

为什么共同基金“表现不佳”

● 要点 1

主动管理的共同基金的平均无约束绩效为负。这是因为在均衡状态下，基金经理产生的超额收益与绩效指标中忽略的定价核的一个部分呈正相关，导致了绩效指标的错误的评估。

● 要点 2

基金经理产生的主动收益依赖于经济状态，他们为经济不良状态提供了保险。因此相对于其他基金，无约束表现差的基金往往会收取高额费用，并产生高度反周期的风险调整后收益。

内容目录

图表目录	3
表目录	3
图目录	3
文献来源	4
摘要	4
1. 引言	4
2. 模型	6
2.1. 共同基金经理	6
2.2. 均衡状态	6
2.3. 时间线和解释	7
3. 最优主动管理	8
4. 衡量基金的无约束表现	9
5. 参数化	10
5.1. 参数化的影响	11
5.2. 校准	12
6. 横截面的暗示	15
7. 总结	17
附录 A. 随机变量和其严格增加的变换之间的协方差	19
附录 B. 放宽的平均独立假设	19
附录 C. 数据描述	19

图表目录

表目录

表 1. 汇总统计	13
表 2. 用于模型校准的时刻值	13
表 3. 无约束基金绩效和状态依赖性	16

图目录

图 1. 错误设定和基金绩效指标	14
------------------------	----

文献来源

文献来源: Glode, V., (2011). Why mutual funds “underperform”. *Journal of Financial Economics*, 99, pp. 546 – 559.

文献亮点: 本文在基金绩效评估模型中加入了对负效用的思考, 并再现了主动管理的股票共同基金其负的风险调整绩效。证明了当定价核中忽略了一个与绩效正相关的指标时, 会导致主动管理基金绩效的低估。这解释了为什么负的期望绩效和共同基金的投资会同时出现, 和一些绩效不佳的基金生存下来的原因。

摘要

我提出了一个简约模型, 再现了主动管理的股票共同基金其负的风险调整绩效。在该模型中, 基金经理在产生与经济状态相关的主动收益时伴随着负效用。在均衡状态下, 负的期望绩效和共同基金的投资同时出现, 这是因为基金经理产生的主动收益与绩效指标中忽略的定价核的一个部分呈正相关, 这与最近的实证证据一致。利用美国基金的数据, 我还记录了与该模型横截面研究结果相一致的新实证证据。

1. 引言

Jensen (1968), Malkiel (1995), Fama 和 French (2010) 等人的研究表明, 扣除费用后, 主动管理的美国股票共同基金的表现明显低于被动投资策略。尽管如此, 到 2008 年底, 仍有超过两万亿美元的资金被投资于主动管理的共同基金。本文表明, 如果这些基金在经济状况不佳时表现异常出色, 那么投资于预期无约束表现不佳的主动管理型基金可能是合理的, 这正如 Moskowitz (2000), Kosowski (2006) 和 Staal (2006) 所发现的。

我推导出了一个模拟熟练的基金经理进行最优费用设置和主动管理的部分均衡模型。该模型的建立基于 Berk 和 Green (2004) 洞察到的一点, 即基金经理在与投资者的关系中拥有讨价还价的能力。与 Berk 和 Green (2004) 不同, 我允许模型中的基金经理产生的主动收益依赖于经济状态。我研究了这种变量如何影响基金经理收取的费用以及计量经济学家对他绩效的评价。该模型显示, 在熟练的基金经理面对理性投资者的情况下, 共同基金的投资和负的基金期望绩效同时出现。

我的模型背后的直觉是, 一个能够根据经济状态产生特定主动收益的基金经理, 在给定负效用或成本时, 会在投资者愿意为这些收益支付更多的情况下表现得更好。因此, 在投资者消费的边际效用较高的时期 (即经济状况不佳的时期), 基金经理会最优先地将精力放在实现良好的绩效上, 并产生与定价核正相关的主动收益。投资者将愿意支付这种针对定价核变化的 (部分) 保险。在均衡状态下, 基金经理能够收取的费用将等于他通过主动管理所增加的价值。正如 Moskowitz (2000) 最初预期的那样, 我的实验展示了一个错误的绩效指标, 即一个基于无偏但不完美的定价核的指标, 它将低估当主动收益与真正的定价核正相关时主动管理所创造的价值。因此, 我的模型中将错误地表现出在扣除费用后熟练的基金经理的表现低于被动投资策略。

绩效指标中的错误构成导致了对绩效衡量的异常并不令人感到意外（Berk, 1995）。这里得出的结果独特和非琐碎之处在于，当基金经理实施一项投资策略确保投资者免受经济糟糕状态的影响时，一个相当普遍的错误都会导致均衡状态下测量的无约束绩效为负。这是因为在均衡状态下，基金经理产生的主动收益与绩效指标中忽略的定价核的一个部分呈正相关，因此负的期望绩效和共同基金的投资同时出现。然而，本文不应该被认为是在宣称消极的绩效本身是投资者所期望的。相反，它表明了通常被视为异常的有据可查的事实可以在理性代理人的模型中得到再现。

我根据美国经济数据对模型进行了校准，并定量地再现了美国基金表现不佳的情况。我还使用了1980年至2005年期间3147只基金的数据，并发现了与该模型的截面研究结果相一致的新实证证据。相对于其他基金，无约束绩效不佳的基金往往会收取高额费用，并产生高度逆周期的风险调整收益。这一发现可能解释了一些无约束绩效不佳的基金为什么能够生存下来，并表明在流行的绩效指标中存在着与经济衰退有关的错误规定。

理想情况下，基金风险调整绩效是基金的实际超额收益（扣除费用），风险溢价减去基金收益与定价核之间的协方差。在实践中，最流行的共同基金绩效衡量标准是基金的超额收益与被动投资策略超额收益的回归结果的截距（ α ）。这些被动超额收益的线性组合代表了经验上无法观察到的定价核。Gruber（1996）认为，由于这些被动的超额收益与零成本投资组合有关，所以随机投资组合的 α 应该是零。当他发现主动管理的美国股票基金的平均 α 值是负的，而且绝对值小于这些基金收取的平均费用时，Gruber的结论是，基金经理大体上增加了价值，但向投资者收取的费用超过了他们增加的价值。根据这一论点，广泛被证实的负 α 值表明，投资于主动管理的共同基金会破坏价值，从投资者的角度来看这是非理性的。然而，根据《2009年投资公司概况》（Investment Company Fact Book），截至2008年底，投资于美国国内股票基金的资产中只有13%是投资于被动管理基金。

我的模型使共同基金投资合理化，尽管存在负的 α 。在均衡状态下，一个熟练的基金经理将选择一个能最大化其期望效用同时满足投资者的参与约束的主动管理策略。然而，这一策略将导致测量的 α 值为负，除非计量经济学家使用的绩效指标采用一个有完美规范的定价核。但正如Roll（1977），Berk（1995）和Fama（1998）所认为的，我们不应该期望在实证实践中出现完美的规范。因此，我的论文可能会阐明为什么总体而言，主动管理的美国股票共同基金的表现不如被动投资策略，或者至少表面上是这样，以及为什么人们依旧一直投资于这些基金。

