第 4 章练习 P_{72}

作业布置：P_{72}　　3，7，9，11

提示 1：判断两个正规式是否相等，应判断两个正规式所产生的正规集是否一样。完成此项任务需要经过四个阶段：

第一，画出正规式的 NFA；

第二，由 NFA 变换到 DFA；

第三，将 DFA 最小化；

第四，画出最小化 DFA 的有限自动机。

如果要判断的正规式的最小化 DFA 的有限自动机是一样的，则正规式等价；反之，则不等价。

提示 2：构造正规表达式的最小化的 DFA 方法是：

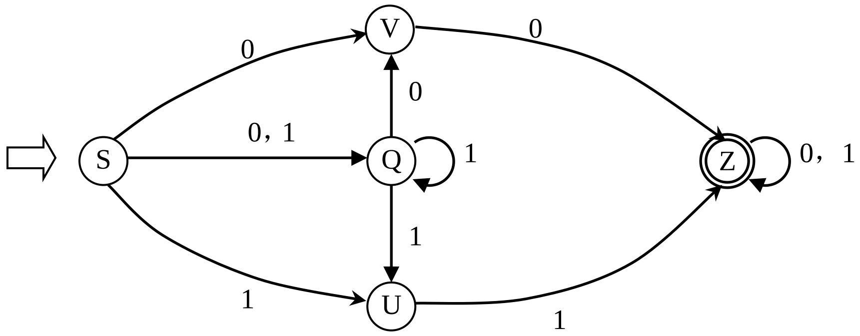
首先，按规则将正规表达式用 NFA 表示；

其次，使用 ε-closure(Move())将 NFA 转变为 DFA；

最后使用子集法将 DFA 最小化。

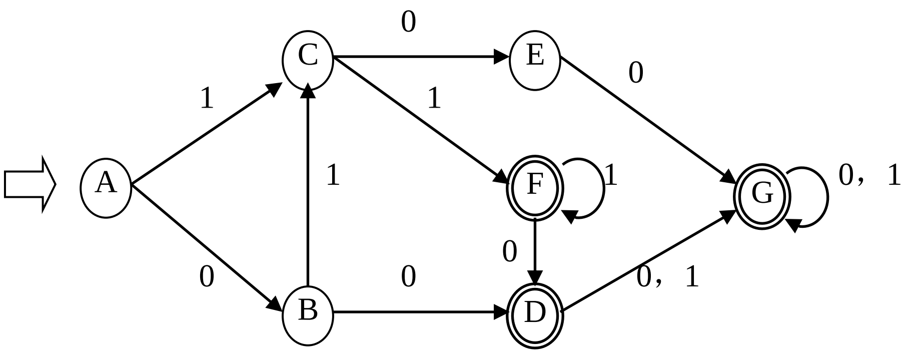
对于这类题目要多做练习，熟能生巧。

3.将下图确定化：



解：下表由子集法将 NFA 转换为 DFA：

I	I_0	I_1
A [S]	**B** [Q,V]	**C** [Q,U]
B [Q,V]	**D** [V,Z]	**C** [Q,U]
C [Q,U]	**E** [V]	**F** [Q,U,Z]
D [V,Z]	**G** [Z]	**G** [Z]
E [V]	**G** [Z]	
F [Q,U,Z]	**D** [V,Z]	**F** [Q,U,Z]
G [Z]	**G** [Z]	**G** [Z]



