第二章 随机变量及其分布习题参考答案与提示

1．对某一目标进行射击，直到击中为止。如果每次射击命中率为 p ，求射击次数的分布律。

答案与提示：要求其分布律，只需确定随机变量的一切可能取值及相应的概率即可，若设 X 表示射击次数，

X 的分布律为

X	1	2	3	……	k	……
p_k	p	$p(1-p)$	$p(1-p)^2$	……	$p(1-p)^{k-1}$	……

2．一批零件中有 9 个合格品与 3 个废品，安装时从这批零件中任取一个，如果每次取出的废品不再放回，求在取得合格品以前取出的废品数的分布律。

答案与提示：在取得合格品以前取出的废品数是一随机变量，要求其分布律，只需确定随机变量的一切可能取值及相应的概率即可。若设 X 表示在取得合格品以前取出的废品数，

随机变量 X 的分布律为

X	0	1	2	3
p_k	3/4	9/44	9/220	1/220

3．设随机变量 X 的分布列为

X	0	1	2	3
p_k	1/5	2/5	3/10	1/10

求：(1) X 的分布函数 $F(x)$ ；(2) $P\{X \le 2\}$ ；(3) $P\{1 \le X < 3\}$

答案与提示：(1) 由概率分布与分布函数的关系式

$$F(x) = P\{X \le x\} = \sum_{x_k \le x} p_k$$

得 X 的分布函数 $F(x)$

$$F(x) = P\{X \le x\} = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1/5, & 0 \le x < 1 \\ 3/5, & 1 \le x < 2 \\ 9/10, & 2 \le x < 3 \\ 1, & 3 \le x \end{cases}$$

(2) $P\{X \le 2\} = F(2) = 9/10$ ；

(3) $P\{1 \le X < 3\} = P\{1 < X \le 3\} - P\{X = 3\} + P\{X = 1\}\} = 1 - \frac{3}{5} - \frac{1}{10} + \frac{2}{5} = 7/10$ 。

4．已知 $X_i\ (i=1,2)$ 的分布函数为 $F_i(x)$。设 $F(x)=aF_1(x)+\frac{1}{2}F_2(x)$ 是某一随机变量的分布函数，求常数 a。

答案与提示：要使 $F(x)=aF_1(x)+\frac{1}{2}F_2(x)$ 是某一随机变量的分布函数，由分布函数的性质知，解得 $a=1/2$。

5．将3个球随机地放入4个杯子中去，求某杯中有球个数的分布律。

答案与提示：某杯中有球个数只有4种可能：3个球都在该杯中；3个球中的两个球放在该杯中；3个球中的一个球放入该杯中；3个球都不在该杯中。因此某杯中有球个数是一个离散型随机变量，它可能的取值为0，1，2，3。运用第一章的有关知识可求出取相应值的概率。若将每个球随机地放入4个杯子中，它是否落入某杯中看作一次试验，则它是一贝努利试验。随机地将3个球放入4个杯子中去，即是三重的贝努利试验，因此某杯中有球个数服从二项分布。

故某杯中有球个数 X 的概率分布列为

X	0	1	2	3
p_k	27/64	27/64	9/64	1/64

6．自动生产线在调整以后出现废品的概率为 p，生产过程中出现废品时立即调整。求在两次调整之间生产的合格品的分布律。

答案与提示：设 X 表示在两次调整之间生产的合格品的个数，得 X 的分布律为

X	0	1	2	……	k	……
p_k	p	$p(1-p)$	$p(1-p)^2$	……	$p(1-p)^k$	……

7．一汽车沿一街道行驶，需要通过三个均设有红绿信号灯的路口，每个信号灯为红或绿与其它信号灯为红或绿相互独立，且红绿两种信号灯显示的时间相等。以 X 表示该汽车首次遇到红灯前已通过的路口个数，求 X 的概率分布和分布函数。

答案与提示：由题意知 X 的一切可能取值为 0，1，2，3。若设：$A_i\,(i=1,2,3)$ 表示："汽车在第 i 个路口遇到红灯"，则 A_1，A_2，A_3 相互独立，且由条件知 $P(A_i)=P(\overline{A_i})=\frac{1}{2}\ (i=1,2,3)$，得 X 的概率分布列为

