Trabalho 1

Introdução à Otimização

Alunos:
Cayo Valsamis
Gabriel Pelielo
Rafael Accácio
Rodrigo Moysés

Professor:
Afonso Celso del Nero

3 de Janeiro de 2016

Conteúdo

1 Introdução

O trabalho detalhado neste relatório se baseia na busca de mínimos de funções escalares. Foram implementados quatro métodos diferentes de localização de mínimos, que foram:

- Método de Fibonacci
- Método da Divisão Áurea
- Método da interpolação Polinomial

Todos os métodos foram implementados na plataforma *MATLAB*, através de um programa de interface gráfica usado para escolher o método desejado e inserir alguns valores necessários para executar a busca. O objetivo do trabalho foi comparar esses métodos de acordo com os quesitos de tempo de execução, número necessário de iterações e por fim qualificá-los de acordo com cada função inserida.

2 Método de Fibonacci

bla bla bla

3 Método da Divisão Áurea

O método da Divisão áurea é outro método de localização de mínimos de funções escalares. Foi criado como uma avanço para o método de Fibonacci e se baseia na razão áurea. Por definição, para dividir o segmento de reta da figura 1 na razão áurea, é necessário que

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$$

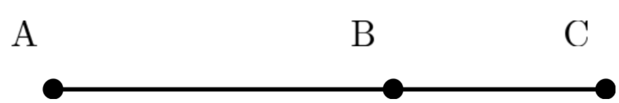

Figura 1: Segmento de reta $\overline{ABC}$

Dessa relação, podemos deduzir que $\overline{AB} = 0.618\overline{AC}$. Assim, o segmento de reta fica dividido segundo a razão áurea, como mostra a figura 2.

A sequência de Fibonacci, base para a construção do método de Fibonacci, tem uma semelhança com a razão áurea: A divisão entre dois números consecutivos dessa sequência converge para a razão áurea. Ou seja, o método da divisão áurea tenta aprimorar o método de Fibonacci porque desde a primeira iteração, já faz a divisão do intervalo para o melhor possível.

A figura 3 ilustra a execução do método. É definido um intervalo que vai de x_1 até x_4 e dentro desse intervalo são escolhidos mais dois pontos, x_2 e x_3, porém dessa

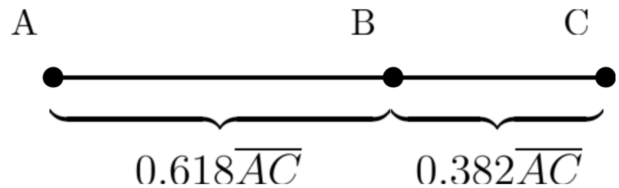

Figura 2: Divisão áurea do segmento de reta

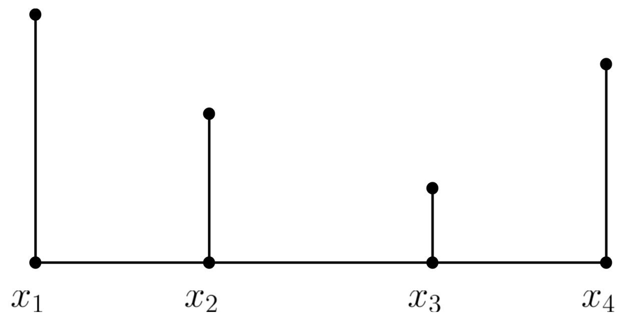

Figura 3: Divisão áurea do segmento de reta

vez com a regra de divisão áurea. Depois disso, são calculados os valores da função objetivo que se deseja minimizar para os quatro pontos.

Tendo os dois valores $f(x_2)$ e $f(x_3)$, é selecionado o maior deles e o intervalo adjacente à esse é retirado. No caso da figura 3, o ponto x_1 seria retirado. Para continuar o método, é necessário que mais um ponto seja adicionado, novamente com a regra da razão áurea. Agora que temos novamente 4 pontos, o método pode ser repetido até que uma tolerância escolhida tenha sido atingida, e assim é localizado o mínimo da função.

Com o algoritmo da divisão áurea construído, foram testadas quatro funções para efeitos de comparação:

- $f_1(x) = 3x^2 + 20x - 8$
- $f_2(x) = xsin(x)cos(x)$
- $f_3(x) = 5x$
- $f_4(x) = -e^{-|x|}$

Os resultados para a função $f_1(x)$ foram:

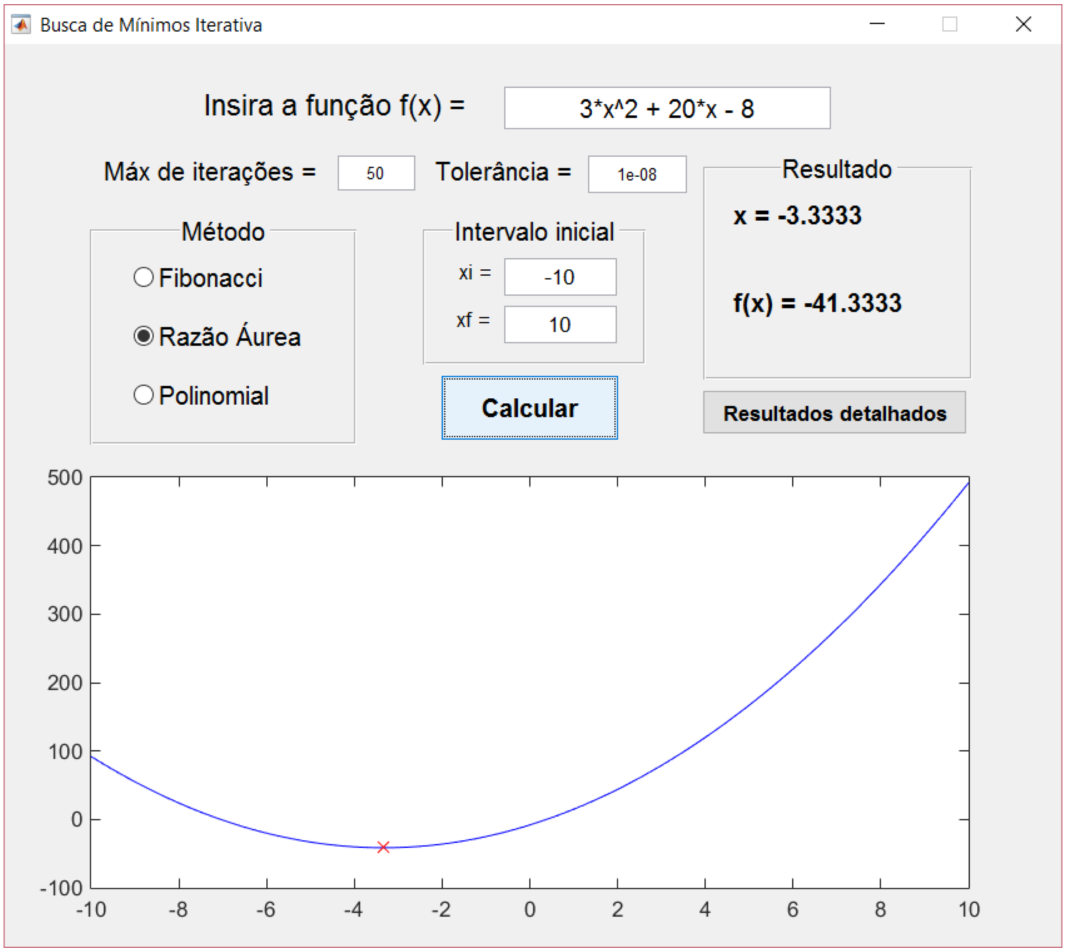

Figura 4: Janela de inicialização de $f_1(x)$

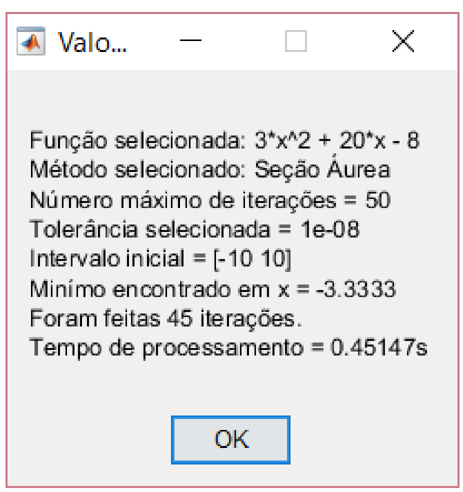

Figura 5: Resultados detalhados de $f_1(x)$

Os resultados para a função $f_2(x)$ foram:

