

Bases de télécommunications 1

ISC_153

2022 - 2023

Quelques bases théoriques

4. Le gain

En électronique, le **gain G exprimé en décibels**

désigne la capacité d'un circuit électronique à augmenter la puissance ou l'amplitude d'un signal.

Le gain se calcule généralement en effectuant le ratio du signal de sortie sur celui d'entrée.

(Par rapport à l'équation de l'Atténuation précédente, l'expression G_{dB} est obtenue en permutant les rôles de X_1 et de X_2)

Utilisé seul, le terme de « gain » est ambigu car on ne sait pas s'il se réfère à un gain en tension, courant ou puissance.

Le gain G en puissance d'un montage se calcule de la façon suivante $G = 10 \log \left(\frac{P_s}{P_e} \right) \text{ dB}$

Avec P_e et P_s respectivement les puissances d'entrée et de sortie

Quelques bases théoriques

4. Le gain (suite)

Pour un signal électrique, la grandeur x peut représenter une tension.

En utilisant la loi d'Ohm, la formule précédente peut se réécrire :
en fonction des tensions d'entrée et de sortie V_e et V_s ,
ainsi que de la résistance d'entrée R_e du montage,
et ainsi que de la résistance de charge R_s .

$$G = 10 \log \frac{\left(\frac{V_s^2}{R_s}\right)}{\left(\frac{V_e^2}{R_e}\right)} \text{ dB}$$

Si le circuit est adapté en impédance ($R_s = R_e$), cette expression devient :

$$G = 10 \log \left(\frac{V_s}{V_e} \right)^2 \text{ dB}$$

Soit au final :

$$G = 20 \log \left(\frac{V_s}{V_e} \right) \text{ dB}$$

C'est cette formule qui est utilisée pour calculer le gain en tension d'un montage.

Mais cette convention permet aussi, dans les montages où l'impédance d'entrée est égale à l'impédance de sortie, de mesurer les trois gains (en intensité, en tension, et en puissance) par le même nombre.

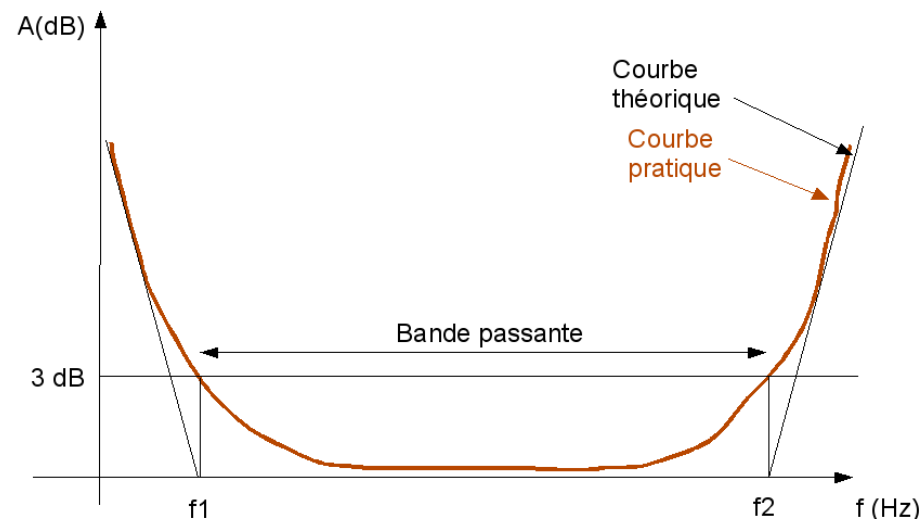
Le gain d'un montage peut varier en fonction de la fréquence. C'est le cas pour les filtres car ils atténuent certaines composantes d'un signal et en laissent passer d'autres. Afin d'étudier le comportement fréquentiel du gain d'un filtre ou de n'importe quel montage électronique, on peut utiliser des outils graphiques tels que le diagramme de Bode ou le diagramme de Nyquist.

Le gain représente en fait le rôle du filtre. Plus le gain est grand pour une fréquence f donnée, moins les signaux de cette fréquence sont atténués. Au contraire, plus le gain est faible, plus le signal est atténué, voire inhibé.

