



计算机控制系统

第4章 计算机控制系统 连续域—离散化设计

北京航空航天大学

xiajie

2020年3月

4.1 连续域—离散化设计原理与分析

思路:

- 在连续域内已设计好控制律 $D(s)$;
- 将 $D(s)$ 离散化, 便于计算机编程实现。

■ 优点:

- 1) 充分利用对连续系统的分析和设计经验;
- 2) 离散化方法简单, 结论明确。

■ 工程应用广泛

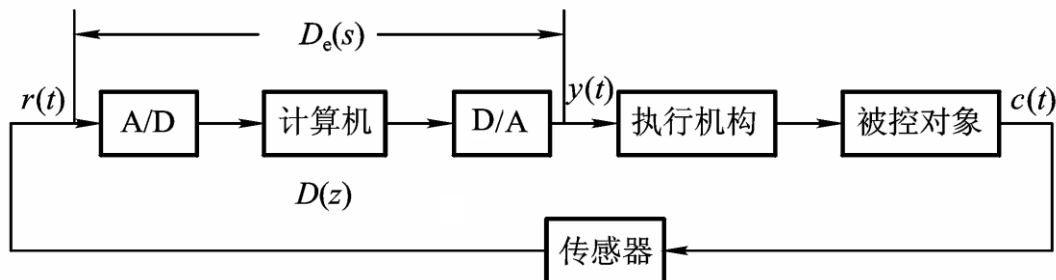
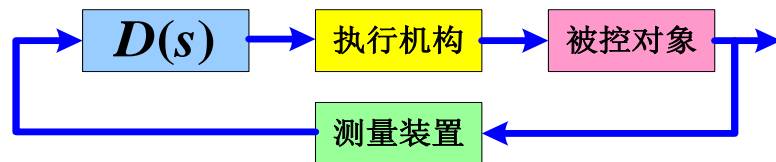
- ❖ 飞控系统数字化
- ❖ 多变量复杂控制律实现

■ 方法:

利用各种变换, $D(s) \rightarrow D(z)$

4.1.1 设计原理和步骤

★ 数字控制器 → 连续传递函数 $D_e(s)$ 。



A/D输出与输入关系:

$$R^*(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} R(j\omega + jn\omega_s)$$

系统低通且
采样频率较高

$$\left\{ \begin{aligned} R^*(j\omega) &\approx \frac{1}{T} R(j\omega) \\ R^*(j\omega) / R(j\omega) &\approx \frac{1}{T} \end{aligned} \right.$$

计算机实现算法 $D(z)$ 对应的频率特性: $D(e^{j\omega T})$

D/A的频率特性: $G(j\omega) = T \frac{\sin(\omega T / 2)}{\omega T / 2} e^{-j\omega T / 2} \approx T e^{-j\omega T / 2}$

设计时常近似为:

$$e^{-sT/2} \approx \frac{1}{1 + sT/2}$$

等效连续传递函数

$$\left\{ \begin{aligned} D_e(j\omega) &\approx \frac{1}{T} D(e^{j\omega T}) T e^{-j\omega T / 2} = D(e^{j\omega T}) e^{-j\omega T / 2} \end{aligned} \right.$$

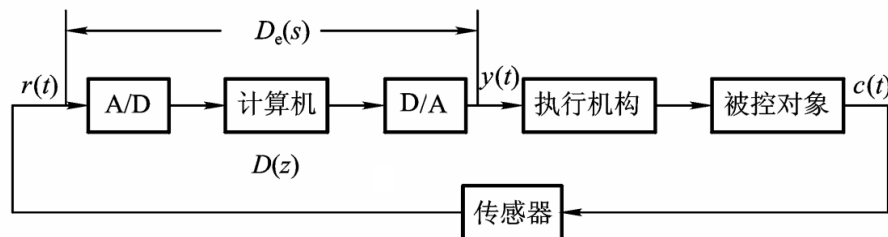
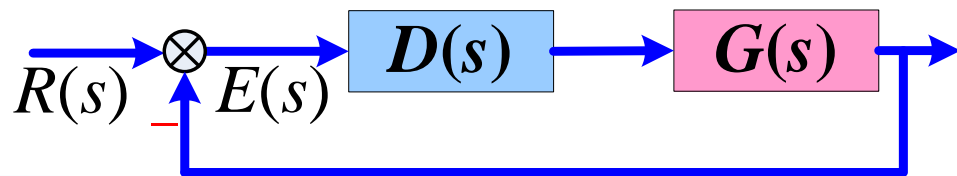
补偿器

模拟控制器?

$$D_e(s) = D_{dc}(s) e^{-sT/2}$$

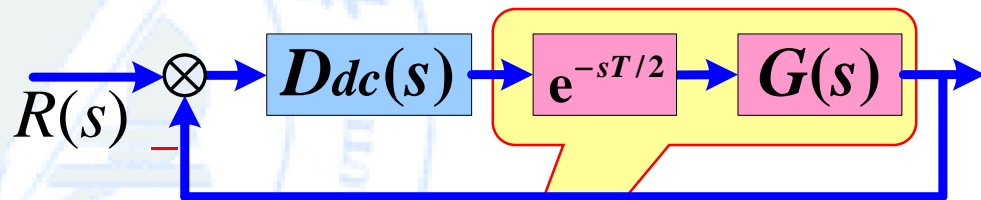
设计原理

$$D_e(s) = D_{dc}(s) \cdot e^{-sT/2}$$



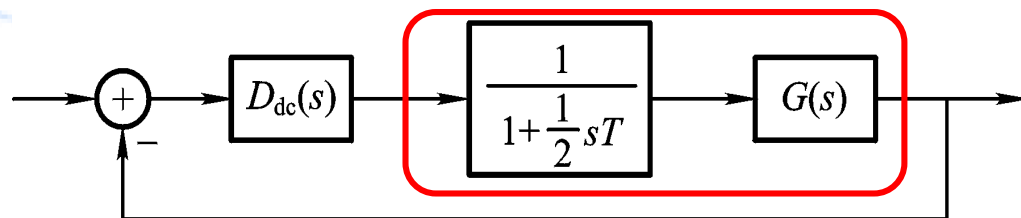
■ 若已经有 $D(s)$, 则

$$D_{dc}(s) \approx (1 + sT/2)D(s)$$



■ 如果还没有 $D(s)$, 则考虑的被控对象

$$D_{dc}(s) \xrightarrow{\text{等效离散}} D(z)$$



连续域-离散化设计的步骤如下：

第1步：根据系统的性能，选择采样频率

第2步：考虑ZOH的相位滞后，设计数字控制算法等效传递函数 $D_{dc}(s)$

$$D_{dc}(j\omega) = D(j\omega)e^{j\omega T/2} \quad \text{或} \quad D_{dc}(s) \approx (1 + sT/2)D(s)$$

第3步：选择合适的离散化方法，将 $D_{dc}(s)$ 离散化，获得脉冲传递函数 $D(z)$ ，使两者性能尽量等效。

第4步：检验计算机控制系统闭环性能。若满足指标要求，进行下一步；否则，重新进行设计。

改进设计的途径有：

①选择更合适的离散化方法

②提高采样频率

③修正连续域设计，如增加稳定裕度指标等

第5步：将 $D(z)$ 变为数字算法，在计算机上编程实现。

4.2 各种离散化方法

■ 最常用的表征控制器特性的主要指标：

- ❖ 零极点个数；
- ❖ 系统的频带；
- ❖ 稳态增益；
- ❖ 相位及幅值裕度；
- ❖ 阶跃响应或脉冲响应形状；
- ❖ 频率响应特性。

$D(s)$ $\xrightarrow{\text{等效离散}}$ $D(z)$

离散化方法

- 数值积分法

- 一阶向后差法

- 一阶向前差法

- 双线性变换法及修正双线性变换法

- 零极点匹配法

- 保持器等价法

- z 变换法(脉冲响应不变法)

4.2.1 一阶向后差分法

以积分环节为例：

$$D(s) = U(s) / E(s) = 1 / s$$

$$u(t) = \int_0^t e(t) dt$$

$$du(t) / dt = e(t)$$

1) 离散化公式

$$D(z) = D(s) \bigg|_{s = \frac{1-z^{-1}}{T}}$$

实质：将连续域中的微分

用一阶向后差分替换

$$du(t) / dt = \{u(kT) - u[(k-1)T]\} / T$$

$$u(kT) = u[(k-1)T] + Te(kT)$$

做 z 变换，得 $U(z) = z^{-1}U(z) + TE(z)$

$$D(z) = U(z) / E(z) = T / (1 - z^{-1})$$

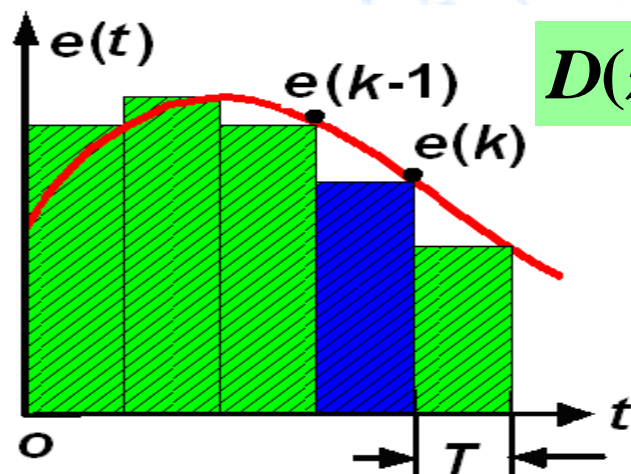


图4-3向后差分(矩形积分)法

比较

s 与 z 之间的变换关系

$$s = (1 - z^{-1}) / T$$
$$z = \frac{1}{1 - sT}$$

4.2.1 一阶向后差分法

$$z = \frac{1}{1-Ts} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{(1+Ts)}{(1-Ts)}$$

