# Sistemas de Numeración

Objetivo:

•Conocer los sistemas de numeración diferentes al decimal

•Ser capaces de transformar una cifra de un sistema a otro

# Introducción

- Un sistema numérico se define por sus símbolos básicos y las formas de combinarlos para representar diferentes valores
- El sistema de numeración usado de forma habitual es el decimal, siendo sus principales características:
    - Sistema Posicional
    - Tiene 10 dígitos

      (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)
    - Incómodo para manejarlo en sistemas electrónicos en general e informáticos en particular
- Debido a la incomodidad de implementar el sistema decimal en circuitos electrónicos, se utilizará el sistema binario:
    - Sistema Posicional
    - Tiene 2 dígitos

      (0,1)
    - Fácil manejo en sistemas electrónicos en general e informáticos en particular.

# Introducción

- Por comodidad también serán de gran utilidad el sistema **HEXADECIMAL**.
  - Sistema Posicional
  - Tiene 16 dígitos

    (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F)
- Y el **OCTAL.**
  - Sistema Posicional
  - Tiene 8 dígitos

    (0,1,2,3,4,5,6,7)

# Sistemas Posicionales (1/2)

- En un <u>**sistema posicional**</u>, un número viene definido por una cadena de dígitos, dependiendo el valor de cada uno de ellos de la posición ocupada en dicha cadena
  - Ejemplo: Sistema decimal

| | | | |
|---|---|---|---|
| 254= | 2 centenas = 2*100 | = 200 | unidades |
| | 5 decenas = 5*10 | = 50 | unidades |
| | 4 unidades = 4*1 | = 4 | unidades |

• El dígito que está más a la izquierda se llama dígito de orden superior o más significativo (MSB en binario)

•El dígito que está más a la derecha se llama dígito de orden inferior o menos significativo (LSB en binario)

# Sistemas Posicionales (2/2)

- Generalizando diremos:
  - Un número cualquiera X vendrá representado por una cadena de dígitos permitidos en la base en la que se está trabajando.

$$\ldots X_5 X_4 X_3 X_2 X_1 \ldots$$

  - Cada **posición** tendrá un **peso** asignado Pi que será el peso de la posición i-esima (comenzando a contar por la posición 0)

Ejemplos decimales:

$327_{10}$ :

» Dígito 7 = Peso $10^0$

» Dígito 2 = Peso $10^1$

» Dígito 3 = Peso $10^2$

# LA BASE DEL SISTEMA

- Mediante la base de un sistema de numeración indicaremos la cantidad de símbolos básicos que constituyen dicho sistema.
- En un sistema posicional, la base puede ser cualquier entero mayor o igual que 2

  – BASE 10 → Sistema decimal : 10 dígitos : (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)
  – BASE 16 → Sistema Hexadecimal : 16 dígitos : (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F)
  – BASE 8 → Sistema Octal : 8 dígitos : (0,1,2,3,4,5,6,7)
  – BASE 2 → Sistema binario : 2 dígitos : (0,1)
  – BASE 6 → Sistema en base 6 : 6 dígitos : (0,1,2,3,4,5)

# LA BASE DEL SISTEMA

- Por convenio:
  - Los r primeros dígitos decimales, comenzando por 0, sirven como dígitos básicos para los sistemas de base r > 10.
  - Cuando r > 10 se agregan las letras mayúsculas del alfabeto a los dígitos decimales para obtener los símbolos que se requieran.

- Numeración:
  - La numeración en cualquier sistema se realiza siguiendo el mismo método que en decimal:

1. Se comienza por orden con los dígitos básicos del sistema utilizado.
2. Cuando dichos dígitos básicos finalizan, se incrementa el dígito de orden inmediatamente superior y se *"resetea"* el inferior.