7、给文法 G[S]： S→aA|bQ

A→aA|bB|b

B→bD|aQ

Q→aQ|bD|b

D→bB|aA

E→aB|bF

F→bD|aE|b

构造相应的最小的 DFA。

解：由于从 S 出发任何输入串都不能到达状态 E 和 F，所以，状态 E，F 为多余的状态，不予考虑。这样，可以写出文法 G[S]对应的 NFA M：

NFA M={k, Σ, f, S, Z}

K={S, A, B, Q, D, Z}　S={S}　Z={Z}

F(S, a)=A f(S, b)=Q

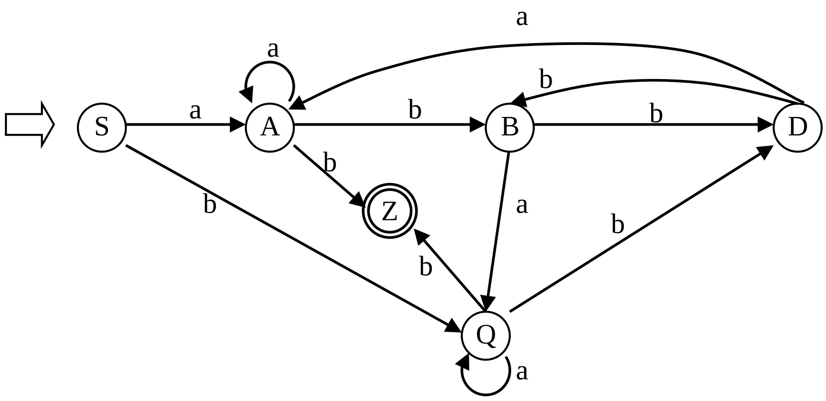
F(A, a)=A f(A, b)=B　 f(A,b)=Z

F(B, b)=D f(B, a)=Q

F(Q, a)=Q f(Q, b)=D　 f(Q,b)=Z

F(D, b)=B f(D, a)=A

NFA M 的状态转换图为：



下表由子集法将 NFA 转换为 DFA：

I	I_a	I_b

[S] **S**	[A] **A**	[Q] **B**
[A] **A**	[A] **A**	[B,Z] **C**
[Q] **B**	[Q] **B**	[D,Z] **D**
[B,Z] **C***	[Q] **B**	[D] **E**
[D,Z] **D***	[A] **A**	[B] **F**
[D] **E**	[A] **A**	[B] **F**
[B] **F**	[Q] **B**	[D] **E**

由上表可知：

(1)因为 C、D 是 DFA 的终态，其他是非终态，可将状态集分成两个子集：**P_1={S, A, B, E, F}，P_2={C, D}**。

(2)因为{A, B}b={C, D}为终态，{S, E, F}b={B, E, F}为非终态，所以 P_1 可划分为：**P_{11}={S, E, F}，P_{12}={A, B}。**

(3)因为{S}b={B}，{E, F}b={E, F}，所以 S 与 E、F 不等价，P_{11} 可划分为：**P_{111}={S}，P_{112}={E, F}。**

(4)因为{A, B}a={A, B}，{A, B}b={C, D}，即状态 A 识别 b 到终态，状态 B 也能识别同一个 b 到终态，则状态 A、B 等价，不可区分。

说明：DFA 最小化，即将其状态集合分割为一些不相交的状态子集，并且任意两个不同状态子集中的状态均为可区分的，而同一状态子集中的状态均为等价的。状态 s 与状态 t 的可区分是指状态 s 与状态 t 不等价。而状态 s 与状态 t 的等价是指若从状态 s 出发能识别某个字 α 而停于终态，则从 t 出发也能识别同一个字 α 而停于终态；否则就是可区分的。

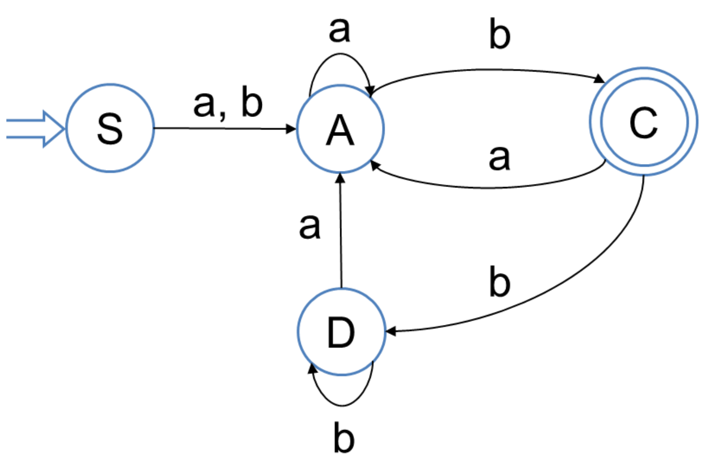
(5)因为{E, F}a={A, B}，{E, F}b={E, F}，所以 E、F 等价。

(6)因为{C, D}a={A, B}，{C, D}b={E, F}，所以 C、D 等价。

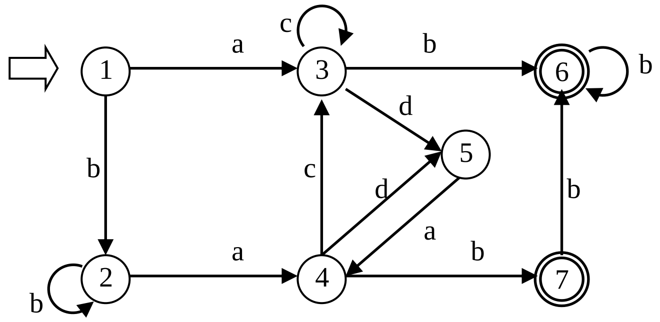
(7)综上所述，上图 DFA 的状态可最细分解为：P={{S}, {A, B}, {C, D}, {E, F}}。删除上表中的第 3，5，7 行，并将剩余行中的 B、D、F 分别改为对应的等价状态为 A、C、E 有下表：

