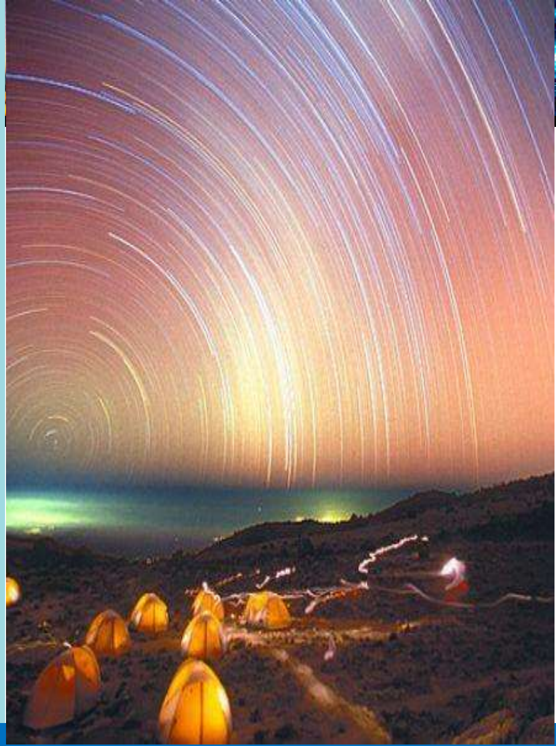
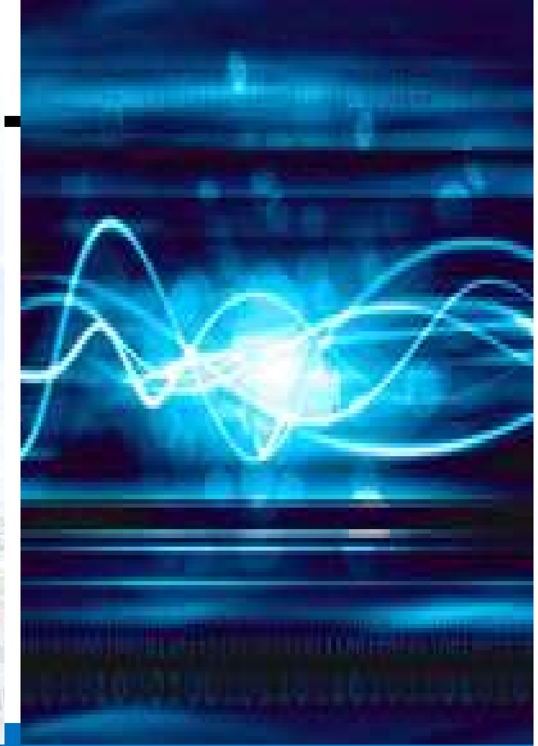
NJUT





第四章　　微波网络基础

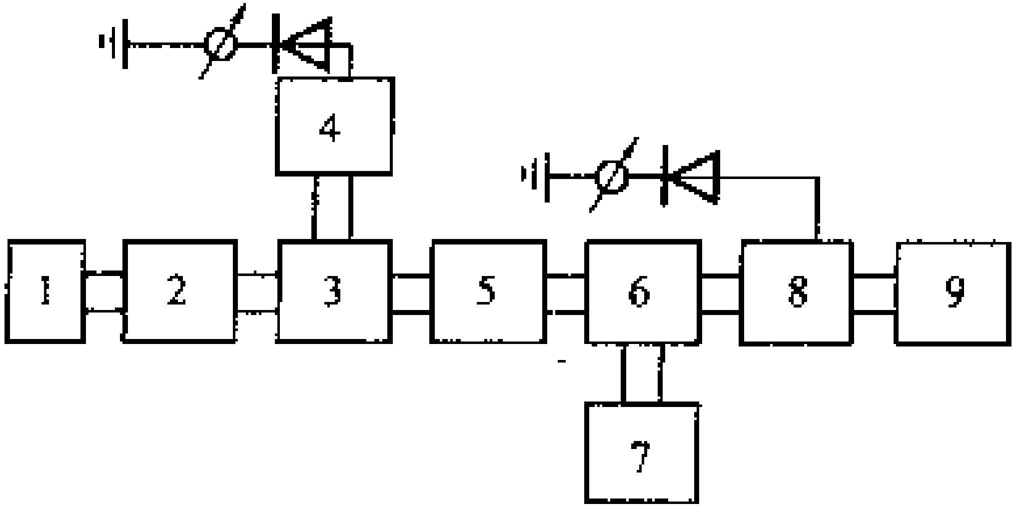
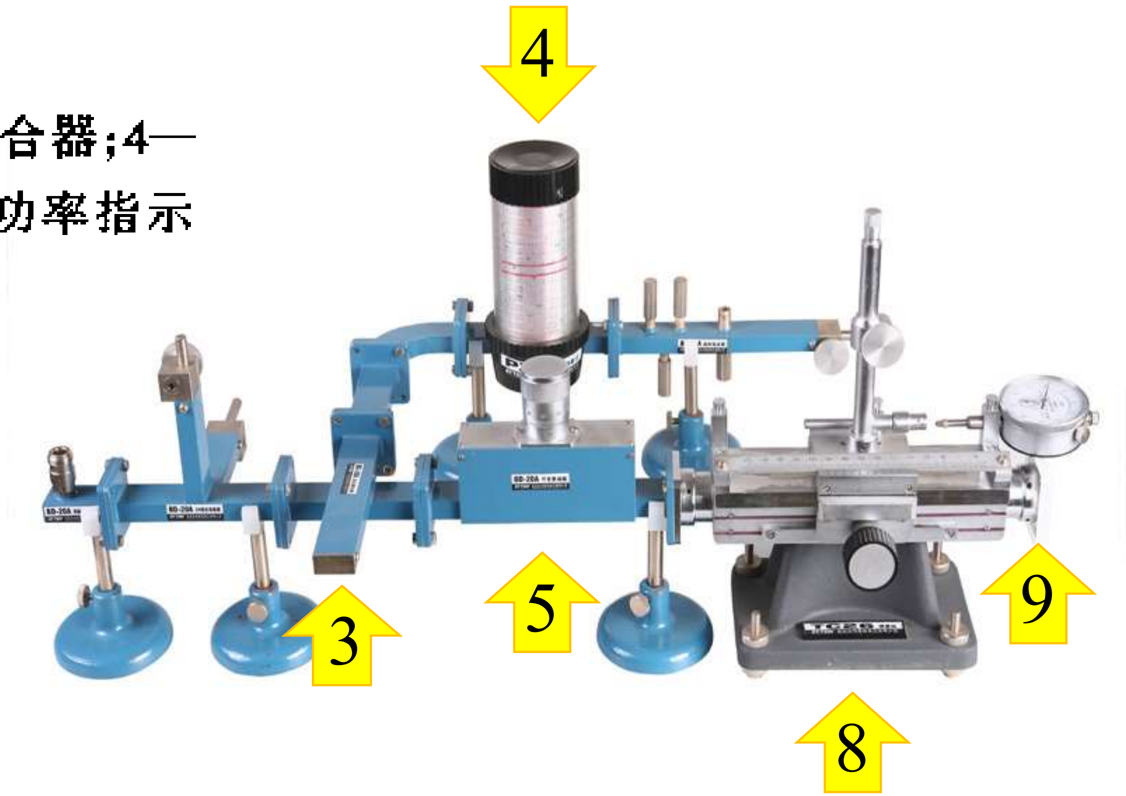


图 5.1.2　微波测试系统

1—小功率振荡器;2—固定衰减器;3—定向耦合器;4—波长计;5—可变衰减器;6—定向耦合器;7—功率指示器;8—测量线;9—被测元件



微波电路或系统

微波传输线

等效平行双线

微波元件

等效集总参数电路

微波等效网络

电磁场理论

微波网络理论

低频电路理论

微波网络理论 vs 低频网络理论

- 都属于等效电路法；
- 描述的都是电路（系统）的外部特征；
- 用网络参量建立起各端口U、I之间的关系；
- 网络参量可通过实验方法测试出

在应用微波网络理论问题时应注意：

（１）不同模式有不同的等效网络结构和参量

（２）需要明确U、I的定义

（３）确定网络参考面

（４）微波中的网络及其参量只对一定频段才是适用的

微波网络的分析与综合

➢ 网络分析：

微波元件 ➡ 微波网络的等效参量 ➡ 微波网络的外特性

➢ 网络综合：

微波网络的工作特性指标 ➡ 微波网络的等效电路 ⬇ 微波元件

网络分析是网络综合的基础。

网络综合才是终极目标。

4.1 等效传输线

规定

- 电压和电流仅对特定波导模式定义，

定义电压与其横向电场成正比，电流与横向磁场成正比。

$$\vec{E}_t(x,y,z)=\sum \vec{e}_k(x,y)U_k(z)$$

$$\vec{H}_t(x,y,z)=\sum \vec{h}_k(x,y)I_k(z)$$

$\vec{e}_k(x,y),\vec{h}_k(x,y)$ 横向场模式横向分布

$U_k(z),I_k(z)$ 横向电磁场各模式沿传播方向的变化规律

- 等效电压和电流的乘积应等于该模式的功率流。

各模式的传输功率为：

$$P_k = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\int \vec{E}_t(x,y,z)\times\vec{H}_t^*(x,y,z)\cdot d\vec{S}$$

$$= \frac{1}{2}\mathrm{Re}[U(z)\cdot I^*(z)]\int \vec{e}(x,y)\times\vec{h}^*(x,y)\cdot d\vec{S}$$

$$= \frac{1}{2}\mathrm{Re}[U(z)\cdot I^*(z)]$$

$$\boxed{\int \vec{e}(x,y)\times\vec{h}^*(x,y)\cdot d\vec{S} = 1}$$

$$\vec{E}_t(x,y,z)=\vec{e}_k(x,y)U_k(z)$$

$$\vec{H}_t(x,y,z)=\vec{h}_k(x,y)I_k(z)$$

$$\int \vec{e}(x,y)\times\vec{h}^*(x,y)\cdot d\vec{S}=1$$

⇒ $U_k(z)$、$I_k(z)$、$\vec{e}(x,y)$、$\vec{h}(x,y)$

$$Z_W=\frac{E_t}{H_t}=\frac{e_k(x,y)U_k(z)}{h_k(x,y)I_k(z)}=\frac{e_k}{h_k}Z_{ek}$$

Z_{ek}为该模式等效特性阻抗

为唯一地确定等效电压和电流，

在选定模式特性阻抗条件下，

各模式横向分布函数应满足：

$$\boxed{\begin{array}{l}\int \boldsymbol{\vec{e}}_k\times\boldsymbol{\vec{h}}_k^*\cdot d\boldsymbol{\vec{S}}=1\\[2mm] \dfrac{e_k}{h_k}=\dfrac{Z_w}{Z_{ek}}\end{array}}$$

例:求出矩形波导TE10模的等效电压、等效电流和等效特性阻抗。

$$\left.\begin{aligned} E_y &= E_{10}\sin\frac{\pi x}{a}e^{-j\beta z} = e_{10}(x)U(z) \\ H_x &= -\frac{E_{10}}{Z_{TE10}}\sin\frac{\pi x}{a}e^{-j\beta z} = h_{10}(x)I(z) \end{aligned}\right\}$$

