2011—2012 学年第二学期
《概率论与数理统计》期末试卷

一. 填空题（每题 3 分，共 15 分）

1. 设 A、B 为随机事件，$P(A)=0.6$，$P(A-B)=0.3$，则 $P(\overline{AB})=$ ________ .

2. 随机变量 $X\sim N(3,\ \sigma^2)$ 且 $P\{3<X<6\}=0.3$，则 $P\{X<0\}=$ __________ .

3. 已知随机变量 X~$P(2)$（泊松分布），则 $Z=3X-1$ 的期望 $EZ=$ ________ .

4. 设随机变量 X 的数学期望 $EX=\mu$，方差 $DX=\sigma^2$， 则由切比雪夫不等式，有 $P\{|X-\mu|\geq 2\sigma\}<$ ________ .

5. 设 X_1，X_2，X_3，X_4 是来自正态总体 $N(0,3^2)$ 的随机样本，则统计量 $X=\dfrac{1}{45}(2X_1+X_2)^2+\dfrac{1}{117}(3X_3-2X_4)^2$ 服从__________分布.

二. 选择题(每题 3 分，共 15 分)：

1. 设事件 A,B 满足，$P(B)>0$，$P(B|A)=1$，则必有________

(A) $P(A)<P(A\cup B)$　　(B) $P(B)<P(A\cup B)$

(C) $P(A)=P(A\cup B)$　　(D) $P(B)=P(A\cup B)$

2. 设随机变量 X，Y 均服从正态分布 $X\sim N(\mu,4^2)$，$Y\sim N(\mu,5^2)$，记 $p_1=P\{X>\mu+4\},p_2=P\{Y\leq\mu-5\}$，则_________

(A) 对任意实数 μ 都有 $p_1=p_2$　　(B) 对任意实数 μ 都有 $p_1<p_2$

(C) 仅对 μ 的个别值都有 $p_1=p_2$　　(D) 对任意实数 μ 都有 $p_1>p_2$

3. 设 X , Y 相互独立且方差分别为 2 和 3，则 $D(2X-3Y)=$ ________

(A) 5　　(B) 13　　(C) 19　　(D) 35

4. 设由来自总体 $X\sim N(\mu,0.9^2)$ 的长度为 9 的样本得样本均值 $\bar{X}=5$，在水平 $\alpha=0.05$ 下，则_________

(A) 接受假设 H_0: μ=3　　(B) 接受假设 H_0: μ=4

(C) 接受假设 H_0: μ=5　　(D) 接受假设 H_0: μ=6

5. 设总体 $X\sim f(x,\theta)$，θ 为未知参数，X_1，$\cdots$，X_n 为来自 X 的一个样本，$\theta_1(X_1,\cdots,X_n)$、$\theta_2(X_1,\cdots,X_n)$ 为两个统计量，若 (θ_1,θ_2) 为 θ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间，则应有__________

(A) $P\{\theta_1 < \theta < \theta_2\} = \alpha$　　(B) $P\{\theta < \theta_2\} = 1-\alpha$

(C) $P\{\theta_1 < \theta < \theta_2\} = 1-\alpha$　　(D) $P\{\theta < \theta_1\} = \alpha$

三.（10 分）某工厂三个车间生产同一规格的产品，其产量依次占全厂总产量的 25%、35%、40%，如果各车间生产产品的次品率依次为 5%、4%、2%. 现从待出厂的产品中随机地取一件，

求: (1) 取到的是次品的概率；

(2)若已知取到的是次品，它是第一车间生产的概率.

四.(10 分)　假设测量的随机误差 $X \sim N(0,10^2)$，

求:(1)测量误差的绝对值大于19.6的概率 p；

(2)如果接连测量三次，各次测量是相互独立的，求至少有一次误差的绝对值大于19.6的概率 α.

五.（15 分） 设(X,Y)的分布密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} Ae^{-(x+2y)}, & x>0, y>0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求:(1)常数A；

(2)关于X，Y的边缘分布密度，并判断X，Y是否独立；

(3)$Z=X+2Y$的概率分布.

六.（10 分） 一口袋中装有四只球，分别标有数字 1，2，2, 3. 现从袋中任取一球后不放回，再从袋中任取一球，以 X 和 Y 分别表示第一次、第二次取得球上标有的数字.

求:(1) X 和 Y 的联合概率分布；

(2) X 和 Y 的相关系数.

七.（10 分） 设 X , Y 相互独立，且概率分布分别为

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2+2x-1}\ (-\infty<x<+\infty),\qquad \varphi(y)=\begin{cases}1/2, & 0\le y\le 2\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

求:(1) $E(X+Y)$；　(2) $D(2X+Y)$；　(3) $E(2X-3Y^2)$.

八.（15 分）设总体 X 的分布密度为

$$f(x)=\begin{cases} axe^{-x^2/\lambda}, & x>0 \\ 0, & 其他 \end{cases}，\quad (\lambda>0)，$$

且 X_1，…，X_n 是来自总体的简单随机样本，

求:(1)常数 a；

(2)参数 λ 的极大似然估计量；

(3) λ 的极大似然估计量是否为 λ 的无偏估计量；

(4)参数 λ 的矩估计量.