Moskowitz（2000），Kosowski（2006）和Staal（2006）等实证论文显示，主动管理的美国股票共同基金在经济萧条时期的表现明显好于经济繁荣时期。首先，Moskowitz（2000）估计，在1975-1994年期间，共同基金经理选股得到的平均年收益率在衰退期比非衰退期高1%。其次，Kosowski（2006）估计，在1962-2005年期间，股票共同基金的年平均四因子 α 在衰退期为4.08%，在非衰退期为1.33%。最后，Staal（2006）发现，在1962-2002年期间，基金的平均风险调整绩效与芝加哥联储国家活动指数呈负相关关系。这些论文假设无约束绩效指标低估了主动管理型基金创造的价值，因为当投资者的边际消费效用被认为是高的时候，这些基金提供了良好的实际绩效。然而，这些论文并没有研究这一假设背后的理论资产定价机制，也没有研究观察到的绩效中对于不同状态依赖的来源。我的论文通过一个理论模型来研究这两个因素，并同时

探讨了主动投资组合管理决策的授权及其对绩效指标的影响，将基金经理在不同经济状态下产生的主动收益内生化。这一特点部分地解释了为什么我的模型，而不是别的文章的模型，能使共同基金投资合理化，即使风险调整后无约束的期望绩效为负。

值得注意的是，我的模型中的机制与 Treynor 和 Mazuy (1966)，Henriksson 和 Merton (1981)，Ferson 和 Schadt (1996) 或 Savov (2009) 中的市场择时行为是不同的。市场时机的选择包括随着时间的推移改变投资组合的风险负荷，意图从预测的总收益的变化中获利。然而，Kosowski (2006) 和 Staal (2006) 对依赖状态的共同基金绩效的实证检验，控制了风险暴露的变化（即时间变化的 betas）。因此，本文的核心是基金绩效中的状态依赖性，这不应该是文献中通常所说的市场择时策略的结果。

本文的组织结构如下。第 2 节介绍了一个基金经理和他的投资者之间的简单关系模型。第 3 节推导出基金经理将寻找并实施的最优主动管理策略。第 4 节推导出主动收益的状态变化将如何影响风险调整后无约束的绩效。第 5 节介绍了参数化的定量含义和模型的校准版本。第 6 节提出了关于模型横截面研究结果的实证证据，第 7 节得出结论。

2. 模型

我首先描述了一个基金经理和其理性投资者之间的关系模型。我研究的是一个具有有限的世界状态的集合 $s \in S$ 的经济周期。这个周期可以代表投资者委托资产管理的任何范围，而且合同条款（如费用水平）不会改变。为简洁起见，我只在提到该随机变量的特定状态时为其添加下标 s 。

2.1. 共同基金经理

该模型将投资者行为视为外生因素，关注基金经理的最优主动管理策略。我假设基金经理可以在期初实施一项投资策略，该策略将产生与状态相关的比被动投资组合更高的超额收益。为了在 s 状态时产生正的主动收益 a_s ，基金经理需要确定一种投资策略或投资组合，在 s 状态时有足够好的表现，而在其他状态下表现不佳。找到这样的投资策略或投资组合，会在周期初给基金经理带来非货币性的成本或负效用。

Berk 和 Green (2004) 主张产生正的主动收益的能力是稀缺的资源，因此拥有这种能力的基金经理应该设定费用 f ，使他从主动管理能力中获得收益，同时投资者也并不介意自己的支付。我专注于主动管理策略的状态依赖，我将管理的资产价值规范化，在期初为一美元。这种更简单的设置旨在保持模型的可操作性和直观性。我假设基金的实际收益包含一个异质性成分 u ，其均值为零，在不同的经济状态下独立分布。基金经理控制主动收益 a 和他收取的费用 f ，但不控制异质性成分 u 。

2.2. 均衡状态

在这里，我从共同基金投资的角度来描述金融市场如何达到均衡状态。金融市场均衡意味着没有套利，这本身就意味着至少存在一个为所有可交易资产定价的正定价核 (Harrison & Kreps, 1979; Hansen & Richard, 1987; Cochrane, 2001)。为了达到均衡，任何两种资产之间的超额收益 r^i 必须满足以下条件：

$$E[mr^i] = 0 \quad (1)$$

其中 m 是一个定价核 ($m > 0$)。我将公式 (1) 中的均衡条件应用于共同基金收益。让 R_0 表示总的无风险利率, r^p 表示被动投资组合或购买并持有标准普尔 (S&P) 500 指数的超额收益。被动投资组合的收益是 $R_0 + r^p$, 基金的收益是 $R_0 + r^p + a - f + u$ 。基金的收益率超过被动投资组合的收益率是 $a - f + u$ 。在平衡状态下, 这个超额收益需要满足以下条件:

$$E[m(a - f + u)] = 0 \quad (2)$$

如果公式 (2) 的左边大于零, 那么对共同基金服务的需求将是无限的, 基金经理将能够通过略微增加 f 来提高其利润。或者, 如果公式 (2) 的左边小于零, 那么就不会有人投资于共同基金, 基金经理也就没有收入。因此, 公式 (2) 在均衡状态下必须成立。

随机变量 u 的均值为零, 与定价核不相关。从公式 (2) 我们推出平衡状态下的费用为 $f = R_0 E[ma]$, 这代表了主动管理为投资组合增加价值的确定性等价物。这个结论与 Berk 和 Green (2004) 得出的 $f = E[a]$ 不同, 他们不允许主动收益随经济状态系统地变化。

2.3. 时间线和解释

模型的时间线总结如下。在期初, 基金经理向潜在投资者提供主动管理策略 $(f, \{a_s\}_{s \in S})$ 。在知道将发生的状态之前, 投资者决定他们是否承诺在期末支付一个恒定的费用 f , 以换取共同基金在状态 s 时产生的主动收益。一旦达成协议, 基金经理就会以一定的代价实施投资策略, 以产生他向投资者承诺的特定状态的主动收益。然后, 经济状态发生后, 共同基金产生了特定状态的主动收益 (最多有一个异质性误差项), 投资者向基金经理支付约定的费用。

在当前对该模型的解释中, 基金经理在期初挑选了一种投资策略, 以确保他向投资者承诺的由状态决定的主动收益能够在这时期产生。虽然该模型本身对主动收益的来源是不可知的, 但我现在简要地提出一个基金经理可能产生这些收益的方法。基金经理可以在付出代价的情况下获得更优越的信息, 使他能够知道如果世界的某些状态出现时, 个别证券是否会表现得异常好。然后, 基金经理将通过横截面数据找出在经济的每个状态下可能表现异常良好的证券, 并形成投资组合, 该投资组合将产生他所承诺的每个特定状态的主动收益。在这种情况下, 基金经理没有能力预测经济状况, 但他有能力识别一组定价错误的证券, 并了解它们在不同经济状况下的收益表现。当然, 随着基金经理花更多的精力去识别可能在特定状态下表现良好的证券, 如果这种状态发生, 基金产生的期望主动收益也会增加。基金收益中的异质性成分 u 可以被解释为基金经理在预测其投资组合在每种状态下所能产生的主动收益时犯下的错误。

