MTS

CONSIDERANDO IL SISTEMA ISU:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = \underline{\underline{A}}\,\underline{x}(\cdot) + \underline{\underline{B}}\,\underline{u}(\cdot) \\ \underline{y}(t) = \underline{\underline{C}}\,\underline{x}(\cdot) + \underline{\underline{D}}\,\underline{u}(\cdot) \end{cases}$$

, CON CONDIZIONI INIZIALI $\underline{x}(t_0)$

HA COME SOLUZIONE:

$$\begin{cases} \underline{x}(t) = e^{\underline{\underline{A}}(t-t_0)}\,\underline{x}(t_0) + \int_{t_0}^{t} e^{\underline{\underline{A}}(t-\tau)}\,\underline{\underline{B}}\,\underline{u}(\tau)\,d\tau \\ \underline{y}(t) = \underline{\underline{C}}\,e^{\underline{\underline{A}}(t-t_0)}\,\underline{x}(t_0) + \underline{\underline{C}}\int_{t_0}^{t} e^{\underline{\underline{A}}(t-\tau)}\,\underline{\underline{B}}\,\underline{u}(\tau)\,d\tau + \underline{\underline{D}}\,\underline{u}(t) \end{cases}$$

CHE PUÒ ESSERE RISCRITTA COME:

$$\begin{cases} \underline{x}(\cdot) = \underline{x}_l(\cdot) + \underline{x}_f(\cdot) \\ \underline{y}(\cdot) = \underline{y}_l(\cdot) + \underline{y}_f(\cdot) \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} \underline{x}_l(t) = e^{\underline{\underline{A}}t}\,\underline{x}(0) & \text{TC} \\ \underline{x}_l(k) = \underline{\underline{A}}^k\,\underline{x}(0) & \text{TD} \end{matrix}$$

PROPRIETÀ DI SEPARAZIONE

$$\underline{x}(t) = e^{\underline{\underline{A}}t}\,\underline{x}(0) + \int_0^t e^{\underline{\underline{A}}(t-\tau)}\,\underline{\underline{B}}\,\underline{u}(\tau)\,d\tau =$$

$$= e^{\underline{\underline{A}}(t-t_1)}\,\underline{x}(t_1) + \int_{t_1}^{t} e^{\underline{\underline{A}}(t-\tau)}\,\underline{\underline{B}}\,\underline{u}(\tau)\,d\tau$$

LO STATO SINTETIZZA LA STORIA PASSATA DEL SISTEMA.

TRASFORMAZIONE DI SIMILITUDINE

$$\begin{cases} \underline{x}(k+1) = \underline{\underline{A}}\,\underline{x}(k) + \underline{\underline{B}}\,\underline{u}(k) \\ \underline{y}(k) = \underline{\underline{C}}\,\underline{x}(k) + \underline{\underline{D}}\,\underline{u}(k) \end{cases} \rightarrow \underline{x}(k) = \underline{\underline{P}}\,\underline{z}(k) \rightarrow \begin{cases} \underline{z}(k+1) = \underline{\underline{A}}'\,\underline{z}(k) + \underline{\underline{B}}'\,\underline{u}(k) \\ \underline{y}(k) = \underline{\underline{C}}'\,\underline{z}(k) + \underline{\underline{D}}'\,\underline{u}(k) \end{cases}$$

$\rightarrow$ RANGO PIENO

$$\underline{\underline{A}}' = \underline{\underline{P}}^{-1}\underline{\underline{A}}\,\underline{\underline{P}}$$

$$\underline{\underline{B}}' = \underline{\underline{P}}^{-1}\underline{\underline{B}}$$

$$\underline{\underline{C}}' = \underline{\underline{C}}\,\underline{\underline{P}}$$

$$\underline{\underline{D}}' = \underline{\underline{D}}$$

MTS

$$\underline{\underline{A}}'^k = \underline{\underline{P}}^{-1}\underline{\underline{A}}^k\,\underline{\underline{P}}$$

AUTOVALORI

$$\det(\lambda\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{A}}') = \det(\lambda\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{A}})$$

IN GENERE GLI AUTOVALORI SONO DIVERSI

METODO DI SYLVESTER

TECNICA PER IL CALCOLO DELLA MST NEL TEMPO CONTINUO:

$$e^{\underline{\underline{A}}t} = \sum_{i=0}^{n-1} \beta_i(t) \underline{\underline{A}}^i$$

n FUNZIONI REALI SCALARI INCOGNITE — SI RICAVANO IN MODO DIVERSO IN BASE AGLI AUTOVALORI

REALI A MOLT. UNIT.

$$\underline{\underline{\Lambda}}\,\underline{\beta} = \underline{\eta} \qquad \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} \\ \vdots \\ e^{\lambda_n t} \end{bmatrix} \Rightarrow \underline{\beta} = \underline{\underline{\Lambda}}^{-1} \underline{\eta}$$

DIAGONALIZZAZIONE 1

AUTOVETTORI LIN. IND.

