数字逻辑

陈海华
通信工程 chenhaihua@upc.edu.cn

个人简介

- 姓名：陈海华
- 单位：海洋与空间信息学院 通信工程系
- 办公地点：工科楼E座1718
- 电话：13405323152
- 邮箱：

  chenhaihua@upc.edu.cn

课程安排

- 理论课时间：40学时

  实验课时间：8学时

- 考核形式：
  - 理论课：考勤（10%）+作业（30%）+期末闭卷考试（60%）
  - 实验课：实验考勤（20%）+实验表现（80%）

课程内容

- 第一章：数制和码制 2课时
- 第二章：逻辑代数基础 4课时
- 第三章：门电路 4课时
- 第四章：组合逻辑电路 8课时
- 第五章：触发器 4课时
- 第六章：时序逻辑电路 8课时
- 第七章：半导体存储器和可编程器件 2课时
- 第十章：脉冲波形的产生和整形 4课时
- 第十一章：A/D和D/A 4课时
- 总计：40课时

第一章 数制和编码

- 1.1数字量与模拟量

模拟信号和数字信号

模拟电路和数字电路

自然界中的物理量

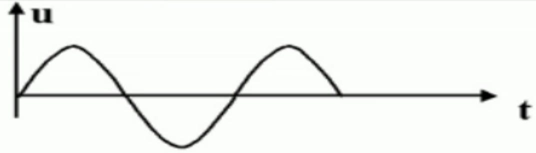
模拟量

时间和数值连续变化的物理量
如：温度、压力、速度等

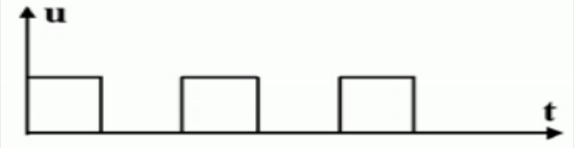
数字量

时间和数值都是离散变化的物理量
如：人数、物件等

二进制数字电路中只有高、低两种电平，分别用1、0表示



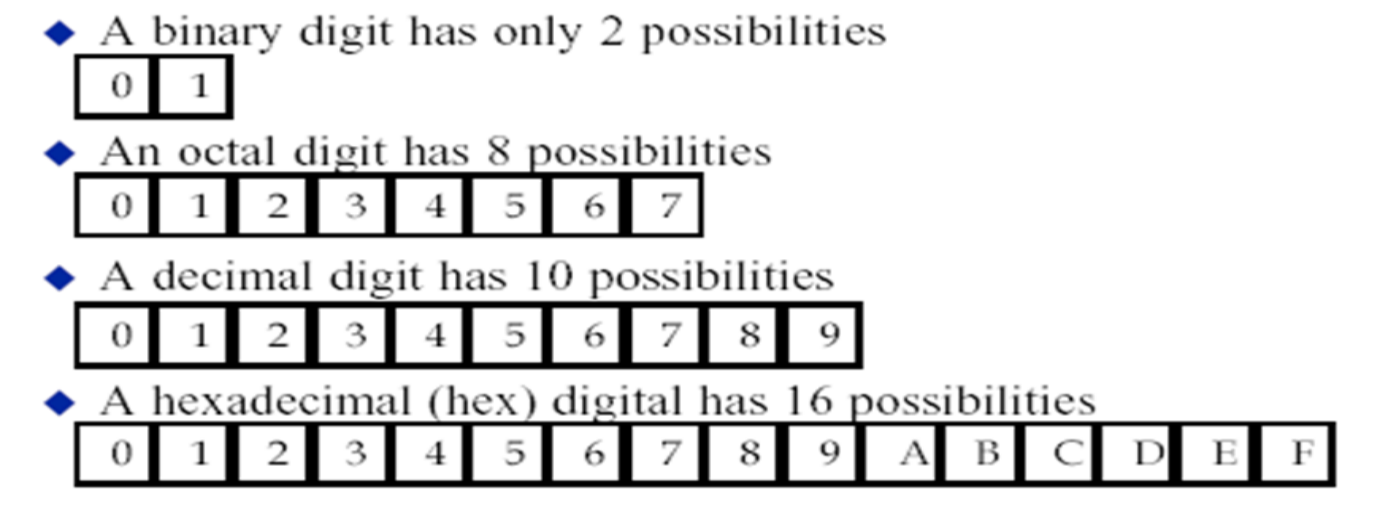
随时间连续变化的信号



随时间不连续变化的信号

1.2 数制

- 数制：按照一定的进位规则进行计数，称为进位计数制，简称“数制”。



1.2 数制

1.十进制

- 以10为基数的计数体制。10个数码：0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- 遵循“逢十进一、借一当十”的规律

