

## 2017-2018 学年第一学期

### 《大学物理 (2-2)》期末考试 A 卷 (56 学时) 答案

#### 一、选择题 (共 30 分)

1、D 2、A 3、C 4、B 5、B 6、B 7、C 8、D 9、B 10、C

#### 二、(共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分)

1、解:  $AB$  两极板间, 插入金属板后, 由高斯定理知,  $E = \begin{cases} 0 & (\text{金属板内}) \\ \frac{\sigma}{\epsilon_0} & (\text{金属板外}) \end{cases}$

对  $AB$  电容器, 电势差为  $U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = E_2(a-b) + E_1b = \frac{\sigma}{\epsilon_0}(a-b)$  2 分

对于  $CD$  两极板间, 插入电介板后, 由高斯定理知,  $E = \begin{cases} \frac{\sigma}{\epsilon_r \epsilon_0} & (\text{介质板内}) \\ \frac{\sigma}{\epsilon_0} & (\text{介质板外}) \end{cases}$

对  $CD$  电容器, 电势差为  $U_{CD} = \int_C^D \vec{E} \cdot d\vec{l} = E_2(a-b) + E_1b = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r}b + \frac{\sigma}{\epsilon_0}(a-b)$  3 分

2、解: (1) 圆弧  $AC$  段所受的磁力和直线  $\overline{AC}$  的相等, 所以

$$F = \overline{ACIB} = \sqrt{2}BIR \quad 1 \text{ 分}$$

方向与  $\overline{AC}$  直线垂直 1 分

$$(2) \quad \vec{P}_m = I\vec{S} = \frac{1}{4}\pi R^2 \vec{e}_n \quad 1 \text{ 分}$$

由  $\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$  可知, 因为  $\vec{P}_m$  与  $\vec{B}$  的夹角为  $0^\circ$ ,  $\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B} = P_m B \sin \theta = 0$  2 分

#### 三、(共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分)

1、答: (1)  $L_1$  上各点的  $\frac{d\vec{B}}{dt} \neq 0$ ,  $L_2$  上各点的  $\frac{d\vec{B}}{dt} = 0$ ; 1 分

$L_1$  和  $L_2$  上各点的  $\vec{E}_{\text{感}} \neq 0$ . 1 分

(2)  $L_1$  回路内的电荷, 在感应电场力的作用下形成电流, 因此,  $L_1$  回路内有感应电流. 但是, 回路内不存在静电场, 不存在电势的分布. 1 分

回路  $L_2$  中, 由于  $\mathcal{E}_{L_2} = 0$ , 所以无感应电流.

$ad$  和  $bc$  上的电荷在感应电场力的作用下, 会在  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  处堆积, 形成静电场.

回路  $L_2$  中有电势的分布.  $U_a = U_b$ ,  $U_c = U_d$ ; 但是,  $U_a \neq U_d$ ,  $U_c \neq U_b$ . 2 分

2、解：（1）火车的静止长度  $L_0 = 1200\text{m}$  是原长，站台上的观察者观测到的长度是火车的

运动长度即尺缩， $L = 900\text{m}$ ，根据尺缩公式，有： $L = L_0 \sqrt{1 - \beta^2} = L_0 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$

$$\text{代入数据： } 900 = 1200 \times \sqrt{1 - \frac{u^2}{(3 \times 10^8)^2}}$$

由此解得

$$u \approx 2 \times 10^8 \text{ m/s} \quad 3 \text{ 分}$$

（2）对于车上的观察者而言，车站是运动的，此时车站的长度将由原长（即固有长度）

$L = 900\text{m}$  收缩为  $L'$ ，同样根据尺缩公式，有： $L = L_0 \sqrt{1 - \beta^2} = L_0 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$

$$L' = 900 \times \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} = 675(\text{m}) \quad 2 \text{ 分}$$

#### 四、（共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分）

1、解：由相对论能量和题意知  $E_k = E - E_0 = E_0$ ，得  $E = 2E_0$  1 分

$$\text{则 } m = 2m_0 \quad \text{即} \quad \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 2m_0 \quad \text{得} \quad \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{2} \quad v = \frac{\sqrt{3}}{2}c \quad 2 \text{ 分}$$

$$\text{由德布罗意波长公式 } \lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m_0 \times \frac{\sqrt{3}}{2}c} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{h}{m_0 c}$$

$$\frac{\lambda}{\lambda_c} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad 2 \text{ 分}$$

2、答：当  $n = 4$  时， $l$  的取值为  $0, 1, 2, 3$ ； 1 分

$m_l$  的取值为  $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$ ； 1 分

$m_s$  的取值为  $\pm \frac{1}{2}$ ； 1 分

电子的不同量子态的总数目为： $N = 2n^2 = 32$  个。 2 分

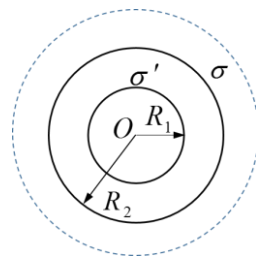
### 五、(本题 10 分)

解：(1) 设小球面上的电荷密度为  $\sigma'$ ，在大球面外作同心的球面为高斯面，

由高斯定理：
$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma \cdot 4\pi R_2^2 + \sigma' \cdot 4\pi R_1^2}{\epsilon_0} \quad 2 \text{ 分}$$

$\because$  大球面外  $\vec{E} = 0 \quad \therefore \quad \sigma \cdot 4\pi R_2^2 + \sigma' \cdot 4\pi R_1^2 = 0 \quad 2 \text{ 分}$

解得：
$$\sigma' = -\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \sigma \quad 2 \text{ 分}$$