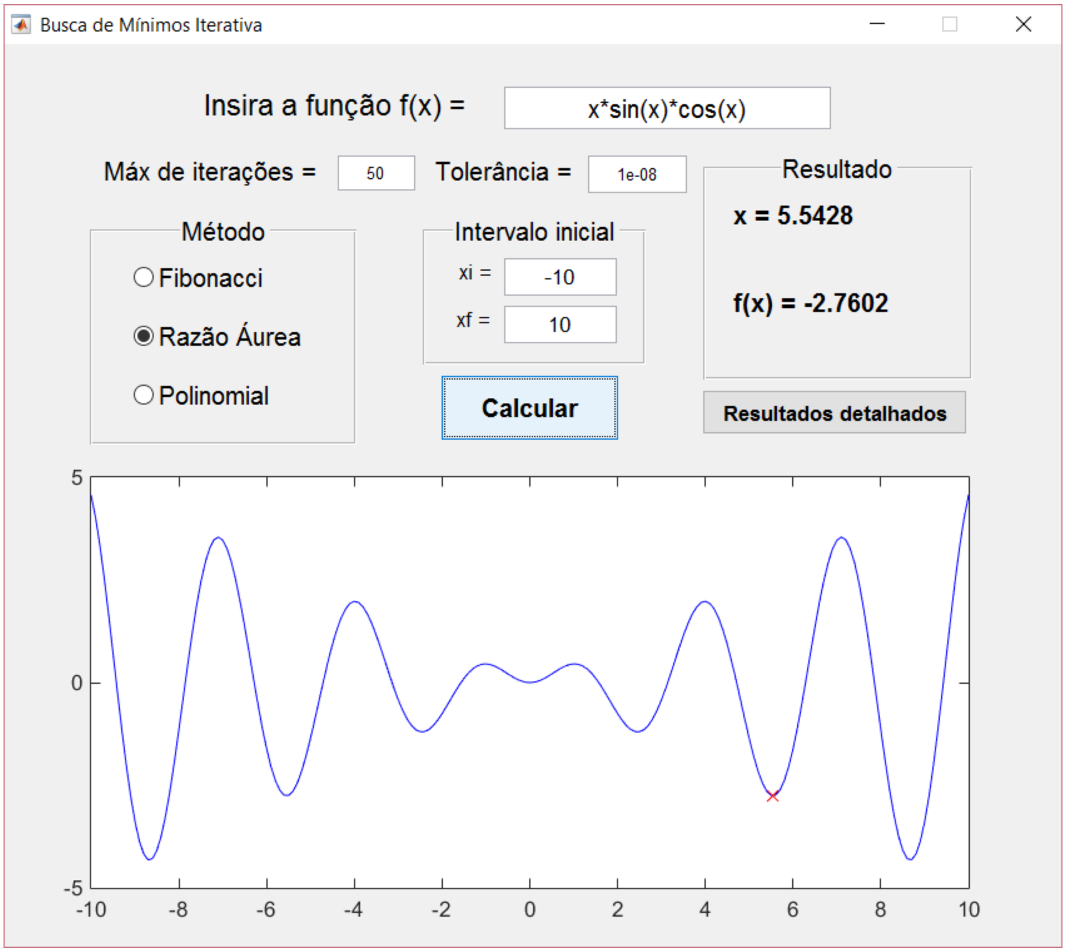

Figura 6: Janela de inicialização de $f_2(x)$

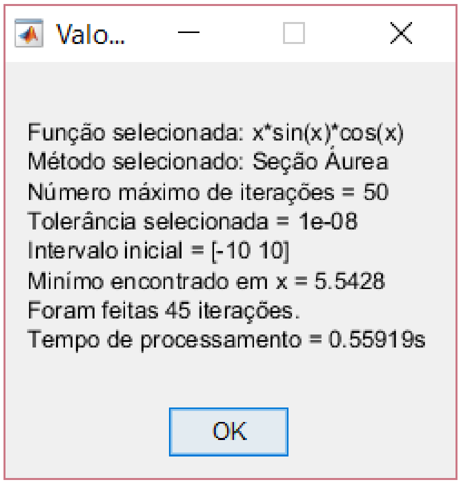

Figura 7: Resultados detalhados de $f_2(x)$

Os resultados para a função $f_3(x)$ foram:

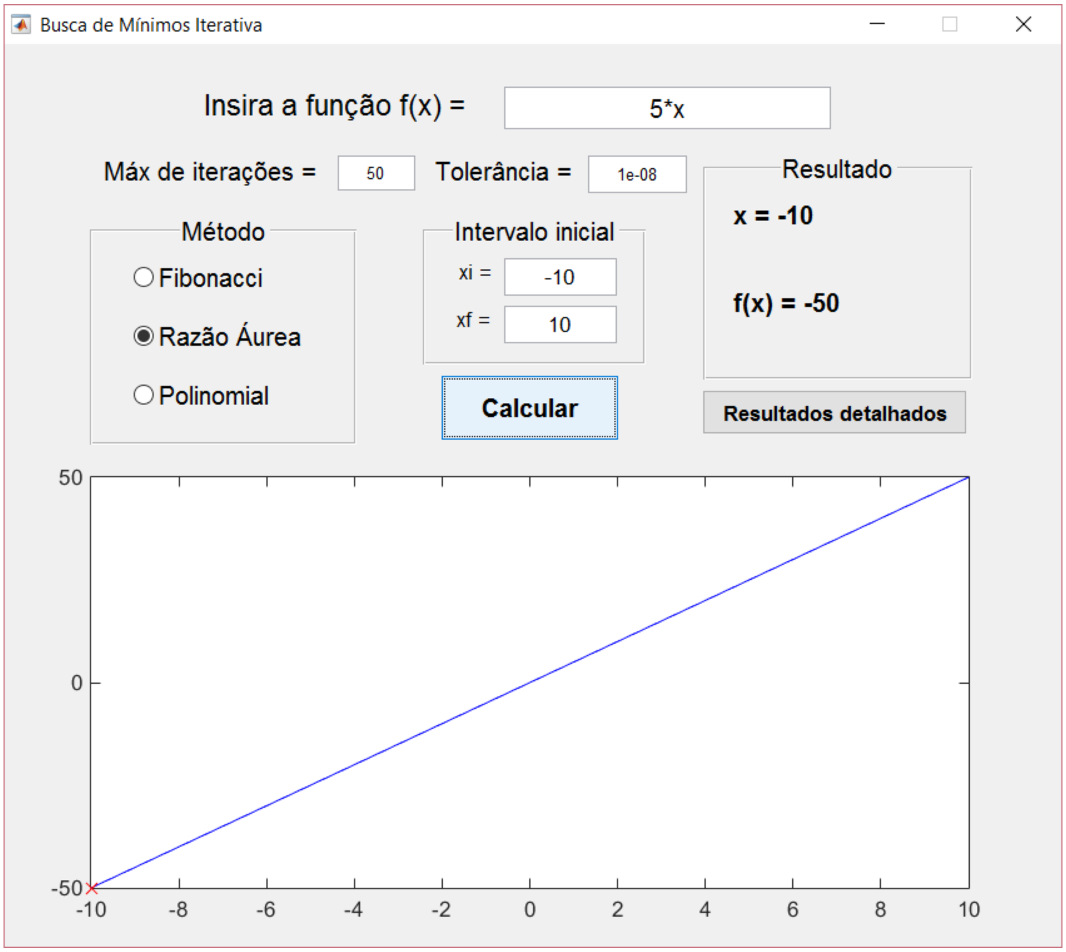

Figura 8: Janela de inicialização de $f_3(x)$

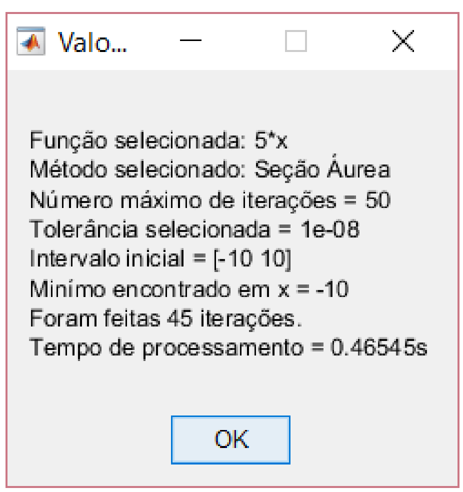

Figura 9: Resultados detalhados de $f_3(x)$

Os resultados para a função $f_4(x)$ foram:

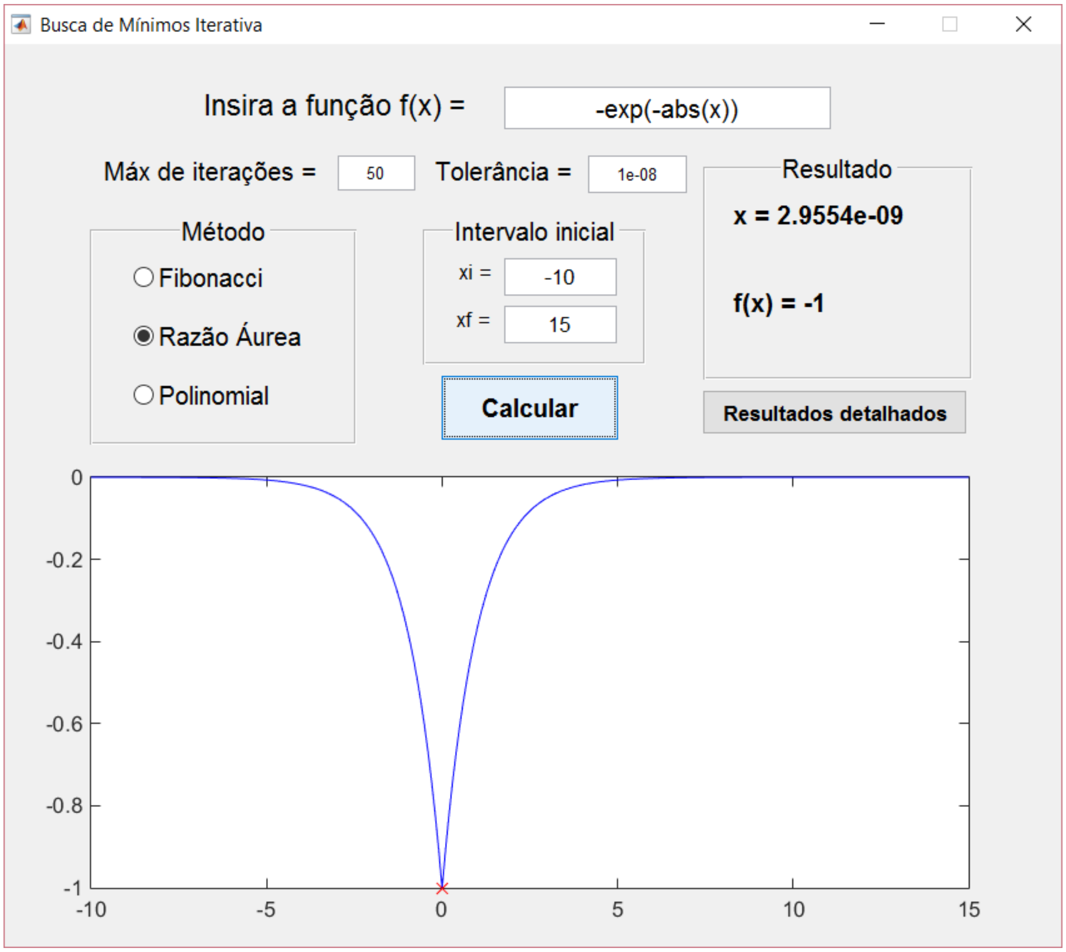

Figura 10: Janela de inicialização de $f_4(x)$

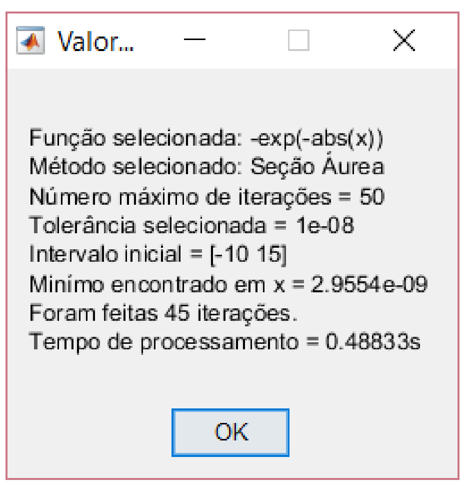

Figura 11: Resultados detalhados de $f_4(x)$

4 Método da Interpolação Polinomial

O método de Interpolação Polinomial é mais um método numérico iterativo para minimização de funções.