Quelques bases théoriques

4. La bande passante

Un canal de transmission, quel qu'il soit, est par nature imparfait. Cela signifie qu'il ne véhicule correctement que les fréquences appartenant à une zone caractéristique. Cette zone caractéristique correspond à un intervalle de fréquences et porte le nom de **bande passante (BP)**. Nous vous représentons cette notion sur le schéma suivant :



Pour des signaux parfaits (que nous visualisons sur la courbe théorique), l'atténuation est nulle dans l'intervalle de fréquences. En dehors de cet intervalle, le signal subit une atténuation exponentielle (linéaire en décibels). Dans la réalité, l'atténuation ne varie pas aussi brusquement. **Pour les signaux réels, on définit la bande passante à 3 dB** (courbe pratique).

Quelques bases théoriques

4. La bande passante (suite)

La bande passante BP d'un filtre passe-bande est l'intervalle de pulsations $[\omega_{c1}, \omega_{c2}]$ qui correspond aux pulsations telles que le gain soit au plus à 3 décibels en dessous du gain maximum (ici 0 dB = quand l'énergie du signal est transmise sans perte/atténuation).

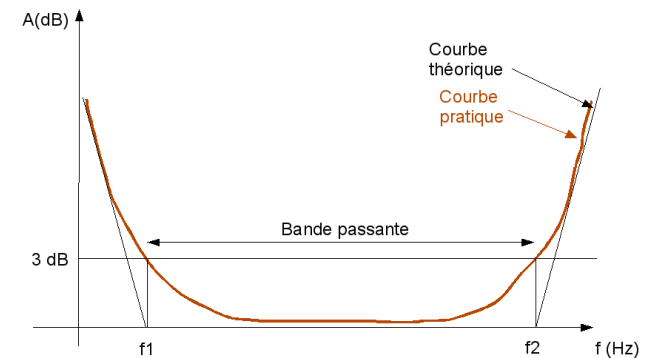
$$G(\omega_{ci}) = G(\omega_0) - 3,$$

et

$$BP = [\omega_{c1}, \omega_{c2}]$$

Ces pulsations de coupure sont telles que

$$|h(j\omega_{c1})| = |h(j\omega_{c2})| = \frac{h_{\max}}{\sqrt{2}} \quad \left(\text{car } 20 \log \frac{1}{\sqrt{2}} \approx -3 \right)$$



$H(j\omega)$: fonction de transfert. En traitement du signal, une fonction de transfert est un modèle mathématique de la relation entre l'entrée et la sortie d'un système linéaire,

Quelques bases théoriques

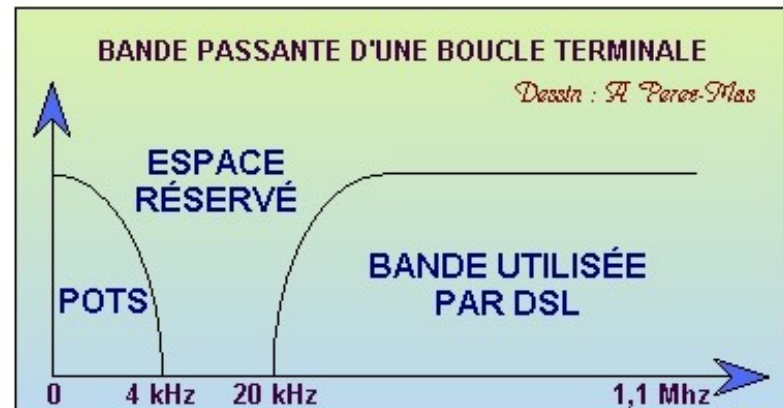
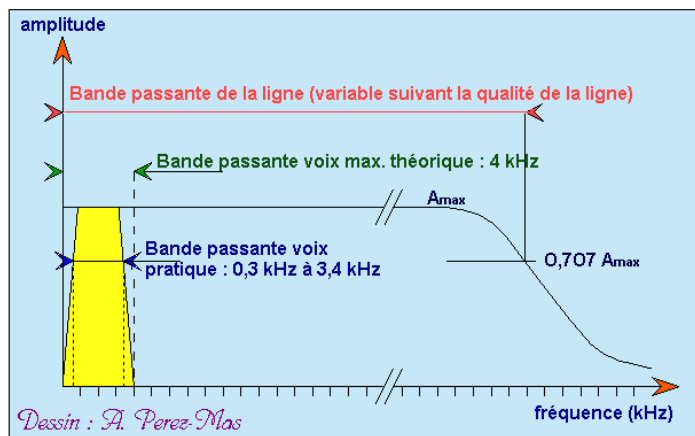
4. La bande passante (suite)

