



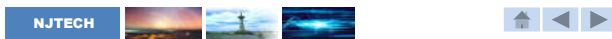
- § 1-1 均匀传输线方程及其解
- § 1-2 传输线的阻抗与状态参量
- § 1-3 无耗传输线的状态分析
- § 1-4 传输线的传输功率、效率与损耗
- § 1-5 SMITH圆图及其应用
- § 1-6 阻抗匹配
- § 1-7 同轴线的特性阻抗
- 小结



■ 本节要点

- 传输线分类
- 均匀传输线等效及传输线方程
- 传输线方程的解
- 传输线方程解的分析
- 传输线的工作特性参数
- 本节要点

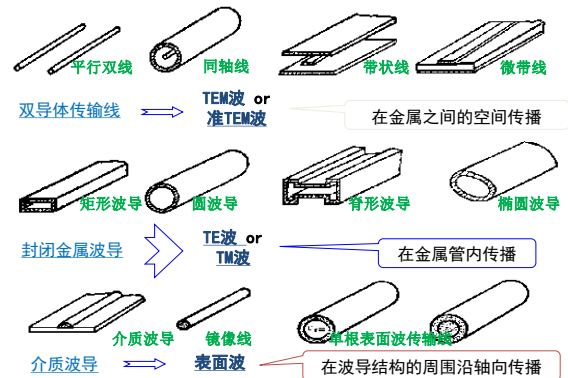
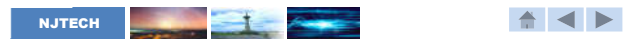
南京工业大学通信工程系



——引导电磁波沿一定方向传输（导波系统）



南京工业大学通信工程系

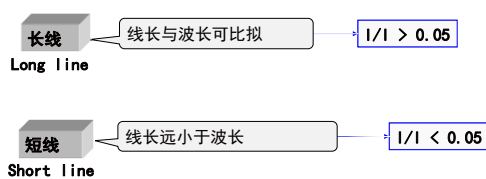


南京工业大学通信工程系

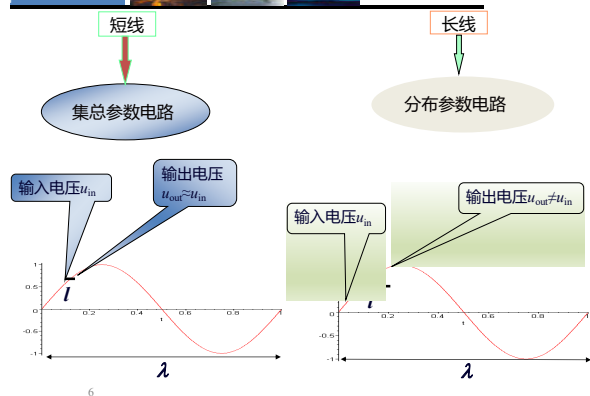
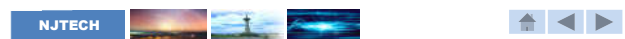


分布参数的概念

传输线的电长度：传输线的几何长度 l 与其上工作波长 λ 的比值 (l/λ)。

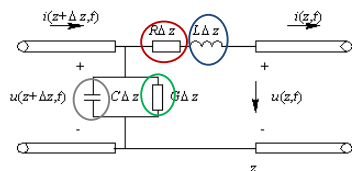


南京工业大学通信工程系

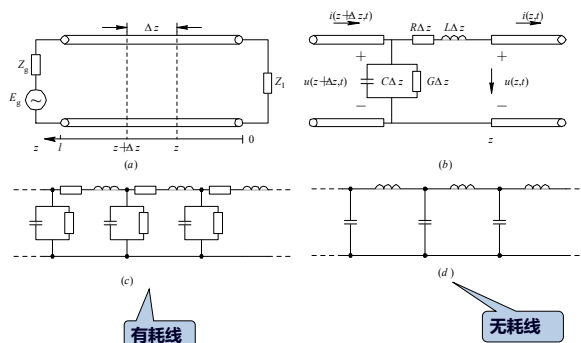


南京工业大学通信工程系

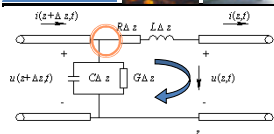
- 导体表面流过的高频电流产生集肤效应，产生分布电阻效应
- 导线周围存在高频磁场，产生分布电感效应
- 两条线之间存在着高频电场，产生分布电容效应
- 导线周围介质非理想绝缘，存在漏电，产生分布电导效应



南京工业大学通信工程系



南京工业大学通信工程系



$$u(z + \Delta z, t) - u(z, t) = \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} \Delta z$$

$$i(z + \Delta z, t) - i(z, t) = \frac{\partial i(z, t)}{\partial z} \Delta z$$

$$u(z + \Delta z, t) - u(z, t) = R\Delta z i(z, t) + L\Delta z \frac{\partial i(z, t)}{\partial t}$$

$$i(z + \Delta z, t) - i(z, t) = G\Delta z u(z + \Delta z, t) + C\Delta z \frac{\partial u(z + \Delta z, t)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial u(z, t)}{\partial z} = Ri(z, t) + L \frac{\partial i(z, t)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial i(z, t)}{\partial z} = Gu(z, t) + C \frac{\partial u(z, t)}{\partial t}$$

南京工业大学通信工程系

$$u(z, t) = \text{Re}[U(z)e^{j\omega t}]$$

$$i(z, t) = \text{Re}[I(z)e^{j\omega t}]$$

$$\frac{\partial u(z, t)}{\partial z} = \text{Re}\left[\frac{dU(z)}{dz} e^{j\omega t}\right] = \text{Re}\left[\frac{dU(z)}{dz} e^{j\omega t}\right];$$

$$\frac{\partial i(z, t)}{\partial t} = \text{Re}\left[\frac{\partial}{\partial t}(I(z)e^{j\omega t})\right] = \text{Re}[j\omega I(z)e^{j\omega t}];$$

$$\frac{\partial i(z, t)}{\partial z} = \text{Re}\left[\frac{dI(z)}{dz} e^{j\omega t}\right] = \text{Re}\left[\frac{dI(z)}{dz} e^{j\omega t}\right];$$

$$\frac{\partial u(z, t)}{\partial t} = \text{Re}\left[\frac{\partial}{\partial t}(U(z)e^{j\omega t})\right] = \text{Re}[j\omega U(z)e^{j\omega t}]$$

$$\frac{\partial u(z, t)}{\partial z} = Ri(z, t) + L \frac{\partial i(z, t)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial i(z, t)}{\partial z} = Gu(z, t) + C \frac{\partial u(z, t)}{\partial t}$$

$$\frac{dU(z)}{dz} = RI(z) + j\omega LI(z)$$

$$\frac{dI(z)}{dz} = GU(z) + j\omega CU(z)$$

南京工业大学通信工程系

3. 传输线方程的解

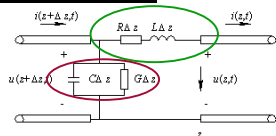
$$\begin{cases} \frac{dU(z)}{dz} = ZI(z) \\ \frac{dI(z)}{dz} = YU(z) \end{cases}$$

$$Z = R + j\omega L, Y = G + j\omega C$$

$$\begin{cases} \frac{d^2 U(z)}{dz^2} - \gamma^2 U(z) = 0 \\ \frac{d^2 I(z)}{dz^2} - \gamma^2 I(z) = 0 \end{cases}$$

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta$$

南京工业大学通信工程系



$$\begin{cases} \frac{d^2 U(z)}{dz^2} - \gamma^2 U(z) = 0 \\ \frac{d^2 I(z)}{dz^2} - \gamma^2 I(z) = 0 \end{cases}$$

$$\text{电压的解为: } U(z) = A_1 e^{\gamma z} + A_2 e^{-\gamma z}$$

$$\text{电流的解为: } I(z) = (A_1 e^{\gamma z} - A_2 e^{-\gamma z}) / Z_0$$

$$I(z) = (A_1 e^{\gamma z} - A_2 e^{-\gamma z}) / Z_0$$

$$\text{式中 } Z_0 = \sqrt{(R + j\omega L) / (G + j\omega C)} \text{ 为传输线的特性阻抗}$$

南京工业大学通信工程系

电压和电流解为:

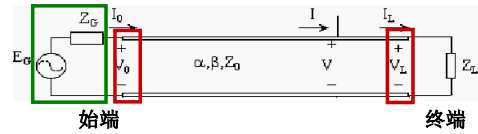
$$\begin{aligned} U(z) &= A_1 e^{j\beta z} + A_2 e^{-j\beta z} \\ I(z) &= (A_1 e^{j\beta z} - A_2 e^{-j\beta z}) / Z_0 \end{aligned} \quad \begin{cases} = U^+ + U^- \\ = I^+ + I^- \end{cases}$$

$e^{j\beta z}$ 表示向+z方向传播的波, 即自源到负载方向的入射波, 用 U^+ 或 I^+ 表示;

$$\begin{aligned} U^+ &= A_1 e^{j\beta z} \\ I^+ &= A_1 e^{j\beta z} / Z_0 \end{aligned}$$

$e^{-j\beta z}$ 表示向-z方向传播的波, 即自负载到源方向的反射波, 用 U^- 或 I^- 表示。

$$\begin{aligned} U^- &= A_2 e^{-j\beta z} \\ I^- &= -A_2 e^{-j\beta z} / Z_0 \end{aligned}$$



传输线的边界条件通常有以下三种

- 已知始端电压和始端电流 U_0, I_0
- 已知终端电压和终端电流 U_L, I_L
- 已知信号源电动势 E_g 和内阻 Z_g 以及负载阻抗 Z_L

边界条件: $V(0) = V_L, I(0) = I_L$

$$\begin{aligned} U(z) &= A_1 e^{j\beta z} + A_2 e^{-j\beta z} \\ I(z) &= (A_1 e^{j\beta z} - A_2 e^{-j\beta z}) / Z_0 \end{aligned}$$



$$A_1 = \frac{U_L + Z_0 I_L}{2}; \quad A_2 = \frac{U_L - Z_0 I_L}{2}$$

$$\begin{bmatrix} U(z) \\ I(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta z & jZ_0 \sin \beta z \\ j\frac{1}{Z_0} \sin \beta z & \cos \beta z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_L \\ I_L \end{bmatrix}$$