| DECIMAL | HEXADECIMAL | OCTAL | BINARIO |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 10 |
| 3 | 3 | 3 | 11 |
| 4 | 4 | 4 | 100 |
| 5 | 5 | 5 | 101 |
| 6 | 6 | 6 | 110 |
| 7 | 7 | 7 | 111 |
| 8 | 8 | 10 | 1000 |
| 9 | 9 | 11 | 1001 |
| 10 | A | 12 | 1010 |
| 11 | B | 13 | 1011 |
| 12 | C | 14 | 1100 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 13 | D | 15 | 1101 |
| 14 | E | 16 | 1110 |
| 15 | F | 17 | 1111 |
| 16 | 10 | 20 | 10000 |
| 17 | 11 | 21 | 10001 |
| 18 | 12 | 22 | 10010 |
| 19 | 13 | 23 | 10011 |
| 20 | 14 | 24 | 10100 |
| 21 | 15 | 25 | 10101 |
| 22 | 16 | 26 | 10110 |
| 23 | 17 | 27 | 10111 |
| 24 | 18 | 30 | 11000 |
| 25 | 19 | 31 | 11001 |

# Conversiones

- El nuevo problema que se plantea ahora es la conversión de cifras de unas bases a otras de numeración.

- En este apartado veremos como conbvertir un número en cualquier base a la base decimal y viceversa haciendo uso de la aritmética decimal.

- Recordar que el valor de un número en cualquier base es:

$$D = \sum_{i=-n}^{p-1} d_i r^i$$

Donde :

- D = Valor.
- di= Dígitos del número en base r
- r = base del número dado
- p = dígitos a la izquierda del punto base.
- n = dígitos a la derecha del punto base.

# Conversiones

## (método polinómico)

- Para convertir una cifra en base X al sistema en base 10 lo haremos desarrollando el polinomio anterior (operando éste en base 10).

  - Ejemplos:

$$256_7=2*7^2+5*7^1+6*7^0=139_{10}$$

$$6574_8=6*8^3+5*8^2+7*8^1+4*8^0=3452_{10}$$

$$1101_2=1*2^3+1*2^2+0*2^1+1*2^0=13_{10}$$

# Conversiones

## (método polinómico)

- En el caso hexadecimal, debemos tener en cuenta los valores de los dígitos A=10, B=11, C=12, D=13, E=14, F = 15 :

  - Ejemplos:

$2C6_{16}=2*16^2+C*16^1+*6*16^0=2*16^2+12*16^1+*6*16^0=710_{10}$

$2A3B_{16}=2*16^3+A*16^2+3*16^1+B*16^0=2*16^3+10*16^2+3*16^1$

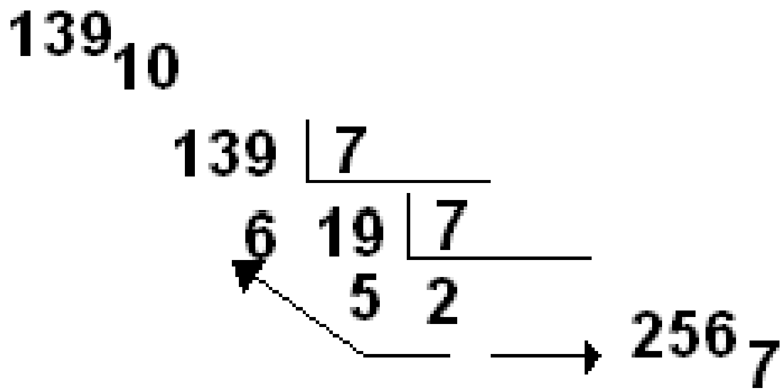
$+11*16^0=10811_{10}$

# Conversiones

## (método iterativo)

- Para convertir una cifra decimal a otra base de numeración, lo haremos dividiendo la cifra decimal entre la base destino con aritmética decimal, de tal forma que los restos de los cocientes nos irán dando los dígitos en la nueva base de menor a mayor peso, siendo el dígito más significativo el último cociente obtenido

- Ejemplos:



# Conversiones

Ejemplos:

$\boxed{3452_{10}}$

3452 | 8
4 431 | 8
7 53 | 8
5 6

$\boxed{6574_8}$

$\boxed{13_{10}}$

13 | 2
1 6 | 2
0 3 | 2
1 1

$\boxed{1101_2}$

$\boxed{139_{10}}$

139 | 7
6 19 | 7
5 2

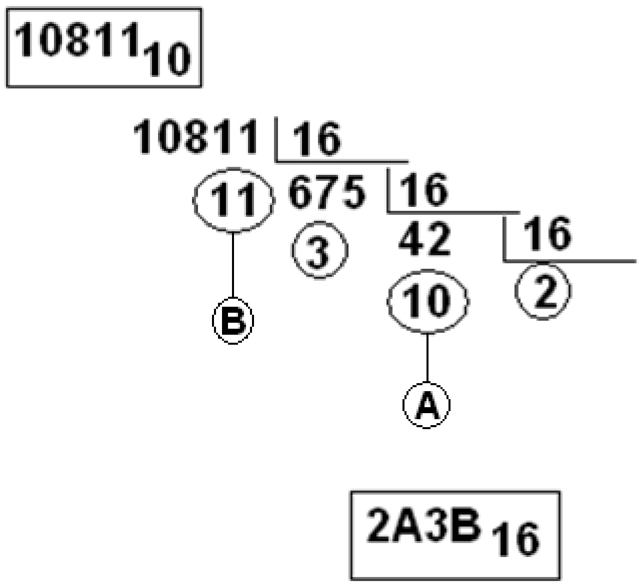
$\boxed{256_7}$

- Las operaciones se harán en el sistema decimal.

# Conversiones

• En el caso hexadecimal, debemos tener en cuenta los valores de los dígitos A=10, B=11, C=12, D=13, E=14, F = 15 :

•Ejemplo:



# Conversiones

- Propiedad

Sea b1 y b2 las bases de dos sistemas de numeración, tales que cumplen la condición $b_1 = b_2^p$ , entonces, los dígitos de la base b1 se pueden obtener agrupando los dígitos de b2 en grupos de longitud p.

•Ejemplos:

•Conversión de hexadecimal a binario

Base 16 = (Base $2^4$)

$2B54_{16}$=[0010][1011][0101][0100]= $0010101101010100_2$

2 B 5 4

# Conversiones

- Ejemplos:
  - Conversión de Octal a binario
    - Base 8 = (Base $2^3$)

$$371_8=[011][111][001]=011111001_2$$

3 7 1

# Conversiones

- Resumen de conversiones (I):

DECIMAL → BASE X

•Para convertir una cifra expresada en decimal a un sistema en base X, lo haremos por divisiones enteras sucesivas entre la base X, quedándonos como cifra destino más significativa el último cociente obtenido, seguido del último resto, resto anterior, …etc…

•Las divisiones se harán en el sistema origen = Sistema Decimal

BASE X → DECIMAL

•Para convertir una cifra expresada en una base cualquiera X a decimal, lo haremos por suma de potencias sucesivas de la base X

•Las operaciones se harán en el sistema destino = Sistema Decimal

# Conversiones

- Resumen de conversiones (II):

•Sea b1 y b2 las bases de dos sistemas de numeración, tales que cumplen la condición $b_1 = b_2^{\,p}$ , entonces, los dígitos de la base b1 se pueden obtener agrupando los dígitos de b2 en grupos de longitud p.

# Números Fraccionarios (1/2)

- Con el método polinómico, la parte fraccional se trata de la misma forma que la parte entera, permitiendo que los exponentes de la base sean negativos
- Con el método iterativo:
  1. La parte entera de la cifra se trata de la forma explicada en el método iterativo
  2. La parte fraccionaria se multiplica por la base, de dicha multiplicación, la parte entera corresponde al nuevo dígito, mientras que se vuelve a iterar con la parte fraccionaria.

# Números Fraccionarios (2/2)

- Ejemplos

**Método Polinómico**

$$1100.10111_2 \rightarrow 1{\bullet}2^3 + 1{\bullet}2^2 + 0{\bullet}2^1 + 0{\bullet}2^0 + 1{\bullet}2^{-1} + 0{\bullet}2^{-2} + 1{\bullet}2^{-3} + 1{\bullet}2^{-4} + 1{\bullet}2^{-5} =$$

$$8 \quad + 4 \quad + 0 \quad + \quad 0 \quad + \quad 0.5 + 0 \quad + 0.125 + 0.0625 + 0{,}03125 =$$

$$= 12{,}71875_{10}$$

**Método iterativo**