

第10章 图像恢复

(Image Restoration)

计算机科学系



一、图像恢复: Image Restoration

也称图像复原，图像处理中的一大类技术

二、图像恢复vs.图像增强

相同之处：

改进输入图像的视觉质量

不同之处：

不考虑图像降质的原因，只将图像中感兴趣的特征有选择地突出（增强），而衰减其不需要的特征，改善后的图像不一定要去逼近原图像。图像增强借助人的视觉系统特性，以取得较好的视觉结果（不考虑退化原因）

图像恢复根据相应的退化模型和知识重建或恢复原始的图像（考虑退化原因）



三、图像恢复方法分类

1. 技术：无约束和有约束
2. 策略：自动和交互
3. 处理所在域：频域和空域
4. 从广义的角度上来看：

几何失真（退化）校正（恢复）

投影（退化）重建（恢复）





10.1 图像退化和复原过程模型

10.2 噪声模型

10.3 只有噪声的复原

10.4 周期噪声消除

10.5 线性、位置不变的退化

10.6 估计退化函数

10.7 逆滤波

10.8 最小均方误差滤波 (维纳滤波)

10.9 约束最小二乘滤波

10.10 几何失真 (退化) 校正



10.1.1 图像退化示例

10.1.2 图像退化复原过程模型





一、图像退化

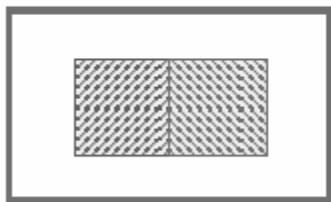
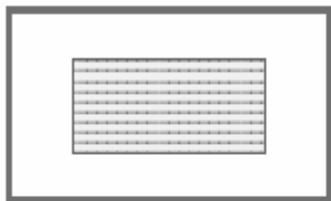
图像退化指由场景得到的图像没能完全地反映场景的真实内容，产生了失真等问题

二、原因

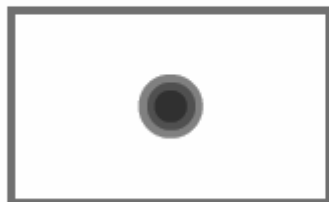
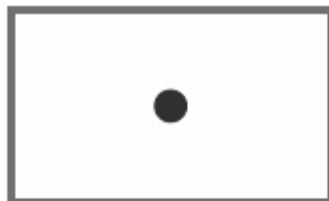
- 透镜像差/色差：光学系统本身
- 聚焦不准（失焦，限制了图像锐度）
- 模糊（限制频谱宽度）：图像采集过程中产生
- 噪声（是一个统计过程）
- 抖动（机械、电子）



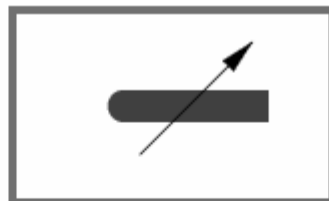
三、实例：四种类型的退化



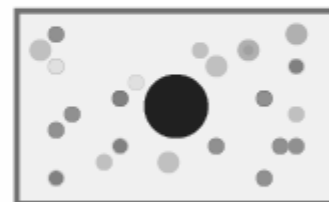
(a)



(b)



(c)



(d)

4 种常见的具体退化模型

(a)规则图案变形，胶片冲洗时易发生

(b)边缘模糊，光学系统中的孔径衍生产生退化

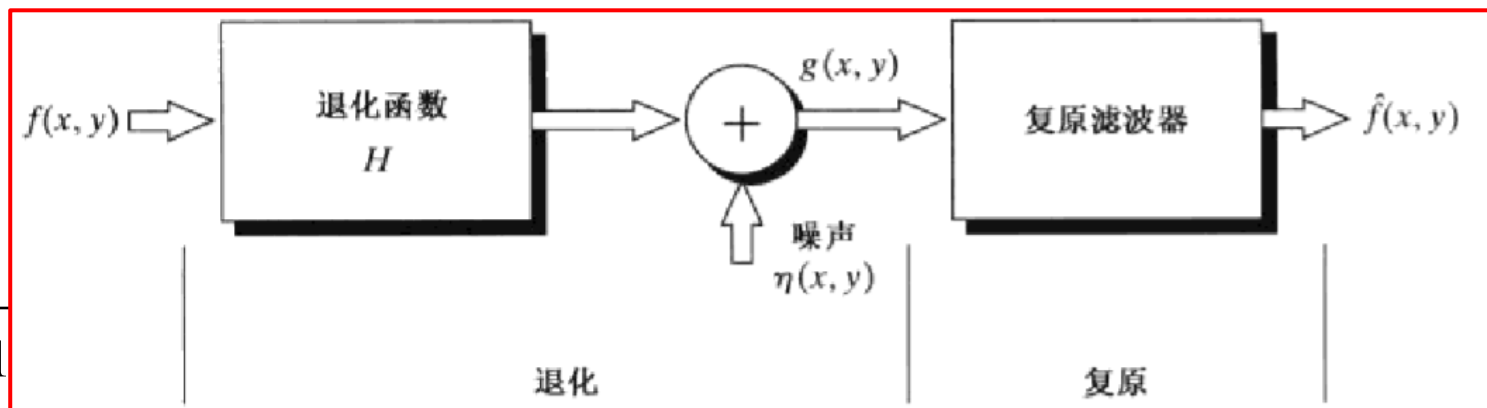
(c)运动模糊，或在拍摄过程中相机发生振动

(d)随机噪声的叠加



一、退化过程

1. 退化过程是一个退化函数 $H(\cdot)$ 和一个加性噪声 $\eta(x, y)$ ，作用到一幅图像 $f(x, y)$ 上，产生退化后的图像 $g(x, y)$ 。
2. 复原过程是给定退化图 $g(x, y)$ 和关于退化函数 $H(\cdot)$ 的一些知识及关于加性噪声项 $\eta(x, y)$ 的知识，获得原始图像的一个估计 $\hat{f}(x, y)$ 。





