A卷

2011—2012 学年第一学期
《概率论与数理统计》试卷

专业班级 ____________________

姓　　名____________________

学　　号____________________

开课系室______基础数学系______

考试日期______2012 年 1 月 3 号____

页 码	一	二	三	四	五	六	七	总 分
满 分	20	15	10	20	12	13	10	100
得 分								
阅卷人								

备注：1．本试卷正文共 7 页；
2．封面及题目所在页背面和附页为草稿纸；
3．答案必须写在该题后的横线上或指定的括号内，解的过程写在下方空白处，不得写在草稿纸中，否则答案无效；
4．最后附页不得私自撕下，否则作废.
5．可能用到的数值 $\Phi(1.645)=0.95$，$\Phi(1.96)=0.975$

本页共 20 分	
得分	

一、填空题（每空 1 分，共 10 分）

1. 设 $P(A)=0.4,\ P(A\bigcup B)=0.7$，那么若 A,B 互不相容，则 $P(B)=$________；若 A,B 相互独立，则 $P(B)=$_______.

2.设事件 A,B 满足：$P(B\,|\,A)=P(\bar{B}\,|\,\bar{A})=1/3$，$P(A)=1/3$，则 $P(B)=$_____.

3.某盒中有 10 件产品，其中 4 件次品，今从盒中取三次产品，一次取一件，不放回，则第三次取得正品的概率为_______；第三次才取得正品的概率为______.

4. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且都服从区间 [0,3] 上的均匀分布，则 $P\{\max(X,Y)\le 2\}=$________.

5.一批产品的次品率为 0.1，从中任取 5 件产品，则所取产品中的次品数的数学期望为___________，均方差为_________.

6.设总体 $X\sim P(\lambda), X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自 X 的一个简单随机样本，$\bar{X}$ 为样本均值，则 $E\bar{X}=$________，$D\bar{X}=$_____________.

二、选择题(每题 2 分，共 10 分)

1.设 $P(A)=a, P(B)=b, P(A\cup B)=c$，则 $P(A\bar{B})$ 等于(　).

(A) $a-b$　　(B) $c-b$　　(C) $a(1-b)$　　(D) $b-a$

2.设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)$，且 $f(-x)=f(x)$，$F(x)$ 是 X 的分布函数，则对任意实数 a 有(　　).

(A) $F(-a)=1-\int_0^a f(x)dx$　　(B) $F(-a)=\frac{1}{2}-\int_0^a f(x)dx$

(C) $F(-a)=F(a)$　　(D) $F(-a)=2F(a)-1$

3.设 $X\sim N(2,9),\ Y\sim N(2,1),\ E(XY)=6$，则 $D(X-Y)$ 之值为(　　).

(A) 14　　(B) 6　　(C) 12　　(D) 4

4.设随机变量 X 的方差为 25，则根据切比雪夫不等式，有 $P(|X-EX|<10)$ (　　).

(A) ≤ 0.25　　(B) ≤ 0.75　　(C) ≥ 0.75　　(D) ≥ 0.25

5.维纳过程是(　　).

(A)连续型随机过程　　(B)连续型随机序列

(C)离散型随机过程　　(D)离散型随机序列

三、计算题(共 6 个题目，共 45 分)

本页共 15 分	
得分	

1. (10 分) 设有相同的甲、乙两箱装有同类产品. 甲箱装 50 只其中 10 只正品；乙箱装 20 只，10 只正品. 今随机选一箱，从中抽取 1 只产品，求：(1)取到的产品是次品的概率；(2)若已知取到的产品是正品，它来自甲箱的概率是多少？

2. (5 分) 已知某种电子元件的寿命 X（以小时计）服从参数为$1/1000$的指数分布. 某台电子仪器内装有 5 只这种元件，这 5 只元件中任一只损坏时仪器即停止工作，则仪器能正常工作 1000 小时以上的概率为多少？

本页共 10 分	
得分	

3.(5 分) 设粒子按平均率为每分钟 4 个的泊松过程到达某计数数器，$\boldsymbol{N(t)}$表示在$\boldsymbol{[0,t]}$内到达计数器的粒子个数,试求：

(1) $\boldsymbol{N(t)}$的均值、方差、自相关函数；

(2)相邻的两个粒子到达计数器的平均时间间隔.

4. (5 分) 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的方差为 1，根据来自 X 的容量为 100 的样本，测得样本均值 $\overline{X}$ 为 5，求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间(写出过程).

本页共 20 分	
得分	

5. (10 分) 一质点在 1、2、3 三个点上做随机游动，其中 1、3 是两个反射壁，当质点位于 2 时，下一时刻处于 1、2、3 是等可能的. 规定每个时刻质点只走一步，用 $X_n, n \ge 0$ 表示第 n 个时刻质点所处的位置，初始分布为

$$P\left(X(0)=i\right)=1/3, i=1,2,3.$$

求：(1) 一步转移概率矩阵和二步转移概率矩阵；

(2) $P\left\{X(0)=1, X(1)=2, X(2)=3\right\}$；

(3) $P\left\{X(2)=2\right\}$.

6. (10 分) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}2x, & a<x<b \\ 0, & 其他\end{cases}$，且 $EX^2=1$.

求：(1) a,b 的值；(2) $P\{|X|<1\}$.

四、(12 分) 设随机向量 $(X,\ Y)$ 的概率密度为

本页共 12 分	
得分	

$$f(x,y)=\begin{cases}Ae^{-(x+2y)}, x>0, y>0 \\ 0, 其他\end{cases}$$

求: (1) 常数 A；

(2) 关于 X、Y 的边缘概率密度，并判断 X 与 Y 是否相互独立;

(3) $Z=X+2Y$ 的概率密度.

本页共 13 分	
得分	

五、（13 分） 已知分子运动的速度 X 具有概率密度

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{4x^2}{\alpha^3\sqrt{\pi}}e^{-(\frac{x}{\alpha})^2}, & x>0,\quad \alpha>0,\\ 0, & x\le 0.\end{cases}$$

$X_1, X_2, X_3, \cdots, X_n$ 为 X 的简单随机样本,求：

(1) 未知参数 α 的矩估计和极大似然估计；

(2) 验证所求得的矩估计是否为 α 的无偏估计.

本页共 10 分	
得分	

六、（10 分） 从学校乘汽车到火车站的途中有 3 个交通岗，假设在各个交通岗遇到红灯的事件是相互独立的，并且概率都是 2/5. 设 X 为途中遇到红灯的次数.求 X 的分布律、分布函数、数学期望和方差.