

Câu 4. ★☆☆☆☆ Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2\sqrt{x}-1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là

A. $2\sqrt{x} + \ln x + C$.

B. $2\sqrt{x} - \ln x + C$.

C. $4\sqrt{x} + \ln x + C$.

D. $4\sqrt{x} - \ln x + C$.

$$\begin{aligned} & \int \frac{2\sqrt{x}}{x} dx - \int \frac{1}{x} dx \\ &= \int \frac{2}{\sqrt{x}} dx - \ln x + C \\ &= 4\sqrt{x} - \ln x + C \end{aligned}$$

Câu 18. ★★☆☆☆ Biết rằng $\int_0^1 \frac{2e^{2x} + 3}{e^x} dx = \frac{m \cdot e^2 + n \cdot e + p}{e}$ (với $m, n, p \in \mathbb{Z}$). Khi đó $m + 2n - p$ bằng

A. 2.

B. 6.

C. 1.

D. 7. ✓

$$\begin{aligned} & \int_0^1 2e^x dx + \int_0^1 \frac{3}{e^x} dx \\ &= 2 \cdot e^x \Big|_0^1 + \int_0^1 3e^{-x} dx \\ &= \underline{2(e-1)} - 3 \cdot e^{-x} \Big|_0^1 = \frac{2e-3+e}{e} \\ &= 2e-2 - 3(e^{-1}-1) = 2e - \frac{3}{e} + 1 \end{aligned}$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$



$$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C$$

Câu 30. ★★☆☆☆ Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = a (a > 0)$. Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = b (b > 0)$.

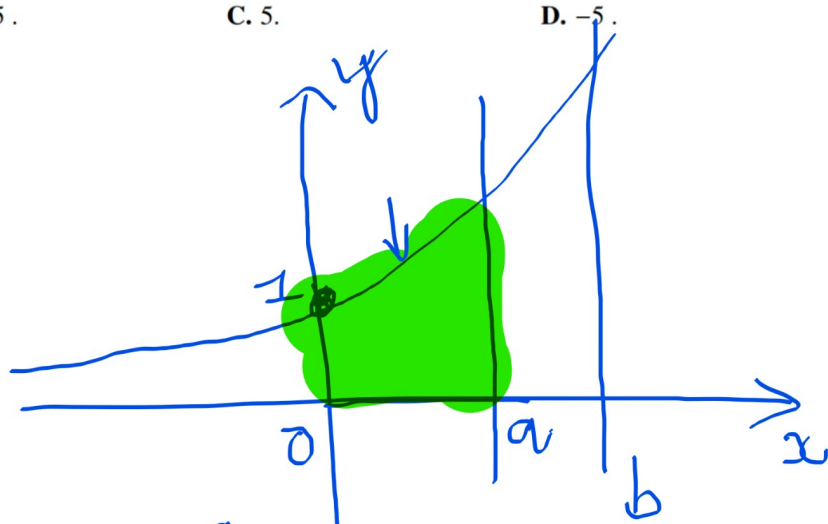
Biết $S_2 = 5S_1 + 4$, khi đó $b - a$ bằng

A. $\ln 5$.

B. $-\ln 5$.

C. 5.

D. -5.



$$S_1 = \int_0^a e^x dx = e^a - 1$$

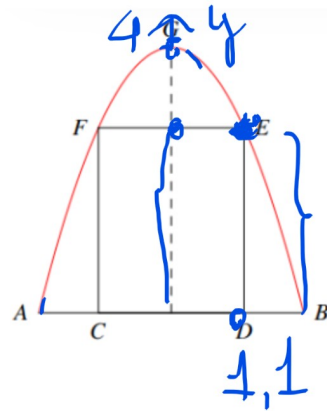
$$S_2 = \int_0^b e^x dx = e^b = 5e^a$$

$$\ln e^b = \ln 5e^a$$

$$\Rightarrow b = a + \ln 5$$

$$\rightarrow b - a = \ln 5$$

Câu 11: ★★☆☆ Một cánh cổng của một toà nhà có dạng parabol gồm hai phần: phần hai cánh cửa hình chữ nhật $CDEF$, còn lại là phần xiên hoa trang trí. Biết rằng $GH = 4$ m, $AB = 4$ m và $AC = BD = 0,9$ m. Diện tích phần cổng làm xiên hoa trang trí (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) bằng bao nhiêu mét vuông?



