Universidad del País Vasco — Euskal Herriko Unibertsitatea

Escuela Universitaria de Ingeniería Vitoria-Gasteiz — Ingeniaritzako Unibertsitate Eskola Vitoria-Gasteiz

CÁLCULO

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA DE GESTIÓN Y SISTEMAS DE INFORMACIÓN

Curso 2012-2013

1. (1,5 ptos) Calcular un valor de $a \in \mathbb{R}$, con a>0, para que se verifique la igualdad:

$$\int_0^a \frac{dx}{1+x^2} = \int_a^\infty \frac{dx}{1+x^2} + \int_0^1 (\ln x + 2x)dx$$

2. (1,25 ptos) El perímetro de un triángulo isósceles es 8 cm. y el lado desigual mide 2 cm. Calcular, por integrales definidas, el volumen del cuerpo engendrado por la rotación del citado triángulo en torno a su base.

3. (1,25 ptos) Resolver la ecuación $\left(x y^2 e^{x^2} - y + 2\cos x\right)dx - \left(2\operatorname{sen} y + x - y e^{x^2}\right)dy = 0$.

4. (1,5 ptos) Hallar la primitiva de la ecuación diferencial $y'' - 4y' + 13y = e^{-x} - \cos(3x+5)$.

5. (1,5 ptos) Sea la ecuación diferencial $y' = \frac{2y}{x} + xy^2 - x^5$. Calcular una solución particular de la forma $y_1 = Kx^2$ y resolver la ecuación haciendo el cambio $z = y - y_1$.

6. (1,5 ptos) Resolver, utilizando transformada de Laplace, la ecuación integro-diferencial

$Y''(t) + \int_0^t Y(t)dt = 2Y'(t) - 1$ con Y(0) =Y´(0)=1,

NOTA: $\mathcal{L}\left\{e^{at}\right\} = \frac{1}{s-a}$,$\mathcal{L}\left\{\operatorname{sen} at\right\} = \frac{a}{s^2+a^2}$ y $\mathcal{L}\left\{\cos at\right\} = \frac{s}{s^2+a^2}$

7. (1,5 ptos) Obtener un desarrollo en serie de senos, en el intervalo $(0,\pi)$, de la función $f(x) = 1$. Analizar la convergencia de la serie.

TIEMPO: 3 HORAS

28 de junio de 2013

Métodos abreviados

a) Si Q(x) es de la forma e^{ax} ,

$$y=\frac{1}{F(D)}e^{ax}=\frac{1}{F(a)}e^{ax},\quad \text{si}\ \ F(a)\neq 0.$$

b) Si Q(x) es de la forma sen(ax+b) o cos(ax+b)

$$y=\frac{1}{F(D^2)}\operatorname{sen}(ax+b)=\frac{1}{F(-a^2)}\operatorname{sen}(ax+b),\quad \text{si}\ \ F(-a^2)\neq 0.$$

c) Si Q(x) es de la forma x^m.

$$y=\frac{1}{F(D)}x^m=(a_0+a_1D+a_2D^2+\cdots+a_mD^m)x^m\quad \text{con}\ \ a_0\neq 0$$

d) Si Q(x) es de la forma $e^{ax}V(x)$.

$$y=\frac{1}{F(D)}e^{ax}V(x)=e^{ax}\frac{1}{F(D+a)}V(x).$$

e) Si Q(x) es de la forma xV(x).

$$y=\frac{1}{F(D)}xV(x)=x\frac{1}{F(D)}V(x)-\frac{F'(D)}{\left[F(D)\right]^2}V(x).$$

28 de junio de 2013