X	0	1	2	3
p_k	1/2	1/4	1/8	1/8

X 的分布函数为

$$F(x)=P\{X\le x\}=\begin{cases}0, & x<0\\ 1/2, & 0\le x<1\\ 3/4, & 1\le x<2\\ 7/8, & 2\le x<3\\ 1, & 3\le x\end{cases}$$

8． 设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ Ax^2, & 0\le x<1\\ 1, & 1\le x\end{cases}$$

求：(1) 系数A；(2) 随机变量 X 落在区间（0.3，0.7）内的概率；

(3) 随机变量 X 的概率密度。

答案与提示：本题是已知随机变量的分布函数，由分布函数的性质可求出系数A；再由概率密度函数性质可求得（2）及（3）。

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ x^2, & 0\le x<1\\ 1, & 1\le x\end{cases}$$

(2) $P\{0.3<X<0.7\}=0.4$

(3) $f(x)=\begin{cases}2x, & 0\le x<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

9．设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{A}{\sqrt{1-x^2}}, & |x|<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

求：(1) 系数 A；(2) X 落在区间$(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$内的概率；(3) X 的分布函数。

答案与提示：连续型随机变量 X 的概率密度必须满足归一性，因此由归一性及定义可求出系数 A 及 X 的分布函数，至于（2）可由 X 的分布函数求得。

(1) $A=1/\pi$。

(3) $F(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ \dfrac{1}{2}+\dfrac{\arcsin x}{\pi}, & -1\le x<1\\ 1, & x\ge 1,\end{cases}$

(2) $P\{-\frac{1}{2}<X<\frac{1}{2}\}=F(\frac{1}{2})-F(-\frac{1}{2})=\frac{1}{3}$

10． 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}1-e^{-x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$，求：

（1） $P\{X\le 2\}$，$P\{X>3\}$；(2) X 的概率密度。

答案与提示：(1) $P\{X<2\}=F(2)=1-e^{-2}$， $P\{X>3\}=1-F(3)=e^{-3}$。

(2) $f(x)=\begin{cases}e^{-x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$

11．设随机变量 X 的分布密度 $f(x)=\begin{cases}1+x, & -1\le x\le 0\\ A-x, & 0<x\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$，

求分布函数 $F(x)$。

解：由归一性，$1=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=\int_{-1}^{0}(1+x)dx+\int_{0}^{1}(A-x)dx=A$，故 $A=1$。

当 $x<-1$ 时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(x)dx=0$；

当 $-1\le x<0$ 时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(x)dx=\int_{-1}^{x}(1+x)dx=x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}$；

当 $0\le x<1$ 时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(x)dx=\int_{-1}^{0}(1+x)dx+\int_{0}^{x}(1-x)dx=x-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}$；

当 $x\ge 1$ 时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(x)dx=\int_{-1}^{0}(1+x)dx+\int_{0}^{1}(1-x)dx+\int_{1}^{x}0dx=1$ 。

故随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}, & -1\le x<0\\ x-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}, & 0\le x<1\\ 1, & x\ge 2\end{cases}$$

12．公共汽车站每隔 5 分钟有一辆客车通过，乘客到达汽车站的任一时刻是等可能的。求乘客候车时间不超过 3 分钟的概率。

答案与提示：设 X 表示乘客候车时间，则 $X\sim U(0,5)$，乘客候车时间不超过 3 分钟的概率为 $P\{X\le 3\}=\int_0^3\frac{1}{5}dx=\frac{3}{5}$。

13．设随机变量 $X\sim N(10,\ 2^2)$，求 $P\{10<X\le 13\}$；$P\{X>13\}$；$P\{|X-10|<2\}$；$P\{X<-28\}$；$P\{X>-15\}$。