2) 主要特性

(1) s 平面与 z 平面映射关系

s 左半平面 ($\sigma \leq 0$) 映射到 z 平面为圆心 $(1/2, 0)$, 半径 $1/2$ 的小圆内部。

映射一一对应, 频率无混叠

(2) 若 $D(s)$ 稳定, 则 $D(z)$ 一定稳定

(3) 变换前后, 稳态增益不变。

$s \rightarrow 0$ 时 $z \rightarrow 1$

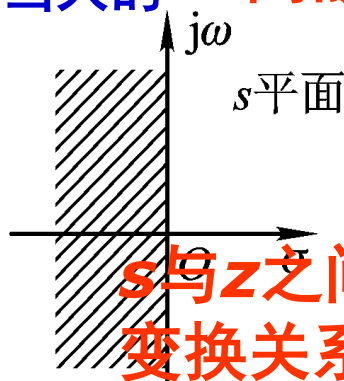
(4) 离散后控制器的时间响应与频率响应, 与连续控制器相比有相当大的畸变。

离散化公式

$$D(z) = D(s) \Big|_{s = \frac{1-z^{-1}}{T}}$$

3) 应用

由于这种变换的映射关系畸变严重, 变换精度较低。所以, 工程应用受到限制, 用得较少。



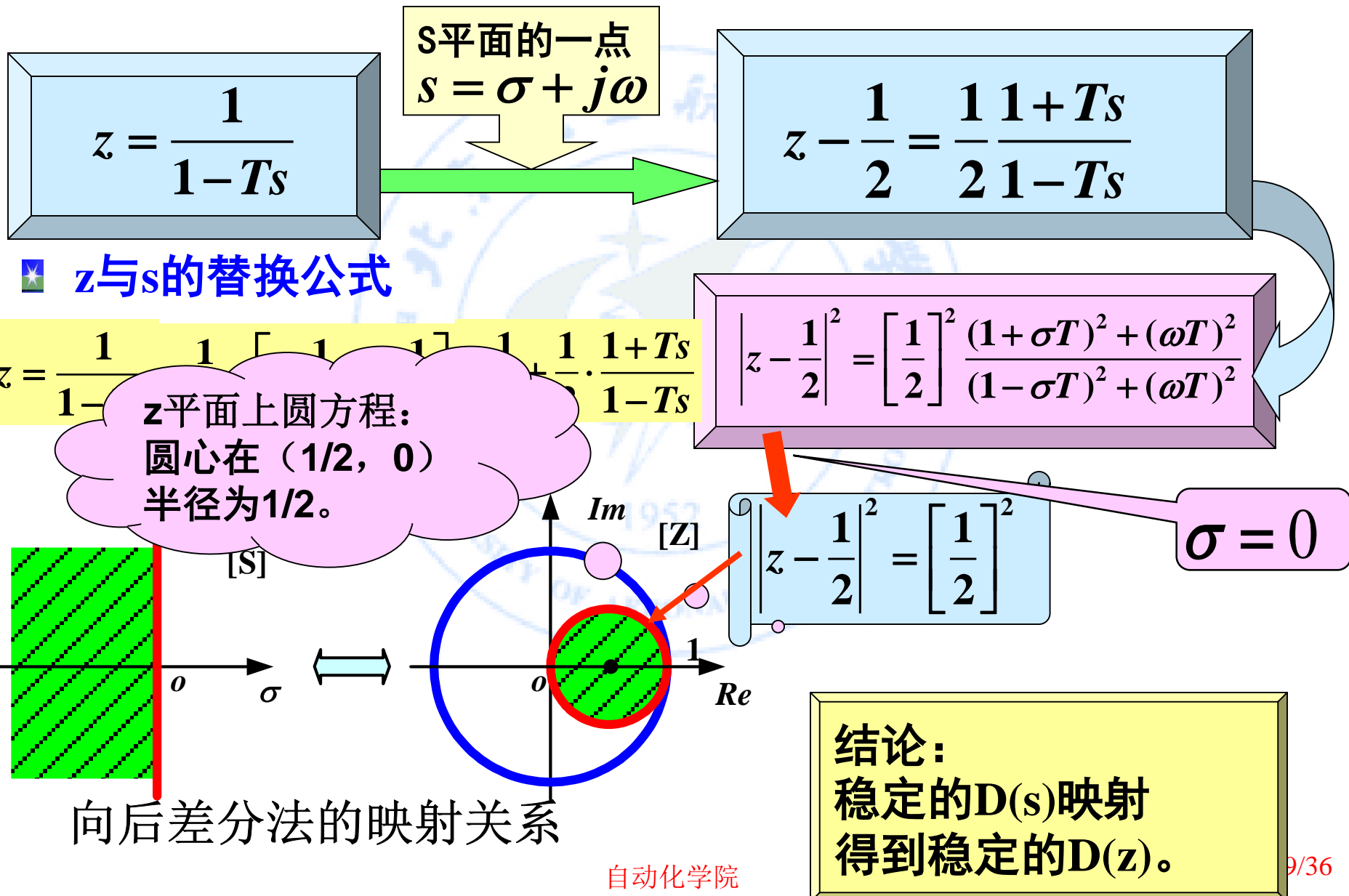
$$s = \frac{1-z^{-1}}{T}$$

$$z = \frac{1}{1-sT}$$

图4-4

向后差分法的映射关系

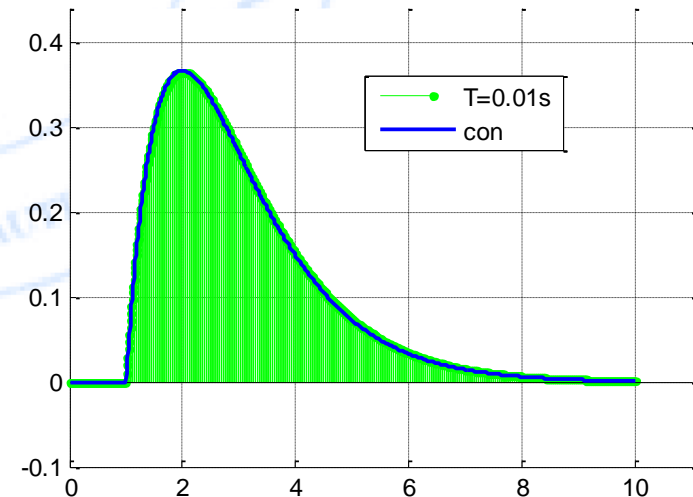
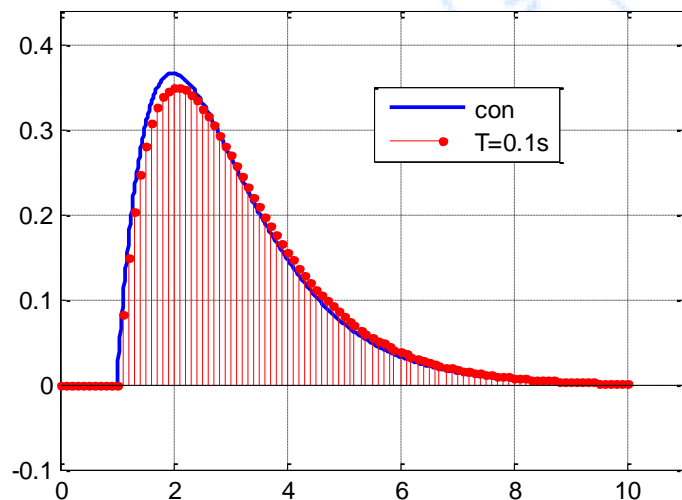
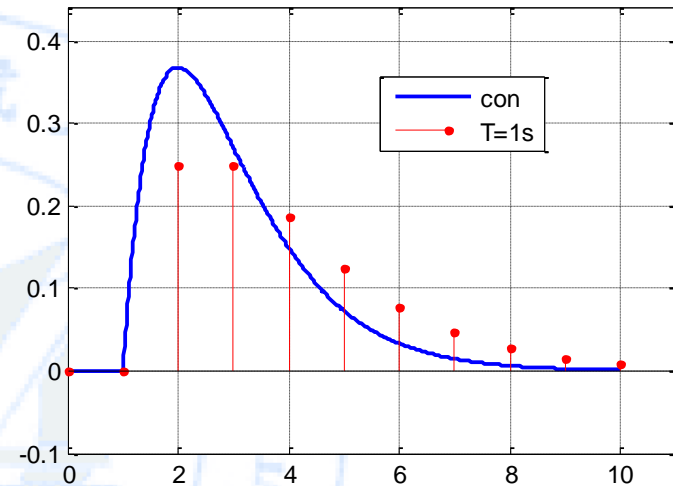
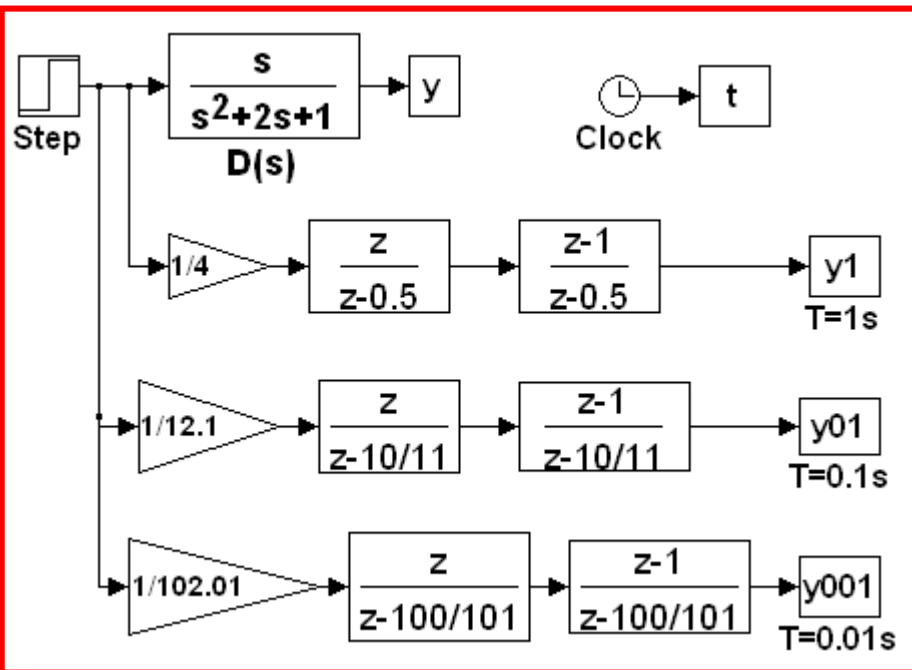
向后差分法——s平面与z平面的映射关系



