2. 下列各数都是经过四舍五入得到的近似数，指出它们有几位有效数字，并写出绝对误差限.

$$x_1^*=1.1021,\quad x_2^*=0.031,\quad x_3^*=385.6,\quad x_4^*=56.480,$$
$$x_5^*=7\times10^5,\quad x_6^*=9\,800$$

近似数	标准化	有效数字位数 (n)	绝对误差限 $\lvert x-x^*\rvert\le\frac{1}{2}\times10^{m-n}$
$x_1^*=1.1021$	$1.1021=0.11021\times10^1$	5	$\frac{1}{2}\times10^{-4}$
$x_2^*=0.031$	$0.031=0.31\times10^{-1}$	2	$\frac{1}{2}\times10^{-3}$
$x_3^*=385.6$	$385.6=0.3856\times10^3$	4	$\frac{1}{2}\times10^{-1}$
$x_4^*=56.480$	$56.480=0.56480\times10^2$	5	$\frac{1}{2}\times10^{-3}$
$x_5^*=7\times10^5$	$7\times10^5=0.7\times10^6$	1	$\frac{1}{2}\times10^5$
$x_6^*=9800$	$9800=0.9800\times10^4$	4	$\frac{1}{2}\times10^0$

3. 设已测量某长方形场地长 a 的近似值 $a^*=100$ m，宽 b 的近似值 $b^*=60$ m，若已知 $\lvert a^*-a\rvert\leqslant0.2$ m，$\lvert b^*-b\rvert\leqslant0.1$ m，试求其面积的绝对误差和相对误差.

$$S=ab\qquad \frac{\partial S}{\partial b}=a\quad \frac{\partial S}{\partial a}=b$$

$$\varepsilon(S^*)=\left|\left(\frac{\partial S}{\partial b}\right)^*\right|\varepsilon(b^*)+\left|\left(\frac{\partial S}{\partial a}\right)^*\right|\varepsilon(a^*)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial b}\right)^*=a^*=100\qquad \left(\frac{\partial S}{\partial a}\right)^*=b^*=60$$

$$\varepsilon(S^*)\approx100\times0.1+60\times0.2=10+12=22$$

$$\varepsilon_r(S^*)=\frac{\varepsilon(S^*)}{|S^*|}\approx\frac{22}{100\times60}\approx0.3667\%$$

6. 序列 $\{y_n\}$ 满足递推关系

$$y_n=10y_{n-1}-1\qquad(n=1,2,\cdots)$$

若 $y_0=\sqrt{2}\approx1.41$（三位有效数字），问按上述递推公式从 y_0 计算到 y_{10} 时误差有多大？这个计算过程稳定吗？

$$y_0=\sqrt{2}=1.414213$$

$$y_0\approx1.41=y_0^*$$

$$\varepsilon(y_0)=y_0^*-y_0=-0.00421$$

理论公式：$y_n=10y_{n-1}-1$

实际公式：$y_n^*=10y_{n-1}^*-1$

$$y_n^*-y_n=10y_{n-1}^*-1-(10y_{n-1}-1)=10(y_{n-1}^*-y_{n-1})=10^{10}(y_0^*-y_0)$$
$$=10^{10}\times-0.00421=-4.21\times10^7$$

在计算过程中舍入误差绝对值不断增大，所以计算过程不稳定.