其中, TE$_{10}$的波阻抗 $Z_{TE_{10}} = \dfrac{\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}}{1-(\lambda/2a)^2}$

$$U(Z) = A_1 e^{-j\beta z}$$

$$I(z) = \frac{A_1}{z_e}e^{-j\beta z}$$

$$e_{10}(x) = \frac{E_{10}}{A_1}\sin\frac{\pi x}{a}$$

$$h_{10}(x) = -\frac{E_{10}}{A_1}\frac{Z_e}{Z_{Te_{10}}}\sin\frac{\pi x}{a}$$

$$\boxed{\int \vec{e}(x,y)\times\vec{h}^*(x,y)\cdot d\vec{S} = 1}$$

$$\frac{E_{10}^2}{A_1^2}\frac{Z_e}{Z_{TE10}}\frac{ab}{2} = 1$$

取$Z_e = Z_{TE_{10}}$

$$A_1 = \sqrt{\frac{ab}{2}}E_{10}$$

$$U(z) = \sqrt{\frac{ab}{2}}E_{10}e^{-j\beta z}$$

$$I(z) = \sqrt{\frac{ab}{2}}\frac{E_{10}}{z_{TE_{10}}}e^{-j\beta z}$$

$$P = \frac{1}{2}\mathrm{Re}[U(z)I*(z)] = \frac{ab}{4}\frac{E_{10}^2}{Z_{TE10}}$$

取$Z_e = \dfrac{b}{a}Z_{TE_{10}}$

$$A_1 = \frac{b}{\sqrt{2}}E_{10}$$

$$U(z) = \frac{b}{\sqrt{2}}E_{10}e^{-j\beta z}$$

$$I(z) = \frac{a}{\sqrt{2}}\frac{E_{10}}{z_{TE_{10}}}e^{-j\beta z}$$

$$P = \frac{1}{2}\mathrm{Re}[U(z)I*(z)] = \frac{ab}{4}\frac{E_{10}^2}{Z_{TE10}}$$

$$p = \frac{1}{2}\mathrm{Re}[u(z)i^*(z)] = \frac{ab}{4}\frac{E_{10}^2}{Z_{TE10}}$$

2、归一化电压和电流

$$Z_{in}(z)=Z_{\mathrm{e}}\frac{1+\Gamma(z)}{1-\Gamma(z)}$$

$$\frac{u(z)}{i(z)}=Z_{in}(z)\Big/Z_{\mathrm{e}}=\frac{1+\Gamma(z)}{1-\Gamma(z)}$$

$$\Rightarrow\quad \frac{u(z)}{i(z)}=\frac{U(z)}{I(z)}\cdot\frac{1}{Z_e}$$

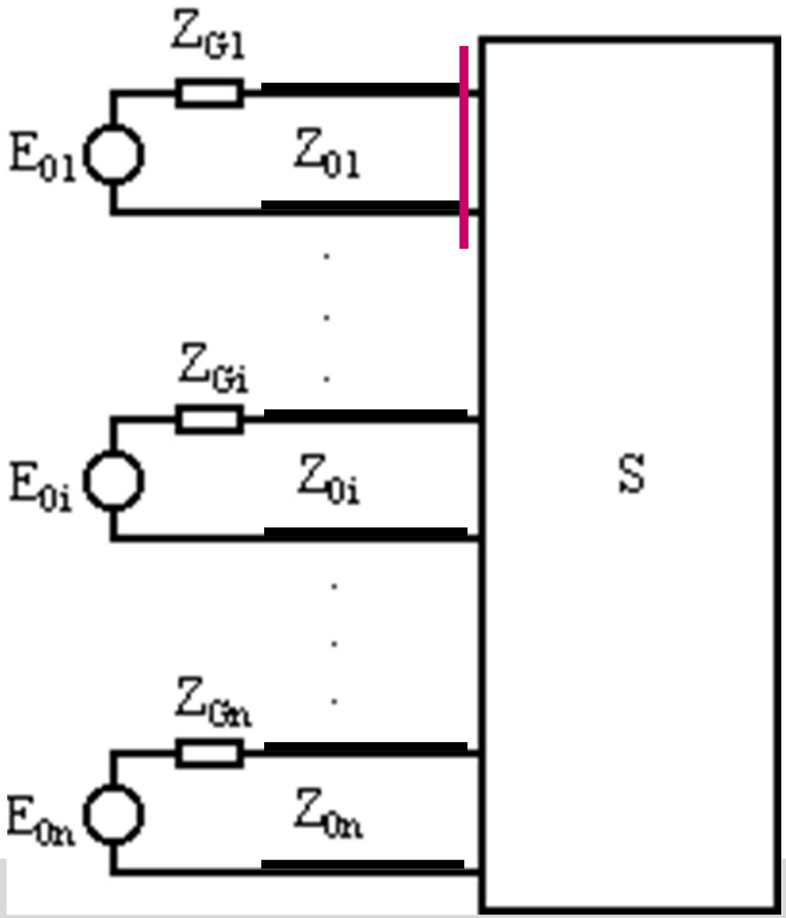
$$P(z)=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[U(z)I^*(z)\right]=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[u(z)i^*(z)\right]$$

$$\boxed{\begin{aligned}u&=U/\sqrt{Z_{\mathrm{e}}}\\ i&=I\sqrt{Z_{\mathrm{e}}}\end{aligned}}$$

3. 模式等效传输线(equivalence transmission line)

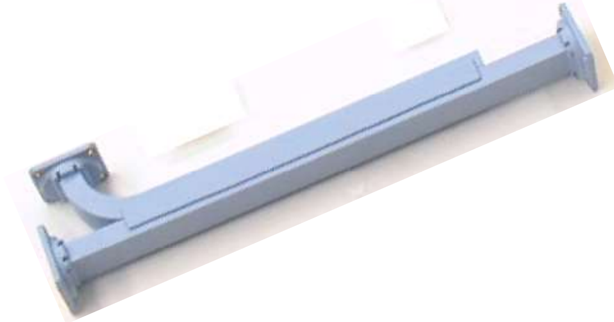
(1) 微波网络的形式与传输模式有关，若传输单一模式，则等效为一个N端口网络；

若每个波导中可能传输*m*个模式，则应等效为*N×m*端口微波网络。

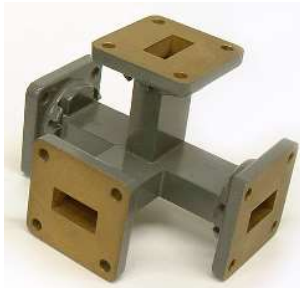


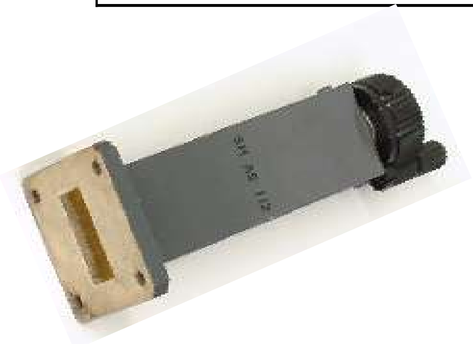
(2) 微波网络形式与参考面的选取有关。*参考面应垂直于各端口波导的轴线*，并且应远离不均匀区（无高次模），只有相应的传输模。

4. 微波网络的种类

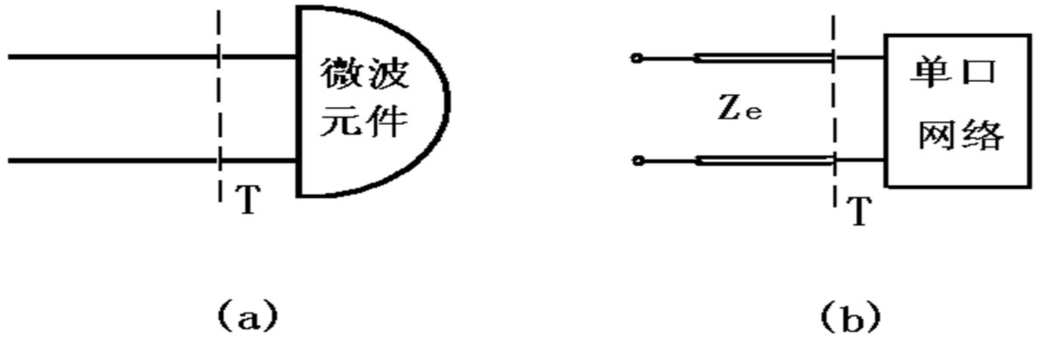


分类方法	类　　型
按端口数量分	一口网络、二口网络、多口网络
按几何对称性分	对称网络、非对称网络
按物理对称性分	互易网络、非互易网络
按功率损耗分	无耗网络、有耗网络
按变换类型分	线性网络、非线性网络





4.2 单口网络



由均匀传输线理论，等效传输线上任意点的反射系数为:

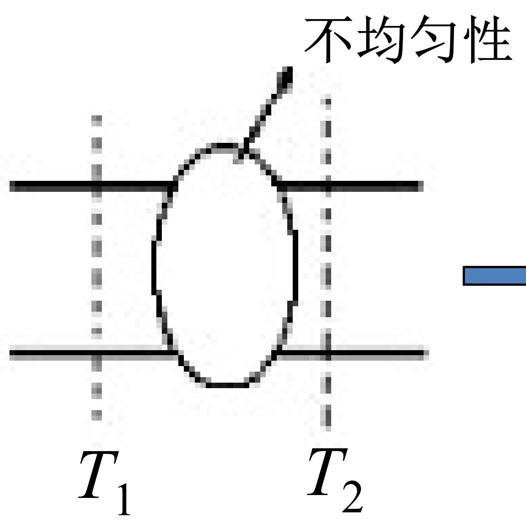
$$\Gamma(z)=\left|\Gamma_l\right|\mathrm{e}^{j(\phi_l-2\beta z)}$$

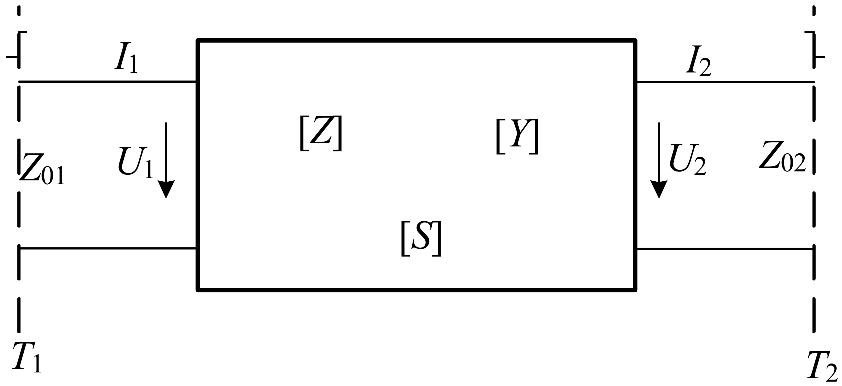
等效传输线上任意点等效电压、电流、输入阻抗及传输功率分别为:

$$U(z)=A_1\left[1+\Gamma(z)\right],I(z)=\frac{A_1}{Z_e}\left[1-\Gamma(z)\right],Z_{in}(z)=Z_{\mathrm{e}}\frac{1+\Gamma(z)}{1-\Gamma(z)}$$

$$P(z)=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[U(z)I^*(z)\right]=\frac{\left|A_1\right|^2}{2\left|Z_{\mathrm{e}}\right|}\left[1-\left|\Gamma(z)\right|^2\right]$$

4.3 双口网络的阻抗与转移矩阵



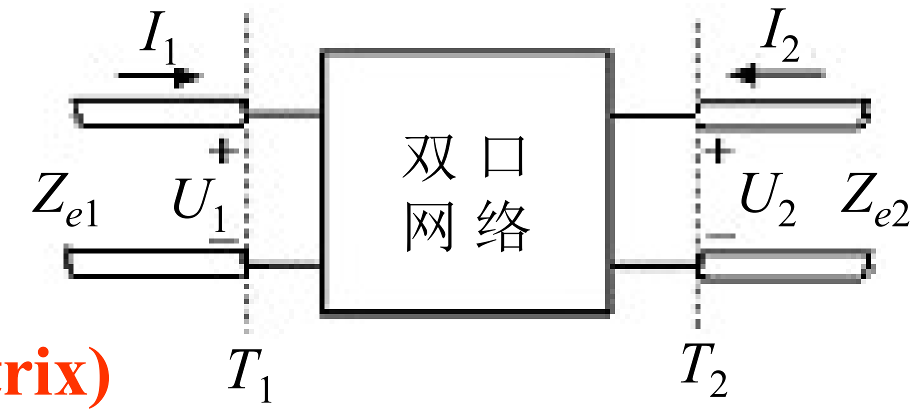


双口元件 → 方向变换 → 连接元件，拐角，扭转

双口元件 → 信号变换 → 移相器，衰减器，滤波器

双口元件 → 波形变换 → 同轴波导转换，方圆转换

1. 阻抗矩阵与导纳矩阵



(1)阻抗矩阵(impedance matrix)

