A 卷

2014—2015 学年第一学期
《概率论与数理统计》期末试卷
64 学时

专业班级 ____________________________

姓　　名____________________________

学　　号____________________________

开课系室　　理学院应用数学系　　

考试日期　　2015 年 1 月 11 日　　

题　　号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
本题满分	15	15	16	10	12	12	12	8	
本题得分									
阅 卷 人									

注意事项：

1．封面及试卷背面为草稿纸，附加页为答题纸，背面答题一律无效；

2．答案必须写在该题下方空白处，不得写在草稿纸上，否则该题答案无效；

3．本试卷正文共 8 页，共八道大题，满分 100 分；

4．必须保持试卷本完整，拆页的作废.

本题满分 15 分	
本题得分	

一. 填空题（每题 3 分，共 15 分）

1. 一射手对同一目标独立地进行四次射击，每次命中目标的概率为 p ,若至少命中一次的概率为 $\dfrac{80}{81}$，则该射手的命中率 $p=$______.

2. 已知随机变量 $X \sim P(3)$（泊松分布），$Y \sim \Gamma(8,2)$（伽玛分布），X,Y 独立，则 $Z=4X-3Y$ 的方差 $DZ=$________.

3. 随机变量 X 和 Y 都服从标准正态分布，且 $\rho_{XY}=0$，则 (X,Y) 的概率密度为

   $f(x,y)=$ __________________.

4. 总体 $X \sim N(0,1)$，设 X_1,X_2,X_3,X_4 是来自 X 的简单随机样本，统计量 $Y=a(X_1+X_2+X_3)^2+X_4^2$ 服从 χ^2 分布，则常数 $a=$________ .

5. 设 $\{X(t),t\geq 0\}$ 是正态过程，且 $X(t)-X(s)\sim N(0,\sigma^2(t-s))$，$0\leq s<t$，则 $\{X(t),t\geq 0\}$ 的自协方差函数 $C_X(s,t)=$__________.

本题满分 15 分	
本题得分	

二. 选择题(每题 3 分，共 15 分)：

1. 设 $f_1(x)$ 为标准正态分布的分布密度， $f_2(x)$ 为[-1, 3]上均匀分布的分布密度，若 $f(x)=\begin{cases} af_1(x), & x\le 0 \\ bf_2(x), & x>0 \end{cases}$，其中 $a>0,b>0$ 为常数，则 a,b 应满足_________.

   A. $a+b=1$　　B. $a+b=2$
   C. $2a+3b=4$　　D. $3a+2b=4$

2. 抛掷一枚硬币 n 次，设随机变量 X , Y 分别表示出现正面和反面的次数，则 X , Y 的相关系数为________.

   A. 1　　B. -1
   C. 0　　D. 1/2

3. 设 X 为随机变量，若 $EX^2=1.1,DX=0.1,EX>0$，则根据切比雪夫不等式估计一定有_______.

   A. $P\{0<X<2\}\ge 0.9$　　B. $P\{-1<X<1\}\ge 0.9$
   C. $P\{X>0\}\le 0.9$　　D. $P\{|X|\ge 1\}\le 0.1$

4. 设总体 $X\sim f(x,\theta)$，θ 为未知参数， X_1,X_2， $\cdots$ ， X_n 为来自 X 的一个样本，$\theta_1(X_1,\cdots,X_n)$、$\theta_2(X_1,\cdots,X_n)$ 为两个统计量，若 (θ_1,θ_2) 为 θ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间，则应有__________.

   A. $P\{\theta_1<\theta<\theta_2\}=\alpha$　　B. $P\{\theta<\theta_2\}=1-\alpha$
   C. $P\{\theta_1<\theta<\theta_2\}=1-\alpha$　　D. $P\{\theta<\theta_1\}=\alpha$

5. 设随机变量 X 的分布函数为 $F_X(x)$，$Z=\max\{X,2\}$,则随机变量 Z 的分布函数 $F_Z(z)$ 满足为______________.