SE LA MATRICE DINAMICA $\underline{\underline{A}}$ AMMETTE n AUTOVALORI LIN. IND. ALLORA SI PUO' COSTRUIRE LA SEGUENTE MATRICE MODALE:

$$\underline{\underline{V}} = [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \dots, \underline{v}_n] \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

E SI OTTIENE UN SISTEMA SIMILE: $\underline{\underline{A}}' = \underline{\underline{V}}^{-1} \underline{\underline{A}} \, \underline{\underline{V}}$ CON $\underline{\underline{A}}'$ DIAGONALE.

$$\Rightarrow e^{\underline{\underline{A}}t} = \underline{\underline{V}} \, e^{\underline{\underline{A}}'t} \, \underline{\underline{V}}^{-1}$$

LIN. IND. E UNA COPPIA $\in \mathbb{C}$

SE GLI AUTOVETTORI SONO LIN. IND. E CON UNA COPPIA $\in \mathbb{C}$:

$$\underline{\underline{A}}' = \underline{\underline{V}}^{-1} \underline{\underline{A}} \, \underline{\underline{V}} = \left|\begin{array}{c|c} \begin{matrix} \lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_{n-2} \end{matrix} & \\ \hline & \begin{matrix} \alpha & \omega \\ -\omega & \alpha \end{matrix} \end{array}\right|$$

$\rightarrow$ CHE È DIAGONALE A BLOCCHI

N.B.

$e^{\underline{\underline{A}}t} \underline{v}_i = e^{\lambda_i t} \underline{v}_i \Rightarrow$ MOLTIPLICANDO LA MTS PER UN AUTOVETTORE STO ANDANDO AD "ECCITARE" SOLO L'AUTOVALORE ASSOCIATO.

RAGGIUNGIBILITÀ

UNO STATO $\underline{x}$ SI DICE RAGGIUNGIBILE SE ESISTE UN ISTANTE DI TEMPO FINITO E UN OPPORTUNO INGRESSO TALE CHE IL SISTEMA, PARTENDO DALLO STATO NULLO $\underline{x}(0)=\underline{0}$ ASSUMA IL VALORE $\underline{x}$.

L'INSIEME DEGLI STATI RAGGIUNGIBILI È DETTO SOTTOSPAZIO DI RAGGIUNGIBILITÀ $\underline{X}_R$ CHE SE È UGUALE A $\mathbb{R}^n$ SI DICE RAGGIUNGIBILE.

$$\underline{X}_R = I(\underline{\underline{R}}) \quad \text{CON} \quad \underline{\underline{R}} = [\underline{\underline{B}} \;\; \underline{\underline{A}}\,\underline{\underline{B}} \;\; \underline{\underline{A}}^2\underline{\underline{B}} \;\dots\; \underline{\underline{A}}^{n-1}\underline{\underline{B}}] \in \mathbb{R}^{n\times n\cdot p}$$

MATRICE DI RAGGIUNGIBILITÀ.

$$\underline{X}_{NR} = \underline{X}_R^{\perp} = N(\underline{\underline{R}}^T)$$

GRAMIANO DI RAGGIUNGIBILITÀ

È UN METODO ALTERNATIVO PER CALCOLARE $\underline{X}_R$;

$$\underline{\underline{W}}(t_R) = \int_0^{t_R} e^{\underline{\underline{A}}\tau}\underline{\underline{B}}\,\underline{\underline{B}}^T e^{\underline{\underline{A}}^T\tau}\,d\tau \in \mathbb{R}^{n\times n}$$

$$\Rightarrow \underline{X}_R = I(\underline{\underline{W}}(t_R))$$

SE IL SISTEMA È COMPLETAMENTE RAGGIUNGIBILE HA RANGO PIENO.

N.B

$$\boxed{\underline{\underline{R}}' = \underline{\underline{P}}^{-1}\underline{\underline{R}}}$$

FORMA CANONICA DI RAGGIUNGIBILITÀ DI KALMAN

$$\begin{cases} \dot{\underline{z}}(t) = \underline{\underline{A}}'\underline{z}(t) + \underline{\underline{B}}'\underline{u}(t) \\ \underline{y}(t) = \underline{\underline{C}}'\underline{z}(t) + \underline{\underline{D}}'\underline{u}(t) \end{cases} \rightarrow \underline{\underline{A}}' = \begin{vmatrix} \underline{\underline{A}}'_R & \underline{\underline{A}}'_1 \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{A}}'_{NR} \end{vmatrix}, \; \underline{\underline{B}}' = \begin{vmatrix} \underline{\underline{B}}'_R \\ \underline{\underline{0}} \end{vmatrix}$$

