Universidad del País Vasco / Euskal Herriko Unibertsitatea

Escuela Universitaria de Ingeniería Vitoria-Gasteiz / Ingeniaritzako Unibertsitate Eskola Vitoria-Gasteiz

CÁLCULO

CONVOCATORIA ORDINARIA

GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA DE GESTIÓN Y SISTEMAS DE INFORMACIÓN

Curso 2012-2013

1. (0,75 ptos) Calcular la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida y continua, así como la constante $C\in\mathbb{R}$ para que se verifique la ecuación $\int_0^x f(t)\,dt=\int_x^1 f(t)\,dt+\frac{x^7}{7}+\frac{x^6}{6}+C$.

2. (1,25 ptos) a) Demostrar que el área encerrada por una elipse de semiejes a y b es $S=\pi ab$.

b) Calcular el volumen de un cono de altura 6 cm y base una elipse de semiejes 3 y 2 cm.

3. (1 pto) Resolver la ecuación diferencial $x(\ln x-\ln y)\,dy-y\,dx=0$.

4. (1 pto) Resolver la ecuación $\frac{d^2y}{dx^2}-4\frac{dy}{dx}+3y=2x^2e^{4x}$.

5. (0,75 ptos) Hallar todas las soluciones de la ecuación $\left(\frac{dy}{dt}\right)^2-t\frac{dy}{dt}+y=0$

6. (1,25 ptos) Resolver la ecuación $Y''+Y=2\cos t$**,** con las condiciones iniciales $Y(0)=0$; $Y'(0)=0$**,** sabiendo que $\mathcal{L}\{\sin\ t\}=\frac{1}{s^2+1}$, $\mathcal{L}\{\cos\ t\}=\frac{s}{s^2+1}$

7. (1 pto) Sea la función $f(x)=\begin{cases}-1, & x\in[-\pi,0)\\ 1, & x\in[0,\pi)\end{cases}$, periódica de periodo $T=2\pi$. Obtener su serie de Fourier y analizar su convergencia.

TIEMPO: 3 HORAS

4 de junio de 2013

CÁLCULO

CONVOCATORIA ORDINARIA

Cambios en integrales irracionales

1) Si son del tipo $\int R(x,\sqrt{a^2-x^2})dx$ haremos: $\sqrt{a^2-x^2}=a\sin t \quad \Leftrightarrow \quad x=a\cos t$

2) Si son del tipo $\int R(x,\sqrt{a^2+x^2})\,dx$ haremos: $\sqrt{a^2+x^2}=\dfrac{a}{\cos\ t} \quad \Leftrightarrow \quad x=a\tan t$

3) Si son del tipo $\int R(x,\sqrt{x^2-a^2})\,dx$ haremos: $\sqrt{x^2-a^2}=a\ \tan\ t \quad \Leftrightarrow \quad x=a\sec t$

Métodos abreviados

a) Si Q(x) es de la forma e^{ax} ,

$$y=\frac{1}{F(D)}e^{ax}=\frac{1}{F(a)}e^{ax},\quad \text{si}\ \ F(a)\neq 0.$$

b) Si Q(x) es de la forma sen(ax+b) o cos(ax+b)

$$y=\frac{1}{F(D^2)}\operatorname{sen}(ax+b)=\frac{1}{F(-a^2)}\operatorname{sen}(ax+b),\quad \text{si}\ \ F(-a^2)\neq 0.$$

c) Si Q(x) es de la forma x^m.

$$y=\frac{1}{F(D)}x^m=(a_0+a_1D+a_2D^2+\cdots+a_mD^m)x^m \quad \text{con}\ \ a_0\neq 0$$

d) Si Q(x) es de la forma $e^{ax}V(x)$.

$$y=\frac{1}{F(D)}e^{ax}V(x)=e^{ax}\frac{1}{F(D+a)}V(x).$$

e) Si Q(x) es de la forma xV(x).

$$y=\frac{1}{F(D)}xV(x)=x\frac{1}{F(D)}V(x)-\frac{F'(D)}{[F(D)]^2}V(x).$$

4 de junio de 2013

CÁLCULO

CONVOCATORIA ORDINARIA

Para estudiantes que se acogen al artículo 43 apartado c de la normativa de gestión para las enseñanzas de grado del presente curso

Curso 2012-2013

1. (0,75 ptos) Calcular la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida y continua, así como la constante $C\in\mathbb{R}$ para que se verifique la ecuación $\int_0^x f(t)\,dt=\int_x^1 f(t)\,dt+\frac{x^7}{7}+\frac{x^6}{6}+C$.

