

第8章 频率域图像增强

计算机科学系



8.1 频率域增强原理

8.2 频率域平滑滤波器

8.3 频率域锐化滤波器

8.4 同态滤波

8.5 选择性滤波

8.6 频域技术与空域技术



8.1 频域增强原理

一、简介

1. 卷积理论是频域技术的基础

2. 设函数 $f(x, y)$ 与算子 $h(x, y)$ 的卷积结果是 $g(x, y)$, 即 $g(x, y) = h(x, y) * f(x, y)$, 那么根据卷积定理在频域有:

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v)$$

- 其中 $G(u, v)$, $H(u, v)$, $F(u, v)$ 分别是 $g(x, y)$, $h(x, y)$, $f(x, y)$ 的傅立叶(或其它)变换
- 称 $H(u, v)$ 为转移函数



8.1 频域增强原理

二、增强原理

1. 在具体增强应用中, $f(x, y)$ 是给定的 (所以 $F(u, v)$ 可利用变换得到), 需要确定的是 $H(u, v)$, 这样具有所需特性的 $g(x, y)$ 就可算出 $G(u, v)$ 而得到:

$$g(x, y) = T^{-1} \{ E_H [T[f(x, y)]] \}$$



8.1 频域增强原理

2. 具体方法

卷积定理: $G(u, v) = H(u, v)F(u, v)$

增强图像: $g(x, y) = T^{-1}[H(u, v)F(u, v)]$

步 骤:

(1) 计算图像的频域变换

(2) 在频域滤波

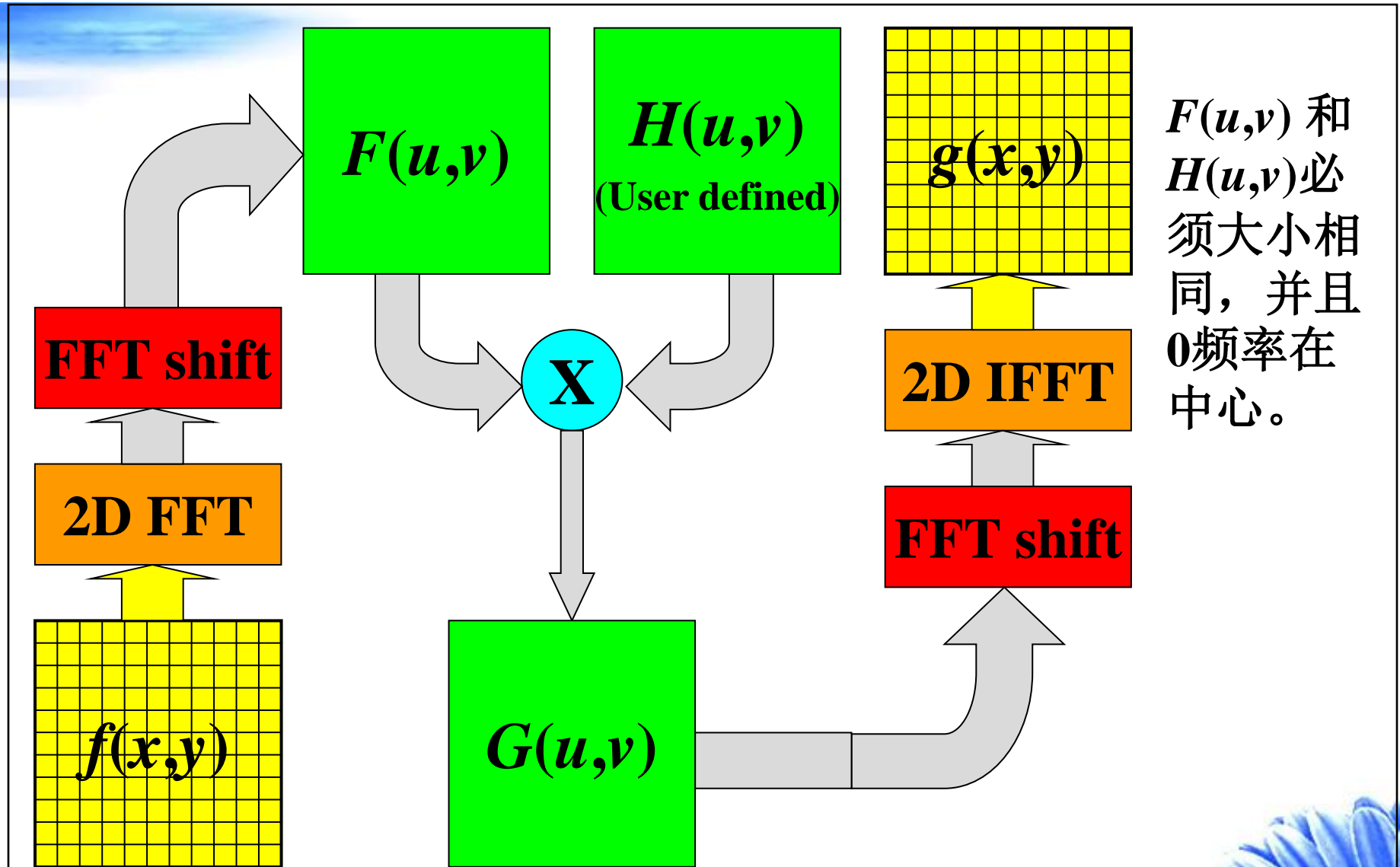
(3) 反变换回图像空间

3. 频域滤波: 低通, 高通, 同态





8.1 频域增强原理





8.1 频率域增强原理

8.2 频率域平滑滤波器

8.3 频率域锐化滤波器

8.4 同态滤波

8.5 选择性滤波

8.6 频域技术与空域技术



8.2 频率域平滑滤波器

一、平滑滤波器

图像中的边缘和噪声都对应图像傅立叶变换中的高频部分，所以如要在频域中消弱其影响就要设法减弱这部分频率的分量

根据频域增强技术的原理，需要选择一个合适的 $H(u, v)$ 以得到消弱 $F(u, v)$ 高频分量的 $G(u, v)$

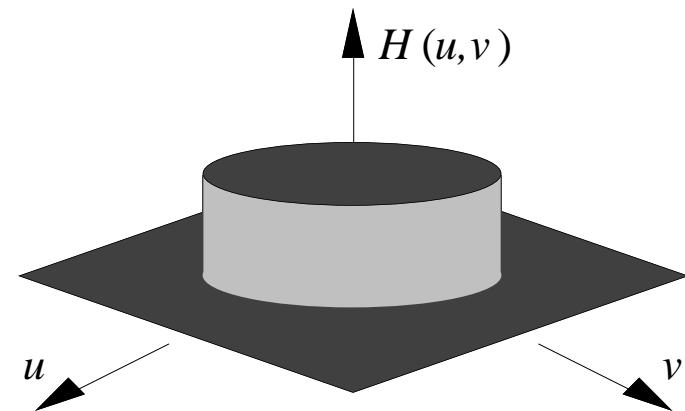
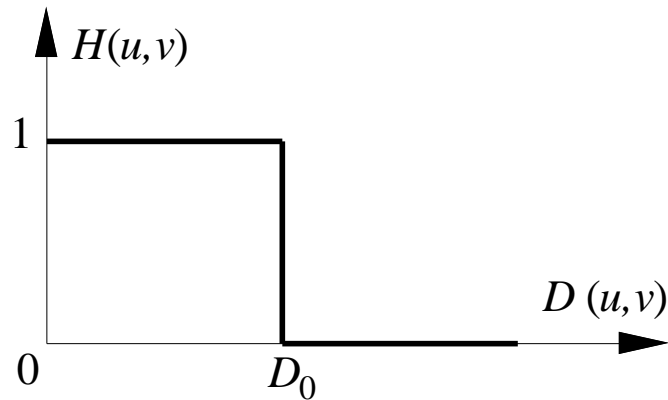
以下讨论对 $F(u, v)$ 的实部和虚部影响完全相同的滤波转移函数。具有这种特性的滤波器称为零相移滤波器



8.2 频率域平滑滤波器

二、理想低通滤波器ILPF (Ideal Low Pass Filter)

1. 理想是指小于 D_0 的频率可以完全不受影响地通过滤波器，而大于 D_0 的频率则完全通不过





2. $H(u, v)$: 转移 / 滤波函数

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{如 } D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & \text{如 } D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

D_0 : 截断频率 (非负整数)

$D(u, v)$ 是从点 (u, v) 到频率平面原点的距离

$$D(u, v) = (u^2 + v^2)^{1/2}$$

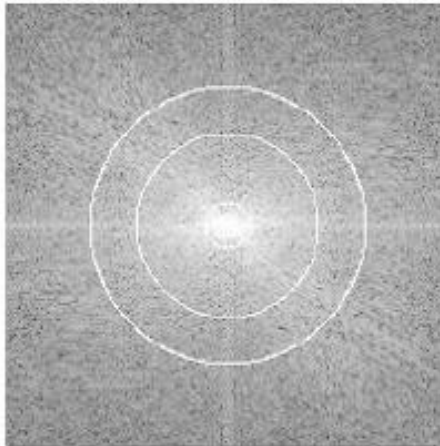


8.2 频率域平滑滤波器

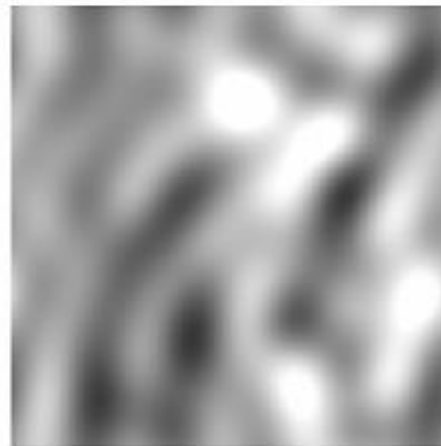
3. 理想低通滤波器



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

半径分别为5, 11, 45和68

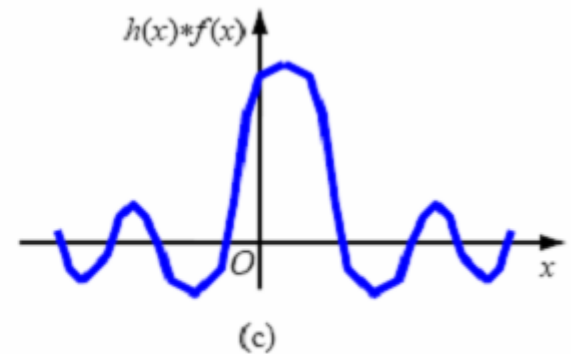
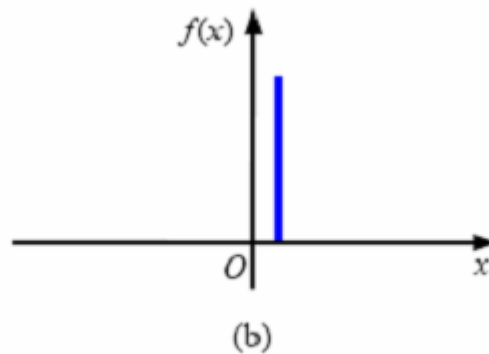
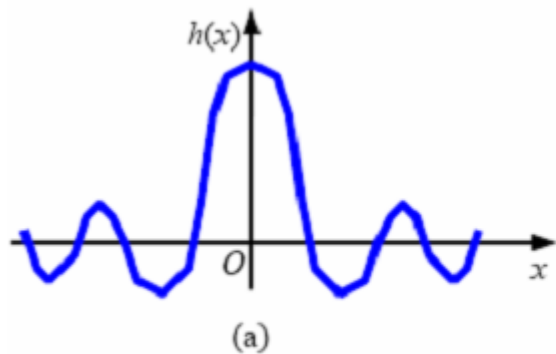
能量分别为90%, 95%, 99%和99.5%



8.2 频率域平滑滤波器

4. 问题: (1) 模糊

(2) “振铃”现象: 在2-D图像上表现为一系列同心圆环; 圆环半径反比于截断频率

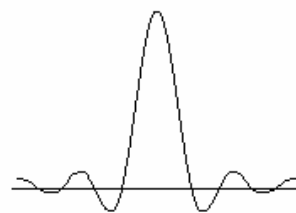
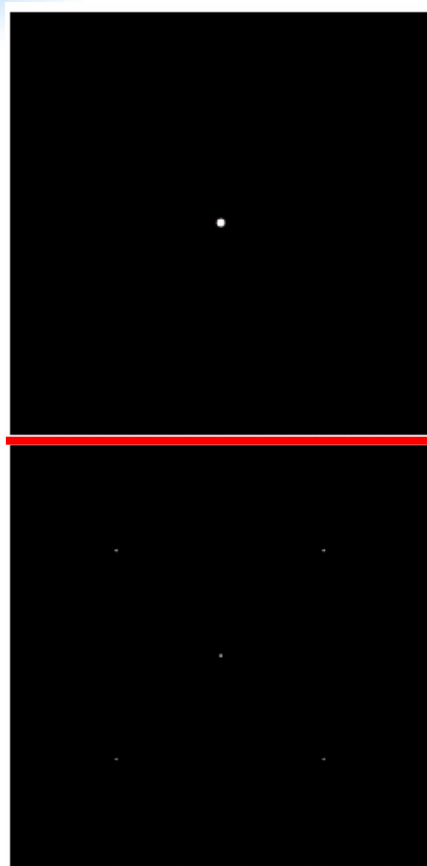