Exemple 1.1. Bande passante du téléphone

La bande passante du téléphone s'étale de 300 Hz à 3,4 kHz

La bande passante est une caractéristique physique du support de transmission et dépend généralement de la construction, de l'épaisseur et de la longueur de ce support. Dans certains cas, un filtre est introduit dans le circuit afin de limiter la largeur de la bande passante mise à la disposition de chaque client.

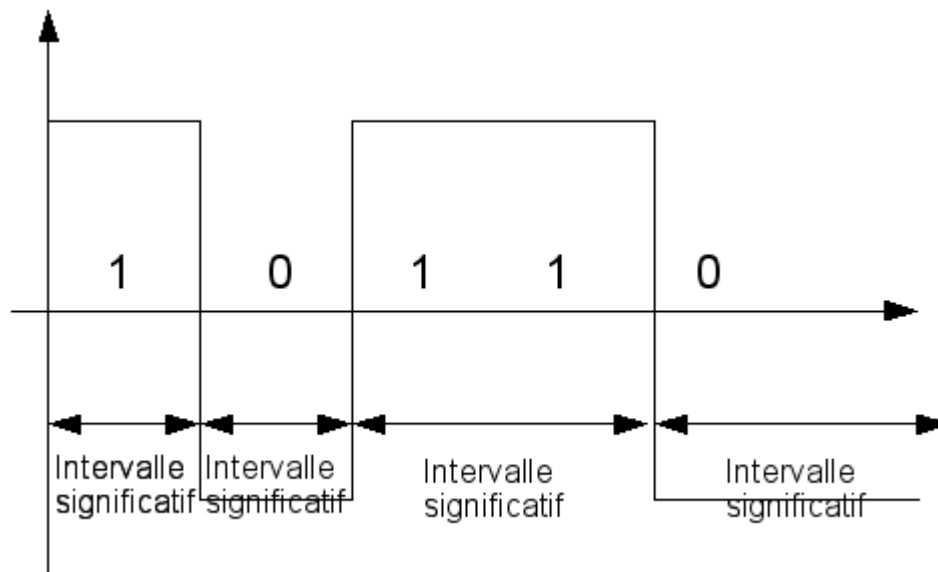
Par exemple, le câble téléphonique peut avoir une bande passante de 1 MHz sur de courtes distances, mais les opérateurs ajoutent un filtre qui limite la largeur de bande à environ 3100 Hz pour chaque utilisateur. Cette quantité convient à l'entretien d'une conversation audible. En outre, cette réduction des ressources consommées améliore l'efficacité globale du système et a permis de développer d'autres services.



Quelques bases théoriques

5. Intervalle significatif

On appelle intervalle significatif la durée pendant laquelle le signal à transmettre ne varie pas. Il est noté T et s'exprime en secondes. On pourra aussi dire que l'intervalle significatif d'un signal numérique correspond à la durée d'un élément binaire.



Quelques bases théoriques

6 Types de signaux : comment passer d'un signal analogique à un signal numérique ?

Concrètement, la plupart des signaux physiques sont de nature analogique (signaux continus).

Par exemple, le signal lumineux, les signaux acoustiques, les signaux sismiques, les signaux électriques, etc.

La plupart du temps, ces signaux doivent être traités (afin d'éliminer le bruit, ou pour faire ressortir certaines propriétés).

La plupart des systèmes de traitement actuels sont numériques.

On devra donc exprimer la plupart des signaux sous forme numérique afin de les traiter, puis éventuellement pour les reconstituer.