$$D(s) = s / (s + 1)^2$$

$$T = 1s, 0.1s, 0.01s$$

add_example_back.m



4.2.2 一阶向前差分法

1) 离散化公式

$$D(z) = D(s) \bigg|_{s=\frac{z-1}{T}}$$

实质：将连续域中的微分
用一阶向前差分替换

$$du(t)/dt = \{u[(k+1)T] - u(kT)\} / T$$

做 z 变换，得

$$u(kT) = u[(k-1)T] + Te[(k-1)T]$$

$$U(z) = z^{-1}U(z) + Tz^{-1}E(z)$$

$$D(z) = U(z) / E(z) = T / (z - 1)$$

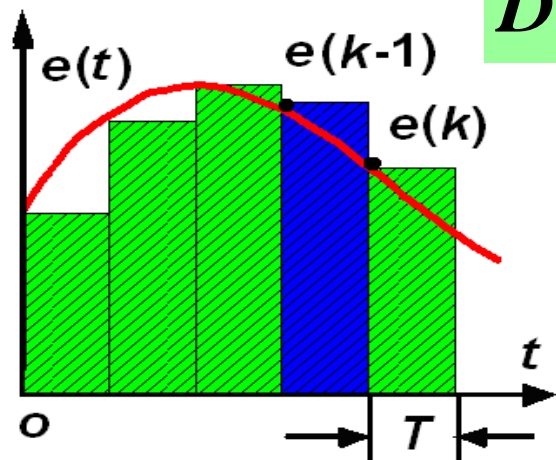


图4-7 向前差分矩形积分法

以积分环节为例：

$$D(s) = U(s) / E(s) = 1 / s$$

$$u(t) = \int_0^t e(t) dt$$

$$du(t)/dt = e(t)$$

比较

s 与 z 之间的变换关系

$$s = \frac{z-1}{T} = \frac{1-z^{-1}}{Tz^{-1}}$$
$$z = 1 + Ts$$

4.2.2 一阶向前差分法

$$s = \frac{z-1}{T} = \frac{1-z^{-1}}{Tz^{-1}}$$

$$z = 1 + Ts$$

2) 主要特性

① s 平面与 z 平面映射关系

映射一一对应，无混叠

$$z = 1 + Ts$$

平移放大关系

② 若 $D(s)$ 稳定，则 $D(z)$ 不一定稳定： z 域单位圆对应 s 域一个圆，不是全部。

③ 稳态增益不变。

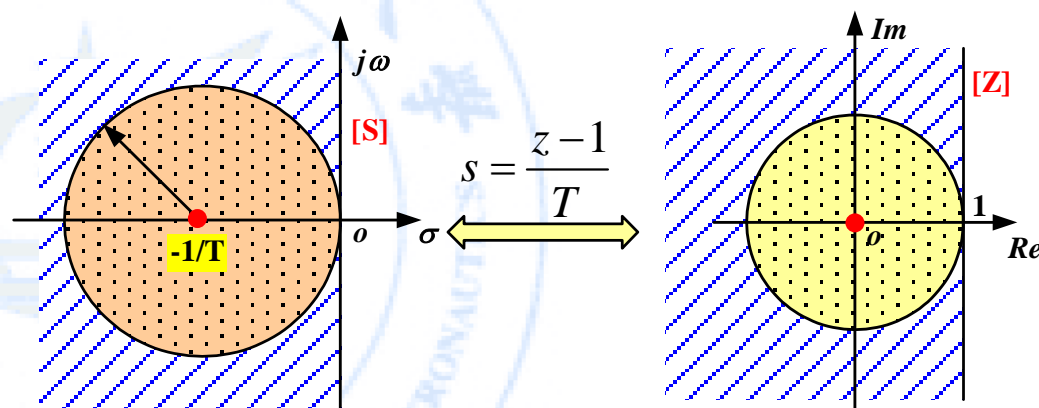
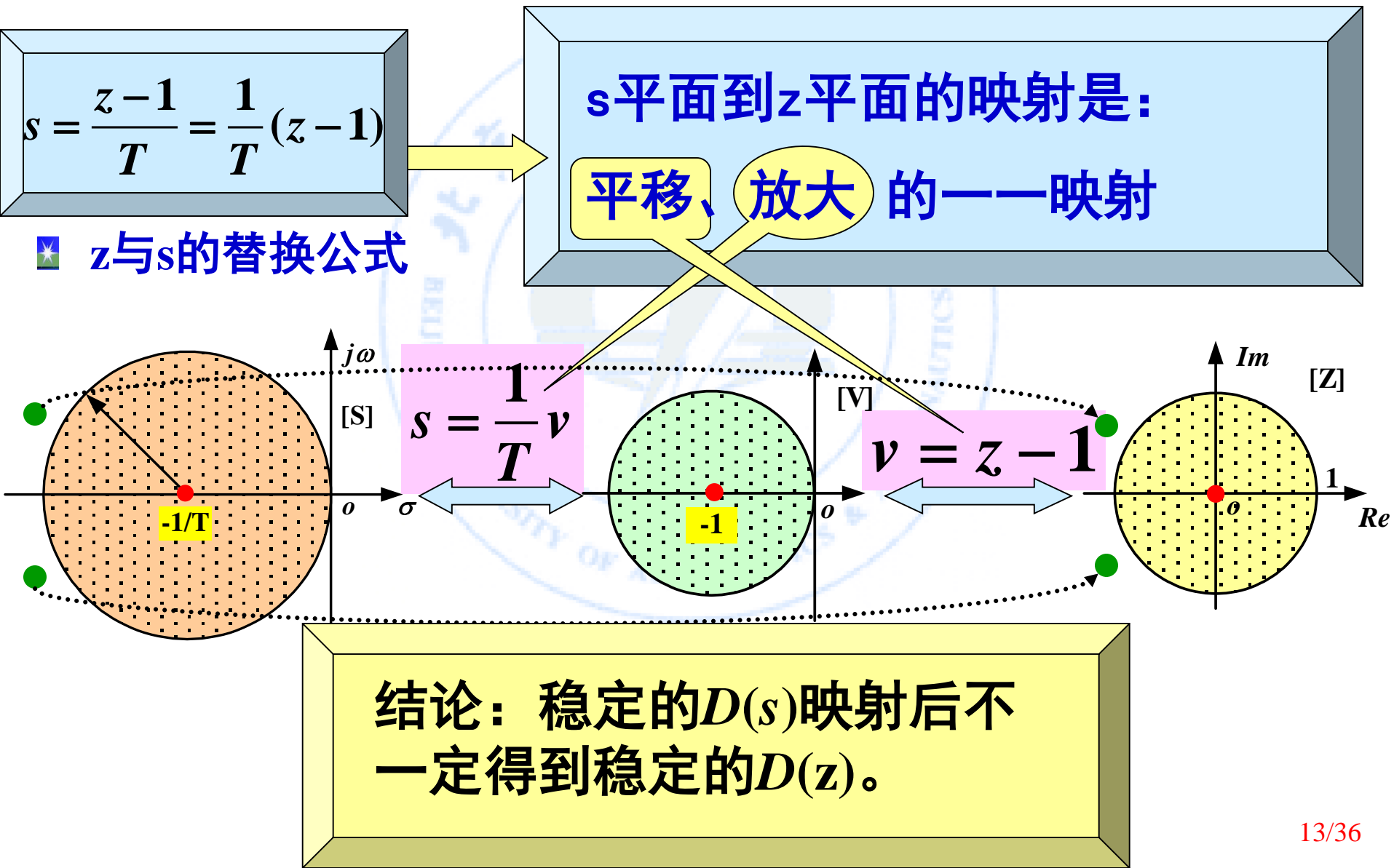