空间模糊示意图

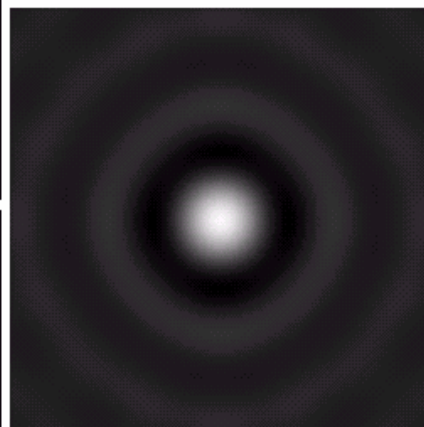


8.2 频率域平滑滤波器

8. 例1 振铃现象

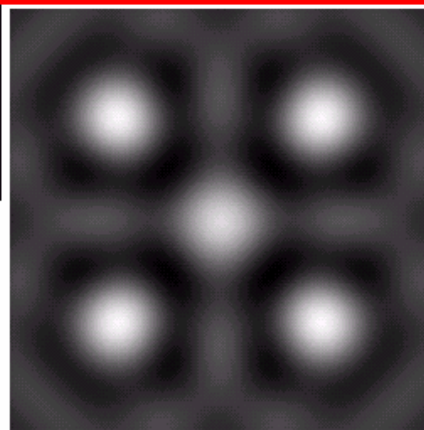


(a)半径为5的频率域ILPF

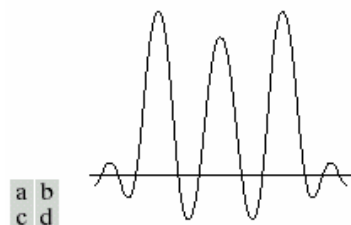


(b)相应的空间滤波器

(c)空间域中的5个脉冲模拟5个像素



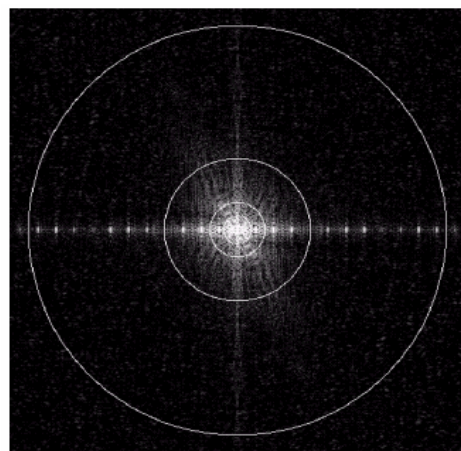
(d)空间域(b)和(c)的卷积





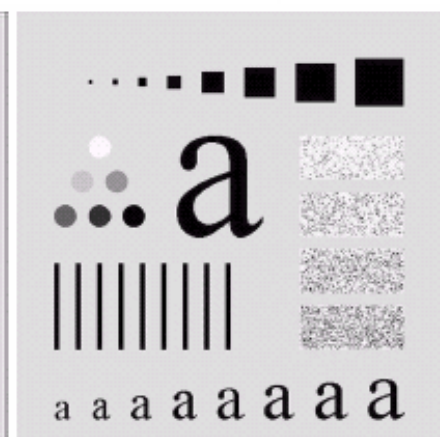
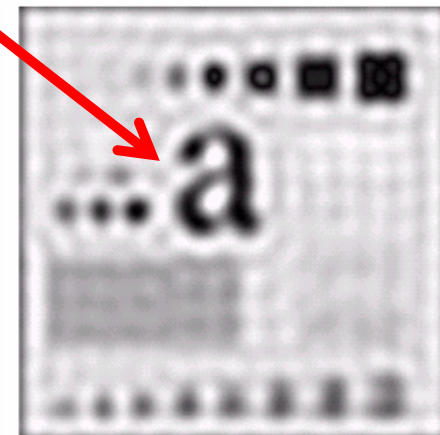
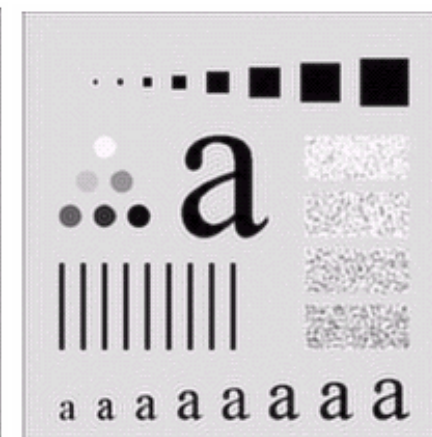
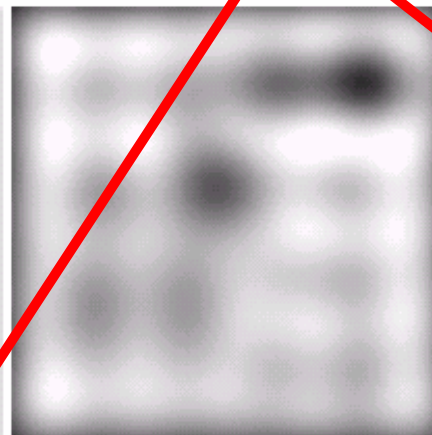
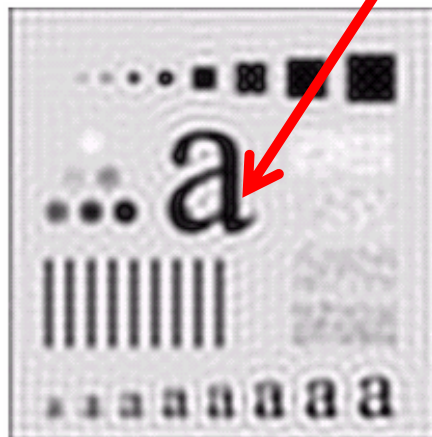
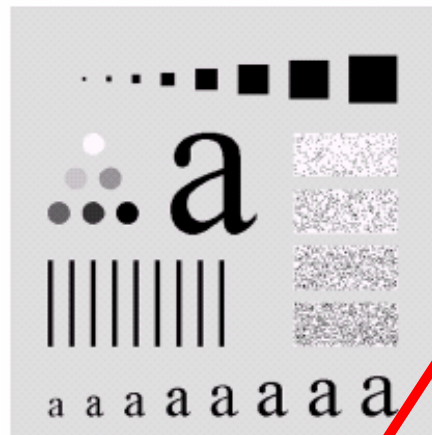
8.2 频率域平滑滤波器

例2: 理想低通滤波器



半径分别为5,15,
30, 80和230

能量分别为92%,
94.6%, 96.4%,
98%和99.5%



Ringing effect



8.2 频率域平滑滤波器

三、巴特沃斯低通滤波器BLPF (Butterworth)

1. 物理上可实现

减少振铃效应，高低频率间的过渡比较光滑

阶为 n 的BLPF

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v) / D_0]^{2n}}$$





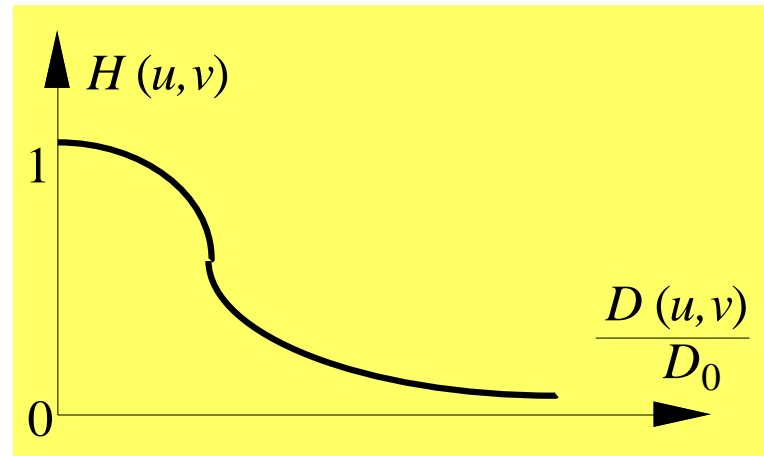
8.2 频率域平滑滤波器

2. 转移函数

截断频率

使 H 最大值降到
某个百分比的频率
在 $D(u, v) = D_0$ 时
 $H(u, v) = 1/2$

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v) / D_0]^{2n}}$$

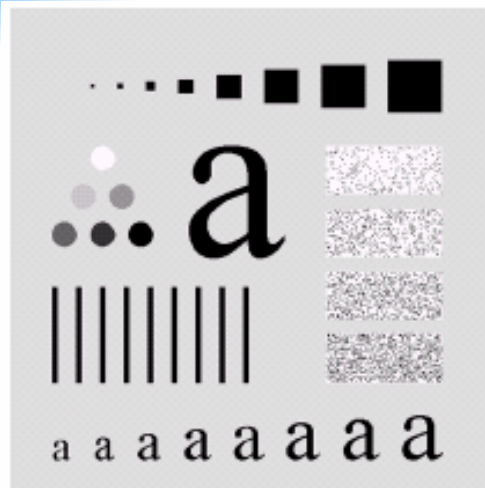




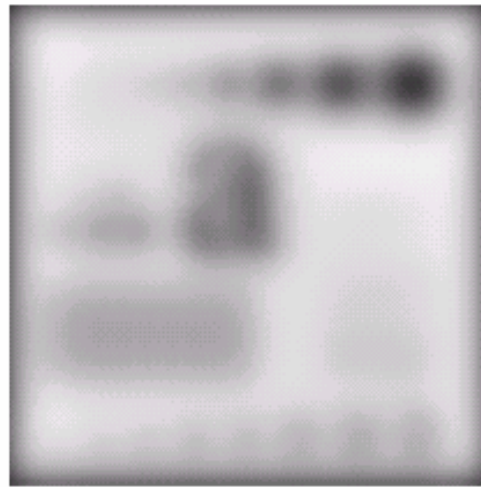
8.2 频率域平滑滤波器

例8.4: BPLF

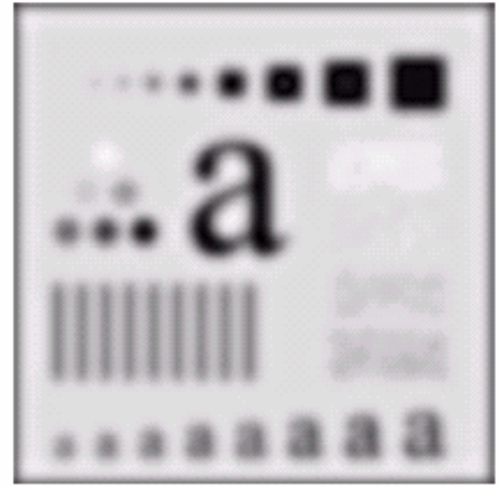
半径分别为5, 15, 30, 80和230



a



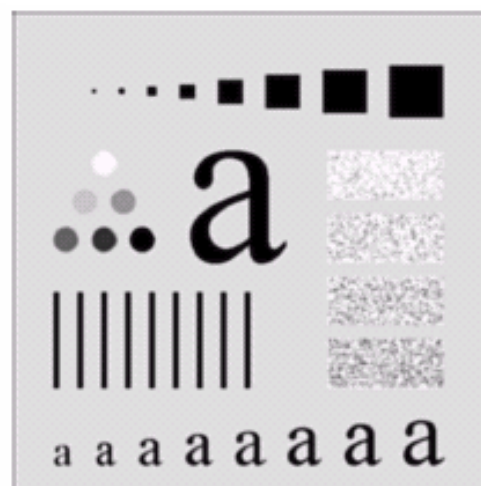
b



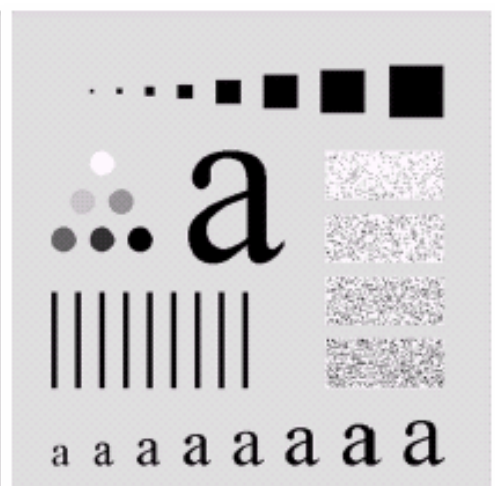
c



d



e

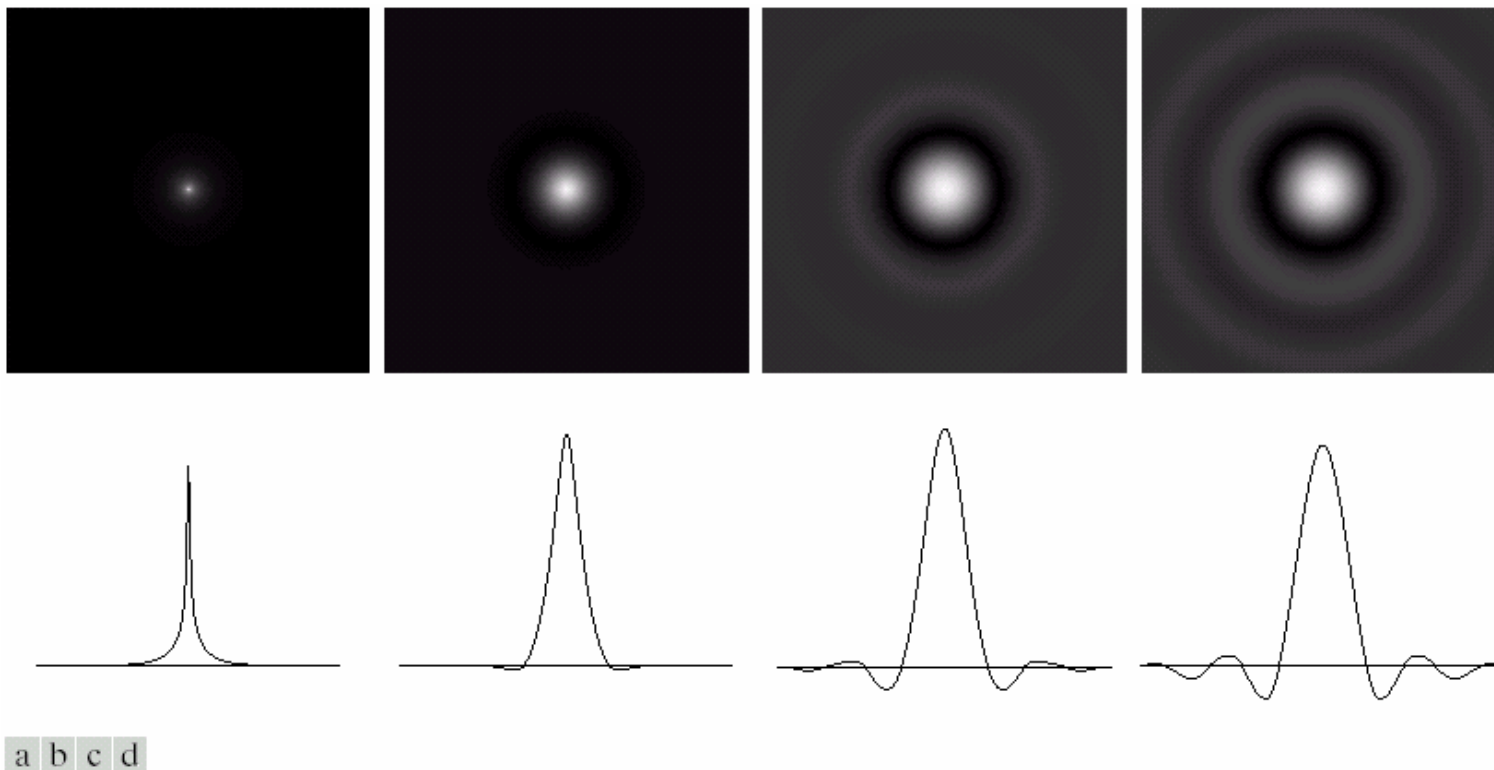


f



8.2 频率域平滑滤波器

4. 阶数对振铃现象的影响：阶数越高，越明显



阶数分别为1, 2, 5和20



3. 应用

图像由于量化不足产生虚假轮廓时常可用低通滤波进行平滑以改进图像质量



(a)