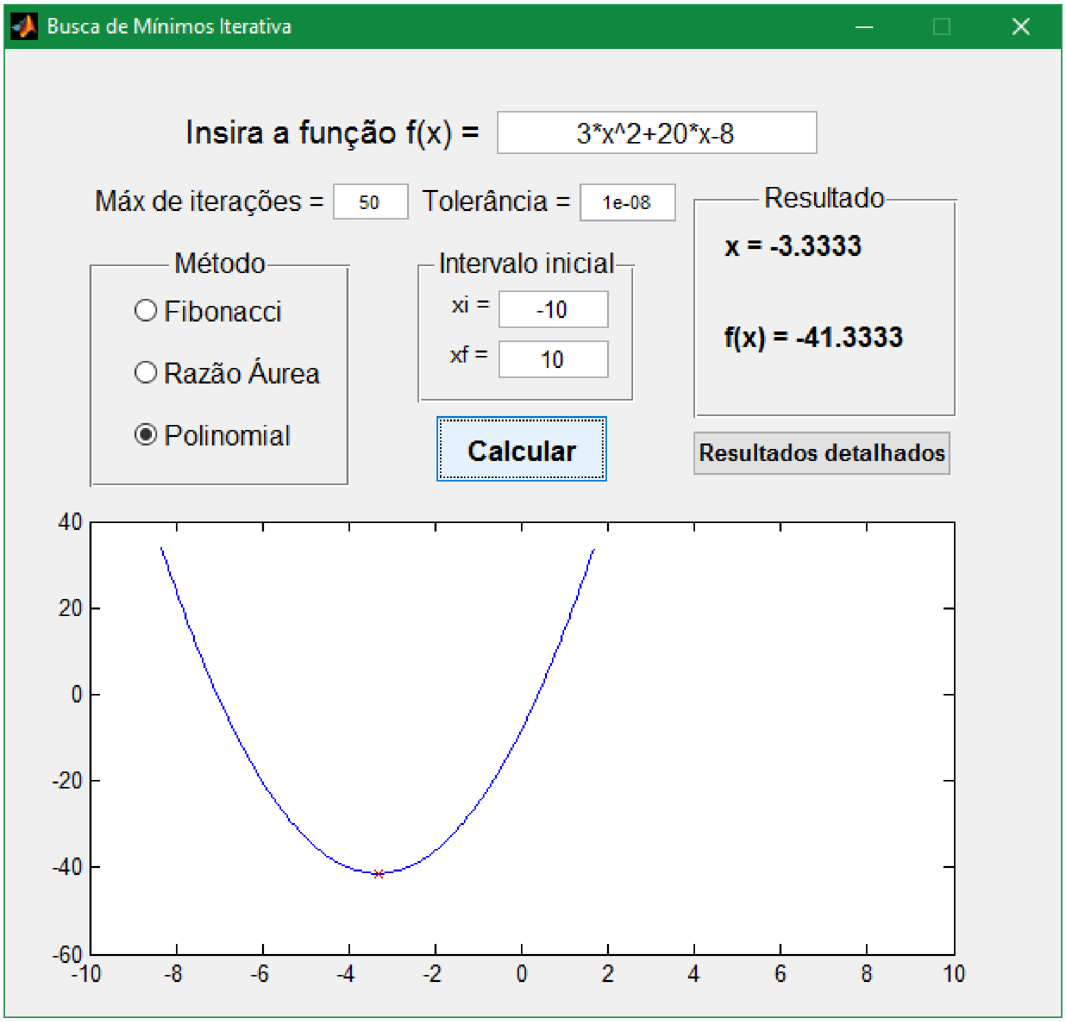

Figura 12: escrevaaquiseucaption

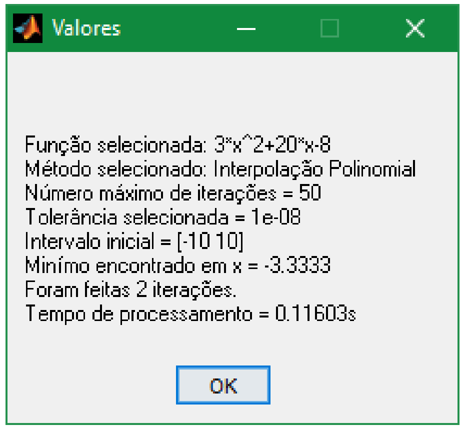

Figura 13: escrevaaquiseucaption

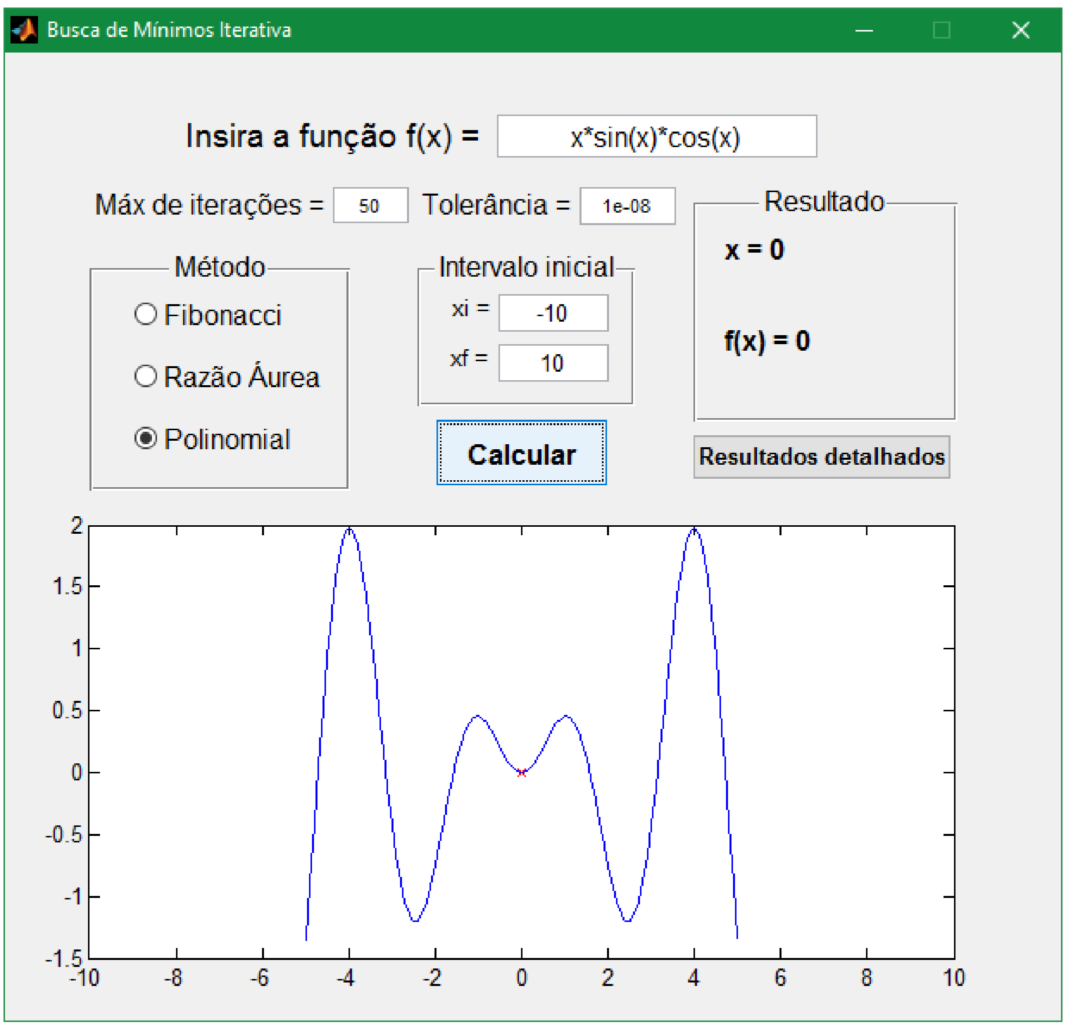

Figura 14: escrevaaquiseucaption

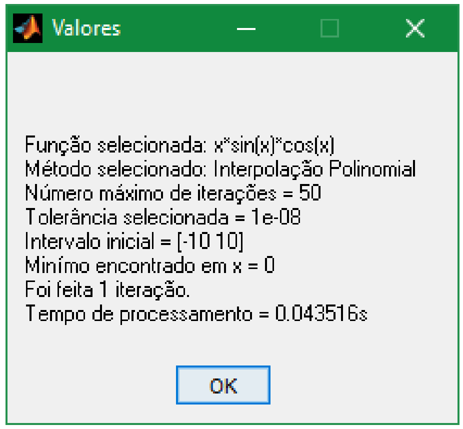

Figura 15: escrevaaquiseucaption

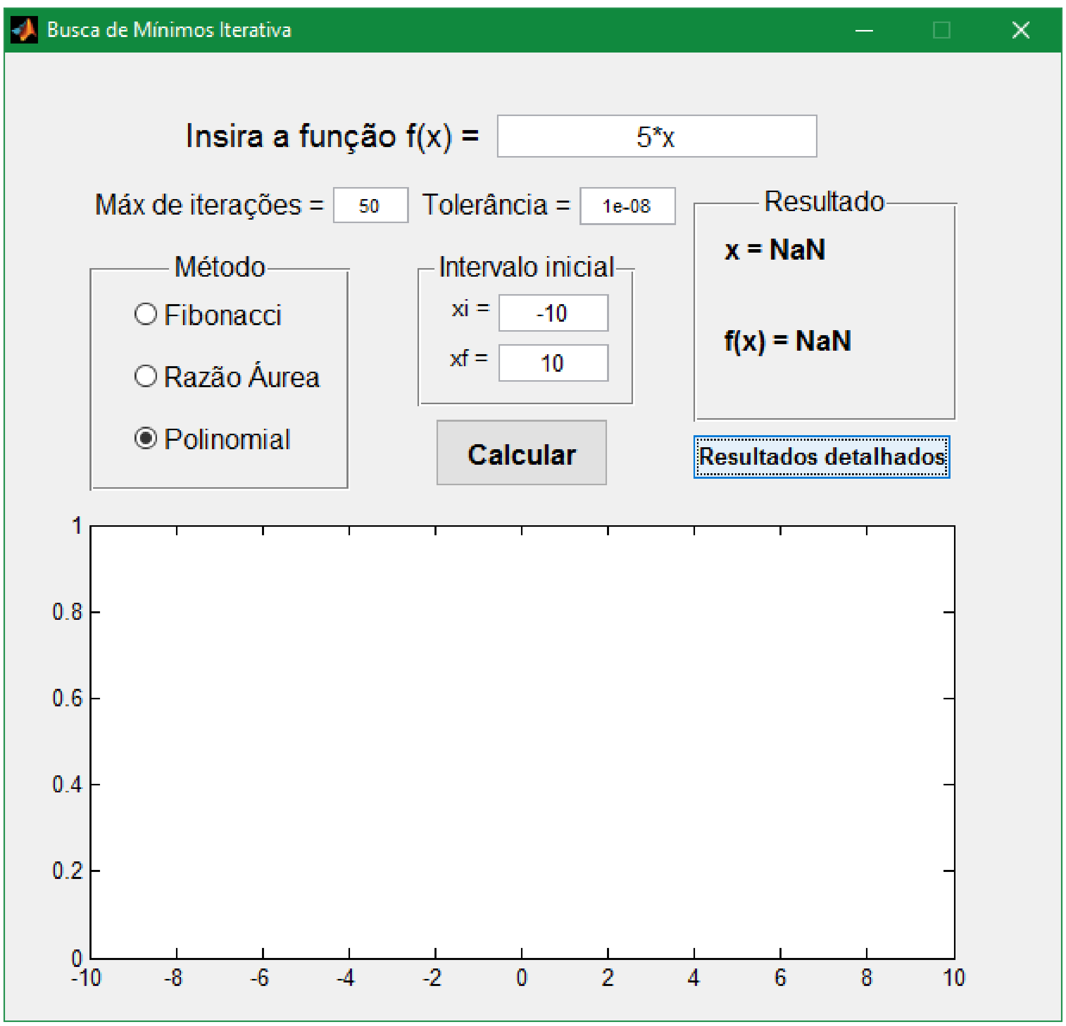

Figura 16: escrevaaquiseucaption

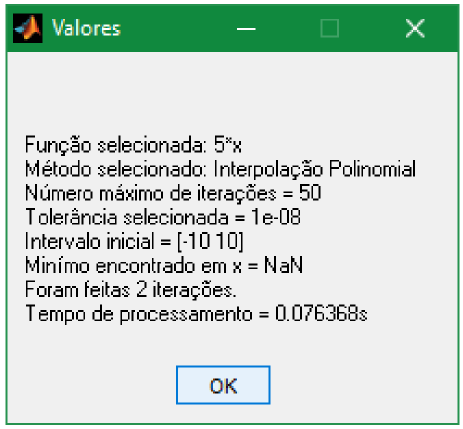

Figura 17: escrevaaquiseucaption

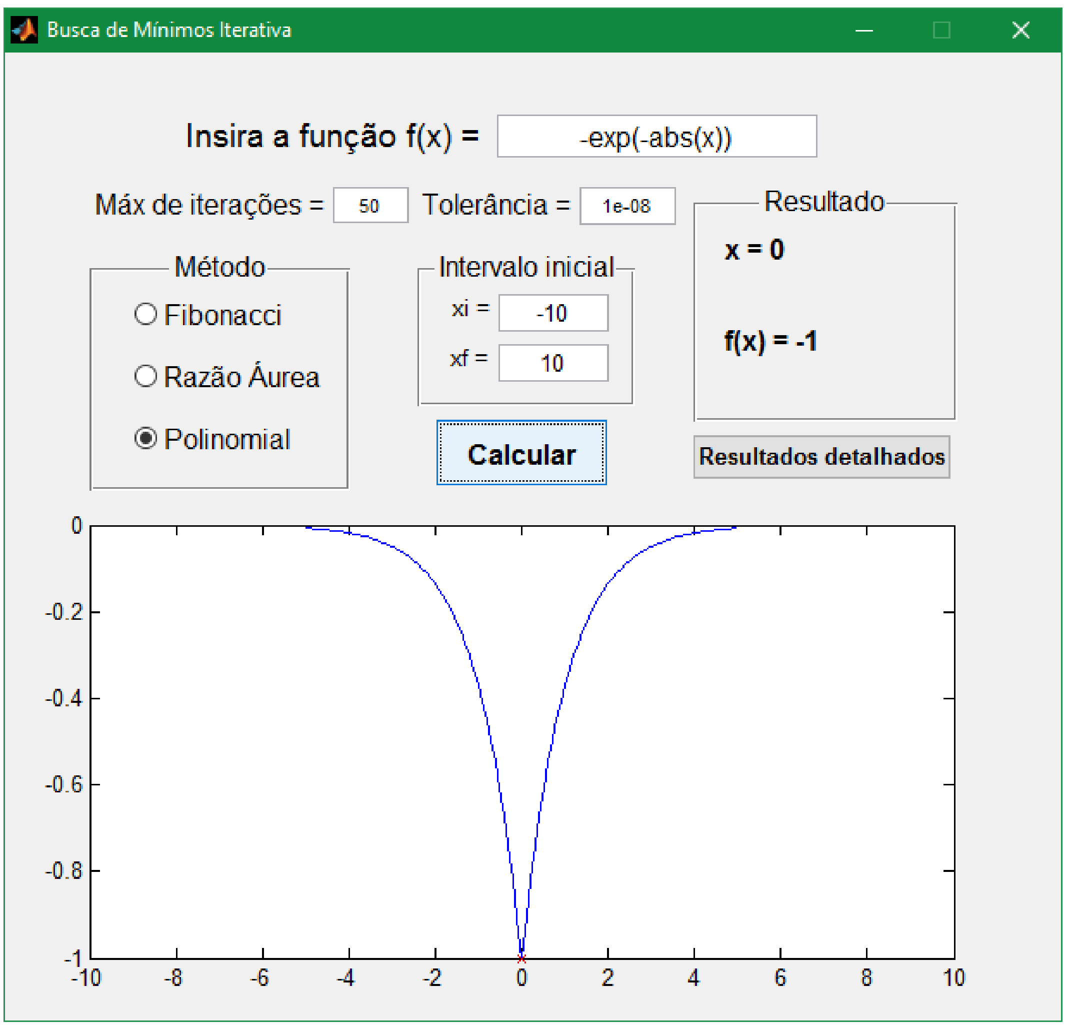

Figura 18: escrevaaquiseucaption

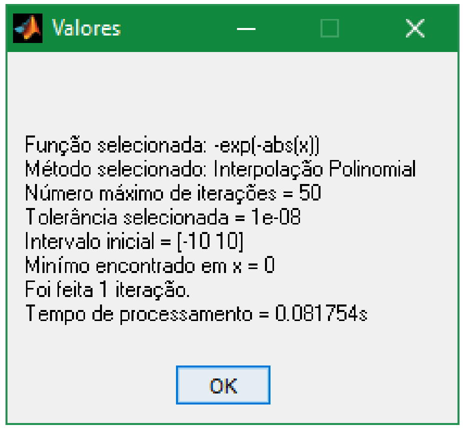

Figura 19: escrevaaquiseucaption

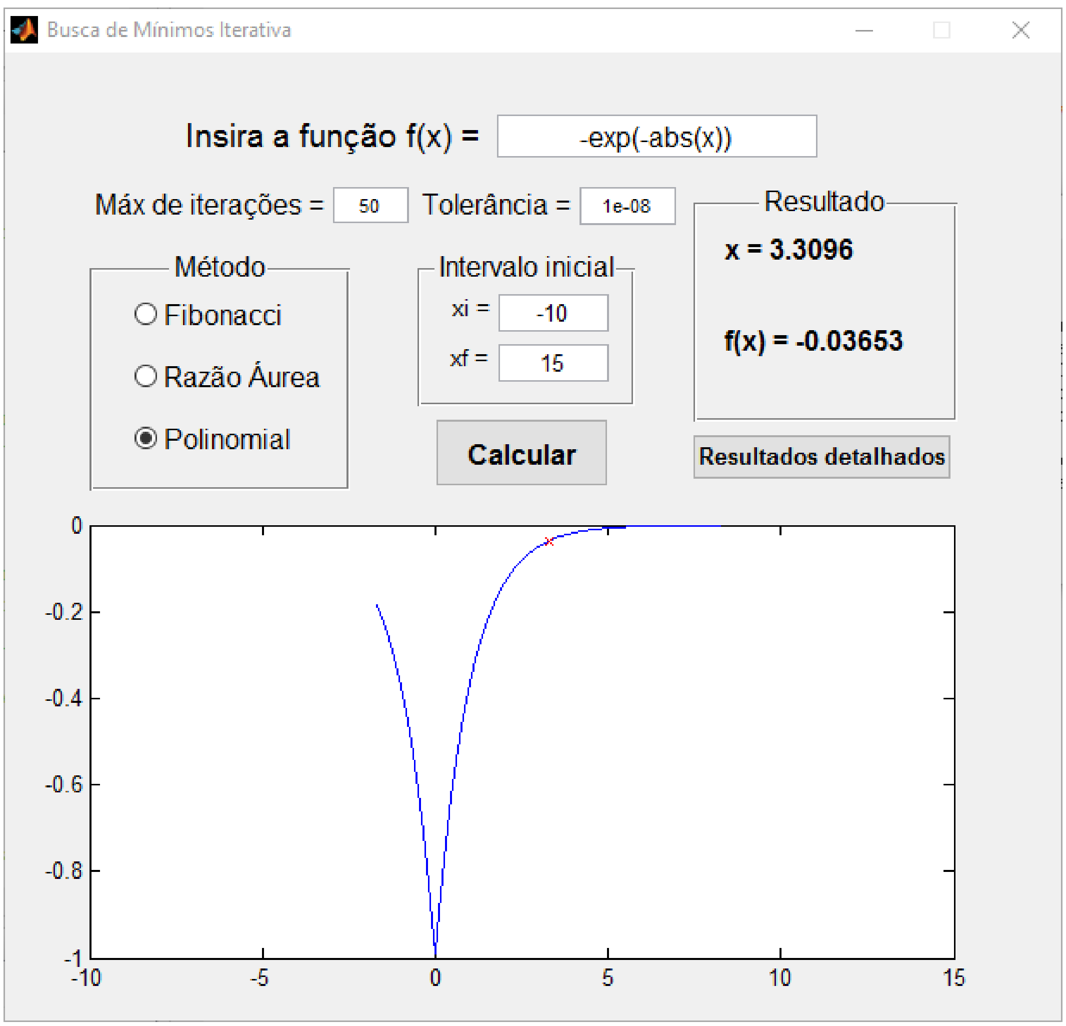

Figura 20: escrevaaquiseucaption