答案与提示：$P\{10<X\le 13\}=0.4332$；$P\{X>13\}=0.0668$；

$P\{|X-10|<2\}=0.6826$；$P\{X<-28\}\approx 0$；$P\{X>-1.5\}\approx 1$ 。

14．设测量从某地到某目标的距离时，带有的随机误差 X 具有分布密度

$$f(x)=\frac{1}{40\sqrt{2\pi}}e^{-(x-20)^2/3200}$$

（1）求测量误差的绝对值不超过 30 的概率；(2) 如果接连测量三次，各次测量是相互独立的，求至少有一次误差的绝对值不超过 30 的概率。

答案与提示：这是一常用分布的应用问题。

（1） $P\{|X|<30\}=P\{-30<X<30\}=0.4931$

（2）若设 Y 表示 3 次独立重复测量中事件 $\{|X|<30\}$ 出现的次数，则 Y 服从二项分布，即 $Y\sim B$（3， 0.4931），

$$P\{Y\geq 1\}=0.8698$$

15．在电源电压不超过 200、$200\sim 240$ 和超过 240 伏三种情况下，某种电子元件损坏的概率分别为 0.1、0.001 和 0.2，假定电源电压 $X\sim N(220,25^2)$，试求：(1) 该电子元件被损坏的概率 α；(2) 电子元件被损坏时，电源电压在 $200\sim 240$ 伏内的概率 β。

答案与提示：电子元件被损坏时，电源电压只可能是不超过 200、$200\sim 240$ 和超过 240 伏三种情况下之一，因此（1）属于全概率问题；(2) 属于条件概率问题。

$$\alpha=0.0642；\quad \beta\approx 0.009。$$

16．随机向量 (X,Y) 的分布密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}A(R-\sqrt{x^2+y^2}), & x^2+y^2\leq R^2\\ 0, & x^2+y^2>R^2\end{cases}$$

求（1）系数 A；(2) (X,Y) 落在圆 $x^2+y^2=r^2(r<R)$ 内的概率。

答案与提示：(1) 由归一性，得 $A=\dfrac{3}{\pi R^3}$。

（2） $P\{(X,Y)\in D\}=\dfrac{3r^2}{R^2}(1-\dfrac{2r}{3R})$

17．(X,Y) 只取下列数组中的值（0，0），(-1，1)，(-1，1/3)，(2，0)，其相应的概率依次为 1/6，1/3，1/12，5/12，试列出 (X,Y) 的概率分布表，并求出关于 Y 的边缘分布。

答案与提示：(X,Y) 的概率分布表为

Y \ X	-1	0	2
0	0	1/6	5/12
1/3	1/12	0	0

1	1/3	0	0

关于Y的边缘分布为

Y	0	1/3	1
p_k	7/12	1/12	1/3

18．袋中装有标有号码 1，2，2 的三只球，从袋中任取一球后不再放回，然后再从袋中任取一球，以X、Y分别表示第一次、第二次取得球上的号码。求X和Y的联合概率分布。

答案与提示：（X，Y）的概率分布表为

Y \ X	1	2
1	0	1/3
2	1/3	1/3

19．设$(X，Y)$的概率密度为 $f(x，y)=\begin{cases} C， & 0\le x\le 1,0\le y\le 2, \\ 0， & \text{其它}, \end{cases}$ 求：

（1）常数C；

（2）$(X，Y)$关于X、Y的边缘概率密度；

（3）随机变量X与Y是否相互独立，为什么？

答案与提示：(1）由归一性，解得$C=1/2$ ；

（2） $f_X(x)=\begin{cases} 1, & 0\le x\le 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ； $f_Y(y)=\begin{cases} 1/2, & 0\le y\le 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ；

（3） X与Y相互独立。

20．设随机向量（X，Y）的分布函数

$$F(x,y)=A(B+\arctan\frac{x}{2})(C+\arctan\frac{y}{3})，\quad (-\infty<x,y<+\infty)$$

求：(1）系数A、B、C；(2）（X，Y）的分布密度；(3）边缘分布密度。

答案与提示：(1）由分布函数性质得$C=\dfrac{\pi}{2}$，$B=\dfrac{\pi}{2}$，$A=\dfrac{1}{\pi^2}$。

（2）由分布函数性质（4）知

$$f(x,y)=\frac{\partial^2F(x,y)}{\partial x\partial y}=\frac{1}{\pi^2}\frac{6}{(4+x^2)(9+y^2)}，\quad (-\infty<x,y<+\infty)$$