图4-8 向前差分法的映射关系

3) 应用

由于这种变换的映射关系畸变严重，不能保证 $D(z)$ 一定稳定，或者如要保证稳定，要求采样周期较小，所以应用较少。

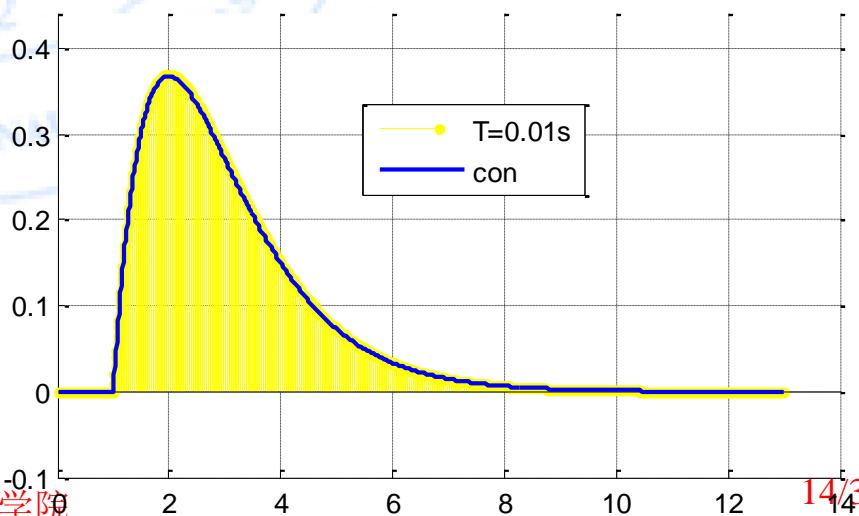
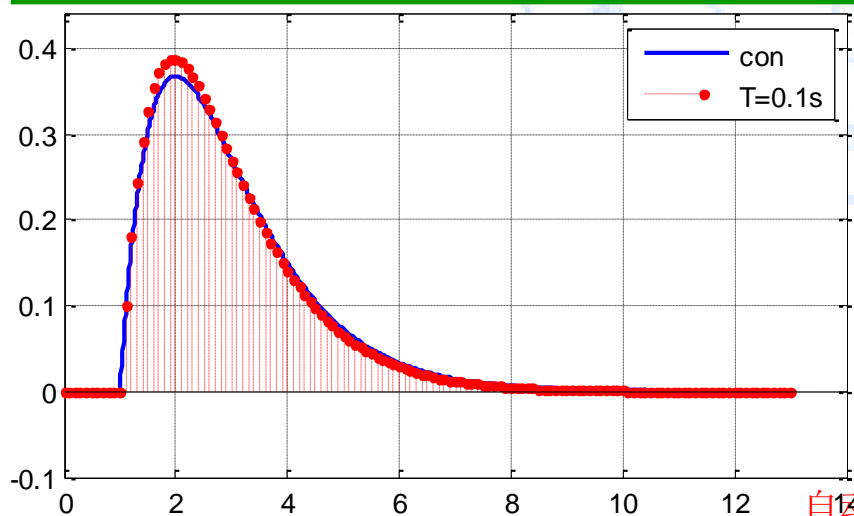
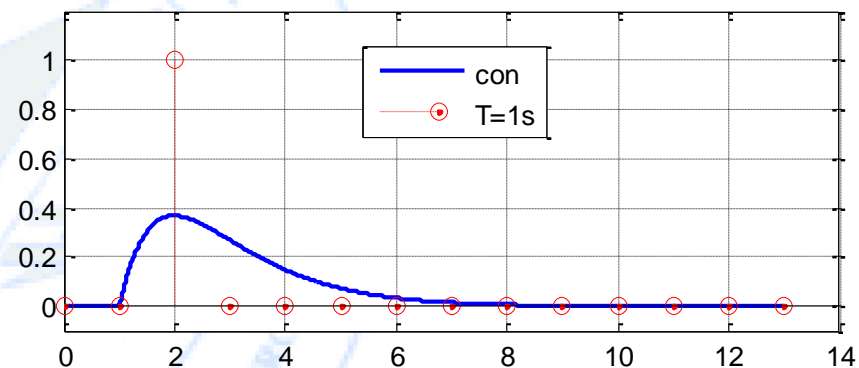
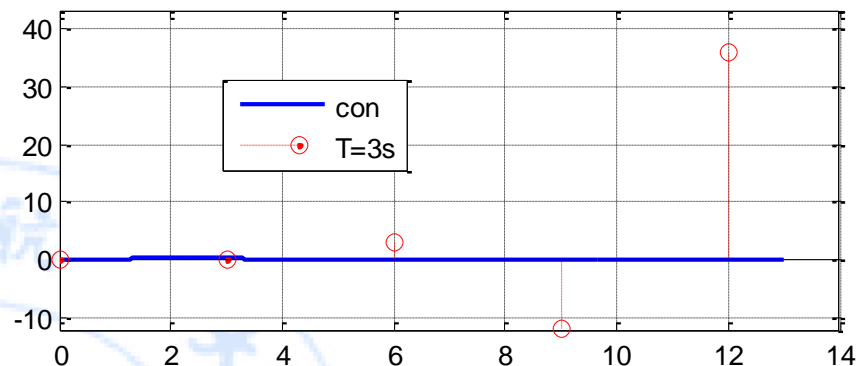
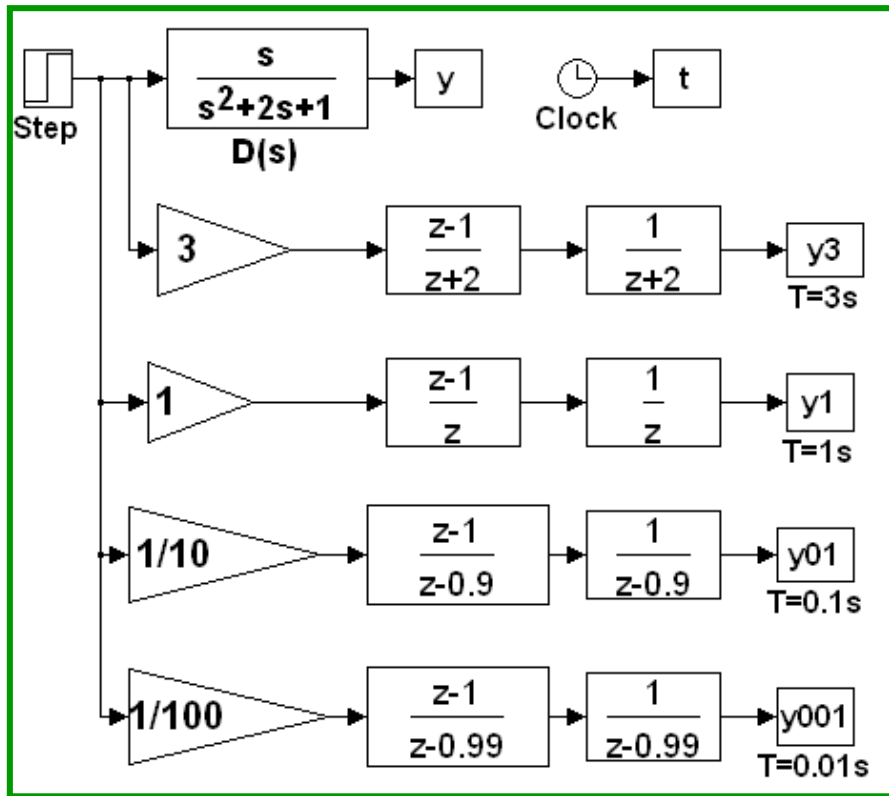
向前差分法——s平面与z平面的映射关系



$$D(s) = s / (s+1)^2$$

$$T = 0.01s, 0.1s, 1, 3s$$

add_example_fore.m



4.2.3 双线性变换法（突斯汀-Tustin变换法）

1) 离散化公式

$$D(z) = D(s) \left|_{s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}}\right.$$

$$D(s) = U(s) / E(s) = 1 / s$$

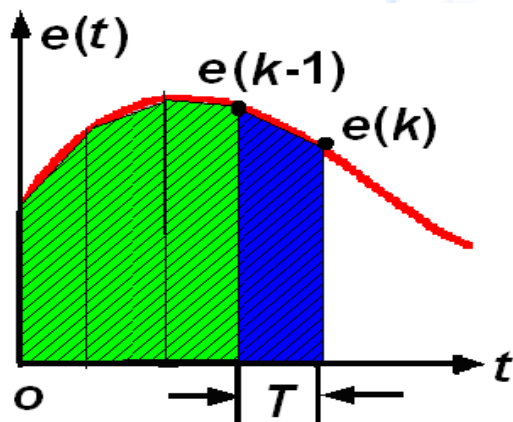
$$u(t) = \int_0^t e(t) dt$$

实质：将梯形面积近似代替积分

$$u(k) = u(k-1) + \frac{T}{2} [e(k) + e(k-1)]$$

进行z变换，得

$$U(z) = z^{-1}U(z) + \frac{T}{2} [E(z) + z^{-1}E(z)]$$



$$D(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{\frac{T}{2}(1+z^{-1})}{1-z^{-1}} = \frac{1}{\frac{2}{T} \frac{(z-1)}{(z+1)}}$$

比较

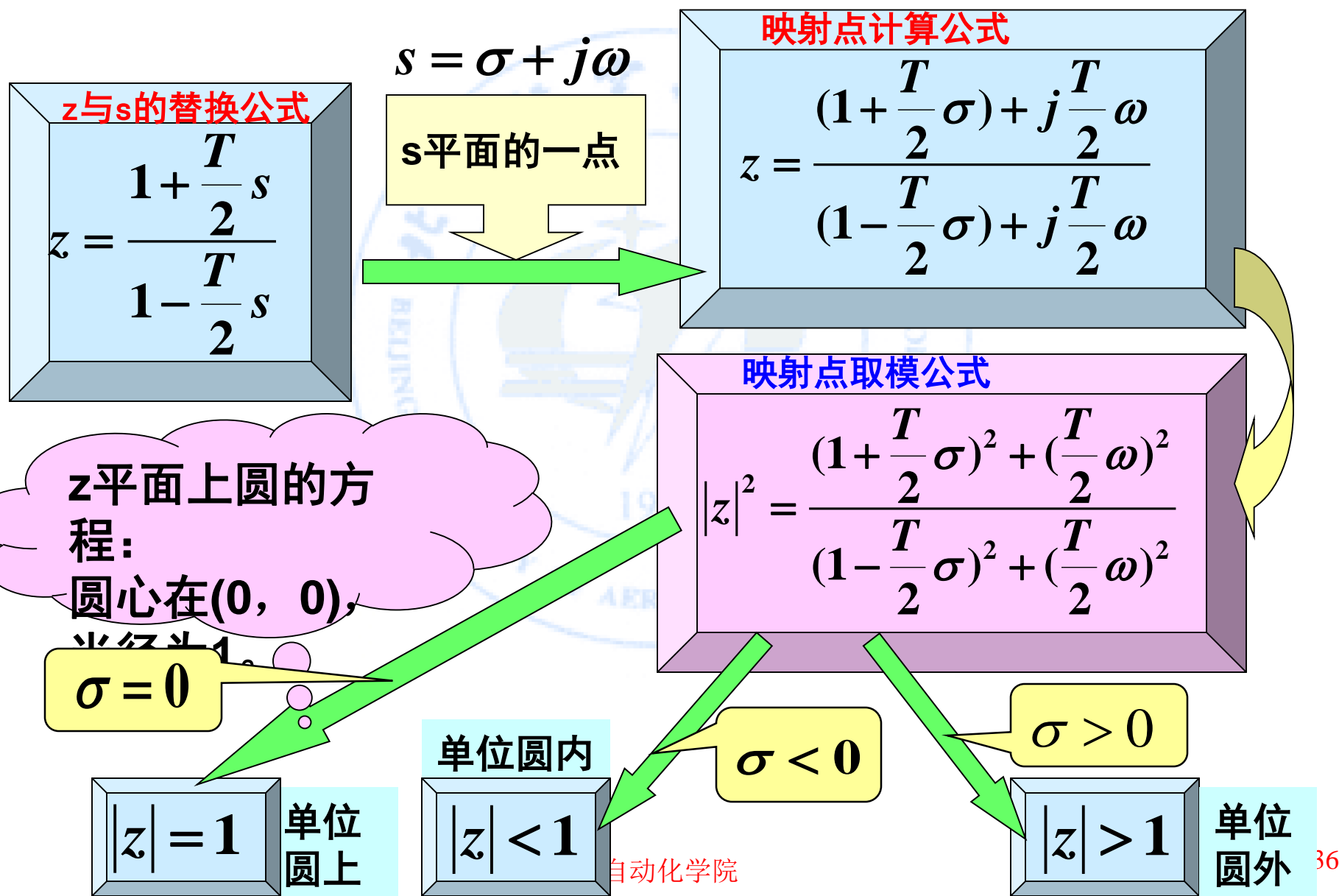
s与z之间的变换关系

图4-9 梯形积分法

- 直接代入
- 可以获得更高的变换精度

$$s = \frac{2}{T} \frac{(z-1)}{(z+1)} \quad z = \frac{1 + \frac{T}{2}s}{1 - \frac{T}{2}s}$$