二、退化模型

假设退化函数是一个线性、位置不变的过程，则 空域退化图像模型：

$$\begin{aligned} g(x, y) &= H[f(x, y)] + \eta(x, y) \\ &= h(x, y) * f(x, y) + \eta(x, y) \end{aligned}$$

频域退化模型：

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v)$$





10.1 图像退化和复原过程模型

10.2 噪声模型

10.3 只有噪声的复原

10.4 周期噪声消除

10.5 线性、位置不变的退化

10.6 估计退化函数

10.7 逆滤波

10.8 最小均方误差滤波 (维纳滤波)

10.9 约束最小二乘滤波

10.10 几何失真 (退化) 校正



10.1 图像退化和复原过程模型

10.2 噪声模型

10.3 只有噪声的复原

10.4 周期噪声消除

10.5 线性、位置不变的退化

10.6 估计退化函数

10.7 逆滤波

10.8 最小均方误差滤波 (维纳滤波)

10.9 约束最小二乘滤波

10.10 几何失真 (退化) 校正



退化模型

$$g(x, y) = H[f(x, y)] + \eta(x, y)$$

简化:

$$\eta(x, y) = 0$$





10.5 线性、位置不变的退化

二、退化系统 H 的性质

1. 线性:

$$H[k_1 f_1(x, y) + k_2 f_2(x, y)] = k_1 H[f_1(x, y)] + k_2 H[f_2(x, y)]$$

2. 相加性 ($k_1 = k_2 = 1$) :

$$H[f_1(x, y) + f_2(x, y)] = H[f_1(x, y)] + H[f_2(x, y)]$$

3. 一致性 ($f_2(x, y) = 0$) :

$$H[k_1 f_1(x, y)] = k_1 H[f_1(x, y)]$$

4. 位置 (空间) 不变性:

$$H[f(x - a, y - b)] = g(x - a, y - b)$$



一、1-D退化过程

1. $f(x)$ 和 $h(x)$ 卷积：采样成2个数组，尺寸分别为 A 和 B
为避免卷积周期重叠： $M \geq A + B - 1$

$$f_e(x) = \begin{cases} f(x) & 0 \leq x \leq A-1 \\ 0 & A \leq x \leq M-1 \end{cases} \quad h_e(x) = \begin{cases} h(x) & 0 \leq x \leq B-1 \\ 0 & B \leq x \leq M-1 \end{cases}$$

$$g_e(x) = \sum_{m=0}^{M-1} f_e(m)h_e(x-m) \quad x = 0, 1, \dots, M-1$$



2. 用矩阵形式表示

$$\mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f} = \begin{bmatrix} g_e(0) \\ g_e(1) \\ \vdots \\ g_e(M-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_e(0) & h_e(-1) & \cdots & h_e(-M+1) \\ h_e(1) & h_e(0) & \cdots & h_e(-M+2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_e(M-1) & h_e(M-2) & \cdots & h_e(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_e(0) \\ f_e(1) \\ \vdots \\ f_e(M-1) \end{bmatrix}$$

根据周期性

$$h_e(x) = h_e(x+M)$$

轮换矩阵

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_e(0) & h_e(-1) & \cdots & h_e(1) \\ h_e(1) & h_e(0) & \cdots & h_e(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_e(M-1) & h_e(M-2) & \cdots & h_e(0) \end{bmatrix}$$



二、推广到2-D

扩展

$$f_e(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & 0 \leq x \leq A-1 \quad \text{和} \quad 0 \leq y \leq B-1 \\ 0 & A \leq x \leq M-1 \quad \text{或} \quad B \leq y \leq N-1 \end{cases}$$
$$h_e(x, y) = \begin{cases} h(x, y) & 0 \leq x \leq C-1 \quad \text{和} \quad 0 \leq y \leq D-1 \\ 0 & C \leq x \leq M-1 \quad \text{或} \quad D \leq y \leq N-1 \end{cases}$$

1. 不考虑噪声

$$g_e(x, y) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f_e(m, n) h_e(x-m, y-n) \quad \begin{aligned} x &= 0, 1, \dots, M-1 \\ y &= 0, 1, \dots, N-1 \end{aligned}$$



2. 考虑噪声

$$g_e(x, y) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f_e(m, n) h_e(x - m, y - n) + n_e(x, y) \quad \begin{array}{l} x = 0, 1, \dots, M-1 \\ y = 0, 1, \dots, N-1 \end{array}$$

矩阵形式:

$$\mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f} + \mathbf{n}$$

可以证明在频率域中有:

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v)$$

$$u = 0, 1, \dots, M-1$$

$$v = 0, 1, \dots, N-1$$



10.1 图像退化和复原过程模型

10.2 噪声模型

10.3 只有噪声的复原

10.4 周期噪声消除

10.5 线性、位置不变的退化

10.6 估计退化函数

10.7 逆滤波

10.8 最小均方误差滤波 (维纳滤波)

10.9 约束最小二乘滤波

10.10 几何失真 (退化) 校正



10.6 估计退化函数

估计退化函数 $H(u,v)$?

