



A 卷

2010—2011 学年第二学期
《概率论与随机过程》期末试卷

专业班级 _____

姓 名 _____

学 号 _____

开课系室 _____ 理学院基础数学系

考试日期 _____ 2011 年 7 月 2 日

页 号	一	二	三	四	五	总分
本页满分	30	22	16	20	12	
本页得分						
阅卷人						

注意事项:

1. 请在试卷正面答题, 反面及附页可作草稿纸;
2. 答题时请注意书写清楚, 保持卷面清洁;
3. 本试卷共六七道大题, 满分 100 分; 试卷本请勿撕开, 否则作废;
4. 本试卷正文共 5 页。

一. 填空题 (共 7 小题, 每空 3 分, 共计 21 分)

1. 一个袋子装有 4 个白球 2 个黑球, 另一个袋子装有 3 个白球 5 个黑球, 如果从每一袋中抽一个球, 则两球都是白球的概率为_____。
2. 设事件 A, B 相互独立, 已知 $P(A)=0.5, P(A \cup B)=0.6$, 则 $P(\overline{AB})=$ _____。
3. 在区间 $[0, 1]$ 内随机地选两个点, 则它们的平方和不超过 1 的概率为_____。
4. 设 $\{X(t), t \geq 0\}$ 是一强度为 3 的泊松过程, 则 $\{X(t), t \geq 0\}$ 的, 自协方差函数为_____。
5. 设随机变量 X 服从参数为 0.5 的指数分布, 随机变量 Y 服从参数为 10 和 0.1 的二项分布, 且 X, Y 相互独立, 则 $D(X - 10Y)=$ _____。
6. 设相互独立的随机变量 X 和 Y 的数学期望分别是 -2 和 2, 方差分别为 1 和 3, 则根据切比雪夫不等式 $P\{|X + Y| \geq 6\} \leq$ _____。
7. 已知一批产品的重量 $X \sim N(\mu, 2)$, 随机抽取 16 个, 测得平均重量为 $\bar{x} = 50$, 则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为_____。

二. 选择题 (共 5 小题, 每小题 3 分, 共计 15 分)

1. 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则随着 σ 的增大, 概率 $P\{|X - \mu| < \sigma\}$ _____。
A. 单调增大 B. 单调减小 C. 增减不定 D. 保持不变
2. 设 X 与 Y 相互独立且同分布: $P\{X = -1\} = P\{Y = -1\} = 1/2$,
 $P\{X = 1\} = P\{Y = 1\} = 1/2$, 则下列各式中成立的是_____。
A. $P\{XY = 1\} = 1/4$ B. $P\{X = Y\} = 1$
C. $P\{X + Y = 0\} = 1/4$ D. $P\{X = Y\} = 1/2$
3. 设 $X_1 \sim N(0, \frac{1}{4})$, $X_2 \sim N(0, \frac{1}{9})$ 相互独立, $X = aX_1^2 + bX_2^2$, 且 $X \sim \chi^2(2)$, 则_____。
A. $a = 2, b = \sqrt{3}$ B. $a = 4, b = 9$
C. $a = 2, b = 3$ D. $a = 1, b = 1$
4. 设随机变量 $X \sim t(10), Y = \frac{1}{X^2}$, 则 ()。
A. $Y \sim F(10, 1)$ B. $Y \sim F(1, 10)$

C. $Y \sim \chi^2(10)$

D. $Y \sim \chi^2(9)$

5. 设一齐次马氏链的一步转移概率矩阵为: $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, 则该马氏链_____。

A. 具有遍历性, 存在平稳分布;

B. 具有遍历性, 不存在平稳分布;

C. 不具有遍历性, 但存在平稳分布;

D. 不具有遍历性, 也不存在平稳分布。

三. 计算题 (共 4 小题, 每小题 8 分, 共计 32 分)

1. 已知 $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B|A) = \frac{1}{3}$, $P(A|B) = \frac{1}{2}$, 求 $P(B)$ 和 $P(\bar{A}\bar{B})$ 。

2. 已知随机变量的分布列为

X	0	1	2
p_k	0.2	p	0.5

求: (1) p ; (2) $E(2X-3)^2$; (3) $D(X-1)$ 。

3. 设随机向量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-(x+y)}, & x \geq 0, y \geq 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求: $EX, DY, Cov(X, Y)$.

4. 设有随机相位正弦波随机过程 $X(t) = \cos(6t + \Theta)$, $t \in (-\infty, +\infty)$ 其中 Θ 是在 $(0, 2\pi)$ 上服从均匀分布的随机变量, 求该随机过程的均值函数、方差函数和自相关函数。

四. (本题满分 10 分) 一台机床加工了甲、乙、丙三种型号的产品, 甲、乙、丙三种型号的数量分别占总数的 40%, 50% 和 10%, 产品的合格率分别为 97%, 99% 和 98%, 现从该机床加工的产品中任取一件, 求:

- (1) 取到的是不合格品的概率;
- (2) 若已知取到的是不合格品, 它是甲型号的概率。

五. (本题满分 10 分)

已知随机变量 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \theta x^{-\theta-1} & x > 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

其中 $\theta > 1$ 是未知参数, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的一个容量为 n 的简单随机样本, 求 θ 的矩估计量和极大似然估计量。

六. (本题满分 6 分) 设 $\{X_n, n \geq 0\}$ 是具有三个状态 0, 1, 2 的齐次马氏链, 一步转移概率矩阵为

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.4 & 0.2 \\ 0.4 & 0.2 & 0.4 \\ 0.2 & 0.4 & 0.4 \end{bmatrix}$$

初始分布 $p_j(0) = P\{X_0 = j\} = 1/3, j = 0, 1, 2$. 试求

(1) $P\{X_0 = 0, X_2 = 1\}$; (2) $P\{X_2 = 1\}$; (3) 极限分布。

七. (本题满分 6 分) 设 X_1, X_2, \dots, X_9 是来自正态总体 $N(10, 9)$ 的一个简单随机样本, 其样本均值为 \bar{X} , 令 $Y = X_1 - \bar{X}$, 求随机变量 Y 的分布密度。