双线性变换法——s平面与z平面的映射关系



4.2.3 双线性变换法

2) 主要特性

① s 平面与 z 平面映射关系

$\sigma=0$ (s 虚轴) 映射为 z 平面的单位圆周

$\sigma>0$ (s 右半平面) 映射到 z 平面单位圆外

$\sigma<0$ (s 左半平面) 映射到 z 平面单位圆内

② 若 $D(s)$ 稳定, 则 $D(z)$ 一定稳定;

z 域角频率为 ω_D

s 域角频率

$$s = \frac{2(z-1)}{T(z+1)}$$

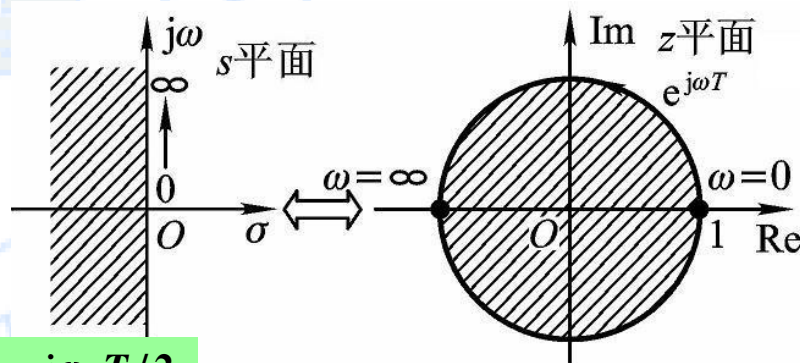
$$j\omega_A = \frac{2}{T} \frac{1 - e^{-j\omega_D T}}{1 + e^{-j\omega_D T}} = \frac{2}{T} \frac{e^{j\omega_D T/2} - e^{-j\omega_D T/2}}{e^{j\omega_D T/2} + e^{-j\omega_D T/2}}$$

$$= \frac{2}{T} \frac{2j \sin(\omega_D T/2)}{2 \cos(\omega_D T/2)} = j \frac{2}{T} \tan \frac{\omega_D T}{2}$$

$$z = \frac{1 + \frac{T}{2}s}{1 - \frac{T}{2}s} = \frac{\left(1 + \frac{T}{2}\sigma\right) + j\frac{\omega T}{2}}{\left(1 - \frac{T}{2}\sigma\right) - j\frac{\omega T}{2}}$$

$$s = \sigma + j\omega$$

$$|z|^2 = \frac{\left(1 + \frac{T}{2}\sigma\right)^2 + \left(\frac{\omega T}{2}\right)^2}{\left(1 - \frac{T}{2}\sigma\right)^2 + \left(\frac{\omega T}{2}\right)^2}$$



双线性变换映射关系

$$\omega_A = \frac{2}{T} \tan \frac{\omega_D T}{2}$$

4.2.3 双线性变换法

2) 主要特性

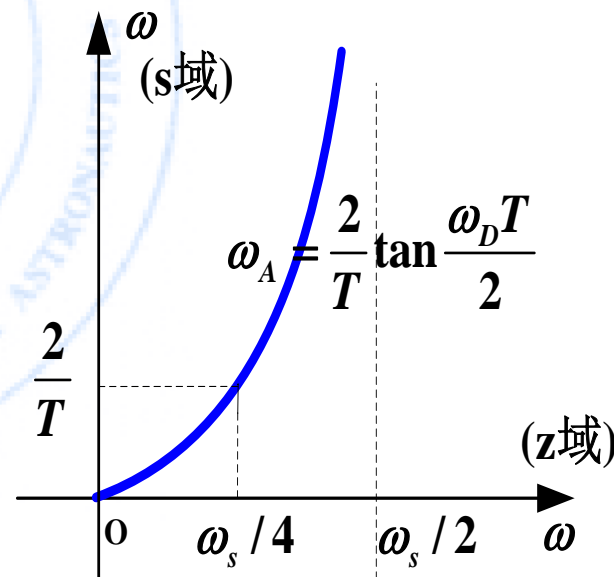
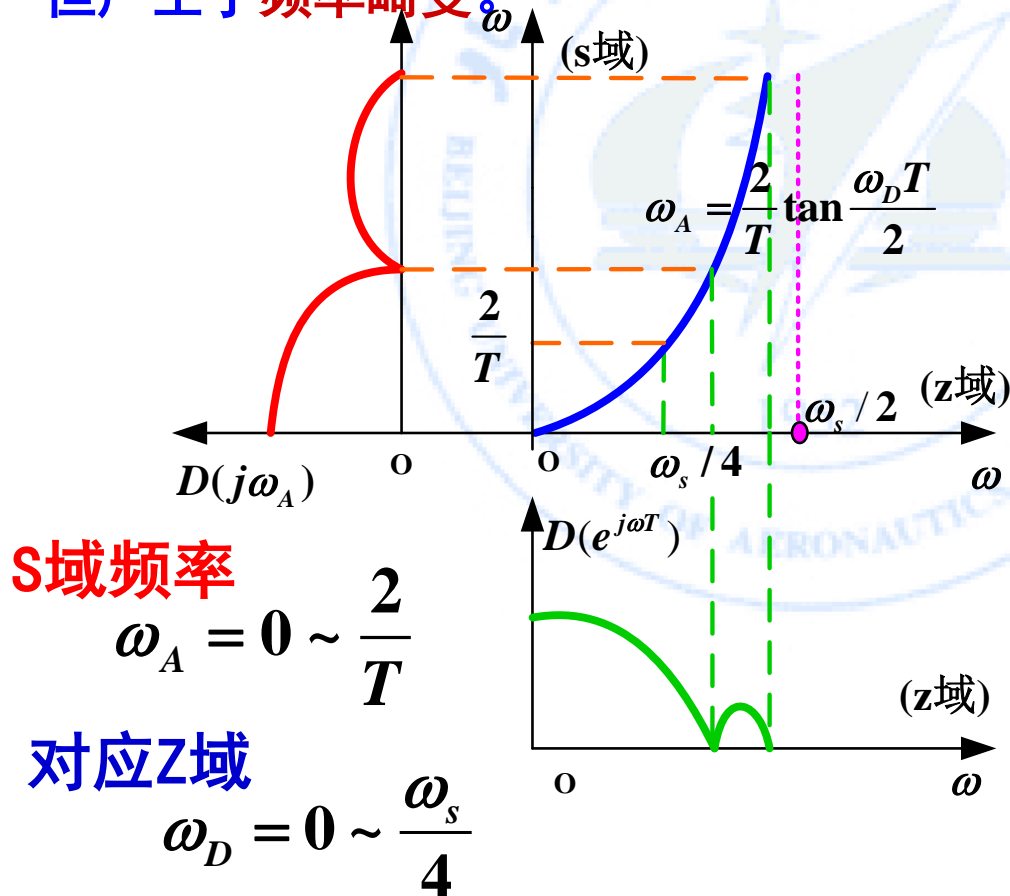
③ 频率畸变:

双线性变换的**一对一**映射;
保证离散频率特性**不产生频率混叠现象**;
但产生了**频率畸变**。

$$\omega_A = \frac{2}{T} \tan \frac{\omega_D T}{2}$$

当采样频率较高 $\omega_D T$ 足够小

$$\omega_A \cong \frac{2}{T} \frac{\omega_D T}{2} = \omega_D$$



双线性变换的频率关系

4.2.3双线性变换法 2)主要特性

数学上, 有 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$

该曲线的初射角为 45°

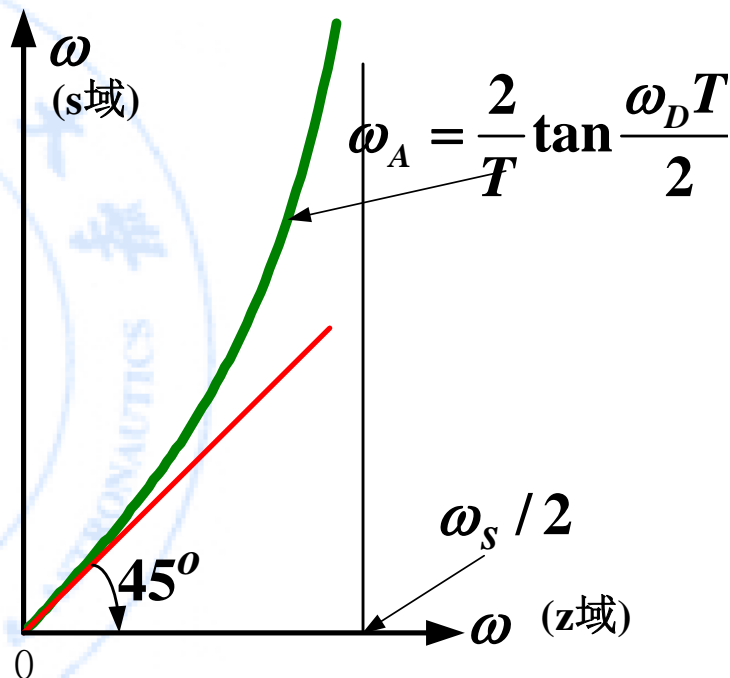
matlab 命令:

`T=0.1;`

`w=0:1:10*pi;`

`BW=(2/T)*tan(w*T/2);`

`plot(w,BW)`



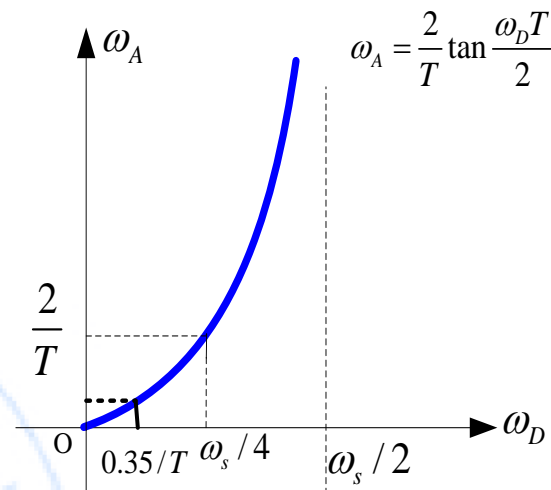
从s的无限频段 $0 \leq \omega \leq \infty$, 被压缩至z的有限段 $0 \sim \omega_s / 2$

由于s平面的 $\omega \rightarrow \infty$ 映射至z平面的 $\omega_D = \omega_s / 2$

故有 $|D(j\omega)|_{\omega \rightarrow \infty} = |D(e^{j\omega_D T})|_{\omega_D = \omega_s / 2}$

