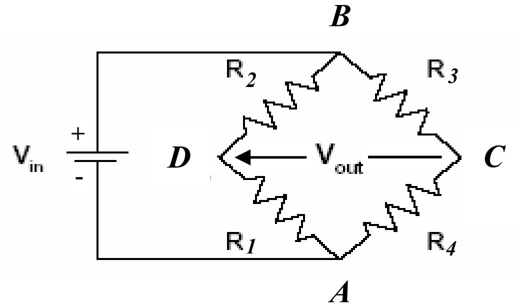
Pont de Wheatstone
Théorie et applications

1. Dispositif du pont

Le pont de Wheatstone est constitué de quatre résistances disposées en quadrilatère.



Le pont est un moyen très précis de mesurer des résistances.
Ce qui caractérise le montage est le pont, entre les points C et D, contenant un ampèremètre qui détecte le courant lorsque A et B sont reliés à une source de tension ou de courant.

2. Etude théorique, équilibrage du pont

En appliquant le théorème de Millman en C et en D, on a :

$$V_C = \frac{\left(\frac{V_A}{R_4} + \frac{V_B}{R_3}\right)}{\left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3}\right)} = \frac{\left(V_A R_3 + V_B R_4\right)}{\left(R_3 + R_4\right)} \qquad V_D = \frac{\left(\frac{V_A}{R_1} + \frac{V_B}{R_2}\right)}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)} = \frac{\left(V_A R_2 + V_B R_1\right)}{\left(R_2 + R_1\right)}$$

$$V_{in} = \left(V_B - V_A\right) \qquad V_{out} = \left(V_D - V_C\right)$$

$$\boxed{V_{out} = \frac{V_{in}\left(R_1 R_3 - R_2 R_4\right)}{\left(R_2 + R_1\right)\left(R_3 + R_4\right)}}$$

Equation de base du pont

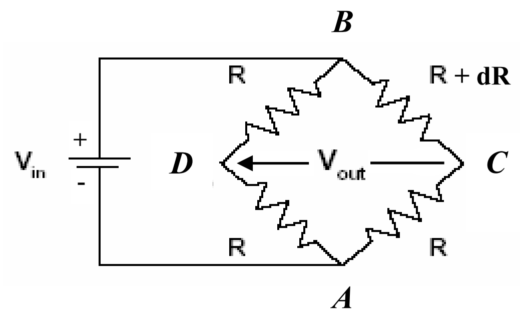
Le pont est dit équilibré lorsque V_{out} est nul quelle que soit l'entrée.

Cela se traduit donc par :

$$\boxed{(\text{ Equilibrage du pont }) \Leftrightarrow \left(R_1 R_3 - R_2 R_4\right) = 0}$$

Pont simple (quart de pont) :

Le pont est initialement équilibré avec $R_1 = R_3 = R_2 = R_4 = R$ mais ***R₁*** ou ***R₃*** varie de ***dR.***



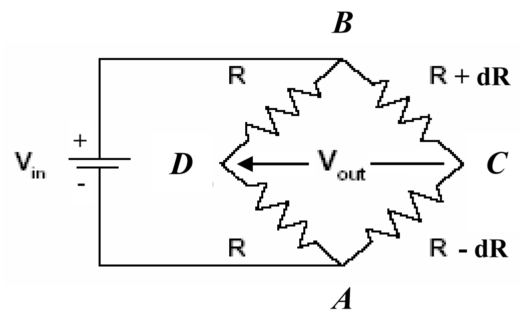
L'équation de base devient alors :

$$dV_{out} = \frac{V_{in}\left(4\ dR\ R^3 - 0\right)}{\left(4\ dR\ R^2\right)\left(4\ dR\ R^2\right)} = \frac{V_{in}}{4}\frac{dR}{R}$$

soit : $\boxed{V_{out} = \frac{V_{in}}{4}\frac{\Delta R}{R}}$

Demi pont :

Le pont est initialement équilibré mais ***R₃*** varie de ***dR*** et ***R₄*** de ***-dR.***



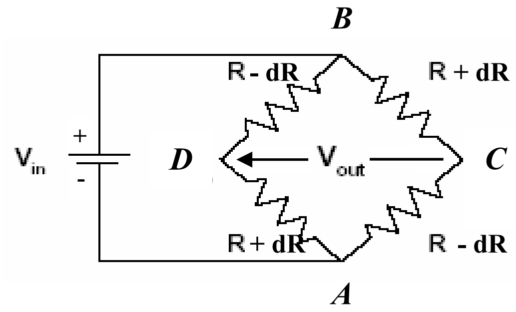
L'équation de base devient alors :

$$dV_{out} = \frac{V_{in}\left(4\ dR\ R^3 - \left(-4\ dR\ R^3\right)\right)}{\left(4\ dR\ R^2\right)\left(4\ dR\ R^2\right)} = \frac{V_{in}}{2}\frac{dR}{R}$$

soit : $\boxed{V_{out} = \frac{V_{in}}{2}\frac{\Delta R}{R}}$

Pont complet :

Le pont est initialement équilibré mais R_1 et R_3 varient de dR et R_2 et R_4 de $-dR$.