相应位的权值

$$(157.13)_{10}=1\times10^2+5\times10^1+7\times10^0+1\times10^{-1}+3\times10^{-2}=\sum_{i=-2}^{2}K_i10^i$$

- **一个n位十进制数N可以表示为：** $\boxed{(N)_D=\sum_{i=-n}^{n-1}K_i10^i}$

试想：若在数字电路中采用十进制，将用10个电路状态来表示10个数码？

进制之间的关系（其他进制→十进制）

$$D = \sum K_i 10^i \qquad K \in (0,1,...,9)\ 十进制$$

$$D = \sum K_i 2^i \qquad K \in (0,1)\ 二进制转十进制$$

$$D = \sum K_i 8^i \qquad K \in (0,1,...,7)\ 八进制转十进制$$

$$D = \sum K_i 16^i \qquad K \in (0,1,..,F)\ 十六进制转十进制$$

- $(1011.011)_2 = 1*2^3+0*2^2+1*2^1+1*2^0+0*2^{-1}+1*2^{-2}+1*2^{-3} = (11.375)_{10}$
- $(157.26)_8 = 1*8^2+5*8^1+7*8^0+2*8^{-1}+6*8^{-2} = (111.34375)_{10}$
- $(B15.CE)_{16} = B*16^2+1*16^1+5*16^0+C*16^{-1}+E*16^{-2} = (2837.8046875)_{10}$

进制之间的关系（十进制→二进制）

- **整数部分** ÷**基数（2）**

$$(S)_{10} = k_n 2^n + k_{n-1} 2^{n-1} + k_{n-2} 2^{n-2} \cdots + k_1 2^1 + k_0 2^0$$

$$= 2(k_n 2^{n-1} + k_{n-1} 2^{n-2} + \cdots + k_1 2^0) + k_0$$

同理

$$k_n 2^{n-1} + k_{n-1} 2^{n-2} + \cdots + k_1$$

$$= 2(k_n 2^{n-2} + k_{n-1} 2^{n-3} + \cdots + k_2) + k_1$$

故 $(173)_{10} = (10101101)_2$

2 | 173……余数=1=k_0
2 | 86……余数=0=k_1
2 | 43……余数=1=k_2
2 | 21……余数=1=k_3
2 | 10……余数=0=k_4
2 | 5……余数=1=k_5
2 | 2……余数=0=k_6
| 1……余数=1=k_7
0

进制之间的关系（十进制→二进制）

- **小数**部分　　**×基数（2）**

$$(S)_{10} = k_{-1}2^{-1} + k_{-2}2^{-2} + \cdots + k_{-m}2^{-m}$$

左右同乘以2

$$2(S)_{10} = k_{-1} + (k_{-2}2^{-1} + k_{-3}2^{-2} + \cdots + k_{-m}2^{-m+1})$$

同理

$$2(k_{-2}2^{-1} + k_{-3}2^{-2} + \cdots + k_{-m}2^{-m+1})$$

$$= k_{-2} + (k_{-3}2^{-1} + \cdots + k_{-m}2^{-m+2})$$

$$\begin{array}{r l}
0.8125 & \\
\times\quad 2 & \\
\hline
1.6250 & \cdots\cdots\cdots\text{整数部分}= 1 = k_{-1} \\
0.6250 & \\
\times\quad 2 & \\
\hline
1.2500 & \cdots\cdots\cdots\text{整数部分}= 1 = k_{-2} \\
0.2500 & \\
\times\quad 2 & \\
\hline
0.5000 & \cdots\cdots\cdots\text{整数部分}= 0 = k_{-3} \\
0.5000 & \\
\times\quad 2 & \\
\hline
1.000 & \cdots\cdots\cdots\text{整数部分}= 1 = k_{-4}
\end{array}$$

故 $(0.8125)_{10} = (0.1101)_2$

十六进制---二进制---八进制

$$(0101\ ,1110\ .1011\ ,0010\ )_2$$
$$\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow$$
$$=(5\quad E\quad B\quad 2)_{16}$$

- 二进制→十六进制：**4位截段，段求和**
- 十六进制→二进制：**1位拆4位，和分解**

$$(8\quad F\quad A\quad C\quad 6)_{16}$$
$$\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow$$
$$(1000\quad 1111\quad 1010\quad 1100\quad 0110\ )_2$$

$$(011\ \ 110.\ \ 010\ \ 111)_2$$
$$\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow$$
$$=(3\quad 6\ .\ 2\quad 7)_8$$