Les signaux se présenteront donc sous deux formes :

- **une forme analogique** liée à la description des systèmes physiques
- **une forme numérique** susceptible d'être soumis à des traitements

Quelques bases théoriques

6 Types de signaux : comment passer d'un signal analogique à un signal numérique ?

Considérons, par exemple, deux abonnés au réseau téléphonique ISDN.

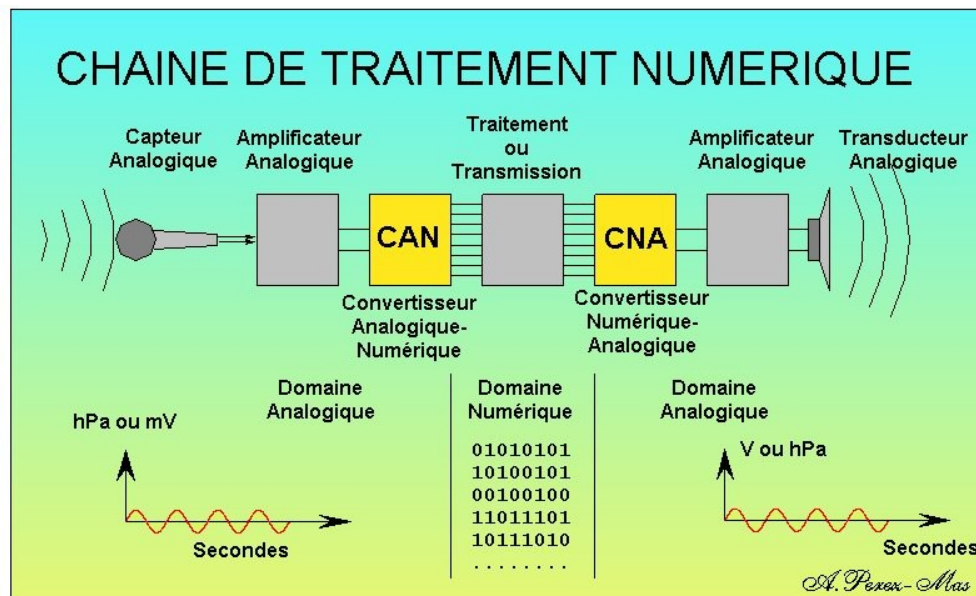
Le signal sonore, la voix, est traduit dans le poste téléphonique de l'appelant en un signal électrique continu.

Ce signal est numérisé et échantillonné pour former une suite d'éléments binaires.

Ces éléments binaires sont acheminés sur le réseau numérique des télécommunications avant de parvenir sur le poste téléphonique de l'appelé.

