确定下列求积公式中的特定参数，使其代数精度尽量高，并指出所得公式具有的代数精度。

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx \approx \frac{1}{3}[f(-1) + 2f(x_1) + 3f(x_2)]$$

6. 解：$\int_{-1}^{1} f(x)dx \approx \frac{1}{3}(f(-1) + 2f(x_1) + 3f(x_2))$

令 $f(x)=1$ 则 $2 = \frac{1}{3}(f(-1) + 2f(x_1) + 3f(x_2)) = 2$

令 $f(x)=x$ 则 $0 = \frac{1}{3}(-1 + x_1 + 3x_2)$

令 $f(x)=x^2$ 则 $\frac{2}{3} = \frac{1}{3}(1 + 2x_1^2 + 3x_2^2)$

解得 $\begin{cases} x_1 = -0.2899 \\ x_2 = 0.5266 \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 0.6899 \\ x_2 = 0.1266 \end{cases}$

令 $f(x)=x^3$ 则 $\int_{-1}^{1} f(x)dx = \int_{-1}^{1} x^3 dx = 0$

$$\frac{1}{3}(f(-1) + 2f(x_1) + 3f(x_2)) \neq 0$$

∴公式具有2次代数精度

9. 用积分$\int_2^8 \frac{dx}{2x} = ln2$，计算$ln2$，使误差的绝对值不超过$\frac{1}{2} \times 10^{-5}$，估计使用复化梯形公式要取多少个节点？

9. 解：令 $f(x) = \frac{1}{2x}$ $f''(x) = -\frac{1}{2}x^{-2}$ $|f''(x)| < \frac{1}{8}$ $x \in [2,8]$

$R_n(f) = -\frac{b-a}{12} h^2 f''(\eta)$

代入 $h = \frac{b-a}{n}$ $R_n(f) = -\frac{6^3}{12n^2} f''(\eta)$

$$|R_n(f)| \leq \frac{9}{4n^2} \leq \frac{1}{2} \times 10^{5}$$

即 $n^2 \geq \frac{9}{2} \times 10^5$

$n \geq 300\sqrt{5}$

$n \geq 300\sqrt{5} \approx 670.82$

$n = 671$

要取671个节点、