模型还有一个更动态的解释。投资者在面临摩擦的情况下, 相对长时期地将其资产的管理委托给一个基金经理。基金经理承诺在这段时间内付出与状态相关的努力, 这将产生取决于努力程度的主动收益。在整个期间, 关于经济状态的信息出现时, 基金经理会调整他在剩余时间内的努力程度去超越被动投资组合。这种依赖于状态的主动管理政策使他能够产生一个依赖于状态的主动收益。这个解释要求假设由于摩擦或不完美信息, 共同基金的投资者不能像基金经理那样很好地利用这些信号来确定他们投资基金的时机。虽然这两种解释中针对的时期不同, 但都产生了相同的定性预测, 并依赖非常相似的经济直觉来实现。

3. 最优主动管理

基金经理从自己的利益出发，在一个均衡状态下使自己的效用最大化。基金经理从消费他在期末收到的费用中获得效用。然而，正如 Kihlstrom (1988) 所指出的那样，基金经理在期初为确定和实施能够超越被动投资组合并得到 $\{a_s\}_{s \in S}$ 的投资策略而付出努力时，也会经历负效用。

负效用会随着 a_s 和 p_s (状态 s 发生的概率) 的增加而增加。一种状态发生的可能性越大，基金经理就越难决定一种投资策略使得在这种状态下保持正的主动收益。为了简单起见，我假设负效用函数是可分离的，并且在每个状态发生的概率上是线性的。也就是说，产生 $\{a_s\}_{s \in S}$ 的负效用是 $\sum_{s \in S} p_s D(a_s)$ ，其中 $D(\cdot)$ 是一个与状态无关的函数。

为了强调努力的付出和费用的收取的时间，基金经理从消费费用中获得的效用表示为 $U(f)$ ，由一个不耐参数 $\delta \in (0, 1]$ 进行贴现。因此，基金经理向投资者提供一个策略 $(f^*, \{a_s^*\}_{s \in S})$ ，使以下目标函数最大化：

$$\delta U(f) - \sum_{s \in S} p_s D(a_s) \quad (3)$$

服从均衡条件： $f = R_0 \sum_{s \in S} p_s m_s a_s$ 。基金经理消费投资者接受的最高费用，减去产生收益所需的负效用，并使最终效用最大化。

在推导和分析模型的含义之前，我对 $U(\cdot)$ 和 $D(\cdot)$ 施加标准的正则条件。我假设效用函数 $U: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ 是两次可导的凹函数，负效用函数 $D: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ 是两次可导的严格凸函数，且满足 $D(0) = 0, D'(0) = 0, \lim_{a \rightarrow +\infty} D'(a) = +\infty$ 。

通过以下命题可以得出最优的策略 $(f^*, \{a_s^*\}_{s \in S})$ 。

命题 1. 最优共同基金策略 $(f^*, \{a_s^*\}_{s \in S})$ 满足：

$$\delta U'(f^*) R_0 m_s = D'(a_s^*) \quad (4)$$

对于每个状态 $s \in S$ 。因此，最优主动收益 a^* 和定价核 m 正相关。

证明. 当将均衡费用 f 代入目标公式 (3) 时，基金经理的优化问题变得无约束，可以写成

$$\max_{\{a_s\}_{s \in S}} \delta U(R_0 \sum_{s \in S} p_s m_s a_s) - \sum_{s \in S} p_s D(a_s) \quad (5)$$

对于每个状态 $s \in S$ ，关于 a_s 的一阶条件是 $\delta U'(f^*) R_0 p_s m_s = p_s D'(a_s^*)$ 。同时消去两边的 p_s 可以得到公式 (4)。

现在定义函数 $H(\cdot) \equiv D'^{-1}(\cdot)$ 作为产生主动收益边际负效用的逆函数。由于 $D(\cdot)$ 的严格凸性，函数 $H(\cdot)$ 存在且在 \mathbb{R}^+ 上严格递增。因为 $\text{cov}(m, a^*) = \text{cov}(m, H(\delta U'(f^*) R_0 m))$ ，附录 A 中的引理 1 表示如果有 $\text{var}(m) > 0$ 那么必然存在 $\text{cov}(m, a^*) > 0$ 。

因为 $\delta U'(f^*) R_0$ 在所有的状态下都是正的且恒定的，因此最优主动收益 a^* 总是正的并与 m 正相关。因此，基金相对于被动投资组合的超额收益 $a^* - f^* + u$ 也与定价核正相关。基金经理知道，投资者更看重在经济状况不佳时的实际收

益，而不是在经济状况良好时的收益。对他来说，最优的做法是专注于创造投资者愿意为之付出更多的主动收益。

使用公式（2），我将费用分解如下：

$$f^* = E[a^*] + R_0 \text{cov}(m, a^*) \quad (6)$$

基金经理不仅因其产生的主动收益水平而得到补偿，而且还因其与定价核的协方差而得到补偿。因此，我的模型为共同基金费用的横向差异提供了一个新的解释（Chordia, 1996; Christoffersen & Musto, 2002）。

同样，基金相对于被动投资组合的期望的超额收益可以写成：

$$E[a^* - f^* + u] = -R_0 \text{cov}(m, a^*) \quad (7)$$

是负的。为投资者提供针对定价核变化的部分保险，允许基金经理要求高于期望主动收益的补偿。

请注意，这些结果并不依赖于定价核具体地参数化，也不依赖于投资者的效用函数的参数化。赋予 m 的唯一假设是，在经济不景气的状态下，定价核 m_s 要比经济繁荣状态下高，这与大多数基于消费的风险规避模型的预测相似。

4. 衡量基金的无约束表现

公式（7）中得出的基金相对于被动投资组合收益的期望超额收益，并不是衡量异常绩效的有效方法，因为它没有对基金的风险进行调整。理想情况下，基金风险调整绩效应是基金的实际超额收益（扣除费用），风险溢价减去基金收益与定价核之间的协方差。然而，计量经济学家不太可能观察到真正的定价核 m ，并使用它来衡量基金绩效。因此，他们用 $\hat{m} \equiv E[m|I]$ 代替，其中 I 是他试图衡量基金绩效时可用的信息。这个信息集 I 是基于比共同基金经理和他的投资者的信息集更粗糙的状态空间划分。构建一个设定误差 $\varepsilon (\equiv m - \hat{m})$ ，对于所有的 \hat{m} 值满足 $E[\varepsilon | \hat{m}] = 0$ 。换句话说， ε 均值独立于定价核 \hat{m} ，并且在计量经济学家的信息集下，定价核 \hat{m} 是无偏的。在附录 B 中，我放宽了 ε 对 \hat{m} 均值独立的假设，并以 ε 与 \hat{m} 不相关的较弱假设来代替它。如果计量经济学家使用的绩效指标依赖于具有非零误差项的定价核 ($\text{var}(\varepsilon) > 0$)，我将认为这个绩效指标被错误地指定。