4. 传输线方程解的分析

$$u(z, t) = \text{Re}[U(z)e^{j\omega t}] = |A_1|e^{+\alpha z} \cos(\omega t + \beta z) + |A_2|e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z)$$

$$i(z, t) = \text{Re}[I(z)e^{j\omega t}] = \frac{1}{Z_0} [|A_1|e^{+\alpha z} \cos(\omega t + \beta z) - |A_2|e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z)]$$

结论

- 任意处 U 或 I 均由入射波和反射波叠加而成。
- 不管是入射波还是反射波, 它们都是行波。
- 行波在传播过程中其幅度按 $e^{-\alpha z}$ 衰减, 称 α 为衰减常数。而相位随 z 连续滞后 βz , 故称 β 为相位常数。

5. 传输线的工作特性参数

(1) 特性阻抗 $Z_0 = \frac{U^+}{I^+} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$

对于均匀无耗传输线 $Z_0 = \sqrt{L/C}$

当损耗很小时, 即当 $R \ll \omega L$ 和 $G \ll \omega C$ 时, 特性阻抗为

$$Z_0 \approx \sqrt{L/C}$$

- Z_0 为纯电阻, 且与 f 无关——无色散,
- 对于某一型号的传输线, Z_0 为常量。

(2) 传播常数 (propagation constant)

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta$$

衰减常数

相移常数

对于无耗传输线, $\alpha = 0$, 此时 $\gamma = j\beta$ $\beta = \omega\sqrt{LC}$

(3) 相速与传输线波长

相速 (phase velocity) 一波的等相位面移动的速度

$$\omega t + \phi_1 - \beta z = \text{const}$$

$$v_p = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta}$$

波长 (wavelength)

传输线上波的振荡相位差为 2π 的两点的距离 $\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta}$

NJTECH

本节要点

传输线方程:
$$\begin{cases} \frac{d^2 U(z)}{dz^2} - \gamma^2 U(z) = 0 \\ \frac{d^2 I(z)}{dz^2} - \gamma^2 I(z) = 0 \end{cases} \quad \gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta$$

电压和电流解为:
$$U(z) = A_1 e^{jz} + A_2 e^{-jz} = U^+ + U^-$$

$$I(z) = (A_1 e^{jz} - A_2 e^{-jz}) / Z_0 = I^+ + I^-$$

工作特性参数:
$$Z_0 = \sqrt{L/C}$$

$$\beta = \omega \sqrt{LC} \quad \lambda_g = \frac{2\pi}{\beta}$$

南京工业大学通信工程系

NJTECH

1.2 传输线的阻抗与状态参量

本节要点:

- 输入阻抗
- 反射系数
- 输入阻抗与反射系数的关系
- 状态参量
- 本节要点

南京工业大学通信工程系

NJTECH

1. 输入阻抗 (input impedance)

$$Z_{in}(z) = \frac{U(z)}{I(z)}$$

■ 均匀无耗传输线
$$Z_{in}(z) = \frac{U(z)}{I(z)} = Z_0 \frac{Z_l + jZ_0 \tan(\beta z)}{Z_0 + jZ_l \tan(\beta z)}$$

■ 重要特性

$$Z_{in}(z) = Z_{in}(z + \frac{\lambda}{2}), Z_{in}(z) \cdot Z_{in}(z + \frac{\lambda}{4}) = Z_0^2$$

$\lambda/4$ 的变换性和 $\lambda/2$ 的重复性

南京工业大学通信工程系

NJTECH

2. 反射系数 (reflection coefficient)

$$\Gamma(z) = \frac{U^-(z)}{U^+(z)} = -\frac{I^-(z)}{I^+(z)}$$

■ 对无耗传输线 $\gamma = j\beta$

$$\Gamma(z) = \frac{A_2 e^{-j\beta z}}{A_1 e^{j\beta z}} = \frac{Z_l - Z_0}{Z_l + Z_0} e^{-j2\beta z} = \Gamma_l e^{-j2\beta z} = |\Gamma_l| e^{j(\phi - 2\beta z)}$$

$$\Gamma_l = \frac{Z_l - Z_0}{Z_l + Z_0} = |\Gamma_l| e^{j\phi_l} \text{ — 终端反射系数}$$

■ 无耗线上的反射系数的大小取决于终端负载和线上的特性阻抗, 不随 z 变化。

■ 无耗线上的反射系数的相位随距终端的距离 z 按 $-2\beta z$ 规律变化。

有入射波与反射波来回路程

南京工业大学通信工程系

NJTECH

3. 输入阻抗与反射系数的关系

$$U(z) = A_1 e^{j\beta z} + A_2 e^{-j\beta z}$$

$$I(z) = (A_1 e^{j\beta z} - A_2 e^{-j\beta z}) / Z_0$$

■ 传输线上电压、电流又可以表示为

$$\Gamma(z) = \frac{U^-(z)}{U^+(z)} = -\frac{I^-(z)}{I^+(z)}$$

$$U(z) = U^+(z) + U^-(z) = A_1 e^{j\beta z} [1 + \Gamma(z)]$$

$$I(z) = I^+(z) + I^-(z) = \frac{A_1}{Z_0} e^{j\beta z} [1 - \Gamma(z)]$$

■ 于是有
$$Z_{in}(z) = \frac{U(z)}{I(z)} = Z_0 \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)}$$

上式也可写成
$$\Gamma(z) = \frac{Z_{in}(z) - Z_0}{Z_{in}(z) + Z_0}$$

输入阻抗与反射系数有一一对应的关系!

■ 当 $z=0$ 时 $\Gamma(0) = \Gamma_l$, 则终端反射系数
$$\Gamma_l = \frac{Z_l - Z_0}{Z_l + Z_0}$$

南京工业大学通信工程系

NJTECH

4. 驻波比 (standing wave ratio) (VSWR)

■ 电压驻波比为
$$\rho(VSWR) = \frac{|V|_{\max}}{|V|_{\min}} = \frac{1 + |\Gamma_l|}{1 - |\Gamma_l|}$$

$(1 \leq \rho < \infty)$

■ 反射系数用驻波比来表示为
$$|\Gamma_l| = \frac{\rho - 1}{\rho + 1}$$

■ 驻波比的倒数称为行波系数
$$K = \frac{1}{\rho}$$

南京工业大学通信工程系

本节要点

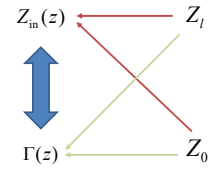
分布参数阻抗: $Z_{in}(z) = \frac{U(z)}{I(z)}$

无耗线上: $Z_{in}(z) = \frac{U(z)}{I(z)} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta z)}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta z)}$ 阻抗变换特性

反射系数: $\Gamma(z) = \frac{U^-(z)}{U^+(z)} = -\frac{I^-(z)}{I^+(z)}$
 $= \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} e^{-j2\beta z} = \Gamma_L e^{-j2\beta z} = |\Gamma_L| e^{j(\phi - 2\beta z)}$

电压驻波比: $\rho(VSWR) = \frac{|U|_{\max}}{|U|_{\min}} = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|}$ $|\Gamma_L| = \frac{\rho - 1}{\rho + 1}$

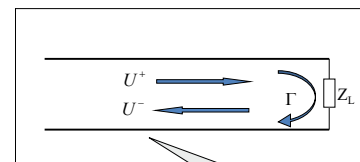
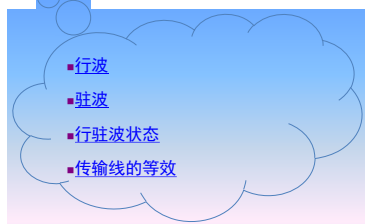
$$Z_{in}(z) = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta z)}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta z)}$$



$$\Gamma(z) = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} e^{-j2\beta z}$$

1.3 无耗传输线的状态分析

■ 本节要点



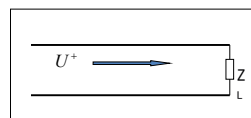
以反射系数的三种状态定义线上的工作状态。

$$\begin{cases} |U^-| = 0 \\ |U^-| = |U^+| \\ 0 < |U^-| < |U^+| \end{cases}$$

1. 行波 (traveling wave) 状态

1) 条件: $\Gamma_L = 0, \rho = 1$

\downarrow
 $Z_L = Z_0$



线上任意一点处: $Z_{in}(z) = Z_0$ $\Gamma(z) = 0$

$$Z_{in}(z) = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta z)}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta z)}$$

$$U(z) = A_0 e^{j\beta z}$$

$$I(z) = A_0 e^{j\beta z} / Z_0$$

空间

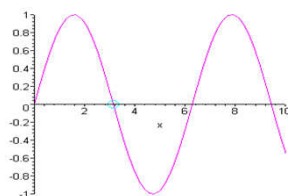
$$u(z, t) = |A_0| \cos(\omega t + \beta z + \phi_0)$$

时间

$$i(z, t) = \frac{|A_0|}{Z_0} \cos(\omega t + \beta z + \phi_0)$$

初始状态

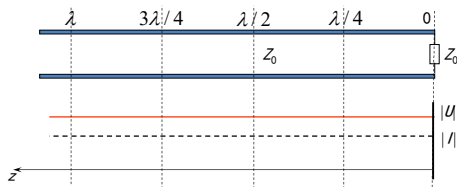
传输线上行波电压波形图



沿线电压 (电流) 振幅不变!