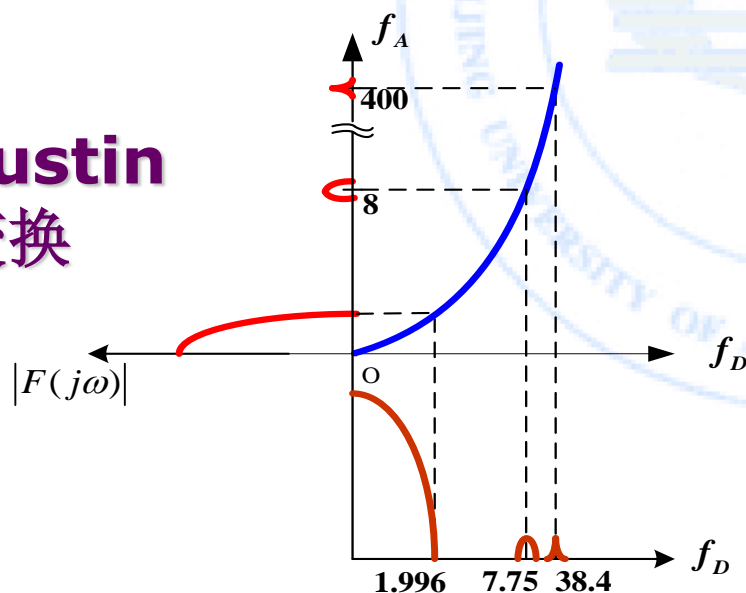
频率畸变特性

- 所有幅值集中在 $0 \sim \omega_s/2$ 范围内，频率特性无混叠
- 低频段 $\omega_A \approx \omega_D$ ，高频段畸变严重，频率特性变形
- $T \downarrow$ ($\omega_s \uparrow$)，线性段变长，畸变小

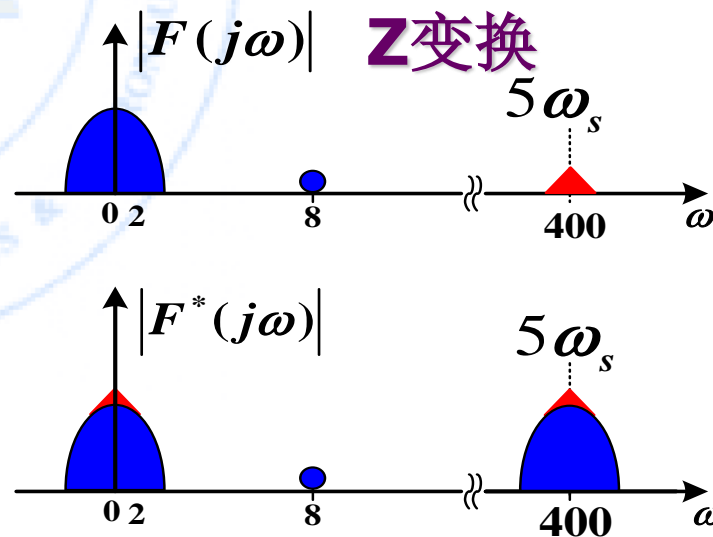


例：飞机，信号在2Hz，8Hz，400Hz处，
采样频率 $\omega_s = 80$

Tustin 变换



幅值不变，频率轴变



频率不变，幅值有混叠

4.2.3 双线性变换法

2) 主要特性

例如：设 $D(s) = \frac{1}{s^2} \xrightarrow{\text{绿色箭头}} D(z) = D(s) \Big|_{s=\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}} = \frac{T^2 (z+1)^2}{4(z-1)^2}$

对0型系统 $D(s) \Big|_{s=0} = D(z) \Big|_{z=1}$

对*i* 型系统 $\lim_{s \rightarrow 0} s^i D(s) = \frac{1}{T^i} \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)^i D(z) \quad (i \geq 1)$

④变换前后，稳态增益不变。

$$D(s) \Big|_{s=0} = D(z) \Big|_{z=1}$$

$$s = \frac{2}{T} \frac{(z-1)}{(z+1)} \quad z = \frac{1 + \frac{T}{2}s}{1 - \frac{T}{2}s}$$

4.2.3 双线性变换法

2)主要特性

⑤双线性变换后 $D(z)$ 的阶次不变，且分子、分母具有相同的阶次。

$$D(s) = \frac{1}{s^2} \xrightarrow{\text{绿色箭头}} D(z) = D(s) \Big|_{s=\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}} = \frac{T^2 (z+1)^2}{4(z-1)^2}$$

$$D(s) = \frac{1}{s+1} \xrightarrow{\text{绿色箭头}} D(z) = \frac{1}{\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} + 1} = \frac{(z+1)}{(1 + \frac{2}{T})z + (1 - \frac{2}{T})}$$

分子阶数不足的部分，自动弥补因子 $(z+1)^{n-m}$

3)应用

① 使用方便，有较高的精度和前述一些好的特性，工程上应用较为普遍。

② 主要缺陷是高频特性失真严重，主要用于低通环节的离散化，不宜用于高通环节的离散化。

例4-3

$$D(s) = \frac{1}{s^2 + 0.8s + 1}$$

$$T = 1s, 0.2s$$

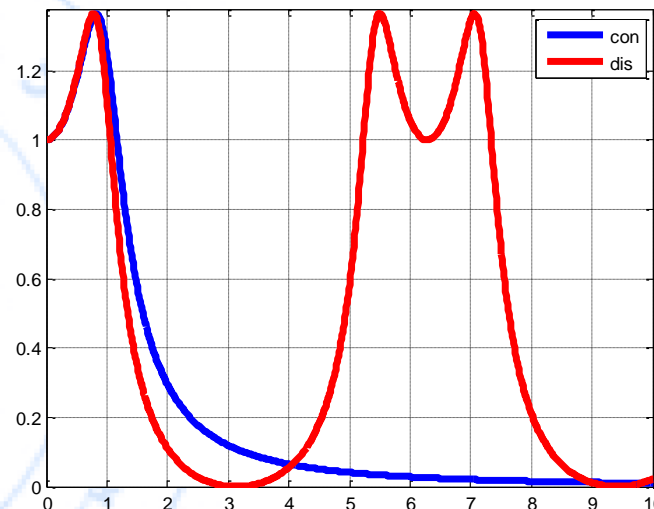
要求双线性变换离散，比较 $D(s)$ 与 $D(z)$ 频率特性。

$$D(z) = D(s) \Big|_{s=\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}} = \frac{0.152(z+1)^2}{z^2 - 0.91z + 0.515}$$

$$D(s) \Big|_{s=0} = 1$$

$$T = 1s$$

$$D(z) \Big|_{z=1} = \frac{0.152(1+1)^2}{1-0.91+0.515} = \frac{0.608}{0.605} = 1.005 \approx 1$$



```
T=1; Lw=10; w=0:0.01:Lw;
numGs=[1];denGs=[1,0.8,1];
[numGz,denGz]=c2dm(numGs,denGs,T,'tustin');
[mag,pha]=bode(numGs,denGs,w);
[dmag,dpha]=dbode(numGz,denGz,T,w);
ymax=max(mag);
plot(w,mag,'b',w,dmag,'r','LineWidth',4);
Grid on; axis([0,Lw,0,1.01*ymax]);
legend('con','dis')
```

```

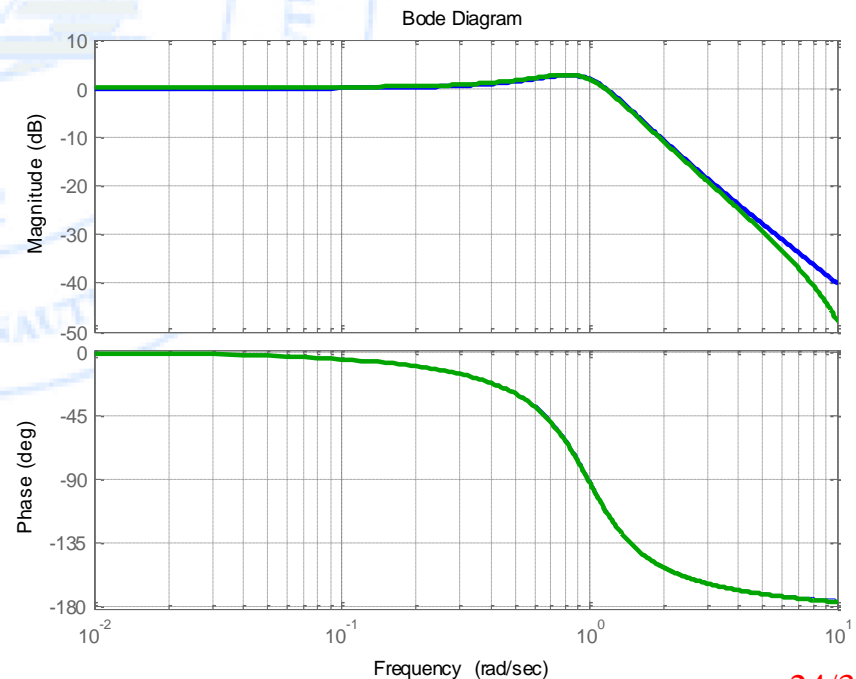
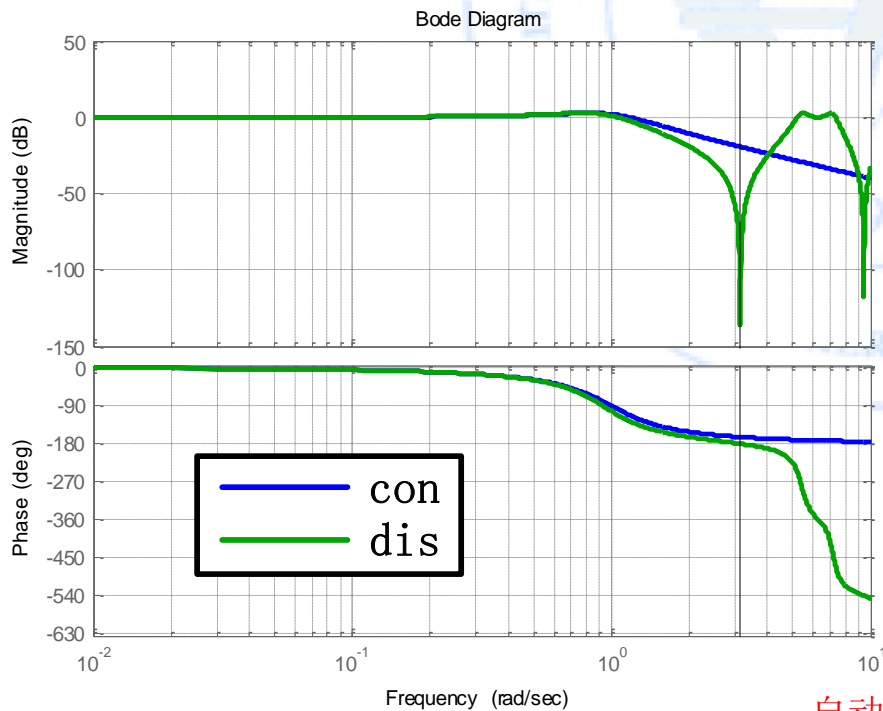
T=1; % T=0.02;
Lw=10; w=0:0.01:Lw;
nGs=[1];dGs=[1,0.8,1];
[nGz,dGz]=c2dm(nGs,dGs,T,'tustin');
bode(nGs,dGs,w); Grid; Hold on
dbode(nGz,dGz,T,w);
legend('con','dis')