方法:

图像观察估计

试验估计

建模估计





图像观察估计

- 条件：只有退化图像，没有关于退化函数 H 的任何知识。

从图像本身来收集信息，即通过观察图像，进行处理来获得退化函数信息。

方法：

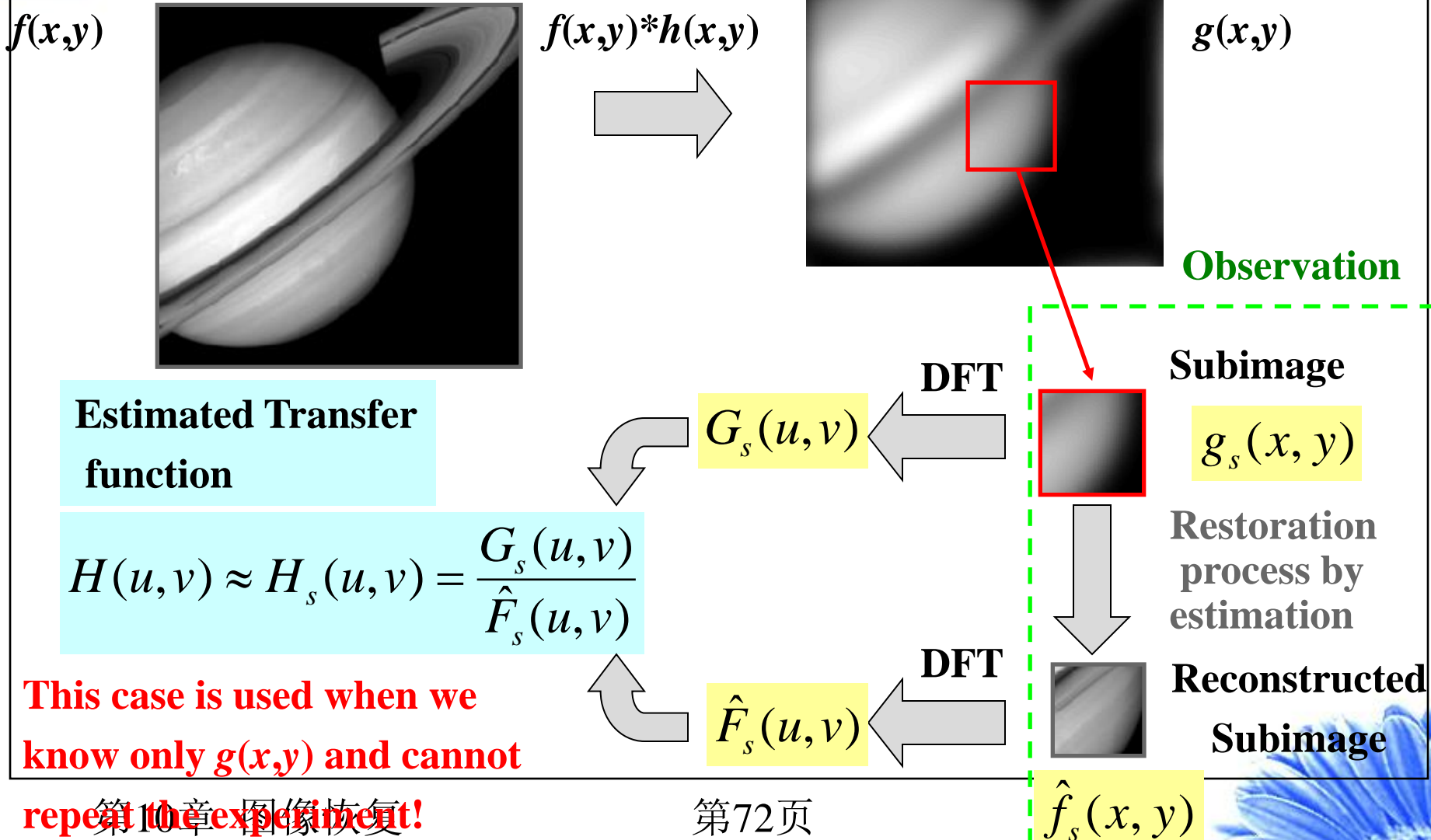
- 从图像中选择一小块区域，作为子图像
- 图像中物体或图像背景一部分
- 为降低噪声影响，找有很强信号的区域（高对比区域）
- 手工处理子图像，去除模糊。