现取I_1、I_2为自变量，U_1、U_2为因变量，对线性网络有：

$$U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2$$
$$U_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2$$

写成矩阵形式： $\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$

其中，Z_{11}、Z_{22}分别是端口1和2的自阻抗；Z_{12}、Z_{21}分别是端口1和2的互阻抗。

[Z]矩阵各阻抗参量的定义如下

$$Z_{11}=\left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{I_2=0}$$ 为T_2面开路时，端口1的输入阻抗

$$Z_{12}=\left.\frac{U_1}{I_2}\right|_{I_1=0}$$ 为T_1面开路时，端口2到1的转移阻抗

$$Z_{21}=\left.\frac{U_2}{I_1}\right|_{I_2=0}$$ 为T_2面开路时，端口1到2的转移阻抗

$$Z_{22}=\left.\frac{U_2}{I_2}\right|_{I_1=0}$$ 为T_1面开路时，端口2的输入阻抗

结论：[*Z*]矩阵中的各个阻抗参数必须使用开路法测量，故也称为开路阻抗参数，而且参考面*T*选择不同，相应的阻抗参数也不同。

[Z]矩阵的性质

互易网络(reciprocal network) $\Longleftrightarrow$ $Z_{12}=Z_{21}$

对称网络(symmetric network) $\Longleftrightarrow$ $Z_{11}=Z_{22}$

若将各端口的电压和电流分别对自身特性阻抗归一化，则有：

$$u_1=U_1/\sqrt{Z_{e1}} \qquad i_1=I_1\sqrt{Z_{e1}}$$
$$u_2=U_2/\sqrt{Z_{e2}} \qquad i_2=I_2\sqrt{Z_{e2}}$$

归一化[Z]矩阵方程写为 $[u]=[\bar{z}][i]$

其中，

$$[\bar{z}]=\begin{bmatrix} Z_{11}/Z_{e1} & Z_{12}/\sqrt{Z_{e1}Z_{e2}} \\ Z_{21}/\sqrt{Z_{e1}Z_{e2}} & Z_{22}/Z_{e2} \end{bmatrix}$$

（2）导纳矩阵(admittance matrix)

现取U_1、U_2 为自变量， I_1、I_2为因变量，对线性网络有：

$$I_1 = Y_{11}U_1 + Y_{12}U_2$$
$$I_2 = Y_{21}U_1 + Y_{22}U_2$$

写成矩阵形式: $\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$

或简写为 $[I] = [Y][U]$

其中，Y_{11}、Y_{22}分别是端口1和2的自导纳；Y_{12}、Y_{21}分别是端口1和2的互导纳。

[Y]矩阵各导纳参量的定义如下

$Y_{11}=\left.\dfrac{I_1}{U_1}\right|_{U_2=0}$ 为T_2面短路时，端口1的输入导纳

$Y_{12}=\left.\dfrac{I_1}{U_2}\right|_{U_1=0}$ 为T_1面短路时，端口2到1的转移导纳

$Y_{21}=\left.\dfrac{I_2}{U_1}\right|_{U_2=0}$ 为T_2面短路时，端口1到2的转移导纳

$Y_{22}=\left.\dfrac{I_2}{U_2}\right|_{U_1=0}$ 为T_1面短路时，端口2的输入导纳

结论：[Y]矩阵中的各个导纳参数必须使用短路法测量，故也称为短路参数，同样参考面T选择不同，相应的导纳参数也不同。

[Y]矩阵的性质

互易网络(reciprocal network) ⟺ $Y_{12} = Y_{21}$

对称网络(symmetric network) ⟺ $Y_{11} = Y_{22}$

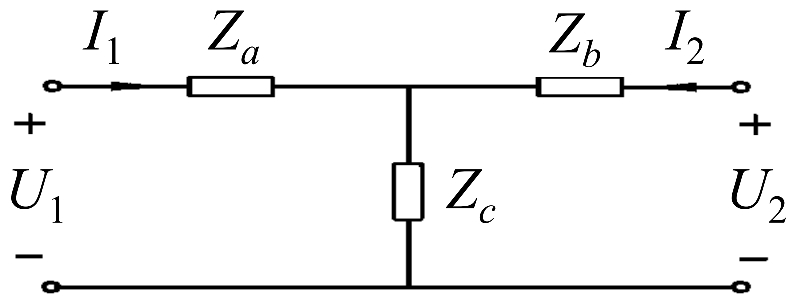
若将各端口的电压和电流分别对自身特性阻抗归一化，则有：

$$i_1 = I_1 / \sqrt{Y_{e1}} \qquad u_1 = U_1 \sqrt{Y_{e1}}$$
$$i_2 = I_2 / \sqrt{Y_{e2}} \qquad u_2 = U_2 \sqrt{Y_{e2}}$$

归一化**[Y]**矩阵方程写为 $[i] = [\bar{y}][u]$

其中， $[\bar{y}] = \begin{bmatrix} Y_{11}/Y_{e1} & Y_{12}/\sqrt{Y_{e1}Y_{e2}} \\ Y_{21}/\sqrt{Y_{e1}Y_{e2}} & Y_{22}/Y_{e2} \end{bmatrix}$

[例]求如图所示二端口网络的[Z]矩阵和[Y]矩阵。



[解]：由[Z]矩阵的定义：

$$Z_{11}=\frac{U_1}{I_1}\bigg|_{I_2=0}=Z_a+Z_c$$

$$Z_{21}=\frac{U_1}{I_2}\bigg|_{I_1=0}=Z_c=Z_{21}$$

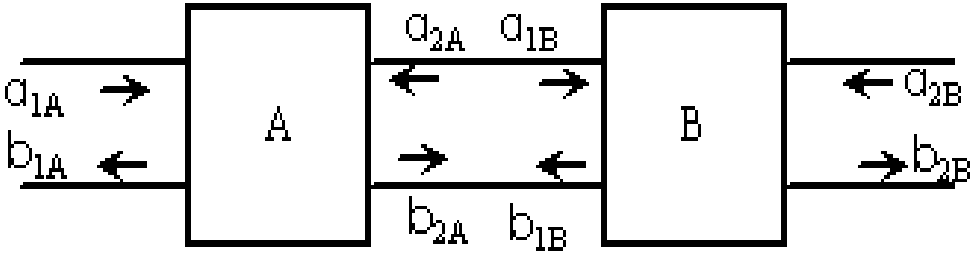
$$Z_{22}=\frac{U_2}{I_2}\bigg|_{I_1=0}=Z_b+Z_c$$

于是： $$[Z]=\begin{bmatrix} Z_a+Z_c & Z_c \\ Z_c & Z_b+Z_c \end{bmatrix}$$

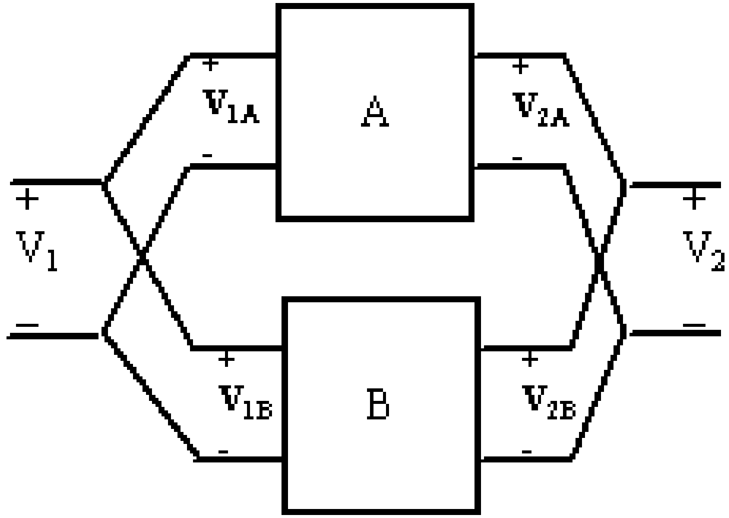
因此 $$[Y]=[Z]^{-1}=\frac{1}{Z_aZ_b+(Z_a+Z_b)Z_c}\begin{bmatrix} Z_b+Z_c & -Z_c \\ -Z_c & Z_a+Z_b \end{bmatrix}$$

级联二端口网络的散射矩阵

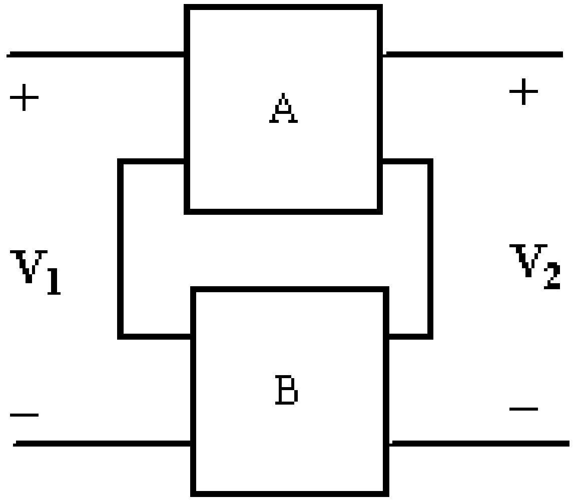
微波网络由基本电路组合而成。
常见的组合形式有三种：



级　联

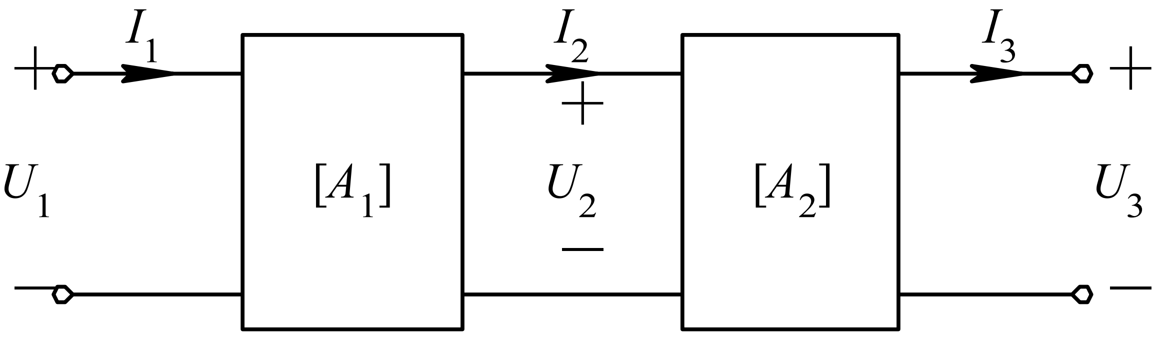


并联—并联



串联—串联

2.转移矩阵(transition matrix)



只适用于二口网络

规定流入网络之电流为正，流出为负

$$U_1 = AU_2 + B(-I_2)$$
$$I_1 = CU_2 + D(-I_2)$$

写成矩阵形式，则有 $\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$

其中， $[A] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ 称为网络的转移矩阵, 简称[*A*]矩阵。