L'équation de base devient alors :

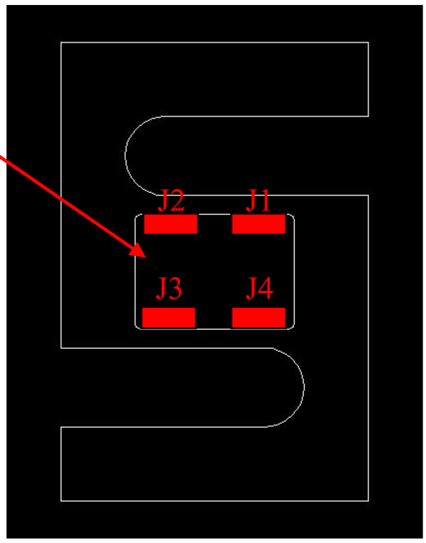
$$dV_{out} = \frac{V_{in}\left(2.4\ dR\ R^3 - \left(-2.4\ dR\ R^3\right)\right)}{\left(4\ dR\ R^2\right)\left(4\ dR\ R^2\right)} = V_{in}\frac{dR}{R}$$

soit : $\boxed{V_{out} = V_{in}\frac{\Delta R}{R}}$

3. Application : pont de jauges sur capteur

La cellule STC a une forme de S, au milieu duquel est logé un pont de quatre jauges de déformation.

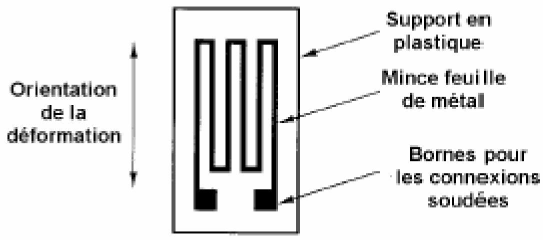
Pont de jauges de déformation



Lors d'un effet de traction, du fait de la symétrie centrale du capteur, les jauges J2 et J4 travaillent en compression tandis que J1 et J3 travaillent en traction.

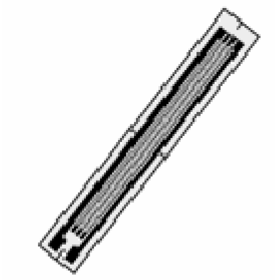
Toutes subissent la même déformation en valeur absolue :

$$|\varepsilon_1| = |\varepsilon_2| = |\varepsilon_3| = |\varepsilon_4|$$



Jauge de déformation

- **Résistance d'une jauge** :



$$R = \frac{\rho\, l}{A}$$

avec : ***R*** la résistance,
ρ la résistivité du conducteur dont est formée la jauge,
l la longueur du fil conducteur de la jauge,
A la section de la jauge.

En différenciant :

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - \frac{dA}{A}$$

Or $A = \pi \frac{D^2}{4}$, d'où $\frac{dA}{A} = 2\,\frac{dD}{D}$.

Mais $\frac{dD}{D} = -\upsilon\,\frac{dl}{l}$ avec υ le coefficient de Poisson de la jauge.

Alors : $\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l}\left(1 + 2\upsilon\right)$.

On introduit alors κ le *« facteur de jauge »,* qui caractérise la variation de la résistance en fonction de sa déformation axiale $\frac{dl}{l} = \varepsilon$.

$$\kappa = \frac{\frac{dR}{R}}{\varepsilon} = 1 + 2\upsilon + \frac{\frac{d\rho}{\rho}}{\varepsilon}$$

Alors, $\boxed{\frac{dR}{R} = \kappa\,\varepsilon}$.

Typiquement, selon les conducteurs utilisés, $\kappa \in [2\ ;\ 6]$.

<u>Exemple</u> : si ***R*** = 120 Ω , κ = 2 , ε = 1 μm/m ,
alors ***dR*** = 240 $\mu\Omega$.

On a donc des très petites variations de résistance.

L'utilisation d'un pont de Wheatstone va permettre de mesurer de telles variations.

Lorsqu'on applique un effort ***F*** au capteur, un champ de contraintes donc de déformations apparaît. Les jauges subissent la déformation ε.