10.6.1 图像观察估计

图像观察估计





10.6.2 试验估计

试验估计

- 条件：可以获得与退化图像设备相似的系统
- 理论上：可以得到一个准确的退化估计

方法：

- 通过设置系统，获得与退化图像接近的图像；
- 用该系统一幅冲激成像，得到退化的冲激响应；
- 冲激用一个小亮点来模拟，尽可能亮；

- $$H(u, v) = \frac{G(u, v)}{A}$$

- » $G(u, v)$ 是冲激成像图像的傅里叶变换

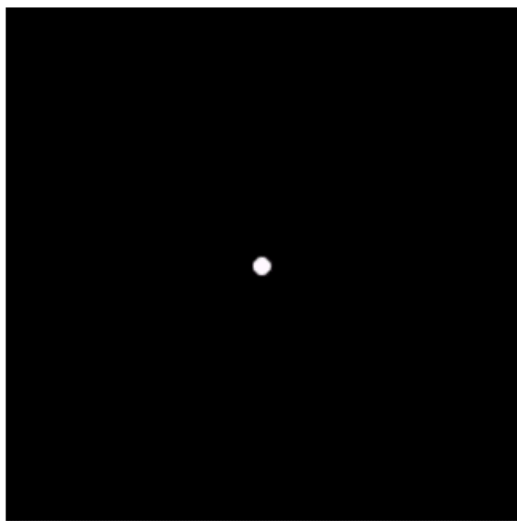
- » A 是冲激的傅里叶变换



10.6.2 试验估计

试验估计

Input impulse image

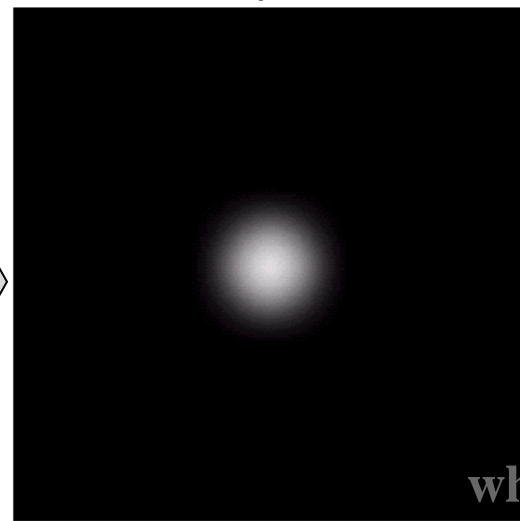


$$A\delta(x, y)$$

DFT

$$DFT\{A\delta(x, y)\} = A$$

Response image from the system



$$g(x, y)$$

DFT

$$G(u, v)$$

Used when we have the same equipment set up and can repeat the experiment

$$H(u, v) = \frac{G(u, v)}{A}$$



建模估计

1、从引起退化的环境条件考虑，进行估计
湍流退化模型是大气湍流物理特性的
通用形式：

$$H(u, v) = e^{-k(u^2 + v^2)^{5/6}}$$

其中， k 是与湍流性质有关的常数

$k = 0.0025$ 剧烈湍流

$k = 0.001$ 中等湍流

$k = 0.00025$ 轻微湍流



10.6.3 建模估计

建模估计

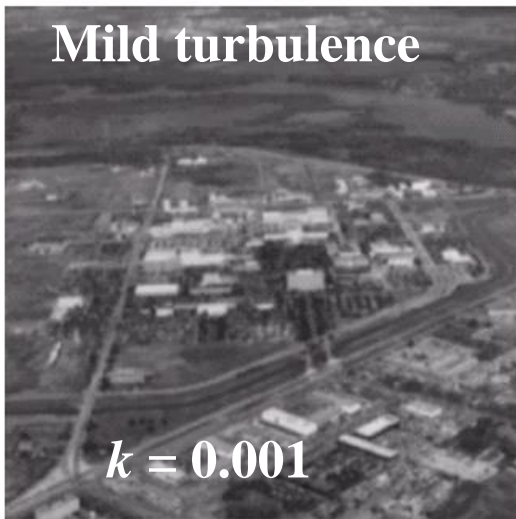
Original image



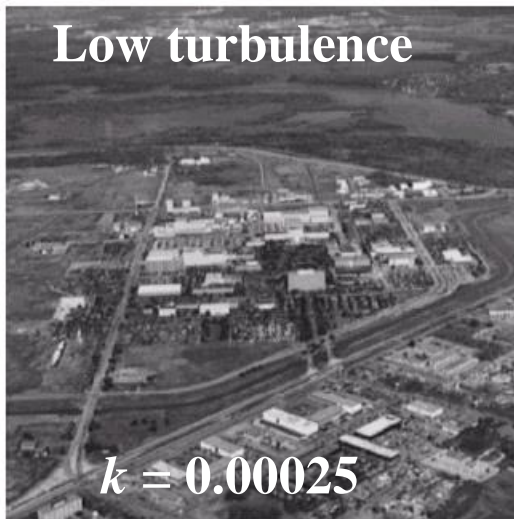
Severe turbulence



Mild turbulence



Low turbulence



Example:

Atmospheric
Turbulence model

$$H(u, v) = e^{-k(u^2 + v^2)^{5/6}}$$

Used when we know physical mechanism underlying the image formation process that can be expressed mathematically.