(b)



(c)

频域低通滤波消除虚假轮廓

a) 量化级为12的图像

b) 使用ILPF效果

c) 使用BLPF效果



四、高斯低通滤波器

$$H(u, v) = e^{-D^2(u, v)/2D_0^2}$$

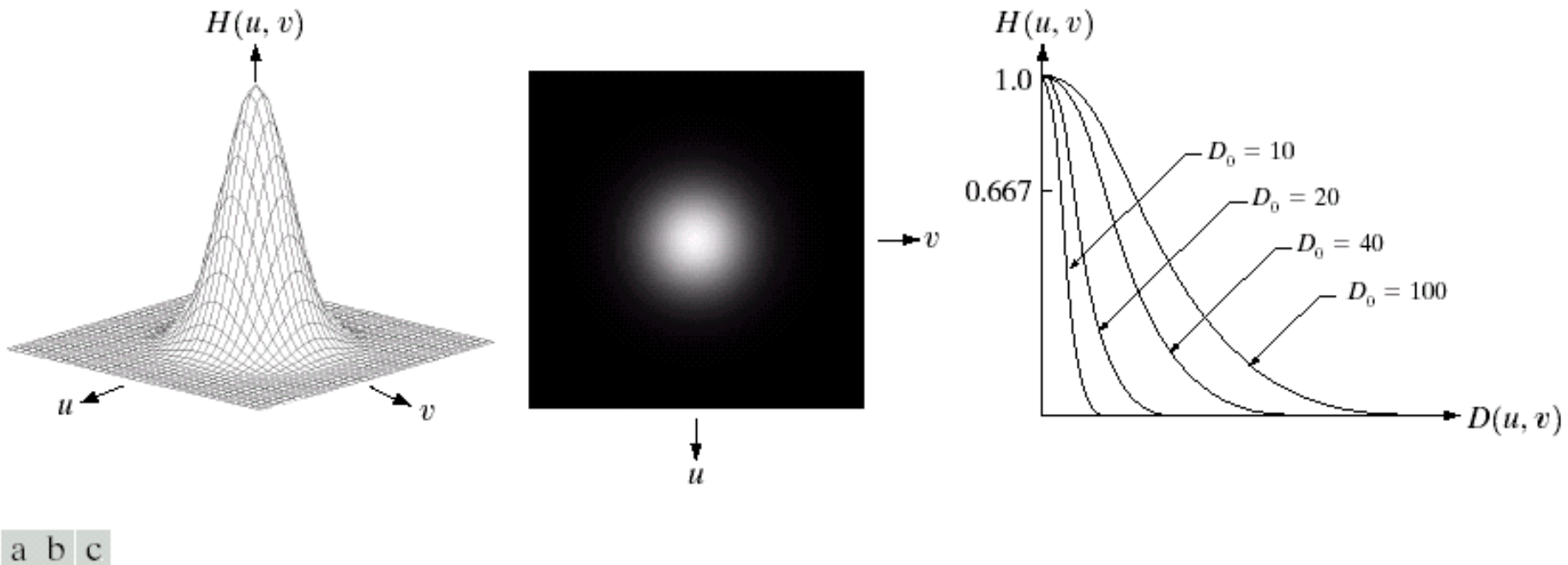
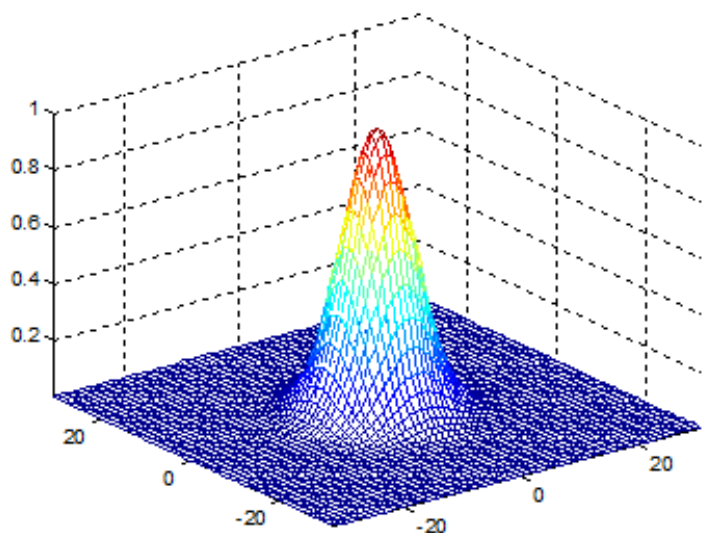


FIGURE 4.17 (a) Perspective plot of a GLPF transfer function. (b) Filter displayed as an image. (c) Filter radial cross sections for various values of D_0 .

Note: the Gaussian filter is the only filter that has no ripple and hence no ringing effect.



四、高斯低通滤波器

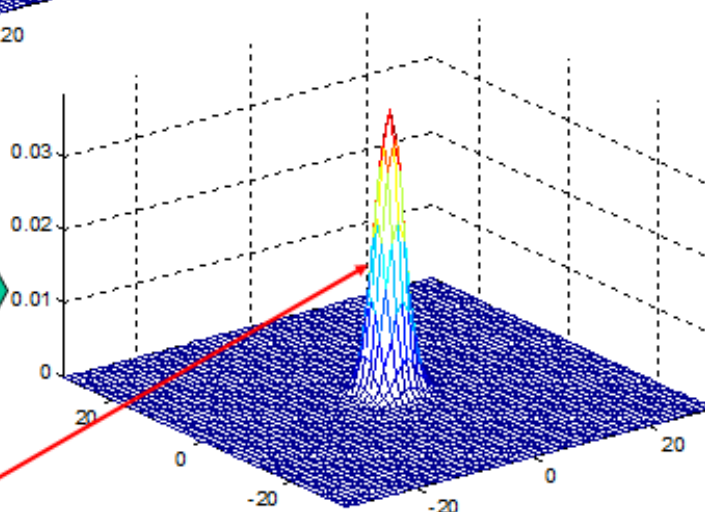
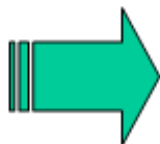


$$H(u, v) = e^{-D^2(u, v)/2D_0^2}$$



Gaussian lowpass
filter with $D_0 = 5$

Spatial responses of the
Gaussian lowpass filter
with $D_0 = 5$



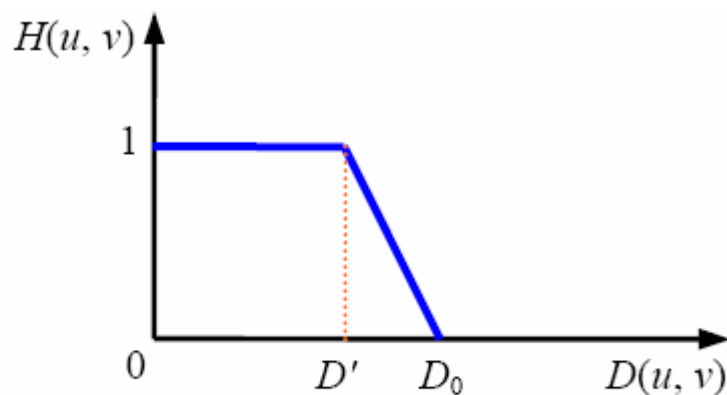
Gaussian shape



五、其他低通滤波器

梯形

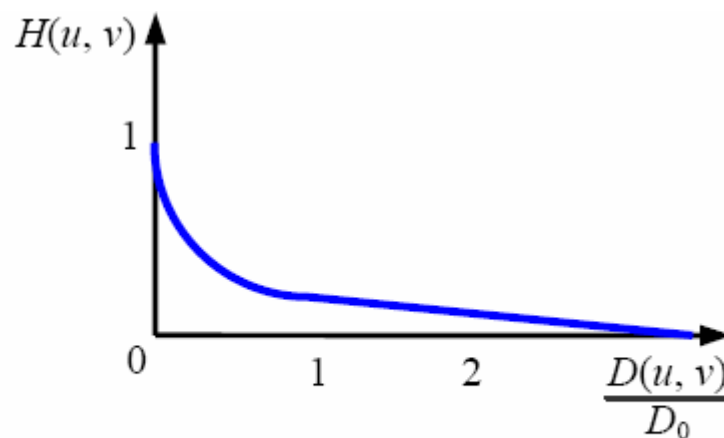
$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{如 } D(u, v) \leq D' \\ \frac{D(u, v) - D_0}{D' - D_0} & \text{如 } D' < D(u, v) < D_0 \\ 0 & \text{如 } D(u, v) > D_0 \end{cases}$$



梯形低通滤波器转移函数的剖面示意图

指数

$$H(u, v) = \exp \{ -[D(u, v) / D_0]^n \}$$



指数低通滤波器转移函数的剖面示意图



五、其它例子：字符识别前的增强处理

Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.



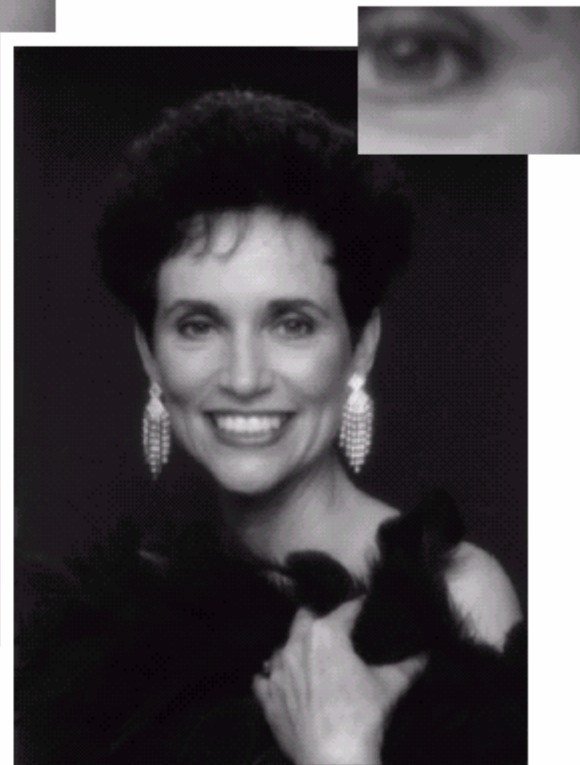
Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.