2) 特性

- ① 沿线电压和电流振幅不变，驻波比等于1；
- ② 电压和电流在任意点上都同相；
- ③ 传输线上各点阻抗均等于传输线特性阻抗。



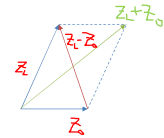
2. 驻波 (pure standing wave) 状态

1) 条件: $|\Gamma_r|=1$

$$\left| \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \right| = |\Gamma_r| = 1$$



- ① 短路 ($Z_L=0$)
- ② 开路 ($Z_L \rightarrow \infty$)
- ③ 纯电抗 ($Z_L=jX_L$)



(1) 终端短路 (short circuit)

$$Z_L=0, \Gamma_r=-1, \rho \rightarrow \infty, \Gamma(z) = -e^{-j2\beta z}$$

■ 线上电压和电流:

$$U(z) = U_+ + U_- = j2A_1 \sin \beta z$$

$$I(z) = I_+ + I_- = \frac{2A_1}{Z_0} \cos \beta z$$

■ 线上任意一点 z 处输入阻抗:

$$Z_{in}^{sc}(z) = jZ_0 \tan \beta z$$

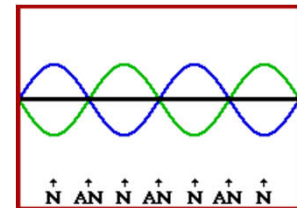
■ 线上电压电流瞬时表达式:

$$u(z, t) = 2|A_1| \cos(\omega t + \phi_0 + \frac{\pi}{2}) \sin \beta z$$

$$i(z, t) = \frac{2|A_1|}{Z_0} \cos(\omega t + \phi_0) \cos \beta z$$

传输线上纯驻波电压波形图

入射波、反射波、迭加波形



■ 在 $0 < z < \frac{\lambda}{4}$ 的范围内:

$$Z_{in}^{sc} = jX_{in}^{sc} \text{ 等效为电感}$$

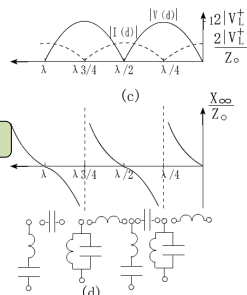
■ 在 $\frac{\lambda}{4}$ 处 $\beta z = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2}$

$$Z_{in}^{sc}(\lambda/4) = \infty \text{ 并联谐振电路}$$

■ 在 $\frac{\lambda}{4} < z < \frac{\lambda}{2}$ 的范围内:

$$Z_{in}^{sc} = -jX_{in}^{sc} \text{ 等效为电容。}$$

■ 在 $\frac{\lambda}{2}$ 处 $Z_{in}^{sc}(\lambda/2) = 0$ 串联谐振电路



(2) 终端开路 (open circuit)

$$Z_L = \infty, \Gamma_r = 1, \rho \rightarrow \infty, \Gamma(z) = e^{-j2\beta z}$$

■ 线上电压和电流:

$$U(z) = U_+ + U_- = 2A_1 \cos \beta z$$

$$I(z) = I_+ + I_- = j\frac{2A_1}{Z_0} \sin \beta z$$

■ 线上任意一点 z 处输入阻抗:

$$Z_{in}^{oc}(z) = -jZ_0 \cot \beta z$$

■ 线上电压电流瞬时表达式:

$$u(z, t) = 2|A_1| \cos(\omega t + \phi_0) \cos \beta z$$

$$i(z, t) = \frac{2|A_1|}{Z_0} \cos(\omega t + \phi_0 + \frac{\pi}{2}) \sin \beta z$$

NJTECH

开路 (Open circuit)

阻抗 $Z_{in}^o(z) = -jZ_0 \cot \beta z$

为纯电抗 (从 $-j\infty \sim +j\infty$)

- 终端 $z=0$, $Z_{in}^o(0) = -j\infty$ **开路**
- 在 $0 < z < \frac{\lambda}{4}$ 范围内, $Z_{in}^o = -jX_m$ 等效为 **电容**
- 在 $\frac{\lambda}{4}$ 处, $Z_{in}^o(\lambda/4) = 0$ 可等效为 **串联谐振电路**
- 在 $\frac{\lambda}{4} < z < \frac{\lambda}{2}$ 范围内, $Z_{in}^o = +jX_m$ 等效为 **电感**
- 在 $\frac{\lambda}{2}$ 处 $Z_{in}^o(\lambda/2) = j\infty$ **并联谐振电路** **开路**

南京工业大学通信工程系

NJTECH

如果能测得开路和短路阻抗, 则可求出 Z_0 和 β 。

$$Z_0 = \sqrt{Z_{in}^{sc}(z) \cdot Z_{in}^{oc}(z)}$$

$$\beta = \frac{1}{z} \arctan \sqrt{-\frac{Z_{in}^{sc}(z)}{Z_{in}^{oc}(z)}}$$

南京工业大学通信工程系

NJTECH

南京工业大学通信工程系

NJTECH

(3) 终端接纯电抗 $Z_{in} = \pm jX$

提示: 可将纯电抗 $Z_{in} = \pm jX$ 负载用一段短路线或开路线来等效

南京工业大学通信工程系

NJTECH

3. 行驻波 (traveling-standing wave) 状态

$$\Gamma(z) = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} e^{-j2\beta z}$$

设终端负载为 $Z_L = R_L \pm jX_L$, 其终端反射系数为:

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{R_L \pm jX_L - Z_0}{R_L \pm jX_L + Z_0} = |\Gamma_L| e^{\pm j\phi}$$

与前两种 (行波和驻波) 情况比有那些异同?

南京工业大学通信工程系

NJTECH

$$R_{\max} R_{\min} = Z_0^2$$

$$Z_{in}(z) = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta z)}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta z)}$$

南京工业大学通信工程系

NJTECH

设 $A_1 = |A_1|e^{j\phi_1}$, 则传输线上电压、电流的模值为:

$$|U(z)| = |A_1| \left[1 + |\Gamma_L|^2 + 2|\Gamma_L| \cos(\phi_L - 2\beta z) \right]^{1/2}$$

$$|I(z)| = \frac{|A_1|}{Z_0} \left[1 + |\Gamma_L|^2 - 2|\Gamma_L| \cos(\phi_L - 2\beta z) \right]^{1/2}$$

$$U(z) = A_1 e^{j\beta z} [1 + \Gamma(z)]$$

$$I(z) = \frac{A_1}{Z_0} e^{j\beta z} [1 - \Gamma(z)]$$

$$\Gamma_L = |\Gamma_L| e^{j\phi_L}$$

电压波腹点
电压波节点

电压波腹点: $|U(z_{\max})|_{\max} = |A_1| [1 + |\Gamma_L|]$
 $|I(z_{\max})|_{\min} = \frac{|A_1|}{Z_0} [1 - |\Gamma_L|]$
 $|U(z_{\min})|_{\min} = |A_1| [1 - |\Gamma_L|]$
 $|I(z_{\min})|_{\max} = \frac{|A_1|}{Z_0} [1 + |\Gamma_L|]$

电压波节点: $z_{\max} = \frac{\lambda}{4\pi} \phi_L + n \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$
 $R_{\max} = Z_0 \rho$
 $z_{\min} = \frac{\lambda}{4\pi} \phi_L + (2n \pm 1) \frac{\lambda}{4} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$
 $R_{\min} = Z_0 / \rho$

南京工业大学通信工程系

NJTECH

电压波节点

证明: $Z_L = Z_0 \frac{1 - j\rho \tan \beta d_{\min}}{\rho - j \tan \beta d_{\min}}$

微波阻抗测量的理论基础

南京工业大学通信工程系

NJTECH

本节要点

- 行波状态: 电磁能量全部被负载吸收。
 $\Gamma_L = 0, Z_L = Z_0$
- 驻波状态: 没有电磁能量的传输。
 $|\Gamma_L| = 1, Z_L = 0, \infty, jX_L, jX_C$
- 行驻波状态
 $0 < |\Gamma_L| < 1$
- 传输线方程

南京工业大学通信工程系

NJTECH

1.4 传输线的传输功率、效率与损耗

本节要点

- 传输功率
- 传输效率
- 损耗
- 功率容量

南京工业大学通信工程系

NJTECH

1、传输功率(transmission power)与效率

传输功率

$$P_t(z) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[U(z)I^*(z)]$$

$$= \frac{|A_1|^2}{2Z_0} e^{2\alpha z} [1 - |\Gamma_L|^2 e^{-4\alpha z}]$$

$$= P_t(z) - P_r(z)$$

$$U(z) = A_1 e^{j\gamma z} [1 + \Gamma(z)] = A_1 e^{j\gamma z} [1 + \Gamma_L e^{-2\gamma z}]$$

$$= A_1 [e^{j\gamma z} + \Gamma_L e^{-j\gamma z}]$$

$$I(z) = \frac{A_1}{Z_0} e^{j\gamma z} [1 - \Gamma(z)]$$

$$= \frac{A_1}{Z_0} [e^{j\gamma z} - \Gamma_L e^{-j\gamma z}]$$

南京工业大学通信工程系

NJTECH

传输效率(efficiency) $\eta = \frac{P_L}{P_t(l)}$

$$\eta = \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{e^{2\alpha l} - |\Gamma_L|^2 e^{-2\alpha l}}$$

结论

- 当终端负载与传输线匹配时(行波), 传输效率最高 $\eta_{\max} = e^{-2\alpha l}$
- 对高频情况下一般有 $\alpha l \ll 1$, 此时有
 $\eta \approx 1 - \frac{1 + |\Gamma_L|^2}{1 - |\Gamma_L|^2} 2\alpha l$
- 传输效率取决于传输线的长度、衰减常数以及传输线终端匹配情况。

南京工业大学通信工程系

NJTECH

↑

←

→

Helpful Tips

单位换算

- 功率值常用分贝来表示，这需要选择一个功率单位作为参考，常用的参考单位有1mW和1W。
- 如果用1mW作参考，分贝表示为：
$$P(\text{dBm}) = 10 \lg P(\text{mW})$$

如1mW=0dBm 10mW=10dBm 1W=30dBm 0.1mW=-10dBm
- 如果1W作参考，分贝表示为：
$$P(\text{dB}) = 10 \lg P(\text{W})$$

如1W=0dBW 10W=10dBW 0.1W=-10dBW

南京工业大学通信工程系

NJTECH

↑

←

→

2. 回波损耗和插入损耗 (lossy)

$$P_r(z) = \frac{|A_1|^2}{2Z_0} e^{2\alpha z} [1 - |\Gamma_r|^2 e^{-4\alpha z}]$$

$$= P_i(z) - P_r(z)$$

回波损耗(return lossy):入射波功率与反射波功率之比

$$L_r(z) = 10 \lg \frac{P_{in}}{P_r} = 10 \lg \frac{1}{|\Gamma_r|^2 e^{-4\alpha z}} = -20 \lg |\Gamma_r| + 17.37 \alpha z \quad (\text{dB})$$

对于无耗线 $L_r(z) = -20 \lg |\Gamma_r| \quad (\text{dB})$

插入损耗(insert lossy):入射波功率与传输功率之比

$$L_i = 10 \lg \frac{1}{1 - |\Gamma_r|^2} = 20 \lg \frac{\rho + 1}{2\sqrt{\rho}}$$