[A]矩阵中各参量的物理意义如下

$$A=\left.\frac{U_1}{U_2}\right|_{I_2=0}$$ 为$\boldsymbol{T_2}$面开路时电压的转移参数

$$B=\left.\frac{U_1}{-I_2}\right|_{U_2=0}$$ 为$\boldsymbol{T_2}$面短路时转移阻抗

$$C=\left.\frac{I_1}{U_2}\right|_{I_2=0}$$ 为$\boldsymbol{T_2}$面开路时转移导纳

$$D=\left.\frac{I_1}{-I_2}\right|_{U_2=0}$$ 为$\boldsymbol{T_2}$面短路时电流的转移参数

若将网络各端口电压，电流对自身特性阻抗归一化后，得：

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix}$$

其中，

$$a = A\sqrt{Z_{e2}/Z_{e1}} \qquad b = B/\sqrt{Z_{e1}Z_{e2}}$$

$$c = C\sqrt{Z_{e1}Z_{e2}} \qquad d = D\sqrt{Z_{e1}/Z_{e2}}$$

[A]矩阵的性质

互易网络 ⟺ $AD - BC = ad - bc = 1$

对称网络 ⟺ $a = d$

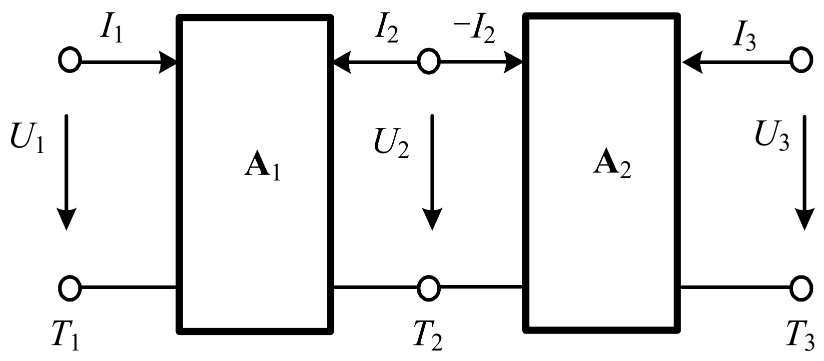
对个*n*双口网络级联，则有： $[A]_{总} = [A_1][A_2]\cdots[A_n]$

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = A_1 \begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = A_2 \begin{bmatrix} U_3 \\ -I_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} U_3 \\ -I_3 \end{bmatrix} = A_1 A_2 \begin{bmatrix} U_3 \\ -I_3 \end{bmatrix}$$

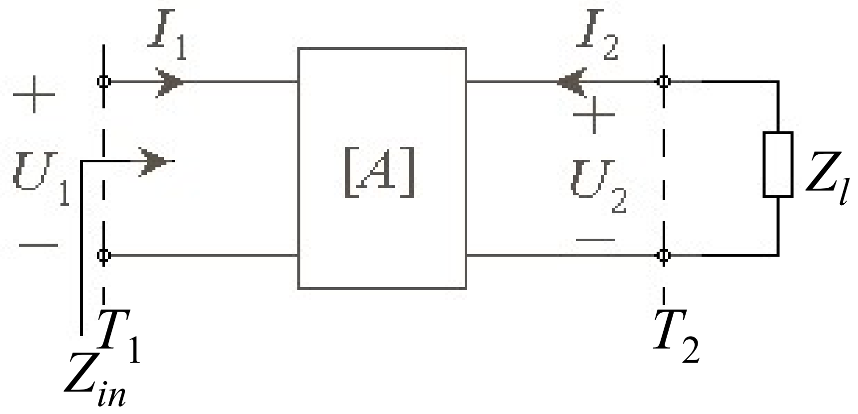
$$\Rightarrow \quad A = A_1 A_2$$

$$A = A_1 A_2 \ldots A_n$$



二口网络的级联

输入阻抗与[A]矩阵



参考面T_2处电压U_2和电流$-I_2$之间关系为 $\dfrac{U_2}{-I_2}=Z_l$

而参考面T_1处的输入阻抗为：

$$Z_{\text{in}}=\frac{U_1}{I_1}=\frac{AU_2+B(-I_2)}{CU_2+D(-I_2)}=\frac{AZ_l+B}{CZ_l+D}$$

输入反射系数为 $\Gamma_{\text{in}}=\dfrac{Z_{\text{in}}-Z_{\text{e1}}}{Z_{\text{in}}+Z_{\text{e1}}}=\dfrac{(A-CZ_{\text{e1}})Z_l+(B-DZ_{\text{e1}})}{(A+CZ_{\text{e1}})Z_l+(B+DZ_{\text{e1}})}$

三种网络矩阵的相互转换(代数变换)

网络参数	以y参量表示	以z参量表示	以a参量表示
$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{z_{22}}{\lvert z\rvert} & -\frac{z_{12}}{\lvert z\rvert} \\ -\frac{z_{21}}{\lvert z\rvert} & \frac{z_{11}}{\lvert z\rvert} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{d}{b} & -\frac{ad-bc}{b} \\ -\frac{1}{b} & \frac{a}{b} \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{y_{22}}{\lvert y\rvert} & -\frac{y_{12}}{\lvert y\rvert} \\ \frac{y_{21}}{\lvert y\rvert} & \frac{y_{11}}{\lvert y\rvert} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{a}{c} & \frac{ad-bc}{c} \\ \frac{1}{c} & \frac{d}{c} \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$	$-\begin{bmatrix} \frac{y_{22}}{y_{21}} & \frac{1}{y_{21}} \\ \frac{\lvert y\rvert}{y_{21}} & \frac{y_{11}}{y_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{z_{11}}{z_{21}} & \frac{\lvert z\rvert}{z_{21}} \\ \frac{1}{z_{21}} & \frac{z_{22}}{z_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

其中，$\lvert z\rvert = z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21}$ $\quad \lvert y\rvert = y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}$

例：求串联阻抗、并联导纳和理想变压器的ABCD矩阵

串联阻抗

$$U_1 = -I_2 Z + U_2 = U_2 + Z(-I_2)$$
$$I_1 = -I_2 = 0 + (-I_2)$$
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

并联导纳

$$U_1 = U_2 = U_2 + 0$$
$$I_1 = -I_2 + U_2 Y = YU_2 + (-I_2)$$
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix}$$

理想变压器

$$U_1 = nU_2 = nU_2 + 0$$
$$I_1 = -(1/n)I_2 = 0 + (1/n)(-I_2)$$
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & 1/n \end{bmatrix}$$

4.4 散射矩阵与传输矩阵

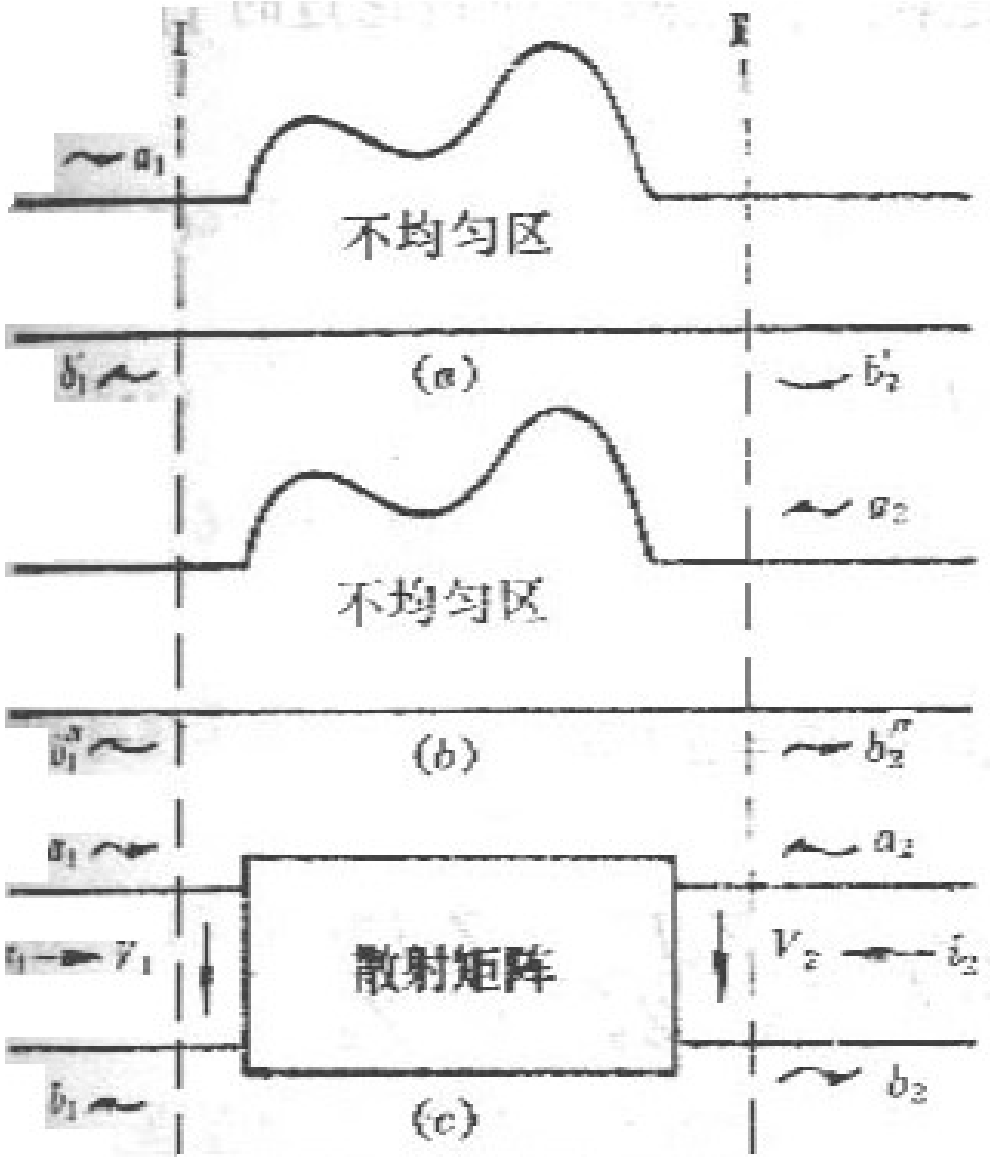
（1）微波频率下电压和电流已失去明确的物理意义。

（2）前三种网络参数的测量不是要求端口开路就是要求端口短路，这在微波频率下难以实现。

（3）在信源匹配的条件下，总可以对驻波系数、反射系数及功率等进行测量。

（4）散射矩阵和传输矩阵就是建立在入射波、反射波的关系基础上的网络参数矩阵。

1.散射矩阵(scattering matrix)



用散射矩阵表示四端网络

$$\begin{cases} b_1' = s_{11}a_1 \\ b_2' = s_{21}a_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_1'' = s_{12}a_2 \\ b_2'' = s_{22}a_2 \end{cases}$$

通过网络的场量可以线性迭加

$$\begin{cases} b_1 = b_1' + b_1'' = s_{11}a_1 + s_{12}a_2 \\ b_2 = b' + b_2'' = s_{21}a_1 + s_{22}a_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

