2017—2018 学年第一学期

《概率论与数理统计》期末试卷

（64 学时必修）

一． 填空题、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共计 30 分）

1．设随机事件 A，B 互不相容，且 $P(A)=0.1,\ P(A\cup B)=0.7,$ 则 $P(B)=$______.

2．设两个相互独立的随机变量 X 和 Y 分别服从正态分布 $N(0,1)$ 和 $N(1,1)$，则 $P\{X+Y\le 1\}=$ ______.

3．设 X 服从均匀分布 $U[-1,1]$，$Y=\cos\dfrac{\pi X}{2}$ 则 $E(Y)=$______.

4．设随机变量 X 的期望 $EX=\mu$，方差 $DX=\sigma^2$，则由切比雪夫不等式有 $P(|X-\mu|<2\sigma)\ge$______.

5．设 $X_1,X_2,\dots X_n$ 为正态总体 $N(\mu,4)$ 的一样本，$\overline{X}$ 为样本均值，若欲使 μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间长度缩小为原来的一半，则新的样本容量 n_1 应为______.

6. 设 A,B,C 是 Ω 中的随机事件，则事件“ A 发生，B 不发生，C 不发生”可表示为______.

（A） $A\overline{B}\overline{C}$　　（B） $A\overline{B}C$　　（C） $AB\overline{C}$　　（D） ABC

7. 设 $X\sim B(n,p)$，且 $E(X)=2.4,\ D(X)=1.44,$ 则 n,p 的值为______.

（A） $n=8,\ p=0.3$　　（B） $n=12,\ p=0.2$

（C） $n=4,\ p=0.6$　　（D） $n=6,\ p=0.4$

8．设随机变量 $X\sim N(0,1)$ 和 $Y\sim N(0,2)$，并且相互独立，则有______.

（A） $X^2-\dfrac{Y^2}{2}$ 服从 χ^2 分布　　（B） $X^2+\dfrac{Y^2}{2}$ 服从 χ^2 分布

（C） $\dfrac{X^2}{2}-\dfrac{Y^2}{2}$ 服从 χ^2 分布　　（D） $\dfrac{X^2}{2}+\dfrac{Y^2}{2}$ 服从 χ^2 分布

9．设二维随机变量 $(X,Y)\sim N(1,\ 0;\ 2^2,\ 3^2;\ 0.5)$，则 $Cov(X-Y,Y)=$______.

（A）3　　（B）-3　　（C）6　　（D）-6

10．下列关于泊松过程的说法错误的是______.

(A) 泊松过程是计数过程　　(B) 泊松过程是独立增量过程

(C) 泊松过程是严平稳过程　　(D) 泊松过程是马尔科夫过程

二．计算题（共 2 小题，每小题 10 分，共计 20 分）

1.某学生的手机掉了，落在宿舍中的概率为 0.5，在这种情况下找到的概率是 0.98；落在教室中的概率是 0.35，在这种情况下找到的概率是 0.6；落在路上的概率是 0.15，在这种情况下找到的概率是 0.1，求：

（1）该学生找到手机的概率是多少？

（2）在手机找到的条件下，手机在宿舍中找到的概率是多少？

10

全概率

Bayes

一.

2. 设随机变量 X 的概率密度为：$f(x)=\begin{cases} kx+1, & 0<x<2 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$。

求：（1）k 的值；（2）分布函数 $F(x)$；（3）$P(1<x<2)$

10

归一性

积分

二

三．计算题（10 分）

设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度为：

$$f(x,y)=\begin{cases} 2e^{-x-y}, & 0<y<x \\ 0, & \text{其它} \end{cases}，求：$$

(1) 边缘概率密度 $f_X(x)$、$f_Y(y)$ 并判断 X,Y 是否独立；(2) $Z=X+Y$ 的概率密度。

10

三

四．计算题（10 分）设随机变量 ξ 与 η 的联合分布律如表格所示：

，且事件 $\{\xi=0\}$ 与 $\{\xi+\eta=1\}$ 相互独立，求：

(1) 常数 a,b 的值；

(2) $Cov(\xi,\eta)$；

(3) $\zeta=\min(\xi,\eta)$ 的分布律。

ξ \ η	0	1
0	$\frac{1}{6}$	a
1	b	$\frac{1}{3}$

二、

$\min(\xi,\eta)$ 三

$a+b=\frac{1}{2}$

五. 计算题（共 2 小题，每小题 10 分，共计 20 分）

1. 已知总体 X 的概率密度为：$f(x)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta}, & 0<x<1 \\ 0, & 其它\end{cases}$，

$X_1,X_2,\ldots X_n$ 为来自 X 的一个样本，求：θ 的矩估计量和极大似然估计量。

五

$L(\theta)=$

$\ln L(\theta)$

$\frac{d\ln L(\theta)}{d\theta}=0$ ~

2．某日化用品厂产品含硫量服从正态分布 $N(4.55,0.108^2)$，现在抽测了 9 袋产品，其平均含硫量为 4.484，如果方差没有变化，可否认为现在生产的产品平均含硫量仍为 4.55.（$\alpha=0.05$，$\Phi(1.96)=0.975$ $\Phi(1.645)=0.95$ ）

$U=\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$

假设检验！

随机过程

泊松

本题满分 10 分	
本题得分	

六. 选做题（任选 1 题，每题 10 分，多做按第 1 小题给分）

1. 夜间某天文台观测到的流星流是一个泊松过程，且每小时平均观察到 3 颗流星，$N(t)$ 表示在 $[0,t]$ 内观测到的流星个数.

求：（1） $N(t)$ 的均值函数、自协方差函数、自相关函数；

（2）在第 4 小时到第 6 小时之间没有观测到流星的概率； $\frac{1}{3}$

（3）相邻两颗流星的平均时间间隔。

2. 设 $\{X(n), n \geq 0\}$ 是具有三个状态 1、2、3 的齐次马尔科夫链，一步转移概率矩阵为：

$$P(1)=\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$$；初始分布为 $P\{X(0)=1\}=\frac{1}{2}$， $P\{X(0)=2\}=\frac{1}{3}$， $P\{X(0)=3\}=\frac{1}{6}$.

求：(1) $P\{X(0)=1, X(2)=3\}$； (2) 此链是否具有遍历性？若有，求其极限分布。