结论 (1) $|\Gamma_r|$ 越大, 则 L_r 越小;

(2) $|\Gamma_r|$ 越大, 则 L_i 也越大。

南京工业大学通信工程系

NJTECH

↑

←

→

3、功率容量 (power capacity)

——在不发生电击穿条件下，传输线上允许传输的最大功率

- 当传输线的结构和介质材料选定后，功率容量由额定电压 U_M 和额定电流 I_M 决定。

$$P_{\max} = \frac{U_M I_M}{2\rho} = \frac{U_M^2}{2\rho Z_0} = \frac{I_M^2 Z_0}{2\rho}$$

- 限制功率容量的因素：**
 - 绝缘击穿电压（与传输线的结构及介质有关）；
 - 传输线的温升限制（由导体损耗和介质损耗所引起）。
 - 传输脉冲功率时，受击穿电压的限制；传输连续波功率时，则要考虑容许最大电流。

南京工业大学通信工程系

NJTECH

↑

←

→

涉及微波传输线工程常遇到三类问题：

- 1. 由负载 Z_L 求传输线的工作状态(包括 ρ 、 Γ 、 Z_{in} 等)；

$$\Gamma(z) = \frac{Z(z) - Z_0}{Z(z) + Z_0} e^{-j2\beta z} = \Gamma_L e^{-j2\beta z}$$

$$Z_{in}(z) = Z_0 \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)}$$

$$\Gamma(z) = \frac{Z_{in}(z) - Z_0}{Z_{in}(z) + Z_0}$$

$$Z_{in}(z) = Z_0 \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)}$$

$$U(z) = A e^{j\omega t} [1 + \Gamma(z)]$$

$$I(z) = \frac{A}{Z_0} e^{j\omega t} [1 - \Gamma(z)]$$

$$\rho(VSWR) = \frac{|U|_{\max}}{|U|_{\min}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$

- 2. 由实测的 ρ 、 Γ 和驻波相位 l_{\min} 求 Z_{in} 或 Z_L 等；

$$Z_L = Z_0 \frac{1 - j\rho \tan \beta d_{\min}}{\rho - j \tan \beta d_{\min}}$$

- 3. 在前两个问题中同时解决阻抗的匹配。

南京工业大学通信工程系

NJTECH

↑

←

→

1.1 设一特性阻抗为 50Ω 的均匀传输线终端接负载 $R_L = 100\Omega$ ，求负载反射系数 Γ_L ，在离负载 $0.2\lambda, 0.25\lambda$ 及 0.5λ 处的输入阻抗及反射系数分别为多少？

解 终端反射系数为

$$\Gamma_L = \frac{R_L - Z_0}{R_L + Z_0} = \frac{100 - 50}{100 + 50} = \frac{1}{3}$$

根据传输线上任意一点的反射系数和输入阻抗的公式

$$\Gamma(z) = \Gamma_L e^{-j2\beta z} \quad \text{和} \quad Z_{in}(z) = Z_0 \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)}$$

在离负载 $0.2\lambda, 0.25\lambda, 0.5\lambda$ 反射系数和输入阻抗分别为

$$\Gamma(0.2\lambda) = \frac{1}{3} e^{-j0.8\pi}, \quad \Gamma(0.25\lambda) = -\frac{1}{3}, \quad \Gamma(0.5\lambda) = \frac{1}{3}$$

$$Z_{in}(0.2\lambda) = 29.43 \angle -23.79^\circ \Omega, \quad Z_{in}(0.25\lambda) = 25 \Omega, \quad Z_{in}(0.5\lambda) = 100 \Omega$$

南京工业大学通信工程系

NJTECH

↑

←

→

1.3 设特性阻抗为 Z_0 的无耗传输线的驻波比为 ρ ，第一个电压波节点离负载的距离为 l_{\min} ，试证明此时终端负载应为：

$$Z_L = Z_0 \frac{1 - j\rho \tan \beta l_{\min}}{\rho - j \tan \beta l_{\min}}$$

证明 根据输入阻抗公式

$$Z_{in}(z) = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta z}{Z_0 + jZ_L \tan \beta z}$$

在距负载第一个波节点处的阻抗

$$Z_{in}(l_{\min}) = \frac{Z_0}{\rho} \quad \text{即} \quad Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l_{\min}}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l_{\min}} = \frac{Z_0}{\rho}$$

将上式整理即得

$$Z_L = Z_0 \frac{1 - \rho \tan \beta l_{\min}}{\rho - j \tan \beta l_{\min}}$$

南京工业大学通信工程系

9

1.5 试证明无耗传输线上任意相距 $\lambda/4$ 的两点处的阻抗的乘积等于传输线特性阻抗的平方。

证明 传输线上任意一点 z_0 处的输入阻抗为

$$Z_{in}(z_0) = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta z_0}{Z_0 + jZ_L \tan \beta z_0}$$

在 $z_0 + \lambda/4$ 处的输入阻抗为

$$Z_{in}\left(z_0 + \frac{\lambda}{4}\right) = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta\left(z_0 + \frac{\lambda}{4}\right)}{Z_0 + jZ_L \tan \beta\left(z_0 + \frac{\lambda}{4}\right)} = Z_0 \frac{Z_L - jZ_0 / \tan \beta z_0}{Z_0 - jZ_L / \tan \beta z_0}$$

因而,有

$$Z_{in}(z_0) Z_{in}\left(z_0 + \frac{\lambda}{4}\right) = Z_0^2$$

- 1-1 传输线长度为10cm,当信号频率为9375MHz时,此传输线为长线还是短线?
 1-2 传输线长度为10cm,当信号频率为150kHz时,此传输线为长线还是短线?
 1-3 何谓长线的分布参数?何谓均匀无耗长线?
 1-4 均匀无耗长线的分布电感 $L_0 = 1.665 \text{ nH/mm}$,分布电容 $C_0 = 0.665 \text{ pF/mm}$,介质为空气。求长线的特性阻抗 Z_0 。当信号频率分别为50Hz和1000MHz时,计算每厘米线长引入的串联电抗和并联电纳。 $Z_0 = \sqrt{L_0/C_0}$
 1-5 均匀无耗长线的特性阻抗 $Z_0 = 200\Omega$,终端接负载阻抗 Z_L 。已知终端电压入射波复振幅 $U_0 = 20\text{V}$,终端电压反射波复振幅 $U_{r0} = 2\text{V}$ 。求距终端 $z'_1 = 3\lambda/4$ 处合成电压复振幅 $U(z'_1)$ 及合成电流复振幅 $I(z'_1)$,以及电压、电流瞬时值表示式 $u(z'_1, t)$ 和 $i(z'_1, t)$ (见图1-68)。
 1-6 均匀无耗长线终端负载等于长线特性阻抗,已知线上坐标为 z'_0 处电压瞬时值表示式 $u(z'_0, t) = 100 \cos(\omega t + 2\pi/3) \text{ V}$,又点 z'_1 与 z'_0 相距 $\lambda/4$,如图1-69所示,求点 z'_1 处的电压瞬时值表示式 $u(z'_1, t)$ 和电压复振幅 $U(z'_1)$ 。



图 1-68 习题 1-5 图

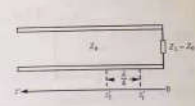


图 1-69 习题 1-6 图

- 1-7 均匀无耗长线终端接负载阻抗 $Z_L = 100\Omega$,信号频率 $f_0 = 1000\text{MHz}$ 时测得终端电压反射系数相角 $\varphi = 180^\circ$ 和电压驻波比 $\rho = 1.5$,计算终端电压反射系数 Γ_L 、长线特性阻抗 Z_0 及距终端最近的一个电压波腹点的距离 l 。 $\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$, $\rho = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|}$, $2\beta l = \frac{2\pi}{\lambda} l = 2\pi n$
 1-8 求图1-70所示各电路的输入端反射系数 Γ 及输入阻抗 Z_{in} ,画出各电路中沿线合成电压分布曲线(设 $Z_0 = 100\Omega$)。
 1-9 特性阻抗为 50Ω 的长线终端接负载时,测得反射系数模 $|\Gamma| = 0.2$,求线上电压波腹和波节处的输入阻抗。 $\rho = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = 1.5$, $Z_{in} = Z_0 \rho$, $Z_{min} = Z_0 / \rho$
 1-10 均匀无耗长线终端接负载阻抗 Z_L 时,沿线电压呈行驻波分布,相邻波节点之间的距离为 2cm ,靠近终端的第一个电压波节点离终端 0.5cm ,驻波比为 1.5 ,求终端反射系数。
 1-11 无耗长线特性阻抗为 300Ω ,如图1-71所示,当线长分别为 $\lambda/6$ 及 $\lambda/3$ 时,计算终端短路和开路条件下的输入阻抗。 $Z_{in}(0) = Z_0 = jZ_0 \tan \beta l$
 1-12 特性阻抗为 50Ω 的长线,终端负载阻抗 $Z_L = 100 + j100\Omega$,计算终端反射系数 Γ_L 。 $\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$

补充习题: 无耗传输线 $Z_0 = 50(\Omega)$,
 已知在距负载 $z_1 = \lambda/8$ 处的反射系数为 $\Gamma(z_1) = j0.5$ 。
 试求(1) 传输线上任意观察点 z 处的反射系数 $\Gamma(z)$ 和等效阻抗 $Z(z)$;
 (2) 利用负载反射系数 Γ_L 计算负载阻抗 Z_L ;
 (3) 通过等效阻抗 $Z(z)$ 计算负载阻抗 Z_L 。

解: (1) 由 $\Gamma(z) = \Gamma_L e^{-j2\beta z}$

$$\Gamma(z_1) = \Gamma_L \left(\frac{\lambda_p}{8} \right) = \Gamma_L e^{-j\frac{4\pi}{\lambda_p} \frac{\lambda_p}{8}} = \Gamma_L e^{-j\frac{\pi}{2}} = j0.5$$