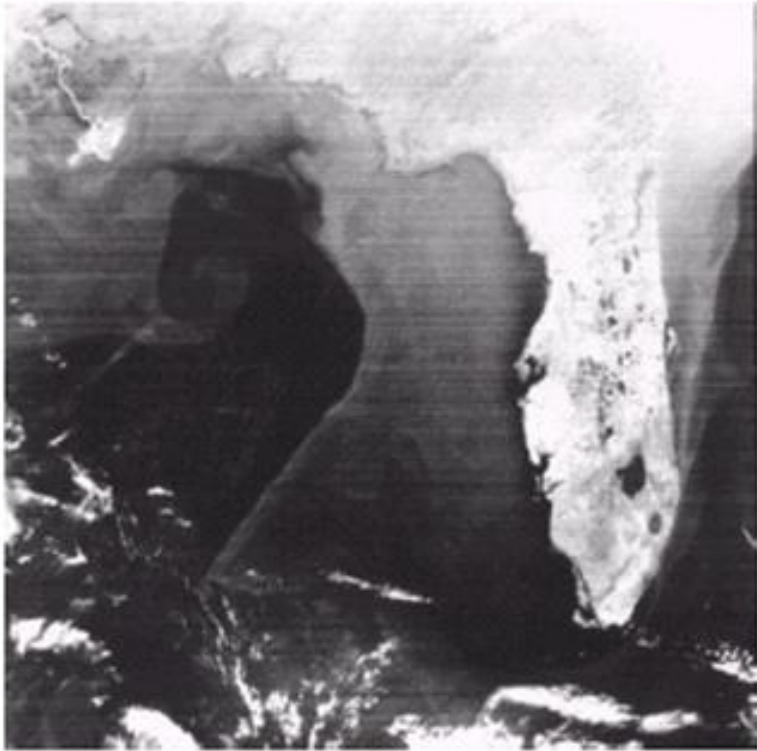
8.2 频率域平滑滤波器

其它例子：人脸皱纹处理

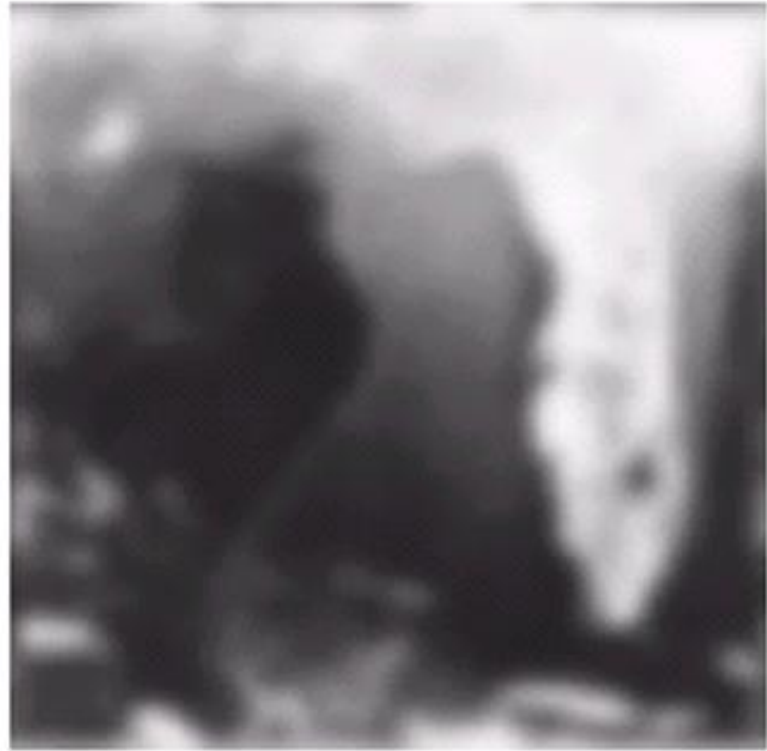




8.2 频率域平滑滤波器



Original image : The gulf of Mexico and Florida from NOAA satellite.



Filtered image

(Images from Rafael C. Gonzalez and Richard E. Wood, Digital Image Processing, 2nd Edition.

Remove artifact lines: this is a simple but crude way to do it!



8.1 频率域增强原理

8.2 频率域平滑滤波器

8.3 频率域锐化滤波器

8.4 同态滤波

8.5 选择性滤波

8.6 频域技术与空域技术





8.3 频率域锐化滤波器

图像中的边缘对应高频分量，所以锐化图像可用高通滤波器

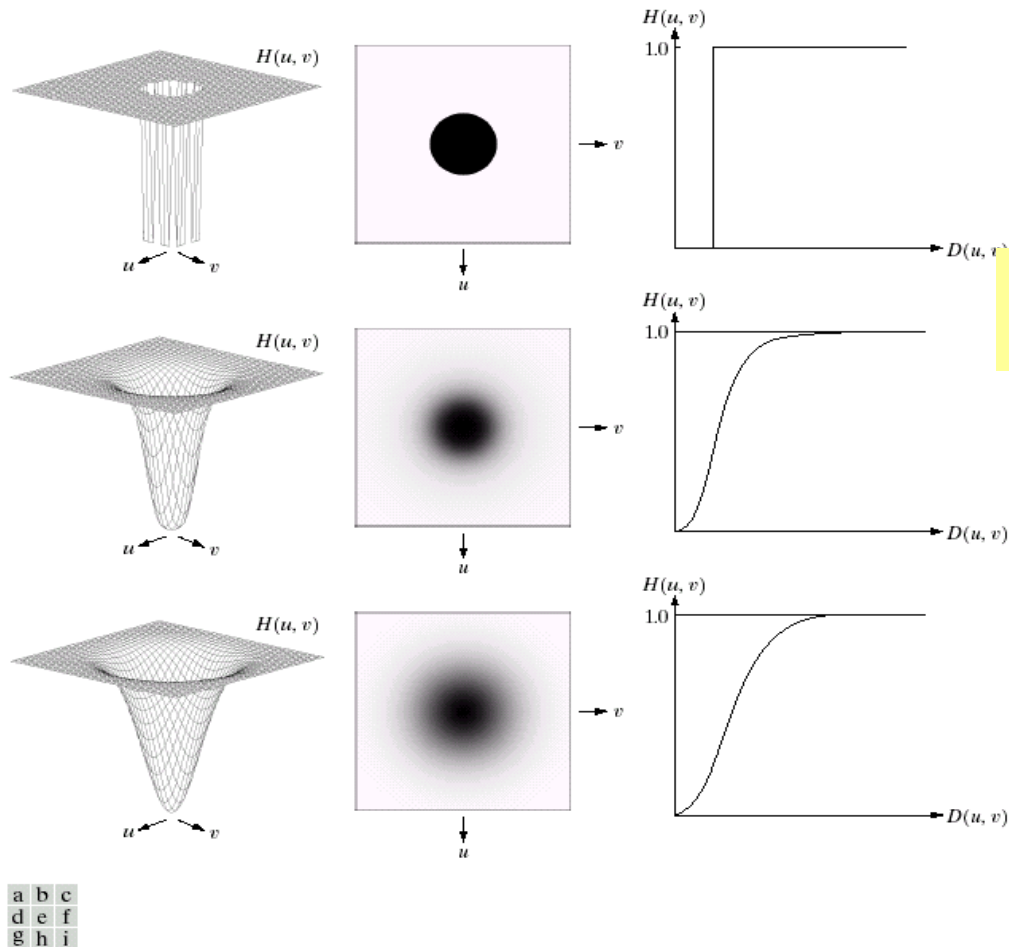
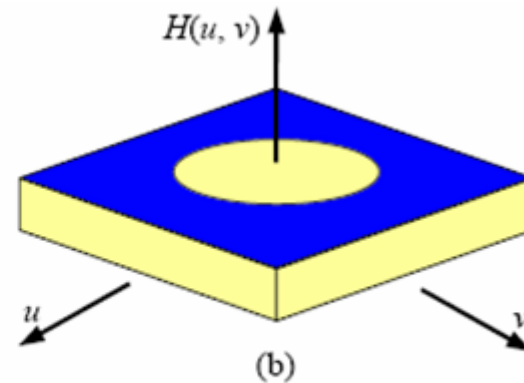
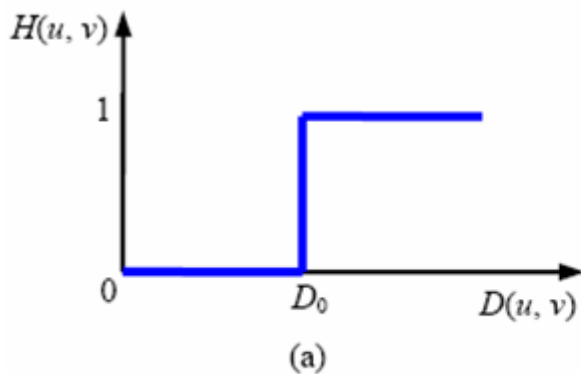


FIGURE 4.22 Top row: Perspective plot, image representation, and cross section of a typical ideal highpass filter. Middle and bottom rows: The same sequence for typical Butterworth and Gaussian highpass filters.



一、理想高通滤波器IHPF(Ideal High Pass Filter) 形状与低通滤波器的形状正好相反

$$H(u, v) = \begin{cases} 0 & \text{如 } D(u, v) \leq D_0 \\ 1 & \text{如 } D(u, v) > D_0 \end{cases}$$



理想高通滤波器转移函数的剖面示意图



二、巴特沃斯高通滤波器BHPF

形状与巴特沃斯低通滤波器的形状正好相反

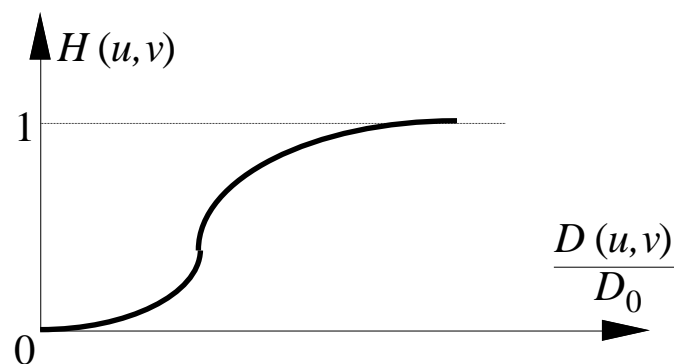
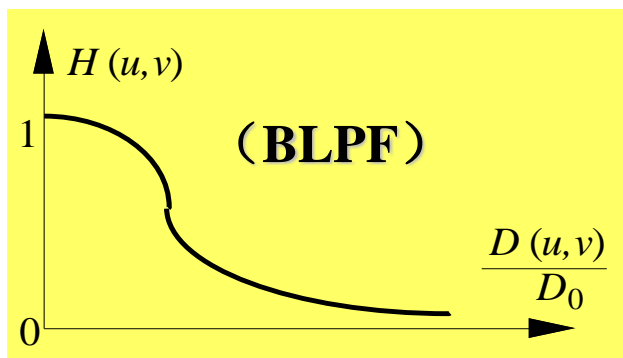
截断频率

使 H 值上升到最大值

某个百分比的频率

$$H(u, v) = 1/2$$

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D_0 / D(u, v)]^{2n}}$$



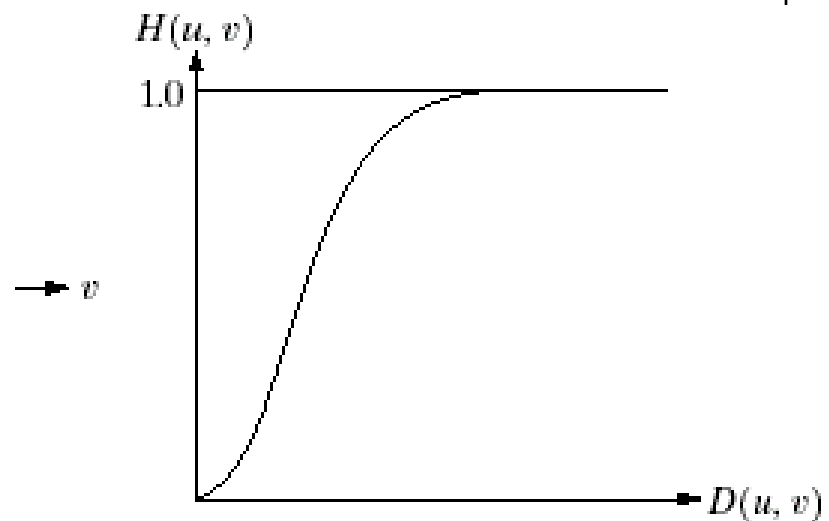
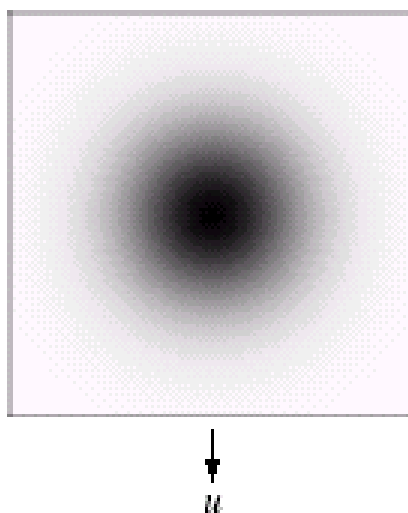
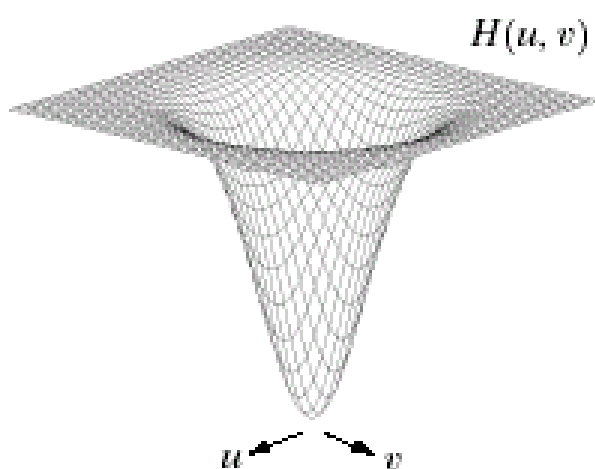