（3） $f_X(x)=\dfrac{2}{\pi(4+x^2)}$，$(-\infty<x<+\infty)$

$f_Y(y)=\dfrac{3}{\pi(9+y^2)}$，$(-\infty<y<+\infty)$

21．设二维随机变量（X，Y）的概率分布为

$$f(x,y)=\begin{cases}4.8y(2-x), & 0\le x\le 1, 0\le y\le x\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

求随机变量 X 和 Y 的边缘分布密度 $f_X(x)$、 $f_Y(y)$。

答案与提示：二维随机变量（X ，Y ）关于随机变量 X 和 Y 的边缘概率密度，可应用（2-10）式和（2-11）式求得。

$$f_X(x)=\begin{cases}2.4(2-x)x^2, & 0\le x\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

$$f_Y(y)=\begin{cases}2.4y(3-4y+y^2), & 0\le y\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

22．设 $(X，Y)$ 的分布密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}1, & |y|<x, 0<x<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

（1）求条件分布密度 $f_{X|Y}(x\mid y)$ 及 $f_{Y|X}(y\mid x)$ ；(2）判断 X，Y 是否独立。

答案与提示：条件分布密度 $f_{X|Y}(x\mid y)$ 及 $f_{Y|X}(y\mid x)$ ，可由（2-17）及（2-19）式求得，这就需先求关于 X 、Y 的边缘概率分布。

当 $0<x<1$ 时，Y 的条件分布密度为 x

$$f_{Y|X}(y\mid x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2x}, & |y|<x\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

$0<y<1$ 时， $f_{X|Y}(x\mid y)=\begin{cases}\dfrac{1}{1-y}, & y<x<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

$-1<y\le 0$ 时， $f_{X|Y}(x\mid y)=\begin{cases}\dfrac{1}{1+y}, & -y<x<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

（2） X，Y 不独立，因为 $f(x,y)\ne f_X(x)f_Y(y)$。

23．随机向量（X，Y）在矩形区域 $a\le x\le b$ ，$c\le y\le d$ 内服从均匀分布。求（X，Y）的分布密度及边缘分布密度，并判断 X，Y 是否独立。

答案与提示： $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{(b-a)(d-c)}, & a\le x\le b, c\le y\le d\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

$$f_X(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a}, & a\le x\le b\\ 0, & 其它\end{cases}, \qquad f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{d-c}, & c\le y\le d\\ 0, & 其它\end{cases}$$

又由于 $f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)$，所以 X，Y 独立。

24．设 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，求 $Y=\dfrac{X-\mu}{\sigma}$ 的分布密度。

答案与提示： $f_Y(y)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}y^2}$ （$-\infty<y<+\infty$）

25．设 X 的概率分布为

X	-2	-1	1	2
P	3/10	1/10	1/5	2/5

求；(1) $Y=X^2+2$ 的概率分布；(2) $Y=X^3+1$ 的概率分布。

答案与提示：(1) $Y=X^2+2$ 的概率分布为

Y	3	6
P	3/10	7/10

(2) $Y=X^3+1$ 的概率分布为

Y	-7	0	2	9
P	3/10	1/10	1/5	2/5

26．设 $X\sim N(0,1)$，求：(1) $Y=e^X$ 的分布密度；(2) $Y=|X|$ 的分布密度。

答案与提示：(1) $f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\,y}e^{-(\ln y)^2/2}, & y>0\\ 0, & y\le 0\end{cases}$

(2) 不满足定理条件，可先求分布函数，再求密度函数。

$$f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}e^{-y^2/2}, & y>0\\ 0, & y\le 0\end{cases}$$

27．设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}1/3\sqrt[3]{x^2}, & 若x\in[1,8],\\ 0, & 其他;\end{cases}$$

$F(x)$ 是 X 的分布函数。求随机变量 $Y=F(X)$ 的分布函数。

答案与提示：先求出分布函数 $F(x)$ 的具体形式，从而可确定 $Y=F(X)$,然后按定义求 Y 的分布函数即可。注意应先确定 $Y=F(X)$ 的值域范围 $(0\le F(X)\le 1)$，再对 y 分段讨论.

