A 卷

2012—2013 学年第二学期
《概率论与随机过程》期末试卷

专业班级 ______________________

姓　　名______________________

学　　号______________________

开课系室　　　应用数学系

考试日期　　　2013 年 6 月 29 日

页 号	一	二	三	四	五	总分
本页满分	30	20	20	20	10	
本页得分						
阅卷人						

注意事项：

1．封面及试卷背面为草稿纸，附加页为答题纸，背面答题一律无效；

2．答案必须写在该题下方空白处，不得写在草稿纸上，否则该题答案无效；

3．本试卷正文共 5 页，满分 100 分；

4．必须保持试卷本完整，拆页的作废。

一. 填空题（每空 3 分，共 18 分）

1. 设事件 A 与 B 相互独立，已知 $P(A)=0.5, P(A\bigcup B)=0.8$，

   则 $P(A\overline{B})=$____________.

2. 设随机变量 X （服从参数为 λ 的泊松分布，且已知

   $E[(X-1)(X-2)]=1$，则 $\lambda=$_____________.

3. 已知随机变量 X 的分布列：

X	−1	0	1
P_k	0. 2	0. 3	0. 5

   则： $DX=$______________.

4. 设随机过程 $X(t)=Y^2t, t>0,$ 其中 Y 是在区间 $(0,a)$ 上服从均匀分布的随机变量，

   则 $X(t)$ 的均值函数为 _________，自相关函数为_________.

5. 设随机变量 X 的方差为 1，则根据切比雪夫不等式有估计 $P\{|X-EX|<2\}\geq$________.

二. 选择题(每题 3 分，共 12 分)

1. 设 X 的概率分布为 $f(x)=\begin{cases} Ax, & 0<x<1 \\ 0, & 其它 \end{cases}$，则 $A=$_____ _______.

   (A) 1　　(B) −1　　(C) 2　　(D) $\frac{1}{2}$

2. 设 X 与 Y 相互独立且同分布：$P\{X=-1\}=P\{Y=-1\}=1/2$，$P\{X=1\}=P\{Y=1\}=1/2$，

   则下列各式中成立的是____ ____.

   $(A)P\{X=Y\}=\frac{1}{2}$　　$(B)P\{X=Y\}=1$

   $(C)P\{X+Y=0\}=1/4$　　$(D)P\{XY=1\}=\frac{1}{4}$

3. 设 X 与 Y 独立同分布，记 $U=X-Y$，$V=X+Y$，则 U、V 必然_____ ______.

   (A)不独立　　(B)独立

   (C)相关系数为零　　(D)相关系数不为零

设随机变量 X 和 Y 相互独立，且分别服从 $N(1,\ 2^2)$ 和 $N(1,\ 1)$，则_______ ____.

   (A) $P\{X+Y\leq 1\}=1/2$　　(B) $P\{X+Y\leq 0\}=1/2$

   (C) $P\{X-Y\leq 0\}=1/2$　　(D) $P\{X-Y\leq 1\}=1/2$

三．计算和综合题（共 8 个小题 70 分）

1.（6 分）已知 $P(A)=1/3, P(B|A)=1/5, P(A|B)=1/2$，求 $P(A\cup B)$.

2.（6 分）设随机变量 $X\sim B(10,0.5)$（二项分布），$Y\sim e(1/4)$（指数分布）. 求 $E(3X-2Y)$ 和 $E(X^2-Y^2)$

3.（8 分）设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}, & 若 x\in[1,8], \\ 0, & 其他;\end{cases}$$

求（1）X 的分布函数 $F(x)$；（2）随机变量 $Y=F(X)$ 的分布函数.

4.（8 分）已知总体 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，今从总体中抽取一个长度为 7 的样本，测得样本均值为 52.2，样本标准差为 2.7，试检验假设 $H:\mu=52$ 是否成立？$(\alpha=0.05)$.

（注意：可能用到的数据 $t_{\alpha=0.05}(7)=1.895,\quad t_{\alpha=0.05}(6)=1.943$

$t_{\alpha=0.025}(7)=2.365,\quad t_{\alpha=0.025}(6)=2.447$）

5.（12 分）已知随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\theta x^{\theta-1}, & 0<x<1\\ 0, & 其它\end{cases}$$

其中 $\theta>0$ 是未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的一个容量为 n 的简单随机样本，分别用矩估计法和极大似然估计法求 θ 的估计量.

6. (10 分) 设有一箱同类产品是由三家工厂生产的，其中 50%是第一家工厂生产的，其余两家各生产 25%，又知第一、二家工厂生产的产品有 5%的次品，第三家工厂生产的产品有 4%的次品，现从箱中任取一件，求：（1）取到的是次品的概率；
（2）若已知取到的是次品，它是第一家工厂生产的概率.

7. （10 分） 设马氏链 $\{X_n, n \ge 0\}$ 的状态空间为 $I=\{1,2,3,4\}$，初始分布为 $p_i(0)=1/4, i=1,2,3,4$ 一步转移概率矩阵为

$$\boldsymbol{P}=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

（1）计算 $P\{X_0=1, X_1=2, X_2=2\}$.（2）计算 $P_{32}(2), P_{32}(4)$.

8. (10 分) 设二维随机变量 (X,Y) 的密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} cye^{-(x+y)} & x>0, y>0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

（1）确定常数 c；

（2）求边缘分布密度 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$；

（3）求 (X,Y) 的联合分布函数;

（4）求 $P\{0<X\le 1, 0<Y\le 1\}$.