

Teorija iger (za razliko od teorije optimizacije) lahko obravnava tudi nesimetrične matrike. Ideja je v zasnovi simetrične igre »clustering game« med dvema igralcema. Podatkovne točke V (akcije V ?) so čiste strategije, ki so na voljo igralcem, matrika A pa predstavlja njihova plačila. Oba igralca imata popolno znanje o poteku igre in sprejemata neodvisne odločitve o tem katero strategijo bosta izbrala. Matrika izplačil predstavlja prihodke, ki jih dobi igralec če se igra določena strategija. Torej če igralec 1 in 2 igrata strategijo $(i, j) \in V \times V$ potem igralec 1 dobi izplačilo $A_{i,j}$, igralec 2 pa $A_{j,i}$.

Mešana strategija $x \in \Delta$ je verjetnost porazdelitve čistih strategij, ki modelira stohastično strategijo igre nekega igralca. Če igralec 1 in 2 igrata mešani strategiji $((x_1, x_2) \in \Delta \times \Delta$ potem sta pričakovani izplačili igralcev $x_1^T A x_2$ in $x_2^T A x_1$.

Nashevo ravnovesje je profil mešane strategije $(x_1, x_2) \in V \times V$ pri katerem se noben od igralcev ne more povečati svojega izplačila ob nespremenjeni igri drugih igralcev, torej

$$y_1^T A x_2 \leq x_1^T A x_2 \text{ in } y_2^T A x_1 \leq x_2^T A x_1$$

Za vse $y_1, y_2 \in \Delta \times \Delta$. Nashevo ravnovesje je simetrično če velja $x_1 = x_2$. v primeru simetričnega Nashevega ravnovesja se prejšni neenakosti združita v

$$y^T A x \leq x^T A x \text{ za vse } y \in \Delta.$$

Z vidika clustering game je simetrično ravnovesje tisto kjer imata oba igralca enake hipoteze o članstvu v grupi in noben od igralcev ne želi iz grupe. Še več, prejšni pogoj pomeni:

$$\begin{cases} (Ax)_i = x^T A x; i \in \sigma(x) \\ (Ax)_i \leq x^T A x; i \notin \sigma(x) \end{cases}$$

Ki pa ga lahko interpretiramo kot notranjo homogenost grupe predstavljeno z podporo $\sigma(x)$ od x -a, za pričakovano podobnost katerega koli elementa iz grupe z nekim drugim elementom bo enaka.

Vendar pa Nash ne nujno zagotavlja pogoj maksimuma, kar lahko vseeno zagotovimo z izboljšanjem Nashevega ravnovesja poznan kot evolucijsko stabilna strategija (ESS). Simetrično Nashevo ravnovesje $x \in \Delta$ je evolucijsko stabilna metoda če poleg pogoja $y^T A x \leq x^T A x$ za vse $y \in \Delta$

zadostuje tudi pogoju $y^T A x = x^T A x \Rightarrow x^T A y < x^T A x$ za vse $y \in \Delta \setminus x$

Izrek3

Naj bo A matrika podobnosti pri primeru problema združevanja in naj bo Γ clustering game. Če je C dominantna množica v A , potem je vektor x^C ESS od Γ . Obratno, če je vektor x ESS od Γ , potem je $C = \sigma(x)$ dominantna množica od A , če $(Ax)_i \neq x^T A x$ za vse $i \notin C$.