$Y=F(X)$ 的分布函数为

$$G(y)=\begin{cases}0, & 若 y<0,\\ y, & 若 0\le y<1,\\ 1, & 若 y\ge 1.\end{cases}$$

注：事实上，本题 X 为任意连续型随机变量均可。

28．已知随机变量 $X\sim N(-1,1)$，$Y\sim N(3,1)$ 且 X 与 Y 相互独立，设随机变量 $Z=X-2Y+7$，求 Z 的概率分布。

答案与提示：本题考查有关正态分布的性质，由正态分布的性质“若 X 与 Y 相互独立，且 $X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$，$Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$，则 $Z=aX+bY$ 仍服从正态分布，再由正态随机变量的线性函数也服从正态分布，得

$$f(z)=\frac{1}{\sqrt{10\pi}}\exp\{-\frac{z^2}{10}\}\quad(-\infty<z<+\infty)$$

29．设 X 与 Y 相互独立，都服从[0，2]上的均匀分布，求 $P\{X\le Y\}$。

答案与提示：$P\{X\le Y\}=\frac{1}{2}$。

30．设 X 和 Y 相互独立，下表列出了二维随机变量 (X, Y) 联合分布律及关于 X 和关于 Y 的边缘分布律的部分值，试将其余数值填入表中的空白处。

$X \backslash Y$	y_1	y_2	y_3	$P\{X=x_i\}=p_{i\cdot}$
x_1		1/8		
x_2	1/8			
$P\{Y=y_j\}=p_{\cdot j}$	1/6			1

答案与提示：由联合分布律与边缘分布律的关系及相互独立性得

$X \backslash Y$	y_1	y_2	y_3	$P\{X=x_i\}=p_{i\cdot}$
x_1	1/24	1/8	1/12	1/4
x_2	1/8	3/8	1/4	3/4
$P\{Y=y_j\}=p_{\cdot j}$	1/6	1/2	1/3	1

31．设 X，Y 相互独立，其密度函数分别为

$$\varphi_X(x)=\begin{cases} xe^{-x}, & x>0 \\ 0, & x\le 0 \end{cases} \qquad \varphi_Y(y)=\begin{cases} ye^{-y}, & y>0 \\ 0, & y\le 0 \end{cases}$$

求 $Z=X+Y$ 的概率密度。

答案与提示： $f_Z(z)=\begin{cases} \dfrac{1}{6}e^{-z}z^3, & z>0 \\ 0, & z\le 0 \end{cases}$

或： $F(z)=\iint\limits_{X+Y<z}\varphi(x,y)dxdy=\int_0^z\int_0^{z-x} xe^{-x}ye^{-y}dxdy$

32．设 (X,Y) 的分布密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} Ae^{-(x+2y)}, & x>0，y>0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求：(1) 关于 X，Y 的边缘分布密度，并判断 X，Y 是否独立；

(2) $Z=X+2Y$ 的概率分布。

答案与提示：由于 (X,Y) 的分布密度中包含待定常数，故应首先将其确定。由归一性，解得 $A=2$。

(1) $f_X(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0 \\ 0, & x\le 0 \end{cases}$； $f_Y(y)=\begin{cases} 2e^{-2y}, & y>0 \\ 0, & y\le 0 \end{cases}$

由于 $f(x,y)=f_X(x)\cdot f_Y(y)$，故 X，Y 相互独立。

(2) $f_Z(z)=\begin{cases} ze^{-z}, & z>0 \\ 0, & z\le 0 \end{cases}$

33．已知 X_1 和 X_2 的概率分布

X_1	-1	0	1
p_k	1/4	1/2	1/4

X_2	0	1
p_k	1/2	1/2

而且 $P\{X_1X_2=0\}=1$。求：

(1) 随机变量 X_1 和 X_2 的联合分布；

(2) 问 X_1 和 X_2 是否独立？为什么？

答案与提示：随机变量 X_1 与 X_2 的联合分布即为随机向量（X_1，X_2）的概率分布。由于 X_1 和 X_2 均为离散型随机变量，所以（X_1，X_2）为离散型随机向量，求其概率分布就是求（X_1，X_2）的所有可能取值及其相应的概率。