8.3 频率域锐化滤波器

高斯高通滤波器GHPF

形状与高斯低通滤波器的形状正好相反

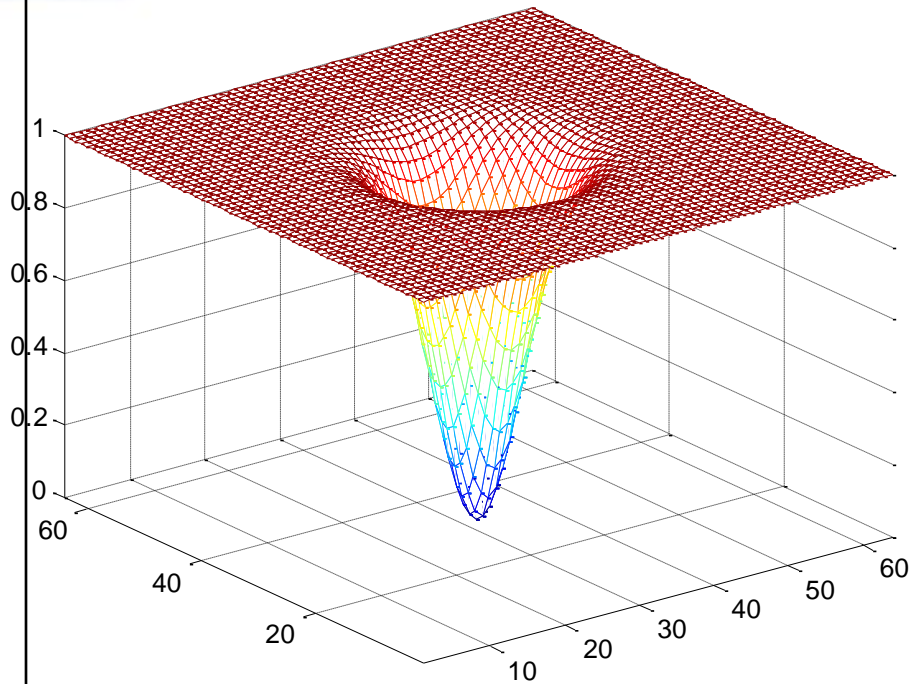
$$H(u, v) = 1 - e^{-D^2(u, v)/2D_0^2}$$





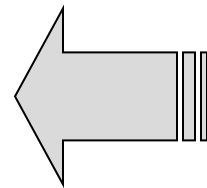
8.3 频率域锐化滤波器

高斯高通滤波器GHPF

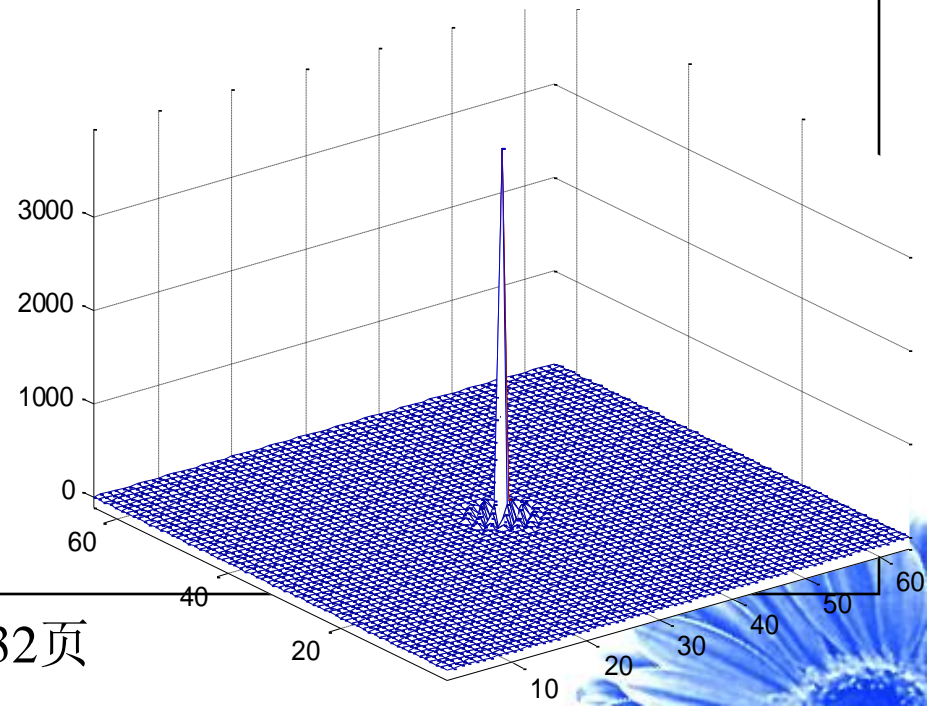


Spatial responses of the
Gaussian highpass filter
with $D_0 = 5$

$$H(u, v) = 1 - e^{-D^2(u, v) / 2D_0^2}$$



Gaussian highpass
filter with $D_0 = 5$





8.3 频率域锐化滤波器

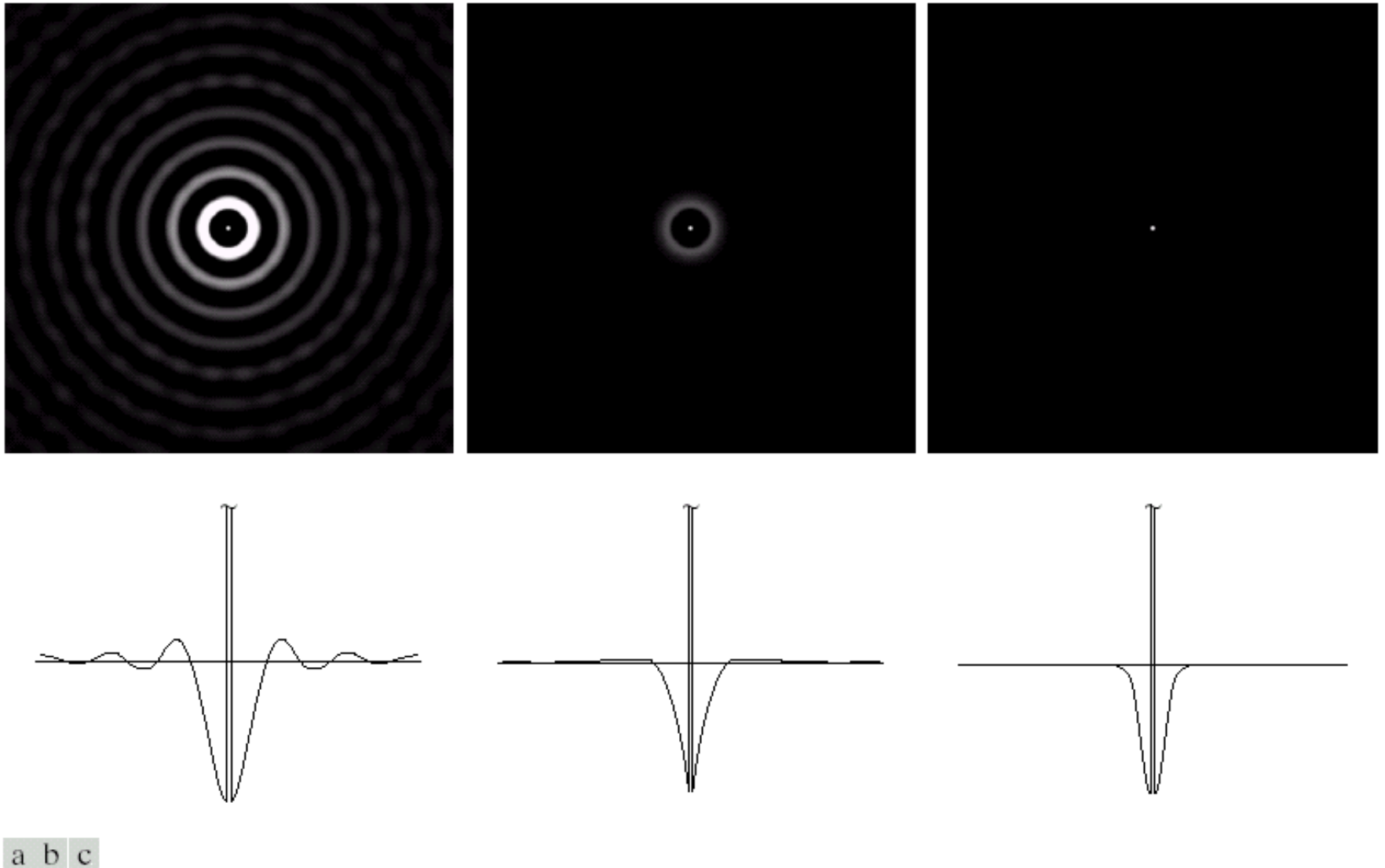
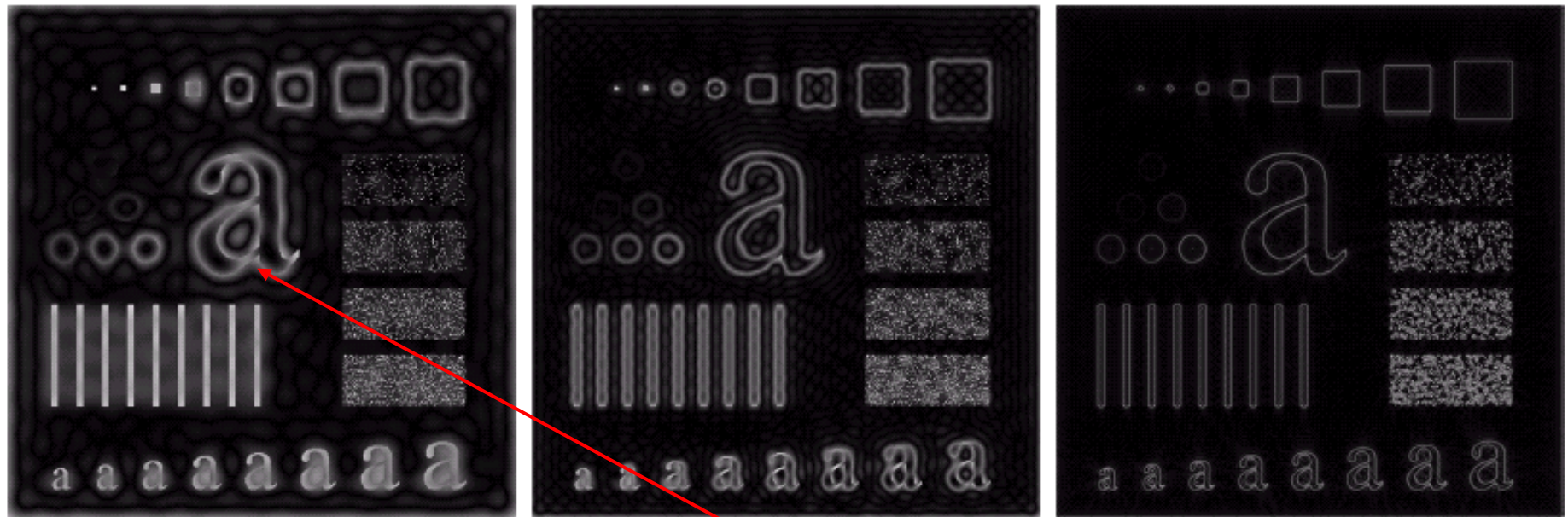


FIGURE 4.23 Spatial representations of typical (a) ideal, (b) Butterworth, and (c) Gaussian frequency domain highpass filters, and corresponding gray-level profiles.



8.3 频率域锐化滤波器



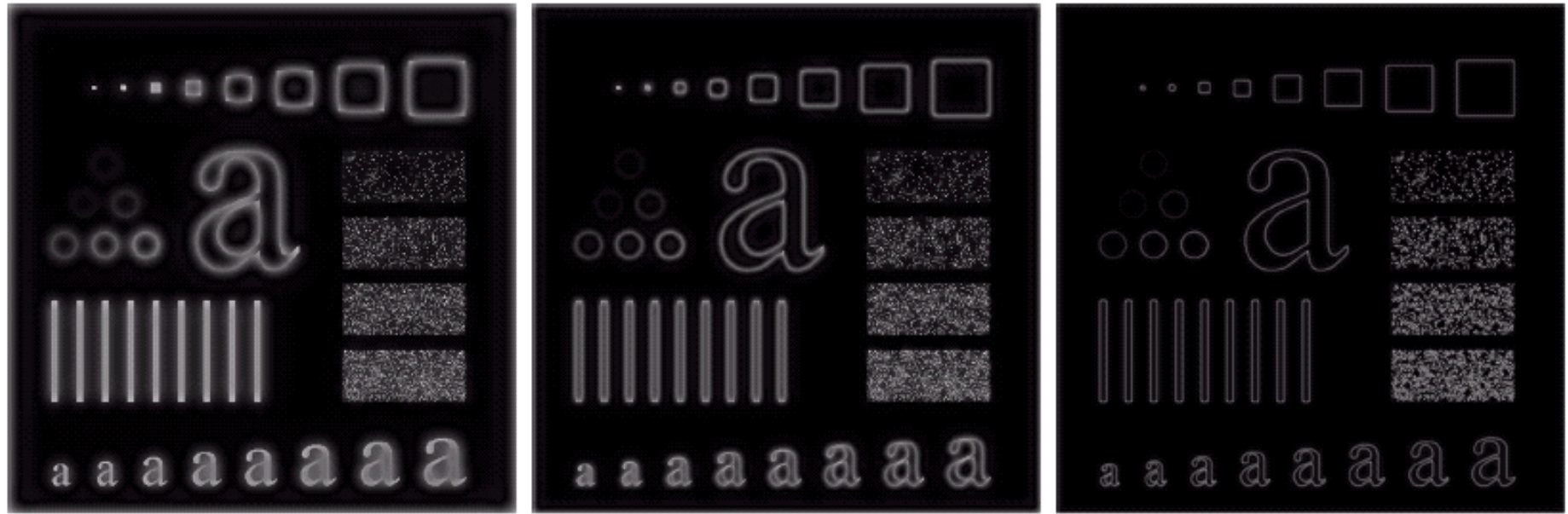
a b c

FIGURE 4.24 Results of ideal highpass filtering the image in Fig. 4.11(a) with $D_0 = 15$, 30, and 80, respectively. Problems with ringing are quite evident in (a) and (b).

**Ringing effect can be
obviously seen!**



8.3 频率域锐化滤波器



a b c

FIGURE 4.25 Results of highpass filtering the image in Fig. 4.11(a) using a BHPF of order 2 with $D_0 = 15$, 30, and 80, respectively. These results are much smoother than those obtained with an ILPF.