E LA COPPIA $\underline{\underline{A}}', \underline{\underline{B}}'$ È RAGGIUNGIBILE.

$$\underline{z} = \begin{vmatrix} \underline{z}_R \\ \underline{z}_{NR} \end{vmatrix}$$

LA COMPONENTE NON RAGG. NON PUÒ ESSERE INFLUENZATA DA NESSUNO.

$$\underline{\underline{P}} = [\underline{X}_R \;\; \underline{X}_{NR}]$$

$$SPEC(\underline{\underline{A}}) = SPEC(\underline{\underline{A}}'_R) \cup SPEC(\underline{\underline{A}}'_{NR})$$

OSSERVABILITÀ

UNO·STATO· $\underline{x}$ ·SI·DICE·NON·OSSERVABILE·IN·UN·INTERVALLO·SE·L'EVOLUZIONE LIBERA·NELL'USCITA· $\underline{y}_l(\cdot)$ ·CON·CONDIZIONI·INIZIALI· $\underline{x}(0)=\underline{x}$ ·È IDENTICAMENTE·NULLA.

L'INSIEME·DEGLI·STATI·NON·OSSERVABILI·È·DETTO·SOTTOSPAZIO·DI NON·OSSERVABILITÀ· $\underline{X}_{NO}$ ·, CHE·SE·È·NULLO·IL·SISTEMA·SI·DICE·OSS.

$$\underline{X}_{NO} = N(\underline{\underline{O}}) \quad \text{CON} \quad \underline{\underline{O}} = \begin{vmatrix} \underline{\underline{C}} \\ \underline{\underline{C}}\,\underline{\underline{A}} \\ \underline{\underline{C}}\,\underline{\underline{A}}^2 \\ \vdots \\ \underline{\underline{C}}\,\underline{\underline{A}}^{n-1} \end{vmatrix} \in \mathbb{R}^{mn \times n}$$

MATRICE·DI·OSSERVABILITÀ

$$\underline{X}_0 = \underline{X}_{NO}^{\perp} = I(\underline{\underline{O}}^T)$$

GRAMIANO·DI·OSSERVABILITÀ

È·UN·METODO·ALTERNATIVO·PER·RICAVARE·IL·SOTTOSPAZIO·DI·NON·OSS.:

$$\underline{\underline{W}}_0(t_k) = \int_0^{t_k} e^{\underline{\underline{A}}^T \tau}\, \underline{\underline{C}}^T \cdot \underline{\underline{C}}\, e^{\underline{\underline{A}}\tau}\, d\tau \in \mathbb{R}^{n\times n}$$

$$\Rightarrow \underline{X}_{NO} = N(\underline{\underline{W}}_0(t_k))$$

N.B

$\underline{\underline{O}}' = \underline{\underline{O}}\,\underline{\underline{P}}$

FORMA·CANONICA·DI·OSS.·DI·KALMAN

$$\begin{cases} \dot{\underline{z}}(t) = \underline{\underline{A}}'\underline{z}(t) + \underline{\underline{B}}'\underline{u}(t) \\ \underline{y}(t) = \underline{\underline{C}}'\underline{z}(t) + \underline{\underline{D}}'\underline{u}(t) \end{cases} \Rightarrow \underline{\underline{A}}' = \begin{vmatrix} \underline{\underline{A}}_0' & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{A}}_1' & \underline{\underline{A}}_{NO}' \end{vmatrix}, \quad \underline{\underline{C}}' = \begin{vmatrix} \underline{\underline{C}}_0' & \underline{\underline{0}} \end{vmatrix}$$

DOVE·LA·COPPIA· $\underline{\underline{A}}_0'$, $\underline{\underline{C}}_0'$ ·È·OSS.

$$\underline{z} = \begin{vmatrix} z_0 \\ z_{NO} \end{vmatrix}$$

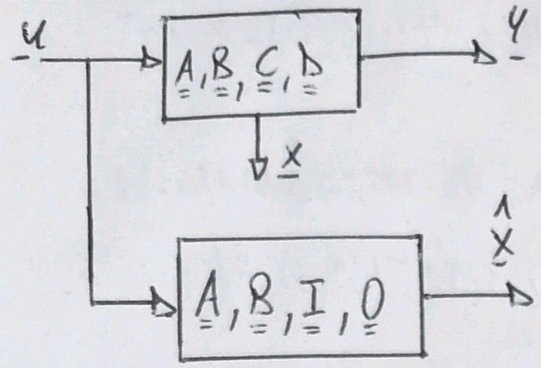
LA·COMPONENTE·NON·OSSERVABILE·NON·PUÒ·ALTERARE·L'USCITA.