或简写为：$[b] = [S][a]$

$$\boxed{[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}}$$

$S_{11} = \frac{b_1}{a_1}\Big|_{a_2=0}$ 表示端口2匹配时，端口1的反射系数

$S_{22} = \frac{b_2}{a_2}\Big|_{a_1=0}$ 表示端口1匹配时，端口2的反射系数

$S_{12} = \frac{b_1}{a_2}\Big|_{a_1=0}$ 表示端口1匹配时，端口2到端口1的传输系数

$S_{21} = \frac{b_2}{a_1}\Big|_{a_2=0}$ 表示端口2匹配时，端口1到端口2的传输系数

结论：矩阵的各参数是建立在端口接匹配负载基础上的反射系数或传输系数。

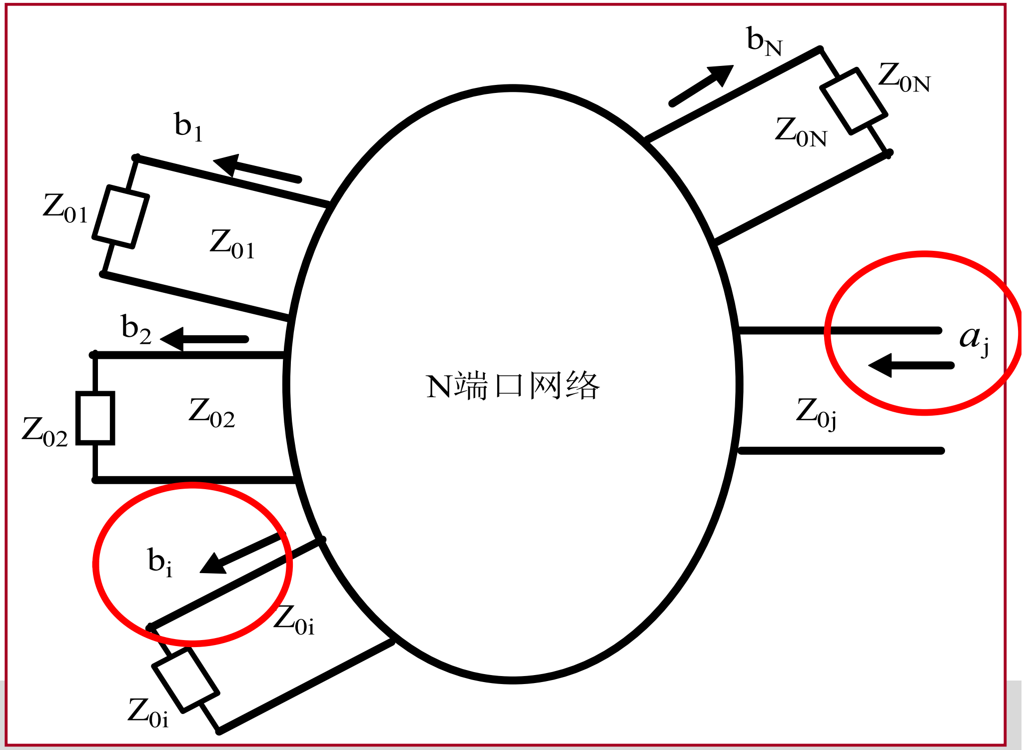
推广

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1N} \\ S_{21} & S_{22} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ S_{N1} & \cdots & \cdots & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix}$$

$$S_{ij} = \left.\frac{b_i}{a_j}\right|_{a_k=0, k\neq j} = \left.\frac{V_i^- / \sqrt{Z_{0i}}}{V_j^+ / \sqrt{Z_{0j}}}\right|_{V_k^+=0, k\neq j}$$

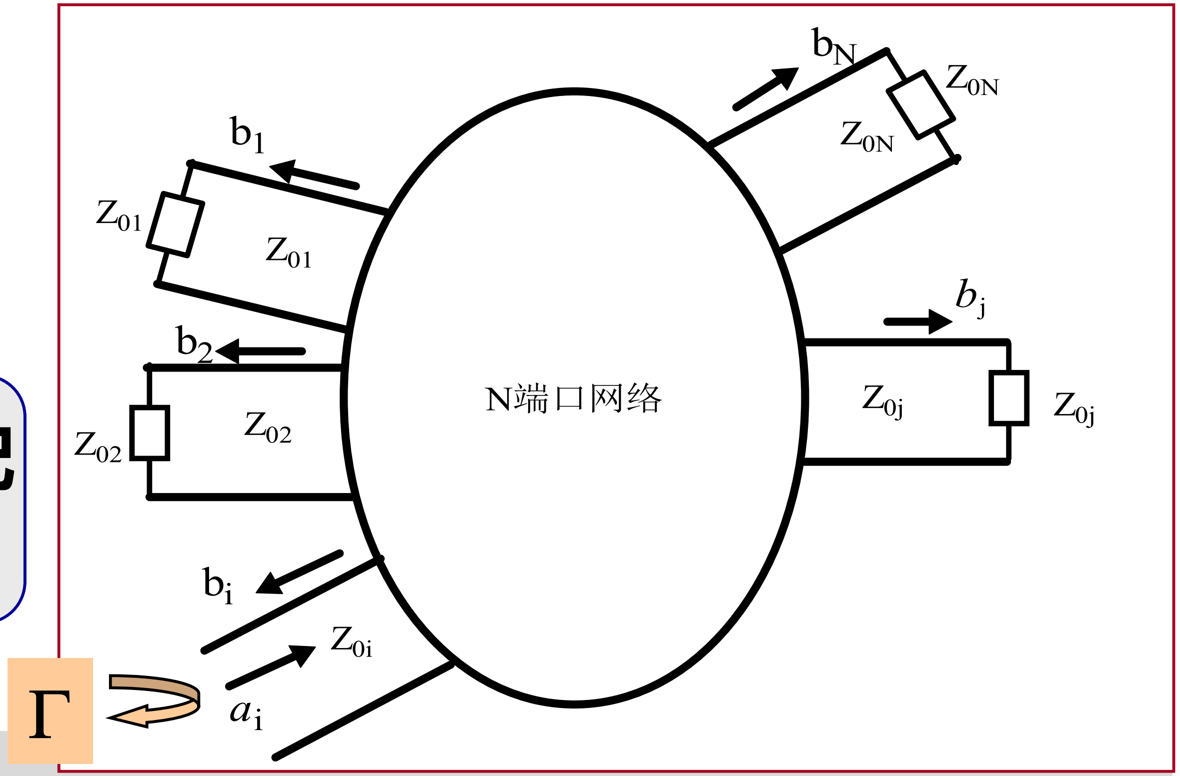
$$= \sqrt{\frac{Z_{0j}}{Z_{0i}}} \left.\frac{V_i^-}{V_j^+}\right|_{V_k^+=0, k\neq j}$$

S_{ij}是当所有其它端口接匹配负载时*从端口j至端口i*的传输系数



$$b_i=\sum_{j=1}^{N}S_{ij}a_j=S_{i1}a_1+S_{i2}a_2+\cdots+S_{ii}a_i+\cdots+S_{iN}a_N$$

$$S_{ii}=\left.\frac{b_i}{a_i}\right|_{a_k=0,k\neq i}=\left.\frac{V_i^-}{V_i^+}\right|_{V_k^+=0,k\neq i}$$



S_{ii}是当所有其它端口接匹配负载时端口i的反射系数

$[S]$矩阵的性质

互易网络 ⟷ $S_{12} = S_{21}$

对称网络 ⟷ $S_{11} = S_{22}$

无耗网络**(lossless network)** ⟷ $[S]^{+}[S] = [I]$

幺正性

$[S]^{+}$是$[S]$的转置共轭矩阵

$$
\left.
\begin{aligned}
|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 &= 1 \\
S_{11}S_{12}^{*} + S_{21}S_{22}^{*} &= 0 \\
S_{12}S_{11}^{*} + S_{22}S_{21}^{*} &= 0 \\
|S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 &= 1
\end{aligned}
\right\}
$$

参考面移动 $\xrightarrow{\text{传输线无耗}}$
- 散射参数的*幅值不变*
- 散射参数的*相位改变*

设参考面从 $z_i = 0$ 处[S]向外移至处[S′]

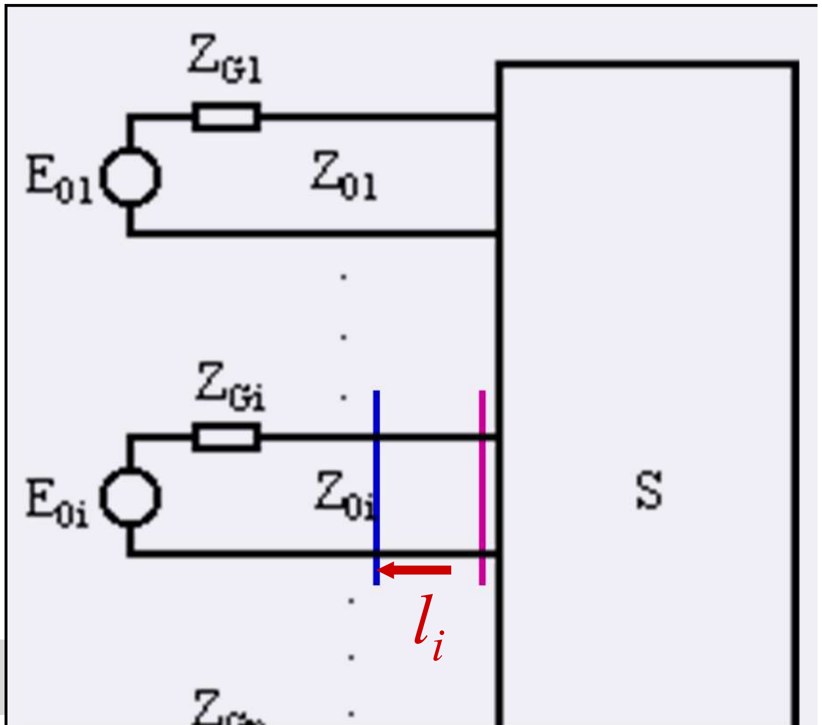
移动距离为l_i 其相位变化为 $\boxed{\theta_i = k_i l_i = 2\pi l_i / \lambda_{gi}}$

由于参考面的移动，各端口出射波的相位要滞后 (-) $\boxed{b_i' = b_i e^{-j\theta_i}}$

入射波相位要超前(+) $\boxed{a_i' = a_i e^{+j\theta_i}}$

对于i端口相位： $\boxed{\theta_i = 2\pi l_i / \lambda_{gi}}$

j端口相位： $\boxed{\theta_j = 2\pi l_j / \lambda_{gj}}$



新的散射参量为：

$$S'_{ij}=\frac{b'_i}{a'_j}=\frac{b_i\exp(-j\dfrac{2\pi l_i}{\lambda_{gi}})}{a_j\exp(j\dfrac{2\pi l_i}{\lambda_{gi}})}=S_{ij}e^{-j2\pi[(l_j/\lambda_{gj})+(l_i/\lambda_{gi})]}$$

新的散射矩阵 $[S']$ 与原散射矩阵 $[S]$ 的关系：

$$\boxed{[S']=[P][S][P]}$$

式中：

$$[P]=\begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & e^{-j\theta_N} \end{bmatrix}$$

2. 二口网络的工作特性参量

（1）电压传输系数T：网络输出端接匹配负载时，输出端归一化出波与输入端归一化进波之比。

$$T=\left.\frac{b_2}{a_1}\right|_{a_2=0}=S_{21}=|S_{21}|e^{j\varphi_{21}}$$

（2）插入相移：电压传输系数的幅角，$\theta=\varphi_{21}$ 。

（3）插入衰减：网络输出端接匹配负载时，输入端进波功率与输出端出波功率之比，单位为dB。

$$A=10\lg\left(\left.\frac{P_1^+}{P_2^-}\right|_{a_2=0}\right)=10\lg\frac{1}{|S_{21}|^2}$$

（4）插入驻波比：网络输出端接匹配负载时，输入端的驻波比

$$\rho=\left.\frac{|\overline{U}_1|_{\max}}{|\overline{U}_1|_{\min}}\right|_{a_2=0}=\frac{1+|S_{11}|}{1-|S_{11}|}$$

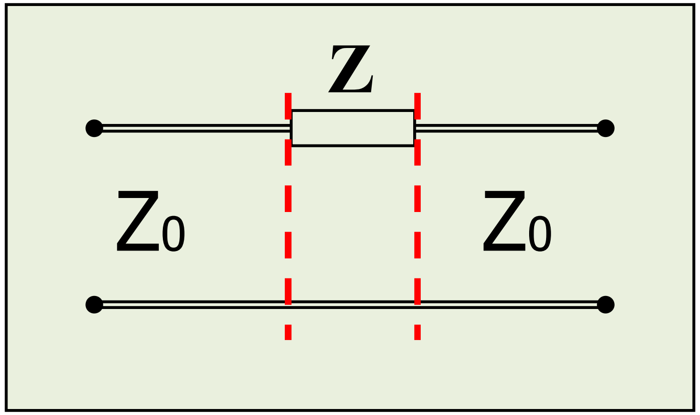
3. 微波网络的一些化简条件

端口状态		用归一化进波、出波表示	用电压、电流表示
内部状态	端口匹配	$S_{ii}=0$	
	参考面外移	$a_i' = a_i \mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_i} \qquad b_i' = b_i \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\theta_i}$	
外部状态	接开路负载	$\overline{U}_i^{+} = \overline{U}_i^{-}$ ($a_i = b_i$)	$I_i = 0$
	接短路负载	$\overline{U}_i^{+} = -\overline{U}_i^{-}$ ($a_i = -b_i$)	$U_i = 0$
	接短路活塞	$a_i = -b_i \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\theta_i}$	
	接匹配负载	$\overline{U}_i^{+} = 0$ （$a_i = 0$）	
	接任意负载	$a_i = b_i \Gamma_i \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\theta_i}$	