因此有 $\Gamma_L = -0.5 \rightarrow \Gamma(z) = \Gamma_L e^{-j2\beta z} = -j0.5 e^{-j2\beta z}$

$$Z(z) = Z_0 \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)} = 50 \times \frac{1 - 0.5e^{-j2\beta z}}{1 + 0.5e^{-j2\beta z}} = 50 \times \frac{1 - 0.5^2 + j2 \times 0.5 \sin(180^\circ - 2\beta z)}{1 + 0.5^2 - 2 \times 0.5 \cos(180^\circ - 2\beta z)}$$

$$= 50 \times \frac{3 + j4 \sin(2\beta z)}{5 + 4 \cos(2\beta z)}$$

(2) 利用负载反射系数计算负载阻抗

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \rightarrow Z_L = Z_0 \times \frac{1 + \Gamma_L}{1 - \Gamma_L} = 50 \times \frac{1 + (-0.5)}{1 - (-0.5)} = \frac{50}{3}(\Omega)$$

(3) 通过等效阻抗计算负载阻抗

$$Z_L = Z(0) = 50 \times \frac{3 + j4 \sin(0)}{5 + 4 \cos(0)} = \frac{50}{3}(\Omega)$$

1.7 求无耗传输线上回波损耗为3dB和10dB时的驻波比。

解 根据回波损耗的定义:

$$L_r = -20 \lg |\Gamma_1|,$$

$$\text{即 } |\Gamma_1| = 10^{-\frac{L_r}{20}}$$

因而驻波比

$$\rho = \frac{1 + |\Gamma_1|}{1 - |\Gamma_1|}$$

所以,当回波损耗分别为3dB和10dB时的驻波比分别为5.85和1.92。

■ 本节要点

- 史密斯圆图
- 史密斯圆图应用



在传输线上任一参考面上定义三套参量：

① 反射系数 $\Gamma(z) = \frac{Z_{in}(z) - Z_0}{Z_{in}(z) + Z_0} = \frac{\bar{z}_{in}(z) - 1}{\bar{z}_{in}(z) + 1}$

② 输入阻抗 $Z_{in}(z) = Z_0 \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)}$

$\bar{z}_{in}(z) = Z_{in}(z)/Z_0$ 为归一化输入阻抗

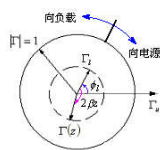
③ 驻波系数 $\rho = \frac{1 + |\Gamma_l|}{1 - |\Gamma_l|}$

1. 反射系数圆 (reflection coefficient circles)

$$\Gamma(z) = |\Gamma_l| e^{j(\phi_l - 2\beta z)} = |\Gamma_l| e^{j\phi}$$

$$\Gamma(z) = \Gamma_u + j\Gamma_v$$

$$|\Gamma_u|^2 + |\Gamma_v|^2 = |\Gamma|^2$$



■ 可见，当负载一定，反射系数的大小不变，即为半径为 $|\Gamma_l|$ 的圆

■ ϕ_l 为终端反射系数的幅角； $\phi = \phi_l - 2\beta z$ 是 z 处反射系数的幅角。

$z \uparrow \rightarrow \phi \downarrow$ 顺时针

$z \downarrow \rightarrow \phi \uparrow$ 逆时针

z 经过 $\lambda/2 \rightarrow \phi$ 转过 2π

2. 阻抗圆 (impedance circles)

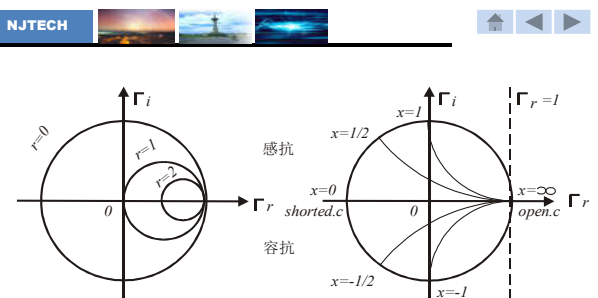
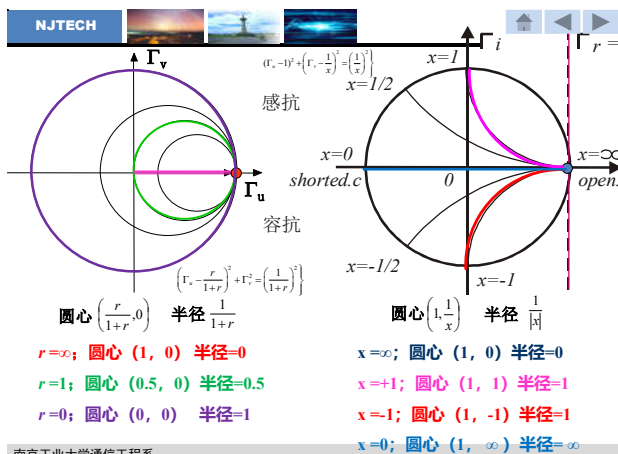
■ 传输线上任意一点归一化阻抗：

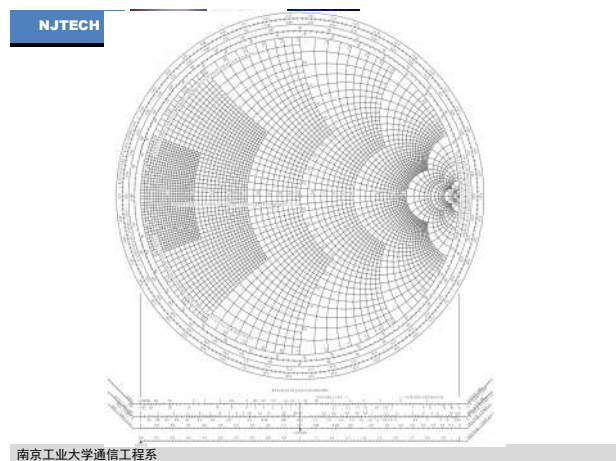
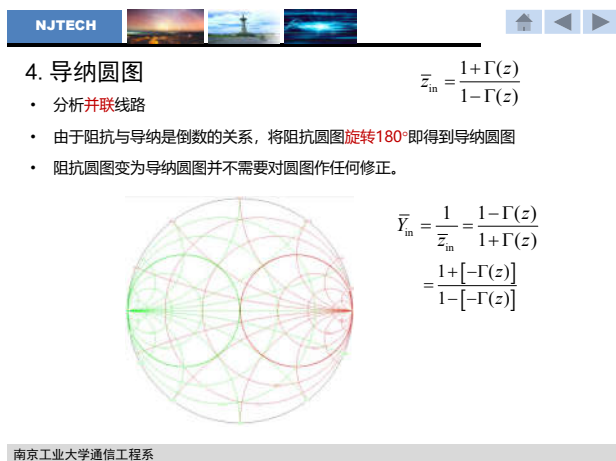
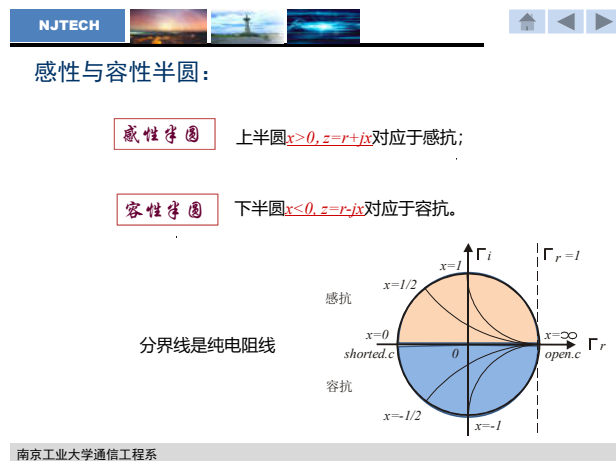
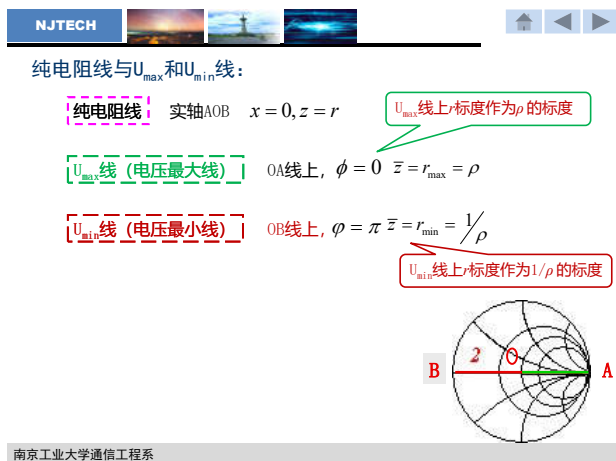
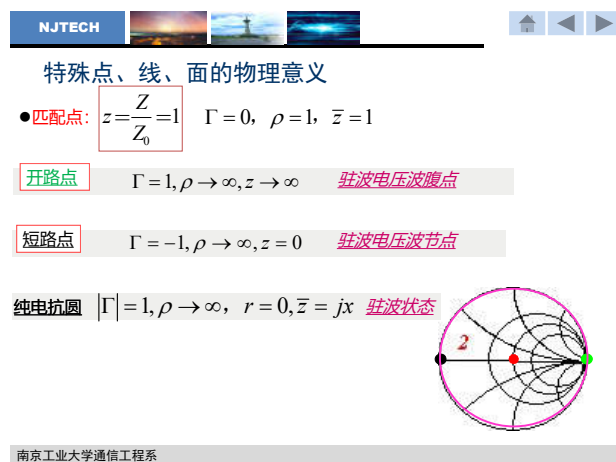
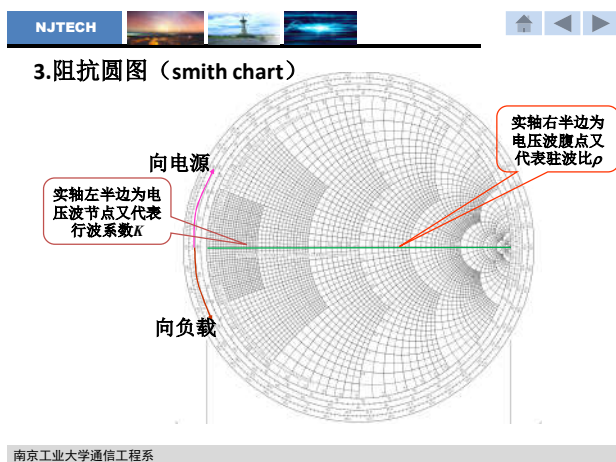
$$\bar{z}_m = \frac{Z_{in}}{Z_0} = \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)} = \frac{1 + (\Gamma_u + j\Gamma_v)}{1 - (\Gamma_u + j\Gamma_v)}$$