$$\underline{\underline{P}} = [\underline{X}_0 \;\; \underline{X}_{NO}]$$

$$\text{SPEC}(\underline{\underline{A}}) = \text{SPEC}(\underline{\underline{A}}_0') \cup \text{SPEC}(\underline{\underline{A}}_{NO}')$$

LUENBERGER

OSSERVATORE A CICLO APERTO



$$\underline{e}(t) = \underline{x}(t) - \underline{\hat{x}}(t)$$

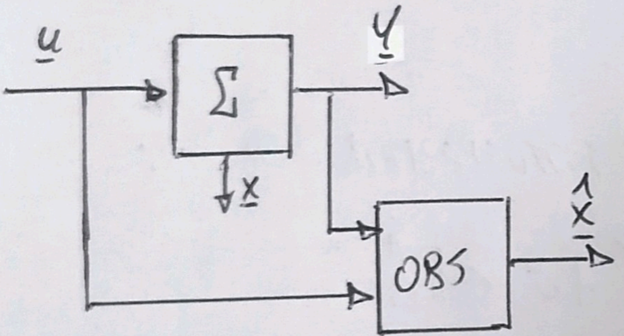
$$\underline{\dot{e}}(t) = \underline{\underline{A}}\,\underline{x}(t) + \cancel{\underline{\underline{B}}\,\underline{u}(t)} - \underline{\underline{A}}\,\underline{\hat{x}}(t) - \cancel{\underline{\underline{B}}\,\underline{u}(t)} = \underline{\underline{A}}\,\underline{e}(t)$$

$$\Rightarrow \underline{e}(t) = e^{\underline{\underline{A}}t}\,\underline{e}(0)$$

PROBLEMI:

- LA DINAMICA DELLA STIMA È VINCOLATA AD $\underline{\underline{A}}$
- IL SISTEMA DEVE ESSERE ASINT. STABILE.
- L'USCITA NON VIENE SFRUTTATA.

OSSERVATORE A CICLO CHIUSO



$$\underline{\dot{\hat{x}}}(t) = \underline{\underline{F}}\,\underline{\hat{x}}(t) + \underline{\underline{\Gamma}}\,\underline{u}(t) + \underline{\underline{K}}_o\,\underline{y}(t)$$

VOGLIAMO CHE:

$$\lim_{t\to\infty} \|\underline{x}(t) - \underline{\hat{x}}(t)\| = 0$$

$$\forall \underline{u}(t),\ \forall \underline{x}(0),\ \forall \underline{\hat{x}}(0)$$

$$\underline{e}(t) = \underline{x}(t) - \underline{\hat{x}}(t)$$

$$\underline{\dot{e}}(t) = \underline{\underline{A}}\,\underline{x}(t) + \underline{\underline{B}}\,\underline{u}(t) - \underline{\underline{F}}\,\underline{\hat{x}}(t) - \underline{\underline{\Gamma}}\,\underline{u}(t) - \underline{\underline{K}}_o\,\underline{y}(t)$$

AFFINCHÉ SIA INDIP. DALL'INGRESSO $\underline{\underline{\Gamma}} = \underline{\underline{B}}$

PONGO $\underline{\underline{D}} = \underline{\underline{0}}$ E $\underline{y} = \underline{\underline{C}}\,\underline{x}$ $\Rightarrow \underline{\dot{e}}(t) = (\underline{\underline{A}} - \underline{\underline{K}}_o\underline{\underline{C}})\,\underline{x}(t) - \underline{\underline{F}}\,\underline{\hat{x}}(t)$

SCELGO $\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{A}} - \underline{\underline{K}}_o\underline{\underline{C}}$ $\Rightarrow \underline{\dot{e}}(t) = \underline{\underline{F}}\,\underline{e}(t) \Rightarrow \underline{e}(t) = e^{\underline{\underline{F}}t}\,\underline{e}(0)$

QUINDI POSSIAMO ASSEGNARE DEGLI AUTOVALORI DESIDERATI A $\underline{\underline{F}}$.

PER RICAVARE $\underline{\underline{K}}_o$ SI FA COSÌ:

COEF. DEL POL. CAR. DI $\underline{\underline{A}}$

$$\underline{\underline{K}}_o = -\underline{\underline{T}}^{-T}(\underline{a} - \underline{d})$$

COEFF. DEL POL. CAR. DI $\underline{\underline{F}}$

PER CALCOLARLA SI DEVE FARE $\underline{\underline{O}}^T$

QUINDI Σ DEVE ESSERE OSSERVABILE!!!

