匹配和网络流综合题

1. A LightOJ 1149 Factors and Multiples

题意：集合A中有N个数，集合B中有M个数，现在需要在A集合中去掉K1个数，在B集合中去掉K2个数，现在需要（K1+K2）尽可能的小，保证剩余部分中,B集合中的任意数都不能整除A集合中的任意数。

建图：对于B[i]%A[i]==0的两个建连接，求最小顶点覆盖。

1. B

题目大意：给你一张map，map上面的”G”表示鬼，“H“表示人，“.“表示空地，”#”表示障碍。地图上只有鬼能移动，移动一步需要花费1个单位时间。鬼要吓人(一只鬼只能吓一个人)，吓人的时候需要2个单位时间，吓人的条件是，要和人所在的位置相同，

这些鬼的目的是吓到所有的人，且在吓人后返回原地。因为快要黎明了，鬼不能花太多的时间，所以要求吓到所有人且返回原地的时间达到最小。

分析：网络流判定问题。先bfs处理出每一个鬼 到 每一个人的最短时间。因为是共同行动故吓死所有人的最短时间取决于行动时间最长的那只鬼。所以将 每一个鬼到人的边按时间升序排列，依次加边到 网络 G中，直到最大流 等于 人的数量。

1. C

题意：一个n\*m的图，\*表示金块，要求用1\*2或2\*1的骨牌覆盖所有金块，**骨牌间可以相互覆盖**，问最少要多少骨牌才能将所有的金块覆盖

分析：奇偶染色法。将所有的金矿编号，根据他们的坐标和，坐标和为奇数跟偶数的分别编号，并记录相应的个数oddnum和evennum，因为骨牌只有2\*1跟1\*2的，这也就是说一个金矿只能跟相邻的金矿相连，现在就从坐标和为奇数的点开始向坐标和为偶数的点建边，求出最大匹配数，金矿总数减去最大匹配数就是要求的。

1. D

题意：有N个地方，每个地方有一个人，要派出忍者刺杀他们，每个忍者可以走重复的城市，问最少派出多少个忍者（有向图）

分析：**有向有环图的最小路径覆盖（路径可相交）问题**。解决方法：

1）Floyed 求闭包。

2）tarjian 缩点 使其 成为 有向无环图（DAG） G’；

3）对G’拆点建图跑一次最大匹配 maxFlow

4）ans = |G’| - maxFlow

1. E

题意：一个n\*m的棋盘上放棋子。然后有k个地方是不能放的。放了一个棋子后，它周围八个地方就不能放了，问最多放多少个棋子。

分析：最大独立集裸题。第一类填格子问题。

1. F

题意：题意：给你一个集合，问最大的子集满足集合内任意两个数都不能通过乘素数得到。

分析：最大独立集裸题。用最大流跑一下就OK。

1. G

题意：求无向图的最大流。

分析：加边的时候加成双向边就OK了。

1. H

题意：题意：有一群企鹅，n块冰，给出每个企鹅的最大跳跃距离，再给出冰的坐标和上面存在的企鹅个数和允许跳跃的次数，问有哪些冰是可以将所有的企鹅汇聚起来的

分析：对于每一块冰进行拆点，容量为允许跳跃次数，源点向这块冰连一条边，容量为这个冰的企鹅个数。然后n^2枚举冰与冰，如果它们之间的距离小于最大跳跃距离，就连一条边，容量为无穷，因为冰与冰之间不限制跳跃次数，单块冰才限制跳跃次数。枚举每一个点，因为每一个点都可以是汇点，建图跑最大流，只要这一个点满流了，就说明企鹅可以在这块冰聚集。

1. I

题意：求多源多汇的最大流。

1. J

题意：一个青蛙要从河的左边跳到右边，河中有许多的石头排在一条直线上，有大的石头可以踩无数次，而小的石头只能踩一次。问你青蛙最少一次能跳多远才能从河的左边跳到右边，在从右边跳回左边。

分析：进行拆点（流量限制），如果是大石头就自身与自身建一条流量为2的点（因为只需要往返一次所以流量设为2即可），如果是小石头就自身与自身建一条流量为1的点，意思只能经过一次，然后在用二分枚举出青蛙能跳的距离d,在判断每两个顶点之间的距离，如果小于d，则证明青蛙可以从这个石头跳向另一个石头，然后建一条流量为2的边。

**坑点：若源点与汇点直通的话，源点与汇点之间也要建一条流量为2的边.**

1. K

题意：从0--n+1，中间有一些路，走的时候起点必须大于终点，每条路都有一定的危险值，每一种方案需要挑选至少K条路，这些路里危险度最大的那条路就是整个方案的危险值，输出最小的危险值，如果没有方案的话输出no solutation！

分析：**K条最长不相交路径**。对每一个地方进行拆点，中转站只能走一次，就连一条容量为1的边。二分枚举这个危险值，小于危险值的就连边，然后跑最大流，这时候最大流等于K。

1. L

题目大意：有m个人，衣服有n种颜色，（有6个尺码，每个尺码有n件衣服），给出每个参赛者想要的两种尺码(2选1)，问能不能满足所有参赛者的要求。

分析：经典的牛吃草问题。源点与每个人连一条容量为1的边，每个人与他想要的尺码连一条容量为1的边，，对于每个尺码，与汇点连一条容量为n的边，跑一遍最大流，只要maxFlow == m 就是满足，否则不满足.

