。

物理是一门严谨、务实的学科。所以对于每一个物理实验，测量数据的准确度和真实度就极为重要。在实验过程中，一些微小的失误都可能造成实验的失败，就以热学实验为例，在加入冰块时，一旦开盖时间过长，使得系统与外界进行了过多的热交换，实验就会失败。不仅如此，我们还要通过此次实验所用到的水温、水量，来决定加入多少冰块，这一切都是严肃又不失乐趣的。

物理实验不仅仅锻炼了我们的动手能力和对物理知识的理解，更历练了我们一丝不苟的品性和实事求是的态度。

九、参考文献

- [1] 李朝荣,徐平,唐芳,王慕冰.基础物理实验,2010(1)
- [2] 蔡晨.电热法测热功当量实验的新探究[J].大学物理,2016,(35)
- [3] 孙志远,王若谦,张草,苗明川,李朝荣.应用 MATLAB 对冰溶解热的散热修正.

北京航空航天大学

BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

16711094

桶+搅拌器: 152.05g 桶: 130.51g
桶+搅拌器+水: 338.70g 桶+搅拌器+水+冰: 375.17g

t_{eq}	0	60	120	180	195
$R(t)$	1.1387	1.1375	1.1366	1.1357	1.1186

210	225	240	255	264 (T ₃)
1.0962	1.0817	1.0693	1.0663	1.0647

270	330	390	420	450
1.0659	1.0667	1.0671	1.0675	1.0678

480
1.0681

10.19 10.19

环境: 1.0853 KJ.

冰初温: -10°C.

北京航空航天大学

BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

李金松
16711094

环流初值: $1.0853 \text{ kn} \rightarrow 1.0852 \text{ kn}$

电阻, 9号. 初始电阻 = 156.01 g .

水重量: $369.35 - 122.18 = 247.17 \text{ g}$.

t	0	30	60	90	120	150
R.	1.0946	1.0956	1.0964	1.0974	1.0980	1.0988

	180	210	240	270	300	330
	1.10999	1.1005	1.1011	1.1017	1.1028	1.1032

	360	390	420	450	480	5/0 (8.5 min)
	1.1040	1.1047	1.1053	1.1062	1.1067	1.1074

t	12.5 min	16.5	20.5	24.5	28.5	32.5
R.	1.1069	1.1064	1.1060	1.1058	1.1055	1.1053

	36.5	40.5	44.5	48.5
	1.1051	1.1049	1.1046	1.1043

12.1910