INCERTEZZA SUL MODELLO

SUPPONGO $\underline{\underline{C}}$ NOTO, MENTRE $\underline{\underline{B}}$ E $\underline{\underline{A}}$ SONO SOGGETTE AD ERRORE:

$$\underline{\dot{e}}(t) = \underline{\underline{F}}\,\underline{e}(t) + \underline{\underline{\tilde{A}}}\,\underline{\hat{x}}(t) + \underline{\underline{\tilde{B}}}\,\underline{u}(t)$$

OSSERVATORE RIDOTTO

SE Σ NON È COMPLETAMENTE OSSERVABILE, SI PROGETTA UN OSSERVATORE RIDOTTO PER LA SOLA COMP. OSS.

$$\begin{cases} \underline{\dot{z}}(t) = \begin{vmatrix} \underline{\underline{A}}_0 & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{A}}_1 & \underline{\underline{A}}_{N0} \end{vmatrix} \underline{z}(t) + \underline{\underline{B}}'\,\underline{u}(t) \\ \underline{y}(t) = \begin{vmatrix} \underline{\underline{C}}_0 & \underline{\underline{0}} \end{vmatrix} \cdot \underline{z}(t) \end{cases}$$

RETROAZIONE

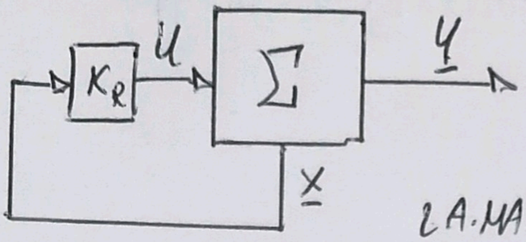
PARTENDO DA $\underline{\dot{\hat{x}}}(t) = \underline{\underline{F}}\,\underline{\hat{x}}(t) + \underline{\underline{B}}\,\underline{u}(t) + \underline{\underline{K}}_0\,\underline{\underline{C}}\,\underline{x}(t) =$

$$= (\underline{\underline{A}} - \underline{\underline{K}}_0\underline{\underline{C}})\,\underline{\hat{x}}(t) + \underline{\underline{B}}\,\underline{u}(t) + \underline{\underline{K}}_0\,\underline{\underline{C}}\,\underline{x}(t) =$$

$$= \underline{\underline{A}}\,\underline{\hat{x}}(t) + \underline{\underline{B}}\,\underline{u}(t) + \underline{\underline{K}}_0\,\underline{\underline{C}}\,(\underline{x}(t) - \underline{\hat{x}}(t)) =$$

$$= \underbrace{\underline{\underline{A}}\,\underline{\hat{x}}(t) + \underline{\underline{B}}\,\underline{u}(t)}_{\text{EMULAZIONE}} + \underbrace{\underline{\underline{K}}_0\,(\underline{y}(t) - \underline{\hat{y}}(t))}_{\text{RETROAZIONE}}$$

RETROAZIONE DELLO STATO

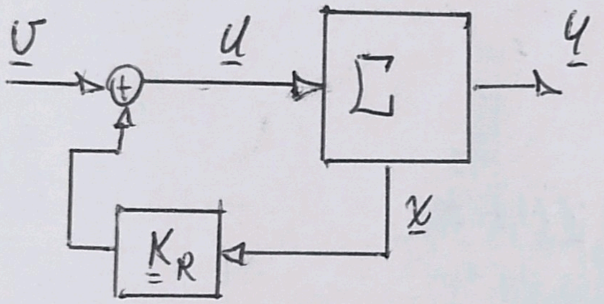


$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = (\underline{\underline{A}} + \underline{\underline{B}}\,\underline{\underline{K}}_R)\,\underline{x}(t) \\ \underline{y}(t) = \underline{\underline{C}}\,\underline{x}(t) \end{cases}$$

LA MATRICE DINAMICA DEL SISTEMA È CAMBIATA E GLI POSSIAMO ASSEGNARE DEGLI AUTOVALORI DESIDERATI.

$\underline{\underline{K}}_R = (\underline{a} - \underline{d})^T \cdot \underline{\underline{T}}^{-1}$ PER CALCOLARLA SI USA LA MATRICE $\underline{\underline{R}}$, QUINDI PER INVERTIRE $\underline{\underline{T}}$, Σ DEVE ESSERE COMPLET. RAG

INGRESSO MANIPOLABILE



$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = (\underline{\underline{A}} + \underline{\underline{B}}\,\underline{\underline{K}}_R)\,\underline{x}(t) + \underline{\underline{B}}\,\underline{v}(t) \\ \underline{y}(t) = \underline{\underline{C}}\,\underline{x}(t) \end{cases}$$