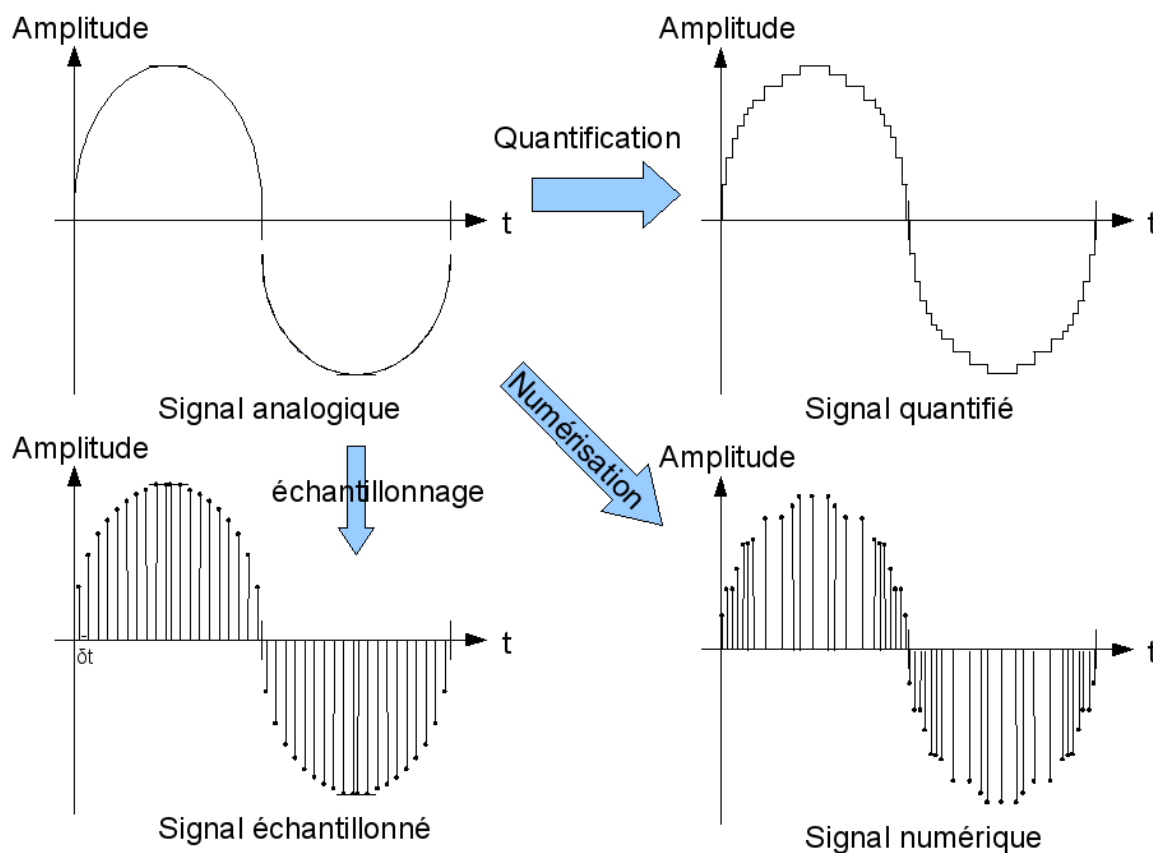
Le signal numérique est alors converti en signal électrique qui est amplifié et envoyé sur la membrane de l'écouteur de l'appelé

Cette chaîne de transmission peut être représentée par le schéma suivant :



Quelques bases théoriques

6 Types de signaux : comment passer d'un signal analogique à un signal numérique ?



Quelques bases théoriques

6 Types de signaux : comment passer d'un signal analogique à un signal numérique ?

Examinons les propriétés d'un signal numérique.

Il est représenté par une suite de valeurs dans laquelle deux valeurs successives sont séparées par un intervalle de temps δt .

Pour passer d'un signal continu à un signal discret, il faut l'**échantillonner**, c'est-à-dire prélever les valeurs du signal continu à des instants régulièrement espacés.

Chaque valeur d'un signal numérique est définie par une capacité en nombre de bits. Supposons par exemple qu'on veuille prélever des températures variant entre -20°C et $+40^{\circ}\text{C}$. Chacune de ces valeurs que l'on va récupérer pourra être quelconque dans un intervalle de 60°C . Il y a donc une infinité de valeurs possibles, cette quantité dépendant de la précision recherchée.

Si l'on désire numériser ces valeurs dans un format de huit bits, cela signifie qu'on limite le nombre des valeurs possibles à 256 pour traduire un nombre de valeurs physiques beaucoup plus grand.

On va donc perdre des informations à cause des limites du système numérique.

Cette opération s'appelle la **quantification**. On dira dans ce cas que des valeurs de température sont quantifiées sur 8 bits. En pratique, on s'arrange pour que le nombre de valeurs quantifiées soit suffisant pour pouvoir exécuter le traitement numérique et en tirer des résultats significatifs.

En bilan, pour obtenir un signal numérique à partir d'un signal analogique, il faut quantifier le signal analogique (transformer les valeurs continues en valeurs discrètes) puis l'échantillonner (prélever des échantillons à des instants discrets).

Les composants qui exécutent automatiquement ces fonctions s'appellent des échantillonneurs codeurs. L'opération inverse existe également et permet de reconstituer un signal analogique à partir d'un signal numérique.