   A. $F_Z(z)=\max\{F_X(z),1\}$　　B. $F_Z(z)=F_X(z)$，$z<2$
   C. $F_Z(z)=2F_X(z)$，$z\ge 2$　　D. $F_Z(z)=F_X(z)$，$z\ge 2$

三．计算题.（2 个题目，共 16 分）

本题满分 16 分	
本题得分	

1. （8 分）已知 A,B 为两个事件，且

$P(A)=\dfrac{1}{4},P(B|A)=\dfrac{1}{3},P(A|B)=\dfrac{1}{2}$ 件，求：　$P(B)$ ✓

（1） A,B 至少发生一个的概率；

（2） A,B 恰好发生一个的概率.

条件概率

!!!!

2. (8 分) 设某次考试的考生成绩服从正态分布，从中随机地抽取 36 位考生的成绩，其平均成绩为 66.5 分，标准差为 12 分，问在显著性水平 0.05 下，是否可以认为这次考试全体考生的平均成绩为 70 分？

注：可能用到的查表数据如下：

$t_{0.05}(36)=1.6883$，$t_{0.05}(35)=1.6896$，$t_{0.025}(36)=2.0281$，$t_{0.025}(35)=2.0301$

假设检验

$$U \sim \frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{S^2/n}} \sim t(n-1)$$

35

本题满分 10 分	
本题得分	

四.（共 10 分）

高速公路某加油站通过的小汽车、货运车和客车之比为 7：2:1，到达该加油站的各类型车辆加油的概率分别为 0.1,0.05,0.02，求：

（1） 通过该加油站的车辆加油的概率；

（2） 若已知某车辆加油，则该车辆是小汽车的概率.

五.（12 分）

本题满分 12 分	
本题得分	

已知 X 为连续型随机变量，随机变量 $Y=X^2+1$，且 X 的分布密度为

$$f(x)=\begin{cases}1+x, & -1\le x<0,\\ 1-x, & 0\le x\le 1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

求：

(1) X 的分布函数；积

(2) Y 的分布函数 $F_Y(y)$ 和分布密度函数 $f_Y(y)$；

(3) Y 落在区间 $(\frac{5}{4}, \frac{7}{4})$ 的概率.

$F_Y(y)$ $f_Y(y)$

本题满分 12 分	
本题得分	

六.（12 分）

设二维随机变量(X ，Y)的联合概率分布律为

$X \backslash Y$	-1	0	1
0	0.07	0.18	0.15
1	0.08	0.32	0.20

求： （1） X 与 Y 的边缘分布；

（2）(X ，Y)的协方差阵；

（3） X^2 与 Y^2 的相关系数.

本题满分 12 分	
本题得分	

七.（12 分）

设马氏链$\{X_n, n \ge 0\}$的状态空间为$I=\{1, 2, 3\}$，其一步转移概率矩阵

$$P=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

初始分布为$P\{X_0=1\}=\frac{1}{4}$，$P\{X_0=2\}=\frac{1}{2}$，$P\{X_0=3\}=\frac{1}{4}$.

（1）计算$P\{X_0=1, X_1=2, X_2=2\}$；（2）计算$P_{12}(2)=P\{X_2=2 \mid X_0=1\}$；

（3）计算$P\{X_2=2\}$；（4）判断该链是否具有遍历性，并说明理由.

$P_{12}(2)=$

八．选作题(任选一题，若解答两题，以第一题计分，满分 8 分)

本题满分 8 分	
本题得分	

1. 设总体 X 具有分布律

X	1	2	3
p_k	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中 $\theta(0<\theta<1)$ 为未知参数，现取得样本值 $x_1=1, x_2=2, x_3=2$，试求 θ 的矩估计值和极大似然估计值.

2. 设 $N_1(t)$ 和 $N_2(t)$ 分别是强度为 2 和 3 的相互独立的泊松过程，$X(t)=N_1(t)-N_2(t), t>0$，求 $X(t)$ 的均值函数和相关函数.

$\hat{\theta} =$ ✓

EX: ✓

$L(\theta)=$

$X(t)=N_1(t)-N_2(t)$

均值

$N_{r2}(t)$