X_1 和 X_2 的联合概率分布表如下：

P X_1 \ X_2	0	1
-1	1/4	0
0	0	1/2

（2） X_1和 X_2不独立。

34．假设一电路装有三个同种电子元件，其工作状态相互独立，且无故障工作时间都服从参数为$\lambda>0$ 的指数分布，当三个电子元件都无故障时电路正常工作，否则整个电路不能正常工作，试求电路正常工作的时间T的概率分布。

分析：电路正常工作的时间T即三个电子元件无故障工作时间的最小值。

答案与提示：设T_i $(i=1，2，3)$表示“第i个元件无故障时间”，且T_i的分布为

$$f_{T_i}(t)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda t}, & t>0\\ 0, & t\le 0\end{cases}\qquad F_{T_i}(t)=\begin{cases}1-e^{-\lambda t}, & t>0\\ 0, & t\le 0\end{cases}$$

而电路正常工作的时间$T=\min\{T_1，T_2，T_3\}$，即得其概率分布为

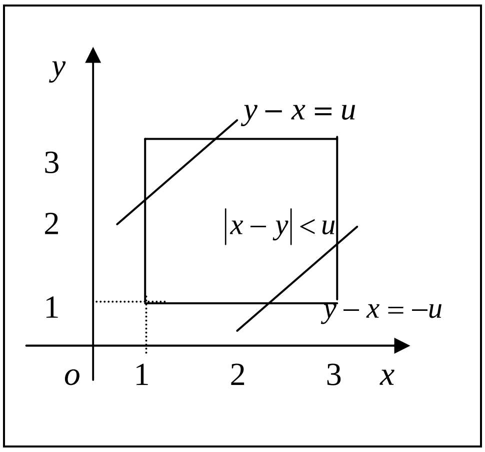
$$f(t)=\begin{cases}3\lambda e^{-3\lambda t}, & t>0\\ 0, & t\le 0\end{cases}。$$

35．设X和Y的联合分布是正方形$G=\{(x,y):1\le x\le 3,1\le y\le 3\}$上的均匀分布，试求随机变量$U=|X-Y|$的概率密度$p(u)$。

答案与提示：

由条件知X和Y的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}1/4, & 1\le x\le 3,1\le y\le 3\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$



以$F(u)=P\{U\le u\}(-\infty<u<+\infty)$表示随机变量$U=|X-Y|$的分布函数。

显然，当$u<0$时，$F(u)=0$；

当$u\ge 2$，$F(u)=1$。

设$0\le u<2$时，则

$$F(u)=\iint\limits_{|x-y|\le u} f(x,y)dxdy$$

$$=\iint\limits_{(|x-y|\le u)\cap G}\frac{1}{4}dxdy$$

$$=\frac{1}{4}[4-(2-u)^2]=1-\frac{1}{4}(2-u)^2$$

于是，随机变量$U=|X-Y|$的概率密度为

$$p(u)=\begin{cases}\frac{1}{2}(2-u), & 0\le u<2\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

36．设随机变量X与Y独立，其中X的概率分布为

X	0	1
p_k	0.3	0.7

而Y的概率密度为$f(y)$，求随机变量$U=X+Y$的概率密度$g(u)$。

分析：求二维随机变量函数的分布，一般用分布函数法转化为求相应的概率．注意X只有两个可能的取值，求概率时可用全概率公式进行计算。

解：　设$F(y)$是Y的分布函数，则由全概率公式，知$U=X+Y$的分布函数为

$$G(u)=P\{X+Y\le u\}$$

$$=0.3P\{X+Y\le u|X=0\}+0.7P\{X+Y\le u|X=1\}$$

$$=0.3P\{Y<u|X=0\}+0.7P\{Y<u-1|X=1\}。$$

由于X和Y独立，可见

$$G(u)=0.3P\{Y\le u\}+0.7P\{Y\le u-1\}=0.3F(u)+0.7F(u-1).$$

由此,得U的概率密度

$$g(u)=G'(u)=0.3F'(u)+0.7F'(u-1)=0.3f(u)+0.7f(u-1).$$

注：本题属不多见题型，求两个随机变量和的分布，其中一个是连续型一个是离散型，具有一定的难度和综合性。