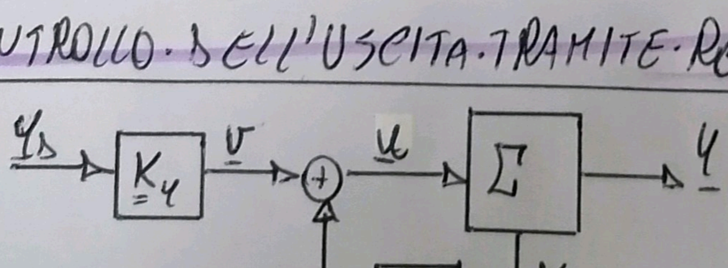
SISTEMA NON RAGGIUNGIBILE

SE Σ NON È COMPLETAMENTE RAGGIUNGIBILE SI RETROAZIONA SULLA COMPONENTE RAGGIUNGIBILE:

$$\begin{cases} \dot{\underline{z}}(t) = \begin{vmatrix} \underline{\underline{A}}_R & \underline{\underline{A}}_1 \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{A}}_{NR} \end{vmatrix} \underline{z}(t) + \begin{vmatrix} \underline{\underline{B}}_R \\ \underline{\underline{0}} \end{vmatrix} \underline{u}(t) \\ \underline{y}(t) = \underline{\underline{C}}'\,\underline{z}(t) \end{cases}$$

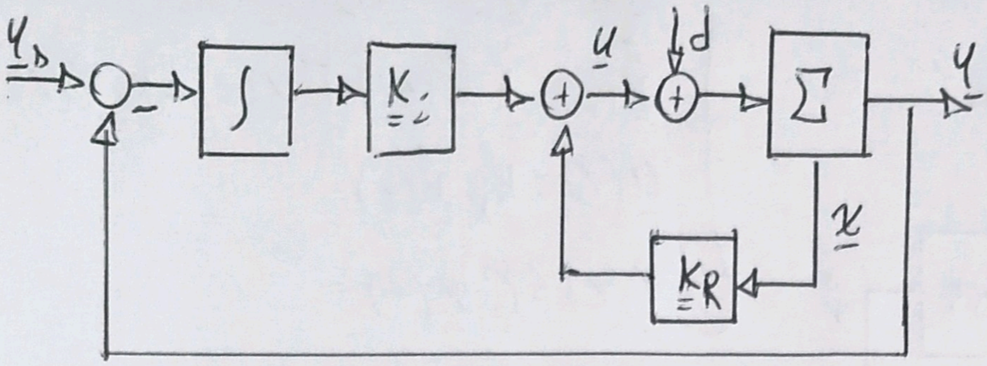
LA COMPONENTE NON RAGGIUNG. È UN DISTURBO SULLA COMPONENTE RAGGIUNGIBILE.

CONTROLLO DELL'USCITA TRAMITE RETROAZIONE DELLO STATO



$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = (\underline{\underline{A}} + \underline{\underline{B}}\,\underline{\underline{K}}_R)\,\underline{x}(t) + \underline{\underline{B}}\,\underline{\underline{K}}_y\,\underline{y}_D \\ \underline{y}(t) = \underline{\underline{C}}\,\underline{x}(t) \end{cases}$$

CONTROLLO DELL'USCITA TRAMITE RETROAZIONE E AZIONE INTEGRALE



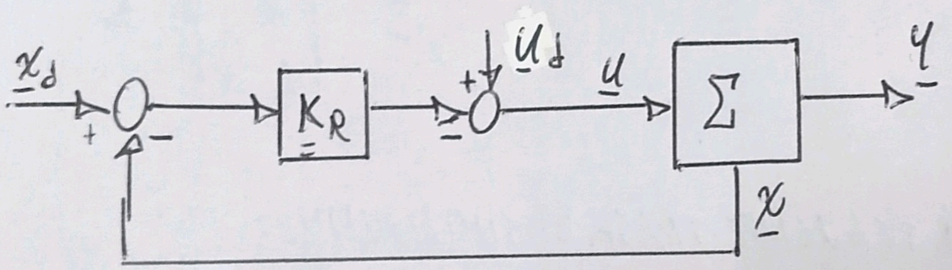
$$\underline{z}(\cdot) = \begin{vmatrix} \underline{x}(\cdot) \\ \underline{x}_e(\cdot) \end{vmatrix}$$

$$\dot{\underline{x}}_e(t) = \underline{y}_D - \underline{y}(t)$$

$$\underline{x}_e(t) = \int (\underline{y}_D - \underline{y}(\tau))\, d\tau$$

$$\begin{cases} \dot{\underline{z}}(t) = \begin{vmatrix} \underline{\underline{A}} + \underline{\underline{B}}\,\underline{\underline{K}}_R & \underline{\underline{B}}\,\underline{\underline{K}}_i \\ -\underline{\underline{C}} & \underline{\underline{0}} \end{vmatrix} \underline{z}(t) + \begin{vmatrix} \underline{0} \\ \underline{y}_d \end{vmatrix} \\ \underline{y}(t) = |\underline{\underline{C}} \quad \underline{\underline{0}}| \cdot \underline{z}(t) \end{cases}$$