例：求如图的S参量矩阵

$$[S]=\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$$

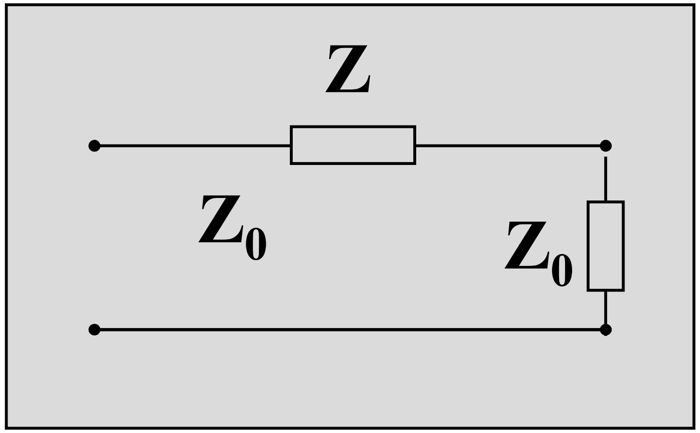
$$S_{11}=\left.\frac{b_1}{a_1}\right|_{a_2=0}$$



解：选择参考面如图。

端口2接匹配负载时 $Z_L = Z_0$

$$S_{11}=\frac{b_1}{a_1}\Bigg|a_2=0=\Gamma_{in1}\big|_{Z_L=Z_0}=\frac{Z_{in}-Z_0}{Z_{in}+Z_0}$$



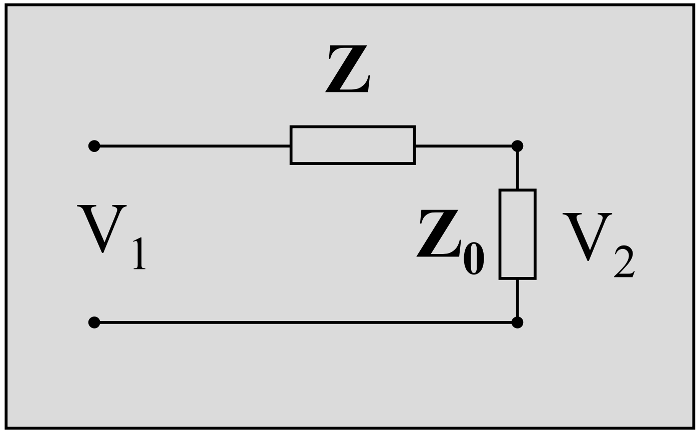
此时输入阻抗为： $Z_{in}=Z_0+Z$

故有 $S_{11}=\dfrac{Z_0+Z-Z_0}{Z_0+Z+Z_0}=\dfrac{Z}{2Z_0+Z}$

$$S_{21}=\frac{b_2}{a_1}\bigg|_{a_2=0}=\frac{V_2^-/\sqrt{Z_0}}{V_1^+/\sqrt{Z_0}}\bigg|_{V_2^+=0}=\frac{V_2^-}{V_1^+}\bigg|_{V_2^+=0}$$

对于1端口 $V_1=V_1^++V_1^-=V_1^+(1+S_{11})$ $\Rightarrow$ $\boxed{V_1^+=\dfrac{V_1}{(1+S_{11})}}$

对于2端口 $V_2=V_2^++V_2^-=V_2^-$



$$S_{21}=\frac{V_2^-}{V_1^+}\bigg|_{V_2^+=0}=\frac{V_2}{V_1/(1+S_{11})}=(1+S_{11})\frac{V_2}{V_1}$$

$$=\frac{2Z_0}{Z+2Z_0}$$

由于网络完全对称：

$$S_{22} = S_{11} = \frac{Z}{2Z_0 + Z}$$

$$S_{12} = S_{21} = \left.\frac{b_1}{a_2}\right|_{a_1 = 0} = \frac{2Z_0}{Z + 2Z_0}$$

$$[S] = \begin{bmatrix} \dfrac{Z}{2Z_0 + Z} & \dfrac{2Z_0}{2Z_0 + Z} \\ \dfrac{2Z_0}{2Z_0 + Z} & \dfrac{Z}{2Z_0 + Z} \end{bmatrix} = \frac{1}{2Z_0 + Z}\begin{bmatrix} Z & 2Z_0 \\ 2Z_0 & Z \end{bmatrix}$$

例：测得某二端口网络的S矩阵为 $[S]=\begin{bmatrix} 0.1 & j0.4 \\ j0.4 & 0.2 \end{bmatrix}$

此二端口网络的性质？若在端口2短路，求端口1处的驻波比、回波损耗。

解：由于 $S_{12}=S_{21}=j0.4$ 故网络互易。

又由：$$[S]^{+}[S]=\begin{bmatrix} 0.1 & -j0.4 \\ -j0.4 & 0.2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0.1 & j0.4 \\ j0.4 & 0.2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.17 & -j0.12 \\ -j0.04 & 0.2 \end{bmatrix}\neq[I]$$

不满足幺正性，因此网络为有耗网络。

在端口2短路：Γ_L=-1 $\quad a_2=\Gamma_L b_2=-b_2$

由两端口网络的S矩阵：
$$b_1=S_{11}a_1+S_{12}a_2=S_{11}a_1-S_{12}b_2$$
$$b_2=S_{21}a_1+S_{22}a_2=S_{21}a_1-S_{22}b_2$$

消去b_2 $$\Gamma_{in}=\frac{b_1}{a_1}=S_{11}-\frac{S_{12}^2}{1+S_{22}}=0.1-\frac{-0.16}{1+0.2}=0.233$$

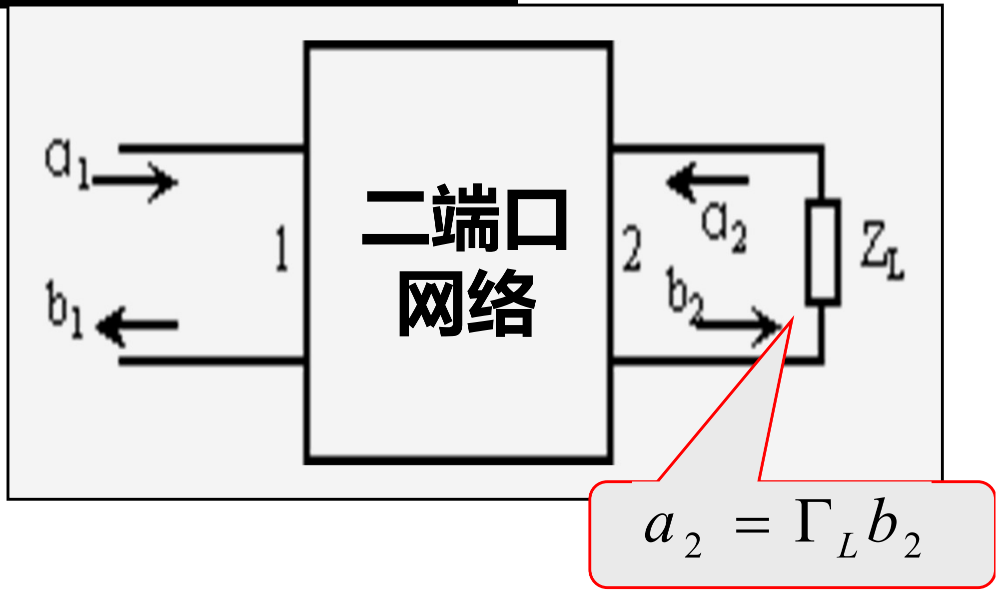
$$\rho_{1端口}=\frac{1+|\Gamma_{in}|}{1-|\Gamma_{in}|}=\frac{1.23}{0.77}=1.6 \qquad R_L=-20\log|\Gamma|=12.65dB$$

输出端口加负载Z_L，设负载的反射系数为Γ_L，

$$a_2=\Gamma_L b_2$$

$$\boxed{\begin{aligned}b_1&=S_{11}a_1+S_{12}\Gamma_L b_2\\ b_2&=S_{21}a_1+S_{22}\Gamma_L b_2\end{aligned}}$$

$$\Gamma_{in}=\frac{b_1}{a_1}=S_{11}+\frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1-S_{22}\Gamma_L}=S_{11}+\frac{S_{12}{}^2\Gamma_L}{1-S_{22}\Gamma_L}$$



当输出端口短路$(\Gamma_L=-1)$、**开路**$(\Gamma_L=1)$ **和接匹配负载**$(\Gamma_L=0)$ **时，有：**

$$\Gamma_s=S_{11}-\frac{S_{12}^2}{1+S_{22}}$$

$$\Gamma_o=S_{11}+\frac{S_{12}^2}{1-S_{22}}$$

$$\Gamma_m=S_{11}$$

$$\boxed{\begin{aligned}S_{11}&=\Gamma_{\mathrm{m}}\\ S_{12}^2&=\frac{2(\Gamma_{\mathrm{m}}-\Gamma_{\mathrm{s}})(\Gamma_0-\Gamma_{\mathrm{m}})}{\Gamma_0-\Gamma_{\mathrm{s}}}\\ S_{22}&=\frac{\Gamma_0-2\Gamma_{\mathrm{m}}+\Gamma_{\mathrm{s}}}{\Gamma_0-\Gamma_{\mathrm{s}}}\end{aligned}}$$

例　E-T接头的端口3接匹配负载，端口2接短路活塞（长为l的等效短路线），如图所示。求l＝?时输出到匹配负载的功率百分比最大。

已知E-T接头的散射矩阵是

$$\boldsymbol{S}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2}\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0\end{bmatrix}$$

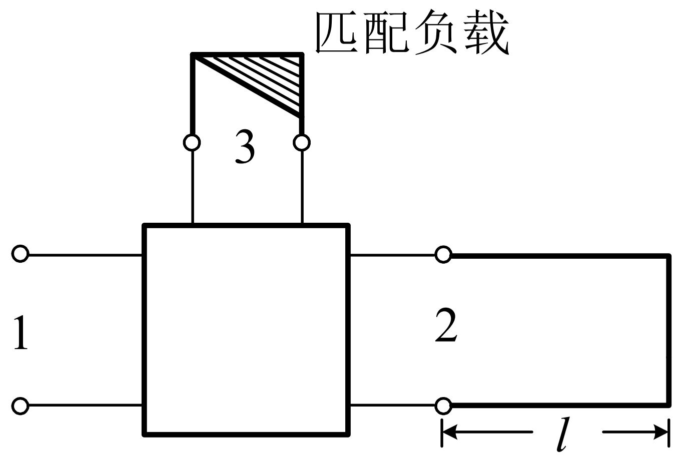


图　四口网络微波电路

解：记 $\theta_2=\beta l$

$$a_2=-b_2\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\theta_2}$$

$$a_3=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}b_1=\frac{1}{2}a_1-\frac{1}{2}b_2\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\theta_2}+S_{13}0\\ b_2=\frac{1}{2}a_1+\frac{1}{2}\left(-b_2\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\theta_2}\right)+S_{23}0\\ b_3=\frac{\sqrt{2}}{2}a_1+\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(-b_2\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\theta_2}\right)+S_{33}0\end{cases}$$

$$\begin{cases} b_1 = \dfrac{1}{2}a_1 - \dfrac{1}{2}b_2 e^{-j2\theta_2} + S_{13}0 \\ b_2 = \dfrac{1}{2}a_1 + \dfrac{1}{2}\left(-b_2 e^{-j2\theta_2}\right) + S_{23}0 \\ b_3 = \dfrac{\sqrt{2}}{2}a_1 + \left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(-b_2 e^{-j2\theta_2}\right) + S_{33}0 \end{cases}$$