- 二进制→八进制：**3位截段，段求和**
- 八进制→二进制：**1位拆3位，和分解**

$$(5\quad 2\ .\ 4\quad 3)_8$$
$$\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow$$
$$(101\quad 010\ .\ 100\quad 011\ )_2$$

1.3 二进制运算及补码

- 算术运算：1：和十进制算数运算的规则相同

  2：逢二进一，借一当二

加法A+B

```
  1001
+ 0101
------
  1110
```

减法A–B

```
  1001
- 0101
------
  0100
```

乘法A×B

```
     1001
  ×  0101
---------
     1001
    0000
   1001
  0000
---------
  0101101
```

除法A÷B

```
           111001
0101 ) 1001
       0101
       ----
        1000
        0101
        ----
         0110
         0101
         ----
         001000
           0101
           ----
           0011
```

特点：

加、减、乘、除 全部可以用移位和相加这两种操作实现。**简化了电路结构**

反码、补码和补码运算

正数原码 补码、反码本质

负数

$\sim x+1$ $\sim x$

- 二进制数的正、负号也是用0/1表示的。
- 在定点运算中，最高位为符号位（0为正，1为负）
  - 如 +89 = (0 1011001) 原码
  - -89 = (1 1011001) 原码
- **正数的补码和它的原码相同**
- **负数的补码 = 数值位逐位求反(反码) + 1**
  - -89的反码 1 0100110 补码 1 0100111
  - +89的反码 0 1011001 补码 0 1011001

$$(N)_{INV} = \begin{cases} N & (N为正数) \\ 2^n-1-N & (N为负数) \end{cases}$$

$$(N)_{COMP} = \begin{cases} N & (N为正数) \\ 2^n-N & (N为负数) \end{cases}$$

$$(N)_{COMP} = (N)_{INV} + 1$$

两个补码表示的二进制数相加时的符号位讨论

- 例：用二进制补码运算求出
- 13 + 10 、 13 - 10 、 - 13 + 10 、 - 13 - 10

$$
\begin{array}{rcl}
+13 & 0 & 01101 \\
+10 & 0 & 01010 \\
\hline
+23 & 0 & 10111
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rcl}
+13 & 0 & 01101 \\
-10 & 1 & 10110 \\
\hline
+3 & 0 & 00011
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rcl}
-13 & 1 & 10011 \\
+10 & 0 & 01010 \\
\hline
-3 & 1 & 11101
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rcl}
-13 & 1 & 10011 \\
-10 & 1 & 10110 \\
\hline
-23 & 1 & 01001
\end{array}
$$

5位表示 $|13| + |-10| = 23$

00000　01000　10111　16+4+2+1

结论：将两个加数的符号位和来自最高位数字位的进位相加，结果就是和的符号

注意：数据位数的选择

1.4 码制

- 在数字技术中，常用二进制码0和1来表示文字符号信息，这种特定的二进制码称为**代码**。
- 建立这种代码与信息的一一对应关系称为**编码**。
- **编码位数**：为了分别表示N个字符，至少需要的二进制数位数为n：

$$\boxed{2^n \geq N}$$

1.4 码制

- 几种常用的十进制代码 十进制数用二进制表示
  - BCD码（:Binary-Coded-Decimal ）
  - 8421码、 2421 码、5211码、余3码

十进制数	BCD码
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

$(1689)_{10} = (0001\ \ 0110\ \ 1000\ \ 1001)_{8421BCD}$

1.4 码制

不一定有明确计算方式，但一定有明确的对应关系

- 格雷码
  - 每一位的状态变化都按一定的顺序循环。
  - 编码顺序依次变化，按表中顺序变化时，相邻代码**只有一位**改变状态。
  - 没有过渡噪声

编码顺序	二进制	格雷码	编码顺序	二进制	格雷码
0	0000	0000	8	1000	1100
1	0001	0001	9	1001	1101
2	0010	0011	10	1010	1111
3	0011	0010	11	1011	1110
4	0100	0110	12	1100	1010
5	0101	0111	13	1101	1011
6	0110	0101	14	1110	1001
7	0111	0100	15	1111	1000

1.4 码制

- ASCII码
  - 美国信息交换标准代码American Standard Code for Information Interchange
  - 由美国国家标准化协会制定的一种信息代码，广泛用于计算机和通信领域。
  - 是一组7位二进制代码，共128个，包括0-9十个代码，大、小写英文字母52个，32个表示各种符号的代码以及34个控制码

总结

- 数制
  - 二进制、八进制、十进制、十六进制表示及相互转化
  - 原码、反码、补码及补码计算
- 码制
  - 编码的概念及位数
  - BCD、格雷码、ASCII

本节结束，谢谢学习