ANÁLISIS MATEMÁTICO **Curso 2013-2014**

TEMA 3.- SERIES NUMÉRICAS

1.- Estudiar el carácter de las siguientes series:

1.1 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n}$

1.2 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{n^4+1}$

1.3 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5-3}{n^7+6n}$

1.4 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}$

1.5 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n(n^2-1)}$

1.6 $\sum_{n=1}^{\infty} n\left(\frac{7}{4}\right)^n$

1.7 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}(1-\frac{\pi}{1})(1-\frac{\pi}{2})\cdots\cdots\cdots(1-\frac{\pi}{n})$

1.8 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$

1.9 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n.\sqrt[n]{n}}$

1.10 $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}^2 \frac{a}{n}$

1.11 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)$

1.12 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n}$

1.13 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3-1}{n^2-4n+6}$

1.14 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n}\right)^{n^2}$

1.15 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot3\cdot5\cdots\cdots\cdots(2n-1)}{2\cdot4\cdot6\cdots\cdots\cdots2n}$

1.16 $\sum_{n=1}^{\infty} (1-\cos\frac{1}{n})$

1.17 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n}$

2.- Hallar el carácter siendo a>0, de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!\, a^n}{(1+a)(1+2a)\cdots(1+na)}$ y calcular su suma cuando sea convergente

3.- Estudiar según los diferentes valores de a, el carácter de la serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{n^n + a e^n}{n^n}\right]^{(n-1)!\sqrt{n}}$$

4.- Estudiar el carácter de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} e^{an} n^b$ con a y b $\in R$.

5.- Si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es una serie de términos positivos convergentes, ¿cómo son las series $\sum_{n=1}^{\infty} n a_n$ y $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$?

6.- Estudiar la convergencia de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+\alpha^n}$ según los valores de $\alpha>0$

7.- Hallar, según los valores de a, el carácter de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^{2n}}{2^n}$

8.- Estudiar la convergencia de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{a}\right)^n$, siendo $a>0$

9.- Estudiar la convergencia de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a^n \ln\left(1+\frac{1}{n}\right)^a$ con $a>0$

10.- Estudiar el carácter de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos\left(5n^2\right)}{n^3}$

11.- Sumar las siguientes series:

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n^2+n}}$
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + n^2 + n}{3^{n+1} n(n+1)}$
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)(n+3)}$
- $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln\frac{n+1}{n}}{\ln n . \ln(n+1)}$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1.- Estudiar el carácter de las siguientes series:

1.1 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n}$

1.2 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$

1.3 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4+2n-1}{n^2-3n+2}$

1.4 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^4+n^2-1}$

1.5 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n^3+1}$

1.6 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{e^n}$

1.7 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{\frac{1}{n}}-1\right)^3$

1.8 $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{sen}\frac{1}{n^2}$

1.9 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\ln 2)(\ln 3)(\ln 4)........(\ln n)}{n!}$

1.10 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n.e^{\frac{1}{n}}}$

1.11 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{cn+b}\right)^{n\ln n}$ con $c \neq 1$ y $c > 0$

1.12 $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1+\frac{1}{n}\right)$

1.13 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\left(\frac{2}{5}\right)^n$

1.14 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}\left(\frac{3}{2}\right)^n$

1.15 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}.........\frac{2n-3}{2n-2}\cdot\frac{2n-1}{2n}\right)^a$

1.16 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n+2}$

2.- Estudiar el carácter de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} x^n$ con x>0

3.- Estudiar la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\cos\left(a+\frac{b}{n}\right)\right]^n$ donde a es un número real y $0 < a < \pi/2$

4.- Estudiar, según los valores de k<1, el carácter de la serie,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}(1-k)(1-\frac{k}{2})\cdots(1-\frac{k}{n})$$

5.- Si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es una serie de términos positivos convergente, se pregunta: ¿Se puede asegurar que las series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n}$ y $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ son convergentes? Justifica las respuestas.

6.- Dada la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} n^4 \operatorname{sen}\frac{\pi}{2^n}$, ¿es absolutamente convergente?, ¿es convergente?

7.- Formar la serie $\sum_{n=2}^{\infty} a_n$, siendo $a_n = \left[\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}+\cdots\cdots+\frac{1}{n^k}+\cdots\right]^2$ y estudiar su carácter

8.- Hallar el carácter de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen} na}{n!}$

9.- Estudiar el carácter de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-1}{2}\right)^n \frac{4^n+1}{3^n}$

10.- Estudiar el carácter de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} e^n \operatorname{tg}\left(\frac{a}{b^n}\right)$ con a>0, b>1

11.- Estudiar el carácter de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(4n^2\right)}{n^2}$

12.- Dada la serie de término general $a_n = \frac{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n-1)}{b(b+1)(b+2)\cdots(b+n-1)}$ con a y b positivos, estudiar su carácter

13.- Sumar las siguientes series:

- $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n \frac{4^n+1}{3^n}$
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{11n+18}{n(n+2)(n+3)}$
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln\sqrt{1+\frac{3}{n}}}{\ln\sqrt{n}.\ln(n+3)}$