下面的命题得出了无约束的风险调整绩效 $E[\alpha]$ ，这是基于无风险利率上的超额收益的期望值减去与基金收益和定价核之间协方差相关的风险溢价。

命题 2. 依照经济学方法计算出的风险调整后基金绩效的期望值是：

$$E[\alpha] = -R_0 \text{cov}(\varepsilon, a) \quad (8)$$

其中 ε 代表与 \hat{m} 的设定误差，比如， $m = \hat{m} + \varepsilon$ 。如果 $\text{var}(\varepsilon) > 0$ 那么必有 $E[\alpha]$ 为负。

证明.

$$E[\alpha] = E[r^p + a - f + u] + R_0 \text{cov}(\hat{m}, r^p + a - f + u) \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
&= E[r^p] - R_0 \text{cov}(m, a) + R_0 \text{cov}(\hat{m}, r^p) + R_0 \text{cov}(\hat{m}, a) \\
&= E[r^p] + R_0 \text{cov}(\hat{m}, r^p) - R_0 \text{cov}(\varepsilon, a)
\end{aligned}$$

根据假设，被动投资组合产生的 r^p 由 \hat{m} 正确地定价。因此， $E[r^p] = -R_0 \text{cov}(\hat{m}, r^p)$ ，抵消了公式（9）中的两项，得到了 $E[\alpha]$ 的解。

然后， ε 和 a 之间的协方差可以分解为。

$$\text{cov}(\varepsilon, a) = E[\text{cov}(\varepsilon, a | \hat{m})] + \text{cov}(E[\varepsilon | \hat{m}], E[a | \hat{m}]) \quad (10)$$

命题 1 中的结论和引理 1 可以证明如果有 $\text{var}(\varepsilon) > 0$ 那么必然存在 $\text{cov}(\varepsilon, a^* | \hat{m}) > 0$ 。因此，上述分解右边的第一项是正确的。第二项等于零，因为 $E[\varepsilon | \hat{m}] = 0$ 。因此，如果 $\text{var}(\varepsilon) > 0$ ， ε 和 a^* 之间的协方差为正， $E[\alpha]$ 为负。

假设收益率 r^p 是完全由定价核 \hat{m} 定价，这确保了在我的模型中外生给定的被动投资组合不会影响基金异常表现的衡量。对于被动投资组合，期望的测量指标就等于以设定误差 ε 为定价核时的风险溢价。该命题还表明，除非绩效指标是完全给定的，否则在该模型中，设定误差 ε 和主动收益 a^* 之间的协方差是正确的，基金的风险调整期望绩效 $E[\alpha]$ 是负，这与 Jensen（1968），Malkiel（1995）以及 Fama 和 French（2010）等人发现一致。

综合来看，第 3 节和第 4 节的结果意味着，我的模型中熟练的基金经理将表现出无约束地糟糕。这一预测与一些金融经济学家过去的假设完全相反。有人认为，基金经理如果技术娴熟，应该向投资者提供正的风险调整绩效。Berk 和 Green（2004）则认为，基金经理在所有的基金扣除费用后，将产生期望为零的风险调整绩效。我的论文扩展了这一分析，允许与状态相关的主动收益会产生代价。其结果对共同基金的负面表现做出了简单的合理解释。在我的模型中，一个基金经理如果能在一个不利条件下产生特定于某一经济状态的主动收益，他将从投资者那里得到一个补偿，这个补偿随着该状态下的定价内核的增加而增加。因此，基金经理会发现，产生与定价内核正相关的主动收益，为投资者提供部分保险，以防止经济的不良状态是最理想的。然而，一个试图评估基金风险调整绩效的计量经济学家可能会使用一个出现设定误差的绩效指标。因此，绩效指标将呈现负值，错误地暗示了模型中的基金经理会破坏价值。

5. 参数化

在这一节中，我将对模型进行参数化，并推导出基金最优主动收益和绩效指标的明确表达。然后，我将该模型与美国经济数据进行校准，并测试其预测的结果是否合理。

我假设产生主动收益的负效用为二次形式： $D(a) = (\theta/2)a^2$ ，对于 $a \geq 0$ ， $\theta > 0$ 。因此， $D'(a) = \theta a$ ， θ 代表边际负效用函数的斜率。产生主动收益的负效用随 θ 增加。公式（4）中的一阶条件变成了 $a_s^* = (\delta U'(f^*)/\theta) R_0 m_s$ 。经理人的效用函数 $U(\cdot)$ 出现在预测模型中的唯一方式是通过 $\delta U'(f^*)/\theta$ ，它在所有状态下都是正的和不变的。如果不改变 δ/θ ，参数化和校准 $\delta U'(f^*)/\theta$ 就不会有任何数量上的影响。因此，在不必深入考虑 δ ， $U'(f^*)$ 和 θ 值的情况下正的常数 $\delta U'(f^*)/\theta$ 可以被校准。

我假设被动投资组合收益率 r^p 等于 $\sum_{n=1}^N \omega_n r^n$, 其中每个 ω_n 代表被动投资组合获得被动超额收益 (或因子) r^n 的敞口, 计量经济学家通常使用 m 在 $\{r^n\}_{n=1}^N$ 集合上的线性投影和一个常数作为他们的定价核 ($\hat{m} = \gamma_0 + \sum_{n=1}^N \gamma_n r^n$)。这最后一个假设产生了一个绩效指标, 与被动收益 $\{r^n\}_{n=1}^N$ 呈线性关系, 同 Carhart (1997)。这一规定保证了对被动收益 $\{r^n\}_{n=1}^N$ 和 r^p 的正确定价, 并且这些收益的变化不会影响基金异常表现的测量。

5.1. 参数化的影响

下面的命题显示了具有二次负效用函数的基金经理将收取的费用, 以及使用 r^n 的线性函数作为其定价核衡量绩效。

命题 3. 在参数化过程中, 基金均衡费用满足:

$$f^* = \frac{\delta U'(f^*)}{\theta} [1 + R_0^2 \text{var}(m)] \quad (11)$$

该基金风险调整期望绩效为

$$E[\alpha] = -\frac{\delta U'(f^*)}{\theta} R_0^2 \text{var}(\varepsilon) \quad (12)$$