7. L'analyse de Fourier

Au début du XIX^e siècle, le mathématicien Jean-Baptiste FOURIER a démontré que toute fonction périodique quelconque, appelons-la $g(t)$ de période T , peut être exprimée sous forme d'une sommation d'un certain nombre (théoriquement infini) de fonctions sinusoïdales et cosinusoïdales :

L'analyse de Fourier démontre qu'un signal périodique de fréquence f est la somme de sinusoïdes de fréquences $2f$, $3f$, $4f$,...

Il existe donc une expression de dualité entre la fréquence et le temps (puisque $f=1/T$)

Un signal peut donc être indifféremment représenté sur un axe de temps (amplitude) ou de fréquence (spectre)

La dualité vient du fait que ces 2 représentations sont tout à fait équivalentes **puisque'on peut passer de l'une à l'autre sans création ou perte d'information.**

Autrement dit : on peut décrire une même chose de 2 façons différentes et travailler sur les signaux (opérations) plus facilement dans l'un ou l'autre des domaines (temporels ou fréquentiel) !

Fonction $g(t)$ périodique : la dualité Temps – Fréquence !

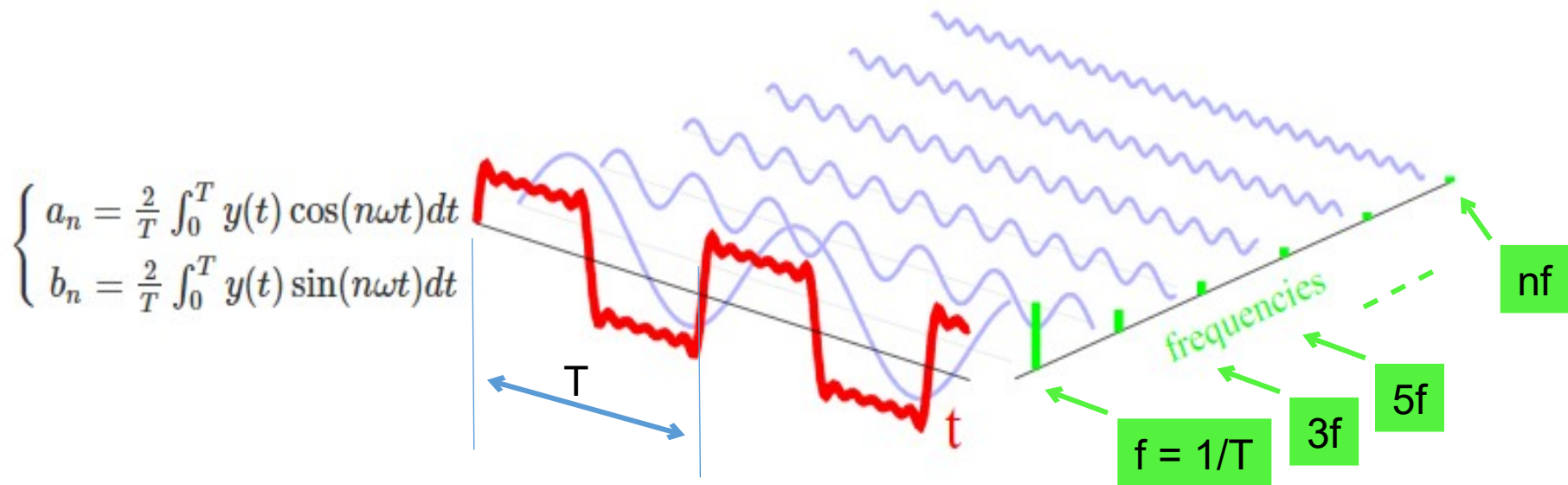
la dualité Temps – Fréquence

 $y(t)$ Fonction T-périodique

$$y(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} [a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t]$$

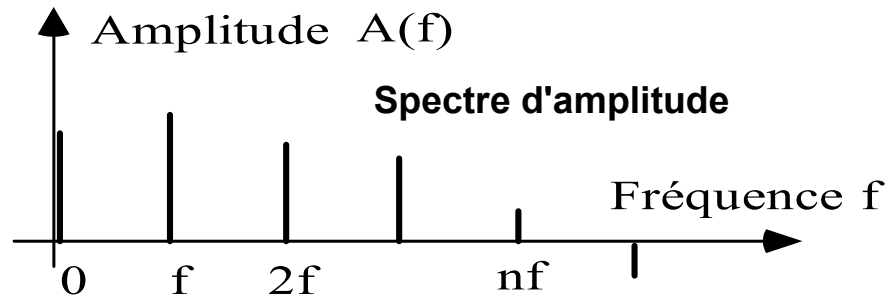
a_0 valeur moyenne : $a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt$

Toute fonction T-périodique résulte d'une somme infinie de cosinus et sinus.