8.3 频率域锐化滤波器



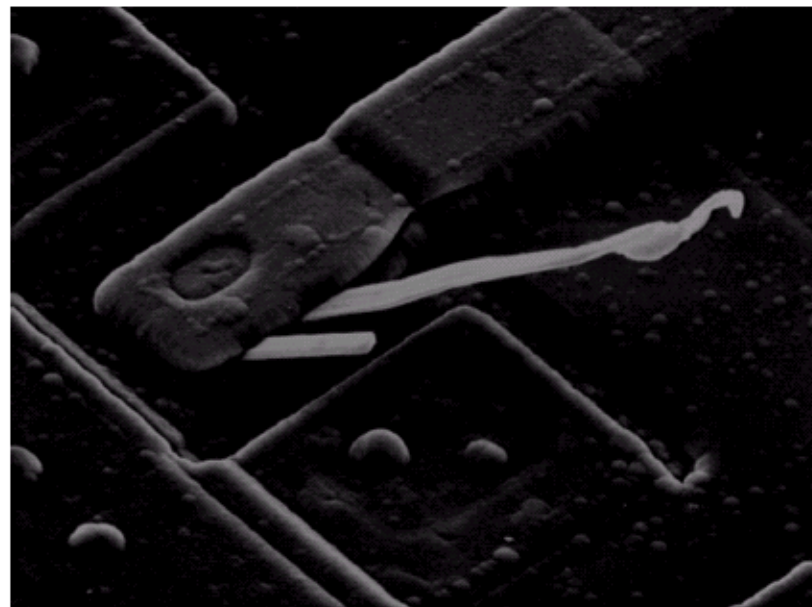
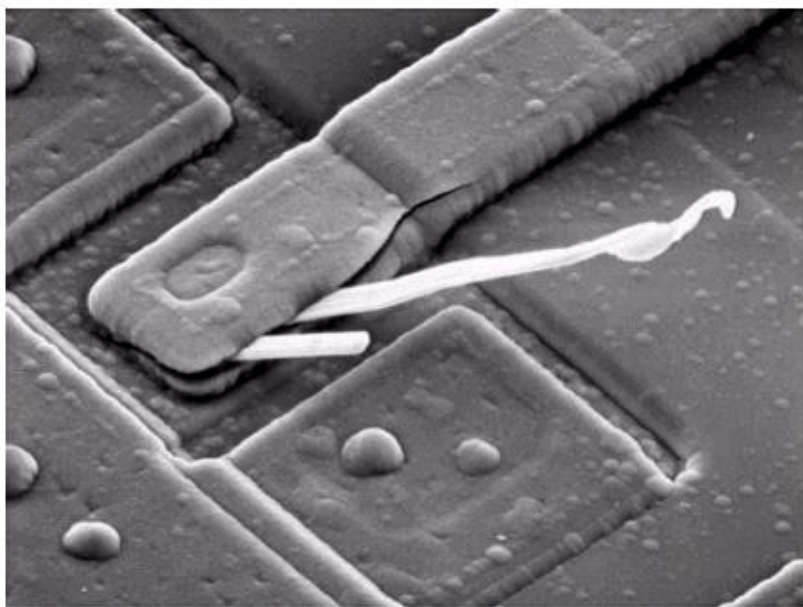
a b c

FIGURE 4.26 Results of highpass filtering the image of Fig. 4.11(a) using a GHPF of order 2 with $D_0 = 15$, 30, and 80, respectively. Compare with Figs. 4.24 and 4.25.



三、高频强调滤波器

1. 高通滤波的结果：边缘加强，光滑区域变暗



高通滤波去掉 $F(0,0)$ 分量，整体亮度消失





三、高频强调滤波器

2. 方法：改进转移函数

3. 高通滤波： $G(u, v) = H(u, v)F(u, v)$

高频强调转移函数： $H_e(u, v) = k \times H(u, v) + c$

高频强调输出图的傅立叶变换：

$$G_e(u, v) = k \times G(u, v) + c \times F(u, v)$$

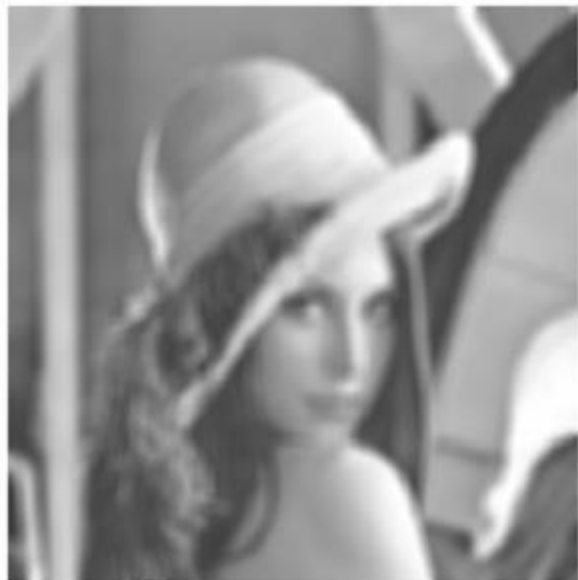
反变换回去：

$$g_e(x, y) = k \times g(x, y) + c \times f(x, y)$$





4. 例8.5高通强调滤波



(a)



(b)



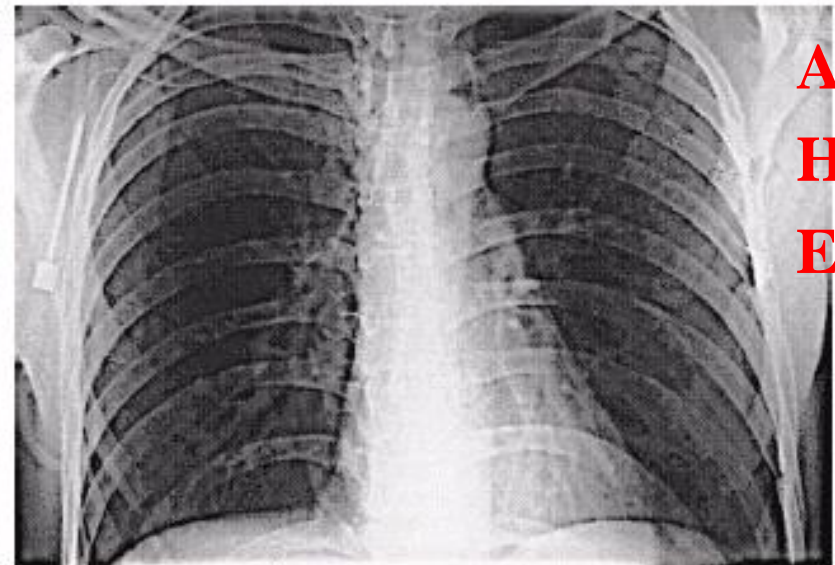
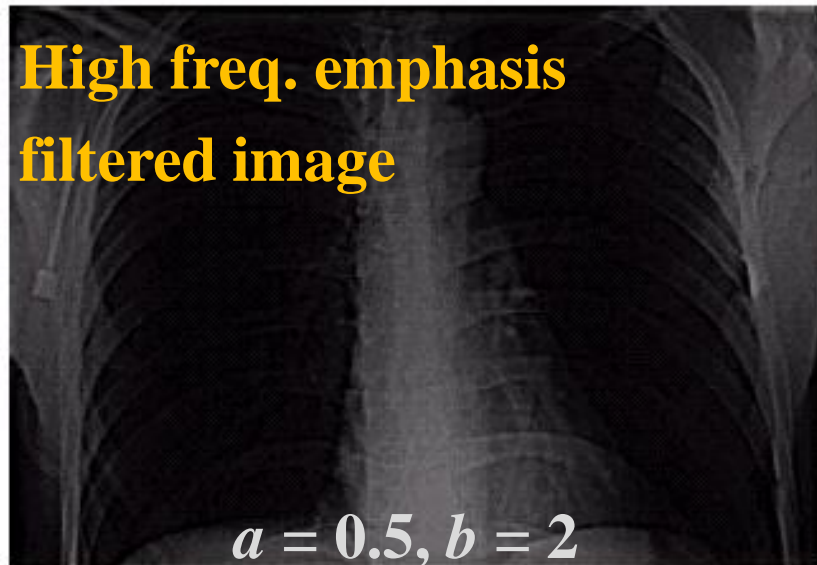
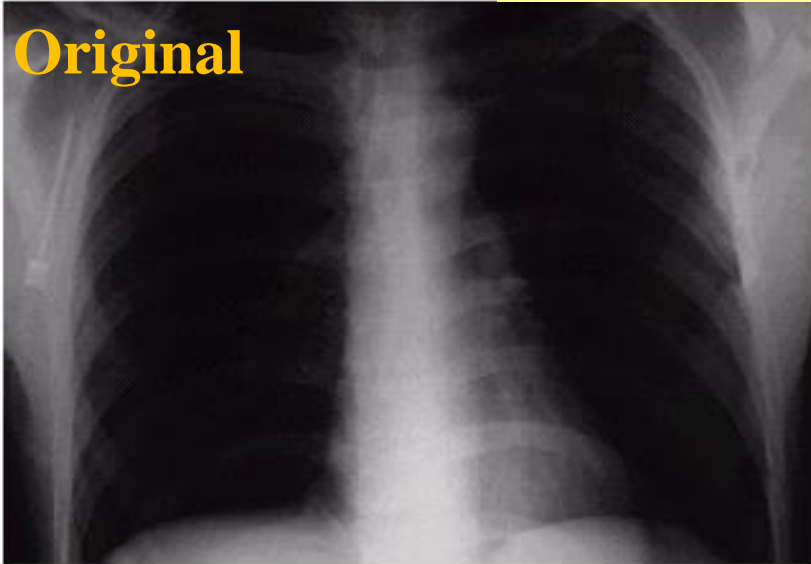
(c)

(a)比较模糊的图像 (b)阶为1的巴特沃斯高通滤波
(c)高通滤波增强的结果



8.3 频率域锐化滤波器

$$H_{hfe}(u, v) = a + bH_{hp}(u, v)$$





四、高频提升滤波器

1. 用原始图减去低通图得到高通滤波器的效果。
2. 把原始图乘以一个放大系数 A 再减去低通图就可构成高频提升 (high-boost) 滤波器

$$G_{HB}(u, v) = A \times F(u, v) - F_L(u, v) = (A - 1)F(u, v) + F_H(u, v)$$

$A = 1$: 高通滤波器

$A > 1$: 原始图的一部分与高通图相加, 恢复了高通滤波时丢失的低频分量



3. 例：高通滤波与高频提升滤波比较



高通滤波与高频提升滤波比较

(a)比较模糊的图像 (b)高通滤波处理的结果

(c)高频提升滤波器处理的结果 ($A=2$)

(d)对(c)进行了灰度范围的扩展

$$t = C \lg(1 + |s|)$$



8.3 频率域铝化滤波器

$$f_{hb}(x, y) = (A - 1)f(x, y) + f_{hp}(x, y)$$

f

$$f_{hp} = \nabla^2 P$$

$$A = 2$$

$$A = 2.7$$



8.1 频率域增强原理

8.2 频率域平滑滤波器

8.3 频率域锐化滤波器

8.4 同态滤波

8.5 选择性滤波

8.6 频域技术与空域技术





8.4 同态滤波

一、成像模型（照度和反射）： $f(x, y) = i(x, y) r(x, y)$

(1) 两边取对数：

$$\ln f(x, y) = \ln i(x, y) + \ln r(x, y)$$

(2) 两边取傅立叶变换： $F(u, v) = I(u, v) + R(u, v)$

(3) 用一频域函数 $H(u, v)$ 处理 $F(u, v)$ ：

$$H(u, v)F(u, v) = H(u, v)I(u, v) + H(u, v)R(u, v)$$

(4) 反变换到空域： $h_f(x, y) = h_i(x, y) + h_r(x, y)$

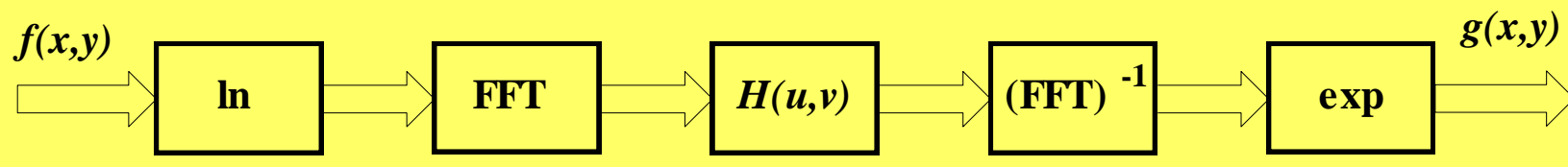
(5) 两边取指数：

$$g(x, y) = e^{|h_f(x, y)|} = e^{|h_i(x, y)|} \bullet e^{|h_r(x, y)|}$$



8.4 同态滤波

二、流程



$H(u, v)$: 同态(homomorphic)滤波器, 分别作用于照度分量和反射分量

分析:

(1) 图像照射分量变化缓慢; 反射分量在边缘处变化剧烈

(2) 图像对数的傅立叶变换后的低频部分对应照度分量, 高频成分对应反射分量

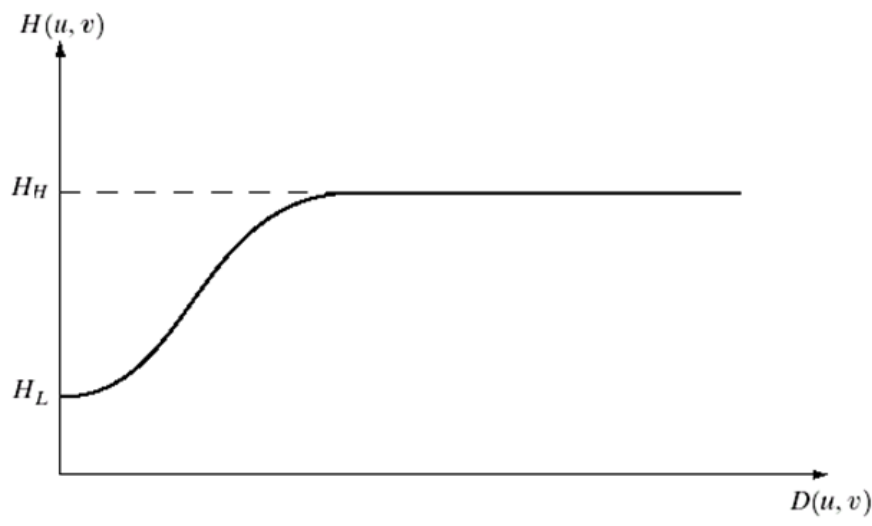
滤波器特点: 对高频和低频成分有不同的影响



8.4 同态滤波

三、典型应用：压缩图像的
动态范围，同时增加对比度

滤波器：



$$H(u, v) = (H_H - H_L)[1 - e^{-c(D^2(u, v)/D_0^2)}] + H_L$$

$$H_L < 1 \text{ 且 } H_H > 1$$

常数 c 用来控制滤波器函数斜面

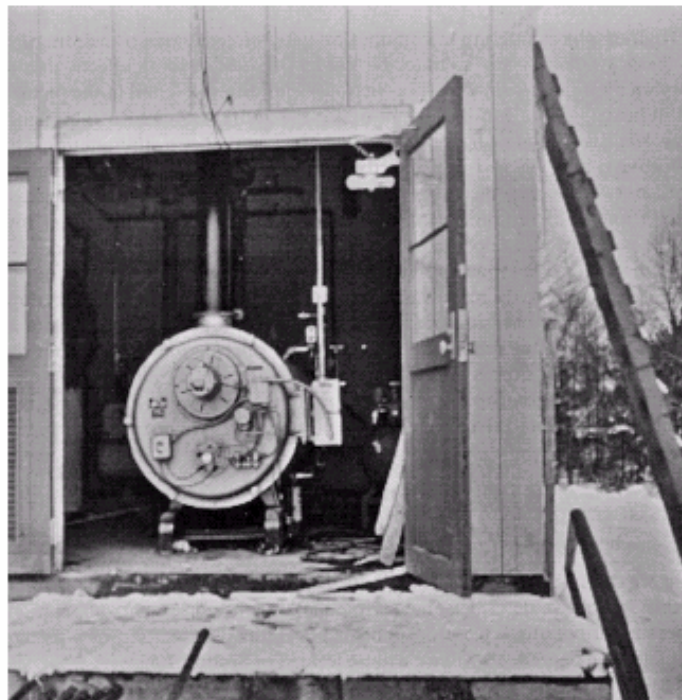


8.4 同态滤波

四、例：同态滤波增强



$$H_L = 0.5; H_H = 2.0$$



窗内细节变得清晰;
窗外的灰度得到平衡



8.1 频率域增强原理

8.2 频率域平滑滤波器

8.3 频率域锐化滤波器

8.4 同态滤波

8.5 选择性滤波

8.6 频域技术与空域技术



8.5 选择性滤波

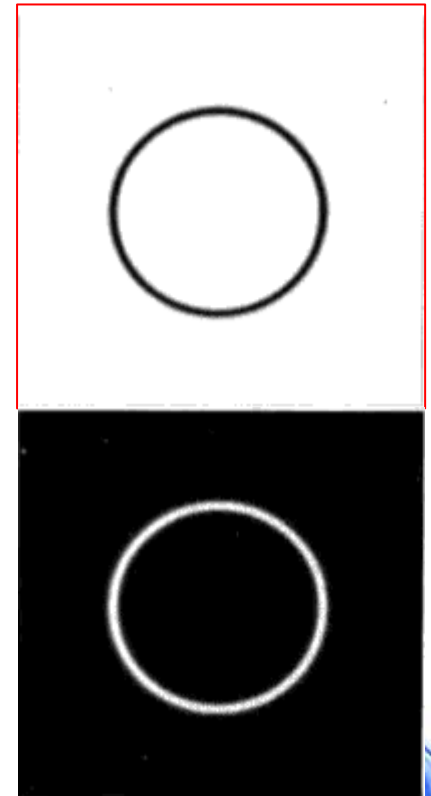
选择性滤波

带阻滤波器&带通滤波器

– 带阻滤波器也有三种特性。理想、巴特沃斯和高斯

理想	$H_{BR}(u, v) = \begin{cases} 0, D_0 - \frac{W}{2} \leq D \leq D_0 + \frac{W}{2} \\ 1, other \end{cases}$
巴特沃斯	$H_{BR}(u, v) = \frac{1}{1 + \left(\frac{DW}{D^2 - D_0^2} \right)^{2n}}$
高斯	$H_{BR}(u, v) = 1 - e^{-\left[\frac{D^2 - D_0^2}{DW} \right]^2}$

$$H_{BP}(u, v) = 1 - H_{BR}(u, v)$$



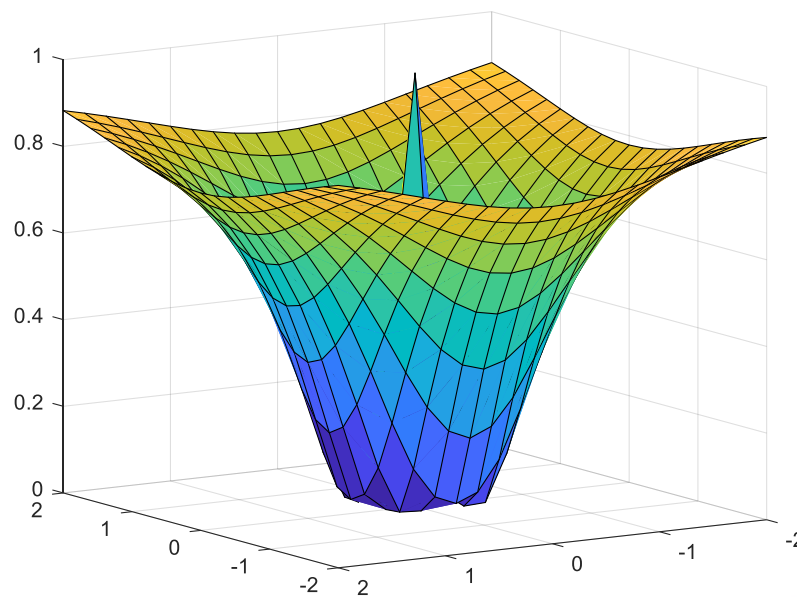
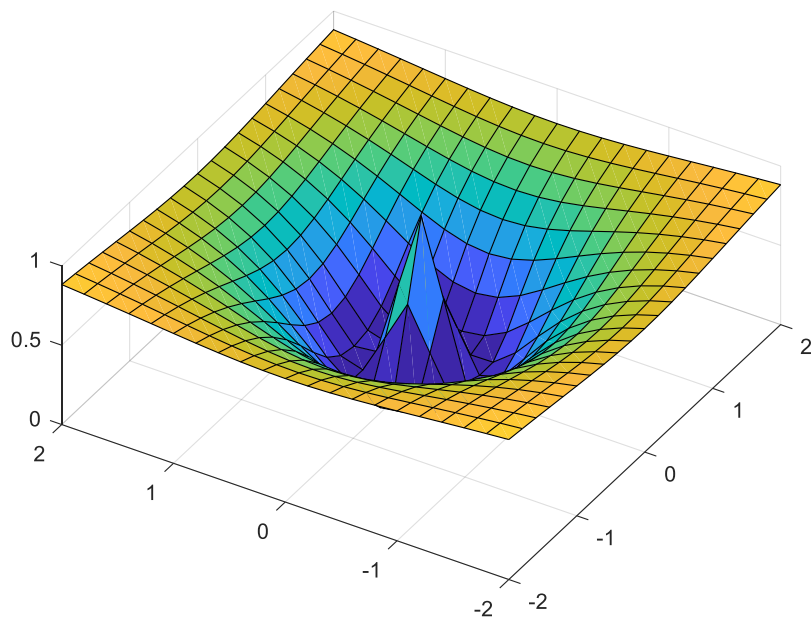


8.5 选择性滤波

选择性滤波

带阻滤波器&带通滤波器

- 带阻滤波器也有三种特性。理想、**巴特沃斯**和高斯



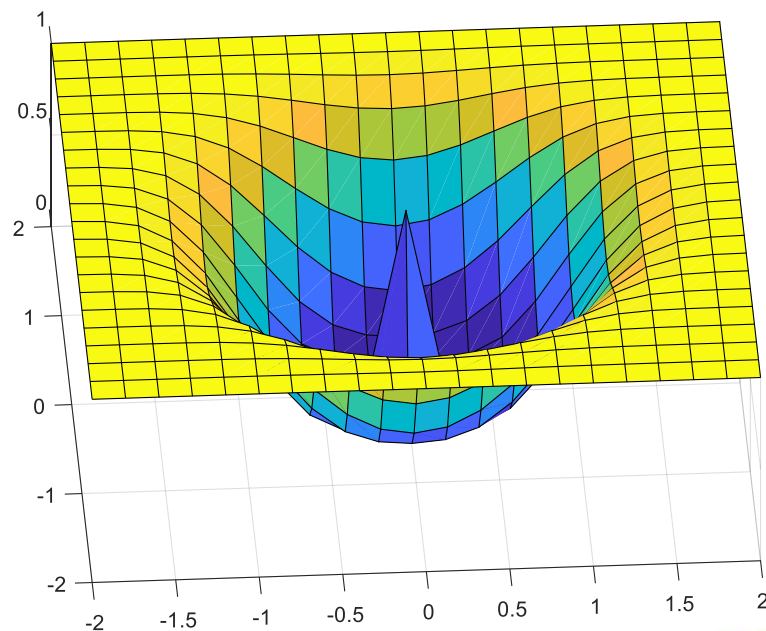
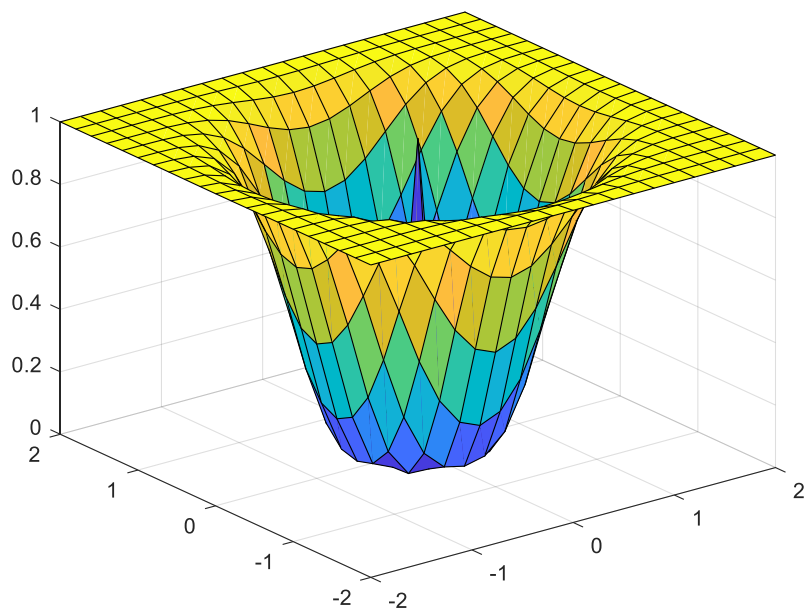


8.5 选择性滤波

选择性滤波

带阻滤波器&带通滤波器

- 带阻滤波器也有三种特性。理想、**巴特沃斯**和**高斯**

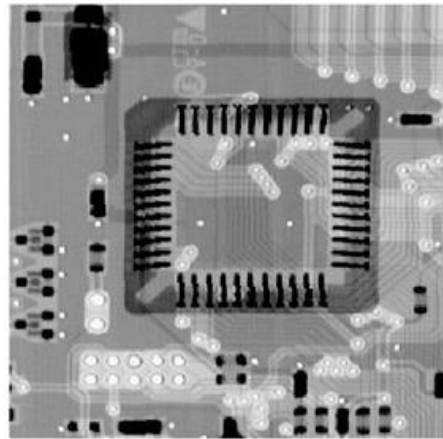




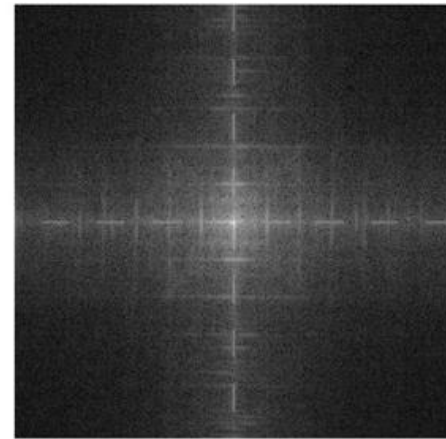
8.5 选择性滤波

选择性滤波

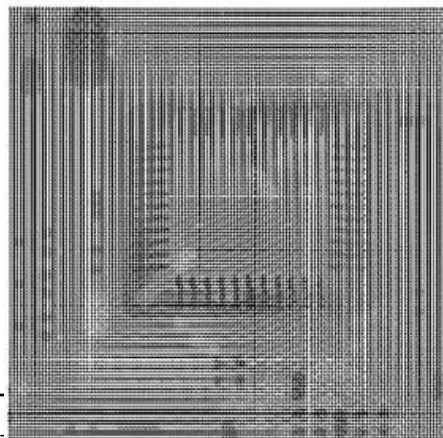
带阻滤波器&带通滤波器



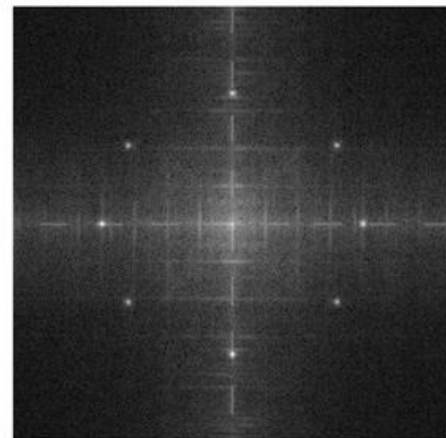
a). Original Image



b). Fourier spectrum of a



b). Result of add noise



c). Fourier spectrum of b

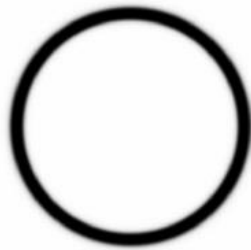




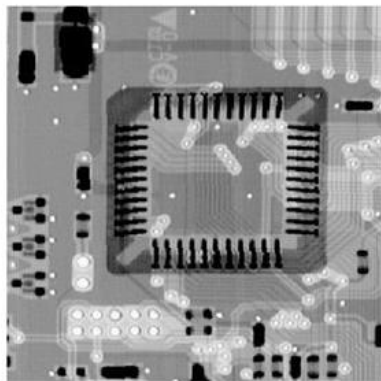
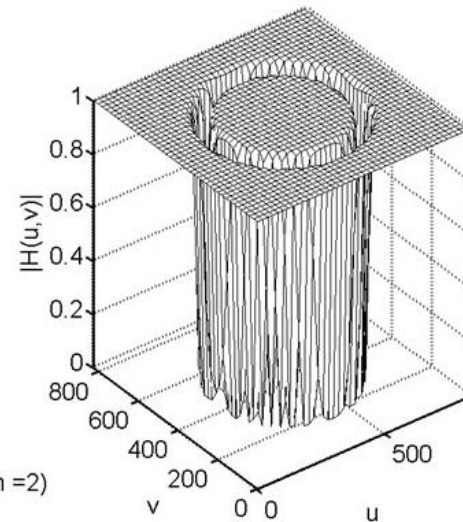
8.5 选择性滤波