■ 令 $\bar{z}_{in} = r + jx$ ，则得到

$$\left(\Gamma_u - \frac{r}{1+r} \right)^2 + \Gamma_v^2 = \left(\frac{1}{1+r} \right)^2 \quad \text{归一化电阻圆}$$

$$(\Gamma_u - 1)^2 + \left(\Gamma_v - \frac{1}{x} \right)^2 = \left(\frac{1}{x} \right)^2 \quad \text{归一化电抗}$$





NJTECH

Smith图圆的基本思想

1. 特征参数归一(阻抗归一和电长度归一)
2. 以系统不变量 $|\Gamma|$ 作为Smith圆图的基底
3. 把阻抗(或导纳),驻波比关系套覆在 $|\Gamma|$ 圆上

南京工业大学通信工程系

NJTECH

阻抗(或导纳),驻波比关系套覆在 $|\Gamma|$ 圆上

南京工业大学通信工程系

NJTECH

圆图的基本功能

1、已知阻抗，求反射系数和驻波系数(或逆问题)

过阻抗点A作等 $|\Gamma|$ 圆，与正半实轴交点对应 ρ 值，连接OA并延长，与外圆交点可读取

$$|\Gamma| = |\Gamma_i| = \frac{\rho - 1}{\rho + 1}, \Gamma = |\Gamma| e^{j\phi}$$

$$\rho = \frac{1 + |\Gamma_i|}{1 - |\Gamma_i|}$$

正半实轴 ρ 值对应为 ρ ，连接O ϕ ，与等 $|\Gamma|$ 圆的交点P可读取归一化阻抗

南京工业大学通信工程系

NJTECH

圆图的基本功能

2、已知负载阻抗和传输线长度，求输入阻抗

过阻抗点P作等 $|\Gamma|$ 圆，在等 $|\Gamma|$ 圆上向电源方向旋转相应的电长度，读取该点归一化阻抗

南京工业大学通信工程系

NJTECH

圆图的基本功能

3、已知驻波比和最小点位置 d_{min} ，求负载阻抗

在负半实轴上利用 ρ 找到电压最小点，沿等 $|\Gamma|$ 圆上向负载方向旋转 d_{min} ，得到负载阻抗

南京工业大学通信工程系

NJTECH

圆图的基本功能

4、已知阻抗，求导纳(或逆问题)

阻抗点P沿等 $|\Gamma|$ 圆转过 π (OP反向延长，与等 $|\Gamma|$ 圆的交点)

南京工业大学通信工程系

NJTECH

例 已知: $Z_0 = 50\Omega$; $Z_L = 100 + j70\Omega$
 求: 负载导纳, 终端反射系数, 线上驻波比, 线上距离负载为 0.35λ 的阻抗、反射系数, 线上最大电压和最小电压的位置。

解: 首先在圆图上找到 $\bar{z}_L = 2 + j1.4$ 点, 做等 $|\Gamma|$ 圆

- 1) 由此点沿等 $|\Gamma|$ 圆旋转 180° 得到 $\bar{y}_L = 0.34 - j0.24$
- 2) 由点沿等 Γ 圆转至与正实轴相交处, 即可读出线上驻波比 ρ 的值, $\rho = 3.15$
- 3) $|\Gamma_L| = \frac{\rho-1}{\rho+1} = 0.52$ $\Phi_L = 30^\circ = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$

南京工业大学通信工程系

NJTECH

- 4) 由 \bar{z}_L 点沿等 Γ 圆向电源方向旋转 0.35λ , 至 \bar{z}_{in} 点, 则可得 $\bar{z}_{in} = 0.36 + j0.342$
 其输入阻抗为 $Z_{in} = 18 + j17.1(\Omega)$
 其输入反射系数为 $|\Gamma_{in}| = 0.52$
 $\Phi_{in} = 138^\circ = 2.41 \text{ rad}$
- 5) 等 $|\Gamma|$ 圆与正实轴相交于波腹点, 与负实轴相交于波节点
 $\bar{d}_{max} = \bar{l}_{max} - \bar{l}_{Lz} = 0.25 - 0.208 = 0.042$
 $\bar{d}_{min} = \bar{d}_{max} + 0.25 = 0.25 + 0.042 = 0.292$

南京工业大学通信工程系

NJTECH

[例] 在特性阻抗 $Z_0 = 50\Omega$ 的无耗传输线上测得驻波比 $\rho = 5$, 电压最小点出现在 $z = \lambda/3$ 处, 求负载阻抗。

■解: ① 电压波节点处等效阻抗为一纯电阻 $r_{min} = K = 1/\rho = 0.2$, 此点落在圆图的左半实轴上;
 ② 从 $r_{min} = 0.2$ 点沿等 ρ 的圆反时针 (向负载方向) 转 $\lambda/3$, 得到归一化负载为 $0.77 + j1.48$,
 ③ 负载阻抗为 $Z_L = (0.77 + j1.48) \times 50 = 38.5 + j74(\Omega)$

南京工业大学通信工程系

NJTECH

圆图应用举例

• 已知双线传输线的特性阻抗 $Z_0 = 50\Omega$, 终端接负载阻抗 $Z_L = 100 + j75\Omega$. 求: 终端反射系数 Γ_L 和沿线驻波比

解: $\bar{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 2 + j1.5 \leftrightarrow A$
 $B \leftrightarrow r = \rho = 3.3$

南京工业大学通信工程系

NJTECH

圆图应用举例

• 已知双线传输线的特性阻抗 $Z_0 = 50\Omega$, 终端接负载阻抗 $Z_L = 50 - j100\Omega$, $l = 0.2\lambda$. 求: Z_{in}

解: $\bar{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 1 - j2 \leftrightarrow A$
 $B \leftrightarrow \bar{Z}_{in} = 0.175 + j0.07$
 $Z_{in} = \bar{Z}_{in} Z_0 = (8.75 + j3.5)\Omega$

南京工业大学通信工程系

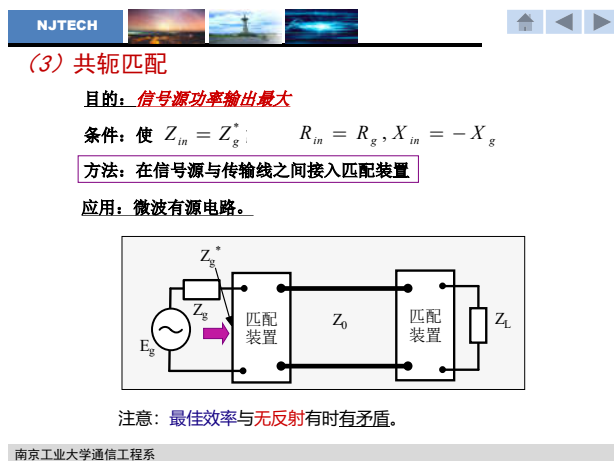
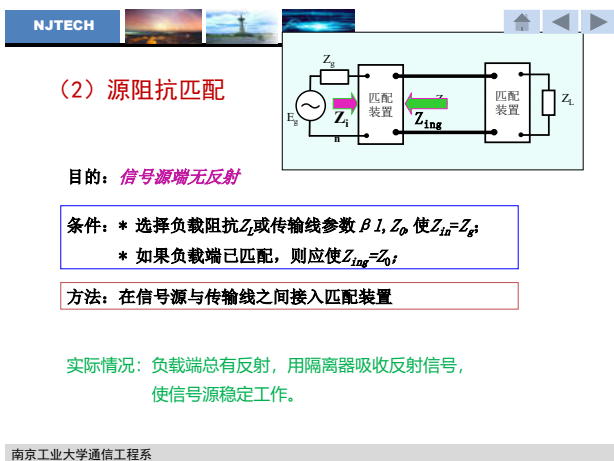
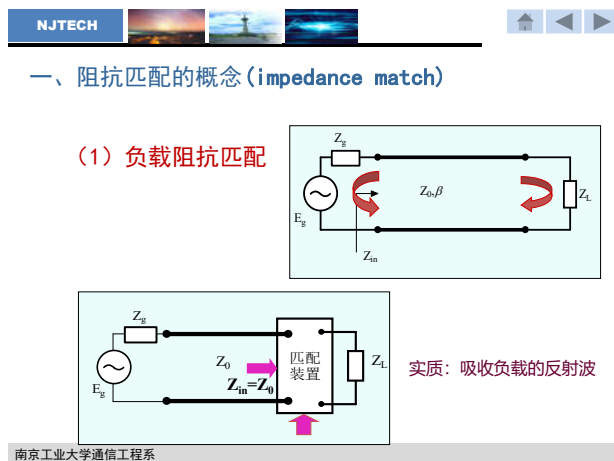
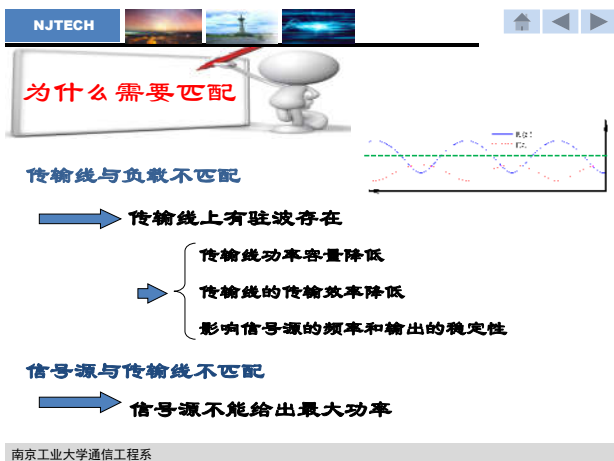
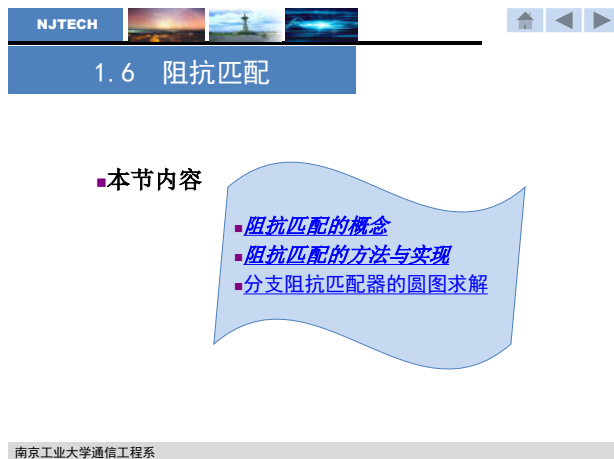
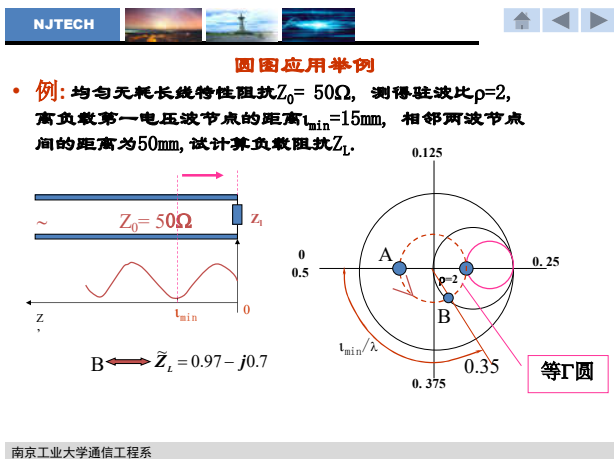
NJTECH