当 $\text{var}(\varepsilon) > 0$ 时 $E[\alpha]$ 为负。

证明. 将 $a_s^* = (\delta U'(f^*)/\theta) R_0 m_s$ 代入公式 (6), (8) 中得到结果。

不可观测的 $\text{var}(\varepsilon)$ 代表了定价核中错误的程度 (Hansen & Jagannathan, 1997; Hodrick & Zhang, 2001)。为了使 $\text{var}(\varepsilon) = 0$, 定价核必须是完美。但 Bekaert 和 Hodrick (1992) 的实证发现表明, 当只使用国内投资组合来定义定价内核时, $\text{var}(\varepsilon)$ 是正的。而使用国际投资组合则提高了 Hansen 和 Jagannathan (1991) 对 $\sqrt{\text{var}(\varepsilon)}$ 预测的下限。因此, 当投资者能够获得比定价核中使用的投资组合更好的多样化的金融工具时, $\text{var}(\varepsilon)$ 总是正的。

命题 4. 在参数化过程中, 给定状态 s 下, 基金实际风险调整收益为

$$\alpha_s = E[\alpha] + \frac{\delta U'(f^*)}{\theta} R_0 \varepsilon_s + u_s \quad (13)$$

当 $\text{var}(\varepsilon) > 0$ 时这个收益和定价核之间的协方差是正的。

证明. 使用公式 (6), 基金基于无风险利率的超额收益为

$$r^p + a^* - f^* + u = r^p + a^* - E[a^*] - R_0 \text{cov}(m, a^*) + u \quad (14)$$

代入参数 $a_s^* = (\delta U'(f^*)/\theta) R_0 m_s$ 和 $\hat{m} = \gamma_0 + \sum_{n=1}^N \gamma_n r^n$ 得到

$$\begin{aligned} r^p + \frac{\delta U'(f^*)}{\theta} R_0 \sum_{n=1}^N \gamma_n [r^n - E[r^n] - R_0 \text{cov}(m, r^n)] \\ + \frac{\delta U'(f^*)}{\theta} R_0 \varepsilon - \frac{\delta U'(f^*)}{\theta} R_0^2 \text{var}(\varepsilon) + u \end{aligned} \quad (15)$$

接着，使用 $r^p = \sum_{n=1}^N \omega_n r^n$ 展开第一项， $E[r^p] = -R_0 \text{cov}(m, r^p)$ 来消除括号中的第二、三项，再用 $E[\alpha] = -(\delta U'(f^*)/\theta) R_0^2 \text{var}(\varepsilon)$ 代替倒数第二项，基金的超额收益最终为

$$\sum_{n=1}^N [\omega_n + \frac{\delta U'(f^*)}{\theta} R_0 \gamma_n] r^n + \frac{\delta U'(f^*)}{\theta} R_0 \varepsilon + E[\alpha] + u \quad (16)$$

在估计基金的风险调整收益时，计量经济学家要减去由于基金的被动收益而产生的收益变化。这里基于被动超额收益 r^n 的基金收益的敞口是 $[\omega_n + (\delta U'(f^*)/\theta) R_0 \gamma_n]$ ，并且在任何一个状态中都是恒定的。因此，基金在调整风险后的超额收益在状态 s 中表现为

$$\alpha_s = E[\alpha] + \frac{\delta U'(f^*)}{\theta} R_0 \varepsilon_s + u_s \quad (17)$$

α 与任意 r^n 之间的协方差为零， α 与 m 之间的协方差变为 α 与 ε 之间的协方差，即 $[(\delta U'(f^*)/\theta) R_0] \text{var}(\varepsilon)$ 。因此当 $\text{var}(\varepsilon) > 0$ 时，基金的实际风险调整收益与定价校正相关。

命题 4 表明，收益水平 $\{r^n\}_{n=1}^N$ 和被动投资组合的负荷 $\{\omega_n\}_{n=1}^N$ 并不影响在给定的经济状态子集中衡量的实际风险调整绩效。因此，如果绩效指标是完美的，那么只有特异性项 u 被认为是异常的。公式 (13) 中的第二项是计量经济学家在建立定价核中遗漏的变化的基金敞口，第一项是与该遗漏相关的负风险溢价。因此，由于 ε 的遗漏，基金的风险调整绩效与真正的定价校正相关。

命题 4 还表明，实际的风险调整收益对 ε 的敏感性，以及对定价核 m 的敏感性，随着比率 $\delta U'(f^*)/\theta$ 而增加。因此，在一个基金的横截面上，收取高费用和产生低 $E[\alpha]$ 的基金也应该是那些为投资者提供最好的保险以抵御经济的不良状态的基金，它们表现出对经济状态更敏感的实际风险调整收益。

5.2. 校准

现在，我将要验证我的模型与美国经济数据校准时，是否能从数量上重现美国基金的表现不佳的现象。我假设一个有代表性的基金经理，他的行为与我的模型预测的一样，我使用证券价格研究中心 (CRSP) 共同基金数据库中 1980-2005 年期间 3147 个主动管理的美国股票基金的数据来校准模型。附录 C 提供了数据的详细描述，表 1 总结了主要基金属性的汇总统计。

$\delta U'(f^*)/\theta$ 和 $\text{var}(\varepsilon)$ 的表达在现实中是无法直接观察的。在处理这些不可观察因素之前，我先把可以直接从经济数据中推断出来的部分联系在一起。为了简化校准工作，我将设置 $N = 1$ ，并使用 CRSP 数据库中所有纽约证券交易所，美国证券交易所和纳斯达克股票价值加权组合的超额收益作为被动组合的收益 r^1 。参数化的绩效指标为基于市场投资组合的单因子 α ，如 Jensen (1968) 预测中， $m = \gamma_0 + \gamma_1 r^1 + \varepsilon$ ，系数为 $\gamma_1 = -SR/[R_0 \sqrt{\text{var}(r^1)}]$ 和 $\gamma_0 = 1/[R_0(1 + SR^2)]$ ，其中 SR 表示被动策略的夏普比率 ($SR = E[r^1]/R_0 \sqrt{\text{var}(r^1)}$)。被动投资组合对 r^1 的负荷表示为 ω_1 ，在这里不需要校准，因为它没有进入最优费用，最优主动收益或衡量风险调整绩效的表达式。 ω_1 在模型中唯一重要的地方是衡量基金对被动收益 r^1 的敞口。这个风险由 $\omega_1 + \text{cov}(a^*, r^1)/\text{var}(r^1)$ 给出，它小于 ω_1 ，因为基金经理实际上是在被动投资组合产生 $r^p = \omega_1 r^1$ 的基础上，为经济的不良状态（包括低收益期）提供保险。

表 1. 汇总统计: 本表列出了 1980-2005 年期间 3147 个主动管理的美国股票共同基金样本的主要基金属性的汇总统计。

	平均值	标准差	中位数	25%	75%
资产大小 (\$百万)	915.77	3669.51	159.93	47.78	551.54
年龄 (年)	13.15	14.30	8.00	4.00	16.00
周转 (% , 每年)	91.92	118.19	67.40	36.00	115.00
费用比率 (% , 每年)	1.30	0.49	1.23	0.98	1.54
初期费用 (%)	1.72	2.37	0.00	0.00	3.47
末期费用 (%)	0.53	0.97	0.00	0.00	0.85
原始收益率 (% , 每季度)	2.58	10.49	3.11	-2.31	8.65