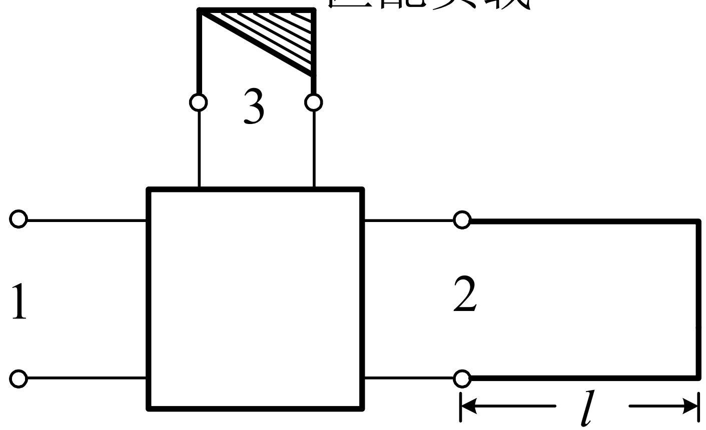


图　四口网络微波电路

$$\Rightarrow \quad b_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 + 2\frac{e^{-j2\beta\ell}}{1+e^{-j2\beta\ell}}\right)a_1$$

$$P_3^- = \frac{1}{2}\left|b_3\right|^2 = \frac{(1+\cos 2\theta_2)^2 + \sin^2 2\theta_2}{(1+2\cos 2\theta_2)^2 + 4\sin^2 2\theta_2}\left(2\left|a_1\right|^2\right) = \frac{4}{4+\dfrac{1}{1+\cos 2\theta_2}}\left|a_1\right|^2$$

$$\cos 2\theta_2 = 1 \quad \Rightarrow \quad \ell = \frac{n}{2}\lambda_p \quad (n = 0,1,2,3,\cdots)$$

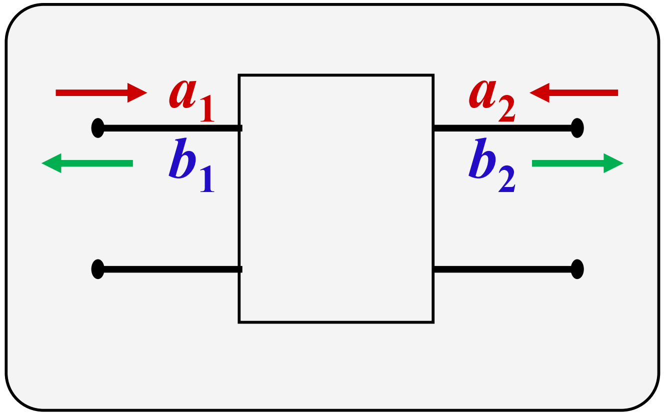
2.传输矩阵(transmission matrix)

分析级联二端口网络

$$a_1 = T_{11} b_2 + T_{12} a_2$$
$$b_1 = T_{21} b_2 + T_{22} a_2$$

或写成矩阵形式：

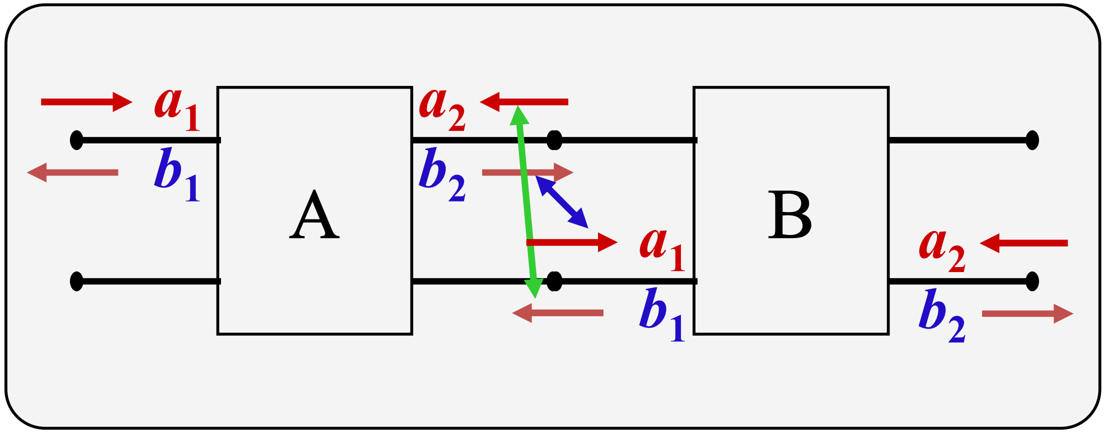
$$\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_2 \\ a_2 \end{bmatrix}$$



$$\boxed{[T] = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix}}$$

传输散射矩阵
T矩阵

与ABCD矩阵类似，级联二端口网络的T矩阵等于各单个二端口网络T矩阵的乘积。



对于二级级联二端口网络

$$\begin{bmatrix} a_{1A} \\ b_{1A} \end{bmatrix} = [T_A] \begin{bmatrix} b_{2A} \\ a_{2A} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} a_{1B} \\ b_{1B} \end{bmatrix} = [T_\mathrm{B}] \begin{bmatrix} b_{2B} \\ a_{2B} \end{bmatrix}$$

故有：

$$\boxed{\begin{bmatrix} a_{1A} \\ b_{1A} \end{bmatrix} = [T_A][T_\mathrm{B}] \begin{bmatrix} b_{2B} \\ a_{2B} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} b_{2B} \\ a_{2B} \end{bmatrix}}$$

当有n个网络级联时，总的[T]矩阵等于各级联网络矩阵的乘积，即：

$$[T]_{总} = [T_1][T_2]\cdots[T_n]$$

3. 散射参量与其它参量之间的相互转换(自学)

(1) [*S*]与$[\bar{z}][\bar{y}]$的转换

$$[a]=\frac{1}{2}([u]+[i])=\frac{1}{2}([\bar{z}][i]+[i])=\frac{1}{2}([\bar{z}]+[\mathrm{I}])[i]$$

$$[b]=\frac{1}{2}([u]-[i])=\frac{1}{2}([\bar{z}][i]-[i])=\frac{1}{2}([\bar{z}]-[\mathrm{I}])[i]$$

由[*S*]的定义得:$[\bar{z}]-[\mathrm{I}]=[S]([\bar{z}]+[\mathrm{I}])$

于是有

$$[S]=([\bar{z}]-[\mathrm{I}])([\bar{z}]+[\mathrm{I}])^{-1}$$

$$[\bar{z}]=([I]+[S])([I]-[S])^{-1}$$

类似可推得:

$$[S]=([I]-[\bar{y}])([I]+[\bar{y}])^{-1}$$

$$[\bar{y}]=([I]-[S])([I]+[S])^{-1}$$

(2) [*S*]与[*a*]的转换

根据 $u_1 = a_1 + b_1, i_1 = a_1 - b_1; u_2 = a_2 + b_2, i_2 = a_2 - b_2$

则有：

$$a_1 + b_1 = a(a_2 + b_2) - b(a_2 - b_2)$$
$$a_1 - b_1 = c(a_2 + b_2) - d(a_2 - b_2)$$

整理可得：

$$\begin{bmatrix} 1 & -(a+b) \\ -1 & -(c+d) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & (a-b) \\ -1 & (c-d) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

于是有

$$\boxed{[S] = \frac{1}{a+b+c+d}\begin{bmatrix} a+b-c-d & 2(ad-bc) \\ 2 & b+d-a-c \end{bmatrix}}$$

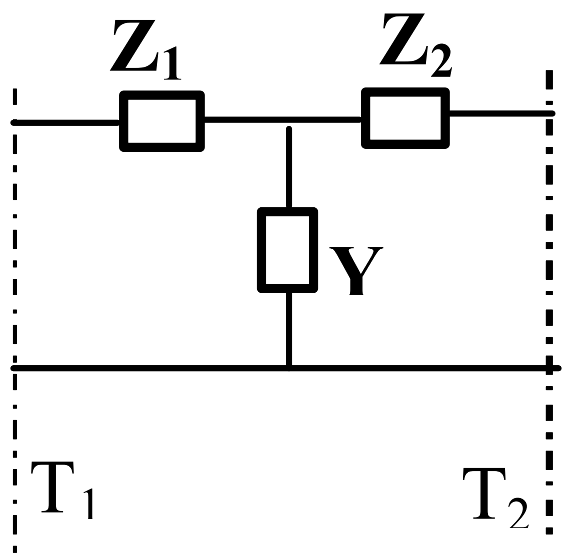
类似可以推得：

$$\boxed{[a] = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} S_{12} + (1+S_{11})(1-S_{22})/S_{21} & S_{12} - (1+S_{11})(1+S_{22})/S_{21} \\ -S_{12} + (1-S_{11})(1-S_{22})/S_{21} & S_{12} + (1-S_{11})(1+S_{22})/S_{21} \end{bmatrix}}$$

利用A参量解级联问题

例1：求如图所示的T 形电路的A 参量。

解：　此T形电路可视为三个简单电路的级联：Z1、Y、 Z2 。



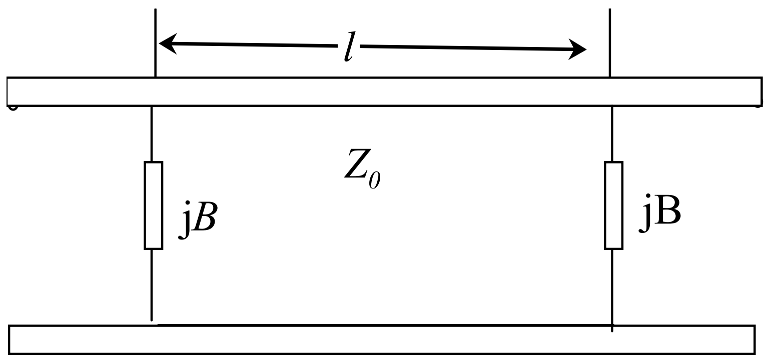
$$[A]=[A_1][A_2][A_3]$$

$$=\begin{bmatrix}1 & \tilde{Z}_1\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ \tilde{Y} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & \tilde{Z}_2\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

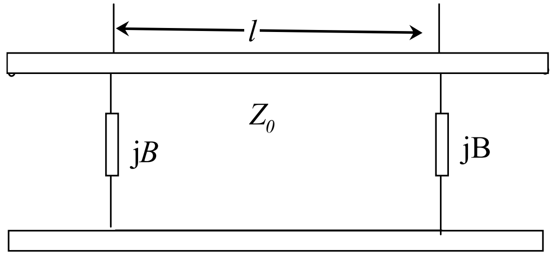
$$=\begin{bmatrix}1+\tilde{Z}_1\tilde{Y} & \tilde{Z}_1\\ \tilde{Y} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & \tilde{Z}_2\\ 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1+\tilde{Z}_1\tilde{Y} & \tilde{Z}_1+\tilde{Z}_2+\tilde{Z}_1\tilde{Z}_2\tilde{Y}\\ \tilde{Y} & 1+\tilde{Z}_2\tilde{Y}\end{bmatrix}$$