```

$$D(s) = \frac{1}{s^2 + 0.8s + 1}$$

$$D_1(z) = \frac{0.152(z+1)^2}{z^2 - 0.91z + 0.515}$$

$$D_2(z) = \frac{0.0092(z+1)^2}{z^2 - 1.8165z + 0.8523}$$



4.2.4 修正双线性变换



解决“双线性变换产生**频率轴非线性畸变**”问题的方法。

1) 离散化方法

$$D(z) = D(s) \quad \left| \quad s = \frac{\omega_1}{\tan(\omega_1 T / 2)} \frac{z-1}{z+1} \right.$$

ω_1 是设计者选定的特征角频率，希望在 ω_1 上的幅值和相角不变。

依据连续域与双线性变换后频率的非线性关系，首先修正原连续域传递函数，然后再进行双线性变换的结果。

2) 主要特性

- ※ 该方法本质上仍为双线性变换法，因此具有双线性变换法的各种特性。但由于采用了频率预修正，故可以保证在**关键频率**处连续频率特性与离散后频率特性相等，即满足 $D(e^{j\omega_1 T}) = D(j\omega_1)$
- ※ 在其他频率点幅相频特性会变化
- ※ 稳态增益不变，只要关键频率不为0

3) 应用

- ※ 由于该方法的上述特性，所以主要用于原连续控制器在某些特征频率处要求离散后频率特性保持不变的场合。

预修正双线性变换

思路：

① 选取连续系统的特征频率 ω_1 ；

② 算修正频率 ω_{1m}

$$\omega_{1m} = \frac{2}{T} \tan \frac{\omega_1 T}{2}$$

③ 将 ω_{1m} 取代 ω_1

$$D\left(\frac{s}{\omega_1}\right) \rightarrow D\left(\frac{s}{\omega_{1m}}\right)$$

④ 对 $D\left(\frac{s}{\omega_{1m}}\right)$ 作Tustin变换，

即可保证离散后的特征频率为 ω_1

且保证 $D(s)$ 和 $D(z)$ 在 ω_1 处的

幅频和相频一致。

特征频率的选取：

→ 应选取对系统影响最大的频率

一阶系统： $\frac{1}{T_0 s + 1}$ ，转折频率 $\omega_1 = \frac{1}{T_0}$

二阶系统： $\frac{1}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$

$\omega_1 = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}$ 转折频率 (峰值)

$\omega_1 = \omega_n$ 自然频率

例：凹陷滤波器 $D(s) = \frac{s^2 + 2 * 0.05 * 62.8s + 62.8^2}{s^2 + 2 * 0.6 * 62.8s + 62.8^2}$

P126例

要求零极点严格匹配, $T=0.0125s$

解：取 $\omega_1 = 62.8$, 则 $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$, $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi}$

相当于把 $f_1 = 10Hz$ 处的频率滤掉

1. 画出连续系统的bode图

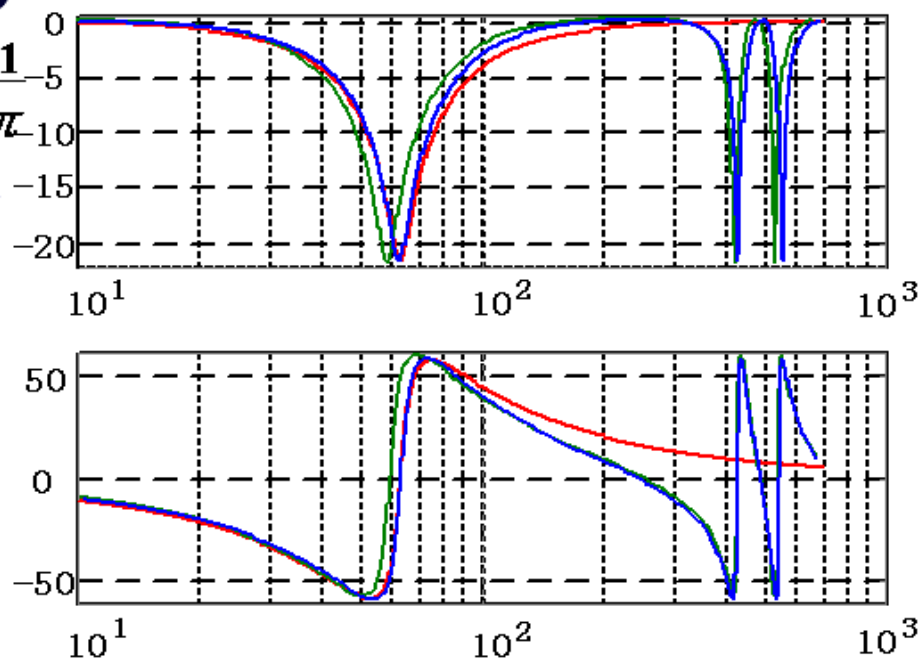
2. 进行tustin离散化

$$D(z) = \frac{0.7343z^2 - 1.0411z + 0.6860}{z^2 - 1.0411z + 0.4203}$$

3. 进行tustin预修正

$$\omega_{1m} = \frac{2}{0.0125} \tan \frac{62.8 * 0.0125}{2} = 66.2369$$

$$D\left(\frac{s}{\omega_1}\right) \rightarrow D\left(\frac{s}{\omega_{1m}}\right) \rightarrow D_m(z) = \frac{0.727z^2 - 0.9935z + 0.6774}{z^2 - 0.9935z + 0.4044}$$



红 — 连续系统

绿 — Tustin离散化

蓝 — Tustin
预修正

page_127.m

预修正双线性变换 离散凹陷滤波器

$$D(s) = \frac{s^2 + 2 * 0.05 * 62.8s + 62.8^2}{s^2 + 2 * 0.6 * 62.8s + 62.8^2}$$

T=0.025; w=0:0.1:100;

nGs=[1,2*0.05*62.8,62.8*62.8];

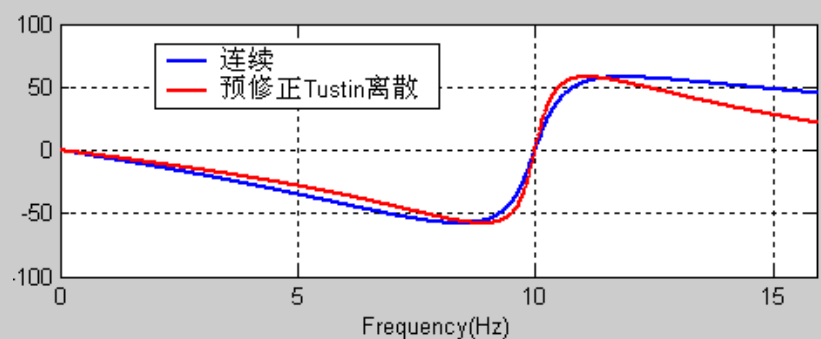
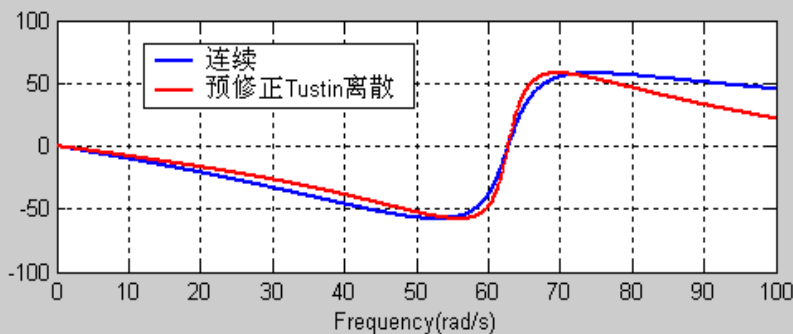
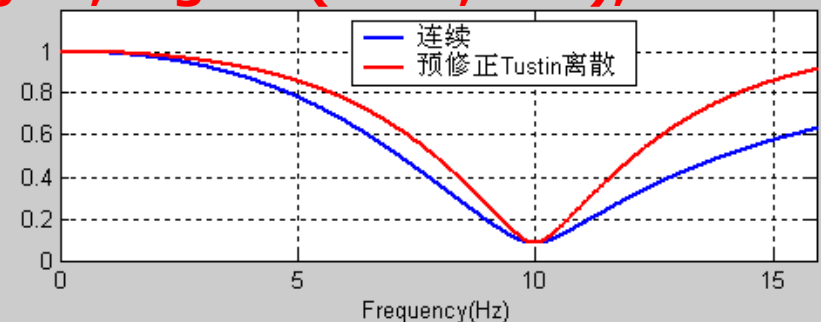
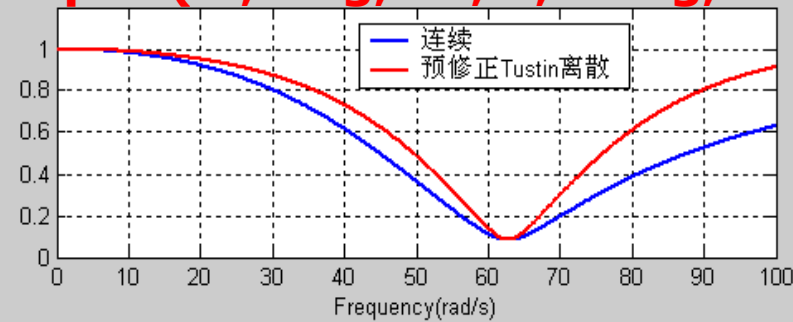
dGs=[1,2*0.6*62.8,62.8*62.8];

[nGz,dGz]=c2dm(nGs, dGs,T,'prewarp',62.8);

[mag,pha]=bode(nGs,dGs,w);

[dmag,dpha]=dbode(nGz,dGz,T,w);

plot(w,mag, 'b',w,dmag, 'r'),grid, legend('con','dis');