Alors : $\boldsymbol{R_1 = R(1 + \kappa.\varepsilon)}$
$\boldsymbol{R_2 = R(1 - \kappa.\varepsilon)}$
$\boldsymbol{R_3 = R(1 + \kappa.\varepsilon)}$
$\boldsymbol{R_4 = R(1 - \kappa.\varepsilon)}$

En effet, on a vu que 2 et 4 travaillent en compression, tandis que 1 et 3 sont en traction. On a alors, d'après la formule du pont complet : $\boldsymbol{V_0 = \kappa.\varepsilon\ V_i}$
Donc, en mesurant la tension V_0 en fonction de V_i, on obtient le facteur $\kappa.\varepsilon$. On remonte ainsi à la déformation des jauges, donc à l'effort F exercé.

- **<u>Comparaison 4 jauges (pont complet) / capteur 1 jauge (quart de pont)</u> :**

On définit tout d'abord la sensibilité d'un capteur comme étant la valeur absolue du rapport entre le signal mesuré et l'effort appliqué : $s = \left|\frac{V_0}{F}\right|$.

Pour le pont 4 jauges, $s_4 = \left|\frac{\kappa\varepsilon\, V_i}{F}\right|$, et pour l'éprouvette 1 jauge, $s_1 = \left|\frac{\frac{\kappa\varepsilon}{4} V_i}{F}\right|$.

Par conséquent, $\frac{s_1}{s_4} = \frac{1}{4}$.

On a donc une sensibilité 4 fois meilleure avec un pont 4 jauges qu'avec une éprouvette une jauge.

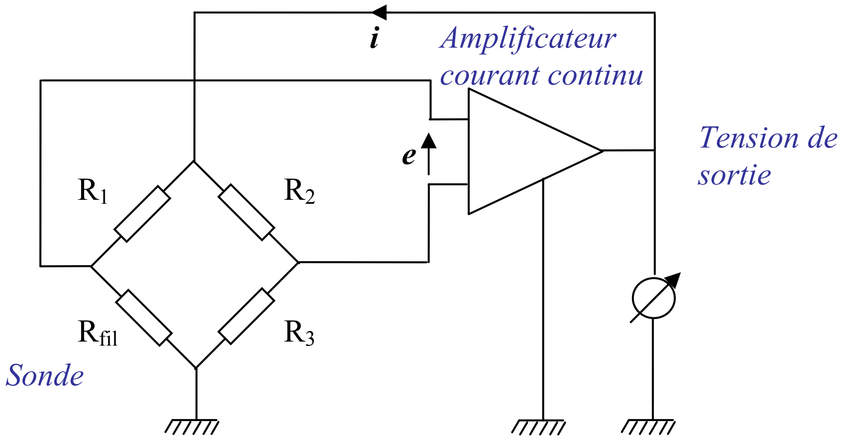
4. Application : anémométrie à fil chaud

En 1914, L.V. King, après des études systématiques, définit le fil chaud en tant qu'instrument de mesure de la vitesse d'un écoulement.

Un fil chaud est placé dans un écoulement ; à l'équilibre, la puissance électrique P nécessaire pour maintenir le fil à la température T, supérieure à celle du fluide à étudier est égale à la quantité de chaleur Q dissipée dans l'écoulement.

La quantité de chaleur transférée du fil au fluide est alors fonction de la vitesse du fluide, de l'écart de température entre le fil et le fluide, des propriétés physiques du fil et de ses dimensions, de l'orientation du fil et des propriétés physiques du fluide.

Le but est donc de maintenir le fil à une température donnée par un asservissement électronique réalisé par un pont de Wheatstone en configuration quart de pont.



Lorsque le pont est équilibré, la tension e est nulle. On s'arrange pour que l'amplificateur de courant fournisse un courant i non nul lorsque e est nulle. Le système reste en équilibre.

Lorsqu'on place la sonde dans le fluide, la tension R_{fil} varie, une tension de déséquilibre ***e*** apparaît et le courant ***i*** fourni par l'amplificateur varie. On s'arrange pour que cette variation de ***i*** ramène le pont à l'équilibre. Ainsi la résistance R_{fil} et donc la température du fil sont asservies, les variations du courant ***i*** nous donnent les variations de vitesse.

On a la forme suivante:

$$\boxed{i^2 = A + B.U^n}$$

Avec A, B et n des constantes à déterminer par étalonnage

Le principal avantage de ce type de mesure, par rapport à un tube de Pitot par exemple, est que l'on peut réaliser des mesure dynamiques de vitesse, là où les systèmes de mesure traditionnels ne fournissent que des moyennes.

De plus, le dispositif de mesure présente un faible encombrement et perturbe peu l'écoulement, c'est donc un moyen efficace pour l'étude de couche limite par exemple.

Fil chaud