10.1 图像退化和复原过程模型

10.2 噪声模型

10.3 只有噪声的复原

10.4 周期噪声消除

10.5 线性、位置不变的退化

10.6 估计退化函数

10.7 逆滤波

10.8 最小均方误差滤波 (维纳滤波)

10.9 约束最小二乘滤波

10.10 几何失真 (退化) 校正



10.7 逆滤波

设 $M = N$

$$G(u, v) = F(u, v)H(u, v)$$

$$\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)} \quad u, v = 0, 1, \dots, M-1$$

一、逆滤波 (Inverse Filter) : 用 $H(u, v)$ 去除 $G(u, v)$
(滤波函数 $H(u, v)$ 与 $F(u, v)$ 相乘: 退化)

$$\hat{f}(x, y) = F^{-1}[\hat{F}(u, v)] = F^{-1}\left[\frac{G(u, v)}{H(u, v)}\right] \quad x, y = 0, 1, \dots, M-1$$



二、问题

(1) $H(u, v)$ 在 UV 平面上取零或很小, $G(u, v) / H(u, v)$ 就会使恢复结果与预期的结果有很大差距

(2) 噪声带来更严重的问题

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v)$$

$$\hat{F}(u, v) = F(u, v) + \frac{N(u, v)}{H(u, v)} \quad u, v = 0, 1, \dots, M-1$$

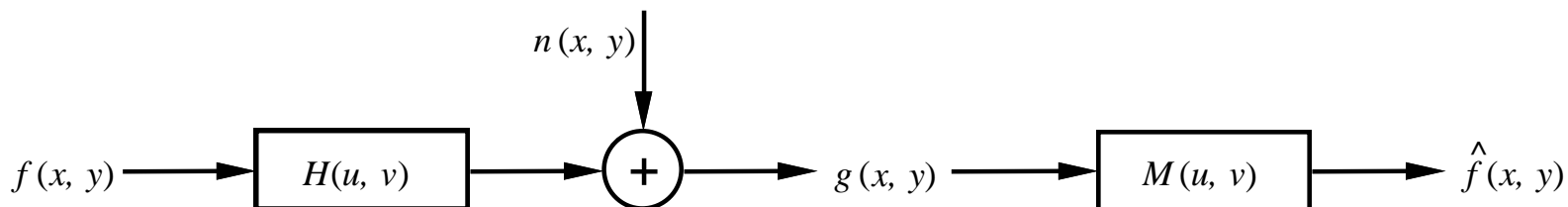
$H(u, v)$ 常随 u, v 与原点距离的增加而迅速减小, 而噪声 $N(u, v)$ 却一般变化缓慢。在这种情况下, 恢复只能在与原点较近 (接近频域中心) 的范围内进行



10.7 逆滤波

记 $M(u, v)$ 为恢复转移函数，并不直接取 $1/H(u, v)$

三、改进的图像退化和恢复模型



除去 $H(u, v)$ 为零的点

$$M(u, v) = \begin{cases} 1/H(u, v) & \text{如 } u^2 + v^2 \leq w_0^2 \\ 1 & \text{如 } u^2 + v^2 > w_0^2 \end{cases}$$

减少振铃效应

k 和 d 均为小于1的常数

$$M(u, v) = \begin{cases} k & \text{如 } H(u, v) \leq d \\ 1/H(u, v) & \text{其它} \end{cases}$$



10.7 逆滤波

四、例

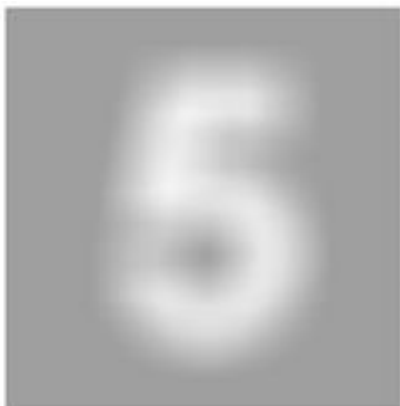
(1) 模糊点源以获得转移函数

将点源图象看做单位脉冲函数 ($F[\delta(x, y)] = 1$) 的近似

则有 $G(u, v) = H(u, v) F(u, v) \approx H(u, v)$

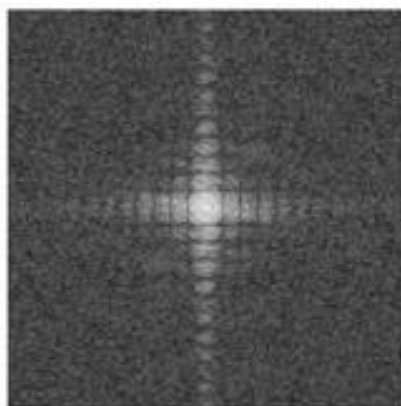
(2) 图像退化和恢复

退化图



(a)

滤波器



(b)

除去零点



(c)