例2：在均匀传输线上并联两个相距 l 的相同电抗元件，电纳为 jB。已知传输线的特性阻抗为 Z_0，相位常数为 b。

证明不产生反射的条件为：$2\cot bl = BZ_0$



思路：不产生反射　$S_{11}=0$ ⟹ $[a]=[a_1][a_2][a_3]$ ⟹ $[S]$



$$[a]=[a]_1[a]_2[a]_3=\begin{bmatrix}1 & 0\\ jb & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\beta l & j\sin\beta l\\ j\sin\beta l & \cos\beta l\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ jb & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\cos\beta l-\mathrm{BZ}_0\sin\beta l & j\sin\beta l\\ j2BZ_0\cos\beta l+\mathrm{j}\sin\beta l\text{-}\mathrm{j}\left(BZ_0\right)^2\sin\beta l & \text{-}\mathrm{BZ}_0\sin\beta l+\cos\beta l\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}$$

如果不产生附加反射，则$S_{11}=0$，即： $S_{11}=\dfrac{a_{11}+a_{12}-a_{21}-a_{22}}{a_{11}+a_{12}+a_{21}+a_{22}}$

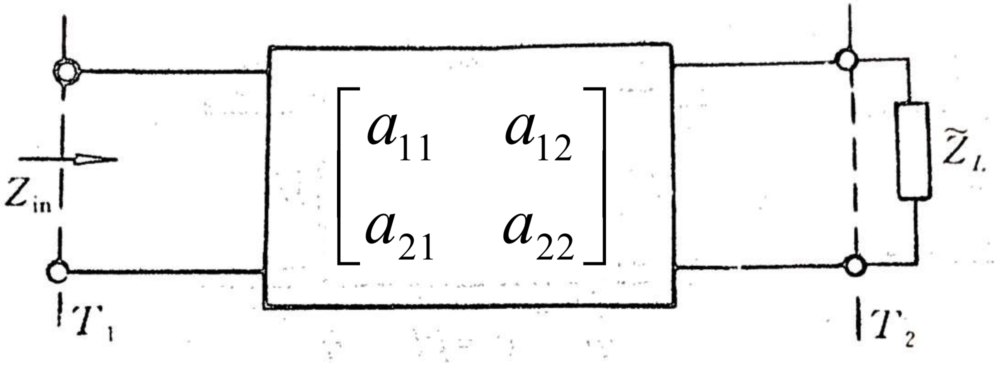
$$a_{11} + a_{12} - a_{21} - a_{22} = 0$$

因此可得 $$j2BZ_0\cos\beta l = \mathrm{j}\left(BZ_0\right)^2 \sin\beta l$$

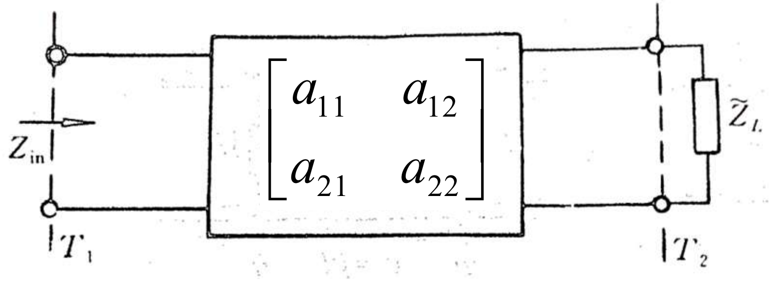
即： $$2\cot\beta l = \mathrm{BZ}_0$$

例3：如图所示二端口网络参考面 T_2处接归一化负载阻抗Z_L，a_{11}，a_{12}，a_{21}和a_{22}为二端口网络的归一化转移参量，试证明参考面 T_1处的输入阻抗为：

$$\tilde{Z}_{\text{in}}=\tilde{Z}_{11}=\frac{a_{21}+\dfrac{a_{22}}{\tilde{Z}_L}}{a_{11}+\dfrac{a_{12}}{\tilde{Z}_L}}=\frac{\tilde{Z}_L a_{21}+a_{22}}{\tilde{Z}_L a_{11}+a_{12}}$$



证明：可视为一个并联导纳和二端口网络的级联，并联导纳的归一化转移矩阵：



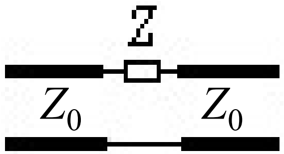
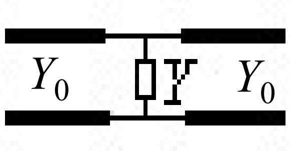
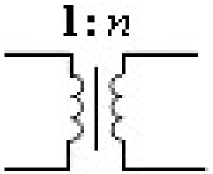
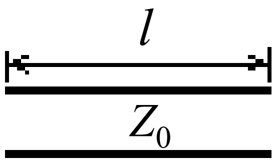
$$[A_2]=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{1}{\tilde{Z}_L} & 1 \end{bmatrix}$$

二端口网络的归一化转移矩阵 $[A_1]=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$

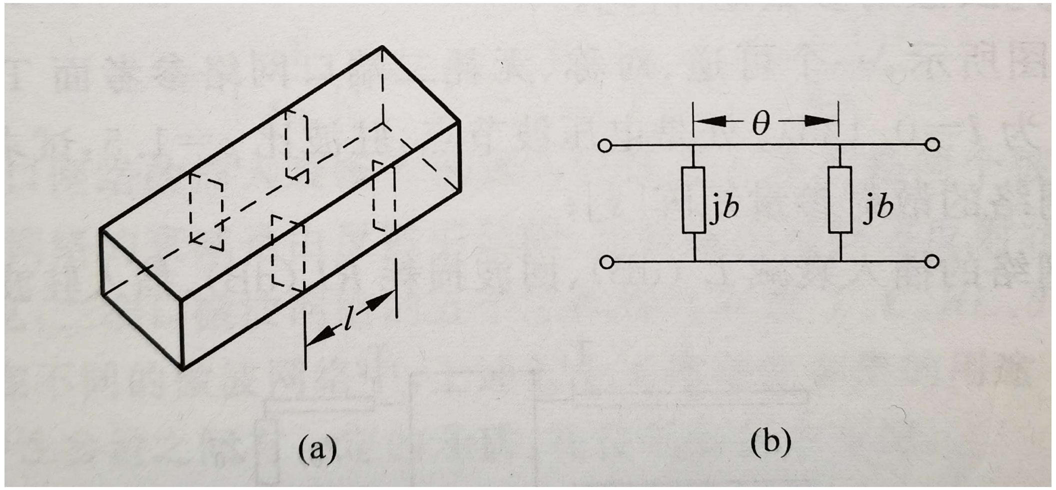
整个网络的归一化转移矩阵： $[\mathrm{A}]=[\mathrm{A}_1][\mathrm{A}_2]=\begin{bmatrix} a_{11}+\dfrac{a_{12}}{\tilde{Z}_L} & a_{12} \\ a_{21}+\dfrac{a_{22}}{\tilde{Z}_L} & a_{22} \end{bmatrix}$

根据阻抗矩阵与转移矩阵的转换关系 $\tilde{Z}_{11}=\dfrac{\tilde{A}_{11}}{\tilde{A}_{21}}$

可得：$\tilde{Z}_{in}=\tilde{Z}_{11}=\dfrac{a_{21}+\dfrac{a_{22}}{\tilde{Z}_L}}{a_{11}+\dfrac{a_{12}}{\tilde{Z}_L}}=\dfrac{\tilde{Z}_L a_{21}+a_{22}}{\tilde{Z}_L a_{11}+a_{12}}$

名称	电路图	[*A*]矩阵	[*S*]矩阵	备注
串联阻抗		$\begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{\bar{z}}{2+\bar{z}} & \frac{2}{2+\bar{z}} \\ \frac{2}{2+\bar{z}} & \frac{\bar{z}}{2+\bar{z}} \end{bmatrix}$	$\bar{z}=\frac{Z}{Z_0}$
并联导纳		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{\bar{y}}{2+\bar{y}} & \frac{2}{2+\bar{y}} \\ \frac{2}{2+\bar{y}} & \frac{-\bar{y}}{2+\bar{y}} \end{bmatrix}$	$\bar{y}=\frac{Y}{Y_0}$
理想变压器		$\begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{n^2-1}{1+n^2} & \frac{2n}{1+n^2} \\ \frac{2n}{1+n^2} & \frac{1-n^2}{1+n^2} \end{bmatrix}$	
短截线		$\begin{bmatrix} \cos\theta & jZ_0\sin\theta \\ j\frac{\sin\theta}{Z_0} & \cos\theta \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & e^{-j\theta} \\ e^{j\theta} & 0 \end{bmatrix}$	$\theta=\frac{2\pi l}{\lambda_g}$

均匀波导中设置有两组间距为l的金属膜片，如图(a)所示,其等效电路如图(b)所示。试推导TE10波通过两个膜片组成的网络时的插入衰减和回波损耗的计算公式,并讨论此双膜片网络所引人插人衰减最小的条件和不产生附加反射的条件。图中，θ= 2πl/λg。



(a) (b)

插入衰减 $A = 10\lg\dfrac{1}{|S_{21}|^2}$ 回波损耗 $L_r(z) = -20\lg|\Gamma_l| = -20\lg|s_{11}|$

思路：不产生反射 $s_{11}=0$ $[a]=[a_1][a_2][a_3] \Longrightarrow [S]$

$$[a]=[a]_1[a]_2[a]_3=\begin{bmatrix}1 & 0\\ jb & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\theta & j\sin\theta\\ j\sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ jb & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\cos\theta-b\sin\theta & j\sin\theta\\ j2b\cos\theta+\mathrm{j}\sin\theta\text{-}\mathrm{j}b^2\sin\theta & -b\sin\theta+\cos\theta\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$$

$$[s]=\frac{1}{a+b+c+d}\begin{bmatrix}a+b-c-d & 2|a|\\ 2 & -a+b-c+d\end{bmatrix}$$

$$s_{11}=\frac{j(b^2\sin\theta-2b\cos\theta)}{2(\cos\theta-b\sin\theta)+j\left[2b\cos\theta+\sin\theta\left(2\text{-}b^2\right)\right]}$$

$$s_{21}=\frac{2}{2(\cos\theta-b\sin\theta)+j\left[2b\cos\theta+\sin\theta\left(2\text{-}b^2\right)\right]}$$

插入衰减 $A = 10\lg\frac{1}{|S_{21}|^2}$ 　回波损耗 $L_r(z) = -20\lg|\Gamma_l| = -20\lg|s_{11}|$

$$\frac{1}{|s_{21}|} \to \min \Rightarrow \left\{4(\cos\theta - b\sin\theta)^2 + \left[2b\cos\theta + \sin\theta\left(2-b^2\right)\right]^2\right\}' = 0$$

$$且\left\{4(\cos\theta - b\sin\theta)^2 + \left[2b\cos\theta + \sin\theta\left(2-b^2\right)\right]^2\right\}'' > 0$$

如果不产生附加反射，则S_{11}=0，即： $S_{11} = \frac{a+b-c-d}{a+b+c+d}$

$$a+b-c-d=0$$

因此可得 $j2b\cos\theta = jb^2\sin\theta$

即： $\tan\theta = \frac{2}{b}$ $\Rightarrow$ $l = \frac{\lambda_g}{2\pi}\arctan\left(\frac{2}{b}\right)$

```
syms x b
A1=[1 0;i*b 1];A2=[cos(x) i*sin(x);i*sin(x) cos(x)];A3=A1;
>> A=A1*A2*A3
 A =
[                                   cos(x) - b*sin(x),         sin(x)*1i]
[ sin(x)*1i + b*cos(x)*1i + b*(cos(x) - b*sin(x))*1i, cos(x) - b*sin(x)]
AA=sum(A(1:4))
AA =
2*cos(x) + sin(x)*2i + b*cos(x)*1i + b*(cos(x) - b*sin(x))*1i - 2*b*sin(x)
Loss=4*(cos(x) - b*sin(x))^2 + (sin(x)*(b^2 - 2) - 2*b*cos(x))^2;
>> Loss_diff1=simplify(diff(Loss))
Loss_diff1 =
 sin(2*x)*b^4 - 4*cos(2*x)*b^3 - 4*sin(2*x)*b^2
```