圆图应用举例

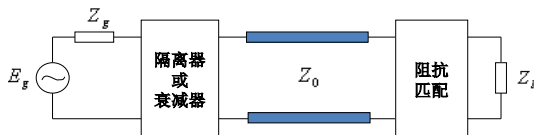
• 已知双线传输线的特性阻抗 $Z_0 = 100\Omega$, 终端接负载阻抗 $Z_L = 80 + j100\Omega$, $Z_{in} = 90 - j109\Omega$. 求: 线长 l

解: $\bar{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 0.8 + j1 \leftrightarrow A$
 $\bar{Z}_{in} = 0.9 - j1.09 \leftrightarrow B$
 $l = (0.341 - 0.15)\lambda = 0.91\lambda$

南京工业大学通信工程系



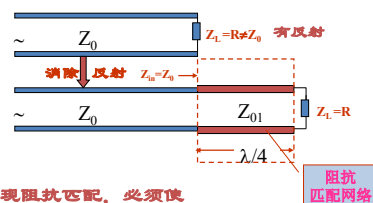
2、 阻抗匹配的实现方法



- 从频率上划分:窄带匹配、宽带匹配;
- 从实现手段上划分: $\lambda/4$ 阻抗变换器法、支节调配法。

(1) $\lambda/4$ 阻抗变换器匹配方法

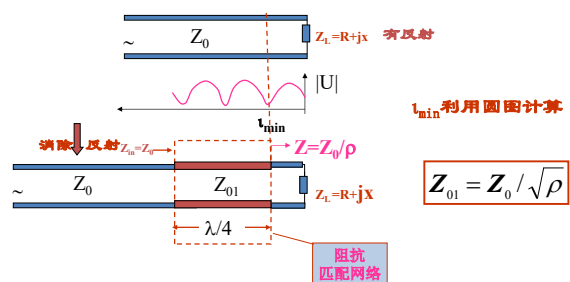
1. $Z_L = R$ (电阻) $\neq 0$ 时



为了实现阻抗匹配, 必须使

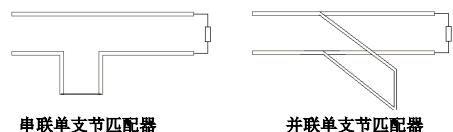
$$Z_{01} = \sqrt{Z_0 R}$$

2. $Z_L = R + jX$ (复阻抗)

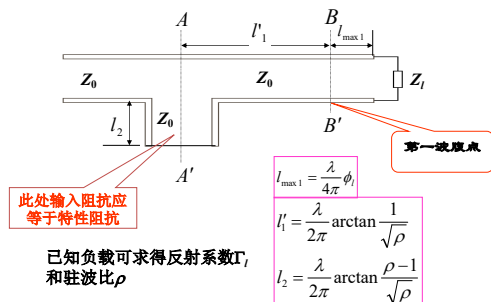


- $\lambda/4$ 阻抗变换器长度取决于波长, 因此严格说它只能在中心频率点才能匹配。要展宽频带, 一般用多阶梯结构实现

(2) 支节调配法(stub tuning)



(a) 串联单支节调配器



此处输入阻抗应等于特性阻抗

已知负载可求得反射系数 Γ 和驻波比 ρ

$$l_{\max} = \frac{\lambda}{4} \phi_l$$

$$l'_1 = \frac{\lambda}{2\pi} \arctan \frac{1}{\sqrt{\rho}}$$

$$l_2 = \frac{\lambda}{2\pi} \arctan \frac{\rho-1}{\sqrt{\rho}}$$

支节处总的输入阻抗为

$$Z_{in} = Z_{in1} + Z_{in2}$$

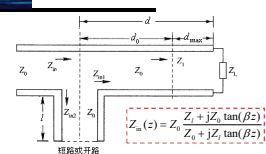
$$= R_1 + jX_1 + jZ_0 \tan(\beta l)$$

$$\text{匹配条件: } \begin{cases} R_1 = Z_0 \\ X_1 + Z_0 \tan(\beta l) = 0 \end{cases}$$

$$\text{可得第一组解为 } \begin{cases} d_{01}' = \frac{\lambda}{2\pi} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{\rho}}\right) \\ l_1' = \frac{\lambda}{2\pi} \arctan\left(\frac{\rho-1}{\sqrt{\rho}}\right) \end{cases}$$

$$\text{第二组解为 } \begin{cases} d_{02}' = \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2\pi} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{\rho}}\right) \\ l_2' = \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2\pi} \arctan\left(\frac{\rho-1}{\sqrt{\rho}}\right) \end{cases}$$

负载到支节的总距离为 $d_i' = d_{\max}' + d_{0i}'$



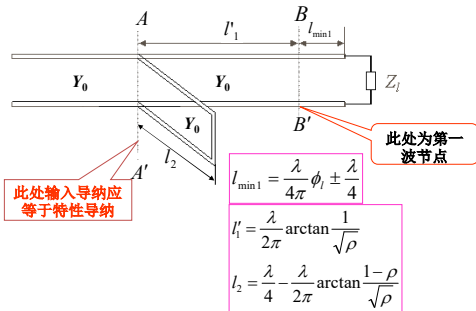
分支处向负载看入的输入阻抗为

$$Z_{in1} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta d_0)}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta d_0)} = R_1 + jX_1$$

$$Z_1 = \rho Z_0$$

$$d_{\max} = \frac{\lambda}{4} \phi_L$$

(b) 并联单支节调配器



南京工业大学通信工程系

支节处总的输入导纳为

$$Y_{in} = Y_{in1} + Y_{in2} = G_1 + jB_1 + jY_0 \tan(\beta l)$$

要使其与传输线特性导纳匹配，应有 $\begin{cases} G_1 = Y_0 \\ B_1 + Y_0 \tan(\beta l) \end{cases}$

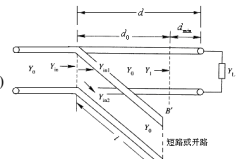
可得第一组解为

$$\Rightarrow \begin{cases} d_{01} = \frac{\lambda}{2\pi} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{\rho}}\right) \\ l_1 = \frac{\lambda}{2\pi} \arctan\left(\frac{\rho-1}{\sqrt{\rho}}\right) \end{cases}$$

第二组解为

$$\Rightarrow \begin{cases} d_{02} = \frac{\lambda}{2\pi} \arctan\left(\frac{-1}{\sqrt{\rho}}\right) \\ l_2 = \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2\pi} \arctan\left(\frac{1-\rho}{\sqrt{\rho}}\right) \end{cases}$$

负载到支节的总距离: $d' = d_{\min} + d_{01}'$



$$Y_{in}(z) = \frac{1}{Z_{in}(z)} = \frac{1}{Z_0} \frac{Z_0 + jZ_L \tan(\beta z)}{Z_0 Z_L + jZ_0 \tan(\beta z)}$$

$$d_{\min} = \frac{\phi_L}{2\beta} + \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{4\pi} \phi_L + \frac{\lambda}{4}$$

$$Y_{in1} = Y_0 \frac{Y_L + jY_0 \tan(\beta d_0)}{Y_0 + jY_L \tan(\beta d_0)} = G_1 + jB_1$$

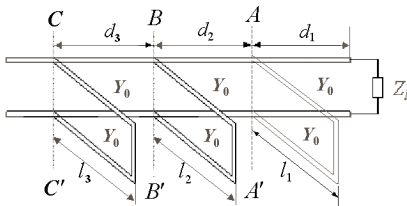
分支阻抗匹配器的圆图求解

串联支节：由负载阻抗经 l 距离变换后，在 A 点的阻抗 $Z = r - jx$ ，如支节的电抗为 jx ，---达到匹配。

- 短路分支仅提供纯电抗，所以未串联分支时距终端 l 的归一化阻抗必然落在 $r = 1$ 的电阻圆上，
- 离终端 l 的归一化阻抗必然与终端的归一化阻抗落在同一个等反射系数圆上。
- $r = 1$ 的电阻圆与等 $|\Gamma|$ 圆的交点为所求的解。

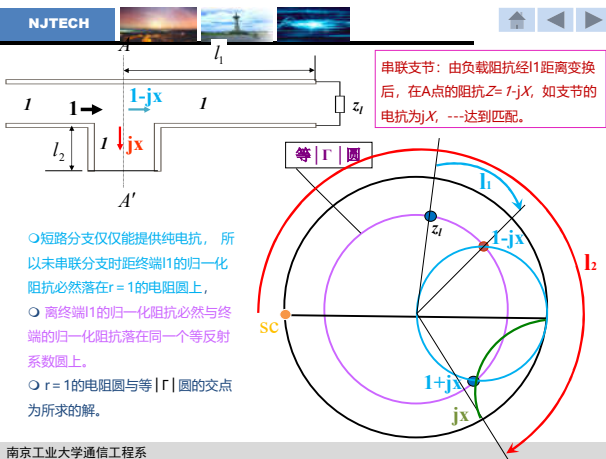
(c) 多支节调配(multiple-stub tuning)