我使用 Kenneth French 网站上 1980-2005 年期间的数据, 对 r^1 前两个时刻和平均无风险利率 R_0 进行校准。我的基金样本的年平均费用率是 1.30%。费用率是指股东每年为基金的运营费用支付的投资 (包括 12b-1 费用)。为了计算摊销费用 (不包括在报告的费用率中), 我仿照 Sirri 和 Tufano (1998) 以及 Barber, Odean 和 Zheng (2005) 的做法, 将平均前期费用 (Front-load fee) 的 1/7 添加到平均费用率中来校准费用 f^* 。表 2 总结了模型的可观测时刻的校准情况。

表 2. 用于模型校准的时刻值: 这个表格展示了 1980-2005 年期间用于以年为基准校准模型需要的美国经济数据的时刻值。共同基金费用的计算方法是: 费用比率 + (1/7) * 前期费用。所有纽约证券交易所, 美国证券交易所和纳斯达克股票的 CRSP 价值加权组合的超额收益作为被动组合的收益 r^1 。

	符号	值 (%)
共同基金费用	f^*	1.55
净无风险利率	$R_0 - 1$	5.97
被动超额收益均值	$E[r^1]$	7.99
r^1 标准差	$\sqrt{\text{var}(r^1)}$	16.17

随着可观察时刻的校准, 我研究了 $\delta U'(f^*)/\theta$ 和 $\text{var}(\varepsilon)$ 的值, 使模型的预测与选定的实证预测相匹配。我解决了 $\delta U'(f^*)/\theta$ 和 $\text{var}(\varepsilon)$ 之间的关系, 使之与我样本中的平均共同基金费用相匹配。然后, 我将当前校准中能合理预测 $E[\alpha]$ 的 $\text{var}(\varepsilon)$ 范围与 $\text{var}(\varepsilon)$ 的几个实证估计进行比较。

为了满足公式 (11)， $\delta U'(f^*)/\theta$ 需要符合

$$\frac{\delta U'(f^*)}{\theta} = \frac{f^*}{1 + R_0^2 \text{var}(m)} = \frac{f^*}{1 + SR^2 + R_0^2 \text{var}(\varepsilon)} \quad (18)$$

如果成立，则共同基金的风险调整期望绩效在给定 f^* 时为

$$E[\alpha] = -\frac{R_0^2 f^*}{1 + SR^2 + R_0^2 \text{var}(\varepsilon)} \text{var}(\varepsilon) \quad (19)$$

图 1 绘制了 $E[\alpha]$ 和 $\text{var}(\varepsilon)$ 按表 2 的校准。

图中还指出了 $\text{var}(m)$ 的实证估计值在几个水平下 $\text{var}(\varepsilon)$ 的 $E[\alpha]$ 的预测 (Bekaert & Hodrick, 1992; Chapman, 1997; Melino & Yang, 2003; Bansal & Yaron, 2004; Kan & Zhou, 2006)。我使用 $\text{var}(m) = \gamma_1^2 \text{var}(r^1) + \text{var}(\varepsilon) = (SR^2/R_0^2) + \text{var}(\varepsilon)$ 来推导每个由 $\text{var}(m)$ 估计的 $\text{var}(\varepsilon)$ ，其中 SR 表示被动收益 r^1 的夏普比率。

采用 Chapman (1997)，Kan 和 Zhou (2006) 对 $\text{var}(m)$ 的高估计，使我的模型能够产生接近 Jensen (1968)，Malkiel (1995) 和 Gruber (1996) 报告的单因子 α (约每年-1%)。在期望 α 为-1%的校准中， m 的二次标准差的冲击导致 (年度) 主动收益 α^* 的变化为 1.40%， ε 的二次标准差的冲击导致 (年度) 风险调整实际收益 α 的变化为 1.33%。如果我使用 Bekaert 和 Hodrick (1992)，Melino 和 Yang (2003)，以及 Bansal 和 Yaron (2004) 中定价核心波动率较低的设定，该模型仍然会产生具有经济意义的绩效不佳的表现。因此，考虑到这种校准，我们不应该对观察到主动管理的美国股票共同基金的 α 值显著为负感到困惑，因为它们对经济的不良状态提供了保险。

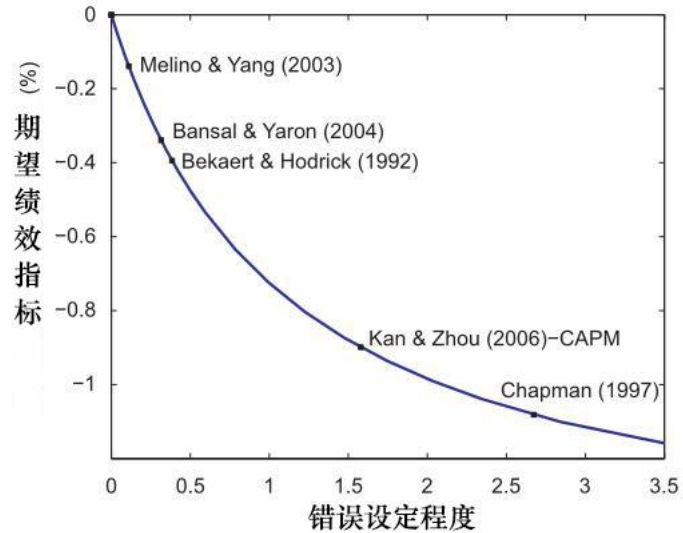


图 1. 错误设定和基金绩效指标: 该图显示了在 1980-2005 年期间，当模型以年度美国经济数据为基础对模型进行校准时，期望的绩效指标 $E[\alpha]$ 和定价核心设定错误程度的关系。图中还指出了 Bekaert 和 Hodrick (1992)，Chapman (1997)，Melino 和 Yang (2003)，Bansal 和 Yaron (2004) 以及 Kan 和 Zhou (2006) 报告的 $\text{var}(m)$ 的实证估计，与各个等级的 $\text{var}(\varepsilon)$ 有关的 $E[\alpha]$ 。

6. 横截面的暗示

本文将共同基金投资合理化，同时将主动管理的美国股票基金的风险调整后无约束负绩效和基金在经济不景气的状态下实现明显更好的绩效联系起来。这些事实已经在共同基金行业中得到了大量的研究，但在本节中我将展示新的实证证据，这些证据也可以帮助我们理解共同基金费用和收益的横截面。我使用了与先前校准采用的相同基金样本。

我的模型预测，基金的主动收益与计量经济学家采用的定价核中的设定误差之间的协方差应该与基金表现的无约束绩效呈负相关。从参数化的视角看模型可以发现，相对于其他基金，无约束绩效不佳的基金应该收取高额费用，并在实际风险调整绩效中表现出更多对状态的依赖。风险调整收益对经济状况的敏感程度（模型中的项 $(\delta U'(F^*)/\theta)R_0$ ）应有助于我们理解共同基金费用和无约束绩效的横截面上的变化。