INSEGUIMENTO TRAIETTORIA



$$\underline{\tilde{x}}(\cdot) = \underline{x}_d(\cdot) - \underline{x}(\cdot)$$

$$\underline{\bar{u}}(\cdot) = \underline{u}_d(\cdot) - \underline{u}(\cdot)$$

$$\Rightarrow \dot{\underline{\tilde{x}}} = \underline{\underline{A}}\,\underline{\tilde{x}}(t) + \underline{\underline{B}}\,\underline{\bar{u}}(t) \rightsquigarrow \bar{u}(\cdot) = \underline{\underline{K}}_R\,\tilde{x}(\cdot)$$

INSEGUIMENTO DI TRAIETTORIA CON AZIONE INTEGRALE

STESSA COSA DI PRIMA, MA SI ESTENDE LO STATO:

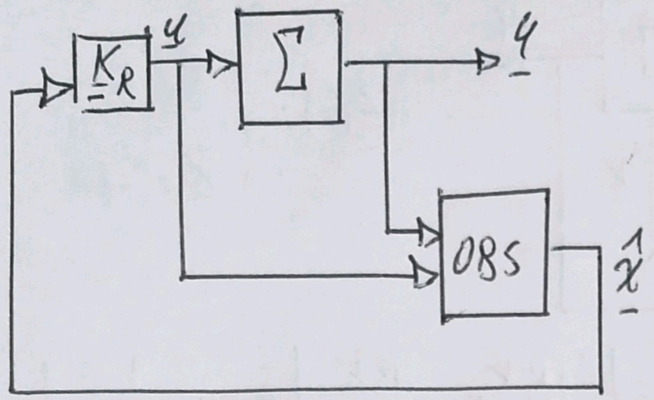
$$\underline{z}(\cdot) = \begin{vmatrix} \underline{\tilde{x}}(\cdot) \\ \underline{x}_e(\cdot) \end{vmatrix}$$

$$\dot{\underline{x}}_e(t) = \underline{y}_D(t) - \underline{y}(t)$$

$$\underline{x}_e(t) = \int (\underline{y}_d(\tau) - \underline{y}(\tau))\, d\tau$$

$$\begin{cases} \dot{\underline{z}}(t) = \begin{vmatrix} \underline{\underline{A}} & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{C}} & \underline{\underline{0}} \end{vmatrix} \underline{z}(t) + \begin{vmatrix} \underline{\underline{B}} \\ \underline{\underline{0}} \end{vmatrix} \underline{\bar{u}}(t) \\ \underline{y}(t) = |\underline{\underline{C}} \quad \underline{\underline{0}}| \cdot \underline{z}(t) \end{cases}$$

PRINCIPIO DI SEPARAZIONE



$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A x + B u \\ \dot{\hat{x}}(t) = F \hat{x}(t) + \Gamma u(t) + K_o y(t) \\ u(t) = K_R \hat{x}(t) \\ y(t) = C x(t) \end{cases}$$

$$z = \begin{vmatrix} x \\ \hat{x} \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} A x + B K_R \hat{x} \\ F \hat{x} + B K_R \hat{x} + K_o C x \end{vmatrix} = \bar{A} \cdot \begin{vmatrix} x \\ \hat{x} \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \bar{A} = \begin{vmatrix} A & B K_R \\ K_o C & F + B K_R \end{vmatrix} \in \mathbb{R}^{2m \times 2m}$$

ORA SCEGLIAMO COME STATO:

$$z' = \begin{vmatrix} x \\ x - \hat{x} \end{vmatrix} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ CHE SI OTTIENE CON LA SEGUENTE TRASF. DI SIMILITUDINE:

$$\begin{vmatrix} x \\ \hat{x} \end{vmatrix} = \underbrace{\begin{vmatrix} I_m & 0 \\ I_m & -I_m \end{vmatrix}}_{P} \cdot \begin{vmatrix} x \\ x - \hat{x} \end{vmatrix} \Rightarrow \bar{A}' = P^{-1} \bar{A} P = \begin{vmatrix} A + B K_R & B K_R \\ 0 & F \end{vmatrix}$$

$$P \rightarrow P^{-1} = P$$

L'OSSERVATORE APPARE QUINDI TRASPARENTE ALLA RETROAZIONE E I DUE INSIEMI DI AUTOVALORI NON INTERFERISCONO FRA LORO.