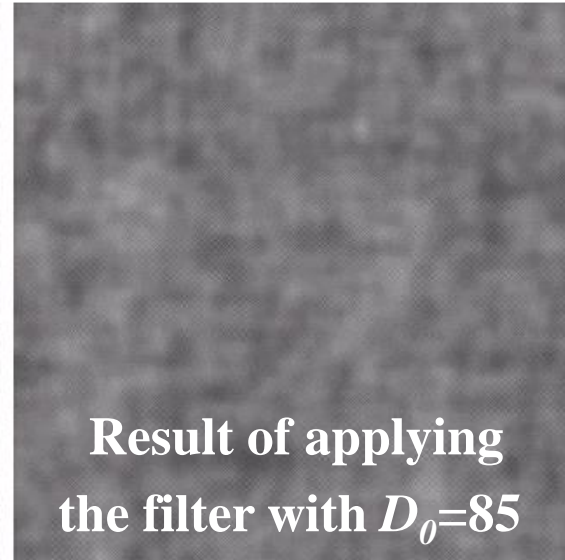
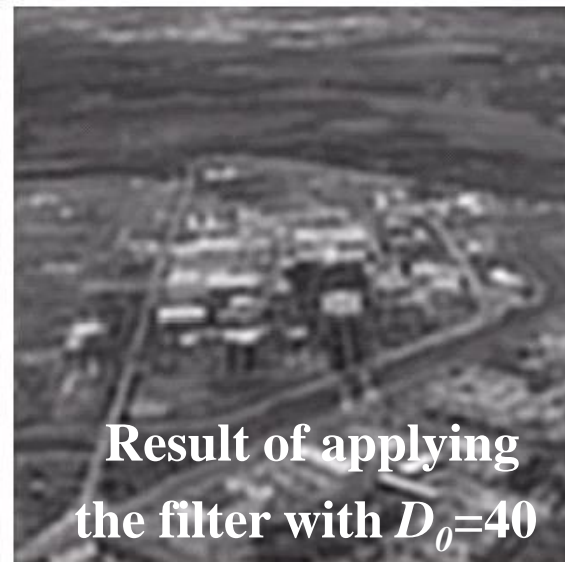
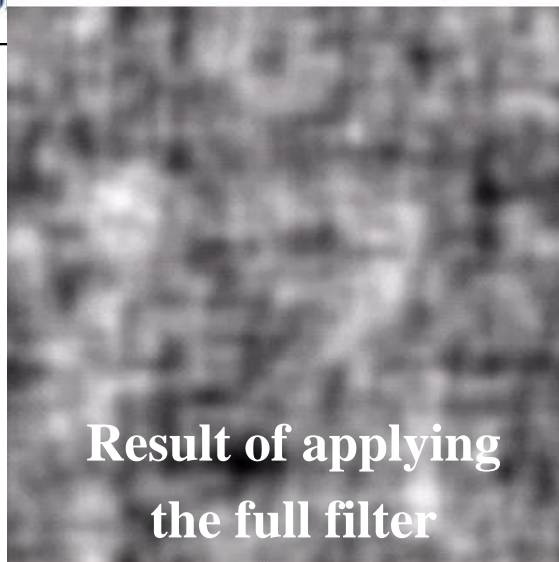
减少振铃



(d)



10.7 逆滤波



$$H(u, v) = e^{-0.0025(u^2+v^2)^{5/6}}$$



10.1 图像退化和复原过程模型

10.2 噪声模型

10.3 只有噪声的复原

10.4 周期噪声消除

10.5 线性、位置不变的退化

10.6 估计退化函数

10.7 逆滤波

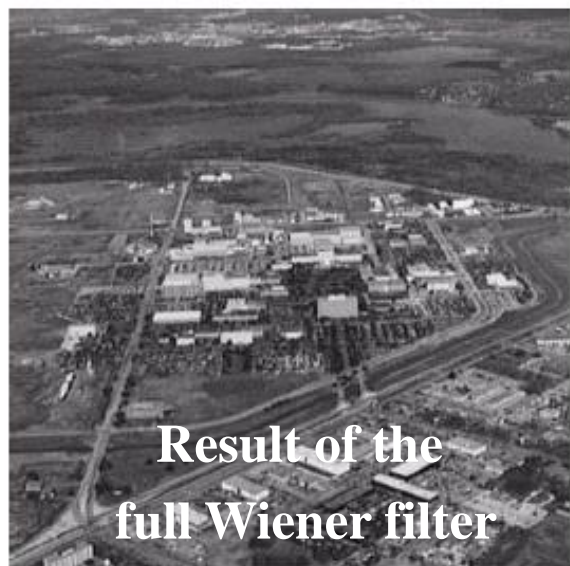
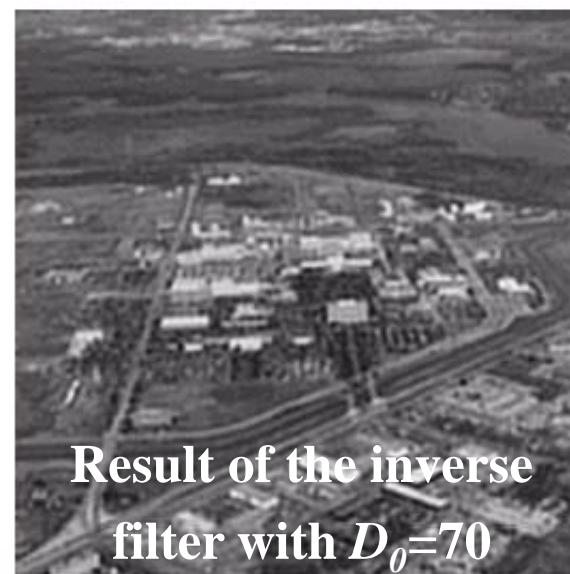
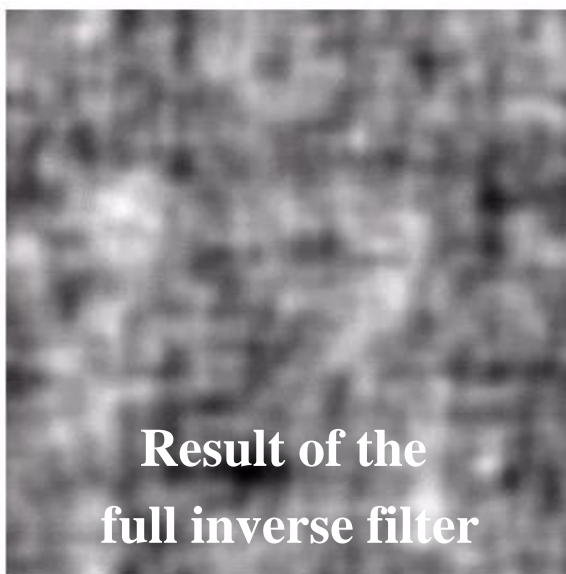
10.8 最小均方误差滤波 (维纳滤波)