4.2.5 零极点匹配法

(1) 离散化方法



$$D(s) = \frac{k \prod (s + z_i)}{\prod_n (s + p_i)} \rightarrow \rightarrow D(z) = \frac{k_1 \prod (z - e^{-z_i T})}{\prod_n (z - e^{-p_i T})} (z + 1)^{n-m}$$

特点:

- ※ 零、极点分别按 $z = e^{sT}$ 一一对应地映射到z平面上
- ※ 若分子阶次 m 小于分母阶次 n , 离散变换时, 在 $D(z)$ 分子上加 $(z+1)^{n-m}$ 因子

- ※ 确定 $D(z)$ 的增益 k_1 的方法:

$$D(s) \Big|_{s=0} = D(z) \Big|_{z=1}$$

➤ 按右式来匹配

- 若 $D(s)$ 分子有 s 因子, 可依高频段增益相等原则确定增益, 即

$$\left| D(s) \right|_{s=\infty} = \left| D(z) \right|_{z=-1}$$

- 也可选择某关键频率处的幅频相等, 即

$$\left| D(j\omega_1) \right| = \left| D(e^{j\omega_1 T}) \right|$$

例2. $D(s) = \frac{1}{s^2 + 0.2s + 1}$

用零极点匹配法将其离散化 ($T=0.1s$)。

解: S 平面的极点 $s_{1,2} = -0.1 \pm 0.9950i$

$\downarrow z = e^{sT}$

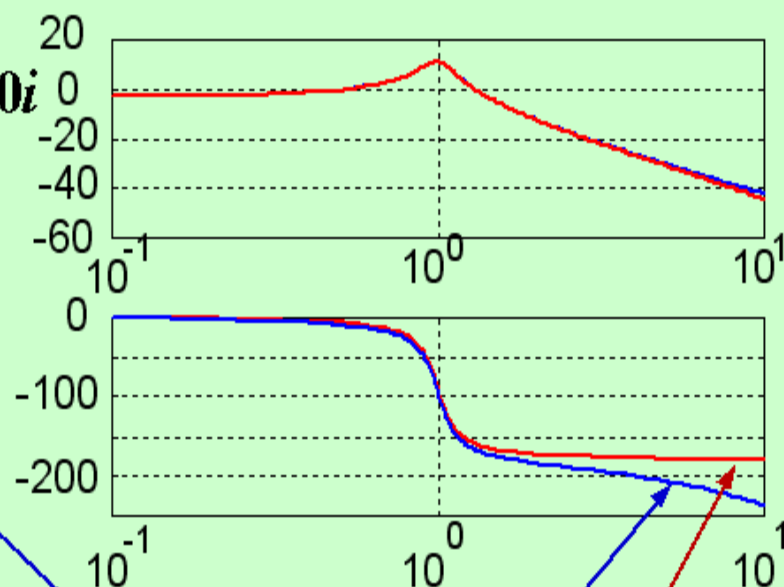
Z 平面的极点

$p_{1,2} = e^{s_{1,2}T} = 0.98515 \pm 0.098347i$

$D(z) = \frac{0.00989}{(z - 0.9852 - 0.0983i)(z - 0.9852 + 0.0983i)}$

改进:

$D(z) = \frac{0.00247(z+1)^2}{(z - 0.9852 - 0.0983i)(z - 0.9852 + 0.0983i)}$



特点: 模拟Tustin变换法, 引入零点后, 可以

1. 离散前后高频更相似;
2. 使系统性能有所改进。

4.2.5 零极点匹配法

(2)主要特性

- ① 零极点匹配法要求对 $D(s)$ 分解为极零点形式，且需要进行稳态增益匹配，因此工程上应用不够方便。
- ② 由于该变换是基于 z 变换进行的，所以可以保证 $D(s)$ 稳定， $D(z)$ 一定稳定。
- ③ 当 $D(s)$ 分子阶次比分母低时，在 $D(z)$ 分子上匹配有 $(z+1)$ 因子，可获得双线性变换的效果，即可防止频率混叠。

(3)应用

由于没有混叠，一一对应，无频率畸变，应用效果较好，不如Tustin变换方便

4.2.6 其他方法

1、脉冲响应不变法

思路：

离散环节

$$h(kT) = h_a(kT)$$

连续环节的
采样值

$D(z)$ 和 $D(s)$ 之间是 z 变换

变换公式为

$$D(z) = Z[D(s)]$$

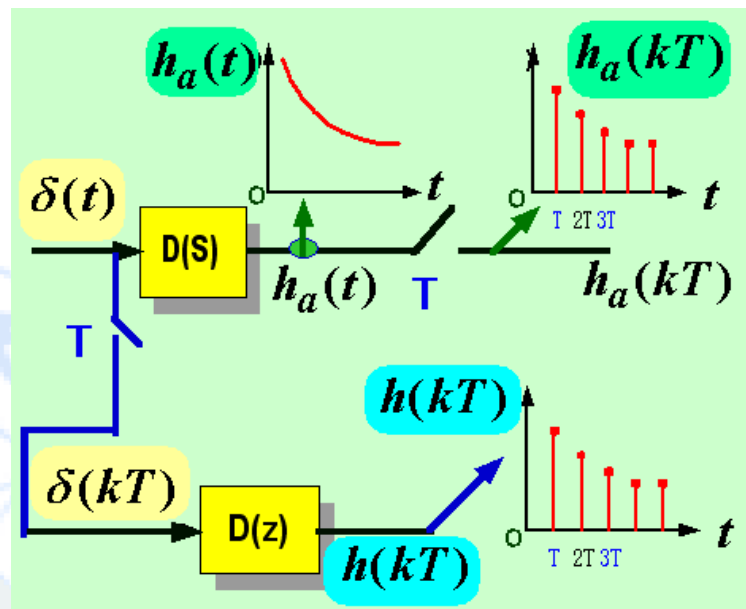
缺点：

① 频率混叠：

s 域 $\xrightarrow{\text{多值映射}}$ z 域

② 静态增益不等(可匹配)

③ 无串联性



优点：脉冲响应不变法
不改变稳定性。

2、阶跃响应不变法

思路：

离散环节

$$y(kT) = y_a(kT)$$

连续环节的
采样值

$D(z)$ 和 $D(s)$ 之间是带zoh的z变换

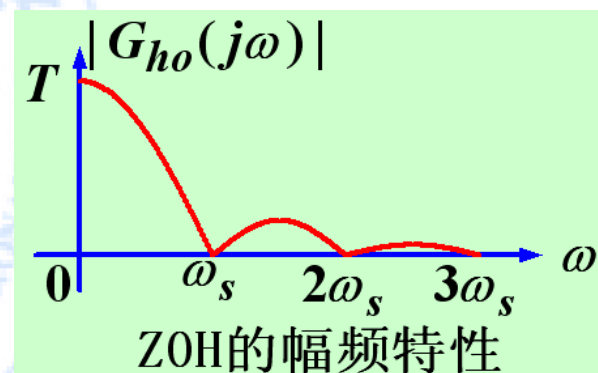
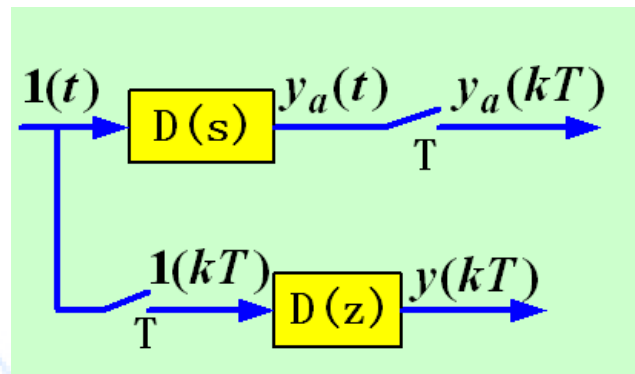
变换公式为

$$D(z) = Z \left[\frac{1 - e^{-sT}}{s} D(s) \right]$$

优点：

- ❖ 混叠减轻
- ❖ 稳态增益相等
- ❖ 稳定性不变

缺点——无串联性



3、带保持器的z变换离散方法

①带零阶保持器z变换法

❖ （阶跃响应不变法）

$$D(z) = Z \left[\frac{1 - e^{-sT}}{s} D(s) \right]$$

- 注意，这里的零阶保持器是假想的，并没有物理的零阶保持器。这种方法可以保证连续与离散环节阶跃响应相同，但由要进行z变换，同样具有z变换法的一系列缺点，所以应用亦较少。

②一阶保持器z变换法（斜坡响应不变法）

- 由于和零阶保持器z变换法类似的原因，这种方法应用的较少。

各种离散化方法的比较

方法	脉冲响应不变	阶跃响应不变	零极点匹配	向前差分	向后差分	双线性	预修正双线性
变换公式	$Z[D(s)]$	$Z\left[\frac{1-e^{-sT}}{s}D(s)\right]$	$\begin{array}{c} s+a \\ \downarrow \\ (z-e^{-aT}) \end{array}$	$s \square \frac{z-1}{T}$	$s \square \frac{z-1}{Tz}$	$s \square \frac{2(z-1)}{T(z+1)}$ $s \square \frac{\omega_1}{\tan(\frac{\omega_1 T}{2})} \frac{z-1}{z+1}$	
映射关系	多对一	多对一	多对一	一对一	一对一	一对一	一对一
稳定性	维持	维持	维持	不一定	维持	维持	维持
稳态增益	改变	不变	需匹配	不变	不变	不变	不变
变换的串联性	无	无	有	有	有	有	有
频率特性	频率混叠	混叠减轻	频率保持较好	无混叠畸变重	无混叠畸变重	无混叠有畸变	无混叠有畸变

对各种离散化方法的评述

- **一阶差分变换法**置换公式简单，虽然等效精度不高，但仍有应用场合。向前可能不稳定，向后用得些。
- **双线性变换法**精度高，稳定性稳态增益不变，低频段保真好，有串联性使用方便，故普遍使用。
- **预修正双线性法**在某些要求较高的场合下使用。
- **零极匹配法**要求分解零极点，并进行稳态增益匹配，使用不便，仅应用在对频率特性保真度高要求的场合。
- **Z变换法**无串联性，并要修正稳态增益，工程使用不便。容易出现频率混叠，只适用于离散低通或窄带通滤波器，实际工程中应用较少。
- **带zoh的z变换法**能自动保持稳态增益不变，频率混叠现象比z变换法有所减轻，但由于zoh的引入，产生相位延迟，故只用于低通网络。
- **共同特点：**等效性能的改善与T密切相关。T↓，则等效性能变好。