I	I_a	I_b
S	A	A
A	A	C
C*	A	D
D	A	D

这样可得最小化的 DFA 如下：



9、将下图的 DFA 最小化，并用正规式描述它所识别的语言：



解：

（1）因为 6、7 是 DFA 的终态，其他是非终态，可将状态集分成两个子集：P1={1，2，3，4，5}，P2={6，7}。

（2）因为{6, 7}b={6}，而 6、7 又没有其他输入，所以 6、7 等价。

（3）因为{3, 4}c={3}，{3, 4}d={5}，{3, 4}b={6, 7}，而 6，7 等价，所以 3、4 等价。

（4）因为{1, 2}b={2}，{1, 2}a={3, 4}，而 3、4 等价，所以 1、2 等价。

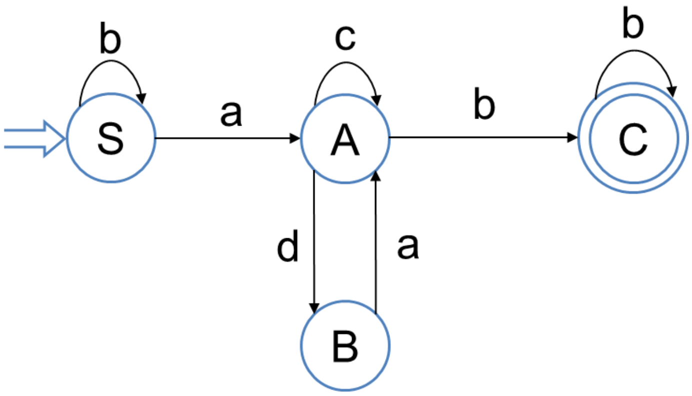
（5）由于状态 5 没有输入字符 b，所以与 1、2、3、4 都不等价。

（6）综上所述，上图 DFA 的状态可最细分解为：P={{1, 2}, {3, 4}, {5}, {6, 7}}。

将状态集合{1, 2}, {3, 4}, {5}, {6, 7}重命名为 S、A、B、C，对应的状态转换矩阵为

	a	b	c	D
S	A	S		
A		C	A	B
B	A			
C*		C		

最小化的 DFA 为：



该 DFA 用正规式 r 表示为：

$r=b^{*}a(c|da)^{*}bb^{*}=b^{*}a(c|da)^{*}b^{+}$

11．有一种用以证明两个正规表达式等价的方法，那就是构造他们的最小 DFA，表明这两个 DFA 是一样的（除了状态名不同外）。使用此方法，证明下面的正规表达式是等价的。

（1）$(a|b)^*$

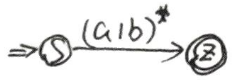
（2）$(a^*|b^*)^*$

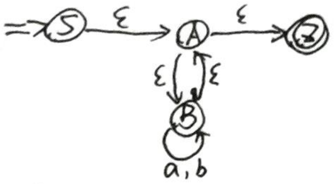
（3）$((\varepsilon|a)b^*)^*$

解：

（1）正规式转换为 NFA

(1).

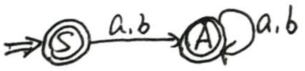




由子集法将NFA转换为DFA

I	Ia	Ib
{S.A.B.Z} S*	{A.B.Z} A	{A.B.Z} A
{A.B.Z} A*	{A.B.Z} A	{A.B.Z} A

DFA的状态转换图为：

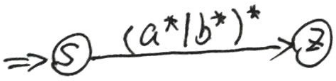


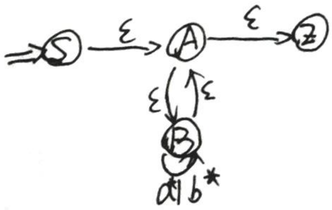
∵ $\{S.A\}_a = \{A\}$. $\{S.A\}_b = \{A\}$

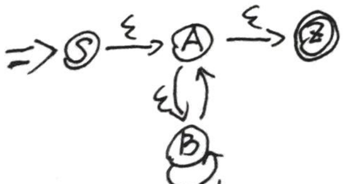
∴ S. A 等价.

最小化DFA为

(2)

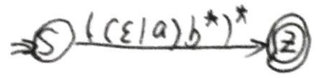


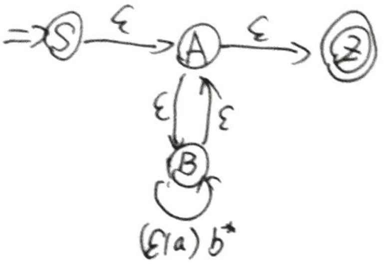


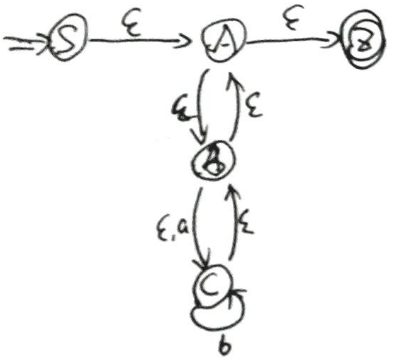


以下步骤与(1)相同，所以(2)的最小化DFA也为

(3).







由子集法将NFA转换为DFA

I	Ia	Ib
{S.A.B.C.Z} S	{A.B.C.Z} A	{A.B.C.Z} A
{A.B.C.Z} A	{A.B.C.Z} A	{A.B.C.Z} A

以下步骤与(1)相同. 所以(3)的最小化DFA为

由于(1)(2)(3)的最小化DFA相同.

所以(1)(2)(3)是等价的