正如 Moskowitz (2000)，Kosowski (2006) 和 Staal (2006) 一样，我使用 NBER 衰退作为经济不良状态的判断（定价内核高的时期）。我样本中的 2,075 只在 1980-2005 年期间至少经历过一次 NBER 衰退的基金，将使用月度数据估计基金在整个样本期间的平均无约束 α ，平均费用率和平均总费用，即费用率 + $(1/7) \times$ 前期费用，如 Sirri 和 Tufano (1998) 以及 Barber, Odean 和 Zheng (2005) 所设置的。我根据所有基金在样本期间的平均无约束 α ，将其划分为十等分组合。表 3 列出了每个十等分组合的平均 α ，费用率和总费用。然后，对于每个基金，我对基金的超额收益与 NBER 经济衰退指标，风险因子以及经济衰退指标和因子的叉乘进行了时间序列回归。尽管我的模型对基金风险暴露的时间变化进行了抽象，但我还是遵循 Kosowski (2006) 和 Staal (2006) 的做法，允许因子载荷随经济状况的变化而变化，以确保实证结果不受共同基金风险暴露变化的驱动。模型中与经济衰退指标相关的最小二乘系数用来衡量基金在经济衰退中实际的平均风险调整收益与在非经济衰退中实际的收益之间的差异。只要经济周期变量能捕捉到所使用的绩效指标中所遗漏的一些定价核的变化（例如，劳动收入），那么在整个经济周期中绩效指标的变化应该代表基金收益对 ε 的敞口。因此，基金在衰退期和非衰退期实际的平均风险调整收益之间的差异可以代表基金实际风险调整收益对定价核心的敏感性，在模型中，这等于它对设定误差 ε 的敏感性。A, B, C 组分别显示了使用 Jensen (1968) 的单因子模型，Fama 和 French (1993) 的三因子模型和 Carhart (1997) 的四因子模型计算无约束和与状态有关的绩效时的结果。

表 3 显示，无论我是否对前期费用进行调整，十位中第一个组合的平均费用与第十个组合的平均费用之间的差异在经济上和统计上都是显著的。相对于其他基金而言，无约束表现不佳的基金收取的费用较高，这与 Malkiel (1995)，Gruber (1996) 和 Carhart (1997) 等人的实证发现一致。正如 Carhart (1997) 所表明的，费用和 α 之间的实证关系并不是严格的递减关系。在我的样本中，对于具有负 α 的十位组合，它是严格递减的，但对于具有正 α 的十位组合则不是。与具有良好无约束 α 的基金相比，具有较差的无约束 α 的基金所产生的风险调整收益对经济状况更为敏感。就三个绩效指标而言，第 1 组和第 10 组之间以及第 1-2 组和第 9-10 组之间的差异在 5% 上具有统计学意义上的显著，尽管第 1-2 组可能包括一些不熟练的基金经理，他们在所有经济状态下都表现不佳。这里研究的实证关系也不是严格意义上的单调。这些实证结果与我的模型一致，绩效的反周期性对于无约束 α 低且费用高的基金来说更强。

在未报告的测试中，我调查了基金提供的保险是由共同基金费用变化驱动，而不是由基金经理产生的主动收益的状态依赖性驱动的可能性。与 Kuhn (2004) 一致，我发现基金费用的时间序列变化非常小（例如，在经济衰退和非经济衰退之间，扣除弃权和补偿后的平均年度费用率相差不到两个基点）。这一发现表明，各阶段的基金实际收益的变化主要是由各阶段的主动收益而非费用的变化所驱动。从理论的角度来看，这一发现也表明，我们在某一时期观察到的共同基金收益主要是由经济状态发生后实现驱动的。而不是通过在制定收费计划时使用的事先经验的变化驱动的。

据我所知，我所记录的基金截面的研究结果是文献中的新发现，并对我在前文中提出的理论给予了支持。当计量经济学家使用一个错误的绩效指标时，在均衡状态下正确定价的资产的无约束风险调整绩效应该与该资产提供的定价核变化的保险水平呈负相关。因此，对于任何资产类别来说，同时观察到负的无约束绩效和经济状况不佳时的异常良好绩效，可能是绩效指标错误的结果，而不是整个资产类别非理性的错误定价的结果。因此，绩效指标对经济不良状态的敏感度可以用来衡量特定资产定价模型中的设定错误的程度，这种作用类似于 Berk (1995) 中公司规模所发挥的作用。

表 3. 无约束基金绩效和状态依赖性

本表列出了按无约束 alpha 排序的 10 个十等分共同基金组合的无约束风险调整平均绩效 (alpha)、年费用率、年总费用以及绩效对经济状态的依赖性。绩效对状态的依赖性是由基金在 NBER 衰退期的平均风险调整收益率减去基金在非衰退期的平均风险调整收益率来代表的，这是在整个样本期计算的。面板 A、B、C 分别显示了使用 Jensen (1968) 的单因子模型、Fama 和 French (1993) 的三因子模型和 Carhart (1997) 的四因子模型计算风险调整绩效。我使用我的样本中 2,075 只主动管理的美国股票共同基金的月度数据，这些基金在 1980-2005 年期间至少经历了一次衰退，以计算 alpha 和整个样本期每个基金绩效状态依赖程度。总年费的计算方法是：年费用率+(1/7)*前期费用。估计值以%为单位。第 1 等级和第 10 等级的平均数之间的差异连同其标准误差一起报告。***, **, 和*分别表示在 1%, 5%和 10%的水平上的显著性。

十位数 (alpha)	Alpha (%, 每月)	消费 (%)	总费用 (%)	状态依赖 (%, 每月)
面板 A. 单因子模型				
1	-0.89	1.72	1.96	0.53
2	-0.38	1.43	1.74	0.18
3	-0.23	1.35	1.62	-0.02
4	-0.13	1.34	1.61	-0.02
5	-0.05	1.23	1.47	0.04
6	0.03	1.22	1.46	-0.03
7	0.13	1.27	1.54	-0.01
8	0.26	1.31	1.54	0.13
9	0.46	1.35	1.51	0.04
10	1.07	1.49	1.67	-0.11
1 - 10	-1.96	0.23	0.29	0.64