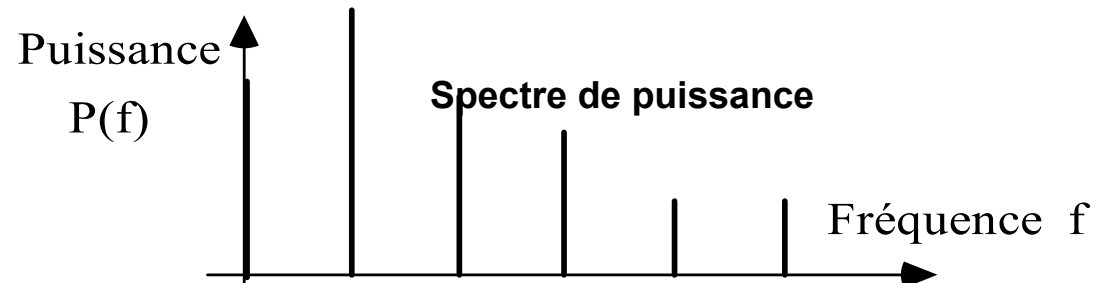
Représentation spectrale

Représentation des amplitudes c_n en fonction des fréquences.



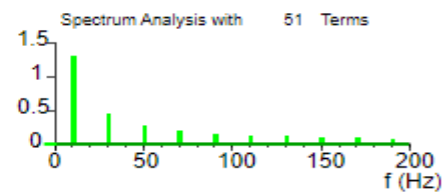
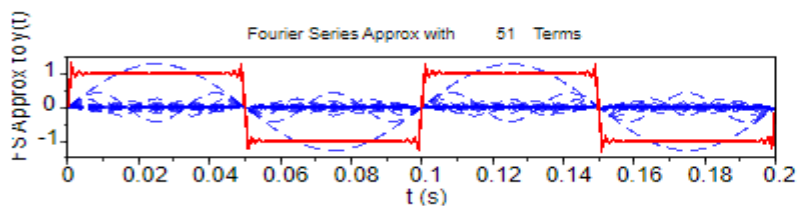
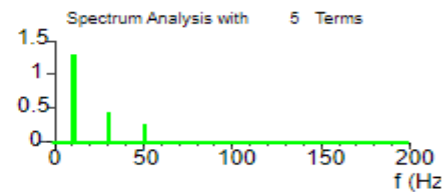
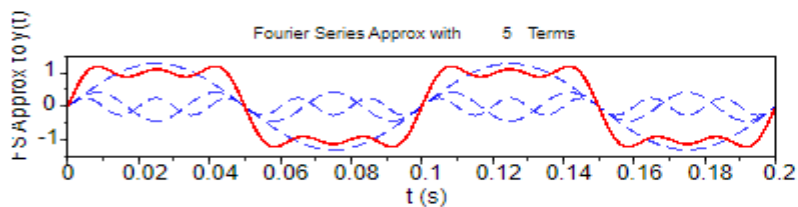
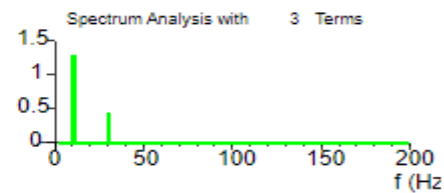
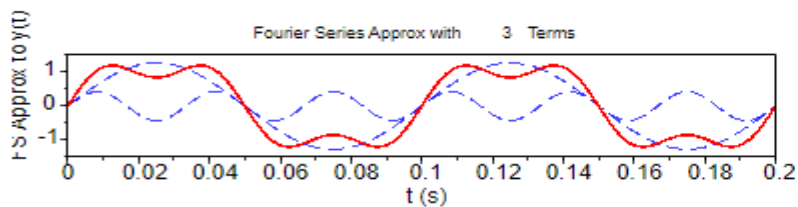
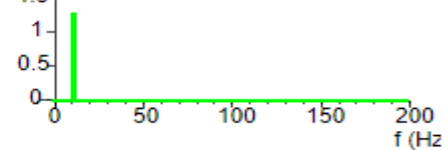
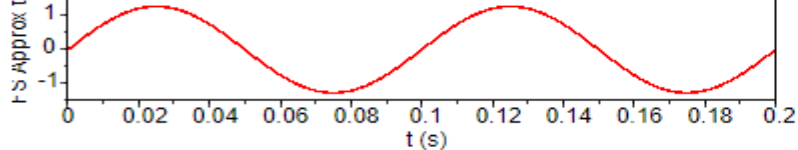
**Fonction périodique
spectre de raies**