1. M

题意：有 n 台电脑，m 条线。你现在需要用最小的代价使 1号电脑与n号电脑不连通，两种方式，1、摧毁电脑 2 ~ n – 1，摧毁一台电脑 i,需要w[i]，2、摧毁线路，每一条线路有花费 cost[i]。（相当于通过删点或删边的操作使1号点与n号点不连通）

分析：拆点 跑 **最小割**，判断两个点是不是起点或者汇点，对这两个点，就不要拆了，因为没有费用其余的所有的点，都用拆成两个点，然后容量为这个点的费用 w[i]，其他的就按照规则，从原始点进，从拆出的点出.

1. N

题目大意：给出一个n行m列的01矩阵，给出每一行的和，每一列的和，然后构建一个字典序最小的矩阵首先行列和不同的话，肯定impossible。然后考虑网络流，源点与每一行都连一条容量为该行的和的边，每一列与汇点都连一条容量为该列的和的边，然后每一行与每一列都连一条容量为1的边，跑一遍最大流，如果最后跑出来的答案不等于行和或者列和，则是impossible。能跑出来的话就考虑字典序最小，对于那些行与列连的边，如果反向边的flow为1，则说明该行该列的这个格子已经填了一个1，我们将这条边删去，看他还能不能跑出一个最大流，能的话表示这条边可以删去，也就是说这个格子可以为0而某个格子可以为1，不能的话也将它删去。

1. O

 题目大意：给一个地图，地图上的\*号表示人，人要逃出这个地图(到达边界即为出城)，'.' 表示可以走的地方，每个人走的路径不能有重复的地方，问是否所有人都能逃出去。

分析：对于每一个人，将它与源点连一条容量为1的边，对于每一个点，将其拆成两个点，连一条容量为1的边，表示只能走一次，对于那些在边界的点，将它与汇点相连，表示这个点可以出去，对于每一个点，将它与上下左右四个方向的点相连，表示能走。然后跑一遍最大流。maxFlow == 人数，就是 ‘yes。’

1. P

题意：n\*m的地图，每个格子有一个权值，一个人从（1,1）走到（n,m）然后再走回来，走的时候只能向南或者向东，到达每一个格子可以获取格子的权值，但是除了起点还有终点之外其他点只能走一次，问最终获取的权值最大是多少

分析：一般的最大费用拆点，因为每个点只能走一次，所以点要分为入点还有出点，权值为1，起点还有终点除外（这个容量就为2了呗）。最后跑一边最大费用最大流就OK了。

1. Q

题意：最大费用最大流。

1. R

 题目大意：有n个人去咖啡店，老板将他们的进入时间和走的时间都记录下来了，但是弄混了，对于每个人来说，老板要收的钱是他在咖啡店待的时间T减去一个给出的常数K的差的平方，而且老板最多只收G元，超过G元也算G元，问最少收益和最大收益分别是多少

分析：n^2建图，对于一个进入时间，找出符合的走的时间，连一条容量为1，费用为差值的平方的边，所有的进入时间与源点连一条容量为1，费用为0的边，所有的走的时间与汇点连一条容量为1，费用为0的边，跑一遍费用流，这时候得到的是最少费用。然后再重新建一次图，不同的是这一次进入时间与走的时间连的边费用取负数，然后也跑一遍费用流。如何判断impossible的情况，如果跑完费用流最后的总流量不等于n，就是impossible

1. S

题意：题意：在一个n \* n的矩阵中有k个骑士和m个磨坊，然后让骑士走到磨坊上保卫磨坊，话费为所走的路程，一个骑士可以照看多个磨坊，花费为到它们的距离之和，一个磨坊也可以由多个骑士保卫。求最小花费

思路：首先从源点向骑士连边，容量为骑士可以保卫的个数，从磨坊向汇点连边，容量为1，虽然一个磨坊可以由多个骑士保卫，但明显用一个骑士花费最小。然后对于骑士和磨坊之间的连边，每次都bfs一次，求花费然后连边。

1. T

题意：田忌赛马。

分析：按田忌赛马思路 O（n^2）建个图，跑个最大流。（其实直接贪心也行）