

Ch1

1. 某产品主要由三个厂家供货, 甲、乙、丙三个厂家的产品分别占总数的 20%, 30%, 50%. 其次品率分别为 2%, 1%, 3%, 试求:

(1) 从这批次产品中任取一件是次品的概率;

(2) 若已知取出的一件产品是次品, 问这件产品由哪家生产的可能性最大?

2. 某厂的产品, 80%按第一种工艺加工, 20%按第二种工艺加工, 两种工艺加工出来的产品的次品率分别为 0.05 和 0.1, 现从该厂的产品中任取一个, 求:

(1) 取到的是次品的概率;

(2) 若已知取到的是次品, 它是按第一种工艺加工的概率;

(3) 若从该厂的产品中任取 2 个, 全为合格品的概率。

3. 在某刑事案件中, 公安人员根据现场分析凶手还在本地的概率为 0.4, 乘车外逃的概率为 0.5, 投案自首的概率为 0.1. 今派员追捕, 如果凶手躲藏在本地被抓的概率为 90%, 如果凶手外逃, 被抓的概率为 50%, 试求该案被破的概率; (2) 该案被破, 求凶手自首的概率。

Ch2

1. 设 X 的分布律为
$$\begin{array}{c|cccc} X & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline p_k & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & p \end{array}, \quad (1) \text{ 求未知函数 } p; \quad (2) \text{ 求 } X \text{ 的分布函数}$$

$F(x)$; (3) 求 $P(0 \leq X \leq 2)$.

2. 设随机变量 X 和 Y 相互独立, 皆服从区间 $[0, 1]$ 上的均匀分布, 求 $Z = X + Y$ 的概率密度.

3. 设连续型随机变量 X 的分布函数 $F(x) = \begin{cases} a + be^{-x}, & x > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$,

求: (1) 系数 a 和 b ; (2) $P\{-2 < X < 1\}$; (3) X 的分布密度.

4. 设随机变量 (X, Y) 的概率密度函数

$$f(x, y) = \begin{cases} bx, & 0 \leq x \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases},$$

(1) 试确定常数 b ; (2) 求关于 X, Y 的边缘密度函数, 并判别 X, Y 是否独立; (3) 求 $f_{X|Y}(x|y)$; (4) 求概率 $P(X + Y \leq 1)$.

6. 设随机变量 $(X, Y) \sim f(x, y) = \begin{cases} e^{-y}, & 0 < x < y \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$,

(1) 求关于 X, Y 的边缘密度函数; 判别 X, Y 是否独立; (2) 计算概率 $P(X + Y \leq 1)$.

(3) 求 $X+Y$ 的密度函数

Ch2-ch3

1. 二维随机变量 (X, Y) 的概率分布表为

$Y \backslash X$	-1	1
0	1/4	1/8
1	1/8	1/2

求 (1) X 与 Y 的边缘分布律; (2) X^3+1 的概率分布表。

(3) EX , $E(X^3+1)$; (4) $\text{Cov}(X, Y)$.

2. 设随机变量 (X, Y) 的概率密度函数

$$f(x, y) = \begin{cases} bx, & 0 \leq x \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases},$$

求 (1) 试确定常数 b ; (2) 求关于 X, Y 的边缘密度函数, 并判别 X, Y 是否独立;

(3) EX ; (4) $\text{Cov}(X, Y)$.

3. 设随机变量 $X \sim e(\lambda)$, 则 $E(2X^2+2) = \underline{\hspace{2cm}}$, $D(X+2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

Ch4

1. 设随机变量 X, Y 满足 $EX=EY=0$, $DX=DY=1$, $EXY=-1$, 试用切比雪夫不等式

估计 $P(|X+2Y| < 2)$.

2. 设随机变量 X 的数学期望为 μ , 方差为 σ^2 , 则由切比雪夫不等式, 有

$$P(|X - \mu| \leq 3\sigma) \geq \underline{\hspace{2cm}}.$$

Ch5

1. 设 X 和 Y 独立同分布 $N(0, 1)$, X_1, X_2, X_3 和 Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 是分别来自 X 和 Y 的随机样本,

则统计量 $\frac{4(X_1^2 + X_2^2 + X_3^2)}{3(Y_1^2 + Y_2^2 + Y_3^2 + Y_4^2)}$ 服从 $\underline{\hspace{2cm}}$ 分布. (写出自由度)

2. 设总体 $X \sim f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{1}{\theta}x}, & x > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}, (\theta > 0),$

X_1, X_2, \dots, X_n 为来自该总体的样本.

(1) 求参数 θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}$, 并证明 $\hat{\theta}$ 具有无偏性.

(2) 问若用 $(\theta)^2$ 估计 θ^2 , 是否具有无偏性, 为什么?

3. 设来自总体 $X \sim N(\mu, 0.9^2)$, 容量为 9 的一组样本, 算得 $\bar{X} = 5$, 求未知参

数 μ 置信度为 0.95 的置信区间 (注: $\Phi(1.96) = 0.975$)。

4. 已知总体 X 的概率密度为: $f(x) = \begin{cases} (\theta+1)x^\theta, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$,

X_1, X_2, \dots, X_n 为来自 X 的一个样本, 求: θ 的矩估计量和极大似然估计量。

5. 某日化用品厂产品含硫量服从正态分布 $N(4.55, 0.108^2)$, 现在抽测了 9 袋产品, 其平均含硫量为 4.484,

如果方差没有变化, 可否认为现在生产的产品平均含硫量仍为 4.55. ($\alpha = 0.05$,

$\Phi(1.96) = 0.975, \Phi(1.645) = 0.95$)

6. 假定总体 $X \sim N(\mu, 2^2)$, 现抽查容量为 16 的一组样本测得均值为 $\bar{X} = 20.8$, 若取检验水平为

0.05, 能否认为 μ 为 19? (注: $\Phi(1.96) = 0.975$)

Ch7

1. 夜间某天文台观测到的流星流是一个泊松过程, 且每小时平均观察到 3 颗流星, $N(t)$ 表示在 $[0, t]$ 内观测到的流星个数.

求: (1) $N(t)$ 的均值函数、自协方差函数、自相关函数;

(2) 在第 4 小时到第 6 小时之间没有观测到流星的概率;

(3) 相邻两颗流星的平均时间间隔。

2. 设 $\{X(n), n \geq 0\}$ 是具有三个状态 1、2、3 的齐次马尔科夫链, 一步转移概率矩阵为:

$$P(1) = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}; \text{ 初始分布为 } P\{X(0)=1\} = \frac{1}{2}, \quad P\{X(0)=2\} = \frac{1}{3}, \quad P\{X(0)=3\} = \frac{1}{6}.$$

求: (1) $P\{X(0)=1, X(2)=3\}$; (2) 此链是否具有遍历性? 若有, 求其极限分布。