$$y = ax^2 + bx + c$$

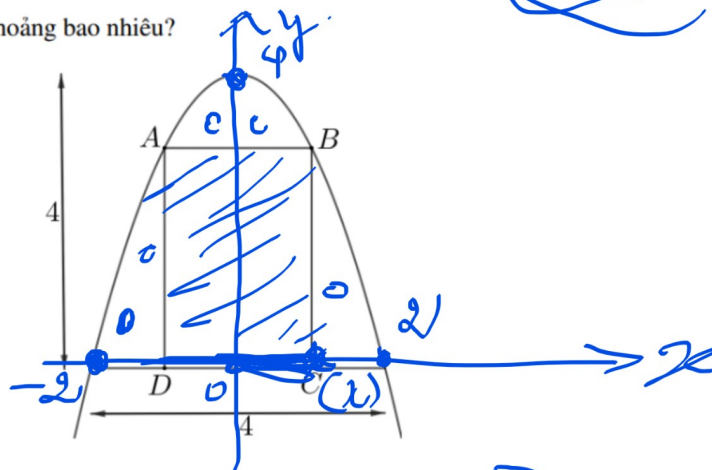
$$y = ax^2 + bx + 4$$

$$\begin{cases} 4a + 2b + 4 = 0 \\ 2a - 2b + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = 4 \end{cases}$$

$$S = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx = \frac{32}{3}$$

$CDEF = 2,2 \times 2,2$

Câu 13. ★★★★★ Trong một đợt hội trại được tổ chức tại trường X, đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng hình parabol như hình dưới. Biết rằng đoàn trường X sẽ yêu cầu các lớp gửi ảnh dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật $ABCD$, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là 200 000 đồng/m². Hỏi chi phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên pano khoảng bao nhiêu?



A. 1 230 000 đồng .

B. 900 000 đồng .

C. 1 232 000 đồng .

D. 902 000 đồng .

$$S = S_{\text{parabol}} - S_{ABCD}$$

$$= \frac{32}{3} - 2x \times (-x^2 + 4)$$

min

$$y = -x^2 + 4$$

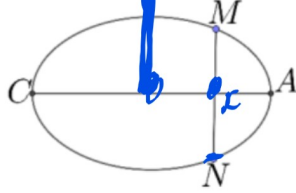
S

$$S = \frac{32}{3} + 2x^3 - 8x$$

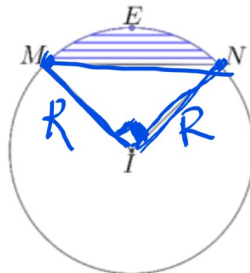
$$S_{\min} = \left\{ \frac{96 - 32\sqrt{3}}{9} \right\} \times 200000$$

Câu 11: ★★★★★ Sân vận động Sports Hub (Singapore) là nơi diễn ra lễ khai mạc đại hội thể thao Đông Nam Á được tổ chức ở Singapore năm 2015. Nền sân là một Elip (E) có trục lớn dài 150 m, trục bé dài 90 m. Nếu cắt sân vận động theo mặt phẳng vuông góc với trục lớn của (E) và cắt (E) tại M và N (hình a) thì ta được thiết diện luôn là một phần của hình tròn có tâm I (phần tô đậm trong hình b) với MN là dây cung và $\widehat{MIN} = 90^\circ$. Để lắp máy điều hòa không khí cho sân vận động thì các kỹ sư cần tính thể tích phần không gian bên dưới mái che và bên trên mặt sân, coi như mặt sân là một mặt phẳng và vật liệu làm mái che không đáng kể. Hỏi thể tích đó xấp xỉ bao nhiêu?

$$\left(\frac{x^2}{75^2}\right) + \frac{y^2}{45^2} = 1 \Rightarrow y = 45 \sqrt{1 - \frac{x^2}{75^2}} \quad MN = 90 \sqrt{1 - \frac{x^2}{75^2}}$$



Hình a



Hình b

$$V = \int_a^b \underline{S(x)} dx$$

$$S(x) = \frac{1}{4} \pi \cdot \left(\frac{MN}{\sqrt{2}}\right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{MN}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{\pi MN^2}{8} - \frac{MN^2}{4}$$

$$V = \int_{-75}^{75} \left(\frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}\right) \cdot 90^2 \left(1 - \frac{x^2}{75^2}\right) dx \approx 115586,3 \text{ (m}^3\text{)}$$