	[0.05] ***	[0.05] ***	[0.06] ***	[0.28] **
面板 B. 三因子模型				
1	-0.87	1.7	1.97	0.32
2	-0.37	1.4	1.65	0.19
3	-0.24	1.35	1.59	-0.02
4	-0.17	1.32	1.55	0.01
5	-0.10	1.28	1.52	-0.07
6	-0.04	1.28	1.54	-0.09
7	0.03	1.28	1.51	-0.21
8	0.11	1.25	1.5	-0.17
9	0.25	1.37	1.61	-0.36
10	2.02	1.47	1.67	-0.47
1 - 10	-2.89	0.23	0.3	0.79
	[1.26] **	[0.05] ***	[0.06] ***	[0.23] ***
面板 C. 四因子模型				
1	-1.19	1.7	1.93	0.81
2	-0.37	1.44	1.73	0.34
3	-0.24	1.37	1.63	-0.01
4	-0.17	1.37	1.61	-0.03
5	-0.11	1.27	1.49	0.02
6	-0.05	1.26	1.51	-0.06
7	0.01	1.29	1.54	-0.27
8	0.1	1.23	1.45	-0.32
9	0.22	1.29	1.54	-0.26
10	0.67	1.49	1.7	-0.07
1 - 10	-1.86	0.21	0.23	0.88
	[0.21] ***	[0.05] ***	[0.06] ***	[0.43] **

7. 总结

在本文中，我推导出一个简单的模型，该模型再现了主动管理的美国股票共同基金的无约束风险调整负绩效，以及基金在经济状况不佳时明显优于经济状况良好时的实际绩效。该模型的重点是基金经理的最优主动管理政策能够产生取决于经济状态的主动收益。面对理性的投资者，基金经理将把他的工作重点放在实现经济不景气环境中的良好绩效上，此时投资者的边际消费效用很高。因此，他将产生与定价核正相关的主动收益。我的模型显示，当所产生的主动收益与定价核正相关时，没有对定价核进行完美规范的绩效指标将低估主动管理所创造的价值。因此，熟练的基金经理将（错误地）表现得不如扣除费用后的被动投资策略，但共同基金投资将是理性的。

我将该模型与美国经济的数据进行了校准，并定量地再现了美国基金表现不佳的测量结果。我还使用了 1980-2005 年期间 3147 个主动管理的美国股票共同基金的数据，并发现了与该模型的横截面预测相一致的新的实证证据。与其他基

金相比，无约束表现差的基金往往会收取高额费用，并产生高度反周期的风险调整后收益。这一发现可能解释了一些无约束绩效不佳的基金生存下来的原因，并表明在流行的绩效指标中存在着与经济衰退有关的错误设定。

附录 A. 随机变量和其严格增加的变换之间的协方差

在这里，我提出了一个引理来推导和分析模型的预测。

引理 1. 让 z 作为变量 $\text{var}(z) > 0$ 并且 $G: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 是一个严格递增的函数。得出 $\text{cov}(z, G(z)) > 0$ 。

证明.

$$\begin{aligned}\text{cov}(z, G(z)) &= E[(z - E[z])(G(z) - E[G(z)])] \\ &= E[(z - E[z])(G(z) - G(E[z]))] \\ &\quad + E[(z - E[z])(G(E[z]) - E[G(z)])] \\ &= E[(z - E[z])(G(z) - G(E[z]))]\end{aligned}\tag{20}$$

因为 $G(\cdot)$ 严格递增，因此当 $\text{var}(z) > 0$ 时必有 $\text{cov}(z, G(z)) > 0$ 。

附录 B. 放宽的平均独立假设

这里我放宽了 ε 与所有等级的 \hat{m} 都是平均独立的假设（比如对于所有等级的 \hat{m} 都有 $E[\varepsilon | \hat{m}] = 0$ ）。我将该假设替换为限制性较小的假设，即 ε 与 \hat{m} 都不相关（比如 $E[\varepsilon] = E[\hat{m} \varepsilon] = 0$ ）。随后产生以下结果。

命题 5. 用二阶泰勒展开求负效用函数 $D(\cdot)$ 在给定值 \bar{a} 附近，基金业绩指标可近似为：

$$E[\alpha] \approx -\frac{\delta U'(f^*)}{D''(\bar{a})} R_0^2 \text{var}(\varepsilon)\tag{21}$$

当 $\text{var}(\varepsilon) > 0$ 时必为负数。

证明. 因为 $D(\cdot)$ 二次可导， $D(a_s^*)$ 在给定值 \bar{a} 附近可近似为：

$$D(a_s^*) \approx D(\bar{a}) + D'(\bar{a})(a_s^* - \bar{a}) + \frac{1}{2} D''(\bar{a})(a_s^* - \bar{a})^2\tag{22}$$

一阶条件（4）变为 $\delta U'(f^*) R_0 m_s \approx D'(\bar{a}) + (1/2) D''(\bar{a})(a_s^* - \bar{a})$ ，或者同等地 $a_s^* \approx \bar{a} - (D'(\bar{a})/D''(\bar{a})) + (\delta U'(f^*)/D''(\bar{a})) R_0 m_s$ 。

将近似方程加入公式（8）中得到

$$E[\alpha] \approx -\frac{\delta U'(f^*)}{D''(\bar{a})} R_0^2 \text{var}(\varepsilon)\tag{23}$$

因为 $D(\cdot)$ 是严格凸函数并且二次可导，并且 $D''(\bar{a})$ 是正的。因此，当 $\text{var}(\varepsilon) > 0$ 时必有 $E[\alpha]$ 的近似值是负的。

在 ε 与 \hat{m} 都不相关的假设下期望风险调整绩效可以近似为不大于零的数值。这个假设需要 $D(\cdot)$ 是二次的。因此，第五节中依赖于二次负效用的推导，当将平均独立的假设替换为限制性较小的假设时依旧成立。

附录 C. 数据描述

我使用 CRSP 美国无生存偏差共同基金数据库（Survivor-Bias-Free US Mutual Fund Database）来建立我的基金样本。该数据库包括基金的回报、费用、投资目标和其他特征的信息，如管理的资产和周转。

我使用的样本与 Kacperczyk, Sialm 和 Zheng (2008) 以及 Glode, Hollifield、

Kacperczyk 和 Kogan (2010) 的样本相似, 涵盖了 1980-2005 年期间的数据, 重点是主动管理的开放式国内多元化股票共同基金。我排除了平衡型、债券型、货币市场型、国际型、行业型和指数型基金。我通过过滤基金名称中的 “index”, “idx”, “S&P”, “Vanguard”, “DFA” 和 “program” 等词来识别指数基金, 然后手动检查其余基金是否有遗漏。我排除了那些持有少于 10 只股票的基金和那些投资于股票的资产少于 80% 的基金。对于有多个股票类别的基金, 我通过总和不同的股票类别和消除重复的股票类别来计算基金层面的变量。Evans (2006) 报告了 CRSP 共同基金数据库中的一个偏差 (Elton, Gruber & Blake, 2001)。基金家族偶尔会孵化几个私人基金——存活的基金的跟踪记录是公开的, 但终止的基金的跟踪记录是保密的。为了解决这一偏差, 我试图排除所有处于孵化期的基金。我排除了观察年份早于报告的基金起始年份的和缺少基金名称的值。由于孵化期的基金往往规模较小, 我也排除了在该季度初管理资产少于 500 万美元的基金。

该样本包括 3, 147 只不同的基金和 77, 281 个基金季度的观察值。表 1 报告了主要基金属性的汇总统计。