10.9 约束最小二乘滤波

10.10 几何失真 (退化) 校正



10.8 维纳滤波





10.8 维纳滤波

三、实例:逆滤波 波与维纳滤波的 比较

(a)高斯噪声(均值为0,
方差为650)

(d)噪声幅度方差
减少1个数量级

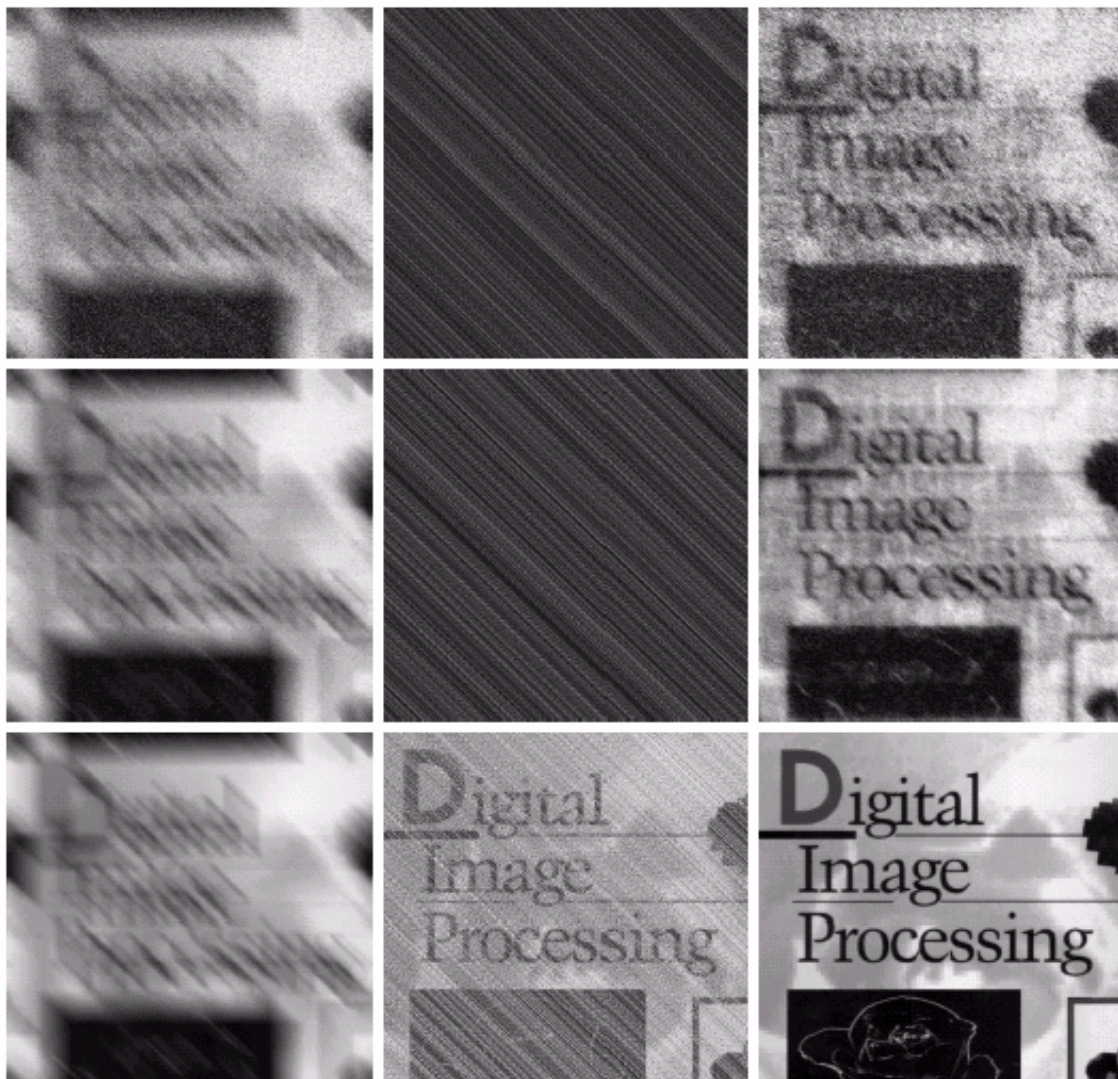
(g)噪声幅度方差
减少5个数量级

(b) (e) (h)逆滤波

(c) (f) (i)维纳滤波

Image
degraded
by motion
blur +
AWGN

a	b	c
d	e	f
g	h	i





10.1 图像退化和复原过程模型

10.2 噪声模型

10.3 只有噪声的复原

10.4 周期噪声消除

10.5 线性、位置不变的退化

10.6 估计退化函数

10.7 逆滤波

10.8 最小均方误差滤波 (维纳滤波)