- 单支节匹配的主要缺点是它仅能实现在点频上匹配，要展宽频带，可采用多支节结构来实现。



南京工业大学通信工程系

南京工业大学通信工程系



南京工业大学通信工程系

并联支节：由负载阻抗经 d 距离变换后，在 B 点的导纳

$$Y = Y_0 + jB$$

- 短路分支仅提供纯电抗，所以未并联分支时距终端 l 的归一化导纳必然落在 $g = 1$ 的电阻圆上，
- 离终端 l 的归一化导纳必然与终端的归一化导纳落在同一个等反射系数圆上。
- $g = 1$ 的电阻圆与等 $|\Gamma|$ 圆的交点为所求的解。

南京工业大学通信工程系

并联分支阻抗匹配求解步骤

- ① 由..... → 负载归一化导纳....., 其对应向电源波长为 $a\lambda$
- ② 短路分支仅提供纯电抗, 所以未并联分支时距终端 l 的归一化阻抗必然落在 $g=1$ 的电导圆上; 同时与终端的归一化阻抗落在同一个等 Γ 圆上。
则 $g=1$ 的电导圆与等 Γ 圆的交点为所求的解。

- ③ 由此找到等 Γ 圆与等 g 圆相交的两点B、C

$B=1+jX$ 对应波长 $b\lambda$, 支节位置 $b\lambda-a\lambda$

$C=1-jX$ 对应波长 $c\lambda$, 支节位置 $c\lambda-a\lambda$

- ④ 短路支节

$B'=jX$ 对应波长 $b\lambda$, 支节长度 $b\lambda-0.25$

$C'=jX$ 对应波长 $c\lambda$, 支节长度 $c\lambda-0.25$

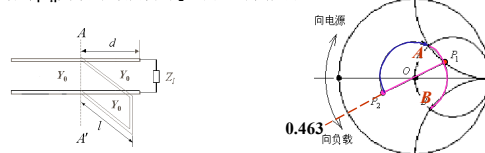
支节长度 >0 , 若求出值 <0 , 则将该值 $+0.5$

[例1-5] 设一负载阻抗为 $Z_L=100+j50\Omega$ 接入 $Z_0=50\Omega$ 的传输线上。要用支节调配法实现负载与传输线匹配, 试用Smith圆图求支节的长度及离负载的距离。

解: 首先在圆图上找到与归一化阻抗 $2+j$ 相对应的点 P_1

其归一化导纳即为 $0.4-j0.2$, 在圆图上体现为由 P_1 点变到中心对称的 P_2 点, P_2 点对应的向电源方向的电长度为 0.463 。

将 P_2 点沿等 Γ 圆顺时针旋转与 $g=1$ 的电导圆交于A、B点



A点的导纳为 $1+j1$, 对应的电长度为 0.159 ,
B点的导纳为 $1-j1$, 对应的电长度为 0.338 。

- (1) 支节离负载的距离为

$$d=0.037\lambda+0.159\lambda=0.196\lambda$$

$$d=0.037\lambda+0.338\lambda=0.375\lambda$$

- (2) 短路支节的长度: 短路支节对应的归一化导纳为 $0-j1$ 和 $0+j1$, 分别与 $1+j1$ 和 $1-j1$ 中的虚部相抵消。由于短路支节负载为短路, 对应导纳圆图的右端点。

将短路点顺时针旋转至纯电纳圆(单位圆)与 $b=-1$ 和 $b=1$ 的交点A、B, 旋转的长度分别为:

$$l=0.375\lambda-0.25\lambda=0.125\lambda$$

$$l=0.125\lambda+0.25\lambda=0.375\lambda$$

因此, 从以上分析可以得到两组答案, 它们分别是

$$d=0.196\lambda, l=0.125\lambda \text{ 和 } d=0.375\lambda, l=0.375\lambda$$

例 $Z_0=50\Omega$, $Z_L=25+j75\Omega$, 无耗线, 求
单支节短路并联匹配的位置 d 和长度 l 。

分析: 应使在C点之后反射波为零

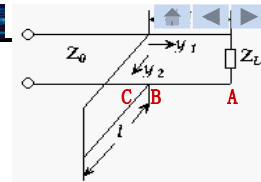
C点: 并联之后的归一化导纳 $y_C=y_1+y_2=1$ 。

由于 $y_2=jb_2$ (短路支节)

B点: 在并联前应为 $y_B=y_C-y_2=1-jb_2$, 即 $r=1$ 的圆。

同时, 负载导纳 y_L 经 d 的距离后应为 $y_1=1-jb_2$;

由于传输线无耗, 故在线上为沿等反射系数圆旋转, 选择 d , 使 $y_1=1-jb_2$ 。



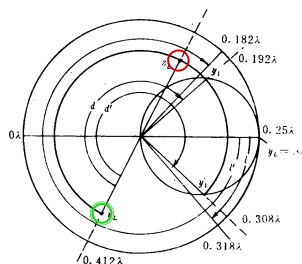
解: ① 归一化负载阻抗: $z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 0.5 + j1.5$

阻抗圆图上此点 $\Gamma_L = 0.74\angle 64^\circ$, $\rho = 6.7$

相应的归一化负载导纳为:

$$y_L = 0.2 - j0.6$$

其对应的向电源波长数为:
0.412



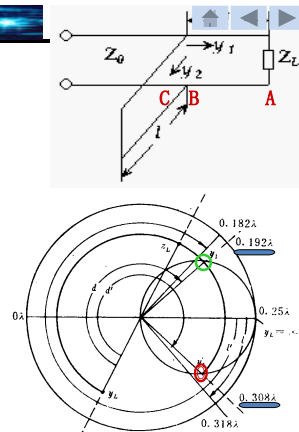
- ② 由 y_L 沿等 Γ 圆顺时针旋转与 $g=1$ 的圆交于两点

$$y_1 = 1 + j2.2$$

波长数为0.192

$$y_1' = 1 - j2.2$$

波长数为0.308



NJTECH

③ 支节的位置为

$$d = (0.5 - 0.412 + 0.192)\lambda = 0.088\lambda + 0.192\lambda = 0.28\lambda$$

$$d' = (0.5 - 0.412 + 0.308)\lambda = 0.088\lambda + 0.308\lambda = 0.396\lambda$$

④ 短路支节的归一化输入电纳为

$$y_2 = 1 - y_1 = -j2.2$$

$$y_2' = 1 - y_1 = +j2.2$$

$$l_2 = 0.318\lambda$$

$$l_2' = 0.182\lambda$$

南京工业大学通信工程系

NJTECH

⑤ 求 **短路支节** 的长度: 短路时 $y_L = \infty$, 位于实轴右端点, $l_{L2} = 0.25$

由此点至支节归一化电纳点 (y_2 或 y_2') 顺时针所旋转的波长数即为短路支节的长度)

$$l = l_2 - l_{L2} = 0.318\lambda - 0.25\lambda = 0.068\lambda$$

$$l' = l_2' - l_{L2} + 0.5 = 0.25\lambda + 0.182\lambda = 0.432\lambda$$

在上面两个解中一般选取较短的一对。

南京工业大学通信工程系

NJTECH

第一章 知识要点

1. 传输线方程

$$\begin{cases} \frac{dU(z)}{dz} = ZI(z) \\ \frac{dI(z)}{dz} = YU(z) \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{d^2 U(z)}{dz^2} - \gamma^2 U(z) = 0 \\ \frac{d^2 I(z)}{dz^2} - \gamma^2 I(z) = 0 \end{cases}$$

电压和电流解为:

$$U(z) = A_1 e^{\gamma z} + A_2 e^{-\gamma z} \quad I(z) = (A_1 e^{\gamma z} - A_2 e^{-\gamma z}) / Z_0$$

$$U(z) = U^+ + U^- \quad I(z) = I^+ - I^-$$

已知终端电压和终端电流 U_l, I_l

$$\begin{bmatrix} U(z) \\ I(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta z & jZ_0 \sin \beta z \\ j \frac{1}{Z_0} \sin \beta z & \cos \beta z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_l \\ I_l \end{bmatrix}$$

特性参量 $Z_0 \approx \sqrt{L/C}$

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta$$

$$v_p = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta} \quad \lambda_g = \frac{2\pi}{\beta}$$

南京工业大学通信工程系

NJTECH

2. 重要状态参量

$$Z_{in}(z) = \frac{U(z)}{I(z)} = Z_0 \frac{Z_l + jZ_0 \tan(\beta z)}{Z_0 + jZ_l \tan(\beta z)}$$

$$\Gamma(z) = \frac{U^-(z)}{U^+(z)} = -\frac{I^-(z)}{I^+(z)} = \frac{Z_{in}(z) - Z_0}{Z_{in}(z) + Z_0} \quad \Gamma_l = \frac{Z_l - Z_0}{Z_l + Z_0}$$

$$Z_{in}(z) = \frac{U(z)}{I(z)} = Z_0 \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)}$$

$$\rho(VSWR) = \frac{|U|_{\max}}{|U|_{\min}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \quad |\Gamma| = \frac{\rho - 1}{\rho + 1}$$

3. 三种工作状态(根据反射系数)

- 行波状态: 电磁能量全部被负载吸收。
- 驻波状态: 没有电磁能量的传输。
- 行驻波状态

南京工业大学通信工程系

NJTECH

4. 传输效率、损耗

$$P_i(z) = \frac{1}{2} \text{Re}[U(z)I^*(z)] = P_+(z) - P_-(z)$$

传输效率取决于传输线的长度、衰减常数以及传输线终端匹配情况。

回波损耗(return lossy):

$$L_r(z) = 10 \lg \frac{P_{in}}{P_r} = 10 \lg \frac{1}{|\Gamma_l|^2 e^{-4\alpha z}} = -20 \lg |\Gamma_l| + 2(8.686\alpha z) \quad (\text{dB})$$

反射损耗(reflect lossy):

$$L_R = 10 \lg \frac{1}{1 - |\Gamma_l|^2} = 20 \lg \frac{\rho + 1}{2\sqrt{\rho}}$$

5. 阻抗匹配

南京工业大学通信工程系

NJTECH

阻抗园图关系快速记忆技巧

点: 开路点, 短路点, 匹配点

线: 电压波腹点, 电压波节点

面: 感性区, 容性区

旋转方向: 向电源, 向负载

4个参数

纯电阻线

南京工业大学通信工程系