CONTROLLO PREDITTIVO LQR

DATO UN SISTEMA ISU, SI VUOLE TROVARE ~~[illegible]~~ L'INGRESSO $\underline{u}(k)$ CHE MINIMIZZI J:

Σ RAGG.

$$J(\underline{u}(k)) = \sum_{k=0}^{\infty} \Big(\underbrace{\underline{x}^T(k)\, \underline{\underline{Q}}\, \underline{x}(k)}_{\text{ERRORE NEL TRANSITORIO}} + \underbrace{\underline{u}^T(k)\, \underline{\underline{S}}\, \underline{u}(k)}_{\text{SFORZO DI CONTROLLO}} \Big)$$

SI DIMOSTRA CHE L'LQR DA:

$$\underline{u}(k) = \underline{\underline{K}}_R\, \underline{x}(k)$$

ESSENDO QUINDI UNA RETROAZIONE DELLO STATO LA MATRICE DINAMICA DIVENTA:

$$\underline{A} + \underline{\underline{B}}\,\underline{\underline{K}}_R$$

QUINDI GLI AUTOVALORI DELLA NUOVA MATRICE DINAMICA VENGONO ASSEGNATI INDIRETTAMENTE.

NON VINCOLATO

DATO UN SISTEMA ISU SI VUOLE TROVARE UN INGRESSO $\underline{u}(0), \underline{u}(1), \underline{u}(N-1)$ CHE MINIMIZZI J:

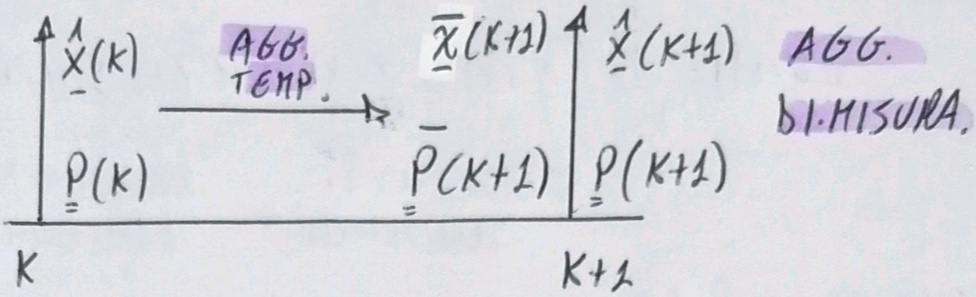
$$J(\underline{u}(\cdot)) = \sum_{k=0}^{N-1} \Big[\underbrace{\underline{x}^T(k)\, \underline{\underline{Q}}\, \underline{x}(k)}_{\text{ERRORE NEL TRANSITORIO}} + \underbrace{\underline{u}^T(k)\, \underline{\underline{S}}\, \underline{u}(k)}_{\text{SFORZO DI CONTROLLO}} \Big] + \underbrace{\underline{x}^T(N) \cdot \underline{\underline{P}} \cdot \underline{x}(N)}_{\text{ERRORE A REGIME}}$$

VINCOLATO

IN QUESTA VERSIONE SI PONGONO DEI VINCOLI ALL'INGRESSO O ALL'USCITA.

KALMAN♡

IL·FILTRO·DI·KALMAN·È·UN·OSSERVATORE·CHE·SI·FA·SOLO·IN·T.D.



$$\left\{\begin{aligned}
&\bar{x}(k+1) = A\,x(k) + B\,u(k) \\
&\bar{P}(k+1) = A\,P\,A^T + R_w \\
&K(k) = \bar{P}(k)\,C^T\left[R_v + C\,\bar{P}(k)\,C^T\right]^{-1} \\
&\hat{x}(k) = \bar{x}(k) + K(k)\cdot\left[y(k) - C\,\bar{x}(k)\right] \\
&P(k) = \bar{P}(k) - K(k)\,C\,\bar{P}(k)
\end{aligned}\right.$$

PREDIZIONE (prime due equazioni)

CORREZIONE (ultime due equazioni)

N.B.
A·REGIME·KALMAN·E·LUENBERGER·SONO·UGUALI.

FILTRO·DI·KALMAN·ESTESO

SI·UTILIZZANO·LE·FUNZIONI·NON·LINEARI·DOVE·POSSIBILE, ALTRIMENTI·SI USANO·GLI·JACOBIANI:

$$\left\{\begin{aligned}
&\bar{x}(k+1) = f(\hat{x}(k), u(k), k) \\
&\hat{x}(k) = \bar{x}(k) + K(k)\left[y(k) - h(\bar{x}(k), u(k), k)\right]
\end{aligned}\right.$$

N.B.
KALMAN·NON·FA·ALCUN·RIFERIMENTO·A·LIMITI·DI·OSSERVABILITÀ.