选择性滤波

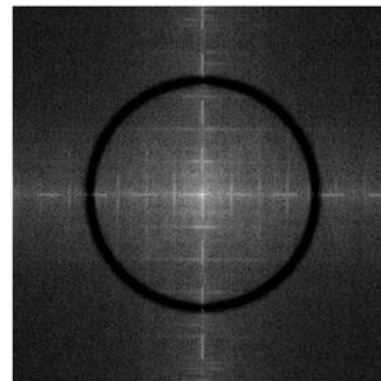
带阻滤波器&带通滤波器



d). Butterworth Bandpass filter($D=355$ $W=40$ $n=2$)



f). Result of denoise



e). Fourier spectrum of f



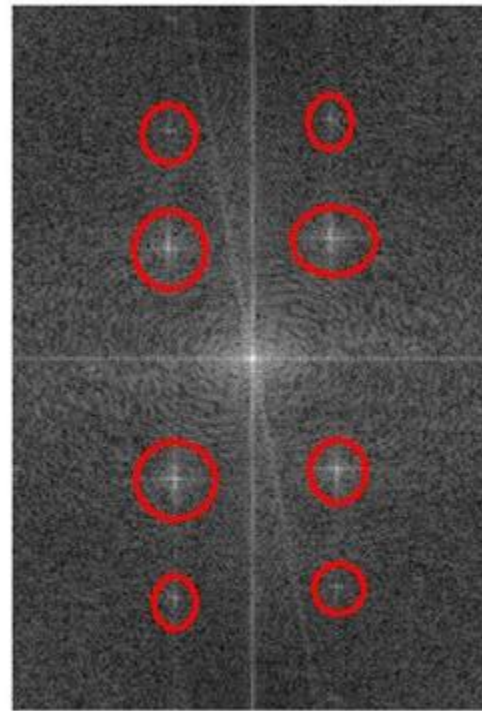
8.5 选择性滤波

选择性滤波

陷波滤波器(Notch Filter)



a). Original Image



b). Fourier spectrum of a



8.5 选择性滤波

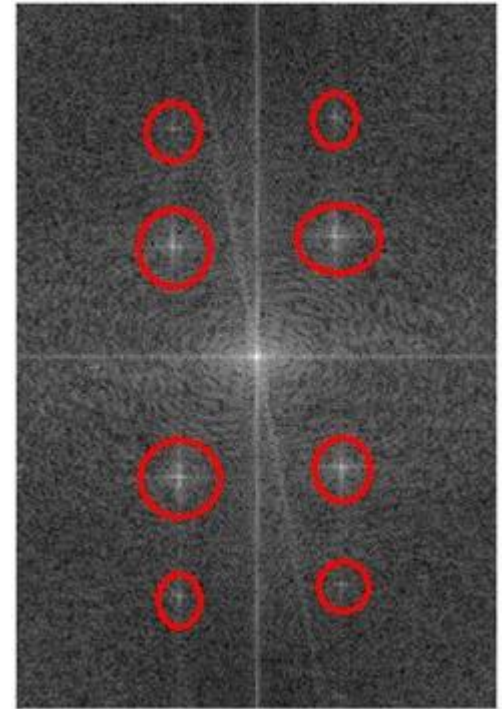
选择性滤波

陷波滤波器(Notch Filter)

$$H_{NR} = \prod_{k=1}^K \left[\frac{1}{1 + (D_{0k} / D_k(u, v))^{2n}} \right] \left[\frac{1}{1 + (D_{0k} / D_{-k}(u, v))^{2n}} \right]$$

$$D_k(u, v) = \sqrt{\left(u - \frac{P}{2} - u_k\right)^2 + \left(v - \frac{Q}{2} - v_k\right)^2}$$

$$D_{-k}(u, v) = \sqrt{\left(u - \frac{P}{2} + u_k\right)^2 + \left(v - \frac{Q}{2} + v_k\right)^2}$$

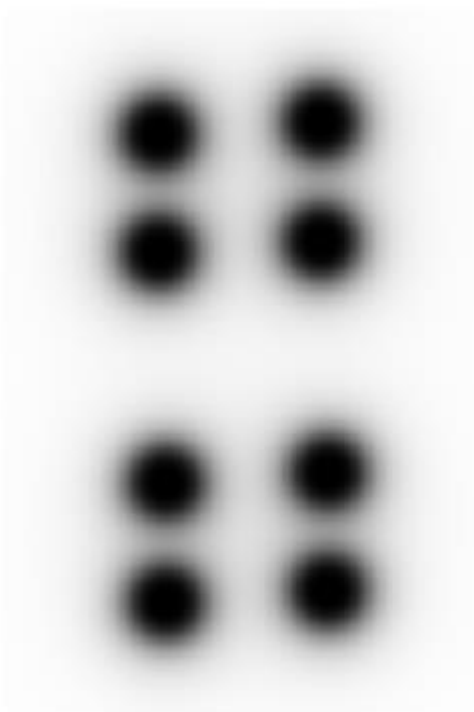




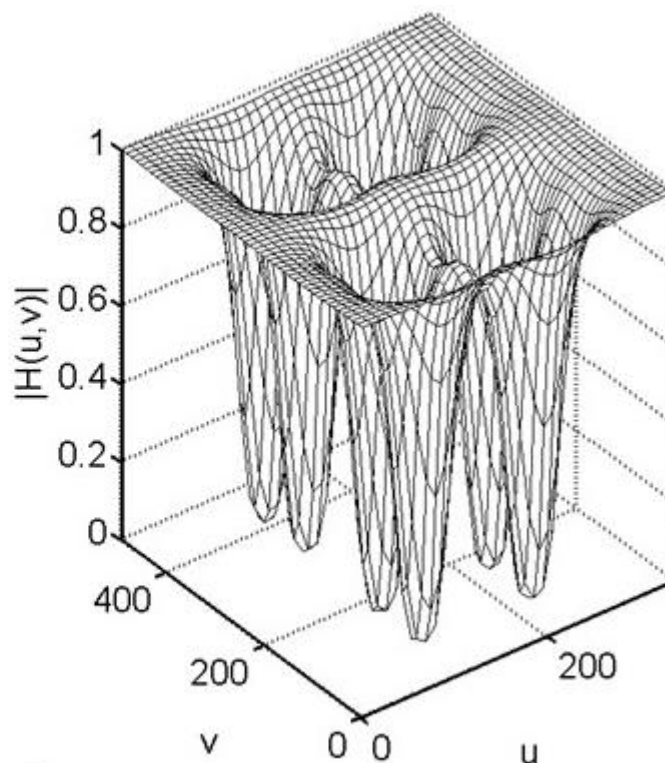
8.5 选择性滤波

选择性滤波

陷波滤波器(Notch Filter)



c). Butterworth Bandpass filter($D=355$ $W=40$ $n=2$)





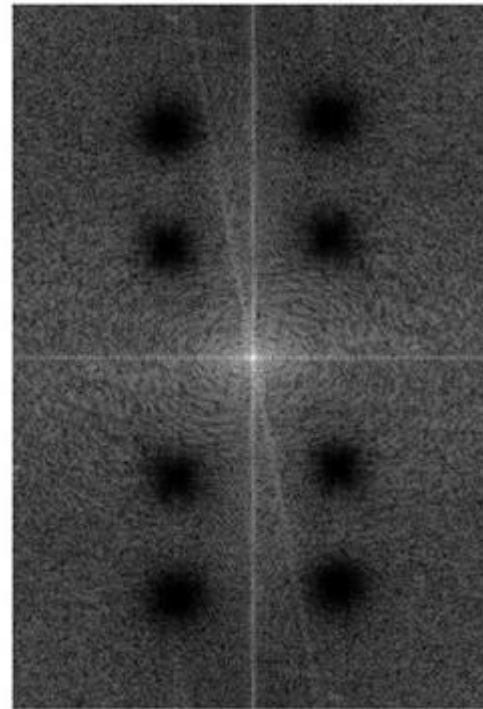
8.5 选择性滤波

选择性滤波

陷波滤波器(Notch Filter)



d). Result image



e). Result of filtering using d



8.1 频率域增强原理

8.2 频率域平滑滤波器

8.3 频率域锐化滤波器

8.4 同态滤波

8.5 选择性滤波

8.6 频域技术与空域技术



(1) 空间滤波器的工作原理可借助频域进行分析

空间平滑滤波器

消除或减弱图像中灰度值具有较大较快变化部分的影响，这些部分对应频域中的高频分量，所以可用频域低通滤波来实现

空间锐化滤波器

消除或减弱图像中灰度值缓慢变化的部分，这些部分对应频域中的低频分量，所以可用频域高通滤波来实现

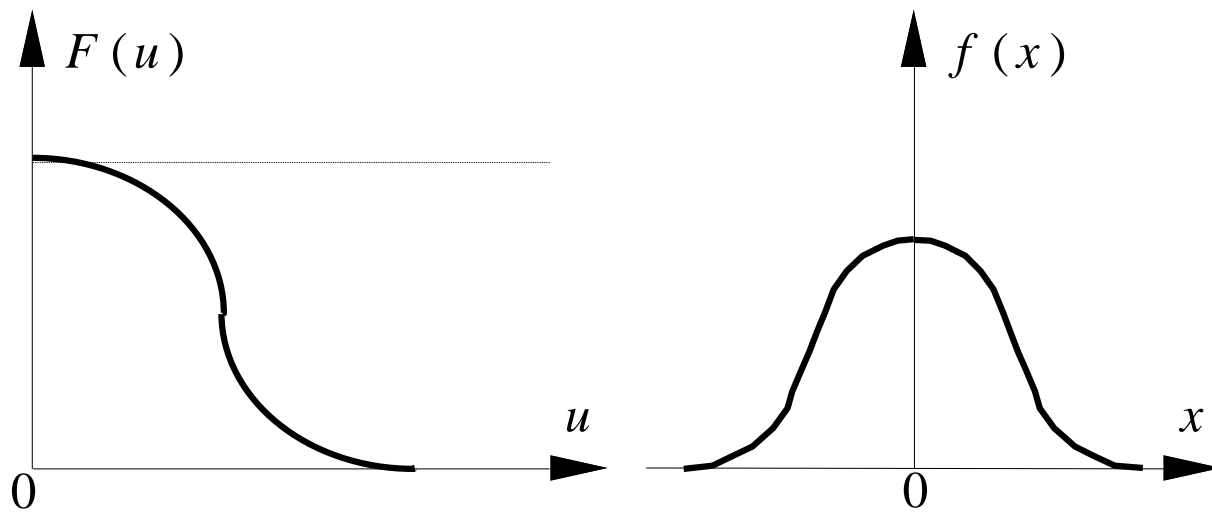




(2) 空域中的平滑滤波器在频域里对应低通滤波器

频域越宽，空域越窄，平滑作用越弱

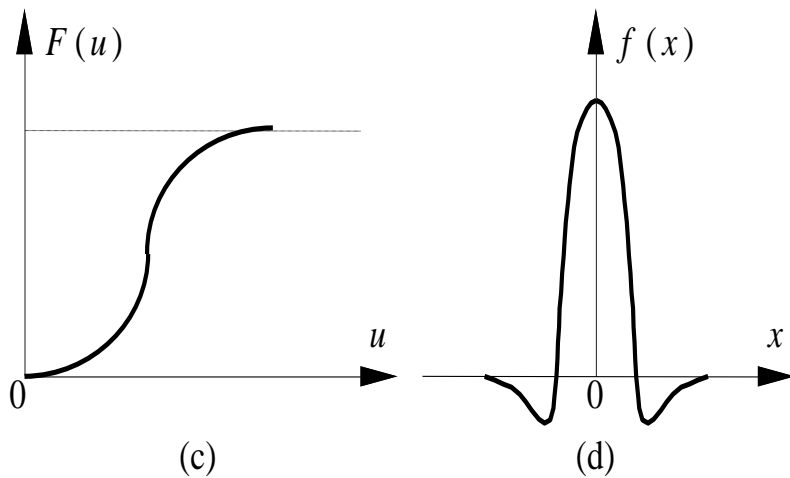
频域越窄，空域越宽，模糊作用越强



平滑模板系数为正，且中部系数值较大



(3) 空域中的锐化滤波器在频域里对应高通滤波器 空域有正负值，模板中心系数值较大



0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

(a)

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

(b)

两种拉普拉斯模板



1. 频率域平滑滤波

- 消除高频成分

2. 频率域锐化滤波

- 消除低频成分

3. 同态滤波

- 滤波器同时对高低频成分影响





8.1、设仅利用像素点 (x, y) 的4 - 近邻像素（不包括 (x, y) 本身）组成一个低通滤波器。

(1) 给出它在频域的等价滤波器 $H(u, v)$;

(提示: $g(x, y) = \{f(x+1, y) + f(x, y+1) + f(x-1, y) + f(x, y-1)\}/4$)

(2) 说明所得结果确实是一个低通滤波器。

8.2、在什么条件下巴特沃斯低通滤波器变成理想低通滤波器?

8.3、证明可以通过在频域内用原始图减去低通滤波图得到高通滤波的结果