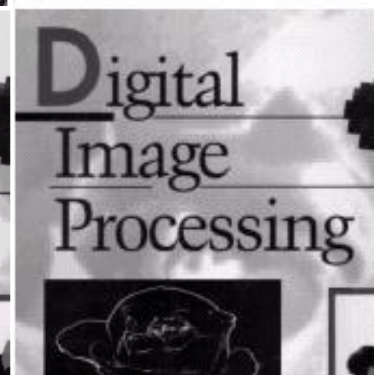
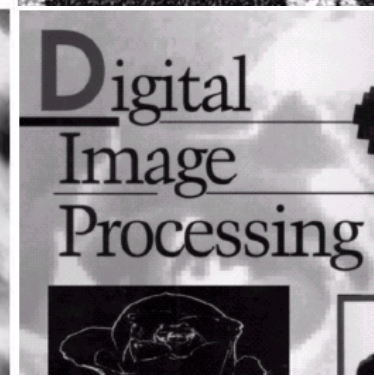
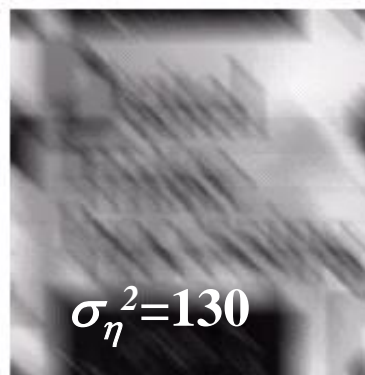
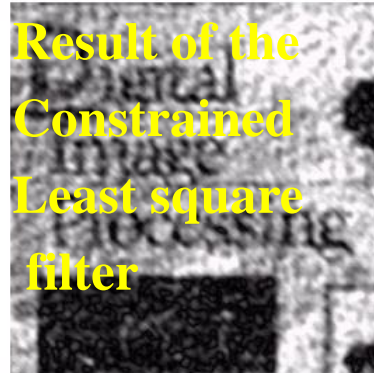
10.9 约束最小二乘滤波

10.10 几何失真 (退化) 校正



四、实例：维纳

Image
degraded
by motion
blur +
AWGN





小 结

1. 图像恢复的原因和目标
2. 图像退化模型
3. 无约束恢复：逆滤波
4. 有约束恢复：维纳滤波和最小二乘方恢复
5. 几何校正：几何变换





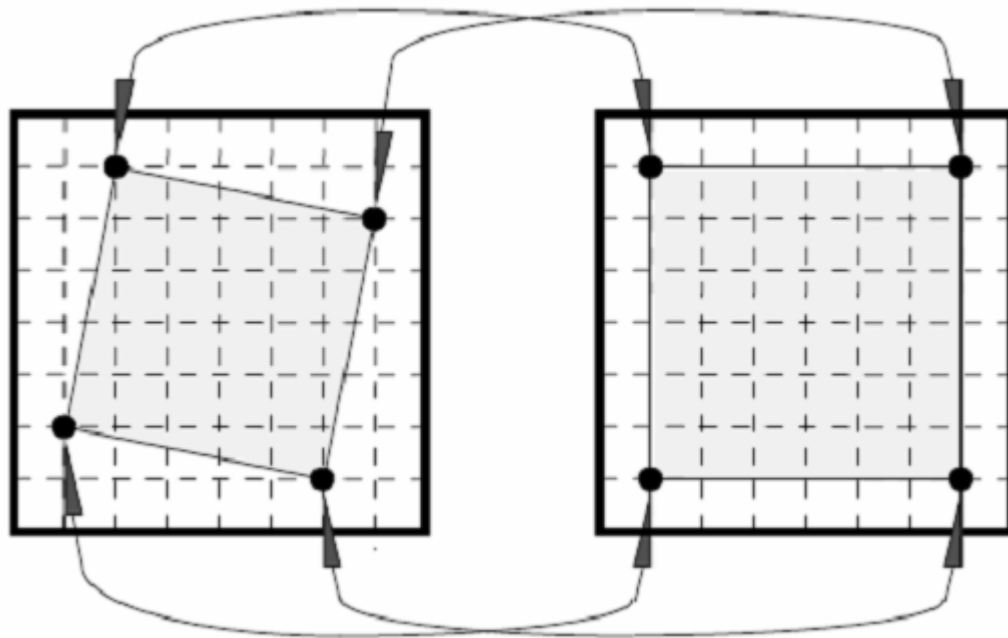
10.1、假设通用退化模型是线性位置不变的（假设图像与噪声无关），证明其输出的功率谱可表示为

$$|G(u, v)|^2 = |H(u, v)|^2 |F(u, v)|^2 + |N(u, v)|^2$$

10.2、成像时由于长时间曝光受到大气干扰而产生的图像模糊可以用转移函数 $H(u, v) = e^{-(u^2 + v^2)/2\sigma^2}$ 表示。设噪声可忽略，求恢复这类模糊的维纳滤波器的方程。



10.3 以下图中的左下角为原点，求表示几何失真过程的一对双线性等式。如设 $f(1,1)=1, f(7,1)=7, f(1,7)=7, f(7,7)=14$ ，求点 $f(2,4)$ 的灰度值。





中國石油大學 (华东)
CHINA UNIVERSITY OF PETROLEUM

讨论&实践





END