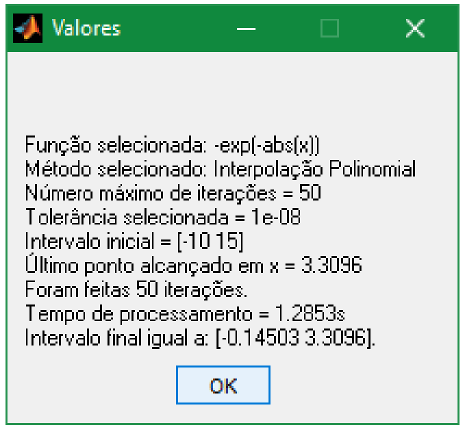

Figura 21: escrevaaquiseucaption

5 Interface Gráfica

bla bla bla

6 Conclusão

Como podemos ver pelos resultados da busca de mínimos em cada seção, não existe um método melhor que os outros em todos os aspectos, mas para certas funções, os métodos podem ser qualificados.

Para a função $f_1(x) = 3x^2 + 20x - 8$, podemos dizer que todos os métodos convergiram para o valor de mínimo, porém o método da interpolação foi o mais rápido e com menos iterações utilizadas. Entre Fibonacci e Áurea, o segundo foi um pouco mais rápido.

Para a função $f_2(x) = xsin(x)cos(x)$, os resultados foram semelhantes aos da $f_1(x)$, com a interpolação sendo a mais rápida. Os três métodos possuem algoritmos de construção diferentes, e por isso, podemos ver que com uma função com mais de um mínimo, como a $f_2(x)$, cada método pode encontrar um mínimo diferente.

Para a função $f_3(x) = 5x$, podemos ver que o método da interpolação falha em encontrar um mínimo, porque a função escolhida só possui mínimo na restrição escolhida, e assim, o algoritmo da interpolação não consegue construir uma parábola para localizar este valor. Os outros dois métodos conseguem encontrar um valor, sendo o método da Razão Áurea um pouco mais rápido.

Para a função $f_4(x) = -e^{-|x|}$, o método da interpolação fez todas as iterações e não conseguiu chegar perto do valor do mínimo, isso se deve porque o intervalo inicial dado ao método foi não-simétrico, e por isso, o algoritmo de interpolação falhou em encontrar um valor satisfatório para esse número de iterações. Já os métodos de

Fibonacci e Áurea convergiram, sendo o primeiro ligeiramente mais rápido.

Podemos concluir que nenhum método é ideal para todas as funções existentes, mas pudemos perceber que, para certas funções, existem métodos melhores que outros. Além disso, o método da interpolação, que parece ser mais rápido que os outros dois, nem sempre converge, fazendo assim com que os métodos da Razão Áurea e de Fibonacci sejam mais seguros.