(2) 大球面内各点的场强等于两个均匀带电球面场强的迭加：内部场强为零，外部相当点电荷在该电场产生的电场强度。

在  $r < R_1$  区域：
$$E = E_1 + E_2 = 0 + 0 = 0 \quad 2 \text{ 分}$$

在  $R_1 < r < R_2$  区域：
$$E = E_1 + E_2 = \frac{4\pi R_1^2 \sigma'}{4\pi \epsilon_0 r^2} + 0 = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \left(\frac{R_2}{r}\right)^2 \quad 2 \text{ 分}$$

### 六、(本题 10 分)

解：电流在 A 点分为两支路为  $I_1$  和  $I_2$ ，设  $R$  为单位弧长电阻， $AdB$  弧长与  $AcB$  并联，得

$$R l_{AdB} I_1 = R l_{AcB} I_2$$

即 
$$l_{AdB} I_1 = l_{AcB} I_2 \quad (1 \text{ 分})$$

以垂直图面向里为正向，所以 
$$B_{AdB} = -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi} \frac{l_{AdB}}{2\pi r} \quad (2 \text{ 分})$$

$AcB$  支路在圆环中心  $O$  点磁感应强度方向垂直图面向里，大小为

$$B_{AcB} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi} \frac{l_{AcB}}{2\pi l} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} \frac{l_{AdB}}{2\pi r} \quad (2 \text{ 分})$$

两支路在  $O$  点的磁感应强度叠加，得 
$$B_{AdB} + B_{AcB} = 0. \quad (2 \text{ 分})$$

半无限长直电流  $EA$  延长线过圆心  $O$ ， $B_{EA} = 0$ ， $O$  点的磁感应强度等于半无限长直电流  $BF$  在  $O$  点磁感应强度，得

$$B = B_{BF} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\cos 90^\circ - \cos 180^\circ) = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} \quad \text{方向垂直图面向里。} \quad (3 \text{ 分})$$

### 七、(本题 10 分)

解 (1) 根据题意， $t = 0 \text{ s}$  时  $B = 0.5 \text{ T}$ ，则均匀磁场随时间变化的规律为

$$B = 0.5 - 0.1t \quad (\text{T}) \quad 1 \text{ 分}$$

根据动生电动势的定义式，任意时刻导线  $\overline{AC}$  运动的动生电动势的大小为

$$\mathcal{E} = \int_C^A (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \int_C^A v B dl = v B \overline{AC} = 2 \times (0.5 - 0.1t) \times 0.5 = 0.5 - 0.1t \quad 2 \text{ 分}$$

$t=0\text{s}$  时, 动生电动势的大小为  $\mathcal{E}_0=0.5-0.1t=0.5$  (V) 1 分

(2) 由于导线  $\overline{AC}$  运动, 闭合电路所包围的面积随时间变化的规律为

$$S=0.5(1+2t) \quad (\text{m}^2) \quad 1 \text{ 分}$$

根据法拉第电磁感应定律, 闭合电路中总感应电动势为

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \left| -\frac{d\Phi}{dt} \right| = \frac{d \int_s \vec{B} \cdot d\vec{S}}{dt} = \frac{d}{dt} [0.5-0.1t] \times 0.5(1+2t) \\ &= \frac{d}{dt} (0.25+0.45t-0.1t^2) = 0.45-0.2t \end{aligned} \quad 2 \text{ 分}$$

$t=2\text{s}$  时, 总感应电动势的大小为  $\mathcal{E}=0.45-0.2t=0.45-0.5=0.05$  (V) 1 分

(3) 因为闭合电路中的磁场随时间发生变化, 在回路中会产生感生电动势, 而感生电动势的方向与动生电动势的方向相反, 所以动生电动势与总感应电动势不相等。 2 分

#### 八、(本题 10 分)

解: (1) 由于  $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a} x$ , 且  $n=1$ , 则

电子在基态的波函数为  $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{\pi}{a} x$ ,  $0 < x < a$  2 分

电子位于  $0-a/4$  内的概率为:

$$\begin{aligned} P &= \int_0^{a/4} |\psi(x)|^2 dx = \int_0^{a/4} \frac{2}{a} \sin^2 \frac{\pi}{a} x dx = \int_0^{a/4} \frac{2}{a} \frac{a}{\pi} \sin^2 \frac{\pi}{a} x d\left(\frac{\pi x}{a}\right) \\ &= \frac{2}{\pi} \left[ \frac{\pi x}{2a} - \frac{1}{4} \sin \frac{2\pi x}{a} \right]_0^{a/4} = \frac{2}{\pi} \left[ \frac{\pi}{2a} \frac{a}{4} - \frac{1}{4} \sin\left(\frac{2\pi}{a} \frac{a}{4}\right) \right] = 0.091 \end{aligned} \quad 2 \text{ 分}$$

(2) 由于  $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a} x$ , 且  $n=2$ , 则

电子在第 1 激发态的波函数为  $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{2\pi}{a} x$ ,  $0 < x < a$  1 分

相应的概率密度为  $|\psi(x)|^2 = \frac{2}{a} \sin^2 \frac{2\pi}{a} x$  1 分

当  $\sin^2 \frac{2\pi}{a} x = 1$ ,  $|\psi(x)|^2$  最大

即  $\frac{2\pi}{a} x = (2k+1) \frac{\pi}{2}$

$$x = \frac{2k+1}{4} a \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad 2 \text{ 分}$$

所以, 在  $0 < x < a$  范围内, 电子出现概率最大的位置为  $x = \frac{a}{4}, \frac{3a}{4}$  2 分