**Puissances contenues dans
les différentes harmoniques.**



Puissance moyenne d'un signal

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T g(t)^2 dt = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2} (a_n^2 + b_n^2)$$



→ Décroissance en $1/f$

Quelques bases théoriques

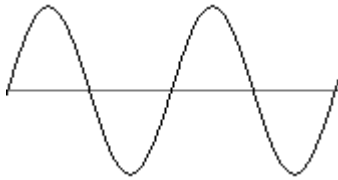
8. Les harmoniques

Nous avons vu, jusque là, des courbes parfaites. En comparaison avec le monde du son, imaginons la note LA.

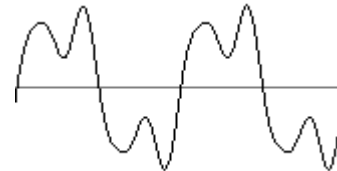
- L'amplitude déterminera la puissance du son (grande amplitude = son fort, petite amplitude = son faible)
- La période déterminera la "hauteur" du son. Plus la période est longue, plus le son sera grave. Naturellement, plus elle est courte, plus le son sera aigu

Sur les différentes représentations des courbes suivantes, les fréquences et les amplitudes sont identiques.

La première sinusoïde a pour fréquence la **fondamentale**. Les autres sinusoïdes ont des fréquences qui en sont des multiples. ce sont les **harmoniques** de la fondamentale

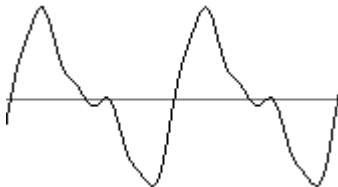


[Son d'une courbe parfaite](#)



une harmonique s'ajoute sur la courbe parfaite

[Son de cette courbe](#)



Cette courbe n'est plus parfaite,
une harmonique s'ajoute sur la courbe parfaite

[Son de cette courbe](#)

une harmonique supplémentaire s'ajoute sur la courbe parfaite

[Son de cette courbe](#)



Quelques bases théoriques

9. Théorème de Shannon

Nous avons vu que pour réaliser un signal numérique à partir d'un signal analogique, il fallait l'échantillonner avec une fréquence d'échantillonnage :

$$f_e = \frac{1}{\delta t}$$

puis il faut se fixer un format binaire de n bits pour exprimer chaque échantillon (quantification à 2^n valeurs).

Un problème survient si l'on désire ensuite reconstituer le signal analogique à partir du signal numérique. On montre que dans ce cas, il existe une contrainte sur la fréquence d'échantillonnage. Celle-ci doit être au moins égale au double de la fréquence maximale f_{\max} du signal analogique.

$$f_e \geq 2 \times f_{\max}$$

Théorème de Shannon

Si l'on veut numériser le signal analogique du réseau téléphonique qui possède une bande passante s'étendant de 300 à 3400 Hz, quelle doit être la fréquence d'échantillonnage minimum ?

La formule du théorème de Shannon nous montre immédiatement que la fréquence d'échantillonnage doit être supérieure au double de la fréquence maximum, soit 6 800 Hz.

La fréquence standard qui a été choisie dans le réseau numérique est de 8 KHz, ce qui satisfait les conditions ci-dessus.