2. (1,25 ptos) a) Calcular el área encerrada por una elipse de semiejes a y b.

b) Calcular el volumen de un cono de altura 6 cm y base una elipse de semiejes 3 y 2 cm.

3. (1 pto) Resolver la ecuación diferencial $x(\ln x-\ln y)\,dy-y\,dx=0$.

4. (1 pto) Resolver la ecuación $\frac{d^2y}{dx^2}-4\frac{dy}{dx}+3y=2x^2e^{4x}$.

5. (0,75 ptos) Hallar todas las soluciones de la ecuación $\left(\frac{dy}{dt}\right)^2-t\frac{dy}{dt}+y=0$

6. (1,25 ptos) Resolver la ecuación $Y''+Y=2\cos t$**,** con las condiciones iniciales $Y(0)=0$; $Y'(0)=0$**,** sabiendo que $\mathcal{L}\{\sin t\}=\frac{1}{s^2+1}$, $\mathcal{L}\{\cos t\}=\frac{s}{s^2+1}$

7. (1 pto) Sea la función $f(x)=\begin{cases}-1\,, & x\in[-\pi,0)\\ 1\,, & x\in[0,\pi)\end{cases}$, periódica de periodo $T=2\pi$. Obtener su serie de Fourier y analizar su convergencia.

8. a) (1 pto) Sea la ecuación diferencial $y'=\frac{2y}{x}+xy^2-x^5$. Calcular una solución particular de la forma $y_1=Kx^2$ y resolver la ecuación diferencial haciendo el cambio $z=y-y_1$.

b) (1 pto) Sea g(x) una función con derivada segunda en $[a,b]$. Las tangentes a la curva y=g(x) en los puntos de abscisas a y b forman con OX ángulos cuyos valores son $\frac{\pi}{3}$ y $\frac{\pi}{4}$ respectivamente. Calcular $\int_a^b g''(x)\,dx$ y $\int_a^b g'(x).g''(x)\,dx$.

c) (1 pto) Si $\mathcal{L}\left\{e^tF(t)\right\}=\frac{1}{s^2-2s+2}$, calcular la transformada de Laplace de las funciones $e^{3t}F(t)$; $\frac{e^{3t}F(t)}{t}$; $\frac{F(t)}{t}$ y $\int_0^\infty\frac{F(t)}{t}dt$.

TIEMPO: 3 HORAS Y MEDIA

4 de junio de 2013

CÁLCULO

CONVOCATORIA ORDINARIA

Cambios en integrales irracionales

4) Si son del tipo $\int R(x,\sqrt{a^2-x^2})dx$ haremos: $\sqrt{a^2-x^2}=a\sin t \quad \Leftrightarrow \quad x=a\cos t$

5) Si son del tipo $\int R(x,\sqrt{a^2+x^2})\,dx$ haremos: $\sqrt{a^2+x^2}=\dfrac{a}{\cos t} \quad \Leftrightarrow \quad x=a\tan t$

6) Si son del tipo $\int R(x,\sqrt{x^2-a^2})\,dx$ haremos: $\sqrt{x^2-a^2}=a\ \tan\ t \quad \Leftrightarrow \quad x=a\sec t$

Métodos abreviados

f) Si Q(x) es de la forma e^{ax} ,

$$y=\frac{1}{F(D)}e^{ax}=\frac{1}{F(a)}e^{ax},\quad \text{si}\quad F(a)\neq 0.$$

g) Si Q(x) es de la forma sen(ax+b) o cos(ax+b)

$$y=\frac{1}{F(D^2)}\text{sen}(ax+b)=\frac{1}{F(-a^2)}\text{sen}(ax+b),\quad \text{si}\quad F(-a^2)\neq 0.$$

h) Si Q(x) es de la forma x^m.

$$y=\frac{1}{F(D)}x^m=(a_0+a_1D+a_2D^2+\cdots+a_mD^m)x^m \quad \text{con}\quad a_0\neq 0$$

i) Si Q(x) es de la forma $e^{ax}V(x)$.

$$y=\frac{1}{F(D)}e^{ax}V(x)=e^{ax}\frac{1}{F(D+a)}V(x).$$

j) Si Q(x) es de la forma xV(x).

$$y=\frac{1}{F(D)}xV(x)=x\frac{1}{F(D)}V(x)-\frac{F'(D)}{[F(D)]^2}V(x).$$

4 de junio de 2013